

Der probabilistische Ansatz zur Modellierung des räumlichen Einkaufsverhaltens

Ralf Klein, Würzburg

1 Einleitung

Seitdem von HUFF (1962, 1963, 1964) der probabilistische Modellansatz als Analyseinstrument für die Bestimmung von Marktgebieten eingeführt wurde, ist die Spezifikation des Modells bis heute Gegenstand zahlreicher Fachbeiträge. Auch in der wirtschaftswissenschaftlichen Lehre wird es vermittelt und z.B. zur Prognose des Umsatzes von Einzelhandelsbetrieben eingesetzt (vgl. MÜLLER-HAGEDORN / SCHUCKEL 1995a, 1995b). Die Diskussion über die Modellspezifikation zielt im Allgemeinen auf eine Verbesserung der Anpassung an empirisch erhobene Daten zur Beschreibung der realen Situation ab. Diese Überlegungen beziehen sich fast ausschließlich auf die Operationalisierung der Distanz zwischen den Nachfrage- und Angebotsorten sowie ihrer funktionalen Ausprägung.

Distanz kann zum einen als räumliche Entfernung in Kilometern gemessen werden, wobei zwischen realweltlichen Distanzen entlang Verkehrswegen und theoretischen Distanzen, z.B. Euklidischer oder City-Block-Distanzen, unterschieden werden kann. Zum anderen kann Distanz auch als zeitliche Entfernung oder als Kosten operationalisiert werden. Die Distanz hat eine große Bedeutung für die Raumanalyse nach der raumwissenschaftlichen Konzeption der Geographie, weil durch sie Raumstrukturen beschrieben und erklärt werden können. Sehr einfach und anschaulich ist dieser Zusammenhang bei den klassischen Standortmodellen von Christaller, v. Thünen und Weber. Mittels preistheoretischer Überlegungen kann gezeigt werden, dass aufgrund des Standortfaktors eine Veränderung der marktwirtschaftlichen Situation von der polypolistischen zu der monopolistischen Marktform stattfindet und dass die Modelle dadurch ineinander überführt werden können. Sie stellen damit keine verschiedenen Modellansätze dar, sondern sind Modifikationen eines Modellansatzes, der auf einer Adaption der Preistheorie auf räumliche Strukturelemente basiert (vgl. KLEIN 2005).

Zahlreiche Beiträge thematisieren die funktionale Ausprägung der Distanz, so auch KANHÄUSSER in diesem Band. Der zweite Abschnitt seines Beitrags enthält eine ausführliche Darstellung der Diskussion zu der Entfernungsfunktion und dem Entfernungskoeffizienten, weshalb hier darauf verwiesen werden kann. Seine Überlegungen, wie auch die von PFAFFENBERGER / WIEGERT (1965), KAU (1970), BUCKLIN (1971), BATTY (1978), BUTZIN (1980), SCHÖLER (1981), THIELE (1983), LÖFFLER (1999), konzentrieren sich auf die Modellierung der Distanzfunktion zur bestmöglichen Abbildung realer Einkaufsorientierungen. Die empirischen Untersuchungen von KANHÄUSSER zeigen ebenso wie die Ergebnisse von BUTZIN (1980) und THIELE (1983), dass die erhobenen Einkaufshäufigkeiten mit zu-

nehmender Distanz zum Angebotsort kleiner werden und eine s-förmige Variation aufweisen. Die Einkaufshäufigkeiten sinken im Nahbereich zunächst nur wenig, fallen dann steil ab und nähern sich im weiteren Verlauf asymptotisch der Abszissenachse. Die Kurve hat somit zwei Wendepunkte. Versucht man nun, diesen Kurvenverlauf modellhaft abzubilden, kann dies z.B. über die Normalverteilungsfunktion, die Arcustangensfunktion oder die Regressionsfunktion von VERHULST erfolgen. Dabei wird in der Regel so vorgegangen, dass die Distanzfunktion bestmöglich an die empirischen Werte angepasst wird. Unter Bezugnahme auf das probabilistische Modell bzw. auf die grundlegenden gravitationstheoretischen Überlegungen findet dazu häufig die diesen Modellen immanente Potenzfunktion mit negativem Exponenten (Hyperbel) Anwendung. Diese Funktion hat allerdings die Eigenschaft, dass die Funktionswerte mit zunehmender Distanz sehr schnell abnehmen, wodurch die empirisch nachweisbare Bindung an den Angebotsort in seinem Nahbereich, die auch als „Plateau-Effekt“ bezeichnet wird, nur unzureichend abgebildet wird. Zur Lösung dieses Problems werden für die Modellierung andere Funktionen als die Hyperbel herangezogen. In diese Kurvenanpassung geht die Distanz als Variable bzw. Zahlenreihe ein. Ziel der Modellierung ist somit stets die Ermittlung einer Distanzfunktion, welche die realen Einkaufshäufigkeiten bzw. -wahrscheinlichkeiten möglichst realitätsnah abbildet.

In diesem Beitrag wird nicht der Frage nachgegangen, welche Distanzfunktion den s-förmigen Verlauf der in verschiedenen empirischen Studien nachgewiesenen Zuordnung zu den jeweiligen Angebotsorten in geeigneter Weise abbilden kann, sondern welchen Verlauf die Wahrscheinlichkeitsfunktion des probabilistischen Modells von HUFF selbst hat. Der Unterschied liegt darin, dass die Wahrscheinlichkeit nicht als direkt funktional abhängig von der Distanzvariablen gesehen wird, sondern als abhängig von dem gesamten Ausdruck, den der Modellansatz formuliert. Der Ansatz umfasst die Berücksichtigung einer weiteren Variablen für die Attraktivität der Angebotsorte sowie einen Algorithmus für die Berücksichtigung konkurrierender Standorte. Die Auswirkungen der Variation einzelner Modellelemente sind daher nicht unmittelbar erkennbar, weshalb für die Untersuchung ein experimenteller Zugang gewählt wurde. Als Ergebnis kann nachgewiesen werden, dass

die Wahrscheinlichkeitsfunktion des probabilistischen Modellansatzes einen s-förmigen Verlauf hat und dadurch geeignet ist, räumliche Einkaufsorientierungen zu beschreiben, zu analysieren und zu prognostizieren.

2 Grundlagen zum probabilistischen Modellansatz

Ansatzpunkt der Überlegungen ist, dass in der Regel versucht wird, empirische Wahrscheinlichkeiten (p) bzw. Häufigkeiten des Aufsuchens von Angebotsorten (Geschäften) mittels einer Distanzfunktion abzubilden. Dabei wird unterstellt, dass Wahrscheinlichkeiten in Abhängigkeit von der Entfernung variieren. Unter der Annahme, dass die Wahrscheinlichkeiten mit Zunahme der Distanz (d) bzw. dem Quadrat der Distanz (d^2) abnehmen, lässt sich dieser Zusammenhang formal ausdrücken als:

$$p = \frac{1}{d} \quad \text{bzw.} \quad p = \frac{1}{d^2}$$

Eine solche Parametrisierung der Distanz wird auch in dem probabilistischen Modellansatz (HUFF-Modell) verwendet. Hintergrund ist die Ableitung dieses sozialphysikalischen Modells aus gravitationstheoretischen Ansätzen, die bereits sehr früh zur Analyse von räumlichen Einkaufsorientierungen verwendet worden sind (vgl. REILLY 1929 u. 1931, CONVERSE 1949). Diese Ansätze sind wegen ihres gemeinsamen Ursprungs ineinander überführbar (vgl. KLEIN 1992).

Allerdings ist bei der Betrachtung (und Kritik) des HUFF-Modells die Formulierung eines Zusammenhangs zwischen der Distanz und der Einkaufswahrscheinlichkeit aufgrund einer mathematischen Funktion für die Distanz in unzulässiger Weise verkürzt. Stattdessen sind die wesentlichen formalen Voraussetzungen und Merkmale dieses Modells zu berücksichtigen:

1. Das Modell bezieht sich auf ein geschlossenes System mit einer bestimmten Anzahl n von Nachfrageorten und einer Anzahl m von Angebotsorten. Formal ausgedrückt bilden die Nachfrageorte die Zeilen und die Angebotsorte die Spalten einer Konnektivitätsmatrix.
2. Die berechneten Einkaufswahrscheinlichkeiten beziehen sich jeweils auf das Aufsuchen eines bestimmten Angebotsortes. Das bedeutet, dass die Zeilensummen den Wert 1 ergeben bzw. dass durch das Modell die am Nachfrageort vorhandene Kaufkraft probabilistisch auf die (relevanten) Angebotsorte aufgeteilt wird.
3. Angebotsorte können, müssen aber nicht Nachfrageorte sein. Ist dies der Fall, ist auch die Hauptdiagonale der Wahrscheinlichkeitsmatrix besetzt.
4. Das Modell von HUFF beruht auf einem probabilistischen Ansatz. Zielgröße des Modells bzw. die abhängige Variable sind Einkaufswahrscheinlichkeiten für das Aufsuchen von Angebotsorten in einem System von mehreren konkurrierenden Standorten. In dem Modell von REILLY ist dagegen die Zielgröße das Verhältnis von zwei im Wettbewerb stehenden Angebotsorten, in dem Modell von CONVERSE ist die Zielgröße die Distanz zur Marktgebietsgrenze zwischen zwei Angebotsorten.

