

***Spagna* in Dantes poetischer Kosmologie**

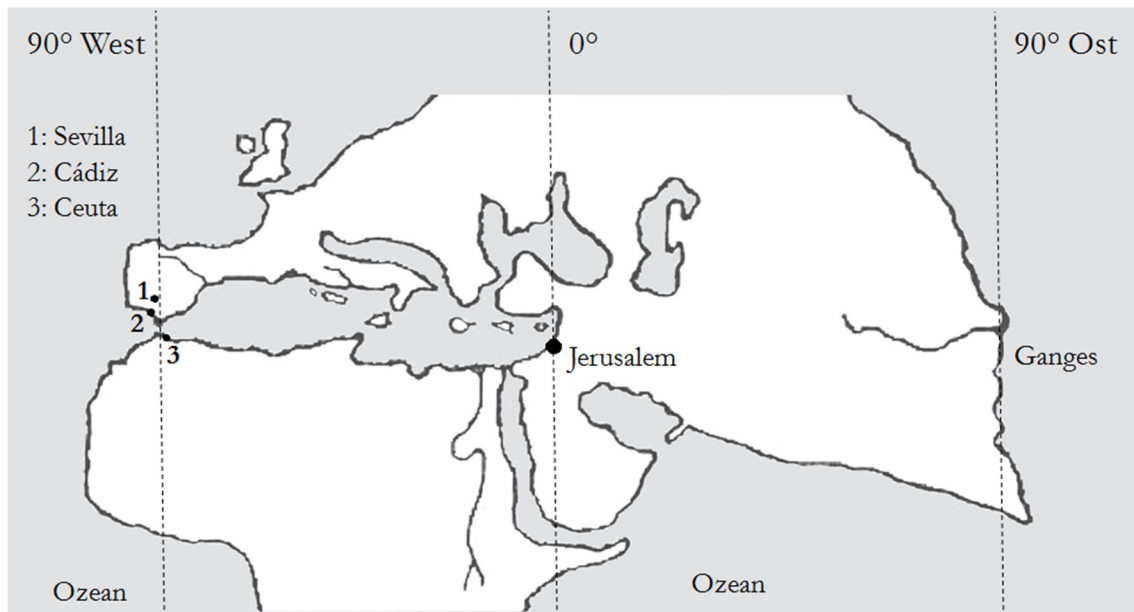
Verstreut über den ganzen Text der *Göttlichen Komödie* kommen verschiedene geographische Namen vor, die sich auf Spanien beziehen. In mehreren dieser Fälle hat Dante die im wörtlichen Schriftsinn verwendeten toponymischen Zeichen als Elemente hermetisch wirkender Aussagen und damit offenbar als Indizien einer verborgenen Botschaft konzipiert. Zum Nachweis dieser These soll in den folgenden Betrachtungen erkundet werden, welche Funktion den im wissenschaftlichen Weltbild des Dichters verankerten spanischen Land- und Städtenamen in der Komposition des Epos zukommt. Damit möchte ich meinem Kollegen und Freund Gerhard Penzkofer für die vielen anregenden Gespräche danken, die wir – in den Jahren der gemeinsamen Tätigkeit in der Würzburger Romanistik – vor allem über *cosas de España* führen konnten. Da der vorliegende Band unter den von seiner Lehre inspirierten Leitbegriffen *Kommunikation* und *Repräsentation* steht, bietet es sich am Schluss an, die beiden Konzepte mit den vom Dichter diskutierten Termini *sensus litteralis* und *sensus allegoricus* in Beziehung zu setzen.

1. Spanien in Dantes Weltbild¹

Dantes Vorstellung von der Erde und dem Kosmos beruht auf der geozentrischen Theorie des antiken Geographen und Astronomen Claudius Ptolemäus (2. Jahrhundert n. Chr.). Danach ist die Erde eine unbewegliche Kugel, die im Zentrum des Alls ruht. Um diesen Mittelpunkt legen sich in konzentrischer Ordnung acht (beziehungsweise neun) Sphären. Die äußeren Grenzen dieser kristallinen Kugelschalen sind durch die Position der um die Erde rotierenden sieben Planeten und (8.) des Fixsternhimmels definiert. In Dantes religiös und numerologisch motivierter Umprägung ist das ptolemäische System noch von einer neunten Sphäre umgeben, dem sogenannten *Primum mobile*. Jenseits dieser Grenze des physischen Alls öffnet sich der Nicht-Raum des Unendlichen, den Dante Licht- oder

¹ Der Artikel *Spagna* in der *Enciclopedia Dantesca* (Arce 1976) behandelt weitgehend nur die Rezeption Dantes in Spanien.

Feuerhimmel nennt, in den er unter Leitung seiner Führerin Beatrice eindringen darf, um am Ende seiner Pilgerschaft den Dreieinigen Gott zu schauen. Lenken wir unseren Blick zurück zur Erde, die nach damaliger Vorstellung zu Dreiviertel ihrer Oberfläche aus Meer besteht, während nur ein Viertel des Globus, und zwar die Hälfte der nördlichen Hemisphäre, mit Land bedeckt ist. Diese sogenannte *quarta habitabilis* erstreckt sich – in Dantes idealtypischer Sicht – vom Ganges im Osten bis nach Spanien im Westen. Genau in der Mitte dieses 180° messenden Halbkreises liegt Jerusalem, der Nabel der Welt, von dem aus der indische Strom auf der einen Seite und Spanien (als Land sowie namentlich die Städte Sevilla, Cádiz und Ceuta) auf der anderen jeweils 90° entfernt sind. Dies impliziert, dass Dante den ‚Mittagskreis‘ von Jerusalem als Null-Meridian ansieht:



Auf der Referenzlinie der Heiligen Stadt, und zwar genau an den Antipoden des Berges Zion, ragt in der großen, die bewohnte Erde umgebenden Wasserwüste ein einsames Bergmassiv empor, dessen konische Konfiguration der trichterförmigen Aushöhlung der Hölle im Erdinneren entspricht. Nach dem spiralförmig verlaufenden Abstieg durch die neun Kreise des Inferno bis zu Luzifer im Mittelpunkt von Erde und Kosmos gelangen der Jenseitswanderer und sein Führer Vergil durch einen dunklen Gang quer durch die andere Hälfte der Erdkugel zum Strand des Eilands in der Südsee. Dort schreiten sie zunächst zwei steile Abhänge und dann insgesamt sieben kreisförmige Terrassen empor, auf denen gemäß einer originellen Erfindung des Dichters das *Purgatorio* mit den Bußorten der nach Erlösung strebenden Seelen liegt. Auf der Hochebene der Insel

befindet sich das Irdische Paradies, aus dem einstmalig Adam und Eva vertrieben wurden, deren Sünde auf dem diagonal gegenüberliegenden Berg Zion durch den Kreuzestod Christi gesühnt wurde. Mitten im Garten Eden, in der Nähe des Baumes der Erkenntnis, sieht der irdische Besucher seine vom Himmel herabschwebende Jugendliebe Beatrice wieder, die – nach Verkündung einer eschatologischen Prophezeiung – ihren ehemaligen *fedele d'amore* durch die Sphären des Kosmos geleitet, in denen die Orte aller Seligen des *Paradiso* liegen. Während Dante die irdischen und kosmischen Räume der drei Jenseitsreiche durchwandert, nimmt er an mehreren Stellen chronotopographische Bestimmungen seines jeweiligen Standorts vor, bei denen er Spanien und die genannten Städte im Südwesten der Halbinsel als Referenzpunkte angibt.

2. Spanische Toponyme in der *Göttlichen Komödie*

2.1. *Inferno*

Der erste Verweis auf das Land im Westen erscheint völlig unvermittelt am Ende des XX. Gesanges der Hölle, in dem Dante seinen Aufenthalt im vierten Graben des achten Höllenkreises, dem Strafort der Wahrsager und Zauberer, schildert. Nachdem sich der irdische Pilger und sein Führer Vergil über mehrere der vor ihnen stehenden Sünder unterhalten haben, wird der Mentor plötzlich ungeduldig und mahnt zum Weitergehen. Um seine Eile zu begründen, erinnert er an die fortgeschrittene Tageszeit, indem er den aktuellen Stand des – für die beiden Wanderer vom Höllenschlund aus ja eigentlich unsichtbaren – Mondes beschreibt. Der Himmelskörper, den er dabei nach einer volkstümlichen Legende metonymisch als ‚Kain mit den Dornen‘ bezeichnet, ‚habe soeben die Grenzen beider Hemisphären erreicht und berühre unterhalb von Sevilla‘ (hier in der typisch toskanischen Variante Sobilia statt Sibia, modern: Siviglia) ‚die Wellen‘ des Meeres:²

Ma vienne omai, ché già tiene 'l confine
d'amendue gli emisperi e tocca l'onda
sotto Sobilia "Cain e le spine" (*Inf.* XX 124-126).

Ohne unmittelbar erkennbaren hermetischen Unterton hören sich hingegen die geographischen Verweise auf Spanien sowie die Städte Sevilla

² Zitiert wird nach der kritischen Ausgabe von Lanza (1996).

