

# Das Optionswertmodell zur Erklärung der Rentenentscheidung

Inaugural-Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades  
eines Doktors der Wirtschaftswissenschaften an der  
Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät  
der Julius-Maximilians-Universität, Würzburg

Vorgelegt von  
Diplom-Volkswirt Stefan Kempf

Würzburg, 2. Juli 2007

Betreuer:

Prof. Dr. Martin Kukuk

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Literaturüberblick</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>Der Rentenbegriff</b>	<b>21</b>
<b>4</b>	<b>Das Optionswertmodell</b>	<b>27</b>
4.1	Modellbeschreibung . . . . .	28
4.2	Modellierung der Wahrscheinlichkeit für einen Renteneintritt . . . . .	32
4.3	Modellierung von Zugangsbeschränkungen und Präferenzen . . . . .	35
4.4	Identifizierbarkeit des Modells . . . . .	40
4.5	Zusammenfassung . . . . .	46
<b>5</b>	<b>Klassische Schätzmethoden und Simulatoren</b>	<b>48</b>
5.1	Simulationen der Auswahlwahrscheinlichkeiten . . . . .	49
5.1.1	Accept-Reject-Simulator . . . . .	49
5.1.2	Importance-Sampling-Simulator . . . . .	51
5.1.3	Geweke-Hajivassiliou-Keane-Simulator . . . . .	52
5.1.4	Varianzreduzierende Maßnahmen . . . . .	55
5.1.5	Exakte Berechnung versus GHK-Simulator . . . . .	60
5.2	Eigenschaften von simulierten Schätzern . . . . .	63

5.2.1	Eigenschaften des simulierten Schätzers . . . . .	66
5.2.2	Simulierte Maximum-Likelihood-Methode . . . . .	69
5.2.3	Simulierte Momentemethode . . . . .	70
5.2.4	Methode des simulierten Scores . . . . .	73
5.3	Zusammenfassung . . . . .	74
<b>6</b>	<b>Daten</b>	<b>77</b>
6.1	Datentechnische Merkmale . . . . .	78
6.2	Werte aus der Gesamtleistungsbewertung und der Rentenberechnung	83
6.3	Variabler Teil . . . . .	86
6.4	Zusammenfassung . . . . .	93
<b>7</b>	<b>Empirische Analyse</b>	<b>95</b>
7.1	Vorgehensweise . . . . .	95
7.2	Ergebnisse der Schätzung . . . . .	104
7.2.1	Modellierung von Stock und Wise (1990) . . . . .	104
7.2.2	Überprüfung von Restriktionen im Schätzmodell . . . . .	112
7.2.3	Renteneintrittsfenster in Abhängigkeit der gesetzlichen Zugangsvoraussetzungen . . . . .	116
7.2.3.1	Modellierung gesetzlicher Beschränkungen . . . . .	123
7.2.3.2	Betrachtung unterschiedlicher Präferenzen nach Rentenzugangsalter . . . . .	125
7.2.3.3	Betrachtung unterschiedlicher Präferenzen nach Erwerbsstatus . . . . .	131
7.2.4	Schätzergebnisse für Frauen . . . . .	135
7.3	Prognose der Auswirkungen von Rentenabschlägen . . . . .	138
7.4	Zusammenfassung . . . . .	143
<b>8</b>	<b>Diskussion</b>	<b>145</b>

<b>A</b>	<b>Beispieldatensätze</b>	<b>149</b>
A.1	Unbekannte Art der Altersrente . . . . .	149
A.2	Bezug von Krankengeld . . . . .	154
A.3	Arbeitslosigkeit und Altersteilzeit . . . . .	160
<b>B</b>	<b>Selektion der Versichertenkontenstichprobe</b>	<b>167</b>
B.1	Geburtsjahrgang . . . . .	167
B.2	Kalenderjahr . . . . .	169
<b>C</b>	<b>Weitere Schätzergebnisse</b>	<b>171</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>179</b>

# Kapitel 1

## Einleitung

Im Jahr 2006 hat der Deutsche Bundestag die Rente mit 67 beschlossen (Deutscher Bundestag, 2006). Für die Geburtsjahrgänge 1947 bis 1964 erfolgt eine schrittweise Anhebung der Altersgrenze um 2 Jahre. Eine Ausnahme davon gibt es nur noch für Versicherte mit mehr als 45 Beitragsjahren. Diese können mit 65 Jahren ebenso ohne Abschläge in Rente gehen. Zur Erfüllung dieser Wartezeit werden auch Zeiten der Kindererziehung bis zu deren 10. Lebensjahr, aber nicht mehr wie bisher Zeiten der Arbeitslosigkeit gezählt. Nach wie vor wird es eine Altersrente für langjährig Versicherte geben. Erwerbstätige mit mehr als 35 Versicherungsjahren können ab dem 63. Lebensjahr in Altersrente gehen. Allerdings wird die Höhe der Altersrente um einen Abschlag von 0,3 % für jeden Monat gekürzt, den ein Versicherter diese vor Erreichen des 67. Lebensjahres in Anspruch nimmt. Die maximale Minderung beträgt 14,4 %. Schwerbehinderte können eine Altersrente erst ab 62 Jahren in Anspruch nehmen. Die Abschläge werden bei dieser Art der Altersrente ab einer Altersgrenze von 65 Jahren berechnet.

Ein Ziel dieses Reformvorhabens ist es, der steigenden Lebenserwartung Rechnung zu tragen. Außerdem wird der Veränderung des Verhältnisses von aktiver Erwerbsphase zu durchschnittlicher Rentenbezugsphase entgegengewirkt. So hat die durchschnittliche Rentenbezugsdauer von Versichertenrenten (Renten wegen Erwerbsminderung und Altersrenten) in den letzten 40 Jahren um 6,7 Jahre zugenommen (Deutsche Rentenversicherung Bund, 2006, S. 93). Mit der Einführung der versicherungsmathematischen Abschläge durch das Rentenreformgesetz von 1992 wurde das Ziel der Beseitigung von Vor- und Nachteilen bei unterschiedlichem Rentenbeginn eines Versicherten verfolgt (vgl. § 63 V SGB VI). Daneben ist eine Anhebung des durchschnittlichen Renteneintrittsalters zu erwarten. Denn je höher

die Rentenansprüche desto früher erfolgt der Renteneintritt (vgl. Schmidt, 1995, S. 140). Im Gegensatz dazu stellen Ohsmann und Kaldybajewa (2002, S. 186) fest, dass „viele Versicherte erhebliche Rentenminderungen in Kauf nehmen, um einen vorzeitigen Rentenbezug verwirklichen zu können“. Versagt dieses Instrument in der Steuerung des Rentenzugangs und der Anhebung des Verhältnisses von Erwerbsphase zu Rentenbezugsphase?

Um die Frage beantworten zu können, wie sich das Zugangsverhalten der Versicherten allgemein beeinflussen lässt, muss zunächst geklärt werden, auf welchen Merkmalen die Rentenentscheidung fußt. Das SGB VI gibt dazu einen Rahmen vor. Innerhalb dieser gesetzlichen Bestimmungen hängt die Rentenentscheidung von den eigenen Präferenzen, den wirtschaftlichen Rahmenbedingungen, dem gesundheitlichen Zustand oder der Partnerin bzw. dem Partner ab. Dazu kommen systembedingte Anreize, die die Entscheidung für eine Rente beeinflussen. So wird ein Versicherter seinen Renteneintritt aufschieben, wenn das zu diesem Zeitpunkt bezogene Arbeitslosengeld oder Krankengeld höher ist, als eine zukünftige Altersrente. Versicherte, die nicht solchen Risiken des Erwerbslebens ausgesetzt sind, lassen sich auch von höheren Barwerten gegenwärtiger und zukünftiger Einkommen leiten. Die eingeführten Rentenabschläge sollen in dem Sinne fair sein, dass mit dem Rentenzugang in einem Alter im Vergleich zu einem anderen Rentenzugangsalter keine finanziellen Vor- oder Nachteile verbunden sind. Unterscheiden sich die individuellen Zeitpräferenzen der Versicherten jedoch von der Rendite des Umlageverfahrens, so sind die Anreize nicht beseitigt (vgl. Berkel und Börsch-Supan, 2004). Gerade auf die systembedingten Anreize bezieht sich die Ausgangsfrage.

Die Anreize einer betrieblichen Altersrente werden zum Beispiel durch das von Stock und Wise (1990) entwickelte Optionswertmodell abgebildet. Es stellt die Möglichkeit eines Renteneintritts in der Periode nach einem Entscheidungszeitpunkt den verschiedenen Alternativen, in späteren Perioden in Rente zu gehen, gegenüber. Börsch-Supan (1992) verwendet den Optionswert als erklärende Variable der Rentenentscheidung im Rahmen der gesetzlichen Rentenversicherung in Deutschland. Als Datengrundlage dient das Socio-Economic Panel (SOEP).

In diesen Daten fehlt ein Merkmal für den Rentenbeginn. Das hat unterschiedliche Definitionen für den Status Rente in den Arbeiten zur Entscheidung über den Renteneintritt in Deutschland zur Folge. Teilweise haben die dort verwendeten Definitionen die Anzahl der geleisteten Arbeitsstunden, das Einkommen oder den

Erwerbsstatus zum Inhalt. Allesamt weichen von der in der amtlichen Statistik des VDR verwendeten gesetzlichen Definition ab. Der Bezug auf diesen Zeitpunkt für den Rentenbeginn ist aber wichtig, um die Rentenentscheidung korrekt abzubilden und damit die Auswirkungen einer Rentenreform korrekt simulieren zu können.

Das Modell von Stock und Wise (1990) basiert auf der Abwägung der Nutzen aus zukünftigen Arbeits- und Renteneinkommen. Im SOEP ist das Arbeitseinkommen enthalten. Es beruht auf Selbstauskunft der Befragten. Die Antworten sind von der Auslegung bzw. Genauigkeit des Befragten abhängig. Dabei kann es zu grundsätzlichen Unterschieden kommen, die dann zu Fehlern in der Analyse führen. Ein weiterer Nachteil dieser Daten ist das Fehlen von Informationen über den bisher erworbenen Rentenanspruch. Dieser muss zunächst aufwändig auf Grundlage der vorhandenen Zeitreihen geschätzt werden. In der in dieser Arbeit verwendeten Stichprobe gekläarter Versichertenkonten sind diese Größen durch den Erwerbsprozess generiert. Sie fußen nicht auf Selbstauskunft und sind exakt enthalten. Damit müssen insbesondere Renteneinkommen, wie sie im Rahmen des Optionswertmodells von Stock und Wise (1990) benötigt werden, nicht geschätzt werden.

Darüber hinaus wird häufig die dynamische Struktur der Rentenentscheidung vernachlässigt (vgl. z.B. Berkel und Börsch-Supan, 2004). Unter der Annahme, dass die individuellen Rentenentscheidungen über die Zeit unabhängig sind, lässt sich das Modell mit einem binären Standardansatz schätzen. Die Vernachlässigung der Abhängigkeit der individuellen Rentenentscheidung zum jeweiligen Zeitpunkt kann aber zu einem verzerrten Bild über den Einfluss der monetären Anreize der gesetzlichen Rentenversicherung führen. Ebenso sind die Annahmen über Parameter des Optionswertes problematisch. Diese Restriktionen werden zur Vereinfachung des Algorithmus zur Bestimmung der Schätzwerte für die Koeffizienten vorgenommen. Sie basieren auf bisherigen Studien, die auf anderen Daten sowie anderen Annahmen beruhen, und werden gewöhnlich nicht getestet (vgl. z.B. Schmidt, 1995). Sind die übernommenen Parameterwerte falsch, führt dies zu verzerrten Schätzern.

Außerdem wird in der Regel der gesetzliche Rahmen vollständig außer Acht gelassen (vgl. bspw. Börsch-Supan und Schmidt, 1994). Für jeden Versicherten werden die Anreize der gesetzlichen Rentenversicherung modelliert, egal ob ein Versicherter die gesetzlichen Zugangsvoraussetzungen erfüllt oder nicht. Das aber ist die Voraussetzung dafür, dass ein Versicherter überhaupt über die Inanspruchnahme einer Rente entscheiden kann. Mit Blick auf die Einbeziehung der Gruppe der



55- bis 60-Jährigen in die Analyse der Rentenentscheidung gibt es darüber hinaus Zweifel, ob diese überhaupt den Rentenzugang aufschieben können. Ist nämlich das aufgrund einer Krankheit verbliebene Leistungsvermögen tatsächlich so gering, dass die Zugangsvoraussetzungen für eine Rente wegen voller Erwerbsminderung erfüllt sind, dann gibt es keine Alternative zur Rente. Das gilt auch in dem Fall, dass es wie in der Vergangenheit, aufgrund der schlechten Arbeitsmarktsituation für ältere Arbeitnehmer, zu einer großzügigen Auslegung dieser Regelung kommt.

Die Arbeit wird zeigen, dass mit der vorliegenden Stichprobe geklärter Versichertenkonten der Optionswert als signifikanter Einflussfaktor auf die Rentenentscheidung geschätzt werden kann. Um diese Determinante bestimmen zu können, werden umfangreiche Informationen über gegenwärtige und zukünftige Erwerbs- und Renteneinkommen benötigt. Hierin kommt der große Vorteil der vorliegenden Daten zum Tragen. Die enthaltenen Informationen über den Erwerbsprozess sind sehr detailliert und in den Variablen gibt es keine Fehler wegen der Selbstauskunft durch Versicherte. Unterbrechungen einer Beschäftigung durch Krankheit ohne Lohnfortzahlung oder Arbeitslosigkeit sowie der Übergang in Altersteilzeit können sehr genau beobachtet werden. Diese Ereignisse determinieren den Zeitpunkt entscheidend, zu dem das Erwerbsleben verlassen wird. Die Berücksichtigung der dynamischen Struktur der Rentenentscheidung ist ein wichtiger Bestandteil des Optionswertmodelles. Durch deren Modellierung werden Komponenten des Entscheidungsprozesses abgebildet, die bei einer statischen Betrachtung nicht enthalten sind. Die Zugangsspitzen sind eine Folge der gesetzlichen Rahmenbedingungen. Mit einer Zugangsspitze ist gemeint, dass für bestimmte Altersgruppen der Renteneintritt, die erstmalige Inanspruchnahme einer Altersrente, häufiger beobachtet wird als für andere. Sie sind Ausdruck der Präferenzen der Versicherten, in einem möglichst jungen Alter das Erwerbsleben zu beenden. Sind die gesetzlichen Anforderungen für eine Rente erfüllt, dann nimmt der Versicherte diese in Anspruch. Das Vorliegen einer Krankheit, Arbeitslosigkeit oder Altersteilzeit sind solche Voraussetzungen. Die finanziellen Anreize sind eine bedeutende Determinante des Entscheidungsprozesses. Wichtig für die politischen Handlungsträger ist weiterhin, dass die Einführung der Rentenabschläge nur wenig an den Präferenzen der Versicherten für einen Rentenzugang ändert. Die Auswirkungen auf das durchschnittliche Rentenalter durch die Einführung der Rentenabschläge sind gering. Prognosen werden zeigen, dass auch eine Anhebung der Abschläge auf 0,5 % für jeden Monat, den ein Versicherter vor Erreichen der Altersgrenze eine Altersrente in Anspruch nimmt, kaum Veränderungen im

Vergleich zur Situation ohne Abschläge bringt. Diese wird gemessen durch das durchschnittliche Zugangsalter von Versicherten, die eine Altersrente in Anspruch nehmen.

In Kapitel 2 wird zunächst ein Literaturüberblick über die bisherigen Analysen zum Renteneintrittsverhalten gegeben, in denen der Optionswert als erklärende Variable verwendet wird. Des Weiteren werden in Kapitel 3 die für diese Arbeit notwendigen gesetzlichen Regelungen für die Altersrente erläutert, aus denen die Definition von Rente für diese Arbeit abgeleitet wird. Anschließend wird in Kapitel 4 das Optionswertmodell vorgestellt und dessen Identifizierbarkeit diskutiert. Der im Rahmen dieser Analyse verwendete GHK-Simulator wird in Kapitel 5 vorgestellt. Nach der Erläuterung von Maßnahmen zur Reduzierung der Simulationsvarianz werden die Eigenschaften der verschiedenen Schätzmethode unter Verwendung von Simulatoren diskutiert. Dabei steht die Motivation für den verwendeten simulierten Schätzer im Vordergrund. In Kapitel 6 werden die verwendeten Daten beschrieben. Danach folgen in Kapitel 7 die Schätzergebnisse und die Quantifizierung des Einflusses des Optionswertes auf die Rentenentscheidung. Abschließend werden in Kapitel 8 die Ergebnisse zusammengefasst und die Auswirkungen für die politischen Handlungsträger erläutert.

# Kapitel 2

## Literaturüberblick

In diesem Kapitel steht die empirische Analyse im Vordergrund, in der der Optionswert als erklärende Variable verwendet wird. Zunächst wird die Vorgehensweise von Stock und Wise (1990) vorgestellt, die dieser Arbeit als Basis dient. Anschließend wird die bisherige Verwendung des Modells in der Literatur über das Renteneintrittsverhalten der Arbeitnehmer in der deutschen gesetzlichen Rentenversicherung betrachtet. Diese ist geprägt von den Arbeiten mit und von Börsch-Supan, in denen der Optionswert als eine erklärende Variable in Panelanalysen und Modellen zur Analyse der Verweildauer aufgenommen wird. Auf Grundlage der Schätzergebnisse dieser Modelle werden verschiedene Reformvorschläge für das Deutsche Rentensystem diskutiert. Im Fokus steht dabei die quantitative Auswirkung eines veränderten Optionswertes auf die Wahrscheinlichkeit, zu einem Zeitpunkt in Rente zu gehen. Anschließend lässt sich auch eine Veränderung des durchschnittlichen Rentenzugangsalters prognostizieren. Auf dieser Basis können Maßnahmen diskutiert werden, um der Veränderung des Verhältnisses von aktiver Erwerbsphase zu durchschnittlicher Rentenbezugsphase entgegen zu wirken. Hierbei wird auch auf die Grenzen des Modells in Bezug auf die Simulation der Auswirkung von Politikreformen auf das Rentenzugangsverhalten eingegangen.

Stock und Wise (1990) untersuchen mit Hilfe des Optionswertmodells die finanziellen Anreize der betrieblichen Altersvorsorgeregelung eines Unternehmens, das in der Fortune 500 gelistet ist. Dabei handelt es sich um eine Liste der 500 umsatzstärksten Firmen in den USA, so dass die Ergebnisse der Analyse als repräsentativ für andere Unternehmen angesehen werden können. Die Analyse für 1.500 Angestellte im Alter von mindestens 50 Jahren und mindestens drei

Jahren Betriebszugehörigkeit vor 1980 wird zunächst auf ein Jahr beschränkt und anschließend auf drei Jahre erweitert. Die qualitative Variable in dem binären Probit-Modell für eine bzw. drei Perioden bildet das Ereignis ab, ob sich ein Arbeitnehmer für oder gegen die Inanspruchnahme einer betrieblichen Altersvorsorge in den nächsten 12 Monaten entscheidet. Die zugrunde liegende Idee ist die, dass für jede mögliche Renteneintrittsperiode aus einem vorher festgelegten Renteneintrittsfenster die Summe der abdiskontierten Nutzen gebildet wird. Das Renteneintrittsfenster umfasst die aufeinander folgenden Perioden, für die die Entscheidung modelliert wird, das Erwerbsleben aufzugeben. Als Diskontfaktor dient eine subjektive Diskontrate, die im Rahmen des Modells geschätzt wird (vgl. Identifizierbarkeit Kapitel 4.4). Das Nutzenniveau in einer Periode hängt indirekt von dem erwarteten Einkommen in dieser Zeit ab und ob der Versicherte noch am Erwerbsleben teilnimmt oder bereits in Rente ist. Anschließend wird die Möglichkeit, direkt in der Periode nach dem Entscheidungszeitpunkt das Erwerbsleben aufzugeben, mit den Alternativen in den darauf folgenden Perioden anhand der Summe der abdiskontierten indirekten Nutzen verglichen. Da zum Entscheidungszeitpunkt die zukünftigen Einkommen unbekannt sind, gehen die entsprechenden Erwartungswerte darüber in die Berechnung ein. Die Gleichung zur Bestimmung dieser Erwartungswerte basiert auf einer Panelschätzung. Die Datengrundlage bilden die Beobachtungen, für die auch das Optionswertmodell geschätzt wird. Die Veränderung des Arbeitseinkommens in einer Periode wird regressiert auf Betriebszugehörigkeit, Alter, Dummyvariablen für verschiedene Beobachtungsjahre und zeitverzögerte Einkommensveränderungen (vgl. Stock und Wise, 1990, S. 1178). Die Höhe der Rentenansprüche wird anschließend aus der Betriebszugehörigkeit und dem letzten Arbeitseinkommen berechnet (vgl. Stock und Wise, 1990, S. 1154). Das vorausschauende Element ist ein Kernpunkt dieses Modells. Zum nächsten Entscheidungszeitpunkt, wenn mehr Informationen über die Einkommen in den unterschiedlichen Lebensphasen vorliegen, kann die Entscheidung durch den Arbeitnehmer revidiert werden. Der Störterm ist dem Entscheidungsträger zum Zeitpunkt der Entscheidung bekannt. Dieses Detail unterscheidet die Vorgehensweise in dieser Arbeit von der in anderen Analysen, in denen der Optionswert als erklärende Variable Verwendung findet.

Die Entscheidungsregel ähnelt der einer dynamischen Modellierung. Stock und Wise (1990) verwenden aber nicht den Erwartungswert des abdiskontierten Nutzens aus der Menge der zum Entscheidungszeitpunkt alternativen Renteneintrittsperioden als Grundlage für die Rentenentscheidung. Vereinfachend wird

das Maximum des abdiskontierten Nutzens vom Erwartungswert des Einkommens eingesetzt. Der Erwartungswert des maximalen abdiskontierten Nutzens ist kleiner als das Maximum des abdiskontierten Nutzens vom Erwartungswert. Die Differenz zwischen dem Erwartungswert des maximalen abdiskontierten Nutzens aus der Menge der zum Entscheidungszeitpunkt alternativen Renteneintrittsperioden und dem Erwartungswert des Nutzens bei einem Renteneintritt in der Periode nach dem Entscheidungszeitpunkt ist größer als die Differenz zwischen dem Maximum des Nutzens vom Erwartungswert des Einkommens aus der Menge der zum Entscheidungszeitpunkt alternativen Renteneintrittsperioden und des Nutzens vom Erwartungswert des Einkommens bei einem Renteneintritt in der Periode nach dem Entscheidungszeitpunkt. Dies führt im Vergleich zu einer dynamischen Modellierung zu einer Unterschätzung der Anreize für ein Aufschieben des Renteneintritts (vgl. Stock und Wise, 1990, S. 1165). Deshalb stellt diese ökonometrische Vereinfachung und die damit einhergehende weniger gute ökonomische Fundierung einen häufigen Kritikpunkt des Modells dar (vgl. Lumsdaine, 1999, S. 3275). Ebenso kann das Modell nicht erklären, warum die Versicherten in einem bestimmten Alter häufiger das Erwerbsleben aufgeben als in anderen (vgl. Hurd, 1996, S. 47). Außerdem setzt es umfangreiche Kenntnisse über die Erwartungen und Möglichkeiten der Arbeitnehmer voraus. Die Versicherten müssen sehr detaillierte Informationen über ihr Einkommen in den unterschiedlichen Lebensphasen besitzen. Eine weitere Annahme ist, dass die Arbeitnehmer ihren Beruf zu jedem Zeitpunkt auch ausüben können und nicht gesundheitlich oder betriebsbedingt in ihren Möglichkeiten bezüglich des Renteneintritts eingeschränkt werden.

Ob allerdings die Vereinfachung von Stock und Wise (1990) oder ein dynamisches Modell die individuelle Entscheidung für die Inanspruchnahme einer Altersrente besser abbildet, ist nicht bekannt. Burkhauser et al. (2003) vergleichen das Vorgehen von Stock und Wise (1990) mit einem auf dynamischer Programmierung basierenden Schätzung. Sie zeigen, dass mit dem Vorgehen von Stock und Wise (1990) ein besserer Erklärungsgehalt des Rentenzugangs verbunden ist. Trotz der geringeren ökonomischen Rechtfertigung für das Vorgehen von Stock und Wise (1990) spricht dieses Ergebnis für eine Anwendung dieser Vereinfachung. Informationen über die Höhe des Einkommens in verschiedenen Lebensphasen zu besitzen stellt dagegen kein Problem dar. Hohe Schwankungen des Arbeitseinkommens sind im fortgeschrittenen Alter nicht zu erwarten. In dem Fall, dass ein Versicherter arbeitslos wird, gibt die Bundesagentur für Arbeit Auskunft über die Höhe des Arbeitslosengeldes. Die gesetzliche Kündigungsfrist richtet sich nach der Betriebszugehörigkeit (§ 622 BGB)

und kann bis zu 7 Monate betragen, so dass der Beginn der Arbeitslosigkeit auch nicht unerwartet kommt. Bei einer Krankheit greift zunächst die Lohnfortzahlung durch den Betrieb. Anschließend besteht Anspruch auf Krankengeld. Also tritt eine Einkommensminderung aufgrund dieser Ereignisse erst nach einer gewissen Frist auf und die Höhe der Verringerung ist bekannt. Vielmehr besteht Unkenntnis über das Eintreten eines solchen Ereignisses. Diese Unsicherheit wird in dem Modell über den erwarteten Nutzen in einer Periode abgebildet. Auskünfte über die Rentenhöhe gibt es bei den Trägern der gesetzlichen Rentenversicherung, die auch Sprechzeiten in vielen Städten und Gemeinden einrichten. Was die Informationen über die Höhe der Einkommen angeht, sind diese Anforderungen somit erfüllt.

Auf diesem Modell basieren auch Untersuchungen bezüglich der Rentenentscheidung im Allgemeinen und nicht nur im Bereich der betrieblichen Altersvorsorge. Hurd und Boskin (1984, S. 778) finden im Rahmen der Analyse der Rentenentscheidung auf Basis des Retirement History Surveys (RHS), dass Personen, die jünger als 62 Jahre alt sind und über ein geringes Vermögen verfügen, nur wenig durch Veränderungen des Social Security Wealth beeinflusst werden. Der Social Security Wealth ist ein alternatives Messinstrument der Anreize der gesetzlichen Rentenversicherung. Er basiert auf dem Barwert der abdiskontierten Beitragszahlungen bis zum Renteneintritt zuzüglich den erwarteten Rentenzahlungen ab diesem Zeitpunkt. Bei entsprechender Restriktion der Parameter entspricht dieser einem Sonderfall des Optionswertes. Die Arbeit von Boskin und Hurd (1984) zeigt, dass die Anreize der gesetzlichen Rentenversicherung nicht für jeden Versicherten gleich sein müssen. Unterschiede können auch durch das Alter eines Versicherten herrühren. So modellieren Stock und Wise (1990) und Lumsdaine et al. (1996) einen funktionalen Zusammenhang zwischen einem Parameter der Nutzenfunktion und dem Alter. Letztere beziehen ebenso den Familienstand mit ein. Ziel ist es, die Präferenzen für Freizeit in einer Periode besser abbilden zu können. Die Idee ist, dass mit dem Alter die Präferenzen für Freizeit zunehmen oder umgekehrt das Grenzleid von Arbeit steigt.

Späteren Arbeiten dienen diese Ergebnisse als Grundlage für die Messung der Anreize von Rentenversicherungssystemen. Der Optionswert wird als erklärende Variable neben anderen verwendet. Die Parameter der indirekten Nutzenfunktionen werden auf der Basis vorheriger Ergebnisse restringiert und in der Regel nicht mehr geschätzt. Die Parametrisierung des Optionswertes in der Arbeit von Brugiavini und Peracchi (2003, S. 90) zur Analyse der Rentenentscheidung in Italien basiert auf den

Ergebnissen von Stock und Wise (1990). Blundell et al. (2002, S. C165) wählen diese sogar frei. Im Rahmen einer Untersuchung des Rentenzugangsverhaltens von Angestellten des Verteidigungsministeriums der USA wählen Asch et al. (2005, S. 434) diese entsprechend eigener früherer Ergebnisse.