Wahrscheinlichkeiten werden nach dem Laplace-Prinzip als Anteilswerte von Ereignissen an der Gesamtheit der Ereignisse ausgedrückt. Zum Beispiel ist die Wahrscheinlichkeit eine Sechs zu würfeln $1/6$. Wahrscheinlichkeiten machen also nur dann Sinn, wenn mehrere Alternativen vorliegen. Bei einer einzigen Alternative besteht nur die Möglichkeit des sicheren Ereignisses, d.h. $p = 1/1 = 1$.

Die möglichen Ereignisse im Potentialmodell sind dementsprechend das Aufsuchen von Angebotsorten. Der probabilistische Ansatz ist also nur dann sinnvoll anwendbar, wenn zwei oder mehr Alternativen, d.h. Angebotsorte, vorliegen. Umgekehrt wäre im Extremfall ein einziger Nachfrageort für die Anwendbarkeit des Potentialmodells hinrei-

chend, für den das Modell ein sicheres Ereignis generieren würde, d.h. $p = 1$. Dieser Fall ist vergleichbar mit restriktiven modellhaften Annahmen wie z.B. in dem Zentrale-Orte-Modell oder der Nearest-Center-Hypothese. Auch wenn das Zentrale-Orte-System als gesamtwirtschaftliche Standorttheorie verstanden wird (SCHÄTZL 2003, KULKE 2006), beruht die Aufstellung des Modells und insbesondere ihre räumliche – in dem bekannten Hexagonalmuster symbolisierte – Ausprägung auf einer jeweils paarweisen Betrachtung von dem jeweiligen Standort und seines am nächsten liegenden Nachbarstandorts. Auf diesem rein distanziellen Prinzip können auch für irreguläre Standortmuster Einzugsbereiche definiert werden (THIESSEN-Polygone, VORONOI-Polygone). Für eine großräumige, pragmatische Perspektive sind solche Ansätze ein geeignetes Planungsinstrument, für eine realitätsnahe Analyse räumlicher Einkaufsentscheidungen – insbesondere auf der kleinräumigen Ebene, z.B. der stadträumlich differenzierenden Ebene – ist dagegen die Annahme der Nearest-Center-Hypothese als wenig geeignet anzusehen, da sich dort die Wettbewerbssituation in räumlicher Hinsicht (Standortwettbewerb) eher polyopolistisch als monopolistisch darstellt (s.o.).

Ein wahrscheinlichkeitsorientierter Modellansatz hingegen berücksichtigt die Entscheidungssituation, dass mehrere Alternativen vorhanden sind. Inwieweit die Alternativen relevant für die Entscheidungssituation sind, kann z.B. durch ihre Wirksamkeit aufgrund ihrer Attraktivität und ihrer Erreichbarkeit sowie durch ergänzende heuristische Regeln festgelegt werden (vgl. KLEIN 1992). Beide Faktoren gehen in die Formulierung des probabilistischen Modellansatzes nach HUFF ein:

$$P_{ij} = \frac{\frac{A_j}{d_{ij}^2}}{\sum_{j=1}^m \frac{A_j}{d_{ij}^2}}$$

Daraus folgt, dass die Prüfung der Eignung dieses Modells anhand des in diesem Modell formulierten funktionalen Zusammenhangs, das die Situation von Wahlalternativen berücksichtigt, erfolgen muss und nicht allein durch die Distanzfunktion.

Die Untersuchung dieser Fragestellung folgt drei Zugängen: einem experimentellen, einem formalen und einem methodischen Zugang.

3 Experimentelle Parametrisierung des Modellansatzes

Das mathematische Experiment lässt sich mit Hilfe eine Tabellenkalkulation durchführen. Der Aufbau der Tabelle berücksichtigt die Variation der Distanz sowie der Größen von dem jeweils als Ausgangspunkt betrachteten Angebotsort und der konkurrierenden Standorte. Die Wahlalternativen werden hier nicht differenziert, sondern in Form eines zweiten Standorts als globale Größe angenommen. Ziel des Experiments ist, die Wirkungen der

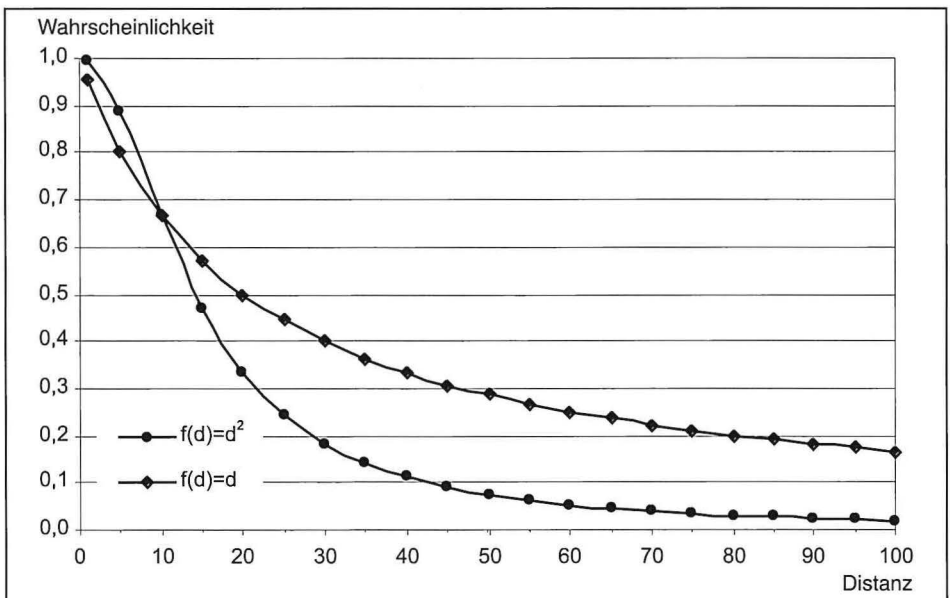
jeweiligen Einfluss nehmenden Faktoren auf die Wahrscheinlichkeitsfunktion zu analysieren. Den Aufbau der Tabelle zeigt Abb. 1:

Abb. 1: Aufbau des Berechnungsschemas für die Wahrscheinlichkeitsfunktion nach dem Huff-Modell bei einem konkurrierenden Anbieter

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Experimentielle Modellvariation								
2									
3	A1	A2	d12						
4	1000	500	10						
5									
6					d^1				
7	d	A1/d	A2/d	$\Sigma A/d$	p12	A1/d^2	A2/d^2	$\Sigma A/d^2$	p12
8	1	1000	50	1050	0,952	1000	5	1005	0,995
9	5	200	50	250	0,800	40	5	45	0,889
10	10	100	50	150	0,667	10	5	15	0,667
11	15	67	50	117	0,571	4	5	9	0,471
12	20	50	50	100	0,500	3	5	8	0,333
13	25	40	50	90	0,444	2	5	7	0,242

Quelle: Klein, eigene Berechnungen und Darstellung

Abb. 2: Veränderung der Wahrscheinlichkeit für Angebotsort 1 in Abhängigkeit von der Distanz bei konstanter Entfernung zu Angebotsort 2 von $d=10$

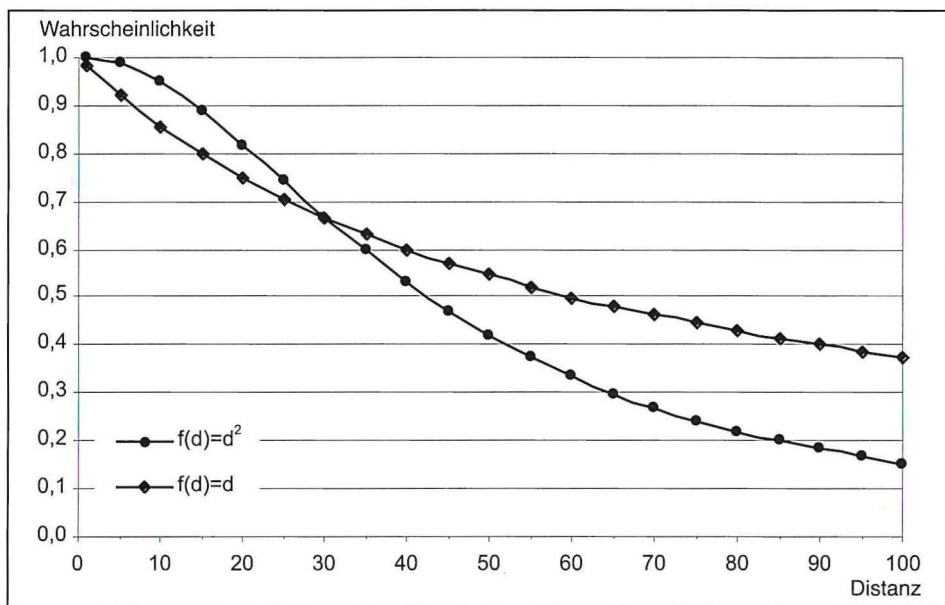


Quelle: Klein, eigene Berechnungen und Darstellung

Die Variation der Wahrscheinlichkeiten in Angebotsort 1 einkaufen zu gehen unter der Voraussetzung, dass sich die Attraktivität des Angebotsorts 2 (A2) nicht ändert, in Abhängigkeit der Distanzfunktionen $f(d)=d$ und $f(d)=d^2$ zeigt Abb. 2. Dabei wird angenommen, dass sich der konkurrierende Anbieter in einer Entfernung von $d=10$ befindet. In den Abb. 2 bis 15 und 18 ist auf der Abszisse die Distanz abgetragen, auf der Ordinate die Wahrscheinlichkeit.