(hier allerdings in der Form *Sibilia*) und *Setta* (= Ceuta) an, die im XXVI. Gesang, dem berühmten *canto di Ulisse*, auftauchen. Der Held von Troja erwähnt die geographischen Bezeichnungen in seinem Bericht über eine (von Dante erfundene) letzte Seefahrt. Vom Drang nach Erkenntnis getrieben, sei er im hohen Alter mit seinen Gefährten noch einmal aufgebrochen, um jenseits der Säulen des Herkules auf das offene Meer des Atlantiks hinauszufahren, nachdem sie ‚rechter Hand Sevilla und linker Hand Ceuta hinter sich gelassen‘ hätten. Bei diesem ‚tollen Fluge‘ durch die unbekanntenen Weiten des Ozeans, so heißt es danach in Odysseus’ Bericht, sei ihr Schiff schließlich in einen furchtbaren Sturm geraten und untergegangen:

L’un lito e l’altro vidi infin la Spagna,
fin nel Morrocco, e l’isola d’i Sardi
e l’altre che quel mare intorno bagna.
I’ e’ compagni eravan vecchi e tardi
quando venimmo a quella foce stretta
dove Ercule segnò li suo riguardi
acciò che l’uom più oltre non si metta:
da la man destra mi lasciai Sibilia;
da l’altra già m’avea lasciata Setta (*Inf.* XXVI 103-111).

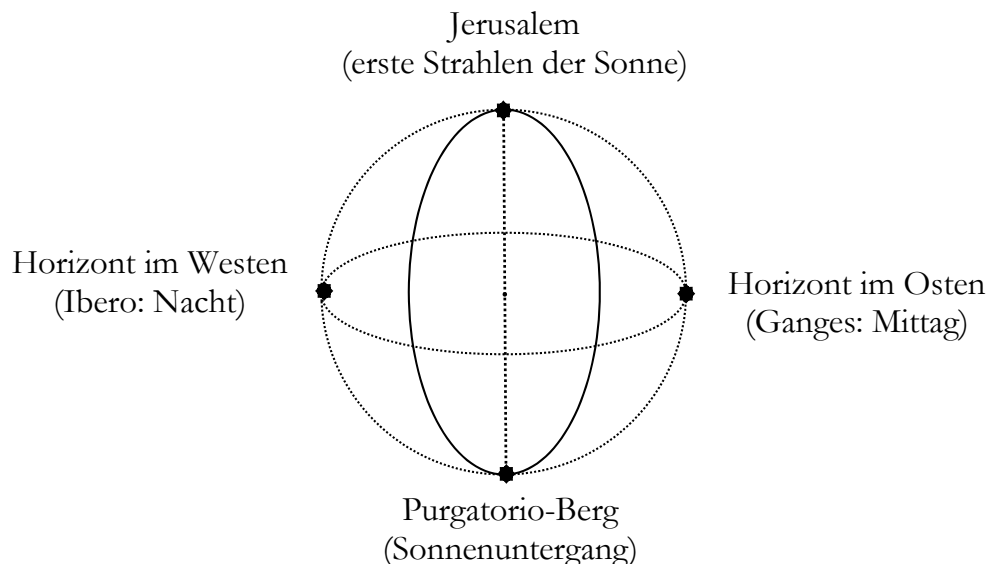
2.2. *Purgatorio*

In der zweiten *cantica* ragen unter den einschlägigen geographischen Zitaten zwei Textstellen heraus, in denen die Berufung auf Spanien in groß angelegte kosmologische Bilder eingefügt ist. Dieses Merkmal trifft in markanter Weise für die Terzinen zu, die das Exordium zum XXVII. Gesang bilden. Der Jenseitswanderer befindet sich hier noch im letzten *Gürtel* des Fegefeuerbergs, dem Bußort der Wollüstigen, wo er schließlich von einem *Engel Gottes* aufgefordert wird, für die eigene Reinigung durch eine das Irdische Paradies umschließende Feuerwand zu schreiten. Um die Bedeutung dieses Augenblicks gebührend herauszustellen, leitet der Dichter seine Worte mit einer geographisch-astronomischen Bestimmung ein, deren komplexer Charakter insofern besonders verschlüsselt wirkt, als eigentlich nur die schlichte Mitteilung ansteht, dass am Läuterungsberg gerade die Sonne untergeht. Offenbar möchte aber der Dichter dem Eintritt in den Garten Eden eine geradezu providenzielle Aura verleihen, denn er versetzt sich in Gedanken an die Antipoden auf der nördlichen Hemisphäre, nämlich auf jenen Berg, auf dem der ‚Schöpfer der Sonne

(„Fattor“) sein Blut vergossen‘ habe und wo – im Gegensatz zur anbrechenden Nacht auf dem Berg in der Südsee – soeben die ‚ersten Strahlen‘ des Morgenrots zu sehen seien. Um diesen Bezug in kosmische Dimensionen auszuweiten, wendet der Dichter vom gedachten Standort Jerusalem aus seinen Blick jeweils 90° nach Westen und nach Osten. Dadurch kann er uns zusätzlich mitteilen, dass *Ibero* (= Spanien oder Iberische Halbinsel) zu diesem Zeitpunkt, das heißt um Mitternacht, ‚unter dem Sternbild der Waage‘ liege, während auf der anderen Seite von Jerusalem der Ganges, das heißt die äußerste östliche Region der bewohnten Erde, bereits ‚in der Mittagshitze brüte‘. Subjekt der ganzen komparativ-temporalen Satzverknüpfung ist die erst in V. 5 erwähnte *Sonne*:

Sì come quando i primi raggi vibra
 là dove il suo Fattor lo sangue sparse,
 cadendo Ibero sotto l'alta Libra
 e l'onde in Gange da nona riarse,
 sì stava il sole: onde 'l giorno se n' giva,
 come l'angel di Dio lieto ci apparse (*Purg.* XXVII 1-6).

Die einzelnen Eckpunkte der von Dante entfalteten astronomischen Beschreibung können mit folgender Skizze veranschaulicht werden:



Ein ähnlich verwickelter Bild hat Dante bereits als Eingang zum II. Gesang des *Purgatorio* gestaltet. Da aber der Dichter an dieser Stelle auf Spanien nur indirekt mit der Metonymie ‚Horizont im Westen von Jerusalem‘

referiert, sei im Rahmen des vorliegenden Beitrags auf eine nähere Betrachtung der Verse *Purgatorio* II 1 ff. verzichtet.

2.3. *Paradiso*

Von den spanischen Ortsnamen, die im dritten Teil der *Commedia* angeführt werden, scheint nur eine Textstelle in geographisch-kosmologischer Hinsicht von besonderem Interesse zu sein.³ Im XXVII. Gesang des *Paradiso* erwähnt der Dichter die Stadt Cádiz, um auf diese Weise an das im XXVI. Gesang des *Inferno* geschilderte ‚verrückte Überschreiten‘ der Säulen des Herkules, also die vermessene Tat des Helden Odysseus, zu erinnern. Zum Verständnis dieses intratextuellen Verweises muss man sich vergegenwärtigen, dass Dante im fraglichen Gesang des *Paradiso* bereits bis zum Fixsternhimmel aufgestiegen ist, in dessen Rotation um die Erde der Jenseitswanderer und seine Führerin sich wie moderne Raumfahrer ‚eingeklinkt‘ haben. Bereits beim Eintritt in den achten Himmel hatten die beiden Gefährten, als sie sich gerade auf dem Null-Meridian von Jerusalem befanden, auf die unterhalb des Fixsternhimmels liegenden sieben Planeten-Sphären hinabgeblickt (cf. *Par.* XXII 127 f.). Im *canto* XXVII fordert nun Beatrice ihren Zögling erneut auf, nach unten auf die Erde zu schauen, um die inzwischen zurückgelegte Distanz zu ermessen. Dante gibt die Entfernung in zweifacher Weise an. Zunächst bezieht er sich auf die ‚erste Klimazone‘, über der er gerade hinwegfliegt. Die südlichste der insgesamt sieben Klimazonen, in die – nach dem persischen Astronomen Alfraganus (9. Jahrhundert) – die nördliche Hemisphäre eingeteilt ist, erstreckt sich unmittelbar über dem Äquator. Diesem Streifen sowie den anderen parallelen Regionen wurden unterschiedliche Breitengrade zugeschrieben, sie haben aber alle die gleichen Längengrade von 180°, das heißt zweimal einen *Bogen* von 90°:

Da l'ora ch'io avea guardato prima
io vidi mosso me per tutto l'arco
che fa dal mezzo al fine il primo clima (*Par.* XXVII 79-81).

Mit den Merkpunkten *mezzo* und *fine* bezieht sich der Dichter auf den ‚Bogen‘ zwischen dem Mittagskreis von Jerusalem (= *Mitte*) und dem

³ Die anderen geographischen Bezeichnungen (z. B. *Castiglia*, *Navarra*, *Aragona*, *Catalogna*) beziehen sich auf bestimmte Herrscher oder andere historische Personen (z.B. *Calaroga*/*Calaruega* als Geburtsort des Heiligen Dominicus).

Meridian von Cádiz im Westen (= *Ende*). Dass er tatsächlich neben (der Küste nahe) Jerusalem die südspanische Stadt im Blick hatte, lässt sich aus der zweiten Angabe zu dem von ihm zurückgelegten Weg schließen. Er habe, so seine Worte, ‚auf der einen Seite den jenseits von Gade (= Cádiz)‘ verlaufenden ‚irren Weg des Odysseus erblickt und auf der anderen Seite das Ufer (Phöniziens), an dem (die Nymphe) Europa zur süßen Last (des in einen Stier verwandelten Göttervaters Jupiter) wurde‘:

sì ch'io veda di là da Gade il varco
folle d'Ulisse, e di qua presso il lito
nel qual si fece Europa dolce carco (*Par.* XXVII 82-84).