Die Analysen über den Einfluss der finanziellen Anreize der gesetzlichen Rentenversicherung in Deutschland auf die Rentenentscheidung sind geprägt durch die Arbeit von Börsch-Supan (1992) und darauf aufbauende. Im Gegensatz zu Stock und Wise (1990) werden weitere erklärende Variablen hinzugefügt und die Nutzenparameter des Optionswertes in der Regel restringiert. Nur Börsch-Supan (1992) bildet eine Ausnahme. Der Störterm ist dem Entscheidungsträger unbekannt und die dynamische Struktur der Rentenentscheidung wird vernachlässigt. Auf Grundlage des SOEP wurden bereits viele unterschiedliche Schätzungen präsentiert. Mit Hilfe dieser Modelle werden Beobachtungswellen aus dem SOEP untersucht. Der Status Rente wird in diesen Analysen an unterschiedlichen Merkmalen festgemacht. Dabei entspricht keine Definition dem Rentenbegriff im VI. Sozialgesetzbuch. Der exakte Rentenbeginn ist in diesen Daten nicht enthalten, so dass sich das Rentenzugangsverhalten der Versicherten nicht in den verwendeten Stichproben widerspiegelt. In der vorliegenden Arbeit wird dagegen die dynamische Struktur des Optionswertmodells von Stock und Wise (1990) aufgenommen und die Parameter frei geschätzt. Auch der Rentenbeginn ist in der Versichertenkontenstichprobe enthalten, so dass der Übergang von der Erwerbs- in die Rentenphase nicht approximiert werden muss und den wahren Gegebenheiten entspricht.

Die Ergebnisse aus Börsch-Supan (1992) basieren auf einem binären Logit-Modell. Eine Person gilt als verrentet, wenn sie weniger als 15 Stunden pro Woche arbeitet. Die Maximum-Likelihood-Schätzung basiert auf 479 Familienvorständen (Männer oder Frauen) aus den SOEP-Querschnittsdaten von 1984, die im Jahr 1984 zwischen 60 und 70 Jahre alt waren und über einen Renteneintritt in diesem Kalenderjahr entschieden. Die Parameter der indirekten Nutzenfunktion vom Cobb-Douglas-Typ einschließlich einer subjektiven Diskontrate werden frei geschätzt. Den Diskontfaktor nicht zu restringieren entspricht der Modellierung von Stock und Wise (1990). In der Regel wird aber davon abgewichen. Börsch-Supan (1992) blendet die Erwartungsbildung bezüglich zukünftiger Einkommen in dem Modell aus und berechnet den Optionswert aus den beobachteten Erwerbseinkommen. Einkommen, die nicht im SOEP enthalten sind und für die Berechnung des Modells nötig

sind, werden durch eine semi-logarithmische Regression des Erwerbseinkommens auf Variablen für Humankapital und Alter geschätzt. Die Renteneinkommen ergeben sich aus dem Rentenzugangsalter und dem Erwerbseinkommen vor dem Renteneintritt (Börsch-Supan, 1992, S. 547). Das planerische Element sowie die Dynamik durch eine bessere Informationslage geht hierbei verloren und es wird lediglich auf die monetären Anreize abgestellt. Das Ergebnis der Schätzung aus Börsch-Supan (1992) ist, dass der Optionswert einen signifikanten Einfluss auf die Rentenentscheidung besitzt. Auf der Grundlage dieser Schätzergebnisse für die Parameter des Optionswertes entstehen weitere Arbeiten.

Börsch-Supan und Schmidt (1994) untersuchen ein Gomperts-Hazardratenmodell. Die Definition von Rente entspricht der aus Börsch-Supan (1992). Hier werden die SOEP-Wellen 1984 bis 1990 für West- (2.369 Arbeitnehmer) und 1990 bis 1992 für Ost-Deutschland (965 Arbeitnehmer, mindestens 45 Jahre alt bei erstmaliger Beobachtung) verwendet und die Effekte für die neuen Bundesländer separat untersucht. Eine getrennte Analyse für Männer und Frauen erfolgt nicht. In den für Ost- und Westdeutschland getrennt durchgeführten Schätzungen wird der Optionswert als wichtige Determinante des Renteneintritts geschätzt. Die Parameter der indirekten Nutzenfunktion und der Diskontrate werden aus Börsch-Supan (1992) übernommen. Darauf beruht auch die Ermittlung der unbeobachteten Erwerbseinkommen. Durch eine entsprechende Restriktion wird auf Basis der Ergebnisse aus der Arbeit von Börsch-Supan (1992) der Optionswert für alle Beobachtungen berechnet. Das Vorgehen von Schmidt (1995) unterscheidet sich davon lediglich in der Definition von Rente, die sich nun nach der Aufgabe der Erwerbstätigkeit bestimmt. Auch er findet in getrennten Schätzungen für Ost- und Westdeutschland einen signifikanten Einfluss des Optionswertes auf die Verweildauer in der Erwerbsphase. Hinzu kommt, dass die Einkommen anders als in Börsch-Supan (1992) bestimmt werden. Dazu wird für jede Person ein Verlauf der Erwerbseinkommen in Abhängigkeit persönlicher Merkmale prognostiziert. Bei Abweichen der Schätzung von dem tatsächlichen Wert erfolgt eine Korrektur. Anschließend werden daraus unter Anwendung des deutschen Steuertarifs Nettoeinkommen errechnet (vgl. Schmidt, 1995, S. 164). Das Renteneinkommen wird durch Multiplikation des letzten Erwerbseinkommens mit einer Ersatzquote bestimmt, die allerdings nicht selbst geschätzt wird (vgl. Schmidt, 1995, S. 165). Diese werden für verschiedene Einkommensklassen gebildet und hängen zusätzlich vom Familienstand ab.



Das Vorgehen in Börsch-Supan und Schmidt (2001) ist analog zu dem aus Börsch-Supan und Schmidt (1994), wobei die Teilstichprobe zusätzlich eingegrenzt wird. Die Analyse wird auf diejenigen Beobachtungen beschränkt, die in den Panelperioden die Möglichkeit hatten, das Erwerbsleben zu verlassen. Antolin und Scarpetta (1998) untersuchen ein Modell mit abschnittsweise konstanten Hazardraten. Die Parameter zur Berechnung des Optionswertes werden entsprechend den Resultaten von Börsch-Supan (1992) sowie Stock und Wise (1990) restringiert. Datengrundlage ist das SOEP, wobei die Analyse auf 617 Beobachtungen beschränkt ist, die im Jahr 1985 mindestens 55 Jahre alt waren. Die nicht beobachteten Erwerbseinkommen werden analog zu Börsch-Supan (1992) aus einer semi-logarithmischen Regression auf Alter, Variablen für Humankapital und Sektorzugehörigkeit geschätzt (vgl. Antolin und Scarpetta, 1998, S. 13). Die Rentenhöhe wird anschließend in Abhängigkeit des Rentenalters und den historischen Arbeitseinkommen errechnet (vgl. Antolin und Scarpetta, 1998, S. 15).

In Börsch-Supan (2000) wird im Gegensatz zu den bisherigen Hazardratenmodellen ein Paneldaten-Probitmodell verwendet. Das binäre Mehrperioden-Probit-Modell wird mit der (stetigen) simulationsbasierten Maximum-Likelihood-Methode geschätzt. Dazu wird der Algorithmus aus Börsch-Supan und Hajivassiliou (1993) verwendet, welcher den von Geweke, Hajivassiliou und Keane (GHK) entwickelten Simulator für Wahrscheinlichkeiten und die Maximum-Likelihood-Methode kombiniert. Damit wird der Abhängigkeit der Entscheidungen eines Individuums über die Zeit Rechnung getragen und die dynamische Struktur des Entscheidungsprozesses abgebildet. Datengrundlage sind die SOEP-Wellen 1984-1996. In dem Datensatz sind 1.639 Individuen im Alter zwischen 55 und 70 aus Westdeutschland enthalten, für die Einkommensdaten verfügbar sind. Die Definition des Verrentungsstatus richtet sich nach der Antwort der Personen auf die Frage nach der Selbsteinschätzung des Erwerbsstatus (Self-Reporting). Im Mittelpunkt dieser Arbeit stehen unterschiedliche Annahmen an die Varianz-/Kovarianzmatrix der Störterme: Unabhängigkeit, unbeobachtbare Heterogenität und ein AR(1)-Prozess. Die Parameter der indirekten Nutzenfunktion werden zum Teil restringiert oder durch Grid-Search in einem Modell, unter der Annahme unabhängiger Störterme, ermittelt. Der subjektive Diskontfaktor wird entsprechend einem Zins in Höhe von 3 % restringiert. Im Falle unabhängiger Störterme zeigen die Ergebnisse der Parameterschätzung von den weiteren erklärenden Variablen keine großen Veränderungen bei Variation der restringierten Größen (Börsch-Supan, 2000, S. 43). Auf der Grundlage dieser

Ergebnisse werden diese Werte für die Parameter anderer Spezifikationen der Varianz-/Kovarianzmatrix der Störterme übernommen. In allen Modellen, die sich lediglich in den Annahmen bezüglich der Störterme unterscheiden, wird ein signifikanter Einfluss des Optionswertes auf die Rentenentscheidung gefunden. Außerdem zeigt sich, dass ein deutlich größeres Maximum der Likelihoodfunktion gefunden wird, wenn die Rentenentscheidung zu den jeweiligen Entscheidungszeitpunkten nicht als unabhängig voneinander betrachtet wird. Dies stellt die Richtigkeit der vorgenommenen Restriktionen bezüglich der Parameter des Optionswertes in Frage.

Börsch-Supan (2001) erweitert den Vergleich verschiedener Modelle aus Börsch-Supan (2000) um ein binäres Logit-Modell für mehrere Perioden und bestätigt den signifikanten Einfluss des Optionswertes. Dabei werden dieselben Restriktionen wie in Börsch-Supan (2000) verwendet. Ziel der Arbeit von Börsch-Supan (2001) ist es, die verschiedenen Versichertenrenten zu berücksichtigen, die im VI. Sozialgesetzbuch enthalten sind, sowie die damit verbundenen Unterschiede in der Höhe des Rentenanspruches zu erfassen. In diesem Zusammenhang wird der erwartete Rentenanspruch unterschiedlich berechnet: Zum einen wird wie bisher auch angenommen, dass jeder Versicherte eine Altersrente in Anspruch nimmt. Damit wird eine großzügige Variante verglichen, die jedem Versicherten eine Rente wegen Erwerbsminderung zugesteht. Die Rentenansprüche sind im Fall der Erwerbsminderung vergleichsweise höher. In einer anderen Variante wird die entsprechende Versichertenrente nach der Erwerbstätigkeit vorweggenommen und in die Berechnung der Anreizvariablen für einen Rentenzugang aufgenommen. In einer dritten Variante werden die jeweiligen Rentenansprüche mit der Wahrscheinlichkeit gewichtet, eine Rente wegen Erwerbsminderung in Anspruch zu nehmen (vgl. Börsch-Supan, 2001, S. 293). Diese wird auf unterschiedliche Weisen geschätzt: Im ersten Ansatz wird die relative Häufigkeit einer Rente wegen Erwerbsminderung herangezogen. Als Alternative dazu wird in einem zweiten Ansatz die relative Häufigkeit für den Besitz eines Behinderungsgrades von 50 verwendet. Schließlich wird die auf Grundlage der Schätzergebnisse aus einer Regression der qualitativen Variablen für einen Behinderungsgrad von 50 auf Altersdummies, Geschlecht, Familienstand und Branchenzugehörigkeit prognostizierte Wahrscheinlichkeit benutzt. Wenn ein Versicherter keinen Zugang zu einer Altersrente hat, dann ist die Höhe der Altersrente in diesem Fall null. Dies ist z.B. in einem Alter vor Erreichen des 60. Lebensjahres der Fall. Die Unterschiede in Bezug auf den Einfluss des Optionswertes

sind allerdings gering. Die Arbeitseinkommen werden ab einem Alter von 55 Jahren als konstant angenommen (vgl. Börsch-Supan, 2001, S. 293).

Die Datenbasis in Börsch-Supan et al. (2002) ist dieselbe wie in Börsch-Supan (2000). Die Renteneinkommen von Versicherten des privaten Sektors werden ganz allgemein durch die Summe von Entgeltpunkten berechnet, dem Verhältnis aus Erwerbseinkommen eines Versicherten dividiert durch das Durchschnittsentgelt eines Kalenderjahres. Die Renten im öffentlichen Dienst richten sich nach der Höhe des letzten Bruttogehaltes. Insgesamt ist also zur Berechnung das relative Erwerbseinkommen ausreichend, welches dem Verhältnis von Erwerbseinkommen zum Durchschnittseinkommen über alle Versicherten in einem Kalenderjahr entspricht. Da diese Information lediglich für das Beobachtungsjahr und nicht für frühere Jahre in dem Datensatz enthalten ist, werden diese geschätzt. Neben der Rentenhöhe werden auch die Erwerbseinkommen benötigt. Diese werden über das durchschnittliche Jahresentgelt aus der VDR Statistik und dem relativen Erwerbseinkommen berechnet. Für zukünftige Erwerbseinkommen wird zusätzlich ein 1-prozentiges Wachstum unterstellt (Börsch-Supan et al., 2002, S. 19). Außerdem werden die Versichertenrenten entsprechend der relativen Häufigkeit des Auftretens einer Schwerbehinderung in der Grundgesamtheit in Abhängigkeit des Alters gewichtet (Börsch-Supan et al., 2002, S. 22). Insgesamt werden vier verschiedene Spezifikationen eines binären Mehrperioden-Probit-Modells geschätzt, welche sich in den verwendeten Anreizvariablen für den Rentenzugang, darunter der Optionswert, unterscheiden. Außerdem werden unterschiedliche Varianten zur Abbildung von Alterseffekten präsentiert. Der Social Security Wealth dient als zusätzliche erklärende Variable. Die besten Resultate liefert dabei das Modell mit dem Optionswert. Die Restriktionen der Parameter der indirekten Nutzenfunktionen sowie der Diskontrate sind die gleichen wie in Börsch-Supan (2000). Außerdem testen die Autoren verschiedene Definitionen von Rente. Keine kann die typischen Zugangsspitzen zwischen 60 und 65 Jahren abbilden. Aus diesen Modifikationen ergeben sich keine qualitativen Verbesserungen des Schätzmodells (Börsch-Supan et al., 2002, S. 20). In den Ergebnissen der Modelle, die den Rentenzugang getrennt für Männer und Frauen am besten erklären, ist der Koeffizient des Optionswerts (genauso wie der des Social Security Wealths) signifikant von null verschieden. Berkel und Börsch-Supan (2004) verwenden die gleiche Datengrundlage wie Börsch-Supan et al. (2002) sowie den gleichen Modellansatz. Der Social Security Wealth geht zusätzlich quadratisch in die Schätzung ein. Der quadratische Ausdruck ist aber statistisch

nicht signifikant.

Die Ergebnisse der Schätzmodelle werden dazu verwendet, die Auswirkungen einer Reform der Bedingungen, unter denen ein Rentenzugang möglich ist, zu prognostizieren. Diese werden anhand von veränderten kumulierten relativen Häufigkeiten, bis zu einem bestimmten Zeitpunkt das Erwerbsleben verlassen zu haben, gemessen. Anschaulicher lassen sich die Veränderungen am durchschnittlichen Rentenzugangsalter zeigen, denn das politische Ziel wird ebenso an diesem Kriterium fixiert. In der Regel werden finanzielle Auswirkungen von Reformen quantifiziert. Bezüglich Reformen, die ausschließlich die Rentenhöhe betreffen, wird wie folgt vorgegangen: Die infolge der Reform veränderte Höhe des Rentenanspruchs beeinflusst den Optionswert. Mit Hilfe der geschätzten bzw. restringierten Parameter der indirekten Nutzenfunktion sowie des Diskontfaktors wird dieser neu berechnet. Unter der Annahme, dass alle anderen Regressoren konstant bleiben, wird anschließend eine neue Renteneintrittswahrscheinlichkeit berechnet. Auf Grundlage der prognostizierten Wahrscheinlichkeiten kann anschließend das durchschnittliche Renteneintrittsalter bestimmt werden, welches bei Umsetzung der Reform auf Grundlage des Modells erwartet wird. Eine Ausnahme zur Quantifizierung ausschließlich monetärer Effekte stellt die Anhebung des Alters, ab dem eine Inanspruchnahme vor dem Erreichen der Altersgrenze möglich ist, zusammen mit der Altersgrenze dar. Hier wird zusätzlich eine Anpassung der Präferenzen für ein Rentenzugangsalter unterstellt. Deshalb wird die Spezifikation des Alters entsprechend der Reform angepasst.

Börsch-Supan (1992) simuliert die Auswirkungen unterschiedlich hoher Rentenabschläge für die Inanspruchnahme einer Rente vor Erreichen des 65. Lebensjahres. Die Einführung der Rentenabschläge von 0,3 % pro Monat führt zu einer erwarteten Erhöhung des durchschnittlichen Rentenalters von 0,5 Jahren (vgl. auch Börsch-Supan und Schmidt, 1994 und 2001).

Die Auswirkungen auf das durchschnittliche Rentenalter bei vollständiger Umsetzung der Rentenreform von 1992, d.h. Rentenabschläge in Höhe von 0,3 % pro Monat, werden mit denen bei Einführung eines geometrischen Renten Anpassungsfaktors mit einem Abschlag von 6 % pro Jahr der Inanspruchnahme vor Erreichen der Altersgrenze in Börsch-Supan et al. (2002) verglichen. Letzterer käme einer fairen Anpassung näher (Börsch-Supan et al., 2002, S. 39). Außerdem simulieren sie die Auswirkungen einer Anhebung des Alters, ab dem eine vorzeitige Inanspruchnahme möglich ist und der Altersgrenze um gleichzeitig 3 Jahre. Sie

zeigen, dass ein Übergang zu einem geometrischen Anpassungsfaktor oder die Anhebung der Altersgrenzen das durchschnittliche Rentenalter von Männern um ungefähr 2 Jahre erhöht. Die Umsetzung der Rentenreform von 1992 führt zu geringeren Auswirkungen. Die Effekte durch die Anhebung des frühesten möglichen Alters, ab dem eine vorzeitige Inanspruchnahme einer Altersrente möglich ist, und der Altersgrenze werden unter Anpassung der Präferenzen für ein Rentenalter vorgenommen und zum Vergleich auch ohne. Dabei zeigt sich, dass die Ergebnisse sehr stark davon geprägt sind, ob die Abbildung des Alters, zu dem über einen Rentenzugang entschieden wird, entsprechend der Reform angepasst wird oder nicht. Bei einem Verzicht auf die Anpassung fallen die Effekte durch die Reform deutlich geringer aus.

In Berkel und Börsch-Supan (2004) wird ähnlich zu Börsch-Supan et al. (2002) unter anderem die vollständige Umsetzung der Reformen von 1992 und 1999 diskutiert. Bei einem Rentenabschlag von 0,3 % pro Monat für eine Inanspruchnahme einer Altersrente vor Erreichen der Altersgrenze ermitteln Berkel und Börsch-Supan (2004, S. 413) einen Anstieg für das durchschnittliche Rentenalter von Männern in Höhe von 1,8 Jahren im Vergleich zur Situation ohne Rentenabschläge und 3,7 Jahren, wenn die Abschläge auf 0,5 % angehoben werden. Darüber hinaus wird der Vorschlag der Kommission für die Nachhaltigkeit in der Finanzierung der Sozialen Sicherungssysteme (2003) simuliert, einer Anhebung der Altersgrenze um 2 Jahre, wie sie 2006 auch vom Bundestag beschlossen wurde. Durch diese Maßnahme wird eine Anhebung des durchschnittlichen Rentenzugangsalters um 2,5 Jahre erwartet. Dieses Ergebnis stellt sich nur dann ein, wenn sich die Präferenzen für ein Rentenzugangsalter ebenso verändern. Die Anhebung um ein Jahr führt vergleichsweise schon zu einer Anhebung des durchschnittlichen Rentenzugangsalters um 2,1 Jahre. Zum anderen diskutieren Berkel und Börsch-Supan (2004) den Wechsel der Gesetzlichen Rentenversicherung hin zu einem so genannten Notional Defined Contribution System. Im Vergleich zu dem vorherigen Reformszenario ergeben sich in diesem die Abschläge implizit aus der internen Verzinsung dieses Altersvorsorgekontensystems und der Restlebenserwartung (Berkel und Börsch-Supan, 2004, S. 403). Bei einem Wechsel zu diesem System ist der stärkste Anstieg des durchschnittlichen Rentenalters zu erwarten. Er beträgt 4,1 Jahre.

In den bisherigen Analysen für Deutschland ist das Renteneintrittsfenster sehr weit definiert. Dabei ist fraglich, ob sich Versicherte zu Beginn des Renteneintrittsfensters

im Alter von 45 Jahren (vgl. z.B. Börsch-Supan und Schmidt, 1994) bzw. 55 Jahren (vgl. z.B. Antolin und Scarpetta, 1998) von Anreizen der gesetzlichen Rentenversicherung leiten lassen. Die Beendigung des Erwerbslebens ist nur möglich, wenn gesundheitliche Gründe die Erwerbsfähigkeit entsprechend einschränken. Tritt dies ein, dann steht ein Hinausschieben des Renteneintritts auf einen späteren Zeitpunkt gar nicht zur Disposition. Das widerspricht der Idee des Optionswertmodells, das in diesem Fall die Anreize der gesetzlichen Rentenversicherung falsch abbildet. Die Folge sind verzerrte Schätzungen und Prognosen auf Basis eines solchen Modells.

Hinzu kommt, dass die Definition von Rente die für Deutschland typischen Zugangsspitzen im Alter von 60, 63 und 65 Jahren nur schlecht abbildet. Da der aktuelle Rentenbeginn im SOEP nicht enthalten ist, müssen Merkmale ausgewählt werden, an denen dieses Ereignis festgemacht werden kann. Börsch-Supan et al. (2002) testen verschiedene Varianten, ohne qualitative Verbesserungen zu erzielen. Damit muss aber die Frage gestellt werden, was genau mit dem Schätzmodell abgebildet wird. Hier liegt eine potentielle Fehlerquelle für das prognostizierte Ausmaß von Politikreformen, die für die Ergebnisse in Kapitel 7.3 nicht besteht.

Die Datenbasis umfasst häufig auch Frauen (vgl. Börsch-Supan, 1992) und Ausländer (vgl. Berkel und Börsch-Supan, 2004). Inwieweit sich Frauen von finanziellen Anreizen leiten lassen, ist auch abhängig von deren Erwerbshistorie. Die Erwerbsverläufe von Frauen sind häufig durch Kindererziehungszeiten unterbrochen und die finanzielle Absicherung im Rentenalter beruht zu einem großen Teil auf den Rentenansprüchen des Ehepartners. Die eigenen erworbenen Ansprüche sind in der Regel wesentlich niedriger als die von gleichaltrigen Männern. Wahrscheinlich ist, dass bei Frauen mit ähnlichen Erwerbsverläufen wie bei Männern keine Unterschiede in der Wahl des Rentenalters auftreten. Im anderen Fall ist dies jedoch offen. Bei Ausländern kommen die nicht erfassten Rentenansprüche aus dem Herkunftsland hinzu und die Frage nach dem Altersruhesitz. Unter Umständen spielen bei diesen Personen finanzielle Anreize ab einem bestimmten Rentenanspruch ebenso nur eine untergeordnete Rolle. Diese Heterogenität der Anreize der gesetzlichen Rentenversicherung wurde bisher nur für Frauen berücksichtigt (vgl. Börsch-Supan et al., 2002, sowie Berkel und Börsch-Supan, 2004).

Eine weitere Schwäche der bisherigen Analysen ist in der Restriktion der Parameter des Optionswertes zu sehen. Lediglich in einem binären Mehrperioden-Logit-Modell

wurden die Parameter der indirekten Nutzenfunktion vom Cobb-Douglas-Typ frei geschätzt (vgl. Börsch-Supan, 1992). In nachfolgenden Arbeiten wurden stets Restriktionen basierend auf Börsch-Supan (1992) vorgenommen, ohne diese für die veränderten Daten und Modellierungen zu überprüfen (vgl. Börsch-Supan und Schmidt, 1994, Schmidt, 1995, Antolin und Scarpetta, 1998, Berkel und Börsch-Supan, 2004). Wenn die Restriktionen nicht richtig sind, dann wird der Einfluss des Optionswerts auf die Rentenentscheidung verzerrt geschätzt. Außerdem wurde in Börsch-Supan (2000) gezeigt, dass die Entscheidungen über den Renteneintritt über die Zeit abhängig voneinander sind. In anschließenden Arbeiten wird dies nicht berücksichtigt. Wie in Berkel und Börsch-Supan (2004) wird unzutreffend die Unabhängigkeit der Entscheidungen angenommen, anstatt dem Vorgehen aus Börsch-Supan (2000) zu folgen. Dabei ist offen, ob diese Vereinfachung zu anderen geschätzten Parameterwerten führt und ob die Auswirkung von Politikreformen auf Grundlage dieser Spezifikation richtig quantifiziert werden.

Berkel und Börsch-Supan (2004, S. 413) prognostizieren für die Zeit nach einer Vollständigen Umsetzung der Rentenreformen in den 90er Jahren einen Anstieg für das durchschnittliche Rentenalter von Männern in Höhe von 1,8 Jahren im Vergleich zur Situation ohne Rentenabschläge. In Börsch-Supan (1992) wurde lediglich eine Erhöhung von 0,5 Jahren berechnet. Die Frage ist, ob die Restriktion in Berkel und Börsch-Supan (2004) die veränderte Datenlage oder das veränderte Schätzmodell diese Unterschiede verursacht. Die auf Grundlage der Schätzergebnisse aus der vorliegenden Arbeit prognostizierten Auswirkungen der Einführung der Rentenabschläge (siehe Kapitel 7.3) liegen näher an den Ergebnissen aus Börsch-Supan (1992) als an denen von Berkel und Börsch-Supan (2004). Auch Börsch-Supan et al. (2002) prognostizieren auf Basis der Ergebnisse eines binären Mehrperioden-Logit-Modells lediglich einen Anstieg um 8 Monate. Wegen der Verlässlichkeit und des Umfangs der Informationen aus der Stichprobe geklärter Versichertenkonten liegt der Schluss nahe, dass der Einfluss einer solchen Reform in Berkel und Börsch-Supan (2004) überschätzt wird.

Durch die Anhebung des frühest möglichen Rentenalters und der Altersgrenze wird ein Anstieg um 2,5 Jahre erwartet (vgl. Berkel und Börsch-Supan, 2004). Dieser Effekt basiert auf der Annahme, dass sich die Präferenzen für den Rentenzugang entsprechend ändern. Gründe dafür werden keine genannt. Im Gegensatz dazu zeigen Filer und Honig (2005), dass die Präferenzen für einen Rentenzugang durch eine solche Änderungen unberührt bleiben. Sie untersuchen eine Welt, in der die

Altersgrenze, ab der eine Inanspruchnahme möglich ist und das Rentenzugangsalter von den Eigenschaften des Arbeitnehmers und des ausgeübten Berufs beeinflusst werden, die wiederum Produktivität und Reservationslohn beeinflussen, endogen sind. Arbeitnehmer und Arbeitgeber haben ein Interesse daran, ein optimales Rentenalter vorwegzunehmen und den Rentenzugang zu diesem Alter einzuleiten. Dieses optimale Rentenalter ist von einer solchen Reform nicht berührt, vor allem wenn andere Versichertenrenten einen Ausstieg aus dem Erwerbsleben zu diesem optimalen Zeitpunkt ermöglichen. Konstante Präferenzen für ein Rentenzugangsalter nach der Anhebung des Alters, ab dem eine Inanspruchnahme frühestens möglich ist, und der Altersgrenze reduzieren den Einfluss einer solchen Reform auf die Veränderung der monetären Anreize der gesetzlichen Rentenversicherung. Dies führt zu einer Überschätzung der Wirkung einer solchen Veränderung im Rahmen dieses Modells. Dies zeigen auch die Ergebnisse von Börsch-Supan et al. (2002, S. 51).

Problematisch ist ebenso, ob mit dem Optionswertmodell die Auswirkungen einer solchen Reform überhaupt geschätzt werden können. Denn die Anhebung des Alters, ab dem eine vorzeitige Inanspruchnahme einer Altersrente möglich ist, kollidiert mit der Annahme eines frei wählbaren Rentenzugangs im Renteneintrittsfenster. Das eigentliche Ziel einer solchen Reform, nämlich der Ausschluss bestimmter Personengruppen in einem bestimmten Alter vom Renteneintritt, kann in diesem Modellrahmen gar nicht abgebildet werden.