Es zeigt sich, dass die unterschiedlichen Distanzfunktionen sich bei ähnlichen Distanzen, d.h. Werten in der Nähe von $d=10$ nicht sehr deutlich auswirken. In dem Intervall $[0,10]$ liegen die Kurven sehr nahe beieinander. Erst ab $d=20$ unterscheiden sich die Wahrscheinlichkeiten der beiden Funktionen erheblich. Variiert man die fixe Entfernung zu Angebotsort von $d=10$ zu $d=30$ ergibt sich der Kurvenverlauf in Abb. 3, der die geringen Unterschiede bei ähnlichen Distanzen bestätigt. Hier wird außerdem deutlich, dass die Wahrscheinlichkeiten des Potentialmodells bei der Distanzfunktion $f(d)=d^2$ eine Kurve mit einem s-förmigen Verlauf abbilden. Betrachtet man hingegen lediglich die Distanzfunktion $y=1/d^2$ für sich, zeigt sich ein hyperbolischer Verlauf.

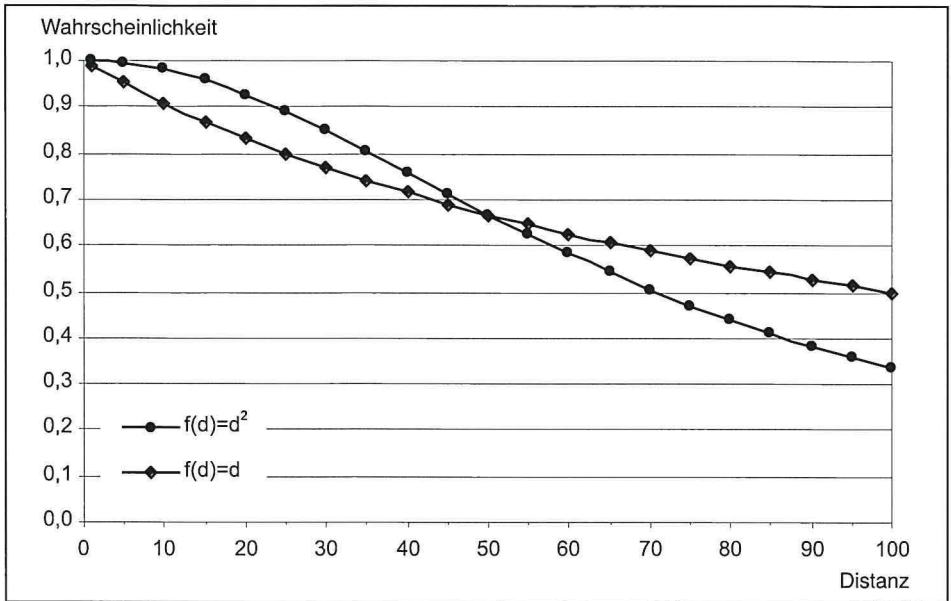
Abb. 3: Veränderung der Wahrscheinlichkeit für Angebotsort 1 in Abhängigkeit von der Distanz bei konstanter Entfernung zu Angebotsort 2 von $d=30$



Quelle: Klein, eigene Berechnungen und Darstellung

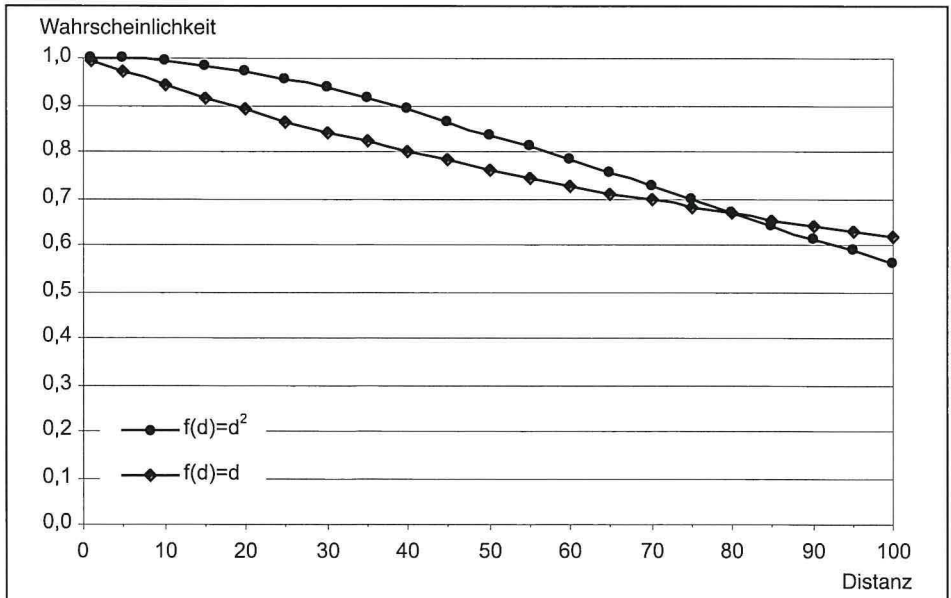
Erhöht man die Distanz zu Angebotsort 2 auf $d=50$ bzw. $d=80$ wird deutlich, dass die Funktionen einen zunehmend flacheren Verlauf annehmen, wodurch sich die daraus resultierenden Wahrscheinlichkeiten weiter annähern. Der s-förmige Verlauf der Funktion für die Wahrscheinlichkeiten ist nur noch ansatzweise erkennbar (vgl. Abb. 4 und 5).

Abb. 4: Veränderung der Wahrscheinlichkeit für Angebotsort 1 in Abhängigkeit von der Distanz bei konstanter Entfernung zu Angebotsort 2 von $d=50$



Quelle: Klein, eigene Berechnungen und Darstellung

Abb. 5: Veränderung der Wahrscheinlichkeit für Angebotsort 1 in Abhängigkeit von der Distanz bei konstanter Entfernung zu Angebotsort 2 von $d=80$



Quelle: Klein, eigene Berechnungen und Darstellung

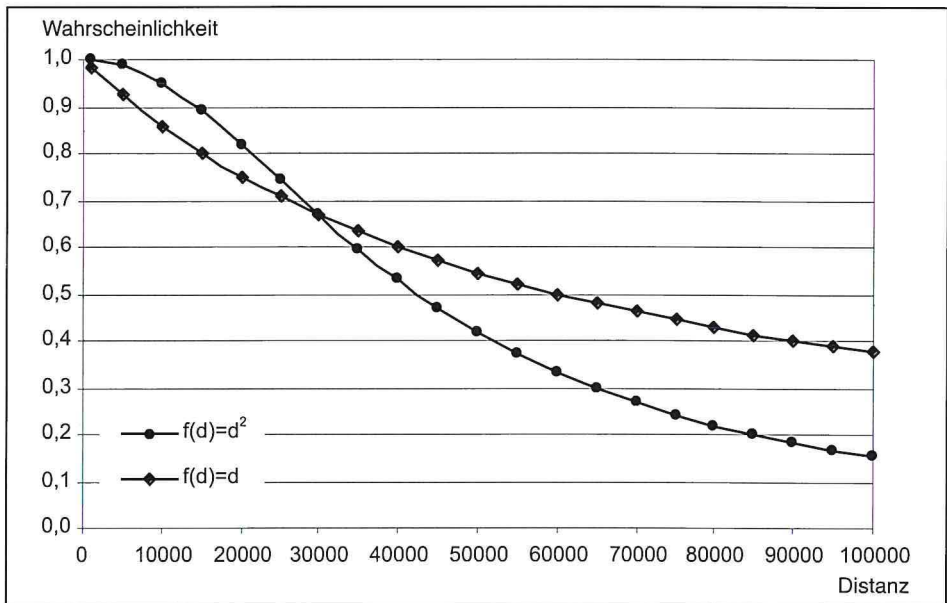
Die Distanzwerte in dem Beispiel können als metrische Entfernungen mit der Einheit Kilometer oder auch als Reisezeit mit der Einheit Minuten interpretiert werden. In beiden Fällen zeigen die Funktionsverläufe die Wahrscheinlichkeiten als abhängige Variable von real bzw. empirisch möglichen Distanzwerten.