Die konsekutive Verknüpfung dieser Terzine mit der vorherigen zeigt, dass die zweite Aussage mit der ersten insofern übereinstimmt, als nunmehr – lediglich in umgekehrter Blickrichtung vom *Ende* zur *Mitte* – die Entfernung von Cádiz zur Küste Phöniziens in Augenschein genommen wird. Dabei spielt es für den aus der fernen Höhe der achten Sphäre des Kosmos auf das kleine ‚Beet‘ namens Erde (*ibid.*: V. 86) blickenden irdischen Pilger offenbar keine Rolle, dass sich die gedachte Linie von Cádiz zur Küste auf der Höhe von Jerusalem in der vierten Klimazone befindet.

2.4. Das Problem

Aus der Analyse der zitierten Textstellen kann folgende Hypothese abgeleitet werden: Hinter den äußerst komplexen, aber sehr ähnlich gelagerten geographisch-astronomischen Angaben, in die sich die erwähnten spanischen Toponyme eingebunden finden, dürfte eine besondere, aus einer einheitlichen Inspiration gespeiste rhetorische Absicht des Dichters verborgen sein. Nach möglichen Erklärungen zu den auffällig verklausulierten Formulierungen sucht man aber in der Dante-Philologie vergebens. Mehr noch, das ganze umfangreiche Ensemble an astronomisch-kosmologischen Bestimmungen, die der Autor in seinen beiden poetischen Hauptwerken ausgebreitet hat, wurde bislang noch nicht auf ihre offensichtliche textsemantische Funktion hin untersucht.⁴ Bei diesem Stand der Forschung mag es vermessen erscheinen, im begrenzten Rahmen des vorliegenden Beitrags eine solche Deutung am Beispiel der Referenzen auf Spanien unternehmen zu wollen. Gleichwohl soll in den beiden folgenden

⁴ Cf. die hervorragende astronomische Analyse in zwei Bänden von Gizzi (1974), der aber die Frage der poetischen Funktion nicht thematisiert.

Abschnitten an ausgewählten Beispielen vorgeführt werden, wie sich eine einheitlich konzipierte Interpretation erarbeiten lassen könnte. Dazu ist es zunächst erforderlich, in aller Kürze den Ansatz meiner Dante-Exegese vorzustellen.

3. *Lectura Dantis geometrica*

Wie ich in den letzten zwei Jahrzehnten in einer längeren Reihe von Studien nachweisen konnte, hat Dante seiner aus 14.233 Elfsilbern bestehenden *Commedia* einen mathematischen Subtext unterlegt.⁵ In diesem – Vers für Vers mit dem epischen Bericht verketteten – Diskurs hat er den *disegno* eines idealschönen Kosmos in Form ikonischer Zeichen entworfen, die in sphärengeometrischen Diagrammen die Inhalte der einzelnen Szenen abstrakt abbilden. Meine These beruht auf einer Reihe von expliziten Daten und Zitaten der poetischen Werke des Autors.

3.1. Kreisform und harmonische Teilung

Neben dem zentralen Prinzip des *amore* wird die gesamte Exposition der Jenseitsreise inhaltlich und formal von zwei weiteren Grundsätzen geleitet, und zwar dem Konzept der Kreisform und der Idee der Harmonie. Während das Gesetz der harmonischen Proportion sich in der Schönheit der Führerin Beatrice sowie im *ordo* des poetisch dargestellten Kosmos manifestiert, sieht Dante im Plan des Kreises, der durchgehend alle *cerchi, gironi, spere* der einzelnen Reiche des Jenseits und sogar die im letzten Gesang als drei *giri* geschaute Dreifaltigkeit prägt, eine Allegorie des göttlichen Schöpfungsakts sowie der absoluten und deshalb immer nur approximativ bestimmbaren Wahrheit. Ein expliziter Hinweis auf diesen poetisch-mathematischen Zusammenhang findet sich kurz nach der Gottesvision. Um zu verdeutlichen, dass es ihm unmöglich sei, das Geheimnis der aus drei kreisförmigen Zeichen bestehenden *figura Dei* zu durchschauen, vergleicht Dante sich mit dem *geometra*, der sich abmüht, das *principio per misurar lo cerchio* – das heißt die irrationale Zahl π beziehungsweise π^2 oder $\sqrt{\pi}$ als Inbegriff der Kreisquadratur – zu bestimmen, wobei es ihm jedoch trotz höchster geistiger Anstrengung versagt sei, den exakten rechnerischen Schlüssel zu finden:

⁵ Aus Platzgründen sei hier allein auf meine ausführliche, in der Einaudi-Enzyklopädie *La matematica*, Vol. III, erschienene Abhandlung verwiesen: Pötters 2011: 703-762.

Qual è il geomètra che tutto s'affige
 per misurar lo cerchio, e non ritrova,
 pensando, quel principio ond'elli indige
 tal era io a quella vista nova (*Par.* XXXIII 133-136).

Den als *iter mentis ad Deum* inszenierten Gang durch die Reiche des Jenseits setzt Dante also in eine Similaritätsrelation zur Suche nach dem ‚Prinzip der Kreismessung‘. Bei der Komposition seiner Dichtung hat er sodann versucht, den von ihm als zentrales Instrument der göttlichen Schöpfung angesehenen irrationalen Zahlenwert π mathematisch zu erforschen und episch umzusetzen.

3.2. Mathematische Theorie in Dantes Dichtung

Dass der Dichter tatsächlich einen großen Teil seines Denkens darauf verwandt hat, die beiden Konzepte *Kreisform* und *Harmonie* wissenschaftlich zu durchdringen, beweisen einige mit beträchtlichem rhetorischem Aufwand präsentierte numerische Größen, die er seiner Jugendliebe und Führerin zugeschrieben hat. In der *Vita Nova* (*cap.* XXIX) definiert er zunächst ganz allgemein Beatrices Wesen mit einem mathematischen Symbol, nämlich mit der Zahl 9. Er rechtfertigt diese Reduktion der geliebten *donna* auf eine denkbar abstrakte Größe mit der absolut harmonischen Konstellation, welche die neun Einheiten des Kosmos zum Zeitpunkt der *generazione* (‚Zeugung‘!) Beatrices gekennzeichnet habe, sowie mit dem mathematischen Bezug der Zahl 9 zur Wurzel 3 als dem numerischen Zeichen der göttlichen Dreifaltigkeit.

Die Liebesgeschichte zwischen Dante und der *gentilissima donna* beginnt, als beide im 9. Lebensjahr stehen, sie dauert 16 Jahre bis zum frühen Tod der Freundin im Alter von 25 Jahren. Die drei Werte 9-16-25 sind die Quadrate im kleinsten pythagoreischen Tripel 3-4-5. Die Rückführung des chronologischen Rhythmus der Liebesgeschichte auf den berühmten Lehrsatz $a^2 + b^2 = c^2$ findet eine allgemeine Begründung in der hohen Wertschätzung, die Dante für Pythagoras als den Erfinder des Begriffs *Philosophie* im etymologischen Sinne hegt. Außerdem erweisen sich die drei Zeitangaben als intertextuelle Präfiguration des *opus magnum*, da sich die Trias der Zahlen 9-16-25 in der Struktur der *Commedia* wiederholt. Im Ensemble der 25 Kreise der Jenseitsreiche stehen nämlich den 9 *cerchi* der Verdammten im Inferno 16 Abteilungen mit dem Merkmal + *Erlösung* gegenüber, und zwar die 7 *gironi* der zum Heil strebenden Geister im *Purgatorio* und die 9 *cieli* der seligen Seelen im *Paradiso*.

Außer der grundlegenden mathematischen Definition der Protagonistin und Inkarnation seiner Dichtung sowie der pythagoreischen Anlage beider poetischer Werke hat sich Dante in einer intertextuellen Gesamtkonzeption von *Vita Nova* und *Commedia* drei weitere Zahlen ausgedacht, die er seiner *donna* zuschreibt, nämlich 515, 61 und $8,\bar{3}$. Diese zweite numerische Dreiheit ist einem ganz und gar exzeptionellen Geniestreich entsprungen, denn aus bestimmten Kombinationen der genannten Werte lassen sich Näherungen für zwei sowohl mathematisch als auch ästhetisch relevante irrationale Größen ermitteln: die Kreiszahl π und die Zahl φ (= Modulus des Goldenen Schnitts als mathematischer Formel harmonischer Proportion). Die Einführung der drei poetischen Chiffren durch den Dichter und deren wissenschaftliche Relevanz seien hier kurz resümiert. In einer (abermals!) extrem komplexen astronomischen Bestimmung wird gleich am Anfang der *Vita Nova* dargelegt, dass Beatrice zum Zeitpunkt der ersten Begegnung, das heißt beim *innamoramento* ihres jungen Verhehrers, genau 8 Jahre und 4 Monate (= $8,\bar{3}$ Jahre) alt war. In einem weiteren äußerst kryptischen Kapitel seines ‚Büchleins‘ (*cap.* VI) gibt uns Dante zu verstehen, dass zwischen dem sprechenden Namen *Beatrice* (‚die Frau, die dich selig macht‘) und der Zahl 61 eine geheime Beziehung besteht. Diese Aussage wurde schon vor einigen Jahrzehnten von Manfred Hardt entschlüsselt, der zeigen konnte, dass die Zahl 61 ein Wert ist, der nach den Regeln der sogenannten *Gematrie* (= Umrechnung von Buchstaben in numerische Größen) die Summe der einzelnen Korrespondenzen bildet:⁶

$$B \triangleq 2 + E \triangleq 5 + A \triangleq 1 + T \triangleq 19 + R \triangleq 17 + I \triangleq 9 + C \triangleq 3 + E \triangleq 5 \rightarrow \text{Sa. } 61.$$