In allen Arbeiten wird der signifikante Einfluss der finanziellen Anreize nachgewiesen, die durch den Optionswert gemessen werden. Allerdings stellt sich die Frage, welche Ergebnisse resultieren, wenn die Parameter des Optionswertes nicht restringiert werden und gleichzeitig die Annahme unabhängiger Entscheidungen über den Renteneintritt in dem betrachteten Renteneintrittsfenster aufgelöst wird. Ein weiterer Punkt ist, dass in den bisherigen Analysen die Erwartungsbildung der Individuen nicht thematisiert wurde. Die Unsicherheit über zukünftige Einkommen ist in diesen Modellen ausgeblendet. Das originäre Ziel des Optionswertmodells besteht aber gerade darin, die Planungen eines Versicherten zum Renteneintritt auf Grundlage der Erwartungen über zukünftige Einkommen und die Revision der Entscheidung abzubilden, wenn bessere Informationen über zukünftige Einkommen vorliegen. Der hier vorliegende Datensatz macht es möglich, den Beginn einer Rente zu beobachten. Dieser Zeitpunkt ist mit demjenigen identisch, der auch in die amtliche Statistik des VDR eingeht. Damit wird auch das typische Zugangsverhalten



für Deutschland abgebildet und so ein weiterer Schwachpunkt in den bisherigen Arbeiten hinfällig. Vor allem zeigt sich in den Schätzergebnissen aus Kapitel 7 der Vorteil der prozessproduzierten Daten. Der Weg, über den das Erwerbsleben beendet wird, geht in die Schätzung mit ein. Ebenso sind die Rentenansprüche im Jahr 2001 bekannt, so dass auf dieser Basis potentielle Renteneinkommen in anderen Kalenderjahren sehr genau approximiert werden können. Somit lassen sich an verschiedenen Stellen der Analyse Ansatzpunkte zu einer besseren Modellierung der Rentenentscheidung finden. Inwieweit das die bisherigen Ergebnisse verändert, wird in Kapitel 7 dargestellt.

# Kapitel 3

## Der Rentenbegriff

In der Literatur werden unterschiedliche Definitionen für Rente verwendet: der Beginn der Rentenphase wird an der Selbsteinschätzung (Self-Reporting) der Versicherten (vgl. Coile und Gruber, 2000, S. 11, Hausmann und Wise, 1985, S. 165), den Arbeitsstunden (vgl. Quinn, 1977, S. 334, Hannoeh und Honig, 1983, S. 136) oder dem Beziehen von Rentenleistungen (vgl. Bingley et al., 2001, S. 31 sowie Antolin und Scarpetta, 1998, S. 11) festgemacht. Das Problem bei allen Definitionen ist, dass sie in der Regel nicht mit den amtlichen Statistiken übereinstimmen. Sie weisen nämlich nicht die typischen Charakteristika des Rentenzugangs auf, insbesondere den häufigeren Rentenzugang zu einem bestimmten Alter (vgl. Börsch-Supan et al., 2002, S. 20). Dies steht im Kontrast zu der in dieser Arbeit verwendeten Definition von Rente, die sich am gesetzlichen Rentenbeginn orientiert. Der Rentenzugang kann mit Hilfe der Informationen aus der Versichertenkontenstichprobe differenzierter betrachtet werden und der Optionswert erhält dadurch mehr Aussagekraft. Das Optionswertmodell vergleicht den Barwert der indirekten Nutzen bei einem Renteneintritt in der Periode nach dem Entscheidungszeitpunkt mit denjenigen bei einem Rentenzugang in den weiteren Perioden aus dem Renteneintrittsfenster. Nicht für jeden Versicherten kann zu jedem Zeitpunkt davon ausgegangen werden, dass ihm alle Alternativen zur Verfügung stehen. Hierbei spielen die unterschiedlichen Versichertenrenten, die nach Beendigung des Erwerbslebens in Anspruch genommen werden können, eine wichtige Rolle. Das Deutsche Rentenrecht kennt Renten wegen Erwerbsminderung und Altersrenten, bei denen die Möglichkeit das Erwerbsleben zu verlassen unterschieden werden muss. Die Zeitspanne, in der die Renteneintrittsentscheidung eines Versicherten untersucht wird, sollte so spezifiziert werden, dass sie die Perioden

umfasst, in denen der Versicherte das Erwerbsleben verlassen kann. Ansonsten resultieren verzerrte Schätzungen bezüglich des Einflusses des Optionswertes auf die Rentenentscheidung.

Die Art und Weise wie der Rentenzugang betrachtet wird, hat sich über die Zeit verändert. So ist der Renteneintritt aus heutiger Sicht das Ergebnis einer freiwilligen bzw. rationalen Wahl unter verschiedenen Alternativen. Die Sichtweise der Rente als unfreiwillige Entscheidung ist dagegen stark in den Hintergrund getreten. Quinn et al. (1990, S. 111) bezeichnen diese Art der Betrachtung auch als in „älterer Tradition“. Allerdings unterliegen schon immer einige Faktoren nicht der Kontrolle der Erwerbstätigen und schränken deren Wahlmöglichkeiten ein oder eliminieren diese ganz. Die Faktoren, denen in diesem Zusammenhang am meisten Aufmerksamkeit zukommt, sind Krankheit und Arbeitslosigkeit. Diese finden in vielen Arbeiten auch Berücksichtigung. In der Regel wird ein signifikanter Einfluss dieser Merkmale auf die Rentenentscheidung gefunden. Ebenso von Bedeutung ist der Arbeitsmarkt. Auch er lässt sich durch die Versicherten nicht beeinflussen. In Zeiten wirtschaftlicher Flaute werden ältere Arbeitnehmer eine größere Bereitschaft zeigen, auch mit finanziellen Einbußen durch einen Rentenabschlag aus dem Berufsleben auszuschneiden, um jüngeren Arbeitnehmern den Arbeitsplatz zu sichern. Unter Umständen werden letzte Zweifel in Form von Abfindungsangeboten durch den Arbeitgeber genommen.

Eine Schwierigkeit bei der Einflussgröße Gesundheit besteht in der Quantifizierung. Diese kann nicht direkt gemessen werden, so dass andere Merkmale zur Approximation verwendet werden müssen. Quinn et al. (1990, S. 114) finden, dass der Einfluss von Gesundheit auf den Renteneintritt, gemessen in Form einer Selbstauskunft durch den Erwerbstätigen, überschätzt wird. Das ist ein Indiz dafür, dass der eigene Gesundheitszustand schlechter beurteilt wird, als er tatsächlich ist. Im Gegensatz dazu weist Bound (1989, S. 2) auf eine Unterschätzung des Einflusses von Gesundheit hin, wenn objektive Faktoren, wie zum Beispiel Arztberichte, verwendet werden. Fraglich ist dazu, ob bei Vorliegen beider Merkmale der Einfluss des Gesundheitszustandes korrekt geschätzt wird (vgl. Bound, 1989, S. 17). Chirikos und Nestel (1991) betonen die besondere Bedeutung von körperlichen Anforderungen eines Berufs, deren Einfluss auf die Rentenentscheidung sie im Rahmen eines Competing-Risk-Modells untersuchen. Die eigentlich relevante Frage lautet, ob die eigene Gesundheit die Leistungsfähigkeit so einschränkt, dass die Arbeit in Art oder Umfang nicht mehr ausgeführt werden kann (Quinn, 1978).

Der Renteneintritt aufgrund gesundheitlicher Gründe basiert nicht auf einer langfristigen Planung oder Abwägen von Alternativen. Das Auftreten bzw. der Verlauf einer Krankheit ist nicht vorhersagbar. Beim Vorliegen einer schweren Krankheit ist es häufig keine Frage, ob ein Versicherter weiter am Erwerbsleben teilnimmt. Vielmehr entspricht das Verlassen des Erwerbslebens der besten Antwort auf die Umstände der gegebenen Situation. In diesem Sinne liegen die traditionelle und heutige Sichtweise des Rentenzugangs nicht weit voneinander entfernt. Allerdings ist es sinnvoll, zwischen dem planbaren Rentenzugang und demjenigen, der nicht vorhersehbar ist, zu unterscheiden. Gerade mit Blick auf die Anreize der gesetzlichen Rentenversicherung kann sich sonst ein verzerrtes Bild des Wirkungszusammenhangs ergeben. Der Realisierung der Anreize steht nämlich in der Regel das Fehlen der Anspruchsberechtigung entgegen.

Das Deutsche Rentenrecht regelt für kranke Menschen den Zugang zur Rente in Abhängigkeit vom Alter unterschiedlich: Bis zur Vollendung des 65. Lebensjahres kann derjenige eine Rente wegen voller Erwerbsminderung in Anspruch nehmen, der die Voraussetzungen des § 43 II SGB VI erfüllt. Voll erwerbsgemindert sind Versicherte, die wegen Krankheit oder Behinderung dauerhaft außerstande sind, mindestens drei Stunden täglich erwerbstätig zu sein. Auch zählen Versicherte als voll erwerbsgemindert, die mehr als drei aber weniger als sechs Stunden täglich erwerbstätig sein können, wenn sie wegen Art oder Schwere der Behinderung keinen Arbeitsplatz finden (§ 43 II Satz 2 SGB VI). Daneben gibt es die Altersrente für schwerbehinderte Menschen (§ 236a SGB VI), die es Versicherten ermöglicht aus dem Erwerbsleben auszuscheiden, die

- vor dem 1. Januar 1951 geboren sind,
- mindestens 60 Jahre alt sind,
- bei Beginn der Altersrente als schwerbehinderte Menschen (§ 2 II SGB IX) anerkannt, berufsunfähig oder erwerbsunfähig nach dem am 31. Dezember 2000 geltenden Recht sind und
- die Wartezeit von 35 Jahren erfüllt haben.

Als schwerbehindert zählen Menschen, bei denen ein Behinderungsgrad von mindestens 50 vorliegt (§ 2 II SGB IX). Diesen gleichgestellt sind nach § 2 III SGB IX Menschen mit einem Grad der Behinderung von weniger als 50,

aber wenigstens 30, wenn sie infolge ihrer Behinderung ohne die Gleichstellung einen geeigneten Arbeitsplatz nicht erlangen oder nicht behalten können.

Im Vergleich der Versichertenrenten zeigt sich, dass die Beurteilung der verminderten Erwerbsfähigkeit nicht nur vom Gesundheitszustand abhängig ist. Entscheidend ist auch, ob der Versicherte sein Leistungsvermögen in eine Erwerbstätigkeit umsetzen kann. Dagegen ist im Falle einer Altersrente wegen Schwerbehinderung ausschließlich der Gesundheitszustand ausschlaggebend. In diesem Sinne sind die Zugangsvoraussetzungen für eine Altersrente für schwerbehinderte Menschen weniger restriktiv. Vor allem aber kann man sich gerade im Falle der Rente wegen voller Erwerbsminderung nur schwer vorstellen, dass diese durch planerisches Verhalten herbeigeführt wurde. Neben dem Verlust der Erwerbsfähigkeit ist auch eine Reduktion der Lebensqualität zu erwarten, vor allem in Bezug auf die Konsummöglichkeiten von Freizeit.

Darüber hinaus sieht das SGB VI folgende Altersrenten für die Versicherten aus der Stichprobe bei Erfüllung der entsprechenden Voraussetzungen vor:

- Regelaltersrente (§ 35 SGB VI)
  - Vollendung des 65. Lebensjahres und
  - Erfüllung der allgemeinen Wartezeit von 5 Jahren.
  
- Altersrente für langjährig Versicherte (§ 236 SGB VI)
  - Vollendung des 63. Lebensjahres und
  - Erfüllung der Wartezeit von 35 Jahren.
  
- Altersrente wegen Arbeitslosigkeit oder nach Altersteilzeitarbeit (§ 237 SGB VI)
  - Geboren vor dem 1. Januar 1952,
  - Vollendung des 60. Lebensjahres,
  - entweder
    - a) Arbeitslosigkeit bei Beginn der Rente und nach Vollendung des Lebensalters von 58 Jahren und 6 Monaten über einen Zeitraum von insgesamt 52 Wochen oder

- b) Minderung der Arbeitszeit aufgrund von Altersteilzeitarbeit für mindestens 24 Kalendermonate,
  - Leistung von Pflichtbeiträgen für eine versicherte Beschäftigung über einen Zeitraum von 8 Jahren und
  - Erfüllung der Wartezeit von 15 Jahren.
- Altersrente für Frauen (§ 237a SGB VI)
  - Geboren vor dem 1. Januar 1952,
  - Vollendung des 60. Lebensjahres,
  - Leistung von Pflichtbeiträgen für eine versicherte Beschäftigung oder Tätigkeit über einen Zeitraum von mindestens 10 Jahren nach Vollendung des 40. Lebensjahres und
  - Erfüllung der Wartezeit von 15 Jahren.

Die Inanspruchnahme einer dieser Versichertenrenten wird hier auch als Pfad oder Weg in die Rente bezeichnet, denn sie beschreibt die Art und Weise, wie ein Versicherter das Erwerbsleben verlässt. Lediglich im Falle der Altersrenten kann allerdings davon ausgegangen werden, dass der Rentenzugang aufgrund der Entscheidung eines Versicherten unter mehreren Alternativen erfolgt.

Menschen mit einer Behinderung, die die Voraussetzungen einer Altersrente für schwerbehinderte Menschen erfüllen, waren mit dieser Einschränkung mindestens 35 Jahren erwerbstätig. Renten wegen voller Erwerbsminderung werden deshalb nicht betrachtet, da hier das entscheidende Kriterium für eine weitere Teilnahme am Erwerbsleben das aufgrund einer Krankheit verbliebene Leistungsvermögen ist. Ist dieses so gering, dass die Versicherten anspruchsberechtigt sind, stehen sie dem Arbeitsmarkt gar nicht oder nur sehr eingeschränkt zur Verfügung. Die finanziellen Anreize der Regelungen der Sozialversicherung treten in diesen Fällen in den Hintergrund. Eine eingeschränkte Teilhabe am Erwerbsleben, wie bei der Rente wegen Erwerbsminderung, muss bei einer Altersrente für schwerbehinderte Menschen nicht vorliegen. Deshalb kann der Rentenzugang auch hier als die beste Antwort rationaler Individuen auf die Anreize der Regelungen der Sozialversicherung und Zwänge durch gesetzliche Beschränkungen gesehen werden. Ebenso gilt das im Fall der Altersrente wegen Arbeitslosigkeit. Unter Umständen fassen Arbeitgeber und Arbeitnehmer sogar gemeinsam den Beschluss

über den Renteneintritt des Arbeitnehmers. Gerade in Deutschland ist dies bei entsprechenden Abfindungszahlungen eine gängige Praxis. Auch bei den anderen Arten der Altersrente ist dieser Punkt unproblematisch.

Deshalb basieren die Untersuchungen in dieser Arbeit auf den Altersgruppen von Versicherten, die eine Altersrente in Anspruch nehmen können. Das heißt, dass hier die Rentenentscheidung der 60- bis 64-jährigen modelliert wird unter der Annahme, dass alle Versicherten spätestens zum 65. Lebensjahr in Rente gehen. Aus der vorliegenden Versichertenkontenstichprobe geht hervor, dass nur ganz wenige Versicherte über das Alter von 65 Jahren hinaus erwerbstätig sind. Im vorliegenden Datensatz bezogen im Jahr 2001 weniger als 5 % der männlichen Versicherten des Geburtsjahrgangs 1936 keine Rente, wobei viele das 65. Lebensjahr noch nicht vollendet haben. Die Inanspruchnahme einer Altersrente wird als endgültig betrachtet. Es gibt keine Möglichkeit, nach einem Renteneintritt wieder am Erwerbsleben teilzunehmen. Auch diese Annahme gründet auf den Daten. Nur für eine geringe Anzahl Personen aus der Versichertenkontenstichprobe wird eine Wiederaufnahme der Erwerbstätigkeit nach einem Rentenbeginn beobachtet.

Aus den Ausführungen zum verwendeten Rentenbegriff und des Renteneintrittsfensters ist klar, dass in dieser Arbeit nicht die Frühverrentung im Allgemeinen untersucht wird. Dazu müssten auch die Renten wegen Erwerbsminderung betrachtet werden. Im Fokus dieser Arbeit stehen die finanziellen Anreize durch das Rentenversicherungssystem als Determinante der Rentenentscheidung. Allerdings wird im Zusammenhang mit einer Rente wegen Erwerbsminderung die Entscheidung der Versicherten nicht von den Anreizen der Rentenversicherung beeinflusst. Entscheidend ist die verbliebene Leistungsfähigkeit im Erwerbsleben durch die Krankheit. Dagegen kann bei jeder Art der Altersrente stets davon ausgegangen werden, dass neben einer Arbeitslosigkeit, Altersteilzeit und Schwerbehinderung auch andere Kriterien für eine Inanspruchnahme maßgeblich sind. Unter anderem sind das die Anreize der gesetzlichen Rentenversicherung, die hier untersucht werden.

# Kapitel 4

## Das Optionswertmodell

Die Auswirkungen der gesetzlichen Rahmenbedingungen auf die Rentenentscheidung haben Stock und Wise (1990) in Form eines intertemporären Entscheidungsmodells abgebildet. Im Mittelpunkt stehen die Opportunitätskosten eines Renteneintritts in der Periode nach dem Entscheidungszeitpunkt. Diese bestehen in dem entgangenen Erwerbseinkommen bis zum Renteneintritt in einer späteren Periode und den bis dahin zusätzlich erworbenen Rentenansprüchen. Anreize der gesetzlichen Rentenversicherung können darin gesehen werden, dass diese Kosten für bestimmte Versichertengruppen in bestimmten Perioden systematisch kleiner sind als in anderen. Ein anderer wichtiger Gesichtspunkt des Modells ist, dass die Entscheidung neu bewertet wird, wenn mehr Informationen über zukünftige Erwerbseinkommen und damit auch zukünftige Rentenansprüche verfügbar sind. Damit ist die Betrachtung des Renteneintritts nicht mehr statisch und entspricht besser den tatsächlichen Gegebenheiten. Die Spezifikation des Modells wird im Folgenden zunächst vorgestellt und anschließend die Wahrscheinlichkeit für einen Renteneintritt in einer Periode modelliert. Danach werden Parameter der Nutzenfunktion so spezifiziert, dass sie unterschiedliche Nutzenniveaus in Abhängigkeit des Alters bzw. des Erwerbsstatus abbilden. Außerdem wird die Modellierung der Rentenentscheidung nicht mehr ausschließlich vom Erreichen des 60. Lebensjahres abhängen. Neben dem Alter, ab dem eine vorzeitige Inanspruchnahme einer Altersrente möglich ist, fließen die gesetzlichen Voraussetzungen für eine Inanspruchnahme mit ein. Damit wird für die Versicherten die Rentenentscheidung, von einem unterschiedlichen Alter beginnend, modelliert. Hinzu kommt eine Verallgemeinerung des Modells, worin auch die Abbildung eines politischen Handlungsparameters gesehen werden kann. Am Ende dieses Kapitels werden



Identifikationsprobleme im Zusammenhang mit dem Modell untersucht.

## 4.1 Modellbeschreibung

Das Versichertenleben lässt sich in zwei Phasen gliedern: in der ersten Phase geht der Versicherte einer Erwerbstätigkeit nach und leistet Beiträge zur gesetzlichen Rentenversicherung. Während dieser Phase bezieht der Versicherte in einer Periode  $s$  ein Einkommen  $Y_s$  und zieht indirekt daraus einen Nutzen  $U_1(Y_s)$ . In der zweiten Phase erzielt er eine Altersrente  $B_s(r)$ . Diese hängt von der in der Erwerbsphase geleisteten Beiträge, der Renteneintrittsperiode  $r$  und dem Bezugsperiode  $s$  ab. Von dem Alter in der Rentenzugangsperiode ist der Rentenabschlag abhängig, in dessen Höhe die Altersrente für die Inanspruchnahme vor Erreichen der Altersgrenze gekürzt wird. Durch die jährliche Anpassung des aktuellen Rentenwerts zum 1.7. eines Jahres ändert sich auch die Rentenhöhe, so dass der indirekte Nutzen auch von  $s$  abhängig ist. Aus dieser Rente zieht die Person, wenn sie aus der Erwerbsphase ausgeschieden ist, indirekt einen Nutzen  $U_2(B_s(r))$ .

Wird nun der Zeitraum von Periode  $t$  bis zu einer Periode  $S$  betrachtet, ab der die Nutzenniveaus für die Rentenzugangsentscheidung keine Rolle mehr spielen, dann lässt sich die Summe der abdiskontierten indirekten Nutzen bei einem Renteneintritt in Periode  $r$  bestimmen:

$$V_t(r) = \sum_{s=t}^{r-1} q^{s-t} U_1(Y_s) + \sum_{s=r}^S q^{s-t} U_2(B_s(r))$$

Der Diskontfaktor  $q = \frac{1}{1+i}$  ist abhängig vom Zins  $i$ . Stock und Wise (1990) definieren  $i$  als subjektive Diskontrate, die zu schätzen ist.

Zu Beginn der Periode  $t$  wägt der Versicherte nun die verschiedenen Optionen für einen Renteneintritt gegeneinander ab. Die Entscheidung basiert auf dem Vergleich der Summe der abdiskontierten Nutzen im Falle eines Renteneintritts in  $r > t$  und bei einem Zugang in  $t$ .

Der zusätzliche erwartete Nutzen  $G_t(r)$ , der sich bei einem Aufschieben des Renteneintritts von  $t$  auf  $r$  realisieren lässt, ist:

$$G_t(r) = E_t [V_t(r)] - E_t [V_t(t)] \tag{4.1}$$

$V_t(r)$  ist von indirekten Nutzen aus Einkommen abhängig, die zu Beginn der Periode  $t$  unbekannt sind. Deshalb werden über die zukünftigen Nutzenniveaus Erwartungen  $E_t(\cdot)$  gebildet, gegeben den Informationen zu Beginn der Periode  $t$ . Das beinhaltet auch den indirekten Nutzen, der während  $t$  erzielt wird.

Ein Individuum wird dann in  $t$  aus dem Erwerbsleben ausscheiden, wenn es kein  $r > t$  gibt, für das gilt

$$G_t(r) > 0 \tag{4.2}$$

Genau dann lässt sich durch einen späteren Renteneintritt kein höherer Nutzen mehr erzielen.

$U_1(Y_s)$  und  $U_2(B_s(r))$  sind indirekte Nutzenfunktionen vom Cobb-Douglas-Typ mit additiven Störtermen:

$$\begin{aligned} U_1(Y_s) &= Y_s^\gamma + \varepsilon_{1s} \\ U_2(B_s(r)) &= (\kappa \cdot B_s(r))^\gamma + \varepsilon_{2s} \end{aligned} \tag{4.3}$$

Daraus folgt eine konstante relative Risikoaversion. Unabhängig von der absoluten Höhe des Einkommens ist immer derselbe proportionale Anteil davon mit Unsicherheit behaftet.

Die Nutzenfunktionen unterscheiden sich neben dem Einkommen in den unterschiedlichen Phasen durch einen Faktor  $\kappa$  sowie die auftretenden Störterme  $\varepsilon_{1s}$  und  $\varepsilon_{2s}$ .  $\kappa$  bildet die verbesserten Konsummöglichkeiten in der Rentenphase bzw. den Disnutzen von Arbeit ab. Wenn  $\kappa = \gamma = 1$ , dann entspricht  $G_t(r)$  gerade der Differenz aus dem Barwert der erwarteten Einkommen bei einem Renteneintritt in  $t$  und  $r$ . Die Störterme  $\varepsilon_{1s}$  und  $\varepsilon_{2s}$  messen unbeobachtete Determinanten der von der Phase im Versichertenleben abhängigen indirekten Nutzen. Solch ein nicht beobachtetes Merkmal kann bspw. im Gesundheitszustand gesehen werden oder in der Sorge um die finanzielle Absicherung des Ehepartners im Todesfall des Versicherten.

Diese unbeobachtbaren Faktoren weisen eine Beständigkeit über die Zeit hinweg auf. Um diese abzubilden wird angenommen, dass  $\varepsilon_{1s}$  und  $\varepsilon_{2s}$  jeweils einem autoregressiven Prozess der Ordnung 1 folgen:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1s} &= \rho \cdot \varepsilon_{1s-1} + \omega_{1s} \\ \varepsilon_{2s} &= \rho \cdot \varepsilon_{2s-1} + \omega_{2s} \end{aligned}$$

mit  $t$  der ersten möglichen Renteneintrittsperiode im Beobachtungsfenster sowie  $\varepsilon_{1t}$  *i.i.d.*  $N(0, \sigma_{\varepsilon_1}^2)$ ,  $\varepsilon_{2t}$  *i.i.d.*  $N(0, \sigma_{\varepsilon_2}^2)$ ,  $\omega_{1s}$  *i.i.d.*  $N(0, \sigma_{\omega_1}^2)$ ,  $\omega_{2s}$  *i.i.d.*  $N(0, \sigma_{\omega_2}^2)$  und Annahme der Unabhängigkeit zwischen  $\omega_{1s}$ ,  $\omega_{2s}$ ,  $\varepsilon_{1t}$  sowie  $\varepsilon_{2t}$ .

Entgegen der Annahme, dass die Einkommen der Periode  $t$  unbekannt sind, wird für die Störterme angenommen, dass der Versicherte zu Beginn der Periode  $t$  bereits die Größen  $\varepsilon_{1t}$  und  $\varepsilon_{2t}$  kennt. Die stochastischen Komponenten zusammengefasst, lässt sich Gleichung (4.1) nach Einsetzen der Nutzenfunktionen aus Gleichung (4.3) schreiben als:

$$\begin{aligned}
G_t(r) &= \sum_{s=t}^{r-1} q^{s-t} \mathbf{E}_t[Y_s^\gamma] + \sum_{s=r}^S q^{s-t} \mathbf{E}_t[(\kappa \cdot B_s(r))^\gamma] - \sum_{s=t}^S q^{s-t} \mathbf{E}_t[(\kappa \cdot B_s(r))^\gamma] \\
&\quad + \sum_{s=t}^{r-1} q^{s-t} \mathbf{E}_t[\varepsilon_{1s} - \varepsilon_{2s}] \\
&= \underbrace{\sum_{s=t}^{r-1} q^{s-t} \mathbf{E}_t[Y_s^\gamma] + \sum_{s=r}^S q^{s-t} \mathbf{E}_t[(\kappa \cdot B_s(r))^\gamma] - \sum_{s=t}^S q^{s-t} \mathbf{E}_t[(\kappa \cdot B_s(r))^\gamma]}_{=g_t(r)} \\
&\quad - (\varepsilon_{2t} - \varepsilon_{1t}) \cdot \underbrace{\sum_{s=t+1}^{r-1} (\rho \cdot q)^{s-t}}_{=k_t(r)}
\end{aligned}$$

Diese Vereinfachung folgt aus der Tatsache, dass

$$\mathbf{E}_t(\varepsilon_s) = \rho^{s-t} \cdot \varepsilon_t \quad \forall \quad s > t$$

mit  $\varepsilon_t = \varepsilon_{2t} - \varepsilon_{1t}$  und analog  $\omega_s = \omega_{2s} - \omega_{1s}$ . Außerdem gilt:

$$\begin{array}{llll}
\varepsilon_t & \text{i.i.d. } N(0; \sigma_\varepsilon^2) & \text{mit} & \sigma_\varepsilon^2 = \sigma_{\varepsilon_1}^2 + \sigma_{\varepsilon_2}^2 \\
\omega_s & \text{i.i.d. } N(0; \sigma_\omega^2) & \text{mit} & \sigma_\omega^2 = \sigma_{\omega_1}^2 + \sigma_{\omega_2}^2
\end{array}$$

$$\varepsilon_s = \rho \cdot \varepsilon_{s-1} + \omega_s \quad \text{i.i.d. } N\left(0; \rho^{2 \cdot (s-t)} \cdot \sigma_\varepsilon^2 + \sum_{j=1}^{s-t} \rho^{2 \cdot (j-1)} \sigma_\omega^2\right) \quad \forall \quad s > t$$

und

$$\text{Cov}(\varepsilon_{s-1}, \varepsilon_s) = \rho \cdot \text{Var}(\varepsilon_s) \quad \forall \quad s > t$$

$G_t(r)$  kann somit kompakt geschrieben werden als:

$$G_t(r) = g_t(r) - k_t(r) \cdot \varepsilon_t \quad (4.4)$$

Stock und Wise (1990, S. 1171) schätzen  $\kappa = 1,6$  und  $\gamma = 0,8$ . Mit steigendem Einkommen ist demnach ein abnehmender Grenznutzen verbunden. Das Renteneinkommen stiftet einen 1,6-mal höheren Nutzen als ein gleich hohes Erwerbseinkommen. Diese Ergebnisse entsprechen der ökonomischen Vorstellung über die Zusammenhänge.  $i = 31$  % ist dagegen relativ hoch, gemessen an einer Lebenserwartung eines 60-jährigen Mannes im Jahr 2001 von ungefähr 20 Jahren (Quelle: www.destatis.de). Aufgrund der geschätzten hohen Gegenwartspräferenzen spielen zukünftige Einkommen 10 Jahre nach dem Entscheidungszeitpunkt fast keine Rolle mehr. Sie gehen lediglich mit einem Gewicht von ungefähr  $q^{10} = 0,067$  ein. Die hohe Korrelation  $\rho = 0,7$  zeigt, dass das Modell den Rentenzugang nicht vollständig erklären kann. Jedoch signalisiert das Verhältnis von  $\frac{\sigma_\omega}{\sigma_\varepsilon} = 0,8$ , dass die Unsicherheit über den Renteneintritt mit dem Zeitablauf verschwindet.