In einem nächsten Schritt soll der Frage nachgegangen werden, ob sich die gefundenen Zusammenhänge bestätigen lassen, wenn die Einheiten für die Distanz verändert werden. Dadurch ändert sich der Wertebereich, auf den die Distanzfunktionen angewendet werden. So ist zum einen eine Dehnung des Wertebereichs möglich, indem anstelle von Kilometern Meter bzw. anstelle von Minuten Sekunden verwendet werden, und zum anderen eine Stauchung durch die Vergrößerung der Bezugseinheit. Bei der Reisezeit könnte die Entfernung in Stunden gemessen werden, bei der metrischen Entfernung ließe sich für diesen Zweck als künstliche Einheit „100-Kilometer“ definieren. Die Folge der Stauchung ist eine stärkere Berücksichtigung der Funktionsverläufe bei sehr kleinen Werten, auch bei Werten unter 1. Es kann aufgrund der vorangegangenen Abbildungen vermutet werden, dass der s-förmige Verlauf der Wahrscheinlichkeitsfunktion bei der quadrierten Distanz stärkere Bedeutung erhält.

Die Abbildungen 6 und 7 zeigen bei konstanten Entfernungen $d=30000$ bzw. $d=80000$, dass sich die Kurvenverläufe durch eine Streckung gegenüber dem ursprünglichen Wertebereich überhaupt nicht verändern.

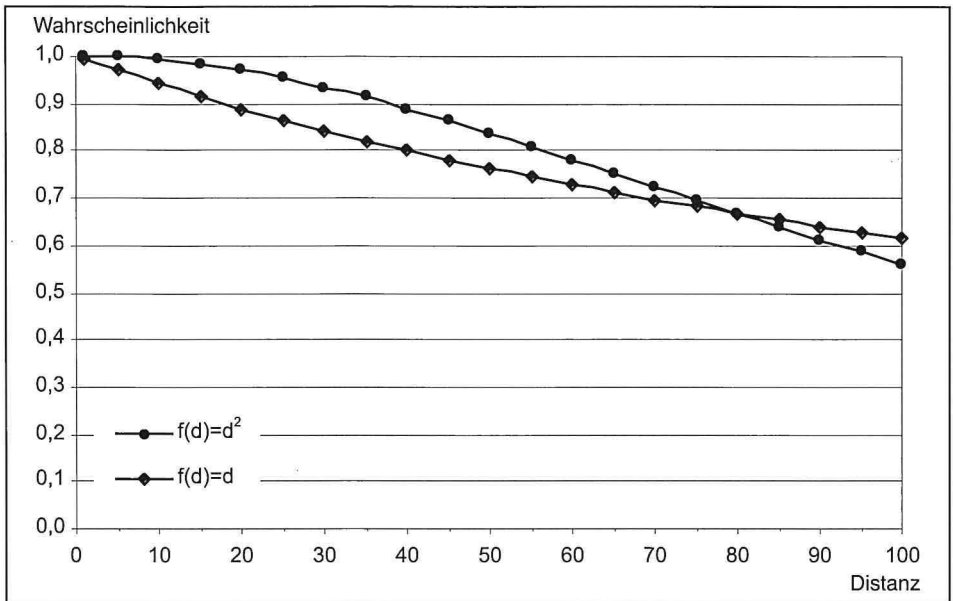
Gleiches ist allerdings auch für die Stauchung des Wertebereichs festzustellen (vgl. Abb. 8 und 9).

Abb. 6: Veränderung der Wahrscheinlichkeit für Angebotsort 1 in Abhängigkeit von der Distanz bei konstanter Entfernung zu Angebotsort 2 von $d=30000$ und Streckung des Wertebereichs für die Distanz



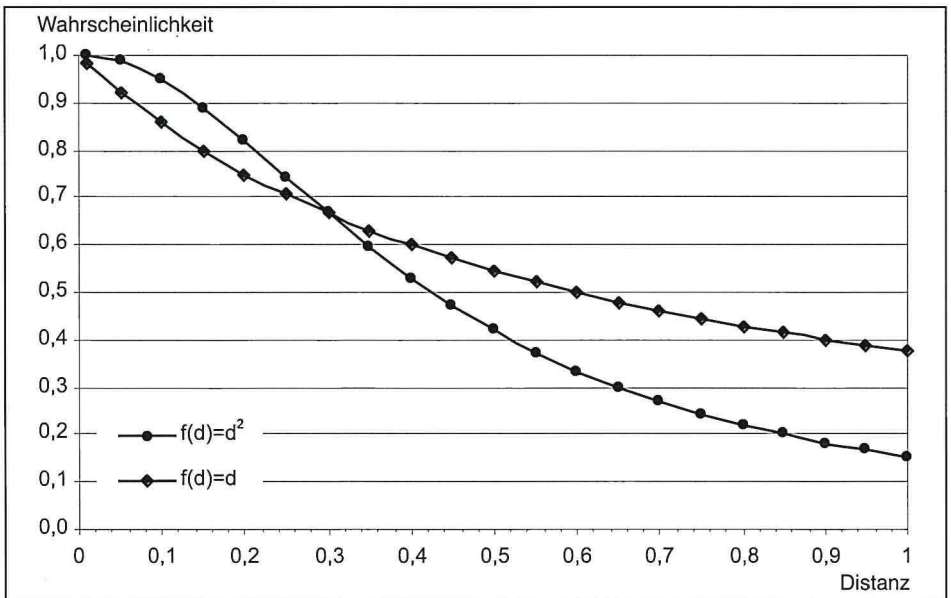
Quelle: Klein, eigene Berechnungen und Darstellung

Abb. 7: Veränderung der Wahrscheinlichkeit für Angebotsort 1 in Abhängigkeit von der Distanz bei konstanter Entfernung zu Angebotsort 2 von $d=80000$ und Streckung des Wertebereichs für die Distanz



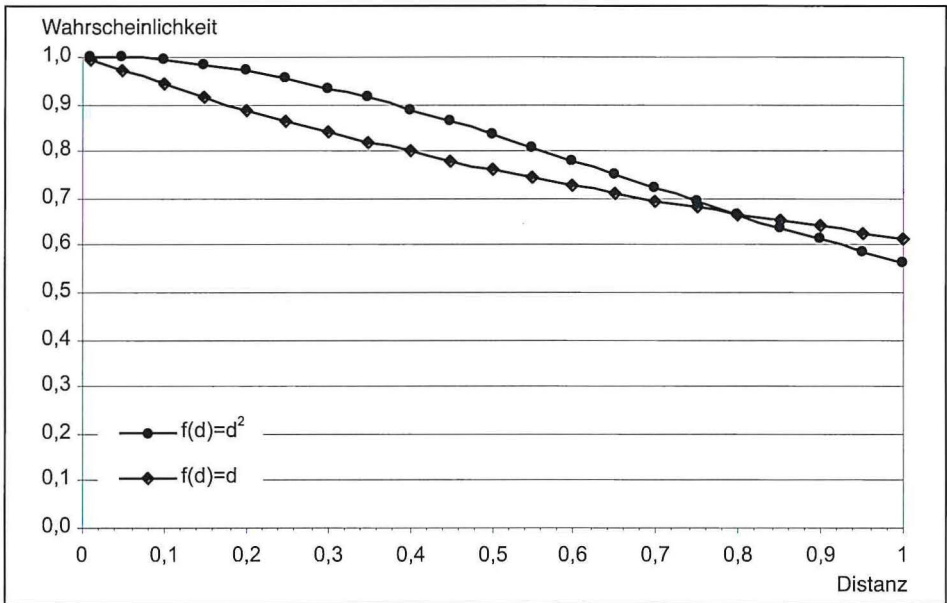
Quelle: Klein, eigene Berechnungen und Darstellung

Abb. 8: Veränderung der Wahrscheinlichkeit für Angebotsort 1 in Abhängigkeit von der Distanz bei konstanter Entfernung zu Angebotsort 2 von $d=0,3$ und Stauchung des Wertebereichs für die Distanz



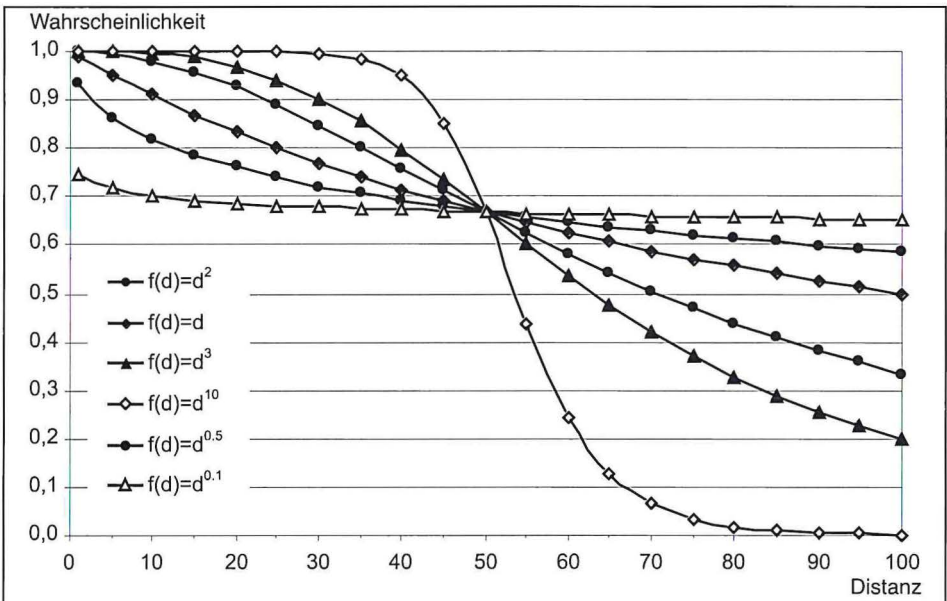
Quelle: Klein, eigene Berechnungen und Darstellung