Die verborgene poetisch-mathematische Funktion der beiden Werte 61 und $8,\bar{3}$ lässt sich mit Hilfe einer zentralen Textstelle der *Commedia* identifizieren. Es handelt sich um die Terzine *Purgatorio* XXXIII 43-45, in der sich als bekanntestes Rätsel der Dante-Philologie jene ominöse

⁶ Cf. zuletzt in zusammenfassender Form Hardt 1989. Das von ihm herangezogene sog. italische Gematrie-System lautet wie folgt:

A \triangleq 1	B \triangleq 2	C \triangleq 3	D \triangleq 4	E \triangleq 5	F \triangleq 6
G \triangleq 7	H \triangleq 8	I \triangleq 9	K \triangleq 10	L \triangleq 11	M \triangleq 12
N \triangleq 13	O \triangleq 14	P \triangleq 15	Q \triangleq 16	R \triangleq 17	S \triangleq 18
T \triangleq 19	U \triangleq 20	V \triangleq 21	X \triangleq 22	Y \triangleq 23	Z \triangleq 24

Zur weiteren Interpretation des zugrundeliegenden Kapitels VI der *Vita Nova* cf. Pötters 2013.

Ziffernfolge *un Cinquecento Diece e Cinque* findet, die Dantes Führerin als Bezeichnung oder Namen eines ‚Boten Gottes‘ verwendet, dessen baldige Ankunft sie persönlich ihrem Zögling kurz nach ihrem Wiedersehen im Garten Eden verkündet. Der Code dieses Siegers über die apokalyptische *bestia* wird seit dem ersten Kommentator, Iacopo della Lana (ca. 1290-1365), als die Zahl $DXV = 515$ gelesen.⁷ Dank diesem dritten Schlüssel lässt sich zeigen, dass Dante die Zahlen 61, $8,\bar{3}$ und 515 als System konzipiert hat, um für die irrationalen Werte $\pi = 3,1415926$ und $1/\varphi = 0,6180339$ folgende Intervalle zu definieren:

$$(61 \cdot 515/10.000) < \pi < \sqrt{10 \cdot (61 \cdot 8,\bar{3})/515}$$

$$3,1415 < 3,14159 < 3,1417$$

$$515/(8,\bar{3} \cdot 100) < 1/\varphi < 10^7/515 \cdot (515 \cdot 61)$$

$$0,618 < 0,618034 < 0,618096.$$

Auf der Grundlage dieser extrem genauen Grenzwerte ist es möglich, den numerischen Namen des ‚Boten Gottes‘, den Beatrice höchstpersönlich als das „enigma forte“ (V. 50) bezeichnet, über das ihr Schützling den Menschen auf der Erde unbedingt berichten müsse, wie folgt mathematisch zu dekodieren: $515 \approx 1000\varphi/\pi$ oder $1.000/515 \approx \pi/\varphi$. In der Symbiose des ‚Prinzips der Kreismessung‘ mit dem Modulus des Goldenen Schnitts hat Dante in denkbar verdichteter Form die Theorie eines idealschönen Kosmos verschlüsselt. Mit der Formel π/φ wollte er offenbar ein Modell aller von ihm durchwanderten Räume der Erde und des Kosmos entwerfen oder sogar die Idee rekonstruieren, die nach seiner Vorstellung dem göttlichen Werk der Schöpfung zugrunde liegt: Kreisform + harmonischer *ordo*. Der Dichter hat übrigens nicht nur die numerischen Zeichen seiner Beatrice zu Operatoren des zentralen Rätsels seines Werks erhoben, er hat sogar den gematrischen Code des eigenen Namens, nämlich DANTE $\triangleq 42$ ($= 4 + 1 + 13 + 19 + 5$), in seine poetische Kosmologie eingebunden, wie der Ausdruck $(61 + 42)/2 = 103/2 = 51,5 \approx 100\varphi/\pi$ beweist.⁸ Außerdem entspricht die Ziffernfolge des *enigma forte* noch folgenden weiteren Ausdrücken: $10.000/515 \approx 61/\pi \triangleq$ der Name BEATRICE

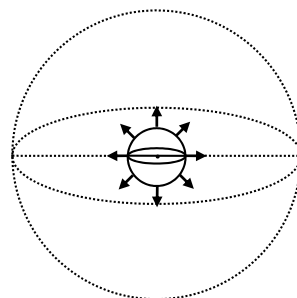
⁷ Zu möglichen anderen Lesarten und deren Relevanz für die Exegese bestimmter Textstellen der *Commedia*, speziell der Gottesvision, cf. Pötters 2008.

⁸ Der Taufname des Dichters war „Durante“, die Variante „Dante“ wird üblicherweise als Hypokoristikum gedeutet, was wenig überzeugend wirkt.

im Verhältnis zum ‚mathematischen Prinzip des Kosmos‘ und $515/100 \approx 8,\bar{3}/\varphi \cong$ ‚Beatrices Alter zum Zeitpunkt der ersten Begegnung‘ im Verhältnis zum ‚Modulus des Goldenen Schnitts‘.

3.3. Das Corpus der Verse als sphärengemometrisches Modell

Von den beiden Werten π und φ stellte für den *poeta-filosofo* die Kreiszahl die eigentliche wissenschaftliche Herausforderung dar. Für die Berechnung immer präziser werdender Näherungswerte des Goldenen Schnitts stand ihm nämlich die auch heute noch gültige Methode der sogenannten Fibonacci-Reihe zur Verfügung, die von dem berühmtesten Mathematiker des Mittelalters, Leonardo Pisano (ca. 1170-1240), entwickelt wurde. Um hingegen seine einschlägigen Erkenntnisse zum Problem der Kreiszahl sowie zum Ausdruck π/φ im Epos zu verarbeiten, hat Dante dem gesamten Corpus aus 14.233 Versen das Modell einer idealtypischen Kugel/Sphäre unterlegt. Im Einklang mit der Progression der Erzählung wächst der Durchmesser dieses dynamischen Konstrukts Vers für Vers um eine Einheit von $d = 1$ in *Inf.* I 1 bis zur Position $d = 14.233$ im Schlusspunkt *Par.* XXXIII 145:



$$d = 14.233$$

Für die Berechnung des Volumens, das dieses Modell einer expandierenden Sphäre an jedem beliebigen metrischen Punkt des Epos erreicht, konnte sich Dante eines in der mittelalterlichen Stereometrie geläufigen Verfahrens bedienen, das in folgenden Schritten bestand:

- I. ausgehend vom Durchmesser d zunächst Berechnung des Volumens V_{\square} der Hilfsfigur des umbeschriebenen Kubus, also $V_{\square} = d^3$; sodann
- II. Berechnung des Volumens der Sphäre V_{\circ} mit dem Schlüssel $11/21$, der approximativ das Verhältnis von Kugel und umbeschriebenem Kubus definiert, woraus sich die Formel $V_{\circ} = d^3 \cdot 11/21$ ergibt.

Der Bruch $11/21 \approx 0,5238$ ist aus dem π -Wert $22/7$ abgeleitet, der auf das von Archimedes (3. Jahrhundert v. Chr.) berechnete Intervall $223/71 < \pi < 22/7$ zurückgeht und in der mittelalterlichen Schulgrammatik allgemein verwendet wurde. Wie $22/7 \approx 3,1429$ gegenüber $\pi = 3,14159\dots$, so stellt auch $11/21 \approx 0,5238$ eine nicht besonders präzise Näherung für den exakteren Schlüssel $\pi/6 \approx 0,5235$ dar. Da aber Dante, wie wir oben gesehen haben, ein extrem gutes Intervall für π kannte, können seine allfälligen Berechnungen mit den Formeln $V_{\circ} = d^3 \cdot \pi/6$ und $V_{\square} = d^3 = V_{\circ} \cdot 6/\pi$ rekonstruiert werden.