Lumsdaine et al. (1996, S. 37f) bestimmen für Männer  $\kappa = 3,6$ ,  $\gamma = 1,0$  und  $i = 11$  %. Für Frauen ermitteln die Autoren  $\kappa = 3,0$ ,  $\gamma = 1,2$  und  $i = 3$  %.  $q$  wird also wesentlich kleiner geschätzt als in Stock und Wise (1990).  $\gamma$  ist etwas größer als 1. Ähnliche Ergebnisse finden Burkhauser et al. (2003, S. 37). Dort sind  $\gamma = 0,5$  und  $\kappa = 1,5$ , wobei  $q = 0,85$  ( $i = 17,6$  %) restringiert ist.

Für Deutschland findet Börsch-Supan (1992, S. 551)  $\gamma = 1,0$   $\kappa = 1,2$  sowie  $i = 16$  %. Diese Ergebnisse sind mit denen von Stock und Wise (1990) vergleichbar. Die Resultate aus Börsch-Supan (2000, S. 43) ähneln denen aus Lumsdaine et al. (1996):  $\gamma = 1,0$  sowie  $\kappa = 3,1$ .

Im Rahmen des Modells wird zu einem Zeitpunkt  $t$  über den Renteneintritt in der Periode  $t$  entschieden. Dieser Zeithorizont ist auch im Sinne der Altersrente wegen Arbeitslosigkeit kein Problem, da der Renteneintritt nach 12-monatigem Bezug von Arbeitslosengeld möglich ist, und entspricht ungefähr einer Periode im Modell. Dies stellt sich anders im Falle der Altersrente wegen Altersteilzeit dar. § 237 SGB VI regelt, dass Voraussetzung für eine Altersrente wegen Altersteilzeit eine mindestens 24-monatige Reduzierung der Arbeitszeit ist. Zu einem bestimmten Zeitpunkt wird eine Entscheidung über die Beendigung der Erwerbsphase gefällt und der anschließende Renteneintritt fixiert, welcher mindestens 2 Jahre vom Entscheidungszeitpunkt entfernt liegt. Dies wird nicht

von dem Optionswertmodell abgebildet. Auf der anderen Seite genießt diese Gruppe von Versicherten, die sich für ein Verlassen der Erwerbstätigkeit über die Altersteilzeit entschieden hat, gegenüber ihren Arbeitskollegen, die dies nicht getan haben, keinen gesonderten Kündigungsschutz. Vor allem ist nicht zwingend vorgeschrieben, dass der geschlossene Vertrag über die Altersteilzeit in jedem Fall einzuhalten ist. Außerdem steht ihnen bei Erfüllen der entsprechenden Bedingungen die Option einer Altersrente für Schwerbehinderte offen, die darüber hinaus durch niedrigere Rentenabschläge gekennzeichnet ist. Aufgrund dieser Überlegungen ist der Modellrahmen auch in diesem Fall anwendbar.

## 4.2 Modellierung der Wahrscheinlichkeit für einen Renteneintritt

Der Zeitabschnitt, in dem die Inanspruchnahme einer Altersrente untersucht wird, geht von  $t$  bis  $T$ . Das Jahr, in dem ein Versicherter in Altersrente geht, wird durch eine Zufallsvariable  $R$  abgebildet. Ein Versicherter wird genau dann in Rente gehen, wenn die Bedingung aus Gleichung (4.2) für alle  $r \in \{t + 1, \dots, T\}$  erfüllt ist. Für die Wahrscheinlichkeit  $P(R = t)$  gilt somit:

$$\begin{aligned} P(R = t) &= P(G_t(r) \leq 0 \forall r \in \{t + 1, \dots, T\}) \\ &= P\left(\varepsilon_t \geq \frac{g_t(r)}{k_t(r)} \forall r \in \{t + 1, \dots, T\}\right) \end{aligned} \quad (4.5)$$

Dabei ist lediglich von Interesse, ob Anreize für einen späteren Renteneintritt bestehen oder nicht. Deshalb ist es ausreichend, den Renteneintritt in  $t$  mit der Alternative  $r_t^{max}$  zu vergleichen, welche  $g_t(r)/k_t(r)$  maximiert:

$$P(R = t) = P\left(\varepsilon_t \geq \frac{g_t(r_t^{max})}{k_t(r_t^{max})}\right) \quad (4.6)$$

Ist  $\varepsilon_t \geq \frac{g_t(r_t^{max})}{k_t(r_t^{max})}$ , dann ist auch  $\varepsilon_t \geq \frac{g_t(r)}{k_t(r)} \forall r \in \{t + 1, \dots, T\}$  erfüllt. Die Wahrscheinlichkeit für  $R > t$  lautet:

$$P(R > t) = 1 - P(R = t) = P\left(\varepsilon_t < \frac{g_t(r_t^{max})}{k_t(r_t^{max})}\right)$$

Entscheidet sich ein Versicherter gegen einen Renteneintritt in  $t$ , so steht er zu Beginn der darauf folgenden Periode vor der Entscheidung, in  $t+1$  das Erwerbsleben zu verlassen. Die Wahrscheinlichkeit, in  $t+1$  in Rente zu gehen, lautet:

$$P(R = t + 1) = P\left(\varepsilon_t < \frac{g_t(r_t^{max})}{k_t(r_t^{max})}, \varepsilon_{t+1} \geq \frac{g_{t+1}(r_{t+1}^{max})}{k_{t+1}(r_{t+1}^{max})}\right) \quad (4.7)$$

Analog gilt für einen Renteneintritt in einer beliebigen Periode  $\tau \in \{t+2, \dots, T\}$ :

$$P(R = \tau) = P\left(\varepsilon_t < \frac{g_t(r_t^{max})}{k_t(r_t^{max})}, \dots, \varepsilon_{\tau-1} < \frac{g_{\tau-1}(r_{\tau-1}^{max})}{k_{\tau-1}(r_{\tau-1}^{max})}, \varepsilon_\tau \geq \frac{g_\tau(r_\tau^{max})}{k_\tau(r_\tau^{max})}\right) \quad (4.8)$$

In den Fällen, in denen der Versicherte zwischen  $t$  und  $T-1$  keine Altersrente in Anspruch nimmt, wird angenommen, dass der Rentenzugang in Periode  $T$  erfolgt. Die Wahrscheinlichkeit für dieses Ereignis lautet:

$$P(R = T) = P\left(\varepsilon_t < \frac{g_t(r_t^{max})}{k_t(r_t^{max})}, \dots, \varepsilon_{T-1} < \frac{g_{T-1}(r_{T-1}^{max})}{k_{T-1}(r_{T-1}^{max})}\right) \quad (4.9)$$

Gegeben bis zum Ende der Periode  $\tau-1$  keine Altersrente in Anspruch genommen zu haben, lautet die Wahrscheinlichkeit für einen Renteneintritt in  $\tau$ :

$$P(R = \tau \mid R > \tau - 1) = \frac{P\left(\varepsilon_t < \frac{g_t(r_t^{max})}{k_t(r_t^{max})}, \dots, \varepsilon_{\tau-1} < \frac{g_{\tau-1}(r_{\tau-1}^{max})}{k_{\tau-1}(r_{\tau-1}^{max})}, \varepsilon_\tau \geq \frac{g_\tau(r_\tau^{max})}{k_\tau(r_\tau^{max})}\right)}{P\left(\varepsilon_t < \frac{g_t(r_t^{max})}{k_t(r_t^{max})}, \dots, \varepsilon_{\tau-1} < \frac{g_{\tau-1}(r_{\tau-1}^{max})}{k_{\tau-1}(r_{\tau-1}^{max})}\right)} \quad (4.10)$$

Diese Wahrscheinlichkeit ist vor allem dann relevant, wenn für unterschiedliche Altersgruppen die Entscheidung über den Rentenzugang in einem bestimmten Kalenderjahr betrachtet wird. Dann sind die in den Gleichung (4.6) bis (4.9) betrachteten Wahrscheinlichkeiten nicht mehr angebracht. Die Entscheidung zu Beginn des betrachteten Kalenderjahres ist nicht unabhängig von den Entscheidungen über den Renteneintritt vorher. Um bezüglich des Einflusses der individuellen Historie von Entscheidungen zu korrigieren, werden in diesem Fall die bedingten Wahrscheinlichkeiten betrachtet. Unbeachtet bleibt die Wahrscheinlichkeit, zu Beginn der Periode  $t$  in der Stichprobe enthalten zu sein.

Bisher blieb unberücksichtigt, ob ein Versicherter die gesetzlichen Zugangsvoraussetzungen erfüllt. Dies ist aber notwendig, damit die Anreize der gesetzlichen Rentenversicherung auch Einfluss auf die Rentenentscheidung nehmen können.

Zur Vereinfachung wird angenommen, dass sobald die Inanspruchnahme einer Altersrente in einer Periode aus dem Renteneintrittsfenster möglich ist, dies auch für die nachfolgenden Zeitintervalle gilt. Um dies abzubilden wird eine Zufallsvariable  $Z$  modelliert, die angibt, ab welchem Entscheidungszeitpunkt aus dem Renteneintrittsfenster der Versicherte in Rente gehen kann. Somit folgt für die Wahrscheinlichkeit aus Gleichung (4.6):

$$P(R = t \mid Z = z) = \begin{cases} P\left(\varepsilon_t \geq \frac{g_t(r_t^{max})}{k_t(r_t^{max})}\right) & \text{wenn } z = t \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.11)$$

Für die Wahrscheinlichkeit aus Gleichung (4.7) sind drei unterschiedliche Ausgänge zu betrachten:

$$P(R = t + 1 \mid Z = z) = \begin{cases} P\left(\varepsilon_t < \frac{g_t(r_t^{max})}{k_t(r_t^{max})}, \varepsilon_{t+1} \geq \frac{g_{t+1}(r_{t+1}^{max})}{k_{t+1}(r_{t+1}^{max})}\right) & \text{wenn } z = t \\ P\left(\varepsilon_{t+1} \geq \frac{g_{t+1}(r_{t+1}^{max})}{k_{t+1}(r_{t+1}^{max})}\right) & \text{wenn } z = t + 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.12)$$

Denn wenn  $Z > t$ , dann ist  $P(R > t) = 1$ .

Ganz allgemein gilt für die Wahrscheinlichkeit  $P(R = \tau)$ :

$$P(R = \tau \mid Z = z) = \begin{cases} P\left(\varepsilon_t < \frac{g_t(r_t^{max})}{k_t(r_t^{max})}, \varepsilon_{t+1} < \frac{g_{t+1}(r_{t+1}^{max})}{k_{t+1}(r_{t+1}^{max})}, \dots \right. \\ \quad \left. \dots, \varepsilon_{\tau-1} < \frac{g_{\tau-1}(r_{\tau-1}^{max})}{k_{\tau-1}(r_{\tau-1}^{max})}, \varepsilon_{\tau} \geq \frac{g_{\tau}(r_{\tau}^{max})}{k_{\tau}(r_{\tau}^{max})}\right) & \text{wenn } z = t \\ P\left(\varepsilon_{t+1} < \frac{g_{t+1}(r_{t+1}^{max})}{k_{t+1}(r_{t+1}^{max})}, \dots \right. \\ \quad \left. \dots, \varepsilon_{\tau-1} < \frac{g_{\tau-1}(r_{\tau-1}^{max})}{k_{\tau-1}(r_{\tau-1}^{max})}, \varepsilon_{\tau} \geq \frac{g_{\tau}(r_{\tau}^{max})}{k_{\tau}(r_{\tau}^{max})}\right) & \text{wenn } z = t + 1 \\ \vdots \\ P\left(\varepsilon_{t+1} \geq \frac{g_{t+1}(r_{t+1}^{max})}{k_{t+1}(r_{t+1}^{max})}\right) & \text{wenn } z = \tau \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.13)$$

Analog für den Fall  $P(R = T)$ .

Diese Art der Modellierung der Renteneintrittswahrscheinlichkeiten berücksichtigt in ganz besonderen Maße die bereits in Kapitel 3 zusammengefassten gesetzlichen Zugangsvoraussetzungen. Sind diese nicht erfüllt, dann haben die Anreize der gesetzlichen Rentenversicherung keinen Einfluss auf die Rentenentscheidung. Die Wahrscheinlichkeit für ein Aufschieben der Inanspruchnahme einer Altersrente ist 1. Die bedingte Betrachtung des Optionswertmodells wird dadurch möglich, dass die dieser Arbeit zugrunde liegende Versichertenkontenstichprobe Informationen enthält, die eine solche Überprüfung möglich machen. So können bspw. Zeiten der Arbeitslosigkeit und Altersteilzeit direkt aus dem Datensatz abgelesen werden. Außerdem finden sich Informationen über den Umfang rentenrechtlicher Zeiten, der als Approximation herangezogen werden kann, ob die Wartezeit für eine Altersrente langjährig Versicherter erfüllt ist (§ 51 i.V.m. § 54 SGB VI).

### 4.3 Modellierung von Zugangsbeschränkungen und Präferenzen

Aus Gleichung (4.2) wird gefolgert, dass ein Versicherter genau dann in einer Periode in Rente geht, wenn aus dem Aufschieben kein höherer Nutzen zu erwarten ist. Unter Umständen sind einige Versicherte bereit, auf zusätzlichen Nutzen durch das Aufschieben des Rentenzugangs zu verzichten, um dennoch direkt nach dem Entscheidungszeitpunkt das Erwerbsleben zu beenden oder erhalten eine Abfindungszahlung von ihrem Arbeitgeber, der diese Nutzendifferenz ausgleicht. Umgekehrt können unbeobachtbare Determinanten des Renteneintritts einem Zugang bei negativem Optionswert entgegenstehen. Zum Beispiel kann eine sich verändernde Besteuerung der Versichertenrenten zu einer Erhöhung des Optionswertes führen und damit die Attraktivität eines Rentenzugangs in der Periode direkt nach dem Entscheidungszeitpunkt schmälern. Dementsprechend muss die Schwelle zwischen Erwerbsleben und Rente nicht unbedingt bei einem Optionswert von 0 liegen. Um dies zu überprüfen, wird der Ausdruck aus Gleichung (4.2) verallgemeinert zu:

$$G_t(r) > \alpha \tag{4.14}$$

$\alpha = 0$  aus Gleichung (4.2) ist somit ein Spezialfall von 4.14.



Eine andere Interpretation kann in gesetzlichen Restriktionen gesehen werden, die einen Zugang trotz entsprechender Anreize erschweren. In diesem Fall ist  $\alpha < 0$ . Diese Idee kann dahingehend erweitert werden, dass der Gesetzgeber in Abhängigkeit des Alters eines Versicherten zum Teil unterschiedliche Anforderungen bzw. Beschränkungen bezüglich des Zugangs erlässt (vgl. Kapitel 3). Für die nach dem Alter für eine vorzeitige Inanspruchnahme zusammengefassten Arten der Altersrenten erhält man

$$G_t(r) > \alpha_0 + \alpha_1 \cdot a_{\geq 63 t} \quad (4.15)$$

mit

$$a_{\geq 63 t} = \begin{cases} 1 & \text{wenn } a(t) \geq 63 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

$a(t)$  ist eine Funktion, die das beginnende Lebensjahr in Periode  $t$  wiedergibt, zu deren Beginn die Entscheidung über einen Renteneintritt getroffen wird. Welches Vorzeichen  $\alpha_1$  besitzt, ist nicht eindeutig. Einerseits sollte der Rentenzugang im Alter von 60 Jahren, durch die geringere Wartezeit für eine Altersrente wegen Arbeitslosigkeit bzw. Altersteilzeit, leichter sein. Folglich müsste  $\alpha_1 > 0$  sein. Allerdings verlangt auch eine Altersrente für schwerbehinderte Menschen dieselbe Wartezeit wie eine Altersrente für langjährig Versicherte, so dass dementsprechend der Effekt abgeschwächt wird. Denn  $\alpha_0$  ist abhängig vom Alter und nicht von der Art der Altersrente. Andererseits signalisiert das Vorliegen einer Arbeitslosigkeit, Altersteilzeit oder Schwerbehinderung strengere Zugangsbestimmungen in Form des speziellen Merkmals. Dies ist gleichbedeutend mit  $\alpha_1 < 0$ . Diese Überlegungen zu den gesetzlichen Bestimmungen gehen über die Betrachtung bedingter Wahrscheinlichkeiten hinaus und erfassen andere Komponenten der Entscheidung.

Stock und Wise (1990, S. 1172) modellieren  $\kappa$  nicht mehr als konstanten Faktor, sondern in Abhängigkeit vom Alter in einer Periode:

$$\kappa = \kappa_0 \left( \frac{a(s)}{60} \right)^{\kappa_1} \quad (4.16)$$

Damit wird die Vorstellung abgebildet, dass das Arbeitsleid mit dem Alter zunimmt. Stock und Wise (1990, S. 1171) finden auch einen solchen Anstieg:

$\kappa = 0,95 \left( \frac{a(s)}{55} \right)^{4,87}$ . Dies entspricht einer Erhöhung des Arbeitsleids von 1,45 im Alter von 60 auf 2,14 im Alter von 65 Jahren.

Lumsdaine, Stock und Wise (1996) erweitern diese Modellierung, um gezielt die vermehrten Rentenzugänge in einem bestimmten Alter zu erklären. Dazu wird der Parameter  $\kappa$  der indirekten Nutzenfunktion vom Cobb-Douglas-Typ nicht nur in Abhängigkeit vom Alter, sondern zusätzlich vom Familienstand modelliert. Es gilt:

$$\kappa = \kappa_0 + \exp(\kappa_1 \cdot a_{65s} + \kappa_2 \cdot a_{65s} x_1) \quad (4.17)$$

mit

$$a_{65s} = \begin{cases} 1 & \text{wenn } a(s) = 65 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

$$x_1 = \begin{cases} 1 & \text{wenn verheiratet} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Die Exponentialfunktion garantiert, dass die erklärenden Variablen einen positiven Einfluss auf  $\kappa$  ausüben. In für Männer und Frauen getrennt durchgeführten Schätzungen wird lediglich für weibliche Arbeitnehmer eine signifikante Erhöhung durch das 65. Lebensjahr festgestellt. Der Familienstand spielt keine Rolle.

Diese Vorgehensweise soll hier zur Beantwortung der Frage genutzt werden, ob die Versicherten für verschiedene Rentenalter spezielle Präferenzen gebildet haben. Es wird diskutiert, ob eine Altersrente bei der Inanspruchnahme in verschiedenen Perioden, einen unterschiedlichen Nutzen bringt. Formal kann dies mit

$$\kappa = \kappa_0 + \kappa_1 \cdot a_{60r} + \kappa_2 \cdot a_{63r} + \kappa_3 \cdot a_{65r} \quad (4.18)$$

mit

$$a_{60r} = \begin{cases} 1 & \text{wenn } a(r) = 60 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

$$a_{63r} = \begin{cases} 1 & \text{wenn } a(r) = 63 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

$$a_{65r} = \begin{cases} 1 & \text{wenn } a(r) = 65 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

überprüft werden. Dementsprechend würde man  $\kappa_1 > 0$ ,  $\kappa_2 > 0$  und  $\kappa_3 > 0$  erwarten. Die Vorgehensweise hier ist ähnlich zu der Überlegung von Stock und Wise (1990) aus Gleichung (4.16). Die Modellierung ist in der Hinsicht flexibler, dass lediglich andere Niveaus für  $\kappa$  zu den typischen Rentenzugangsperioden spezifiziert werden.  $\kappa$  hängt vom Alter in der Renteneintrittsperiode  $r$  ab und nicht von der Periode  $s$ , in der ein Einkommen bezogen wird (vgl. Gleichung (4.17)). Verschiedene Renteneintrittsperioden lassen das Individuum unterschiedlichen Nutzen aus dem Renteneinkommen ziehen. Ein Versicherter hat nach einer langen Arbeitslosigkeit andere Präferenzen für eine Altersrente als die übrigen Versicherten. Für viele wird der Übergang von der Erwerbsphase in die Rentenphase kaum Unterschiede machen, da sie sich bereits als Rentner fühlen.

Analog zu den Überlegungen von Lumsdaine et al. (1996) können die Präferenzen für eine Rente auch von anderen Determinanten abhängen. Insbesondere Arbeitslosigkeit und Krankheit können  $\kappa$  entscheidend beeinflussen. Ein Versicherter, der Krankengeld bezieht, leidet unter Umständen an seiner verminderten Leistungsfähigkeit und besitzt damit ein höheres Grenzleid, arbeiten zu gehen.  $\kappa$  sollte bei diesem Versicherten größer sein als bei einem gesunden Erwerbstätigen. Ein Arbeitsloser rechnet nicht mehr mit einer neuen Erwerbstätigkeit und sieht sich selbst bereits als Rentner, ohne eine Altersrente in Anspruch genommen zu haben. Folglich sind die Unterschiede in den Konsummöglichkeiten zwischen Erwerbstätigkeit und Rente nicht sehr groß.  $\kappa$  ist dann gleich 1. Andererseits ist dies ein wichtiger Prediktor für einen nahenden Renteneintritt. Dementsprechend wäre  $\kappa$ , wie bei einem Versicherten der Krankengeld bezieht, größer als 1. Das Vorzeichen der Parameters, der ein anderes Arbeitsleid im Vergleich zu einem Versicherten in einer festen Beschäftigung abbildet, ist nicht eindeutig.

Weder bei Arbeitslosigkeit noch bei Bezug von Krankengeld ist die Dauer von Bedeutung. Von Interesse ist lediglich, ob diese Merkmale beobachtet werden. Ein Bezug von Krankengeld ist lediglich eine fehlerhafte erklärende Variable für einen Rentenzugang. Denn Zeiten einer Krankheit ohne Lohnfortzahlung müssen nicht vorliegen, um eine Altersrente für schwerbehinderte Menschen in Anspruch zu nehmen. Umgekehrt führt auch ein langer Bezug von Krankengeld nicht zwingend in die Altersrente. Um eine Altersrente wegen Arbeitslosigkeit in Anspruch nehmen zu können, ist eine Dauer von 12 Monaten ab dem 58,5-ten Lebensjahr für die Arbeitslosigkeit vorgeschrieben. In der Regel wird

allein die Tatsache, arbeitslos geworden zu sein, den Renteneintritt determinieren. Außerdem wird  $\kappa$  in Abhängigkeit von einem Merkmal modelliert, das wiedergibt, ob der Versicherte vor dem Rentenzugang zuletzt der Arbeiterrenten- oder Angestelltenversicherung angehörte. Die damit untersuchte Frage ist, ob Mitglieder der Arbeiterrentenversicherung aufgrund einer größeren gesundheitlichen Beanspruchung ein höheres Grenzleid bezüglich des Arbeitens besitzen. Trifft dies zu, dann ist für Versicherte, die der Arbeiterrentenversicherung angehören,  $\kappa$  größer 0. Da hier aber lediglich der letzte Status eingeht, sind hier keine entscheidenden Impulse für den Erklärungsgehalt des Modells zu erwarten.

Diese Überlegungen führen schließlich zu folgender Modellierung von  $\kappa$ :

$$\begin{aligned} \kappa = & \kappa_0 + \kappa_1 \cdot x_2 + \kappa_2 \cdot x_{3t-1} + \kappa_3 \cdot x_{3t} + \kappa_4 \cdot (x_{3t-1} \cdot x_{3t}) + \\ & \kappa_5 \cdot x_{4t-1} + \kappa_6 \cdot x_{4t} + \kappa_7 \cdot (x_{4t-1} \cdot x_{4t}) \end{aligned} \quad (4.19)$$

mit

$$\begin{aligned} x_2 &= \begin{cases} 1 & \text{wenn Versicherter zuletzt Angestelltenversicherung} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \\ x_{3t} &= \begin{cases} 1 & \text{wenn Versicherter in Periode } t \text{ arbeitslos} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \\ x_{4t} &= \begin{cases} 1 & \text{wenn Versicherter in Periode } t \text{ krank} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \end{aligned}$$

Mit Hilfe dieser unterschiedlichen Parametrisierungen des Modells wird das Ziel einer besseren Erklärung der Zugangsspitzen verfolgt. Gleichung (4.18) untersucht Präferenzen in Abhängigkeit vom Alter und Gleichung (4.19) vom Erwerbsstatus. Gerade ab einem Alter von 60 bis 62 Jahren ist Arbeitslosigkeit ein Hauptgrund für einen Renteneintritt (siehe auch Abbildung 6.8). Das Merkmal Krankheit bietet eine zusätzliche Option, über eine Altersrente für Schwerbehinderte, mit niedrigeren Abschlägen in Rente zu gehen. Unter bestimmten Voraussetzungen steht diese Möglichkeit auch Versicherten mit einem Behinderungsgrad von 30 offen, so dass die Zugangsbarrieren nicht sehr hoch sind.

Die gesetzlichen Bestimmungen fließen unterschiedlich in das Modell ein. Zum einen werden die Wahrscheinlichkeiten für einen Rentenzugang im Renteneintrittsfenster auf einen Zeitraum beschränkt, der mit der Periode beginnt, ab der die gesetzlichen

Voraussetzungen erfüllt sind. Zum anderen werden die Vorschriften dadurch berücksichtigt, dass die Entscheidung nicht unbedingt an einem positiven bzw. negativen Optionswert fest gemacht wird. Dies wird durch die Aufhebung der Restriktion  $\alpha = 0$  erreicht. Die Spezifikation zusätzlicher Präferenzen für ein Alter oder in Abhängigkeit der Erwerbssituation ermöglichen es, wichtige Determinanten des Rentenzugangsverhaltens wie Krankheit und Arbeitslosigkeit in das Optionswertmodell zu integrieren. Dadurch ist zu erwarten, dass der Erklärungsgehalt des Modells im Vergleich zu den Ergebnissen von Stock und Wise (1990) gesteigert werden kann.

## 4.4 Identifizierbarkeit des Modells

Das Optionswertmodell von Stock und Wise (1990) ist eindeutig parametrisiert. Die Gleichung (4.2) kann z.B. für den Fall  $r = t + 1$  immer in die Form

$$\begin{aligned}
 g_t(r) &= E_t(Y_t)^\gamma + \frac{q + q^{S+1}}{1 + q} \cdot (\kappa \cdot E_t(B_{t+1}(t + 1)))^\gamma - \frac{1 + q^{S+1}}{1 + q} \cdot (\kappa \cdot E_t(B_t(t)))^\gamma \\
 &= E_t(Y_t)^\gamma - \kappa^\gamma \cdot E_t(B_t(t))^\gamma + \kappa^\gamma \cdot \frac{q + q^{S+1}}{1 + q} \\
 &\quad \cdot (E_t(B_{t+1}(t + 1))^\gamma - E_t(B_t(t))^\gamma)
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

überführt werden. Hierbei wird unterstellt, dass die Renten nach einem Renteneintritt nicht mehr wachsen. Außerdem wird davon ausgegangen, dass der erwartete indirekte Nutzen durch den indirekten Nutzen des erwarteten Einkommens hinreichend genau approximiert werden kann. Letztere Annahme entspricht auch dem Vorgehen in dieser Arbeit (vgl. dazu Kapitel 7.1). Der Optionswert ist nun die gewichtete Differenz zwischen dem indirekten Nutzen aus dem Erwerbseinkommen in  $t$  zuzüglich dem zusätzlichen indirekten Nutzen aus den in  $t$  hinzu erworbenen Rentenansprüchen und dem indirekten Nutzen bei einem Rentenzugang in  $t$ . Diese drei Summanden können als verschiedene erklärende Variablen für den Rentenzugang interpretiert werden, deren Koeffizienten multiplikativ miteinander verknüpft sind. Der indirekte Nutzen aus dem Renteneinkommen zum Zeitpunkt  $t$  ist im Vergleich zum Erwerbseinkommen zum Zeitpunkt  $t$  zusätzlich mit dem Faktor  $\kappa^\gamma$  gewichtet sowie die Differenz der indirekten Nutzen zwischen den Renteneinkommen in  $t$  und  $t+1$  darüber hinaus mit der Zinszahl  $\frac{q+q^{S+1}}{1+q}$ , die von dem

zu schätzenden Parameter  $q$  abhängig ist. Allerdings ergeben sich daraus Zweifel an der Identifizierbarkeit, wegen der hohen Abhängigkeit der Einkommen.