Abb. 9: Veränderung der Wahrscheinlichkeit für Angebotsort 1 in Abhängigkeit von der Distanz bei konstanter Entfernung zu Angebotsort 2 von $d=0,8$ und Stauchung des Wertebereichs für die Distanz



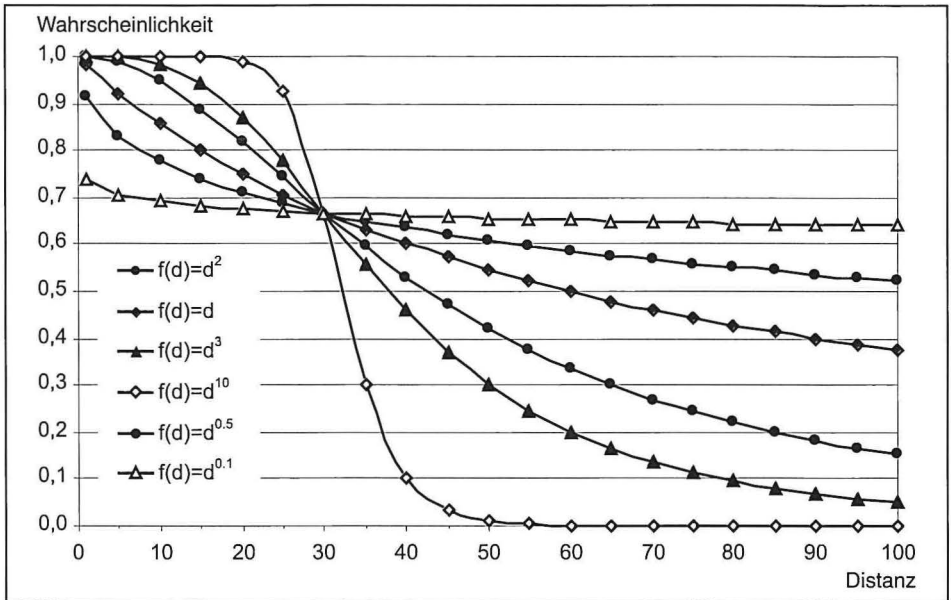
Quelle: Klein, eigene Berechnungen und Darstellung

Abb. 10: Veränderung der Wahrscheinlichkeitsfunktion durch Variation des Distanzexponenten bei konstanter Entfernung zu Angebotsort 2 von $d=50$



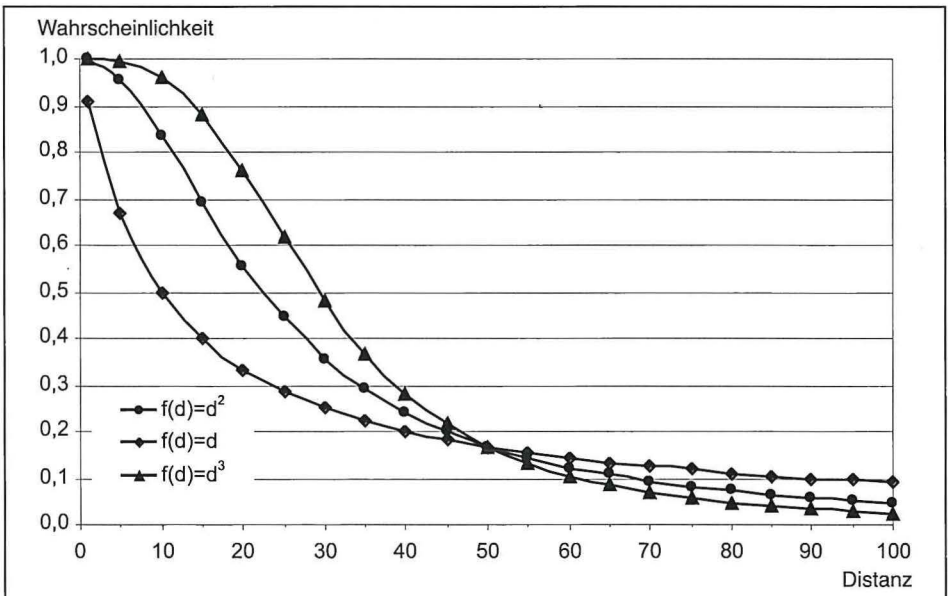
Quelle: Klein, eigene Berechnungen und Darstellung

Abb. 11: Veränderung der Wahrscheinlichkeitsfunktion durch Variation des Distanzexponenten bei konstanter Entfernung zu Angebotsort 2 von $d=30$



Quelle: Klein, eigene Berechnungen und Darstellung

Abb. 12: Veränderung der Wahrscheinlichkeitsfunktion durch Variation des Distanzexponenten bei Verzehnfachung der Attraktivität von Angebotsort 2 ($d=50$)



Quelle: Klein, eigene Berechnungen und Darstellung

Es kann also festgestellt werden, dass sich die Veränderung des Wertebereichs der Distanz allein nicht auf die Höhe der Wahrscheinlichkeiten auswirkt.

Unter Beibehaltung des Wertebereichs $[0,100]$ für die Distanz soll nun untersucht werden, wie sich die Variation des Exponenten der Distanz auf die Wahrscheinlichkeiten auswirkt. Für verschiedene Exponenten sind in Abb. 10 bzw. Abb. 11 die Wahrscheinlichkeitsfunktionen dargestellt. Größer werdende Exponenten verursachen eine stärkere Auslenkung des s-förmigen Kurvenverlaufs.

Daraus folgt, dass zwar nicht die Veränderung des Wertebereichs, wohl aber die Veränderung des Distanzexponenten einen deutlichen Einfluss auf die Wahrscheinlichkeiten nimmt. Das bestätigt die anfangs getroffene Feststellung, dass Unterschiede bei den Wahrscheinlichkeiten eher dann vorhanden sind, wenn auch die distanziellen Relationen deutlich unterschiedlich sind. Durch höhere Exponenten werden diese Unterschiede der Entfernungen gespreizt, und ihr Einfluss auf die Ausprägung der Wahrscheinlichkeiten nimmt zu.

In ähnlicher Weise wie die distanziellen Relationen verhalten sich auch die Unterschiede der Attraktivitäten. Wird die Attraktivität des konkurrierenden Angebotsorts 2 verzehnfacht, zeigen sich auch für kleine Distanzen erhebliche Unterschiede bei den Wahrscheinlichkeiten (vgl. Abb. 12).

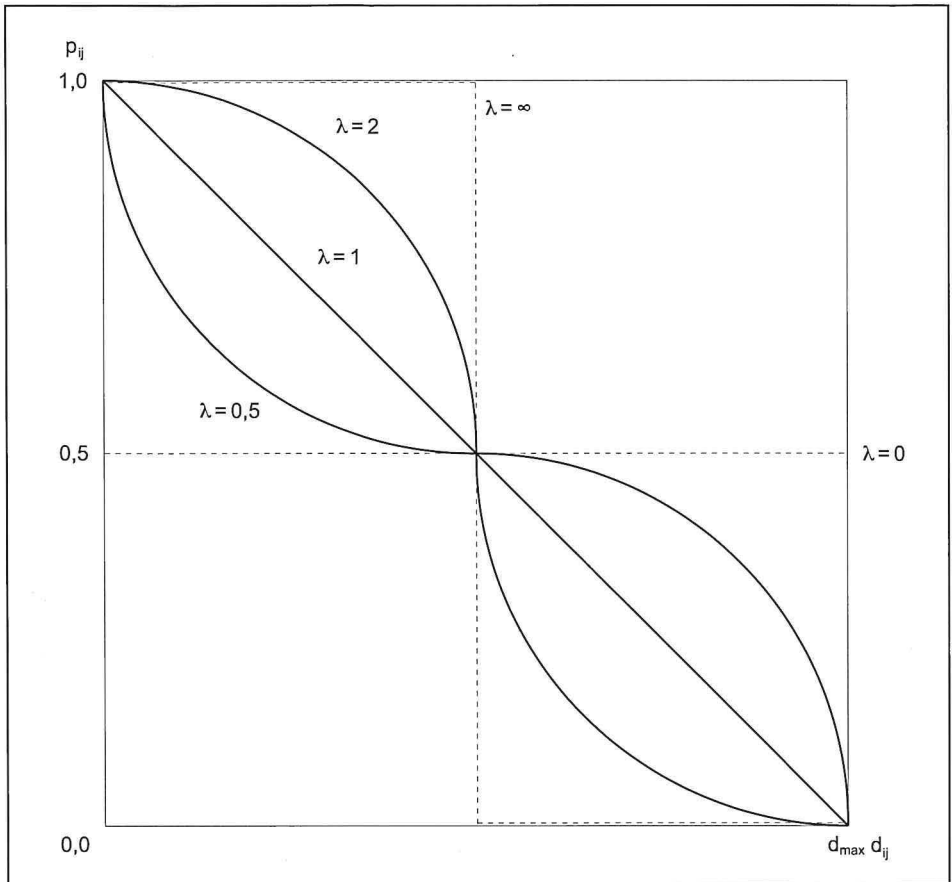
Insgesamt zeigen diese experimentellen Untersuchungen, dass bei Verwendung von Distanzexponenten von 2 und größer das HUFF-Modell für die Zielgröße der Einkaufswahrscheinlichkeit einen s-förmigen Verlauf hat. Dieser Verlauf ist umso stärker ausgeprägt, je größer der Exponent ist. Für die Modellierung empirischer Wahrscheinlichkeiten bedeutet dieses Ergebnis, dass sich ein „Plateau-Effekt“ tatsächlich vorhandener Einkaufsorientierungen in geeigneter Weise durch den probabilistischen Modellansatz unter Verwendung einer negativen zumindest quadratischen Distanzfunktion abbilden lässt.