3.4. Exempla einer *lectura geometrica* der *Commedia*

Mit Hilfe der soeben skizzierten Methode hat Dante im kosmologischen Modell seines Werks ikonische Diagramme gestaltet, in denen der Inhalt der erzählten Szenen und Gedanken eine abstrakte Abbildung erfährt. Dabei hat er sich, um den epischen Text und den mathematischen Subtext Vers für Vers miteinander zu verzahnen, systematisch der Methode der Gematrie bedient, das heißt, er hat die Namen der epischen Akteure sowie geographische Bezeichnungen aller Art und sogar komplexe Zeichen (wie beispielsweise lateinische Zitate) in numerische Codes umgewandelt und diese Faktoren – ebenso wie alle im Text vorkommenden Numeralia – im Modell der expandierenden Sphäre als Faktoren seiner mathematischen Konstrukte verwendet. Dies soll hier – vor der entsprechenden Analyse der auf Spanien bezogenen Textstellen – mit drei Musterfällen belegt werden. Nehmen wir zum Beispiel die Verse *Paradiso* XXX 37-39, in denen Dante den Augenblick schildert, in dem Beatrices ‚Stimme‘ ihm verkündet, sie hätten soeben den physischen Kosmos verlassen und tauchten gerade in den ‚Himmel reinen Lichts‘ ein, das heißt in das Unendliche, wo Gott, umkreist von den neun Engelshierarchien, seinen Sitz hat:

13683	con atto e voce di spedito duce	13684
13684	ricominciò: „Noi siamo usciti fòre	13685
13685	del maggior corpo al ciel ch'è pura luce.“	13686

Innerhalb des Segments [voce] erreicht das zugrundeliegende kosmologische Modell Maße, die ausschließlich mit den Zahlenwerten 61 (BEATRICE) und 42 (DANTE) zusammen mit einem dezimalen Modifikator (hier $10^9 \cong 10^{\text{Beatrice}}$) definierbar sind:

d	$V_{\square} = d^3 = V_{\circ} \cdot 6/\pi$	$V_{\circ} = d^3 \cdot \pi/6$
13.683,3691	2.562.000.000.000	1.341.460.063.000
	$(61 \cdot 42) \cdot 10^9$	

Das eigentliche Ziel, das Dante mit der Kombination von Gematrie und Geometrie verfolgt, zeigt sich in denjenigen Diagrammen, in denen mit Hilfe der Codes zusätzlich die Schlüssel der poetisch-kosmologischen Theorie, nämlich das ‚Prinzip der Kreismessung‘ (also die Werte π und $\sqrt{\pi}$) oder die Formel des *enigma forte* π/φ , als charakteristische Faktoren exponiert werden. Dabei erscheint die Wurzel der Kreiszahl meist in der Formel $2/\sqrt{\pi}$, welche das Verhältnis zwischen Durchmesser $d = 2$ im sogenannten Einheitskreis ($r = 1$ und $A = \pi$) und der Seite $a = \sqrt{\pi}$ des flächengleichen Quadrats definiert. Einen illustrativen Beleg für diese Beobachtung bietet die Terzine *Paradiso* XXVI 43-45, in der Dante dem Geist des Heiligen Johannes erklärt, der Evangelist habe ihm, gleich am Anfang seiner ‚hohen Botschaft‘, die das *arcano* (!) vom Himmel aus unten auf der Erde ‚hinausschreie‘, die Wahrheit offenbart:

13115	„Sternilmi tu ancora, incominciando	13116
13116	l’alto preconio che grida l’arcano	13117
13117	di qui là giù sovr’a ogn’altro bando.“	13118
13118	E io udi’ [...].	13119

Der Code des Namens GIOVANNI ($\cong 87 = 7 + 9 + 14 + 21 + 1 + 13 + 13 + 9$) erlaubt uns, genau am Anfang des Segments, das auf die ‚Botschaft‘ (des Evangeliums) verweist, ein Diagramm zu rekonstruieren, dessen Transformierbarkeit in eine Zweierstruktur zusätzlich die auditive Rezeption durch Dantes Ohren (*io udi*) abstrakt abbildet:

d	$V_{\square} = d^3 = V_{\circ} \cdot 6/\pi$	$V_{\circ} = d^3 \cdot \pi/6$
13.116,08107	2.256.380.186.000	1.181.437.903.000
		$2\pi \cdot 87^{12} \cdot 1/10^{12}$
		$(\pi \cdot 87^{12} \cdot 1/10^{12}) + (\pi \cdot 87^{12} \cdot 1/10^{12})$

Das Ergebnis kann weiter umgewandelt werden, wobei die vierte Wurzel von π eine besonders eindrucksvolle Chiffre des *arcano* darstellt:

$$\{[(\sqrt{\sqrt{\pi}} \cdot 87^3) \cdot (\sqrt{\sqrt{\pi}} \cdot 87^3)] \cdot [(\sqrt{\sqrt{\pi}} \cdot 87^3) \cdot (\sqrt{\sqrt{\pi}} \cdot 87^3)]\} + \\ \{[(\sqrt{\sqrt{\pi}} \cdot 87^3) \cdot (\sqrt{\sqrt{\pi}} \cdot 87^3)] \cdot [(\sqrt{\sqrt{\pi}} \cdot 87^3) \cdot (\sqrt{\sqrt{\pi}} \cdot 87^3)]\}$$

Bereits im zweiten Gesang lässt der Dichter seine zukünftige Führerin Beatrice zum ersten Mal auftreten, und zwar in imaginierter Form. Ab Vers *Inf.* II 53 berichtet Vergil seinem Zögling, wie eine ‚schöne, selige Frau‘ vom Himmel zu ihm in den Limbus herabgestiegen sei, um ihn in den von den himmlischen Mächten beschlossenen Plan zur Errettung des ‚im dunklen Wald‘ seiner Lebenskrise ‚verirrten‘ Dante einzuweihen:

188 E donna mi chiamò beata e bella. 189

Wenn wir die stereometrischen Maße, die das kosmologische Modell des Epos an der vorliegenden metrischen Position erreicht, mit dem gematri-schen Zahlenwert von VIRGILIO $\cong 97$ ($= 21 + 9 + 17 + 7 + 9 + 11 + 9 + 14$) analysieren, entdecken wir genau innerhalb der auf Vergil bezogenen pronominalen Referenz *mi* ein Diagramm, in dem die mathematische Chiffre des demnächst von Beatrice ihrem poetischen Diener verkündeten ‚Boten Gottes‘ exponiert wird:

d	$V_{\square} = d^3 = V_{\circ} \cdot 6/\pi$	$V_{\circ} = d^3 \cdot \pi/6$
188,3495146	6.681.800,669	3.498.582,649
$1/515 \cdot 97 \cdot 1.000$	$(1/515 \cdot 97)^3 \cdot 10^9$	
188,3362707	6.680.391,272	3.497.844,69
$\pi/\varphi \cdot 97$	$(\pi/\varphi \cdot 97)^3$	

Zwischen den beiden Einzelergebnissen liegen noch die Maße der durch die Formeln $61/\pi$ und $\varphi/8,3$ definierten zweiten und dritten Ausprägung der insgesamt vier Varianten des *enigma forte*. Damit besagt die gesamte Konstellation von Text und Subtext, dass mit dem von Beatrice an Vergil gerichteten ‚Ruf‘ die Rettungsaktion zugunsten ihres Dichters beginnt.

Dante hat die vierfache Formel seiner Theorie eines harmonischen Kosmos in zahlreichen ähnlichen Diagrammen gestaltet, um damit zum Ausdruck zu bringen, dass er in der Symbiose von Dichtung und Wissenschaft die Erfüllung seiner Existenz als *poeta-filosofo* gesehen hat. Daraus kann geschlossen werden, dass er den von Beatrice prophezeiten Retter der Menschheit namens „*un Cinquecento Diece e Cinque*“ mit sich selbst als dem Erfinder dieser Figur identifiziert. Das dem Jenseitswanderer von seiner Führerin aufgebene ‚starke Rätsel‘ erweist sich somit als zentrales Instrument der poetisch-mathematischen Komposition des Epos und zugleich – für uns Leser – als ‚starker Schlüssel‘ zur Dekodierung des allegorischen Schriftsinnes. Zur weiteren Überprüfung des hier lediglich

anhand einiger weniger Musterfälle exemplifizierten hermeneutischen Verfahrens soll nun gezeigt werden, dass Dante mit den genannten spanischen Ortsnamen ebenfalls die Absicht verbunden hat, die mathematische Formel seiner Welterklärung, speziell das *principio per misurar lo cerchio*, in immer neuen ikonischen Diagrammen vorzuführen.

4. Spanische Toponyme in Dantes poetischer Kosmologie

4.1. *Sobilia*

Die oben zitierte Strophe *Inf.* XX 124-126, in der die südspanische Stadt erwähnt wird, hat im metrischen Corpus folgende Positionen inne:

2686	„Ma vienne omai, ché già tiene ’l confine	2687
2687	d’amendue gli emisperi e tocca l’onda	2688
2688	sotto Sobilia Cain e le spine“. ⁹	2689

Zur Analyse benötigen wir die gematrigen Werte der beiden Namen SOBILIA $\cong 64$ ($= 18 + 14 + 2 + 9 + 11 + 9 + 1$) und CAIN $\cong 26$ ($= 3 + 1 + 9 + 13$). Genau in der Position der betonten Silbe des Segments [*Sobilia*] lässt sich mit dem Divisor $64/26$ ($=$ Faktor $26/64$) folgende sphärengeometrische Vermittlung des ‚Prinzips der Kreismessung‘ identifizieren, wobei die Aufteilung des Ergebnisses in eine Zweierstruktur mit dem episch vermittelten Bild der zwei Hemisphären korrespondiert:

d	$V_{\square} = d^3 = V_{\circ} \cdot 6/\pi$	$V_{\circ} = d^3 \cdot \pi/6$
2.688,272202	19.427.625.540	10.172.280.950
	$\pi^6 \cdot (26/64)^{12} \cdot 10^{12}$	
	$[(\sqrt{\pi} \cdot 26/64) \cdot (\sqrt{\pi} \cdot 26/64) \cdot 100]^3 \cdot [(\sqrt{\pi} \cdot 26/64) \cdot (\sqrt{\pi} \cdot 26/64) \cdot 100]^3$	

Am Ende derselben Position ist im Modell der *Commedia* eine Konstellation von Maßen zu beobachten, die Dante offenbar zusätzlich bei der Formulierung des Wortlauts der Terzine inspiriert hat. Dies belegt das folgende Diagramm, das zusammen mit dem Wert π beziehungsweise $\sqrt{\pi}$ auf die je 180° der beiden Hemisphären zugeschnitten ist:

⁹ Mit der Lesart *Cain* statt *Caino*, wie die anderen Editionen schreiben, folge ich der kritischen Ausgabe von Lanza (1996) – eine Lösung, die durch meine unten folgenden Berechnungen als richtig bestätigt wird.

d	$V_{\square} = d^3 = V_{\circ} \cdot 6/\pi$	$V_{\circ} = d^3 \cdot \pi/6$
2.688,842848	19.440.000.000	10.178.760.200
		$(\pi \cdot 180^2) \cdot 10^5$
		$[(\sqrt{\pi} \cdot 180) \cdot (\sqrt{\pi} \cdot 180)] \cdot 10^5$

Die zwei Ergebnisse zeigen, dass die Hinweise auf *Sobilia*, *Cain* und die Hemisphären, die im Kontext der fraglichen Szene völlig erratisch wirken, vom Dichter ad hoc erfunden worden sind, weil ihm die aktuellen Maße seines sphärengemessenen Modells die notwendigen mathematischen Bedingungen boten, mit Hilfe der Schlüssel 26/64 und 180 die beiden durch die Zahl π definierten Figuren zu entwerfen. Dass es Dante bei den obigen zwei Diagrammen tatsächlich darum ging, seine wissenschaftlichen Bemühungen um die Zahl π zu dokumentieren, können wir noch genauer ermitteln, indem wir die in der Position 2.688 in enger metrischer Nachbarschaft stehenden Ergebnisse in eine approximative Gleichung bringen und diese dann nach π auflösen:

$$\begin{aligned} \pi^6 \cdot (26/64)^{12} \cdot 10^{12} &\approx (\pi \cdot 180^2 \cdot 10^5) \cdot 6/\pi \\ \pi^6 &\approx (64/26)^{12} \cdot 180^2 \cdot 6 \cdot 1/10^7 \approx 962,0015521 \\ \pi &\approx \sqrt[6]{962,0015521} \approx 3,141926072 \end{aligned}$$

Die mittels des Abgleichs der beiden Resultate erzielte Näherung für π weist eine Differenz von nur 0,0003 gegenüber 3,1415926 auf. Die bemerkenswerte Präzision dieses Werts erscheint mathemathikhistorisch problematisch, sie ist aber durch das auf den poetischen Zeichen der Protagonistin Beatrice beruhende π -Intervall abgesichert.

4.2. *Spagna, Sibia, Setta*

Die drei Verse der Textstelle *Inf.* XXVI 103-111, in der die genannten Toponyme vorkommen, nehmen folgende Positionen ein:

3535	L'un lito e l'altro vidi infin la Spagna	3536
	[...]	
3542	da la man destra mi lasciai Sibia;	3543
3543	da l'altra già m'avea lasciata Setta.	3544

Für die Analyse des Verweises auf den Ländernamen benötigen wir die gemetrische Korrespondenz SPAGNA \cong 55 (= 18 + 15 + 1 + 7 + 13 + 1). Mit Hilfe des Operators 55 lassen sich zwei den Wert $\sqrt{\pi}$ isolierende Diagramme bestimmen, und zwar eine Figur am Anfang und die zweite

unmittelbar nach dem Ende des Verses, sozusagen – im Sinne des Wortlauts – ‚an den beiden Ufern‘ der metrischen Position:

d	$V_{\square} = d^3 = V_{\circ} \cdot 6/\pi$	$V_{\circ} = d^3 \cdot \pi/6$
3.535,151362	44.179.829.970	23.132.504.880
		$\sqrt{\pi} \cdot (1/55)^{12} \cdot 10^{31}$
		$[(\sqrt{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{1/55^6}) \cdot (\sqrt{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{1/55^6})] \cdot 10^{31}$
3.536,03267	44.212.880.130	23.149.809.900
		$4/\pi \cdot 1/55 \cdot 10^{12}$
		$[(1/\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{1/55} \cdot 100^3) + (1/\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{1/55} \cdot 100^3)] \cdot$
		$[(1/\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{1/55} \cdot 100^3) + (1/\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{1/55} \cdot 100^3)]$

Die Zahlenwerte der beiden im Zitat erwähnten Städtenamen lauten wie folgt: SIBILIA \triangleq 59 (= 18 + 9 + 2 + 9 + 11 + 9 + 1) und SETTA \triangleq 62 (= 18 + 5 + 19 + 19 + 1). Für unsere Suche nach einem geeigneten Analyse-schlüssel ist eine weitere Vorüberlegung anzustellen. Odysseus bringt seine beiden ‚Hände‘ in derart auffälliger Weise ins Spiel, dass wir seine Beschreibung wie folgt in eine Formel fassen können:

$$\text{SETTA: } \textit{links} - \text{ULISSE} - \textit{rechts: SIBILIA} \triangleq 62 - 81 - 59.$$

Wenn wir die geographisch begründete Disposition der gematrischen Codes 62-81-59 als die Zahl 628159 lesen und diesen Wert als Operator verwenden, entdecken wir in den beiden fraglichen metrischen Positionen zwei Diagramme, in denen erneut das ‚Prinzip der Kreismessung‘ als charakteristischer Rest zum Vorschein tritt, wobei die binäre Struktur der Ergebnisse auf Odysseus’ ‚Hände‘ anspielt:

d	$V_{\square} = d^3 = V_{\circ} \cdot 6/\pi$	$V_{\circ} = d^3 \cdot \pi/6$
3.542,637186	44.461.082.340	23.279.768.280
		$2\sqrt{\pi} \cdot (1/628159)^9 \cdot 10^{62}$
		$[\sqrt{\pi} \cdot (1/628159)^9 \cdot 10^{62}] + [\sqrt{\pi} \cdot (1/628159)^9 \cdot 10^{62}]$

d	$V_{\square} = d^3 = V_{\circ} \cdot 6/\pi$	$V_{\circ} = d^3 \cdot \pi/6$
3.543,935171	44.509.970.470	23.305.366.040
		$\pi^6 \cdot 628159^8 \cdot 1/10^{39}$
		$[(\pi^3 \cdot 628159^4) \cdot (\pi^3 \cdot 628159^4)] \cdot 1/10^{39}$

Diese abstrakten Zeichen repräsentieren das von Odysseus angeführte Motiv der Suche nach *canoscenza* ‚Erkenntnis‘ (*sic*, V. 120 = 3.552), womit aber Dante letztlich den eigenen Wissensdrang in mathematischer Gestalt präsentiert. Nebenbei sei bemerkt, dass das vorliegende und das vorhergehende Ergebnis nicht zuletzt von der Tatsache abhängen, dass der Autor sich der unterschiedlichen Codes der beiden (im Altitalienischen geläufigen) phonetischen Varianten des Städtenamens – zuerst *Sobilia*, dann *Sibilia* – bedient hat, um seine Berechnungen durchführen zu können. Ergänzend zu den obigen Befunden muss nun aber noch erwähnt werden, dass der Operator 628159 in der unmittelbar nachfolgenden Position eine weitere Figur mit $\sqrt{\pi}$ als Zeichen des Strebens nach Weisheit zutage fördert:

d	$V_{\square} = d^3 = V_{\circ} \cdot 6/\pi$	$V_{\circ} = d^3 \cdot \pi/6$
3.544,307639	44.524.005.980	23.312.715.010
	$2/\sqrt{\pi} \cdot 628159^2 \cdot 1/10$	
	$(1/\sqrt{\pi} \cdot 628159^2 \cdot 1/10) + (1/\sqrt{\pi} \cdot 628159^2 \cdot 1/10)$	

An der entsprechenden Textstelle *Inf.* XXVI 112 f. hebt Odysseus in seiner Erzählung gerade an, seine ‚Brüder‘, mit denen er nach Überwindung von ‚hunderttausend Gefahren‘ am westlichen Rand der bewohnten Erde angekommen ist, dazu aufzufordern, mit ihm die Fahrt hinaus auf die Weiten des Ozeans zu wagen, um die unentdeckte Welt zu erforschen:

3544	O frati – dissi –, che per centomilia	3545
3545	perigli siete giunti a l’occidente ...	3544

Nun stellt sich die Frage, warum das obige, auf dem Operator 628159 \triangleq SETTA–ULISSE–SIBILIA beruhende $\sqrt{\pi}$ -Diagramm an dieser Textstelle auftaucht, die inhaltlich nicht mehr zu dem durch die Städtenamen *Sibilia* und *Setta* evozierten Bild gehört. Um dieses Problem zu lösen, empfiehlt es sich, eine andere Frage zu stellen: Weshalb hat Dante hier in drei aufeinander folgenden Fällen das ‚Prinzip der Kreismessung‘ in Szene gesetzt? Die Antwort liefert das folgende Diagramm:

d	$V_{\square} = d^3 = V_{\circ} \cdot 6/\pi$	$V_{\circ} = d^3 \cdot \pi/6$
3.544,907702	44.546.623.970	23.324.557.770
	$(\sqrt{\pi} + \sqrt{\pi}) \cdot 10^3$	

Der Wert $2\sqrt{\pi} = 3,5449\dots$ beziehungsweise die Formel $(\sqrt{\pi} + \sqrt{\pi})$, das heißt der rechnerische Schlüssel der *quadratura circuli*, manifestiert sich hier bereits auf der Ebene des Durchmessers in reiner Form; denn es sind keine anderen Faktoren (außer dem dezimalen Modifikator 10^3) im Spiel. Das paradigmatische Diagramm ist im epischen Wortlaut dem am Ende der Position 3.544 stehenden geographischen Konzept *occidente* zugeordnet. Der ‚Westen‘ der bewohnten Welt, genauer gesagt der Atlantik unterhalb von Sevilla, galt Odysseus und der gesamten antik-mittelalterlichen Welt als Inbegriff der ‚Gefahr‘, weshalb das Überschreiten der Säulen des Herkules Richtung Weltmeer als Hybris geächtet war. Mittels dieser allegorischen Zuschreibung des mathematischen Konstrukts hat Dante offenbar zum Ausdruck bringen wollen, dass er das eigene Projekt einer auf die Erforschung der Kreiszahl bezogenen ‚philosophischen‘ Durchdringung seiner Dichtung ebenfalls als ein Unterfangen voller Risiken angesehen hat, in seinen Worten als einen „cammino alto e silvestro“ (*Inf.* II 142).