Gemäß dem Leistungsprinzip in der gesetzlichen Rentenversicherung ist die Rentenhöhe an die Arbeitseinkommen während der Erwerbsphase gekoppelt. Damit ist eine hohe Korrelation zwischen  $E_t(Y_t)$  und der zum Zeitpunkt  $t$  prognostizierten Rentenhöhe  $E_t(B_t(t))$  zu erwarten. Unter der Annahme, dass ein zusätzliches Beitragsjahr auf die Bewertung der beitragsfreien Zeiten keinen Einfluss hat, geht die Rentenhöhe zum Zeitpunkt  $t + 1$  aus einer Linearkombination des Erwerbseinkommens in  $t$  und des bis zum Zeitpunkt  $t$  erworbenen Rentenanspruchs hervor. Dementsprechend geht  $E_t(B_{t+1}(t + 1))$  aus einer Linearkombination von  $E_t(B_t(t))$  und  $E_t(Y_t)$  hervor, denn es gilt:

$$E_t(B_{t+1}(t + 1)) = \frac{b_{t+1}}{b_t} E_t(B_t(t)) + b_{t+1} \frac{E_t(Y_t)}{\bar{Y}_t}$$

mit  $\bar{Y}_t$  dem Durchschnittseinkommen aus Periode  $t$  und  $b_t$  dem aktuellen Rentenwert zum Zeitpunkt  $t$ . Gerade  $E_t(B_{t+1}(t + 1))$  ist perfekt linear abhängig von  $E_t(B_t(t))$  und damit auch die Differenz  $E_t(B_{t+1}(t + 1) - B_t(t))$ . Somit ist die Identifizierbarkeit der subjektiven Diskontrate  $q$  wie bei Stock und Wise (1990) ungewiss.

Die angesprochenen Multikollinearitätsprobleme werden nun schrittweise untersucht. Dazu wird zunächst die Identifizierbarkeit von  $q$  ausgeblendet. Außerdem wird das Renteneintrittsfenster auf zwei Perioden reduziert. Denn für  $r > t + 1$  ist analog zu oben  $E_t(B_r(r)) = \frac{b_r}{b_t} E_t(B_t(t)) + (r - t) b_r \frac{E_t(Y_t)}{\bar{Y}_t}$ . Die Abhängigkeit bleibt auch bei einem größeren Renteneintrittsfenster bestehen.

Im Falle einer Restriktion von  $i = 3 \%$  ist die Identifikation von  $\kappa$  abhängig von der Korrelation zwischen  $E_t(B_t(t))$  und  $E_t(Y_t)$ . Ob diese Abhängigkeit einer Schätzbarkeit entgegensteht, wird durch folgende Simulation untersucht. Für  $E_t(Y_t)$  und  $E_t(B_t(t))$  wird nun eine Stichprobe vom Umfang  $N$  von einer multivariaten Normalverteilung mit Erwartungswert

$$E \begin{pmatrix} E_t(Y_t) \\ E_t(B_t(t)) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0,5 \end{pmatrix}$$

und Varianz

$$V \begin{pmatrix} E_t(Y_t) \\ E_t(B_t(t)) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0,600 \\ 0,600 & 1 \end{pmatrix}$$

$E_t(B_{t+1}(t+1))$  geht aus  $E_t(Y_t)$  und  $E_t(B_t(t))$  durch

$$E_t(B_{t+1}(t+1)) = 0,025 + E_t(B_t(t)) + 0,05 \cdot E_t(Y_t)$$

hervor. Liegt  $E_t(B_t(t))$  eine Historie von 40 Beitragsjahren zu Grunde, dann ist  $E_t(Y_t)$  übergewichtet.

Der Unterschied im Erwartungswert der Einkommen entspricht ungefähr dem Verhältnis zwischen dem durchschnittlichen Jahresentgelt und einer Standardrente mit 45 Beitragsjahren (vgl. VDR, 2003, S. 238). Die Korrelationsmatrix basiert auf der Teilstichprobe, bestehend aus denjenigen Versicherten, die 1936 geboren wurden (vgl. Anhang B.1). Um negative Einkommen zu vermeiden, wird der Betrag der Realisierungen verwendet. Darüber hinaus sorgt dies für eine linkssteile und rechtsschiefe Verteilung und damit einer Überrepräsentierung von Geringverdienern im Vergleich zu Besserverdienenden. Dies entspricht dem Befund unter den männlichen Versicherten in dieser Stichprobe. Für  $\varepsilon_t$  und eine weitere erklärende Variable ohne Einfluss wird anschließend je eine Stichprobe von der Standard-Normalverteilung gezogen.

Die Wahrscheinlichkeit für einen Rentenzugang in dem binären Probit-Modell lautet:

$$P(R_t = t) = P(\varepsilon_t \geq \beta \cdot g_t(t+1) - \alpha_0 - \alpha_1 \cdot X)$$

Dabei ist  $\beta$  ein Normierungsparameter, so dass die Varianz von  $\varepsilon_t$  eins ist. Dies ist in Analogie zum Vorgehen in Stock und Wise (1990), wobei dort ein Parameter für die Varianz geschätzt wurde.

In der ersten Simulation wird  $q = \frac{1}{1+i}$  restringiert mit  $i = 0,03$ . Damit steht  $\gamma$  im Fokus bezüglich der Identifikationsproblematik. Zunächst wird  $G_t(t+1)$  aus Gleichung (4.14) berechnet unter der Annahme von  $\beta = 0,2$ ,  $\kappa = 3$ ,  $\gamma = 0,7$  sowie einer bedingten erwarteten Rest-Lebensdauer für einen 60-Jährigen von  $S = 20$  Jahren, d. h.

$$G_t(t+1) = E_t(Y_t)^{0,7} + \frac{q - q^{21}}{1 - q} \cdot (3 \cdot E_t(B_{t+1}(t+1)))^{0,7} - \frac{1 - q^{21}}{1 - q} \cdot (3 \cdot E_t(B_t(t)))^{0,7} + \varepsilon_t$$

Für die qualitative Variable gilt gemäß Gleichung (4.15):

$$y_t = \begin{cases} 1 & \text{wenn } G_t(t+1) \leq \alpha_0 + \alpha_1 \cdot X \text{ mit } \alpha_0 = -0,3 \text{ und } \alpha_1 = 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$X$  ist eine standard-normalverteilte Zufallsvariable, die keinen Erklärungsgehalt für das Modell besitzt.

Die Maximum-Likelihood-Schätzung des Modells liefert nach jeweils 100 Wiederholungen des Experiments, mit einem Stichprobenumfang  $N = 1.000$ , folgende durchschnittlichen Ergebnisse:

Tabelle 4.1: Modellsimulation,  $q$  restringiert,  $N=1.000$

Koeffizient	Mittelwert	Std. Abw.
$\alpha_0$	-0,2923	0,08743
$\alpha_1$	-0,0061	0,0985
$\beta$	0,1972	0,0801
$\kappa$	123,1442	1.172,4010
$\gamma$	0,7085	0,1289

Hinweis: Std. Abw. ist die Standardabweichung.

Während  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$ ,  $\beta$  und  $\gamma$  mit geringer Varianz und unverzerrt geschätzt werden, weicht das Ergebnis für  $\kappa$  von seinem wahren Wert ab. Zwar ist die Verzerrung insignifikant, allerdings ist auch die Standardabweichung um ein Vielfaches größer als bei den anderen Koeffizienten. Bei der Berechnung des arithmetischen Mittels unter Vernachlässigung der vier größten und kleinsten Werte wird die Verzerrung geringer und es ergibt sich ein durchschnittlicher Wert für  $\kappa$  von 4,2899. Bei gegebenen Daten können Schwierigkeiten bei der Identifikation des Parameters  $\kappa$  auftreten. Dieses Problem tritt nicht mehr auf, wenn  $N$  auf 5.000 ausgeweitet wird:

Tabelle 4.2: Modellsimulation,  $q$  restringiert,  $N=5.000$

Koeffizient	Mittelwert	Std. Abw.
$\alpha_0$	-0,3016	0,0436
$\alpha_1$	0,0004	0,0196
$\beta$	0,2081	0,0555
$\kappa$	3,2211	1,5506
$\gamma$	0,6894	0,0622

Hinweis: Std. Abw. ist die Standardabweichung.

$\kappa$  wird mit deutlich reduzierter Varianz und nicht signifikant von 3 verschieden geschätzt. Die Parameter können bei entsprechendem Stichprobenumfang erwartungstreu ermittelt werden.



Wird nun zusätzlich der Parameter  $q$  nicht restringiert, dann stellen sich die Ergebnisse in den Tabellen 4.3 und 4.4 ein:

Tabelle 4.3: Modellsimulation,  $N=2.500$

Koeffizient	Mittelwert	Std. Abw.
$\alpha_0$	-0,3442	0,3404
$\alpha_1$	-0,0038	0,0324
$\beta$	0,1960	0,1309
$\kappa$	997,4578	3.624,1092
$\gamma$	0,6932	0,0574
$q$	0,9575	0,0992

Hinweis: Std. Abw. ist die Standardabweichung.

Tabelle 4.4: Modellsimulation,  $N=12.500$

Koeffizient	Mittelwert	Std. Abw.
$\alpha_0$	-0,3039	0,1802
$\alpha_1$	-0,0011	0,0140
$\beta$	0,2043	0,0671
$\kappa$	3,6582	2,5457
$\gamma$	0,6960	0,0255
$q$	0,9678	0,0315

Hinweis: Std. Abw. ist die Standardabweichung.

Hier treten ähnliche Schwierigkeiten bei der Identifikation von  $\kappa$  auf, wie bei der Simulation im Falle des restringierten  $q$  (vgl. Tabellen 4.1 und 4.2). Ebenso verschwindet für höhere  $N$  dieses Problem. Das Ergebnis resultiert trotz der linearen Abhängigkeit zwischen Arbeitseinkommen und Rentenanspruch in  $t$  zu der Rentenhöhe in Periode  $t + 1$ . Die Resultate lassen sich auch für andere Startwerte finden. Allerdings ist in dem Fall, dass nicht die wahren Werte als Startwerte verwendet werden, ein größerer Stichprobenumfang  $N$  notwendig. Die Tabellen 4.5 und 4.6 veranschaulichen dies exemplarisch für die Startwerte  $\alpha_0 = \alpha_1 = 0$ ,  $\beta = \kappa = \gamma = 1$  und  $q = 0,9$ .

Tabelle 4.5: Modellsimulation,  $N=12.500$ , veränderte Startwerte

Koeffizient	Mittelwert	Std. Abw.
$\alpha_0$	-0,2958	0,0862
$\alpha_1$	-0,0010	0,0110
$\beta$	0,1999	0,0934
$\kappa$	251,0519	1.633,7020
$\gamma$	0,7017	0,03685
$q$	0,9656	0,0393

Hinweis: Std. Abw. ist die Standardabweichung.

Tabelle 4.6: Modellsimulation,  $N=25.000$ , veränderte Startwerte

Koeffizient	Mittelwert	Std. Abw.
$\alpha_0$	-0,2980	0,0649
$\alpha_1$	-0,0005	0,0082
$\beta$	0,1974	0,0639
$\kappa$	3,9961	4,4389
$\gamma$	0,7009	0,0270
$q$	0,9694	0,0262

Hinweis: Std. Abw. ist die Standardabweichung.

Wenn in Tabelle 4.5 bei der Ermittlung des Mittelwertes für  $\kappa$  die vier größten und kleinsten Werte weggelassen werden, dann beträgt der getrimmte Mittelwert 4,6360. Dieser liegt wieder wesentlich näher an dem wahren Wert als das Ergebnis aus Tabelle 4.5. Analog für  $\kappa$  aus Tabelle 4.6. Hier ergibt sich ein getrimmtes arithmetisches von 3,3337.

Die Simulationen deuten an, dass der Erwartungswert für die Schätzung  $\kappa$  eine Funktion von  $N$  ist. Um diese allerdings näher beschreiben zu können, wären zahlreiche Simulationen notwendig, die den Umfang dieser Arbeit sprengen würden. Deshalb soll das Ergebnis an dieser Stelle genügen, dass Probleme bei der Schätzung der Parameter aufgrund der Daten auftreten können, die sich bei größerem Stichprobenumfang nicht ergeben würden. Das Ergebnis ist deshalb entscheidend, weil bei der Schätzung des Optionswertmodells für bestimmte Teilstichproben ebenso sehr große Werte für  $\kappa$  geschätzt werden (vgl. Tabelle C.15).

Eine Erweiterung auf den multiplen Fall sollte keine zusätzlichen Probleme aufwerfen. Die Korrelation der Störterme hat keinen Einfluss auf die Identifizierbarkeit des Optionswertes selbst, sondern lediglich auf die Bestimmung der Wahrscheinlichkeiten.

## 4.5 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde das Optionswertmodell von Stock und Wise (1990) vorgestellt. Abweichend von dem bisherigen Vorgehen (vgl. bspw. Stock und Wise, 1990, und Börsch-Supan, 1992) wird hier auf die Berücksichtigung der bedingten Überlebenswahrscheinlichkeiten bei der Bestimmung der erwarteten abdiskontierten Nutzen verzichtet. Letztlich haben diese keine entscheidende Wirkung auf den Optionswert. Lediglich die ermittelten indirekten Nutzenniveaus werden durch die Multiplikation mit den bedingten Lebenserwartungen geringfügig vermindert. Die Frage ist außerdem, ob Versicherte überhaupt darüber Informationen haben. Ebenso wurden Ergebnisse bisheriger Arbeiten vorgestellt, in denen die Parameter frei geschätzt wurden. Diese helfen dabei, die Resultate einzuordnen, die in dieser Arbeit ermittelt werden.

Die Identifizierbarkeit des Modells stellt sich bei der Schätzung der Parameter weniger als Problem heraus, trotz der hier angenommenen linearen Abhängigkeit der prognostizierten Erwerbs- und Renteneinkommen (bezüglich Prognose siehe Kapitel 7.1). Diese muss allerdings nicht unbedingt in diesem Ausmaß existieren, so dass hier ein Extremfall behandelt wurde. Die Parameter lassen sich dennoch schätzen, wenn genügend Beobachtungen vorliegen.

Außerdem wurden die Wahrscheinlichkeiten modelliert, in unterschiedlichen Perioden aus dem Renteneintrittsfensters in Rente zu gehen. Eine wesentliche Neuerung zu den bisherigen Arbeiten besteht darin (vgl. Stock und Wise, 1990, Börsch-Supan, 1992, Berkel und Börsch-Supan, 2004), dass das Renteneintrittsfenster bedingt betrachtet werden. Die Periode, ab der die Wahrscheinlichkeiten modelliert werden, sind auf den Zeitpunkt bezogen, ab dem ein Versicherter die gesetzlichen Voraussetzungen für einen Rentenzugang erfüllt. In Kapitel 6 wird gezeigt, wie diese Selektion erfolgt.

Mehr noch wurde das Modell von Stock und Wise (1990) dahingehend verändert, dass nun auch die Politik durch die Variation des Parameters  $\alpha$  einen indirekten

Einfluss auf die Rentenentscheidung nehmen kann. Demgegenüber steht eine Spezifikation, mit deren Hilfe untersucht wird, ob die Versicherten spezielle Präferenzen für bestimmte Perioden entwickelt haben. Diese richten sich vor allem nach dem Zeitpunkt, ab dem eine Altersrente verfügbar ist. Außerdem wurde gezeigt, wie Arbeitslosigkeit und Krankheit in das Modell integriert werden können. Alle Spezifikationen zielen darauf ab, die in bestimmten Perioden beobachteten Zugangsspitzen zu erklären. Gerade mit Blick auf die Präferenzstruktur der Versicherten stellt sich die Frage, wie Versicherte auf Politikreformen reagieren und ob sie sich dadurch überhaupt beeinflussen lassen.

# Kapitel 5

## Klassische Schätzmethoden und Simulatoren

Die Wahrscheinlichkeiten in einem mehrperiodigen binären Probit-Modell sind durch mehrdimensionale Integrale gekennzeichnet. Die meisten Softwarepakete wie Stata 9 berechnen höchstens die Verteilungsfunktion der bivariaten Standard-Normalverteilung. Gauß 3.6. kann mit der CDFMVN-Funktion die Verteilungsfunktion der multivariaten Normalverteilung bis zur Dimension 8 bestimmen. Berechnungen ab der Dimension 9 führen zu einem Absturz des Programms. Alternativ zu einer exakten Berechnung kann das Integral über die Dichte der multivariaten Normalverteilung auch durch Simulationen bestimmt werden. In diesem Kapitel wird zunächst in die Simulation von Auswahlwahrscheinlichkeiten eingeführt. Anschließend wird der von Geweke, Hajivassiliou und Keane entwickelte Simulator vorgestellt, der in den meisten empirischen Untersuchungen zur Simulation von Momenten zur Anwendung kommt. Im zweiten Abschnitt liegt der Fokus auf den verschiedenen klassischen Schätzmethoden. Diese stellen unterschiedliche Anforderungen an die zu simulierenden Größen. Dazu wird zunächst die Frage beantwortet, wie die Verwendung von simulierten Momenten die Eigenschaften der Methoden beeinflusst. Ziel ist es, eine Kombination aus Simulator und Schätzmethode zu finden, die günstige Eigenschaften aufweist: leichte Implementierung des Modells, erwartungstreue und effiziente Schätzer sowie eine möglichst kurze Rechenzeit trotz der Verwendung von Simulatoren.

## 5.1 Simulationen der Auswahlwahrscheinlichkeiten

Der Wahrscheinlichkeitsbegriff nach Laplace reduziert die Berechnung der Wahrscheinlichkeit auf ein Abzählproblem. Die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten eines Ereignisses ergibt sich, indem die Anzahl der für das Ereignis günstigen Fälle dividiert wird durch die Anzahl der möglichen Fälle. Ähnlich funktionieren auch Simulatoren für Wahrscheinlichkeiten.

### 5.1.1 Accept-Reject-Simulator

In dem vorliegenden Probit-Modell ist die Wahrscheinlichkeit für einen Renteneintritt während des Renteneintrittsfensters durch Gleichungen 4.6, 4.7 und 4.8 bzw. für den Fall, dass kein Renteneintritt beobachtet wird, durch Gleichung 4.9 gegeben. Die Störterme sind über die Zeit abhängig voneinander, so dass für  $\boldsymbol{\varepsilon}' = (\varepsilon_t \dots \varepsilon_\tau)$  gilt:

$$\boldsymbol{\varepsilon} \sim N(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Omega})$$

Die Dimension von  $\boldsymbol{\varepsilon}$  ist von der Periode abhängig, zu der ein Versicherter das Erwerbsleben verlässt. In dem Fall eines Renteneintritts in  $t$  ist diese 1. Sie ist  $T - t$ , wenn der Versicherte in Periode  $T - 1$  in Rente geht oder den Rentenzugang darüber hinaus aufschiebt. Die Wahrscheinlichkeit in dem vorliegenden binären Probit-Modell für mehrere Perioden, dass ein Versicherter zum Zeitpunkt  $\tau$  das Erwerbsleben verlässt, lautet entsprechend Gleichung 4.8:

$$\begin{aligned} P(R = \tau) &= P\left(\varepsilon_t < \frac{g_t(r_t^{max})}{k_t(r_t^{max})}, \dots, \varepsilon_{\tau-1} < \frac{g_{\tau-1}(r_{\tau-1}^{max})}{k_{\tau-1}(r_{\tau-1}^{max})}, \varepsilon_\tau \geq \frac{g_\tau(r_\tau^{max})}{k_\tau(r_\tau^{max})}\right) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} z \cdot f(\boldsymbol{\varepsilon}) d\boldsymbol{\varepsilon} \end{aligned} \quad (5.1)$$

mit

$$z = \begin{cases} 1 & \text{wenn } \varepsilon_t < \frac{g_t(r_t^{max})}{k_t(r_t^{max})}, \dots, \varepsilon_{\tau-1} < \frac{g_{\tau-1}(r_{\tau-1}^{max})}{k_{\tau-1}(r_{\tau-1}^{max})}, \varepsilon_\tau \geq \frac{g_\tau(r_\tau^{max})}{k_\tau(r_\tau^{max})} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (5.2)$$

Der Accept-Reject-Simulator (AR-Simulator) dieses Integrals wird berechnet, indem für den Vektor  $\boldsymbol{\varepsilon}$  eine Zufallsstichprobe vom Umfang  $M$  von der multivariaten

Normalverteilung mit  $N(\mathbf{0}; \mathbf{\Omega})$  gezogen wird.  $\boldsymbol{\varepsilon}^m$  mit  $m = 1, \dots, M$  ist das Ergebnis der  $m$ -ten Ziehung.

Eine Stichprobe von der gemeinsamen Dichtefunktion von  $\boldsymbol{\varepsilon}$  erhält man, indem ein Vektor, bestehend aus  $\tau - t$  gleich und unabhängig normalverteilter Komponenten

$$\boldsymbol{\eta} \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{E}),$$

wobei  $\mathbf{E}$  die Einheitsmatrix ist, mit der Matrix  $\mathbf{L}$  transformiert wird:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{L}\boldsymbol{\eta} \tag{5.3}$$

$\mathbf{L}$  ist die untere Dreiecksmatrix aus der Cholesky Zerlegung der Varianz-/Kovarianzmatrix der Störterme  $\mathbf{\Omega}$ .

Für jeden dieser  $M$  Vektoren wird geprüft, ob die Bedingung aus Gleichung 5.1 erfüllt bzw. die Indikatorvariable aus Gleichung 5.2 gleich 1 ist. Die simulierte Wahrscheinlichkeit  $\check{P}(\cdot)$  resultiert analog zum Wahrscheinlichkeitsbegriff nach Laplace:

$$\check{P}(R = \tau) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M z^m$$

Dies entspricht gerade dem Verhältnis der Ziehungen, die die Bedingung erfüllen (accept) zum Umfang der Monte-Carlo-Ziehungen insgesamt, d.h. zur Summe der erfüllten und abgelehnten (reject) Bedingungen.

$\check{P}(R = \tau)$  ist ein unverzerrter Schätzer für  $P(R = \tau)$ , denn

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(\check{P}(R = \tau)) &= \mathbb{E}\left(\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M z^m\right) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \mathbb{E}(z^m) \\ &= \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M P(R = \tau) = P(R = \tau) \end{aligned}$$

Die Berechnung dieses Simulators ist einfach, wirft aber verschiedene Schwierigkeiten auf:  $\check{P}(\cdot)$  kann für jede endliche Anzahl von Stichproben  $M$  gleich 0 sein. Ist das der Fall, dann kann bei Verwendung der simulierten Maximum-Likelihood-Methode  $\ln \check{P}(\cdot)$  nicht bestimmt werden, denn der Logarithmus ist an der Stelle 0 nicht definiert. Deshalb muss  $M$  genügend groß gewählt werden, so dass  $\check{P}(\cdot) > 0$ .

Darüber hinaus werden numerische Verfahren zur Bestimmung des Maximums der Likelihoodfunktion verwendet. Dazu ist aber zumindest die erste Ableitung der Auswahlwahrscheinlichkeiten notwendig. Die über den AR-Simulator bestimmte Wahrscheinlichkeit ist eine Stufenfunktion, deren erste Ableitung entweder 0 oder nicht definiert ist. Letzteres ist der Fall, wenn die Bedingung von wahr auf falsch oder umgekehrt wechselt. An dieser Stelle weist die Funktion eine Sprungstelle auf. Allerdings kann die Steigung der Likelihoodfunktion für einen bestimmten Parameter stets numerisch approximiert werden.

Ein anderer Weg, um die Schwierigkeiten mit dem AR-Simulator zu umgehen, ist, die Indikatorvariable aus Gleichung 5.2 mit einer stetigen und über den gesamten Definitionsbereich positiven Funktion zu ersetzen, wie z.B. der Dichte der Logistischen Verteilung. Dies führt zum sogenannten Smooth-Accept-Reject-Simulator, der auch als Importance-Sampling-Simulator (IS-Simulator) aufgefasst werden kann.

### 5.1.2 Importance-Sampling-Simulator

Beim IS-Simulator wird die Indikatorvariable aus Gleichung 5.2 durch eine Importancefunktion ersetzt. Ausgangspunkt für dieses Vorgehen ist das Problem, dass das mehrdimensionale Integral für die Wahrscheinlichkeit aus Gleichung 5.1 über eine Dichtefunktion  $f(\boldsymbol{\varepsilon})$  bestimmt werden soll, von der nur sehr aufwändig oder sehr schwer eine Stichprobe gezogen werden kann. Diese Dichtefunktion wird nun durch eine Dichte  $u(\boldsymbol{\varepsilon})$  ersetzt, von der sehr einfach eine Stichprobe gezogen werden kann. Diese Ziehungen werden zusätzlich zur Indikatorvariable  $z$  mit einer Importancefunktion  $\frac{f(\boldsymbol{\varepsilon})}{u(\boldsymbol{\varepsilon})}$  gewichtet. Für die Wahrscheinlichkeit aus 5.1 gilt nun:

$$P(R = \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(\boldsymbol{\varepsilon})}{u(\boldsymbol{\varepsilon})} \cdot z \cdot u(\boldsymbol{\varepsilon}) d\boldsymbol{\varepsilon}$$

Dadurch wird das Integral lediglich transformiert, um es leichter simulieren zu können, und nicht sein eigentlicher Wert verändert.  $f(\cdot)$  wird als Zieldichte („target density“) und  $u(\cdot)$  als Instrumentendichte („proposal density“ oder „generating density“) bezeichnet. Diese Dichtefunktionen müssen denselben Definitionsbereich besitzen und  $\frac{f(\boldsymbol{\varepsilon})}{u(\boldsymbol{\varepsilon})}$  endlich sein, für alle Komponenten von  $\boldsymbol{\varepsilon}$ . Die gewichteten Ziehungen von  $u(\boldsymbol{\varepsilon})$  sind äquivalent zu Ziehungen von  $f(\boldsymbol{\varepsilon})$ .



Das Ergänzen der Indikatorvariable durch eine stetige Funktion löst darüber hinaus das Problem, dass  $\check{P}(\cdot)$  nicht ableitbar ist. Dabei ist  $\check{P}(\cdot)$  nach wie vor erwartungstreu. Allerdings ist auch hier für große  $M$  nicht garantiert, dass  $\check{P}(\cdot) > 0$ . Selbst bei einer großen Anzahl von Monte-Carlo-Ziehungen kann der Fall eintreten, dass keine Ziehung die Bedingung aus Gleichung 5.1 erfüllt. Dies führt zum nächsten Simulator, der auch die Eigenschaft besitzt, kleine Wahrscheinlichkeit sehr gut simulieren zu können.

### 5.1.3 Geweke-Hajivassiliou-Keane-Simulator

Der nach seinen Entwicklern benannte Geweke-Hajivassiliou-Keane-Simulator (GHK-Simulator) wird auch als Smooth-Recursive-Conditioning-Simulator bezeichnet. Diesem liegt die Idee zu Grunde, dass die Wahrscheinlichkeit für einen Renteneintritt in  $\tau$  mit Hilfe bedingter Wahrscheinlichkeiten wie folgt geschrieben werden kann:

$$\begin{aligned} P(R = \tau) &= P\left(\varepsilon_t < \frac{g_t(r_t^{max})}{k_t(r_t^{max})}, \dots, \varepsilon_{\tau-1} < \frac{g_{\tau-1}(r_{\tau-1}^{max})}{k_{\tau-1}(r_{\tau-1}^{max})}, \varepsilon_\tau \geq \frac{g_\tau(r_\tau^{max})}{k_\tau(r_\tau^{max})}\right) \\ &= P\left(\varepsilon_t < \frac{g_t(r_t^{max})}{k_t(r_t^{max})}\right) \cdot P\left(\varepsilon_{t+1} < \frac{g_{t+1}(r_{t+1}^{max})}{k_{t+1}(r_{t+1}^{max})} \mid \varepsilon_t < \frac{g_t(r_t^{max})}{k_t(r_t^{max})}\right) \cdot \\ &\quad \dots \cdot P\left(\varepsilon_\tau \geq \frac{g_\tau(r_\tau^{max})}{k_\tau(r_\tau^{max})} \mid \varepsilon_t < \frac{g_t(r_t^{max})}{k_t(r_t^{max})}, \dots, \varepsilon_{\tau-1} < \frac{g_{\tau-1}(r_{\tau-1}^{max})}{k_{\tau-1}(r_{\tau-1}^{max})}\right) \end{aligned}$$

Unter Berücksichtigung von Gleichung 5.3 und  $l_{tt}$  der Komponente von  $\mathbf{L}$  in der ersten Zeile und ersten Spalte ist:

$$\begin{aligned} P(R = \tau) &= P\left(\eta_t < \frac{\frac{g_t(r_t^{max})}{k_t(r_t^{max})}}{l_{tt}}\right) \cdot \\ &\quad \cdot P\left(\eta_{t+1} < \frac{\frac{g_{t+1}(r_{t+1}^{max})}{k_{t+1}(r_{t+1}^{max})} - l_{t+1t}\eta_t}{l_{t+1t+1}} \mid \eta_t < \frac{\frac{g_t(r_t^{max})}{k_t(r_t^{max})}}{l_{tt}}\right) \cdot \dots \cdot \\ &\quad \cdot P\left(\eta_\tau \geq \frac{\frac{g_\tau(r_\tau^{max})}{k_\tau(r_\tau^{max})} - l_{\tau t}\eta_t - \dots - l_{\tau\tau-1}\eta_{\tau-1}}{l_{\tau\tau}} \mid \eta_t < \frac{\frac{g_t(r_t^{max})}{k_t(r_t^{max})}}{l_{tt}}, \right. \\ &\quad \left. \dots, \eta_{\tau-1} < \frac{\frac{g_{\tau-1}(r_{\tau-1}^{max})}{k_{\tau-1}(r_{\tau-1}^{max})} - l_{\tau-1t}\eta_t - \dots - l_{\tau-1\tau-2}\eta_{\tau-2}}{l_{\tau-1\tau-1}}\right) \end{aligned}$$

Anschließend wird eine Stichprobe für  $\boldsymbol{\eta}_t$  vom Umfang  $M$  von einer an der Stelle  $\frac{g_t(r_t^{max})}{k_t(r_t^{max})}$  gestutzten Normalverteilung gezogen. Dazu wird eine Stichprobe für einen Vektor  $\boldsymbol{\mu}_t = (\mu_t, \dots, \mu_\tau)$  vom gleichen Umfang wie für  $\boldsymbol{\eta}_t$  generiert, der aus über dem Intervall  $[0; 1]$  gleich verteilten Zufallsvariablen besteht und anschließend

$$\eta_t^m = \Phi^{-1} \left( \mu_t^m \cdot \Phi \left( \frac{g_t(r_t^{max})}{k_t(r_t^{max})} \right) \right) \quad (5.4)$$

berechnet.