Bereits BUCKLIN (1971a, 1971b) hat auf den s-förmigen Verlauf der Wahrscheinlichkeitsfunktion hingewiesen. In seinen Überlegungen ging er von zwei konkurrierenden Standorten aus und zeigte in seinem Modell (vgl. Abb. 13) die Auswirkungen der Parametrisierung des HUFF-Modells. Seine Betrachtung verdeutlicht auch die extreme Ausprägung der Wahrscheinlichkeitsfunktion, wenn der Exponent für die Distanz gegen unendlich geht. In diesem Fall entsteht wieder – wie oben beschrieben – eine eindeutige Zuordnung von Nachfrageorten zu dem einen oder anderen Angebotsort. Anders ausgedrückt impliziert die Nearest-Center-Hypothese, dass die Distanz *per se* als sicheres Ereignis die räumliche Einkaufsentscheidung zumindest vorbestimmt.

4 (Shepard-)Interpolation als Lösung

Der entscheidende Schritt zur Entdeckung des funktionalen Zusammenhangs zwischen der Variation einer Distanzvariablen und einer abhängigen Variablen wie im vorliegenden Fall der Einkaufswahrscheinlichkeit liegt im Grunde recht nahe. Nichts anderes wird mit der Interpolation unternommen. Hier ist zu unterscheiden. Traditionell wird zwischen zwei Punkten bzw. Orten entlang einer Linie interpoliert, wie z.B. bei der Erstellung von Höhenprofilen aus topographischen Karten. Diese Vorgehensweise ist bei einer flächen-

Abb. 13: Auswirkung des Distanzexponenten auf die Wahrscheinlichkeitsfunktion im HUFF-Modell bei zwei Angebotsorten



Quelle: eigene Darstellung nach Bucklin 1971 b, S. 31

haften Betrachtungsweise nicht mehr adäquat. Die Bezugspunkte sind nicht mehr nur entlang einer Linie, wie z.B. der Abszisse im kartesischen Koordinatensystem, vorhanden, sondern auf einer Fläche. Damit werden die Bezüge aber nicht räumlich stetig, sondern sind an Punkte gebunden. Diese Punkte sind gleichbedeutend mit den räumlich diskreten Standorten von Einzelhandelsbetrieben.

Das HUFF-Modell bezieht sich als probabilistischer Ansatz auf ein Netz von solchen Standorten. Betrachtet man nicht nur einen einzelnen Angebotsort, sondern gleichzeitig mehrere auf einer Fläche verteilte Standorte, ist das Ergebnis des Modells eine kontinuierliche Oberfläche, welche die Einkaufswahrscheinlichkeiten repräsentiert.

Zur Ableitung einer solchen Oberfläche sind also prinzipiell Verfahren geeignet, die mehrere Standorte bzw. Stützstellen und die Entfernungen zu ihnen berücksichtigen. Für jeden Punkt der Fläche mit den Koordinaten x und y wird in Abhängigkeit von der Distanz zu den benachbarten Stützstellen ein Funktionswert ermittelt. Die Funktionswerte der ein-

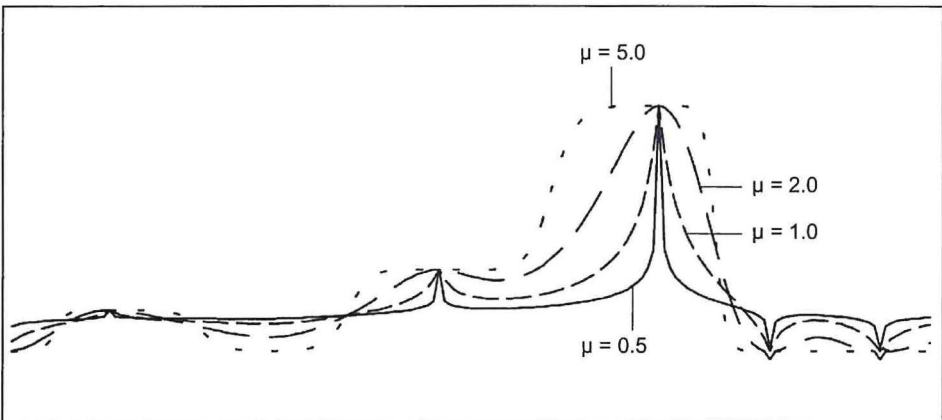
zelen Punkte bilden insgesamt eine Oberfläche. Das adäquate Verfahren für diese Fragestellung ist die Shepard-Interpolation. Dieses Verfahren wird z. B. bei der Bildverarbeitung oder in Geographischen Informationssystemen eingesetzt. Der Funktionswert z eines Punktes mit den Koordinaten x und y wird berechnet nach:

$$z(x, y) = \frac{\frac{1}{d_i^\mu}}{\sum \frac{1}{d_i^\mu}}$$

Die d_i sind die Entfernungen der Interpolationspunkte zu den jeweiligen Stützstellen, die mit den Standorten der Betriebe vergleichbar sind. Die Formel der Shepard-Interpolation ähnelt der Berechnungsvorschrift des HUFF-Modells. Allerdings geht in die Interpolation nur die Distanz und keine weitere Variable ein. Daher nehmen die Stützstellen immer exakt den Wert 1 an.

Betrachtet man ersatzweise für die Oberfläche vereinfachend einen Querschnitt, zeigt sich der Funktionsverlauf über mehrere Stützstellen bzw. Angebotsorte hinweg. Der s-förmige Funktionsverlauf ist in der Regel nur im oberen Teil sichtbar. Der untere Teil hat eine relativ geringe Bedeutung, weil jenseits des Indifferenzpunkts zwischen benachbarten Angebotsorten der Funktionswert wieder steigt. Deutlich erkennbar ist der oben beschriebene Plateau-Effekt. Der Verlauf der verschiedenen Funktionen in Abb. 14 bestätigt den s-förmigen Verlauf für Exponenten von 2 und größer.

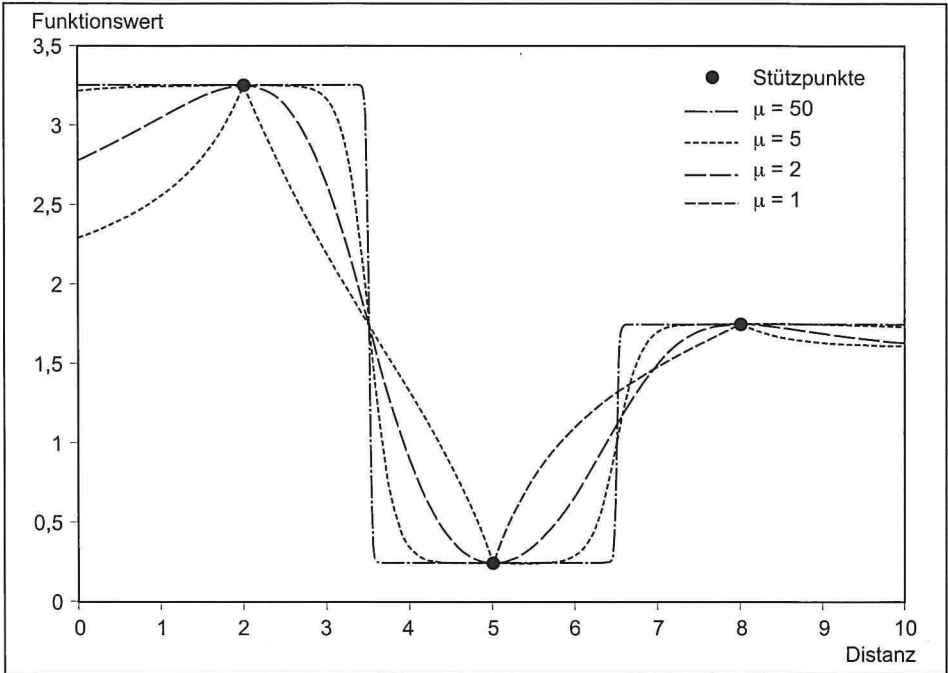
Abb. 14: Wirkung unterschiedlicher Werte für den Distanzexponenten μ



Quelle: Smile Consult 2005, S. 6

Auch bei der Bilddarstellung wird dieses Interpolationsverfahren zur Erhöhung der Detailschärfe eingesetzt. Untersuchungen zeigen die Wirkungen unterschiedlicher Distanzexponenten auf die Abbildung des Realobjekts (vgl. DÖTTER 2005). Abb. 15 zeigt exemplarisch sowohl den s-förmigen Kurvenverlauf für die Distanzexponenten 2 und 5 als auch den Übergang zu der nahezu eindeutigen Trennung der Zuordnungen von Punkten zu den Stützstellen bei sehr hohen Werten für den Distanzexponenten.