4.3. *Gade*

Wegen des inhaltlichen Zusammenhangs sei hier gleich die Betrachtung der Verse *Paradiso* XXVII 82-84 angeschlossen, in denen Dante – ca. 10.000 Verse später, bei seinem Blick aus der Sphäre des Fixsternhimmels auf die Erde – an Odysseus’ Fahrt über Cádiz hinaus erinnert:

13296	sì ch’io veda di là da Gade il varco	13297
13297	folle d’Ulisse, e di qua presso il lito	13298
13298	nel qual si fece Europa dolce carco.	13299

Zur Analyse dieser Positionen sind neben den Zahlenwerten 42 (DANTE) und 81 (ULISSE) noch die Codes der beiden anderen im Text erwähnten Namen erforderlich, nämlich GADE $\cong 17$ ($= 7 + 1 + 4 + 5$) und EUROPA $\cong 72$ ($= 5 + 20 + 17 + 14 + 15 + 1$). Da bei dem bis zur Hälfte der Terzine entwickelten Bild nur die drei Terme *io* (DANTE), GADE und ULISSE beteiligt sind, soll als Operator zunächst das Produkt der entsprechenden Zahlenwerte 42, 17 und 81 erprobt werden. Dieser Ansatz führt uns innerhalb der metrischen Grenzen des Segments [*folle d’Ulisse*] erneut zu einem Diagramm mit exponiertem ‚Prinzip der Kreismessung‘:

d	$V_{\square} = d^3 = V_{\circ} \cdot 6/\pi$	$V_{\circ} = d^3 \cdot \pi/6$
13.297,18622	2.351.144.126.000	1.231.056.185.000
	$2\pi \cdot (42 \cdot 17 \cdot 81)^6 \cdot 1/10^{17}$	

Mit Bezug auf die im Verb *vedea* angesprochenen Augen des irdischen Betrachters kann die Reihe der ikonischen Faktoren in ein zweifach gestaffeltes Ensemble aus binären Strukturen umgewandelt werden:

$$2\pi \cdot (42 \cdot 17 \cdot 81)^6 = (\pi + \pi) \cdot (42 \cdot 17 \cdot 81)^6 = \\ \{[\sqrt{\pi} \cdot (42 \cdot 17 \cdot 81)^3] \cdot [\sqrt{\pi} \cdot (42 \cdot 17 \cdot 81)^3]\} + \\ \{[\sqrt{\pi} \cdot (42 \cdot 17 \cdot 81)^3] \cdot [\sqrt{\pi} \cdot (42 \cdot 17 \cdot 81)^3]\}.$$

Was nun den Inhalt der gesamten Terzine angeht, sehen wir, dass der Dichter eine lokale Disposition dreier Punkte fixiert, nämlich:

ULISSE (81): *jenseits* – GADE (17) – *diesseits*: EUROPA (72)

Die geographische Anordnung ist in die numerische Sequenz 81-17-72 und damit in die Zahl 811772 überführbar. Wenn nun – gemäß dem Wortlaut des Textes – zusätzlich noch DANTE und dessen Augen mit der Formel $(42 \cdot 2)$ in Rechnung gestellt werden, ergibt sich folgender, die gesamte Szene als numerischen Ausdruck abbildender Operator: $(811772 \cdot 42 \cdot 2)$. Mit Hilfe dieses Schlüssels lässt sich im vorliegenden Fall ein Diagramm identifizieren, in dem Beatrices *enigma forte* – das heißt die Formel φ/π – als charakteristischer Rest erscheint, wobei das Gesamtergebnis erneut durch den Faktor 2 als ikonischen Repräsentanten der Augen des Jenseitswanderers modifiziert erscheint:

d	$V_{\square} = d^3 = V_{\circ} \cdot 6/\pi$	$V_{\circ} = d^3 \cdot \pi/6$
13.298,05327	2.351.604.078.000	1.231.297.016.000
	$2 \cdot 1/515 \cdot (811772 \cdot 42 \cdot 2)^3 \cdot 1/10^9$	
13.297,74157	2.351.438.724.000	1.231.210.437.000
	$2 \cdot \pi/\varphi \cdot (811772 \cdot 42 \cdot 2)^3 \cdot 1/10^{12}$	
	$[\pi/\varphi \cdot (811772 \cdot 42 \cdot 2)^3 \cdot 1/10^{12}] + [\pi/\varphi \cdot (811772 \cdot 42 \cdot 2)^3 \cdot 1/10^{12}]$	

Auch dieses Ergebnis zeigt, dass der Dichter eine allegorische Beziehung zwischen dem Forscherdrang des griechischen Helden und der eigenen Suche nach den abstrakten Grundlagen des Kosmos gestalten wollte.

4.4. *Ibero*

Die Bezeichnung *Ibero* für Spanien oder die gesamte Iberische Halbinsel findet sich in V. 3 des Exordiums von *Purgatorio* XXVII, das folgende Positionen im metrischen Corpus des Epos aufweist:

8436	Sì come quando i primi raggi vibra	8437
8437	là dove il suo <i>Fattor</i> lo sangue sparse,	8438
8438	cadendo <i>Ibero</i> sotto l'alta <i>Libra</i>	8439
8439	e l'onde in <i>Gange</i> da <i>nona</i> riarse,	8440
8440	sì stava il sole: onde 'l giorno se n' giva,	8441
8441	come l'angel di Dio lieto ci apparse.	8442

Der Verweis auf *Ibero* erscheint hier in ein komplexes Geflecht anderer Bezüge eingebunden, das in einem insgesamt fünf Verse einnehmenden Satzgefüge ausgebreitet wird und offenbar die epische Funktion erfüllt, als retardierender Vorspann zu der erst in Position 8.441 geschilderten Engel-Erscheinung zu dienen. Den einzelnen Termen sind folgende gematriscie Zahlenwerte zuzuordnen: „Fattor [= ‚Schöpfer‘ der Sonne, ‚der sein Blut vergossen hat‘] = CRISTO \triangleq 80 (= 3 + 17 + 9 + 18 + 19 + 14); IBERO \triangleq 47 (= 9 + 2 + 5 + 17 + 14); LIBRA \triangleq 40 (= 11 + 9 + 2 + 17 + 1); GANGE \triangleq 33 (= 7 + 1 + 13 + 7 + 5). Hinzu kommt noch das explizit erwähnte Zahlwort *nona* (= 9) als Zeitpunkt der am Ganges herrschenden Mittagshitze. Aus allen genannten Werten kann folgender Operator gebildet werden: $(80 \cdot 47 \cdot 40 \cdot 33 \cdot 9) = 46.668.800$. Wenn wir mit diesem Schlüssel den aktuellen Stand der Expansion des kosmologischen Modells der *Commedia* untersuchen, können wir am Ende des Vorspanns erneut ein Diagramm ermitteln, das auf den Wert 2π (= $\pi + \pi$) hin ausgerichtet ist:

$$\frac{\begin{array}{ccc} d & V_{\square} = d^3 = V_{\circ} \cdot 6/\pi & V_{\circ} = d^3 \cdot \pi/6 \\ 8.440,941524 & 601.412.810.900 & 314.899.011.400 \end{array}}{2\pi \cdot 1/(80 \cdot 47 \cdot 40 \cdot 33 \cdot 9)^2 \cdot 10^{26}}$$

Wie gewohnt kann das Ergebnis in Zweierstrukturen umgewandelt werden (wobei hier aus Platzgründen auf die Berücksichtigung des dezimalen Modifikators 10^{26} verzichtet werden muss):

$$\{[\sqrt{\pi} \cdot 1/(80 \cdot 47 \cdot 40 \cdot 33 \cdot 9)] \cdot [\sqrt{\pi} \cdot 1/(80 \cdot 47 \cdot 40 \cdot 33 \cdot 9)]\} + \{[\sqrt{\pi} \cdot 1/(80 \cdot 47 \cdot 40 \cdot 33 \cdot 9)] \cdot [\sqrt{\pi} \cdot 1/(80 \cdot 47 \cdot 40 \cdot 33 \cdot 9)]\}$$

In dieser Formel finden die im Text angesprochenen Zweierparadigmata ‚Morgen‘ versus ‚Abend‘ und ‚Mittag‘ versus ‚Mitternacht‘ sowie Dantes

Blick auf das geographisch-astronomische Ereignis des 24 Stunden umfassenden Laufs der Sonne eine abstrakte Abbildung.