In analoger Weise werden nacheinander

$$\begin{aligned} \eta_{t+1}^m &= \Phi^{-1} \left( \mu_{t+1}^m \cdot \Phi \left( \frac{g_{t+1}(r_{t+1}^{max})}{k_{t+1}(r_{t+1}^{max})} - l_{t+1} \eta_t \mid \eta_t = \eta_t^m \right) \right) \\ &\vdots \\ \eta_\tau^m &= \Phi^{-1} \left( \mu_\tau^m \cdot \left( 1 - \Phi \left( \frac{g_\tau(r_\tau^{max})}{k_\tau(r_\tau^{max})} - l_{\tau-1} \eta_{\tau-1} - \dots - l_{\tau-1} \eta_{\tau-1} \mid \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. \eta_t = \eta_t^m, \dots, \eta_{\tau-1} = \eta_{\tau-1}^m \right) \right) \right) \end{aligned}$$

ermittelt.

Gegeben der Stichprobe  $\boldsymbol{\eta}^m = (\tilde{\eta}_t^m \dots \tilde{\eta}_\tau^m)$  wird  $\check{P}^m(\cdot)$  mit

$$\begin{aligned} \check{P}^m(R = \tau) &= \check{P}(\boldsymbol{\eta}^m) = \Phi \left( \frac{g_t(r_t^{max})}{k_t(r_t^{max})} \right) \cdot \Phi \left( \frac{g_{t+1}(r_{t+1}^{max})}{k_{t+1}(r_{t+1}^{max})} - l_{t+1} \eta_t^m \right) \cdot \dots \\ &\quad \cdot \Phi \left( \frac{g_{\tau-1}(r_{\tau-1}^{max})}{k_{\tau-1}(r_{\tau-1}^{max})} - l_{\tau-1} \eta_{\tau-1}^m - \dots - l_{\tau-1} \eta_{\tau-2}^m \right) \\ &\quad \cdot \left( 1 - \Phi \left( \frac{g_\tau(r_\tau^{max})}{k_\tau(r_\tau^{max})} - l_{\tau-1} \eta_{\tau-1}^m - \dots - l_{\tau-1} \eta_{\tau-1}^m \right) \right) \quad (5.5) \end{aligned}$$

berechnet. Diese Wahrscheinlichkeit wird nun für alle  $m = 1, \dots, M$  bestimmt, so dass sich daraus der Simulator

$$\check{P}(R = \tau) = \check{P}(\boldsymbol{\eta}) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \check{P}(\boldsymbol{\eta}^m)$$

ergibt.

Der GHK-Simulator kann auch als IS-Simulator interpretiert werden. Ausgangspunkt für diese Interpretation ist das mehrdimensionale Integral für die Wahrscheinlichkeit:

$$P(R = \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} z \cdot f(\boldsymbol{\eta}) d\boldsymbol{\eta}$$

wobei gilt, dass

$$f(\boldsymbol{\eta}) = \phi(\eta_t) \cdot \dots \cdot \phi(\eta_\tau)$$

mit  $\phi(\cdot)$  der Dichte der Standard-Normalverteilung.

Für den GHK-Simulator wird keine Stichprobe für  $\boldsymbol{\eta}$  von der gemeinsamen Verteilung gezogen, sondern von einer gestutzten. Bezüglich  $\eta_{t+1}$  erfolgt die Stutzung an der Stelle  $\frac{\frac{g_{t+1}(r_{t+1}^{max})}{k_{t+1}(r_{t+1}^{max})} - l_{t+1} \eta_t^m}{l_{t+1} t_{t+1}}$ . Mit der Dichte einer solchen gestutzten Normalverteilung  $\frac{\phi(\eta_t)}{\Phi(\cdot)}$  kann  $u(\boldsymbol{\eta})$  geschrieben werden als:

$$u(\boldsymbol{\eta}) = \begin{cases} \frac{\phi(\eta_t)}{\Phi\left(\frac{\frac{g_t(r_t^{max})}{k_t(r_t^{max})} - l_t \eta_t}{l_t t}\right)} \cdot \frac{\phi(\eta_{t+1})}{\Phi\left(\frac{\frac{g_{t+1}(r_{t+1}^{max})}{k_{t+1}(r_{t+1}^{max})} - l_{t+1} \eta_t^m}{l_{t+1} t_{t+1}}\right)} \cdot \dots = \frac{f(\boldsymbol{\eta})}{\check{P}(\boldsymbol{\eta})} & \text{wenn } z = 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.6)$$

Daraus folgt für den GHK- als IS-Simulator:

$$P(R = \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(\boldsymbol{\eta})}{u(\boldsymbol{\eta})} \cdot u(\boldsymbol{\eta}) d\boldsymbol{\eta} = \int_{-\infty}^{\infty} P(\boldsymbol{\eta}) \cdot u(\boldsymbol{\eta}) d\boldsymbol{\eta}$$

Hier ist  $u(\cdot)$  die Instrumentendichte, von der es annahmegemäß leichter ist, eine Stichprobe zu ziehen als von  $f(\cdot)$ . Mit diesem Ausdruck kann gezeigt werden, dass der GHK-Simulator erwartungstreu ist. Da der Ausdruck in Gleichung 5.5 gerade dem Nenner der Instrumentendichte aus 5.6 entspricht, folgt:

$$\begin{aligned} E(\check{P}(\boldsymbol{\eta})) &= \int_{-\infty}^{\infty} \check{P}(\boldsymbol{\eta}) u(\boldsymbol{\eta}) d\boldsymbol{\eta} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} z \cdot \check{P}(\boldsymbol{\eta}) \frac{f(\boldsymbol{\eta})}{\check{P}(\boldsymbol{\eta})} d\boldsymbol{\eta} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} z \cdot f(\boldsymbol{\eta}) d\boldsymbol{\eta} \\ &= P(\boldsymbol{\eta}) \end{aligned}$$

Eine ausführlichere Darstellung findet sich unter anderem in Train (2002, S. 135 ff). Diese Art der Stichprobenziehung ist der Ausgangspunkt für das Vorgehen des Gibbs-Sampling-Simulators (GS-Simulator). Um  $M$  Ziehungen zu erhalten werden mehrere Wiederholungsziehungen (Gibbs-Resampling-Runden) für eine Monte-Carlo-Ziehung vorgenommen. Die erste Runde ist dabei identisch mit dem GHK-Simulator. Die anschließenden Ziehungen für  $\eta_{1j}^m$  nachfolgender Runden  $j > 1$  im bivariaten Fall erfolgen jeweils gegeben  $\eta_{2j-1}^m$  und für  $\eta_{2j}^m$  gegeben  $\eta_{1j}^m$  (vgl. Greene, 2003, S. 444). Analog im multivariaten Fall.

Im Vergleich von 13 verschiedenen Simulatoren für die Wahrscheinlichkeit eines multiplen normalverteilten Zufallsvektors findet Hajivassiliou (1993), dass der GHK-Simulator die beste Methode zur Simulation von Wahrscheinlichkeiten darstellt (vgl. auch Hajivassiliou et al., 1996). Dies beinhaltet, dass im Gegensatz zum AR-Simulator der GHK-Simulator stetig ist und auch kleine Wahrscheinlichkeiten mit einem geringen mittleren quadratischen Fehler geschätzt werden können (Mühleisen, 1991). Außerdem benötigt der GHK-Simulator eine wesentlich geringere Anzahl an Stichprobenziehungen  $M$  als der IS- oder AR-Simulator. Denn hier werden die Ziehungen direkt aus dem Zielbereich vorgenommen. Gerade darin zeigt sich der Vorteil, direkt von der gestutzten Verteilung eine Stichprobe für  $\boldsymbol{\eta}$  zu ziehen. Darüber hinaus ist der Simulator sehr leicht zu implementieren.

#### 5.1.4 Varianzreduzierende Maßnahmen

Allgemein ist das Ziel der Simulationen von Wahrscheinlichkeiten die Approximation eines mehrdimensionalen Integrals. Unabhängig davon, welcher Simulator verwendet wird, ist das Vorgehen gleich: es wird eine Stichprobe von einer Verteilung gezogen.

Wenn  $M = 2$ , dann lautet der Simulator

$$\check{P}(R = \tau) = \frac{\check{P}(\boldsymbol{\eta}^1) + \check{P}(\boldsymbol{\eta}^2)}{2}$$

mit der Varianz:

$$\text{Var}(\check{P}(R = \tau)) = \frac{\text{Var}(\check{P}(\boldsymbol{\eta}^1)) + \text{Var}(\check{P}(\boldsymbol{\eta}^2)) + 2 \cdot \text{Cov}(\check{P}(\boldsymbol{\eta}^1), \check{P}(\boldsymbol{\eta}^2))}{4} \quad (5.7)$$

Die Varianz des Simulators  $\check{P}(\cdot)$  geht aus einer nichtlinearen Transformation der Stichprobenziehungen  $\boldsymbol{\eta}^m$  hervor. Liegen unabhängige Ziehungen von  $\boldsymbol{\eta}$  vor, dann

ist  $\text{Cov}(\check{P}(\boldsymbol{\eta}^1), \check{P}(\boldsymbol{\eta}^2)) = 0$ . Die Simulationsvarianz lässt sich jedoch durch negativ korrelierte Ziehungen vermindern. Vermieden werden sollten positiv korrelierte Monte-Carlo-Ziehungen, da dann die Simulationsvarianz in Gleichung 5.7 größer wird. Ein anderes Problem im Falle unabhängiger Ziehungen ist, dass für manche Teile des Definitionsbereichs gar keine Ziehungen vorhanden sind und dafür andere wiederum überrepräsentiert sind. Von Vorgehensweisen, die eine bessere Abdeckung garantieren, ist eine bessere Approximation zu erwarten (vgl. Train, 2002, S. 218).

Die Probleme der Abdeckung und negativer Korrelation hängen für gegebene Ziehungen  $\boldsymbol{\eta}^m$  mit  $m \in \{1, \dots, M\}$  zusammen. Durch so genannte antithetische Ziehungen lässt sich negative Korrelation induzieren bei gleichzeitig verbesserter Abdeckung. Die Idee ist, durch Spiegelung der Stichprobenziehung am Ursprung (vgl. Abbildung 5.1) eine weitere Ziehung zu erzeugen, die mit der ersten negativ korreliert ist. Das Konzept kann in der Art erweitert werden, dass jeder Quadrant eine Ziehung enthält. Dazu erfolgt neben der Punktspiegelung eine gleichzeitige Achsenspiegelung. Dabei ist darauf zu achten, dass keine positive Korrelation induziert wird (vgl. Abbildung 5.2). Dieses Vorgehen kann auf jede beliebige Dimension erweitert werden (vgl. dazu Train, 2002, S. 220).

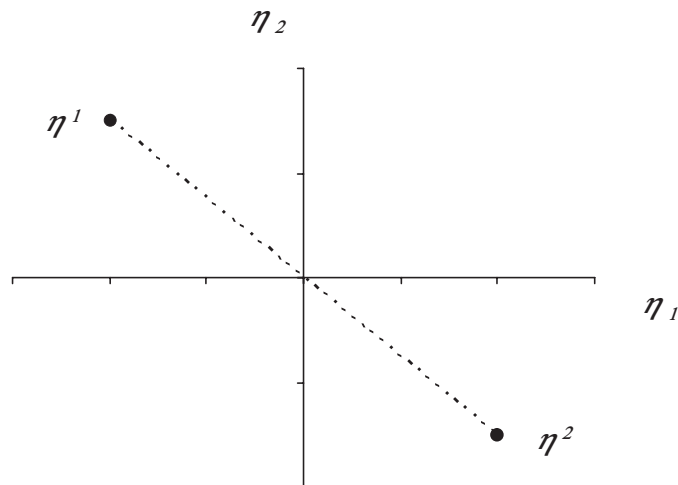


Abbildung 5.1: Punktspiegelung

In Abbildung 5.2 wurde nicht nur eine negative Korrelation induziert, sondern auch eine bessere Abdeckung erreicht. Nachteil ist, dass mit der verbesserten Abdeckung auch die negative Korrelation geringer wird. Eine gute Abdeckung über dem Definitionsbereich kann ebenso durch systematisches Ziehen oder eine Halton-Sequenz erreicht werden.

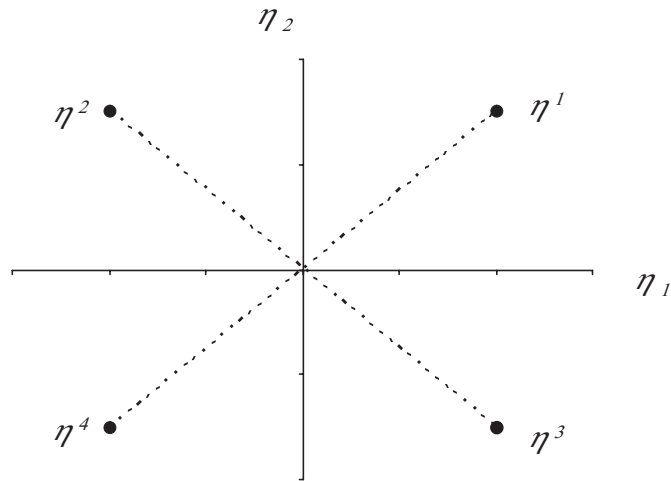


Abbildung 5.2: Punkt- und Achsenspiegelung

Beim systematischen Ziehen wird der Bereich innerhalb der Intervallgrenzen der zu bestimmenden Wahrscheinlichkeit in gleichmäßige Abschnitte eingeteilt. Eine Ziehung aus einem solchen Abschnitt wird in alle anderen projiziert. Diese Idee wird in Abbildung 5.3 veranschaulicht, wobei die gestrichelten Linien die Abschnitte markieren.

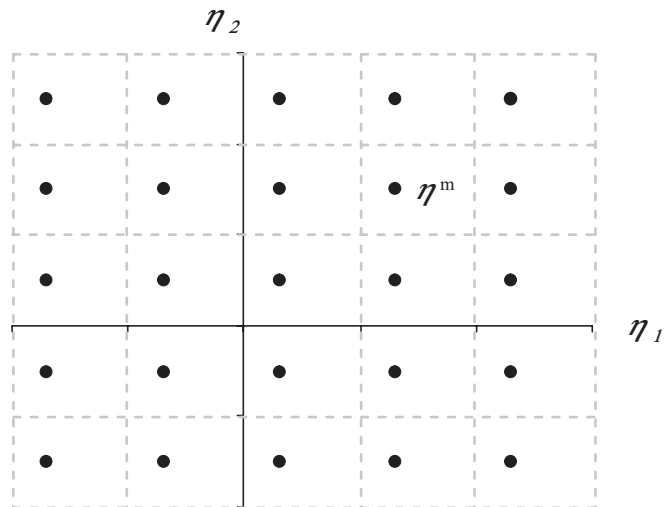


Abbildung 5.3: Systematisches Ziehen

Hajivassiliou (2000) hat bei der Simulation von Wahrscheinlichkeiten mit dem GHK-Simulator gezeigt, dass durch die Verwendung von antithetischen Monte-Carlo-Ziehungen die Simulationsvarianz deutlich gesenkt werden kann.

Ein Konzept, das im Vergleich zu unabhängigen Zufallsziehungen auch eine bessere Abdeckung verspricht (vgl. Sándor und András, 2004, S. 212), ist das der Halton-Sequenz. Eine solche Sequenz für eine Primzahl  $k$  wird iterativ erzeugt. Mit der Startsequenz  $s_0 = \{0\}$  lautet ganz allgemein die Sequenz  $s_{j+1}$  nach  $j+1$  Iterationen:

$$s_{j+1} = \left\{ s_j, s_j + \frac{1}{k^j}, s_j + \frac{2}{k^j}, \dots, s_j + \frac{k-1}{k^j} \right\}$$

Zur Erzeugung werden deshalb Primzahlen verwendet, weil dann garantiert ist, dass keine Werte mehrfach auftreten.  $s_{j+1}$  wird dadurch erzeugt, dass die vorherige Sequenz  $s_j$  durch neue Werte ergänzt wird. Diese neuen Werte der Sequenz  $s_{j+1}$  gehen aus den alten dadurch hervor, dass zu jedem Element der alten Sequenz  $s_j$  zunächst  $\frac{1}{k^{j+1}}$ , dann  $\frac{2}{k^{j+1}}$  usw. und schließlich  $\frac{k-1}{k^{j+1}}$  addiert wird. Wenn die Halton-Sequenz den gewünschten Umfang erreicht hat, wird die 0 aus der Sequenz entfernt. Beispielsweise lauten die ersten 24 Werte einer Halton-Sequenz mit  $k = 7$ :

$$\begin{array}{cccccccccccccccc} \frac{1}{7} & \frac{2}{7} & \frac{3}{7} & \frac{4}{7} & \frac{5}{7} & \frac{6}{7} & \frac{1}{49} & \frac{8}{49} & \frac{15}{49} & \frac{22}{49} & \frac{29}{49} & \frac{36}{49} & \frac{43}{49} \\ \frac{2}{49} & \frac{9}{49} & \frac{16}{49} & \frac{23}{49} & \frac{30}{49} & \frac{37}{49} & \frac{44}{49} & \frac{3}{49} & \frac{10}{49} & \frac{17}{49} & \frac{24}{49} & \frac{31}{49} & \frac{38}{49} & \frac{45}{49} \end{array}$$

Für  $N$  Beobachtungen wird in der Regel eine lange Halton-Sequenz erzeugt und dann für jede Beobachtung ein anderer Teil dieser Sequenz verwendet. Daraus folgt, dass die simulierten Wahrscheinlichkeiten, die auf einer solchen Sequenz basieren, sich über die Beobachtungen  $N$  selber korrigieren, indem sie für eine bessere Abdeckung sorgen. Allerdings wird dieser Effekt geringer, wenn die Anzahl der Ziehungen  $M$  je Beobachtung steigt (vgl. Train, 2002, S. 224 ff).

Entsprechend der Dimension werden im multivariaten Fall durch unterschiedliche Primzahlen verschiedene Halton-Sequenzen erzeugt, die nebeneinander gelegt werden. Zu beachten ist, dass die anfänglichen Sequenzen zur linearen Abhängigkeit tendieren. Deshalb werden die Werte am Anfang der Sequenz eliminiert. Train (2002, S. 231) empfiehlt, mindestens die Anzahl Elemente vom Anfang der Halton-Sequenzen zu streichen, die dem Wert der größten verwendeten Primzahl entspricht.

Betrachtet man den Scatterplott, der mit den Primzahlen 2 und 3 erzeugten Halton-Sequenzen vom Umfang  $M = 100$ , dann zeigt sich die gute Abdeckung dieser Ziehungen:

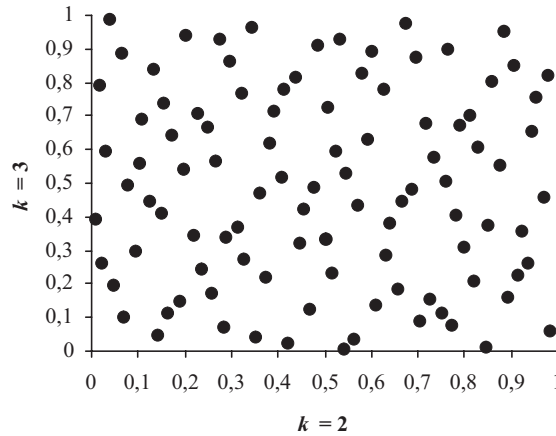


Abbildung 5.4: Halton-Sequenz

Train (2002, S. 232) zeigt die Auswirkungen der Halton-Sequenz an einem gemischten Logit-Modell. Eine Halton-Sequenz vom Umfang 100 erzeugt durchschnittlich ähnlich gute Ergebnisse bezüglich des Erwartungswerts der geschätzten Parameter wie 1.000 Zufallsziehungen bei einer gleichzeitig geringeren Standardabweichung. Durch eine Halton-Sequenz kann der Rechenaufwand auf ein Zehntel reduziert werden bei gleichzeitiger Verbesserung der Genauigkeit (vgl. Cappellari und Jenkins, 2006, S. 15f).

Sándor und András (2004, S. 223) zeigen, dass eine auf antithetischen Monte-Carlo-Ziehungen basierende Simulation im Vergleich zu einer auf antithetischen Halton-Sequenzen basierenden in Verbindung mit dem GHK-Simulator, bei gleicher Anzahl Ziehungen  $M$ , im 4-dimensionalen Fall eine 4 bis 8 mal geringere Standardabweichung bezüglich der simulierten Wahrscheinlichkeit aufweist. Im Vergleich zu einer reinen Monte-Carlo-Ziehung ist diese sogar 10 bis 18 mal geringer. Dabei gilt, dass die Halton-Sequenz lediglich ein Spezialfall des Ziehens von einer Gleichverteilung ist. Mit wachsender Dimension der zu simulierenden multivariaten normalverteilten Wahrscheinlichkeit nimmt auch das Verhältnis zwischen den Standardabweichungen bei Verwendung reiner Monte-Carlo-Ziehungen und der Halton-Sequenz (bzw. antithetischen Zufallsziehungen) ab.

Alle in Kapitel 5.1 vorgestellten Simulatoren sind erwartungstreu. Dies gilt in der Regel nicht für deren nichtlineare Transformation. In diesem Fall kann eine Verbesserung lediglich dadurch erreicht werden, dass die Verzerrungen durch die Simulation möglichst klein gehalten werden. Dazu liefern die varianzreduzierenden



Maßnahmen einen entscheidenden Beitrag. Dies wird auch in dieser Arbeit genutzt.

### 5.1.5 Exakte Berechnung versus GHK-Simulator

Neben der Simulation von Wahrscheinlichkeiten gibt es verschiedene Softwarepakete, die auch eine exakte Berechnung ermöglichen. So stellt bspw. Gauß über den Befehl `CDFMVN` eine entsprechende Funktion für die multivariate Normalverteilung bereit. Allerdings führt die Berechnung eines Integrals mit einer Dimension von mindestens 8 zum Absturz von Gauß. Der Befehl ist also nicht uneingeschränkt verwendbar. Auch für kleinere Dimensionen ist der Einsatz nicht in jedem Fall vorteilhaft, denn die exakte Berechnung der Wahrscheinlichkeit dauert sehr lange.

Um dies zu zeigen, wird auf einem P4 mit 3,2 GHz folgendes Experiment durchgeführt: Ziel ist es, die Dauer zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit  $P(\mathbf{X} < \mathbf{x})$  mit der zu vergleichen, die die Simulation benötigt.  $\mathbf{x}$  ist ein Vektor, dessen Komponente entweder alle  $-0,5$  (bezeichnet als Vektor  $\mathbf{x}_1$ ),  $0$  (bezeichnet als  $\mathbf{x}_2$ ) oder  $0,5$  (bezeichnet als  $\mathbf{x}_3$ ) sind. Neben Unkorreliertheit wird die Abhängigkeitsstruktur einer Korrelationsmatrix im  $AR(1)$ -Fall untersucht, wenn der Korrelationsparameter  $\rho$  entweder  $0,3$  oder  $0,8$  ist. Dies entspricht der Spezifikation des in Kapitel 4 vorgestellten Modells. Die Dimension des Vektors  $\mathbf{x}$  wird zwischen 3 und 5 variiert. Dies sind gerade die Dimensionen, wie sie unter anderem später in der Analyse in Kapitel 7 auftreten. Der GHK-Simulator wird mit  $M = 100$  ausgeführt. Anstelle Monte-Carlo-Ziehungen von der Gleichverteilung zu verwenden, werden Halton-Sequenzen, die durch die Primzahlen 2, 3, 5, 7 und 11 erzeugt wurden, eingesetzt. Das Experiment wird 1000mal wiederholt. Im Fall der Unabhängigkeit resultieren die Ergebnisse in Tabelle 5.1.

Ab der Dimension 4 ist der GHK-Simulator bei jeder Spezifikation schneller als der Befehl `CDFMVN`. Während die Ausweitung der Dimension um eine Einheit im Rahmen der Simulation in etwa 0,05 hundertstel Sekunden in Anspruch nimmt, steigt der zeitliche Rechenaufwand je Dimension bei der exakten Berechnung um mehr als das 10-fache. Die simulierten Wahrscheinlichkeiten unterscheiden sich in ihrem Wert nicht von den exakten. Die Simulation von Wahrscheinlichkeit mittels des GHK-Simulators für größere Wahrscheinlichkeiten nimmt weniger Rechenzeit in Anspruch. Wird die benötigte Rechenzeit für  $\check{P}(\mathbf{X} < \mathbf{x}_1)$  mit der von  $\check{P}(\mathbf{X} < \mathbf{x}_3)$  verglichen, so sinkt der Zeitaufwand. Mit dem Befehl `CDFMVN` nimmt der Rechenaufwand dagegen tendenziell zu.

Tabelle 5.1: Unabhängigkeit

	Dimension	GHK-Simulator		Befehl CDFMVN	
		$\check{P}(\mathbf{X} < \mathbf{x})$	Zeit (in h. Sek.)	$P(\mathbf{X} < \mathbf{x})$	Zeit (in h. Sek.)
$\mathbf{x}_1$	3	0,029371	0,1641	0,029371	0,0375
	4	0,009062	0,2313	0,009062	0,4609
	5	0,002796	0,2828	0,002796	5,4434
$\mathbf{x}_2$	3	0,125000	0,1297	0,125000	0,0328
	4	0,062500	0,1750	0,062500	0,4672
	5	0,031250	0,2156	0,031250	5,0453
$\mathbf{x}_3$	3	0,330602	0,1265	0,330602	0,0469
	4	0,228599	0,1672	0,228599	0,5875
	5	0,158068	0,2094	0,158068	7,7219

Hinweis: h. Sek. ist Abkürzung für hundertstel Sekunden.

Tabelle 5.2: AR(1) mit  $\rho = 0,3$ 

	Dimension	GHK-Simulator		Befehl CDFMVN	
		$\check{P}(\mathbf{X} < \mathbf{x})$	Zeit (in h. Sek.)	$P(\mathbf{X} < \mathbf{x})$	Zeit (in h. Sek.)
$\mathbf{x}_1$	3	0,059617	0,1766	0,059613	0,0390
	4	0,026555	0,2172	0,026551	0,4750
	5	0,011833	0,2531	0,011830	5,3000
$\mathbf{x}_2$	3	0,180672	0,1546	0,180665	0,0422
	4	0,109569	0,1906	0,109562	0,4813
	5	0,066487	0,2282	0,066462	5,4891
$\mathbf{x}_3$	3	0,389628	0,1438	0,389619	0,0500
	4	0,293943	0,1812	0,293933	0,6579
	5	0,221809	0,2110	0,221797	7,7078

Hinweis: h. Sek. ist Abkürzung für hundertstel Sekunden.

Die höhere Korrelation kostet beim GHK-Simulator als auch bei dem Befehl CDFMVN Rechenzeit (vgl. Tabellen 5.2 und 5.3). Die Ergebnisse bezüglich der Wahrscheinlichkeit unterscheiden sich erst ab der vierten Nachkommastelle. Ähnlich auch für höhere Korrelationen, wie hier für  $\rho = 0,8$ .

Tabelle 5.3: AR(1) mit  $\rho = 0,8$

	Dimension	GHK-Simulator		Befehl CDFMVN	
		$\check{P}(\mathbf{X} < \mathbf{x})$	Zeit (in h. Sek.)	$P(\mathbf{X} < \mathbf{x})$	Zeit (in h. Sek.)
$\mathbf{x}_1$	3	0,163700	0,1641	0,163599	0,0391
	4	0,125255	0,2078	0,125084	0,4562
	5	0,096867	0,2375	0,096630	5,2172
$\mathbf{x}_2$	3	0,328362	0,1422	0,327216	0,0359
	4	0,274287	0,1907	0,273205	0,4671
	5	0,231172	0,2453	0,229686	5,6610
$\mathbf{x}_3$	3	0,534348	0,1469	0,534422	0,0484
	4	0,478809	0,1859	0,478809	0,6484
	5	0,430958	0,2094	0,430945	7,6750

Hinweis: h. Sek. ist Abkürzung für hundertstel Sekunden.