Abb. 15: Effekt unterschiedlicher Werte des Distanzexponenten bei der Bildinterpolation



Quelle: DÖTTER 2005, S. 63

5 Analyse mittels Geographischen Informationssystemen

Abschließend wird die Betrachtung der funktionalen Zusammenhänge in dem kartesischen Koordinatensystem durch eine Betrachtung von mehreren Standorten in der Fläche ergänzt. Die Funktionswerte bilden hier zusätzlich zu den Lagekoordinaten eine dritte Dimension, so dass dementsprechend zur Visualisierung prinzipiell auch dreidimensionale Darstellungen möglich sind. Ersatzweise wird in diesem Beitrag zunächst eine Isoliniendarstellung verwendet, da die Abstände der Isolinen den Funktionsverlauf deutlicher herausstellen als kontinuierliche Oberflächen.

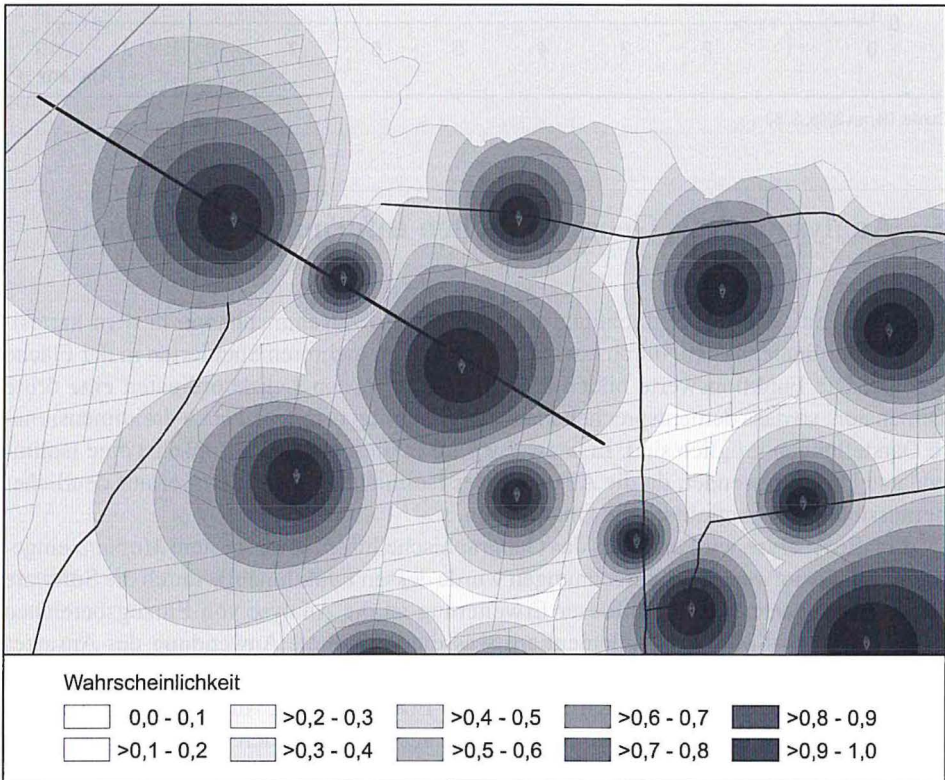
Für die Analyse wird als Basis das Geographische Informationssystem *Mapinfo* eingesetzt. Für die notwendigen Berechnungen wurde dessen Funktionalität durch die Software *Vertical Mapper* erweitert. In dieser Erweiterung ist die Analyse von Einzugsbereichen mittels des HUFF-Modells implementiert, was die verbreitete Anwendung des Ansatzes unterstreicht. Zur Visualisierung der Ergebnisse des Modells wird auf einen mitgelieferten Beispieldatensatz zurückgegriffen, der zwei Ebenen enthält. Auf der einen Ebene liegen Stadtstrukturelemente als räumliche Grundlage, auf der anderen Ebene liegen Angebotsstandorte, denen eine Attraktivität zugewiesen worden ist. Mittels des Modells erfolgt eine Interpolation zwischen diesen Standorten, so dass eine stetige Oberfläche generiert

wird, welche die Einkaufswahrscheinlichkeit wiedergibt. Das Ergebnis ist ein Raster, das kartographisch in verschiedener Form dargestellt werden kann.

Die Abbildungen 16 und 17 zeigen die Einkaufswahrscheinlichkeiten mit einer äquidistanten Klasseneinteilung. Zur besseren Lesbarkeit ist eine Schnittlinie eingefügt, die über drei ausgewählte Standorte verläuft. Richtet man die Betrachtung auf diese Linie, ist erkennbar, dass die Klasse mit der größten Wahrscheinlichkeit ($p \geq 0,9$) eine vergleichsweise große Ausdehnung hat. Die beiden nächsten Klassen sind schmaler und die Klassen unterhalb einer Wahrscheinlichkeit von 0,7 werden wieder breiter. Das bedeutet, dass die Einkaufswahrscheinlichkeiten im Nahbereich zunächst nur langsam fallen, im weiteren Verlauf dann stärker, und schließlich im unteren Bereich erneut nur sehr langsam abnehmen. Diese Charakteristik tritt noch deutlicher hervor, wenn der Distanzexponent 3 verwendet wird (vgl. Abb. 17).

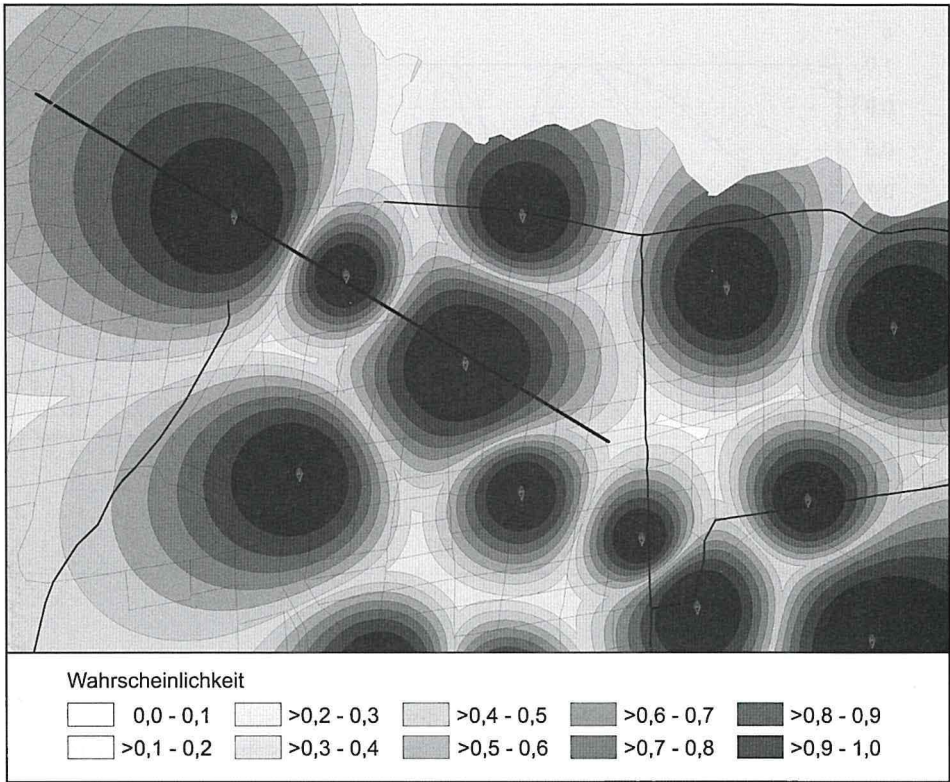
Es ist hier darauf hinzuweisen, dass die graphische Darstellung als Aufsicht bzw. als Oberfläche zur Folge hat, dass bei eng zusammen liegenden Angebotsorten die Wahrscheinlichkeiten nur bis zu einem Indifferenzpunkt abnehmen. Das hat den Vorteil, dass die jeweiligen Marktgebiete deutlich erkennbar werden. Nachteilig ist, dass die Überlage-