Unmittelbar nach dieser Stelle, wo es heißt, der Tag sei vorüber, teilt uns der Dichter mit, dass *ci* ‚uns‘ – das heißt dem Jenseitswanderer und seinem Führer Vergil – der ‚Engel Gottes‘ erschienen sei. Wenn wir als numerisches Äquivalent des Pronomens *ci* die Summe der beiden Codes 42 (DANTE) und 97 (VIRGILIO) – also (42 + 97) – setzen, können wir mit diesem Schlüssel am Anfang der Position 8.441 folgende Figur bestimmen:

d	$V_{\square} = d^3 = V_{\circ} \cdot 6/\pi$	$V_{\circ} = d^3 \cdot \pi/6$
8.441,105666	601.447.896.600	314.917.382.300
		$61 \cdot 1/(42 + 97)^9 \cdot 10^{29}$

Die beiden durch diese Berechnung neben der gematrischen Formel (42 + 97) zutage tretenden Zahlen sind einerseits der Wert 9 als Exponent des Operators und andererseits (insbesondere!) der Wert 61 als isolierter Restfaktor. Da die beiden Numeralia abstrakte Zeichen des Wesens (9) beziehungsweise des Namens (61) der Freundin und Führerin des Jenseitswanderers darstellen, kann der anonyme ‚Engel Gottes‘ aus dem Exordium von *Purgatorio* XXVII als Präfiguration oder Alter Ego der wenige *canti* später vom Himmel herabsteigenden Beatrice identifiziert werden. Nun stellt sich aber die Frage, ob es zwischen dem auf das Ende des Tages verweisenden Diagramm, welches die lange Einleitung mathematisch resümiert, und der in unmittelbarer Nähe befindlichen Figur mit der Chiffre des himmlischen Gesandten irgendeine Beziehung gibt. Um diese Frage zu beantworten, stellen wir die beiden eng benachbarten Ergebnisse in eine approximative Gleichung, wobei sich zeigt, dass die gesamte Formel nach π auflösbar ist:

$$2\pi \cdot (1/80 \cdot 47 \cdot 40 \cdot 33 \cdot 9)^2 \cdot 10^{26} \approx 61 \cdot (1/42 + 97)^9 \cdot 10^{29}$$

$$\pi \approx [1/2 \cdot (80 \cdot 47 \cdot 40 \cdot 33 \cdot 9)^2] \cdot [61 \cdot (1/(42 + 97)^9)] \cdot 10^3$$

$$\pi \approx 3,141775931.$$

Der aus dem Abgleich der beiden Diagramme resultierende Wert 3,1417759 weist gegenüber $\pi = 3,1415926$ eine Abweichung von nur ca. 2/10.000 auf. Dieser Befund zeigt, dass Dante das ausgedehnte chronotopographische Exordium von *Purgatorio* XXVII mit dem einleitenden Hinweis auf *Ibero* = Spanien erfunden hat, um mit dem Auftritt des Engels eine der zahlreichen von ihm ermittelten Näherungswerte für die irrationale Größe π in der *poiesis* des oben zitierten Textstücks zu verarbeiten und

auf diesem Wege erneut seine unentwegte Suche nach dem *principio per misurar lo cerchio* zu dokumentieren. Nicht zuletzt konnte er damit gleichzeitig den ungewöhnlich avancierten Stand der eigenen mathematischen Kenntnisse gebührend herausstellen. In der Tat, von den oben beschriebenen Befunden dürfte vor allem das zuletzt ermittelte Ergebnis, nämlich der nur um 2/10.000 abweichende Näherungswert für π , wohl kaum einer rein zufälligen Konvergenz von stereometrischen Maßen, gematrischen Codes und mathematischen Schlüsselzahlen der Kreisberechnung zuzuschreiben sein.

5. Fazit

Die oben dargebotenen Analysen zeigen, dass der Dichter die im Wortlaut seines epischen Textes angeführten geographischen Referenzen auf Spanien als Instrumente eines in der metrischen Tiefenstruktur der *Commedia* entwickelten mathematischen Modells des Kosmos verwendet hat. Zusammen mit meinen früheren Arbeiten wird somit durch die neuen Exempla einer *Lectura Dantis geometrica* folgende generelle Erkenntnis bestätigt: Im Gegensatz zum Prinzip der *pluralitas*, das die im Wortlaut des Jenseitsberichts geschilderten Begegnungen, Gespräche, Bilder und Gedanken beherrscht, ist der im mathematischen Subtext des Epos entfaltete geheime Schriftsinn durch und durch vom antonymen Konzept der *unitas* geprägt. Mit der im Werk realisierten Vereinigung zweier derart konträrer Ansätze ist Dante ganz dem aus Gegensatzpaaren konstruierten Weltbild der Pythagoreer verpflichtet. Dies fügt sich im Übrigen zu der oben erläuterten Beobachtung, dass der Dichter – mittels der numerischen Trias 9-16-25 – sowohl den chronologischen Rhythmus der in der *Vita Nova* erzählten Liebesgeschichte als auch die Struktur der in der *Commedia* beschriebenen Räume der Jenseitsreiche im Einklang mit dem Lehrsatz $a^2 + b^2 = c^2$ gestaltet hat. Dantes Kompositionstechnik kann somit zusammenfassend als *poiesis pythagorica* bezeichnet werden.

Zum obersten Grundsatz einer solchen Symbiose von Dichtung und Wissenschaft hat der *poeta-filosofo* selbst die gedankliche und kompositorische Beziehung bestimmt, die aus seiner Sicht zwischen dem epischen *iter mentis ad Deum* und der mathematischen Erforschung des ‚Prinzips der Kreismessung‘ besteht. Auf diesen Zusammenhang lässt Dante bereits in einer der in der *Vita Nova* (*cap.* XII) geschilderten Visionen niemand Geringeren als seinen poetischen Herrn, Gott Amor, mit Worten hinweisen, die

von Euklids berühmter Definition des Kreises inspiriert sind: „Ego tanquam centrum circuli, cui simili modo se habent circumferentie partes [...]“. In seiner Eigenschaft als Alter Ego der Protagonistin Beatrice und damit gleichzeitig als Verkörperung der Dichtung präsentiert Amor mit seiner abstrakten Selbstdefinition eine Art poetologischer Präambel zu dem *opus maius*, in dem Dante Poesie und Geometrie einer vollkommenen Einheit von Inhalt und Form zugeführt hat.

Den beiden Ebenen der Komposition können die Termini *sensus litteralis* und *sensus allegoricus* zugeordnet werden, die der Dichter selbst in einem ebenfalls als selbstbezügliches Zeugnis angelegten Brief an Cangrande della Scala als Schlüssel zum *sensus polisemos* der *Commedia* präsentiert hat (cf. ed. Cecchini 1995). Die parallele Entfaltung des sprachlichen und des mathematischen Symbolisierungssystems dürfte sich schließlich auch noch mit Hilfe der beiden Begriffe *Kommunikation* und *Repräsentation* beschreiben lassen. Mit diesem an Gerhard Penzkofers Arbeit angelehnten terminologischen Zugriff können wir nämlich die Ergebnisse des vorliegenden Beitrags wie folgt zusammenfassen: Dante konzipiert die im Wortlaut seines Epos *kommunizierten* geographischen Bezeichnungen nicht schlicht als rein toponymische Zeichen, vielmehr erhebt er sie gleichzeitig zu numerischen Größen, deren semiotische Funktion darin besteht, zentrale Faktoren einer „unter dem Schleier der seltsamen Verse verborgenen Lehre“ zu *repräsentieren*.¹⁰

¹⁰ Cf. die metapoetische Apostrophe an den Leser in der berühmt-berüchtigten Terzine *Inf.* IX 61-63 und meine Deutung dieser Textstelle (Pötters 2004).

Bibliographie

- Alighieri, Dante (1932): *La Vita Nuova*. Edizione critica per cura di Michele Barbi. Firenze: Bemporad.
- (1996): *La Commedia*. Testo critico secondo i più antichi manoscritti fiorentini, a cura di Antonio Lanza. Anzio: De Rubeis.
- (1991-97): *Commedia*. Con il commento di Anna Maria Chiavacci Leonardi. Milano: Mondadori.
- (1995): *Epistola a Cangrande*, a cura di Enzo Cecchini. Firenze: Giunti.
- Arce, Joaquín (1976): „Spagna.“ In: *Enciclopedia Dantesca*. Vol. 5, s.v. Roma: Treccani (jetzt auch <http://www.treccani.it/enciclopedia/spagna_%28Enciclopedia-Dantesca%29/>>).
- Gizzi, Corrado (1974): *L'astronomia nel Poema Sacro*. Napoli: Loffredo.
- Hardt, Manfred (1989): „I numeri nella poetica di Dante.“ In: *Studi Danteschi*. Vol. 61, 1-27.
- Pötters, Wilhelm (2004): „La dottrina sotto 'l velame (*Inf.* I 61-63). Ermetismo ed ermeneutica.“ In: Giosuè Lachin und Francesco Zambon (Hg.): *OBSCURITAS. Retorica e poetica dell'oscuro*. Atti del XXIX Convegno di Bressanone. Trento: Università di Trento, 213-256.
- (2008): „L'*enigma forte* di Dante: un caso di polisemia poetica.“ In: *Studi Danteschi*. Vol. 73, 1-17.
- (2011): „Circolarità e armonia. Principî geometrici nella poesia medievale dai Siciliani a Dante.“ In: Claudio Bartocci, Piergiorgio Odifreddi (Hg.): *La matematica*. Vol. 3: *Suoni parole forme*. Torino: Einaudi, 703-762.
- (2013): „Il nome Beatrice *in su lo nove*. Poesia e poetica nel cap. VI della *Vita Nova*.“ In: *Letteratura Italiana Antica*. Vol. 12, 129-162.