Ob der zeitliche Rechenaufwand für größere Wahrscheinlichkeiten sich tatsächlich wie oben beschrieben verhält, ist ungewiss. Vergleicht man die simulierten Wahrscheinlichkeiten aus Tabelle 5.3 für die Dimension 3 miteinander, so ist hier zunächst für die Berechnung der Wahrscheinlichkeit von  $\mathbf{x}_1$  im Vergleich zu der von  $\mathbf{x}_2$  eine Abnahme des Rechenaufwandes und im Vergleich der benötigten Zeit für die Bestimmung der Wahrscheinlichkeit von  $\mathbf{x}_2$  und  $\mathbf{x}_3$  eine Zunahme desselben zu beobachten. Im Falle der Dimension 5 ist das umgekehrt. Insgesamt liegt der Rechenaufwand für  $\mathbf{x}_1$  im Falle der Dimension 5 über dem von  $\mathbf{x}_1$  der Dimension 3. Analog für  $\mathbf{x}_2$  und  $\mathbf{x}_3$ .

Wesentlich wichtiger ist aber die Erkenntnis, dass die Simulation von Wahrscheinlichkeiten ab einer bestimmten Dimension weniger Rechenzeit verlangt als die exakte Berechnung. Verbunden mit der Dimensionsrestriktion ist der Befehl CDFMVN keine Alternative zum GHK-Simulator, wenn das Renteneintrittsfenster über 16 Perioden analog zu Berkel und Börsch-Supan (2004) betrachtet wird. Für die Analyse, die in dieser Arbeit durchgeführt wird, ist für sehr viele Versicherte die Wahrscheinlichkeit einer multivariaten Normalverteilung der Dimension 4 und 5 zu bestimmen. Gerade hier zeigt sich eine enorme Zeitersparnis in dem

Modell, so dass für diese Arbeit auf simulierte Wahrscheinlichkeiten zurückgegriffen wird. Die geschätzten Parameter und deren geschätzte Varianz-/Kovarianzmatrix werden am Ende auf ihre Erwartungstreue untersucht, indem die Anzahl der Stichprobenziehungen  $M$  so lange erhöht wird, bis keine Veränderungen der Schätzergebnisse mehr in einer bestimmten Größenordnung auftreten. Damit wird die Gefahr begrenzt, dass Verzerrungen aufgrund der Simulation auftreten. Dies ist immer noch mit einem deutlich niedrigeren zeitlichen Rechenaufwand verbunden, als im Falle einer exakten Berechnung. Alternativ wäre es ebenso sinnvoll gewesen, die gefundenen Ergebnisse als Startwerte in eine Berechnung mit den exakten Wahrscheinlichkeiten einzusetzen. Dadurch werden die Geschwindigkeit der simulierten Wahrscheinlichkeiten und die Genauigkeit des Befehls CDFMVN miteinander kombiniert und die Vorteile beider Berechnungsmethoden ausgeschöpft.

## 5.2 Eigenschaften von simulierten Schätzern

Grundsätzlich kann das Modell mit folgenden Methoden geschätzt werden:

1. Maximum-Likelihood-Methode
2. Momentenmethode
3. Score-Methode

Der Maximum-Likelihood-Schätzer ist derjenige Parametervektor  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ , der die von einem unbekanntem Parametervektor  $\boldsymbol{\theta}$  abhängige logarithmierte Likelihoodfunktion

$$\ln L(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{n=1}^N \ln P_n(R = \tau)$$

maximiert.  $P_n(R = \tau)$  entspricht der Wahrscheinlichkeit, für die Beobachtung  $n$ , in Periode  $\tau \in \{t, \dots, T\}$  in Rente zu gehen. Der damit verbundene Gradient, auch Score genannt, lautet

$$\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}} = \sum_{n=1}^N \frac{1}{P_n(\boldsymbol{\theta})} \frac{\partial P_n(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}}$$

Der Momentenmethode liegt die Idee zu Grunde, dass der Erwartungswert einer Statistik gleich Null ist. Es gilt, dass  $E(\mathbf{W}' \cdot \mathbf{u}) = \mathbf{0}$  mit  $\mathbf{u}$  dem Residuenvektor eines Modells und  $\mathbf{W}$  der Instrumentenmatrix. Die Residuen sind mit den Instrumenten unkorreliert.

Um  $\mathbf{W}$  und  $\mathbf{u}$  für die Momentenmethode zu spezifizieren, schlägt Keane (1993, S. 553) vor, die logarithmierte Likelihoodfunktion als die Summe von bedingten Wahrscheinlichkeiten auszudrücken. Dazu wird eine Dummyvariable  $y_{ns}$  definiert, die dann den Wert 1 annimmt, wenn ein Versicherter in Periode  $s$  in Rente geht. D.h.:

$$\ln L = \sum_{n=1}^N \ln P(R = \tau) = \sum_{n=1}^N \sum_{s=t}^{\tau} \ln P(y_{ns} | \mathbf{y}_{ns-1}) \quad (5.8)$$

mit dem Vektor  $\mathbf{y}_{ns-1}$ , der die Entscheidungen des Versicherten  $n$  von  $t$  bis  $s-1$  für  $s > t$  enthält. Ist  $s = t$ , dann wird für  $P(\cdot)$  der Ausdruck aus Gleichung 4.6 bzw. 4.7 eingesetzt.

Der Score kann somit ausgedrückt werden als:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L}{\partial \boldsymbol{\theta}} &= \sum_{n=1}^N \mathbf{w}_{n\tau} (y_{n\tau} - P(y_{n\tau} = 1 | \mathbf{y}_{n\tau-1})) \\ &\quad + \sum_{s=t}^{\tau-1} \mathbf{w}_{ns} \cdot ((1 - y_{ns}) - P(y_{ns} = 0 | \mathbf{y}_{ns-1})) \stackrel{!}{=} \mathbf{0} \end{aligned} \quad (5.9)$$

mit

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{n\tau} &= \frac{1}{P(y_{n\tau} = 1 | \mathbf{y}_{n\tau-1})} \cdot \frac{\partial P(y_{n\tau} = 1 | \mathbf{y}_{n\tau-1})}{\partial \boldsymbol{\theta}} \\ \mathbf{w}_{ns} &= \frac{1}{P(y_{n\tau} = 0 | \mathbf{y}_{n\tau-1})} \cdot \frac{\partial P(y_{n\tau} = 0 | \mathbf{y}_{n\tau-1})}{\partial \boldsymbol{\theta}} \end{aligned}$$

Gleichung 5.9 hat die Form von Momenten mit einem Erwartungswert  $\mathbf{0}$  und orthogonalen Gewichten (vgl. Keane, 1993, S. 554). Der Momentenschätzer resultiert direkt aus der Bedingung 1. Ordnung der Maximum-Likelihood-Methode.

Die Score-Methode ist definiert als

$$\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}} = \sum_{n=1}^N \frac{1}{P_n(\boldsymbol{\theta})} \frac{\partial P_n(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}} = \mathbf{0}$$

Unter Verwendung der exakten Wahrscheinlichkeiten existiert kein Unterschied zwischen dieser und der Maximum-Likelihood-Methode. Diese treten erst dann auf, wenn an Stelle der exakten Gradienten ihre simulierten Gegenstücke eingesetzt werden.

Die Eigenschaften dieser Verfahren sind bei Verwendung der exakten Momente bekannt. Die Frage ist, ob diese Eigenschaften auch unter Verwendung von Simulatoren erhalten bleiben und welche Anforderungen zu diesem Zweck erfüllt sein müssen. Aus allen vorgestellten Schätzverfahren resultieren die geschätzten Parameter  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  als Lösungen einer Gleichung der Form

$$\mathbf{h}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = \sum_{n=1}^N \mathbf{h}_n(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = \mathbf{0} \quad (5.10)$$

und es gilt, dass

$$\mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}^*) \stackrel{a}{\sim} \text{N}(\mathbf{0}, \mathbf{I})$$

mit dem Vektor  $\boldsymbol{\theta}^*$ , der die wahren Werte der Koeffizienten beinhaltet und  $\mathbf{I}$  die Varianz-/Kovarianzmatrix von  $\mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}^*)$ . Im Falle der Maximum-Likelihood-Methode ist  $\mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}) = \frac{\partial \ln L}{\partial \boldsymbol{\theta}}$ . Genauso bei der Score-Methode. Wenn die Momentenmethode angewendet wird, dann entspricht  $\mathbf{h}(\boldsymbol{\theta})$  dem Ausdruck in Gleichung 5.9.

Wird anstelle der exakten Statistik  $\mathbf{h}(\cdot)$  die simulierten  $\check{\mathbf{h}}(\cdot)$  verwendet, so ist deren Verteilung von folgenden Komponenten abhängig:

$$\check{\mathbf{h}}(\boldsymbol{\theta}^*) = \mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}^*) + \{\check{\mathbf{h}}(\boldsymbol{\theta}^*) - \text{E}_m[\check{\mathbf{h}}(\boldsymbol{\theta}^*)]\} - \{\mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}^*) - \text{E}_m[\check{\mathbf{h}}(\boldsymbol{\theta}^*)]\} \quad (5.11)$$

Dabei ist  $\text{E}_m[\cdot]$  der Erwartungswert über die bei der Simulation verwendeten Monte-Carlo-Ziehungen.

Die Verteilung von  $\check{\mathbf{h}}(\boldsymbol{\theta}^*)$  setzt sich zusammen aus der Verteilung des traditionellen Schätzers, der Abweichung des simulierten Schätzers von seinem Erwartungswert und der Verzerrung der Simulation. Nachdem die Komponenten der Verteilung bekannt sind, können nun die Auswirkungen auf die simulierten Schätzer betrachtet werden. Dies geschieht analog zu Train (2002, S. 253).

### 5.2.1 Eigenschaften des simulierten Schätzers

Aus Vereinfachungsgründen wird zunächst der Fall betrachtet, dass  $\mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}^*)$  erwartungstreu simuliert wird. Wenn  $E_m[\check{\mathbf{h}}(\boldsymbol{\theta}^*)] = \mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}^*)$ , dann ist der dritte Summand der Gleichung 5.11 gleich  $\mathbf{0}$ .

#### Erwartungstreue Simulation von $\mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}^*)$

Der zweite Summand von Gleichung 5.11 kann wie in Gleichung 5.10 geschrieben werden:

$$\check{\mathbf{h}}(\boldsymbol{\theta}^*) - E_m[\check{\mathbf{h}}(\boldsymbol{\theta}^*)] = \sum_{n=1}^N \check{\mathbf{h}}_n(\boldsymbol{\theta}^*) - E_m[\check{\mathbf{h}}_n(\boldsymbol{\theta}^*)]$$

Zur Simulation von  $\mathbf{h}_n(\boldsymbol{\theta})$  werden  $M$  unabhängige Ziehungen verwendet. Diese Ziehungen sind ebenso über  $n$  unabhängig.

Sei  $\mathbf{S}_n$  die Varianz für das Abweichen von  $\check{\mathbf{h}}_n(\boldsymbol{\theta}^*)$  von seinem Erwartungswert  $E_m[\check{\mathbf{h}}_n(\boldsymbol{\theta}^*)]$  über alle Stichprobenziehungen, wenn  $M = 1$  ist. Für die Varianz des Simulators gilt somit:

$$\text{Var}(\check{\mathbf{h}}(\boldsymbol{\theta}^*)) = \frac{\mathbf{S}}{M} \quad \text{mit} \quad \mathbf{S} = \sum_{n=1}^N \mathbf{S}_n \quad (5.12)$$

$\mathbf{S}_n$  ist über die Individuen verschieden.

Der zentrale Grenzwertsatz mit der Lindeberg-Bedingung (vgl. Bosch, 1998, S. 335) für Zufallsvariablen mit unterschiedlicher Varianz liefert die Verteilung von  $\check{\mathbf{h}}(\boldsymbol{\theta}^*)$ :

$$\check{\mathbf{h}}(\boldsymbol{\theta}^*) \stackrel{a}{\sim} N\left(\mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}^*), \mathbf{I} + \frac{\mathbf{S}}{M}\right) \quad (5.13)$$

Für  $M \rightarrow \infty$  geht die Simulationsvarianz gegen 0 und  $\check{\mathbf{h}}_n(\cdot)$  entspricht  $\mathbf{h}_n(\cdot)$ , so dass

$$\check{\mathbf{h}}(\boldsymbol{\theta}^*) \stackrel{a}{\sim} N(\mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}^*), \mathbf{I}) \quad (5.14)$$

gilt.

## Verzerrte Simulation von $\mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}^*)$

Ist der Bias der Simulation nicht  $\mathbf{0}$ , dann wird die Verteilung von  $\check{\mathbf{h}}_n(\boldsymbol{\theta}^*)$  zusätzlich zu dem Fall eines erwartungstreuen Simulators durch den dritten Summanden aus Gleichung 5.11 bestimmt.

In der Regel ist  $\mathbf{h}_n(\boldsymbol{\theta}^*)$  eine Funktion, die von einer Größe  $l_n$  abhängig ist und die unverzerrt simuliert werden kann. Werden bei der Maximum-Likelihood-Methode anstelle der exakten Wahrscheinlichkeiten die erwartungstreu simulierten Gegenstücke verwendet, dann entspricht  $l_n$  gerade der Wahrscheinlichkeit  $P_n$ .

Die Abhängigkeit von  $\mathbf{h}_n(\cdot)$  bezüglich  $l_n$  kann geschrieben werden als:

$$\mathbf{h}_n(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{h}(l_n(\boldsymbol{\theta}))$$

Der Simulator von  $l_n(\boldsymbol{\theta})$  wird mit  $\check{l}_n(\boldsymbol{\theta})$  bezeichnet und es gilt, dass  $E_m(\check{l}_n(\boldsymbol{\theta})) = l_n(\boldsymbol{\theta})$ . Mit Hilfe der Taylorreihen Approximation der Ordnung 2 kann  $\check{\mathbf{h}}_n(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{h}(\check{l}_n(\boldsymbol{\theta}))$  wieder in Abhängigkeit von  $\mathbf{h}_n(\boldsymbol{\theta})$  ausgedrückt werden als:

$$\check{\mathbf{h}}_n(\boldsymbol{\theta}) \approx \mathbf{h}_n(\boldsymbol{\theta}) + \frac{\partial \mathbf{h}(l_n(\boldsymbol{\theta}))}{\partial l_n(\boldsymbol{\theta})} [\check{l}_n(\boldsymbol{\theta}) - l_n(\boldsymbol{\theta})] + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \mathbf{h}(l_n(\boldsymbol{\theta}))}{\partial l_n(\boldsymbol{\theta})^2} [\check{l}_n(\boldsymbol{\theta}) - l_n(\boldsymbol{\theta})]^2$$

Wegen der angenommenen Unverzerrtheit von  $\check{l}_n(\boldsymbol{\theta})$  für  $l_n(\boldsymbol{\theta})$  folgt für den Erwartungswert von  $\check{\mathbf{h}}(\boldsymbol{\theta})$  über die verwendeten Zufallsziehungen:

$$E_m[\check{\mathbf{h}}_n(\boldsymbol{\theta})] \approx \mathbf{h}_n(\boldsymbol{\theta}) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \mathbf{h}(l_n(\boldsymbol{\theta}))}{\partial l_n(\boldsymbol{\theta})^2} E_m[(\check{l}_n(\boldsymbol{\theta}) - l_n(\boldsymbol{\theta}))^2] \quad (5.15)$$

Da die Varianz von  $\check{l}_n(\boldsymbol{\theta})$  invers proportional zu der in der Simulation verwendeten Anzahl  $M$  von Ziehungen ist, ist  $\text{Var}_m(\check{l}_n(\boldsymbol{\theta})) = \frac{J_n}{M}$ .  $J_n$  bezeichnet die Simulationsvarianz von  $l_n(\boldsymbol{\theta})$ , wenn  $M = 1$ . Diese Schreibweise ist analog zu obigem Fall, in dem die Verteilung von  $\check{\mathbf{h}}(\boldsymbol{\theta})$  unter der Annahme einer erwartungstreuen Simulation betrachtet wurde (vgl. Gleichung 5.12).

Für den Erwartungswert von  $\check{\mathbf{h}}(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{n=1}^N \check{\mathbf{h}}_n(\boldsymbol{\theta})$  über die verwendeten Zufallsziehungen folgt:

$$E_m[\check{\mathbf{h}}(\boldsymbol{\theta})] \approx \mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}) + \sum_{n=1}^N \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \mathbf{h}(l_n(\boldsymbol{\theta}))}{\partial l_n(\boldsymbol{\theta})^2} \frac{J_n}{M} \quad (5.16)$$



Wenn  $M$  konstant ist, dann ist  $E_m[\check{\mathbf{h}}(\boldsymbol{\theta}^*)]$  nicht erwartungstreu, da die Simulationsvarianz  $J_n$  von  $l_n(\cdot)$  nicht 0 ist. Wird  $N$  ausgeweitet und  $M$  bleibt konstant, dann wächst die Verzerrung für  $N \rightarrow \infty$  gegen unendlich. Es handelt sich hierbei um kein Klein-Stichproben-Problem. Wächst  $M$  dagegen stärker als  $\sqrt{N}$ , dann verschwindet die Verzerrung asymptotisch und die Verteilung von  $\check{\mathbf{h}}_n(\cdot)$  entspricht ihrem nicht simulierten Gegenstück (vgl. Train, 2002, S. 253 ff).

### Ableitung der Verteilung von $\check{\boldsymbol{\theta}}$

Die Verteilung des simulierten Schätzers  $\check{\boldsymbol{\theta}}$  kann nun unter Verwendung einer Taylorreihen-Approximation der Ordnung 1 um  $\mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}^*)$  aus

$$\mathbf{h}(\check{\boldsymbol{\theta}}) \approx \mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}^*) + \frac{\partial \mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}^*)}{\partial \boldsymbol{\theta}'} (\check{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta}^*)$$

abgeleitet werden:

$$\check{\boldsymbol{\theta}} \approx \boldsymbol{\theta}^* - \left( \frac{\partial \mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}^*)}{\partial \boldsymbol{\theta}'} \right)^{-1} \check{\mathbf{h}}(\boldsymbol{\theta}^*) \quad (5.17)$$

mit  $\mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}^*) = \mathbf{0}$ . Gleichung 5.11 eingesetzt ergibt:

$$\begin{aligned} \check{\boldsymbol{\theta}} \approx \boldsymbol{\theta}^* - \left( \frac{\partial \mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}^*)}{\partial \boldsymbol{\theta}'} \right)^{-1} & (\mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}^*) + \{\check{\mathbf{h}}(\boldsymbol{\theta}^*) - E_m[\check{\mathbf{h}}(\boldsymbol{\theta}^*)]\}) \\ & - \{\mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}^*) - E_m[\check{\mathbf{h}}(\boldsymbol{\theta}^*)]\}) \end{aligned} \quad (5.18)$$

Wenn unverzerrte Simulatoren für  $\mathbf{h}(\cdot)$  verwendet werden, dann gilt:

$$\check{\boldsymbol{\theta}} \stackrel{a}{\sim} N \left( \boldsymbol{\theta}^*, E_n \left( \frac{\partial \mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}^*)}{\partial \boldsymbol{\theta}'} \right)^{-1} \left[ \mathbf{I} + \frac{\mathbf{S}}{M} \right] E_n \left( \frac{\partial \mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}^*)}{\partial \boldsymbol{\theta}'} \right)^{-1} \right)$$

Für  $M \rightarrow \infty$  entspricht die Verteilung des simulierten Schätzers der bei Verwendung der exakten Größen. Dies gilt auch, wenn  $\check{\mathbf{h}}(\boldsymbol{\theta})$  nicht erwartungstreu ist und  $\check{\mathbf{h}}(\cdot)$  von einer Größe abhängt, die erwartungstreu approximiert werden kann.

Mit Hilfe dieser Ergebnisse können nun die Eigenschaften von  $\check{\boldsymbol{\theta}}$  unter Verwendung der verschiedenen Schätzmethoden betrachtet werden.

## 5.2.2 Simulierte Maximum-Likelihood-Methode

In diesem Fall ist  $\check{\mathbf{h}}_n(\boldsymbol{\theta})$  nicht erwartungstreu für  $\mathbf{h}_n(\boldsymbol{\theta})$ , selbst wenn die Wahrscheinlichkeiten erwartungstreu simuliert werden können. In diesem Fall ist zwar  $E_m(\check{P}_n(\boldsymbol{\theta})) = P_n(\boldsymbol{\theta})$ , aber durch die nichtlineare Transformation der simulierten Wahrscheinlichkeiten mit dem Logarithmus hebt sich die Verzerrung durch die Simulation nicht mehr über die Beobachtungen  $N$  auf.

$M$  muss in diesem Fall schneller als  $\sqrt{N}$  wachsen, damit die Verzerrung aus Gleichung 5.11 verschwindet. Unter dieser Annahme gilt mit  $\mathbf{I} = E_n\left(-\frac{\partial \mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}^*)}{\partial \boldsymbol{\theta}'}\right) = E_n(-\mathbf{H})$ :

$$\begin{aligned} \check{\boldsymbol{\theta}} &= \boldsymbol{\theta}^* - \left(\frac{\partial \check{\mathbf{g}}(\boldsymbol{\theta}^*)}{\partial \boldsymbol{\theta}'}\right)^{-1} \check{\mathbf{g}}(\boldsymbol{\theta}^*) \stackrel{a}{\approx} N(\boldsymbol{\theta}^*, E_n(\mathbf{H})^{-1} \mathbf{I} E_n(\mathbf{H})^{-1}) \\ &= N(\boldsymbol{\theta}^*, \mathbf{I}^{-1}) \end{aligned} \quad (5.19)$$

Damit ist der Schätzer konsistent, asymptotisch normalverteilt und entspricht dem Maximum-Likelihood-Schätzer, also seinem nicht simulierten Gegenstück.

Im Fall, dass  $M$  langsamer wächst als  $\sqrt{N}$ , gibt es keine Grenzverteilung für  $\check{\boldsymbol{\theta}}$ . Denn die Verzerrung aus Gleichung 5.16 wächst mit  $N$ . Der simulierte Schätzer für  $\boldsymbol{\theta}$  konvergiert gegen seinen wahren Wert. Denn  $\check{\boldsymbol{\theta}}$  selbst ist nicht von  $N$  abhängig. Dies ist daran zu erkennen, dass der Erwartungswert aus Gleichung 5.17 über  $m$  mit Hilfe von Gleichung 5.16 geschrieben werden kann als:

$$\begin{aligned} E_m(\check{\boldsymbol{\theta}}) &= \boldsymbol{\theta}^* - \left(\frac{\partial \mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}^*)}{\partial \boldsymbol{\theta}'}\right)^{-1} \cdot E_m(\check{\mathbf{h}}(\boldsymbol{\theta}^*)) \\ &= \boldsymbol{\theta}^* - \left(\frac{\partial \mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}^*)}{\partial \boldsymbol{\theta}'}\right)^{-1} \cdot \left(\mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}^*) + \sum_{n=1}^N \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \mathbf{h}(l_n(\boldsymbol{\theta}^*))}{\partial l_n(\boldsymbol{\theta})^2} \frac{J_n}{M}\right) \\ &= \boldsymbol{\theta}^* - \left(\frac{\partial \mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}^*)}{\partial \boldsymbol{\theta}'}\right)^{-1} \cdot \sum_{n=1}^N \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \mathbf{h}(l_n(\boldsymbol{\theta}^*))}{\partial l_n(\boldsymbol{\theta})^2} \frac{J_n}{M} \end{aligned}$$

mit  $\mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}^*) = \mathbf{0}$ . Die Komponenten im Zähler und Nenner der Verzerrung sind von  $N$  abhängig. In Verbindung mit dem allgemeinen schwachen Gesetz der großen Zahlen (vgl. Bosch, 1998, S. 328) ist  $\check{\boldsymbol{\theta}}$  konsistent. Allerdings besitzt  $\check{\boldsymbol{\theta}}$  keine Grenzverteilung. Aus diesem Grund können in dieser Situation keine Standardabweichungen oder Konfidenzintervalle berechnet werden.

Ist  $M$  dagegen fix, dann wächst die Verzerrung bezüglich  $\mathbf{h}(\boldsymbol{\theta})$  mit  $N$  (vgl. Gleichung 5.16).  $\check{\boldsymbol{\theta}}$  hat keine Grenzverteilung und ist verzerrt. Dieser Bias verschwindet auch nicht mit steigendem  $M$ . Der simulierte Maximum-Likelihood-Schätzer in dieser Situation ist inkonsistent.

Voraussetzung für das Erreichen der asymptotischen Eigenschaften im Falle der simulierten Maximum-Likelihood-Methode ist eine erwartungstreue Simulation von  $P(R = \tau)$ . Hinzu kommt, dass über die Erwartungstreue hinaus die Simulationsvarianz des Simulators gering sein sollte. Denn durch die nichtlineare Transformation mit der Logarithmusfunktion verschwindet die Verzerrung nicht über die Beobachtungen. Börsch-Supan und Hajivassiliou (1993, S. 364) haben gezeigt, dass

$$E(\ln \check{P}(R = \tau)) - \ln E(P(R = \tau)) \approx \frac{-\text{Var}(\check{P}(R = \tau))}{2 \cdot P(R = \tau)^2}$$

Die Verzerrung verschwindet erst, wenn  $\text{Var}(\check{P}(R = \tau))$  gegen 0 geht. Solange ist auch  $\boldsymbol{\theta}$  verzerrt (vgl. McFadden, 1989, sowie Pakes und Pollard, 1989).

Darüber hinaus macht es die Transformation mit der Logarithmusfunktion notwendig, dass die simulierte Wahrscheinlichkeit größer 0 ist. Denn an dieser Stelle ist der Logarithmus nicht definiert. Gerade wenn die Wahrscheinlichkeiten sehr klein sind, muss im Falle von Häufigkeitssimulatoren  $M$  entsprechend groß gewählt werden. Hierin kommt eine Stärke des GHK-Simulators zum Tragen, der auch kleine Wahrscheinlichkeiten sehr gut approximieren kann, da er von 0 verschieden ist.

### 5.2.3 Simulierte Momentemethode

Mit festen Instrumenten ist der Simulator für  $\mathbf{h}_n(\boldsymbol{\theta})$  unverzerrt. Denn  $\check{P}(\cdot)$  geht linear in Gleichung 5.9 ein. Die Verteilung des Schätzers  $\check{\boldsymbol{\theta}}$  wird nur von der Verteilung des traditionellen Schätzers und der Simulationsvarianz geprägt.

$$\check{\boldsymbol{\theta}} \stackrel{a}{\sim} N \left( \boldsymbol{\theta}^*, E_n \left( \frac{\partial \check{\mathbf{h}}(\boldsymbol{\theta}^*)}{\partial \boldsymbol{\theta}'} \right)^{-1} \left[ \mathbf{I} + \frac{\mathbf{S}}{M} \right] E_n \left( \frac{\partial \check{\mathbf{h}}(\boldsymbol{\theta}^*)}{\partial \boldsymbol{\theta}'} \right)^{-1} \right)$$

Wenn  $M$  fest ist und  $\left( \frac{\partial \check{\mathbf{h}}(\boldsymbol{\theta}^*)}{\partial \boldsymbol{\theta}'} \right)$  gegen seinen Erwartungswert konvergiert, dann gilt:

$$\check{\boldsymbol{\theta}} \stackrel{a}{\sim} N \left( \boldsymbol{\theta}^*, E_n \left( \frac{\partial \mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}^*)}{\partial \boldsymbol{\theta}'} \right)^{-1} \left[ \mathbf{I} + \frac{\mathbf{S}}{M} \right] E_n \left( \frac{\partial \mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}^*)}{\partial \boldsymbol{\theta}'} \right)^{-1} \right)$$

Der Schätzer ist konsistent und asymptotisch normalverteilt. Seine Varianz ist gegenüber dem nicht simulierten Gegenstück größer. Diese zusätzliche Varianz geht jedoch gegen 0, wenn  $M$  mit  $N$  wächst (vgl. Gleichung 5.14), so dass

$$\check{\boldsymbol{\theta}} \stackrel{a}{\sim} N\left(\boldsymbol{\theta}^*, E_n\left(\frac{\partial \mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}^*)}{\partial \boldsymbol{\theta}'}\right)^{-1} \mathbf{I} E_n\left(\frac{\partial \mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}^*)}{\partial \boldsymbol{\theta}'}\right)^{-1}\right)$$

Bei Verwendung von anderen als den idealen Instrumenten ist die Momentenmethode konsistent und asymptotisch normalverteilt, aber weniger effizient als die Maximum-Likelihood-Methode. Gleiches gilt für die simulierte Form (vgl. Train, 2003, S. 259). Die Güte des simulierten Schätzers ist in diesem Zusammenhang auch von der Qualität der verwendeten Gewichte abhängig.