Abb.16: Einzugsbereiche und Einkaufswahrscheinlichkeiten unter Verwendung des Distanz-exponenten 2



Quelle: Klein, eigene Berechnungen und Darstellung

Abb.17: Einzugsbereiche und Einkaufswahrscheinlichkeiten unter Verwendung des Distanz-exponenten 3



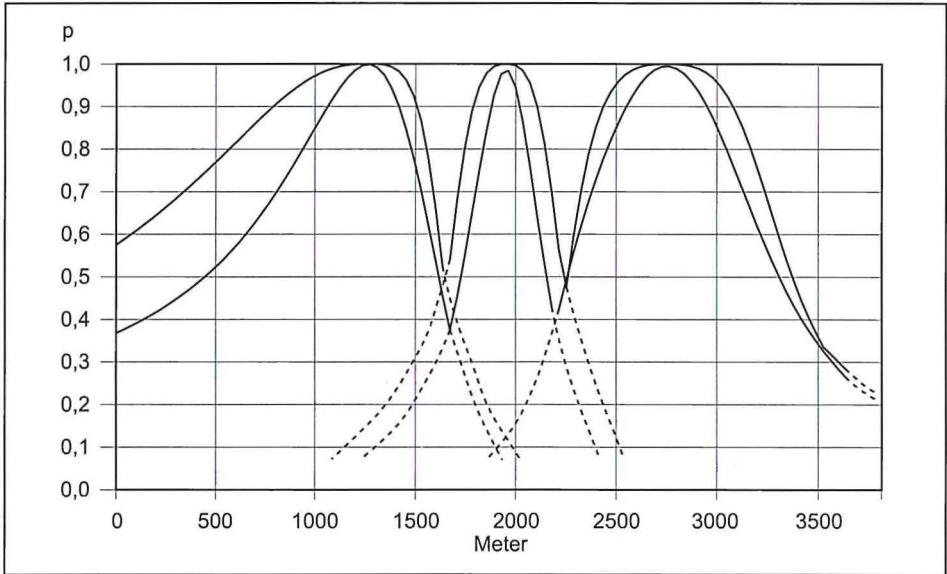
Quelle: Klein, eigene Berechnungen und Darstellung

Die Zuordnungen, die das Ergebnis des probabilistischen Ansatzes sind, auf diese Weise nicht dargestellt werden können. Prinzipiell setzt sich gemäß dem Modell die Abnahme der Wahrscheinlichkeit auch jenseits der Grenze fort, so dass sich für einen dort liegenden Punkt zwei oder mehr Wahrscheinlichkeiten für die konkurrierenden Angebotsorte ergeben, die sich überlagern. Diese Wahrscheinlichkeiten können für weitere Analysen verwendet werden, z.B. für die Aufteilung der an dem Nachfrageort vorhandenen Kaufkraft zur Prognose des Umsatzes an den Angebotsorten. Für die Untersuchung der Fragestellung dieses Beitrags kann die visualisierte räumliche Variation der Einkaufswahrscheinlichkeit allerdings als hinreichend angesehen werden.

Ergänzend ist in Abbildung 18 der beschriebene Funktionsverlauf für die Verwendung der beiden Exponenten 2 und 3 in dem Huff-Modell entlang der in den Abbildungen 16 und 17 gezeichneten Schnittlinie dargestellt. Da es sich um ein Modellbeispiel handelt, sind die in der Abszisse verwendete Einheit und die Distanzwerte nicht von Bedeutung.

Die dreidimensionale Darstellung der Einkaufswahrscheinlichkeiten illustriert ergänzend zu den vorangegangenen experimentellen und methodischen Überlegungen, dass mittels des HUFF-Modells berechnete Wahrscheinlichkeiten einen s-förmigen Verlauf auf-

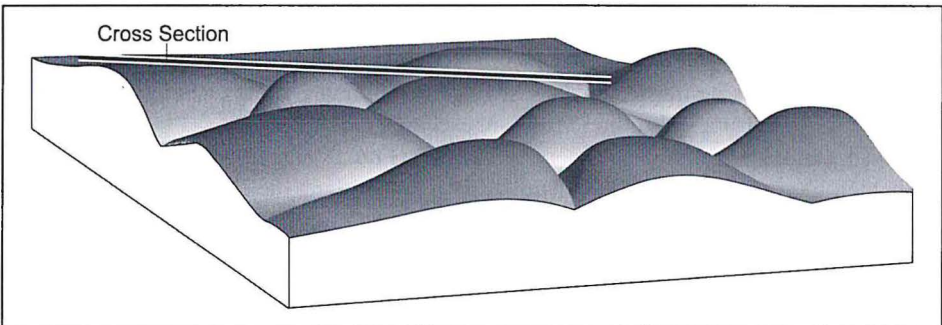
Abb. 18: Verlauf der Wahrscheinlichkeitsfunktion für die Distanzexponenten 2 und 3 im Vergleich entlang einer Schnittlinie



Quelle: Klein, eigene Berechnungen und Darstellung

weisen (vgl. Abb. 19). Mit Bezug auf die Ergebnisse empirisch erhobener Wahrscheinlichkeiten kann daraus abgeleitet werden, dass der probabilistische Ansatz in Form des HUFF-Modells für deren Modellierung prinzipiell geeignet ist. Es sind weiterführende Untersuchungen notwendig, die vorliegenden Überlegungen in empirische Studien aufzunehmen und die Anpassung der Wahrscheinlichkeiten nicht nur über die Modifikation der Distanzfunktion selbst, sondern über die Parametrisierung des Modellansatzes insgesamt vorzunehmen.

Abb. 19: Dreidimensionale Darstellung der Einkaufswahrscheinlichkeit bei Verwendung des Distanzexponenten 3



Quelle: Klein, eigene Berechnungen und Darstellung

Literatur

- CONVERSE, P.D. (1949): New Laws of Retail Gravitation. In: Journal of Marketing, 14, S. 379-390.
- BUCKLIN, L. P. (1971a): Retail Gravity Models and Consumer Choice: A Theoretical and Empirical Critique. In: Economic Geography 47, Heft 4/1971, S. 489-497.
- BUCKLIN, L. P. (1971b): Trade Area Boundaries: Some Issues in Theory and Methodology. In: Journal of Marketing Research 8, Heft 2/1971, S. 30-37.
- DÖTTER, M. (2005): Fluoroskopiebasierte Navigation zur intraoperativen Unterstützung orthopädischer Eingriffe. Dissertation (Fakultät für Informatik, TU München). München.
- HUFF, D. L. (1962): Determination of Intra-Urban Retail Trade Areas. Los Angeles.
- HUFF, D. L. (1963): A Probabilistic Analysis of Shopping Centre Trade Areas. In: Land Economics 39, Heft 1/1963, S. 81-90.
- HUFF, D. L. (1964): Defining and Estimating a Trading Area. In: Journal of Marketing 28, Heft 3/1964, S. 34-38.
- KLEIN, R. (1992): Dezentrale Grundversorgung im ländlichen Raum - Interaktionsmodelle zur Abschätzung von Nachfragepotentialen im Einzelhandel. Osnabrück. (= Osnabrücker Studien zur Geographie 12).
- KLEIN, R. (2005): Ökonomische Grundlagen der Wirtschaftsgeographie. In: SCHENK, SCHLIEPHAKE, K.; eds.: Allgemeine Anthropogeographie, 335-352. Gotha/Stuttgart.
- KULKE, E. (2006): Wirtschaftsgeographie. Stuttgart. (= Grundriss Allgemeine Geographie).
- MÜLLER-HAGEDORN, L. u. M. SCHUCKEL (1995a): Die Prognose des Umsatzes neuer Einkaufszentren mit Hilfe des Modells von HUFF – Theorie und Fallbeispiel (I). In: WISU – Das Wirtschaftsstudium 24, Heft 6/1995, S. 514-518.
- MÜLLER-HAGEDORN, L. u. M. SCHUCKEL (1995b): Die Prognose des Umsatzes neuer Einkaufszentren mit Hilfe des Modells von HUFF – Theorie und Fallbeispiel (II). In: WISU – Das Wirtschaftsstudium 24, Heft 7/1995, S. 597-603.
- REILLY, W.J. (1929): Methods for the Study of Retail Relationships. Texas. (= University of Texas Bulletin 2944).
- REILLY, W.J. (1931): The Law of Retail Gravitation. New York.
- SCHÄTZL, L. (2003): Wirtschaftsgeographie 1. Theorie. Stuttgart.
- SHEPARD, D. (1964) A Two-Dimensional Interpolation Function for Irregularly Spaced Data. In: ACM National Conference, 517–524.
- SMILE-CONSULT (2005): Approximationsverfahren. Methoden und Verfahren. (<http://www.smileconsult.de>)