Für den Fall, dass die Instrumente simuliert werden, zeigt McFadden (1989, S. 998) Bedingungen an die Simulatoren von  $P(\cdot)$  und der Instrumente auf, unter denen die Methode der simulierten Momente konsistent und asymptotisch normalverteilt ist. Dazu gehört, dass ein unverzerrter Simulator für  $P(\cdot)$  verwendet wird. Darüber hinaus müssen die Zufallsziehungen, die zur dessen Berechnung verwendet werden, unabhängig sein über alle Beobachtungen  $N$  sowie den Zufallsziehungen, die zur Bestimmung der Instrumente verwendet werden. Außerdem müssen die verwendeten Simulatoren stetig bzw., bei Anwendung von Häufigkeitssimulatoren, „gut-definierte“ Sprungstellen besitzen.

Während des iterativen Prozesses zur Bestimmung der Lösungen für  $\boldsymbol{\theta}$  dürfen die Zufallsziehungen nicht verändert werden, damit die Simulationsvarianz möglichst klein bleibt (vgl. McFadden, 1989, S. 999). Außerdem ist für die asymptotischen Eigenschaften des simulierten Schätzers von  $\boldsymbol{\theta}$  notwendig, dass die Simulatoren der Wahrscheinlichkeiten und deren Ableitungen, die zur Bestimmung der Instrumente verwendet werden, unabhängig sind. Ansonsten ist selbst bei Verwendung der idealen Instrumente die Momentenbedingung nicht erfüllt.

McFadden (1989, S. 1005) hat gezeigt, wie ein solcher effizienter Schätzer ermittelt werden kann. Die idealen Instrumente in Gleichung 5.9 hängen zwar von  $\boldsymbol{\theta}$  ab, werden aber an einer festen Stelle  $\boldsymbol{\theta}_0$  berechnet. Dazu wird in einem ersten Schritt ein konsistenter Schätzer für  $\boldsymbol{\theta}$  mit Hilfe einer Instrumentenmatrix berechnet, die zunächst unabhängig von  $\boldsymbol{\theta}$  ist und lediglich eine grobe Schätzung der wahren Instrumente darstellt. Anschließend werden die Instrumente mit Hilfe des konsistenten Schätzers bestimmt und der erste Schritt mit neuen Instrumenten wiederholt.

$\tilde{P}(\cdot)$  geht linear in Gleichung 5.9 ein. Damit heben sich die mit der Simulation einhergehenden Verzerrungen über die Beobachtungen auf. Die Methode der simulierten Momente stellt aus diesem Grund geringere Anforderungen an die Simulation der Wahrscheinlichkeiten als die simulierte Maximum-Likelihood-Methode.

Das Verhältnis von  $\frac{\partial P(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}}$  und  $P(\boldsymbol{\theta})$  ist eine Approximation der idealen Instrumente. McFadden (1989, S. 1004) weist aus diesem Grund darauf hin, dass die Anzahl der Ziehungen  $M$  mit  $N$  gegen unendlich gehen muss, wenn die idealen Instrumente konsistent geschätzt werden sollen. Zumindest ungefähr effiziente Instrumente können mit relativ wenigen Ziehungen erzielt werden. Wird das, von McFadden (1989, S. 1005) vorgeschlagene, sequenzielle Verfahren verwendet, dann ist es nicht notwendig, den Score für jede Iteration zu simulieren. Dies reduziert den zeitlichen Aufwand erheblich. Zur Bestimmung der Instrumente empfiehlt er die Verwendung derselben Monte-Carlo-Ziehungen für die Simulation von Zähler und Nenner zur Verbesserung der Effizienz. Trotzdem nimmt die Simulation der Instrumente wesentlich mehr Zeit in Anspruch als die nachfolgenden Iterationen (vgl. Geweke et al., 1997, S. 156). Der entscheidende Unterschied zu der simulierten Maximum-Likelihood-Methode liegt in der Unabhängigkeit der Momente und den Instrumenten, wenn nicht die exakten Wahrscheinlichkeiten verwendet werden.

Allerdings gibt es auch besondere Schwierigkeiten. Ein Problem tritt bei der Methode der simulierten Momente im Rahmen des iterativen Prozesses dann auf, wenn mehrere Nullstellen existieren (vgl. Lee, 1995, S. 441). Mühleisen (1994) berichtet auch von dem Problem der Nicht-Konvergenz. In diesem Zusammenhang weist Hajivassiliou (2000, S. 83) auf den Nachteil der Methode der simulierten Momente hin, dass durch die unabhängige Simulation der Momentenbedingung und der Instrumente in den Fällen großer Residuen die Gewichtung höher ist als bei der simulierten Maximum-Likelihood-Methode. Das heißt, dass Fälle, die schlecht erklärt werden, stärker in die Schätzung eingehen.

Zu beachten ist auch, dass die Momentenmethode nicht für alle Modelle anwendbar bzw. mit sehr großem Aufwand verbunden ist. Im Falle von Paneldaten mit  $T$  Perioden und  $Q$  Auswahlmöglichkeiten sind insgesamt  $Q^T$  verschiedene Wahrscheinlichkeiten zu simulieren. Um die Anzahl der möglichen Ausgänge auf  $Q \cdot T$  zu reduzieren, kann der Vorschlag von Keane (1993) aufgenommen werden, die Bedingung 1. Ordnung der Momentenmethode in Abhängigkeit der bedingten Wahrscheinlichkeiten zu überführen (analog Gleichung 5.9).

### 5.2.4 Methode des simulierten Scores

Werden unverzerrte Schätzer für  $\mathbf{h}(\boldsymbol{\theta})$  verwendet, gilt analog zur Methode der simulierten Momente:

$$\check{\boldsymbol{\theta}} \stackrel{a}{\sim} N \left( \boldsymbol{\theta}^*, E_n \left( \frac{\partial \check{\mathbf{h}}(\boldsymbol{\theta}^*)}{\partial \boldsymbol{\theta}'} \right)^{-1} \left[ \mathbf{I} + \frac{\mathbf{S}}{M} \right] E_n \left( \frac{\partial \check{\mathbf{h}}(\boldsymbol{\theta}^*)}{\partial \boldsymbol{\theta}'} \right)^{-1} \right)$$

Da  $\mathbf{h}(\boldsymbol{\theta})$  dem Score entspricht, kann dies analog zu Gleichung 5.19 umgeformt werden, wenn  $N \rightarrow \infty$ :

$$\begin{aligned} \check{\boldsymbol{\theta}} &\stackrel{a}{\sim} N \left( \boldsymbol{\theta}^*, E_n(\mathbf{H})^{-1} \left[ \mathbf{I} + \frac{\mathbf{S}}{M} \right] E_n(\mathbf{H})^{-1} \right) \\ &= N \left( \boldsymbol{\theta}^*, E_n(-\mathbf{H})^{-1} + \frac{1}{M} E_n(\mathbf{H})^{-1} \mathbf{S} E_n(\mathbf{H})^{-1} \right) \end{aligned}$$

Wird der Score erwartungstreu simuliert, dann ist der Schätzer für feste  $M$  konsistent und asymptotisch normalverteilt (siehe Gleichung 5.13). In Verbindung mit Gleichung 5.14 ist zu erkennen, dass wenn  $M$  mit  $N$  wächst, der zweite Summand der Varianz asymptotisch verschwindet.

Die Methode des simulierten Scores kann nicht nur als simulierte Maximum-Likelihood-Methode, sondern auch als Methode der simulierten Momente interpretiert werden. Im Vergleich zum Schätzer der simulierten Momentenmethode werden hier die Instrumente implizit mitbestimmt. Wenn der Score erwartungstreu simuliert wird, dann ist die Methode des simulierten Scores für eine geringere Anzahl  $M$  effizient als für die simulierte Maximum-Likelihood-Methode nötig sind. Allerdings ist die Suche nach einem solchen erwartungstreuen Simulator schwierig.

Hajivassiliou et al. (1996) zeigen zwei grundsätzliche Vorgehensweisen zur Simulation des Scores auf. Zum einen können  $P(\boldsymbol{\theta})$  und  $\frac{\partial \ln P(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}}$  getrennt simuliert werden. In diesem Fall wird die Verwendung einer Monte-Carlo-Ziehung für beide Komponenten empfohlen. Dadurch wird eine positive Korrelation in den Nenner und Zähler der Simulation induziert, welche die Varianz des Simulators als Ganzes reduziert (vgl. Hajivassiliou und McFadden, 1998, S. 871). Für die Simulation von  $\frac{1}{P(\cdot)}$  sind allerdings nur Häufigkeitssimulatoren bekannt, welche dieselben Schwierigkeiten aufweisen wie im Fall der Simulation von  $P(\cdot)$ .

Zum anderen zeigen Hajivassiliou et al. (1996, S. 110), dass es ungefähr erwartungstreue Simulatoren für den Score gibt, wie bspw. den Gibbs-Simulator.

Damit der Simulator für  $\theta$  konsistent und asymptotisch normalverteilt ist, muss aber die Anzahl der Gibbs-Resampling-Runden für eine Monte-Carlo-Ziehung von einer gestutzten Verteilung schneller wachsen als  $\ln(N)$  (vgl. Hajivassiliou und McFadden, 1996, S. 882). Damit stellt diese Methode keinen entscheidenden Vorteil gegenüber der simulierten Maximum-Likelihood-Methode dar. Außerdem ergeben sich bei dieser Methode, ähnlich wie bei der Methode der simulierten Momente, Konvergenzprobleme (vgl. Mühleisen, 1994).

### 5.3 Zusammenfassung

Die Eigenschaften der klassischen Schätzer unter Verwendung simulierter Größen lassen sich wie folgt zusammenfassen:

Tabelle 5.4: Eigenschaften der simulierten Schätzer

	Simulierte Maximum-Likelihood-Methode	Methode der simulierten Momente (*)	Methode des simulierten Scores (**)
$M$ fix	inkonsistent	konsistent, asymptotisch normalverteilt	konsistent, asymptotisch normalverteilt
$M$ wächst langsamer als $\sqrt{N}$	konsistent, nicht asymptotisch normalverteilt	konsistent, asymptotisch normalverteilt, <b>effizient</b>	konsistent, asymptotisch normalverteilt, <b>effizient</b>
$M$ wächst schneller als $\sqrt{N}$	konsistent, asymptotisch normalverteilt, <b>effizient</b>		

(\*) Gegeben der idealen Instrumente. (\*\*) Voraussetzung ist die erwartungstreue Simulation des Scores.

Von dem Schätzer der Maximum-Likelihood-Methode ist bekannt, dass er asymptotisch die Cramér-Rao-Schranke erreicht. Damit gehört er asymptotisch zu der Gruppe der effizienten Schätzer. Es gibt jedoch Schätzmethoden, die bessere Eigenschaften haben als die simulierte Maximum-Likelihood-Methode, wenn simulierte Größen zur Anwendung kommen. Werden für die Methode der simulierten Momente die idealen Instrumente und für die Methode der simulierten Scores ein erwartungstreuer Simulator für den Score verwendet, so muss lediglich  $M$  mit  $N$  wachsen.

Hauptproblem der Methode der simulierten Scores ist, dass kein stetiger Simulator existiert, der erwartungstreu ist (vgl. auch Ziegler, 2001, S. 52). Häufigkeitssimulatoren scheiden aus, da die Zielfunktion nicht stetig in den zu schätzenden Variablen ist und keine Standardansätze der numerischen Optimierung verwendbar sind. Der Gibbs-Simulator ist zwar asymptotisch erwartungstreu für den Score (vgl. Hajivassiliou und McFadden, 1998, S. 876). Allerdings muss die Anzahl der Wiederholungsziehungen gegen unendlich gehen. Somit ist die geringere Anzahl an Monte-Carlo-Ziehungen gegenüber der simulierten Maximum-Likelihood-Methode kein Vorteil, da zur Gewinnung unendlich viele Wiederholungsziehungen notwendig sind.

In die simulierte Maximum-Likelihood-Methode und Methode der simulierten Momente geht jeweils die simulierte Wahrscheinlichkeit ein. Der beste Simulator für die Wahrscheinlichkeit ist der GHK-Simulator. Dieser ist stetig sowie leicht zu implementieren, wie Börsch-Supan und Hajivassiliou (1993) zeigen. Darüber hinaus ist er im Vergleich zu anderen Simulatoren sehr schnell, da er mit wenigen Stichprobenziehungen auskommt. Problematisch ist die nichtlineare Transformation durch den Logarithmus bei der simulierten Maximum-Likelihood-Methode. Die Verzerrungen durch die Simulation sollten deshalb möglichst gering gehalten werden, weil sie sich über die Beobachtungen  $N$  in der Regel nicht ausgleichen. Bei Betrachtung der Methode der simulierten Momente stellt sich vor allem als Problem heraus, einen geeigneten Simulator für die idealen Instrumente zu finden. Denn auch hier taucht wieder  $\frac{1}{P(\cdot)}$  auf (vgl. Gleichung 5.9).

Mühleisen (1991) vergleicht die simulierte Maximum-Likelihood-Methode (in Verbindung mit dem GHK-Simulator) mit der Methode der simulierten Momente (in Verbindung mit dem IS-Simulator) bei der Schätzung eines multinomialen Probit-Modells mit 4 Alternativen. Er stellt fest, dass die simulierte Maximum-Likelihood-Methode die am leichtesten anzuwendende Methode ist. Obwohl die



simulierte Maximum-Likelihood-Methode im Gegensatz zur Methode der simulierten Momente bei der Schätzung der Varianz-/Kovarianzmatrix der Parameter nicht immer erwartungstreu ist, weist sie keine Konvergenzprobleme auf. Die auftretenden Unterschiede bezüglich der Rechenzeit zwischen der Methode der simulierten Momente und der simulierten Maximum-Likelihood-Methode sind vernachlässigbar, wenn bei beiden Methoden der GHK-Simulator verwendet wird (vgl. Geweke, Kean und Runkle, 1997). Dies spricht letztlich für eine Verwendung des simulierten Maximum-Likelihood-Schätzers in Verbindung mit dem GHK-Simulator.

Neben diesen einstufigen existieren auch zweistufige Schätzverfahren, die die günstigen Eigenschaften der unterschiedlichen Methoden mit verschiedenen Simulatoren kombinieren. So schlägt Hajivassiliou (2000, S. 79) vor, auf der ersten Stufe einen konsistenten aber ineffizienten Schätzer zu berechnen. Der sollte vor allem leicht zu ermitteln und asymptotisch normalverteilt sein (z.B. der Schätzer der Methode der simulierten Momente). Auf der zweiten Stufe wird ein linearisierter Maximum-Likelihood-Schätzer unter Verwendung der Methode des simulierten Scores mit einer hohen Anzahl  $M$  bzw. Gibbs-Wiederholungsziehungen berechnet, um die ersten Ableitungen zu bestimmen. Der resultierende Schätzer ist asymptotisch äquivalent mit einem konsistenten, asymptotisch normalverteilten und effizienten Schätzer. Dies ist insofern gut handhabbar, als dass der zweite Schritt, der viel Rechenzeit benötigt, nur einmal durchgeführt werden muss. Schwierig bleibt, wie die Konvergenzprobleme der Methode der simulierten Momente auf der ersten Stufe gelöst werden sollen.

Letztlich zeigt sich, dass die alternativen Schätzverfahren bei Verwendung von Simulatoren theoretisch günstige Eigenschaften besitzen. Es fehlt aber an geeigneten Simulatoren. Außerdem sind die in praktischen Arbeiten auftauchenden Konvergenzprobleme (vgl. z.B. Mühleisen, 1990) nur schwierig zu lösen. Deshalb wird in dieser Arbeit auf die simulierte Maximum-Likelihood-Methode zurückgegriffen. Für die Simulation der Wahrscheinlichkeiten wird der GHK-Simulator verwendet. Er erweist sich als derjenige Simulator mit den günstigsten Eigenschaften. Um die hohen Anforderungen der Schätzmethode an die simulierten Wahrscheinlichkeiten erfüllen zu können, werden keine Zufallsziehungen von der Gleichverteilung verwendet. Vielmehr wird hier auf die guten Erfahrungen bezüglich der Simulationsvarianz von Hajivassiliou (2000) sowie Sándor und András (2004) Bezug genommen. Mit Hilfe von Halton-Sequenzen wird die Simulationsvarianz und die auftretenden Verzerrungen gering gehalten.

# Kapitel 6

## Daten

Wie in Kapitel 2 beschrieben, erfolgt die Analyse der Rentenentscheidung für Deutschland in Kapitel 7 hauptsächlich mit dem SOEP. Dieser Arbeit liegt eine Stichprobe geklärter Versichertenkonten zugrunde. Alle für eine Rente relevanten Sachverhalte bis zum Erhebungsjahr 2001 sind enthalten. Zunächst werden die in den Daten enthaltenen Merkmale beschrieben. Dabei wird auch der Fokus auf den Einfluss monetärer Merkmale auf die Rentenentscheidung gelegt, da von ihnen der Optionswert bestimmt wird. Außerdem wird die Frage beantwortet, inwiefern der Weg aus dem Erwerbsleben nachvollzogen werden kann. Wie bereits erläutert, werden die Eintrittswahrscheinlichkeiten unter anderem auf die Periode bezogen, ab der die gesetzlichen Zugangsvoraussetzungen erstmals erfüllt sind. Deshalb ist ein weiterer wichtiger Punkt, aus welchem Teil des Datensatzes diese Informationen entnommen werden können.

Die Stichprobe besteht ausschließlich aus Versicherten mit deutscher Staatsangehörigkeit, die im Jahr 2001 zwischen 55 und 65 Jahre alt sind. Insgesamt beträgt der Umfang 52.486 Versicherte. Die Informationen zu diesen Personen gliedern sich in einen festen Teil mit datentechnischen und demographischen Merkmalen sowie Ergebnissen aus der Rentenberechnung. Hinzu kommt ein variabler Teil mit Daten für jede versicherungsrechtlich relevante Zeit. Ein Datenblock für jeden solcher relevanten Zeiträume besitzt eine vorgegebene Länge. Für diese Stichprobe wurde aus Gründen des Datenschutzes der variable Teil auf die versicherungsrechtlich relevanten Zeiten von 1992 bis 2001 beschränkt. Im Anhang sind drei Beispiele für einen Datensatz aus der Stichprobe abgedruckt (siehe Anhang A.1, A.2 und A.3).

## 6.1 Datentechnische Merkmale

Die datentechnischen Merkmale geben zunächst Aufschluss über die Art der Stichprobe, die Bereichsnummer des berichtenden Versicherungsträgers, das Berichtsjahr, zu dem die Erhebung durchgeführt wurde, ein Stichprobenkennzeichen, eine Zählernummer und die Versicherungsnummer beim Versicherungsträger. Daran schließen sich personenbezogene Daten wie Geschlecht, Geburtsmonat und -jahr des Versicherten an. 39 % der im Datensatz enthaltenen Personen sind männlich (20.498). Die Versicherten sind wie folgt auf die Geburtsjahrgänge verteilt:

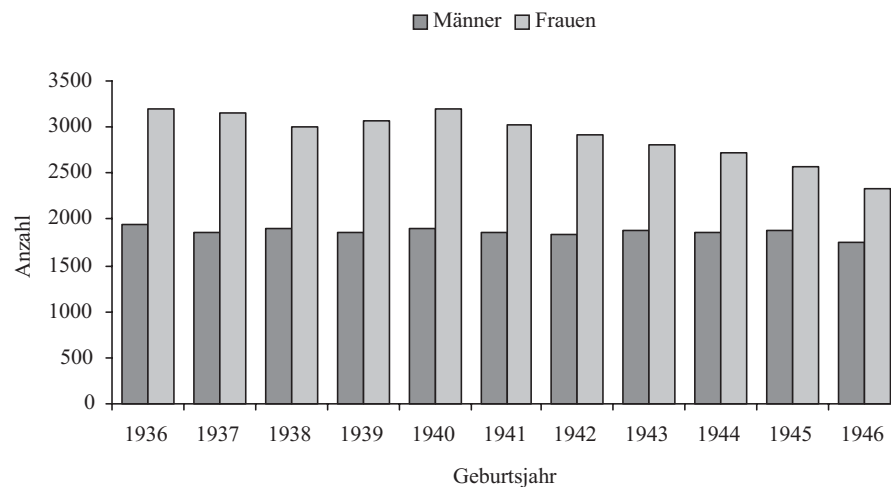


Abbildung 6.1: Geburtsjahr nach Geschlecht

Der Anteil der Frauen an einem Geburtsjahrgang ist für frühere Jahrgänge größer. Die absolute Anzahl der Männer bleibt dagegen, über die Geburtsjahrgänge betrachtet, ungefähr konstant. Außerdem sind Informationen über Kinder enthalten, für die Zeiten bei der Rentenberechnung berücksichtigt werden.

Das Merkmal „Personenkreis“ enthält Informationen darüber, ob ein Versicherter im Jahr 2001 eine Altersrente oder Rente wegen verminderter Erwerbsfähigkeit bezieht oder nicht.

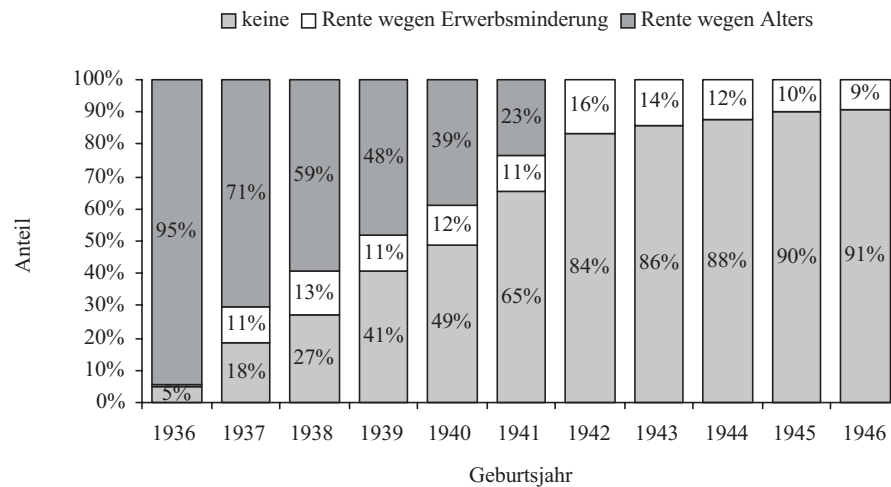


Abbildung 6.2: Personenkreis, Männer

Der Anteil derjenigen männlichen Versicherten, die eine Rente wegen Erwerbsminderung erhalten, liegt für die Geburtenjahrgänge 1937 bis 1941 ungefähr zwischen 11 % und 13 %. Für den Geburtenjahrgang 1935 beträgt dieser nur noch 0,5 %. Diese Gruppe vollendet im Jahr 2001 das 64. Lebensjahr und verliert damit den Anspruch auf eine Rente wegen Erwerbsminderung (§ 43 I SGB VI). Für die Jahrgänge 1942 bis 1946 ist der Anteil der Bezieher einer Rente wegen Erwerbsminderung von 9 % auf 16 % steigend. Analoges gilt auch für den Personenkreis der Frauen. Im Vergleich der Geschlechter zeigen sich Unterschiede im prozentualen Anteil der Versicherten eines Jahrgangs, der eine Altersrente in Anspruch nimmt.

Das Merkmal „aktueller Rentenbeginn“ gibt den Zeitpunkt für einen Wechsel in den Kreis der Versicherten an, die eine Rente wegen Erwerbsminderung oder Alters beziehen. Allerdings finden sich in diesem Teil des Datensatzes ansonsten keine Informationen darüber, ob vor diesem Zeitpunkt bereits eine andere Rente bezogen wurde. Die im Zusammenhang mit Abbildung 6.2 angesprochenen Unterschiede im Rentenzugangsverhalten zwischen den Geschlechtern lassen sich z.B. anhand derjenigen zeigen, die im Jahr 2001 eine Altersrente in Anspruch genommen haben.

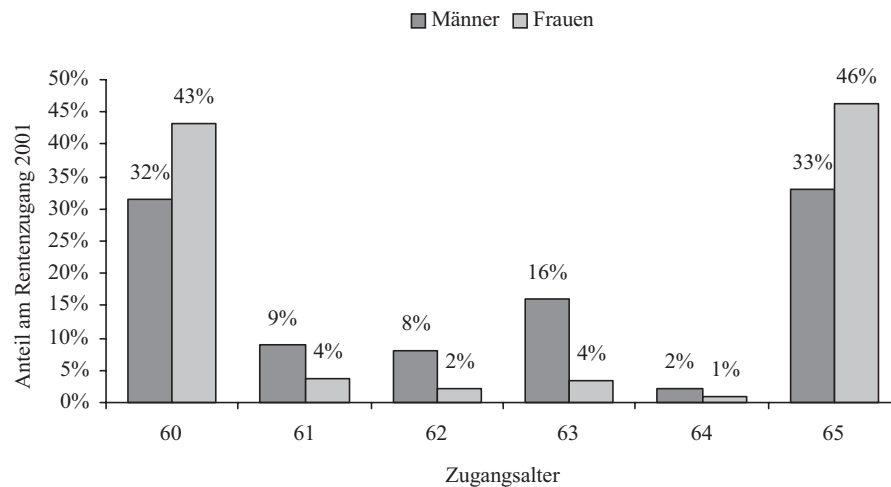


Abbildung 6.3: Zugangsalter im Jahr 2001 nach Geschlecht

In Abbildung 6.3 sind die relativen Häufigkeiten dargestellt, dass ein Versicherter, der im Jahr 2001 erstmalig eine Altersrente in Anspruch genommen und zuvor keine Rente wegen Erwerbsminderung bezogen hat, zum aktuellen Beginn der Altersrente einer bestimmten Altersgruppe angehört.

Deutliche Zugangsspitzen sind bei Männern und Frauen im Alter von 60 und 65 sowie bei Männern zusätzlich im Alter von 63 zu erkennen. Dies sind genau die Altersgruppen für die der Gesetzgeber eine vorzeitige Inanspruchnahme einer Altersrente erstmalig ermöglicht. Die Unterschiede im Rentenzugangsverhalten der Geschlechter entstehen folglich durch in Kapitel 3 beschriebenen Arten der Altersrente. So müssen weibliche Versicherte, um über eine Altersrente für Frauen aus dem Erwerbsleben auszuschcheiden, geringere Anforderungen erfüllen als bei einer Altersrente für langjährig Versicherte. Schon die Wartezeit in Höhe von 15 Jahren ist wesentlich geringer als bei der Altersrente für langjährig Versicherte. Bei Männern ist die Altersrente für langjährig Versicherte von größerer Bedeutung, da nicht alle Versicherten die Möglichkeit haben, mit 60 Jahren eine Altersrente in Anspruch zu nehmen. Offensichtlich ist, dass sobald eine Rente wegen Alters von einer Gruppe vorzeitig in Anspruch genommen werden kann, dieses von vielen Versicherten auch getan wird.

Die Versichertenkontenstichprobe bildet das tatsächliche Rentenzugangsverhalten ab. Dies zeigt die Abbildung 6.4 für männlich Versicherte und Abbildung 6.5 für Frauen.

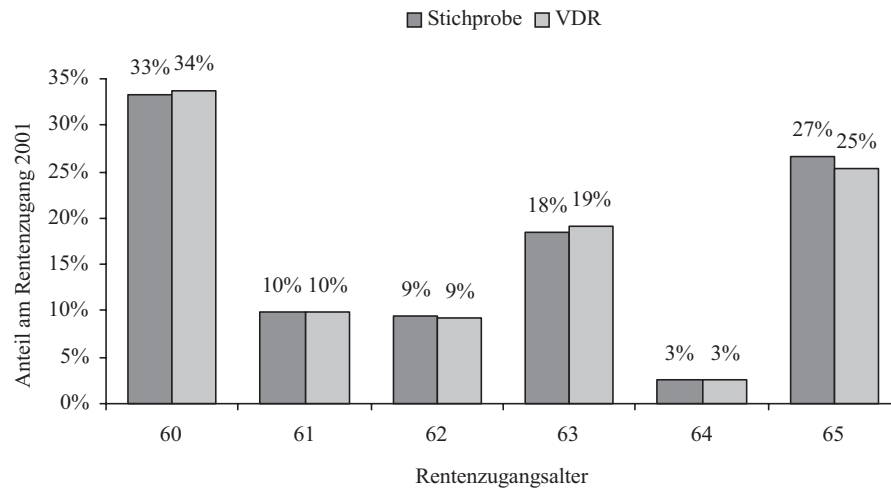


Abbildung 6.4: Vergleich VDR Statistik/Versichertenkontenstichprobe: Rentenzugang 2001, Männer

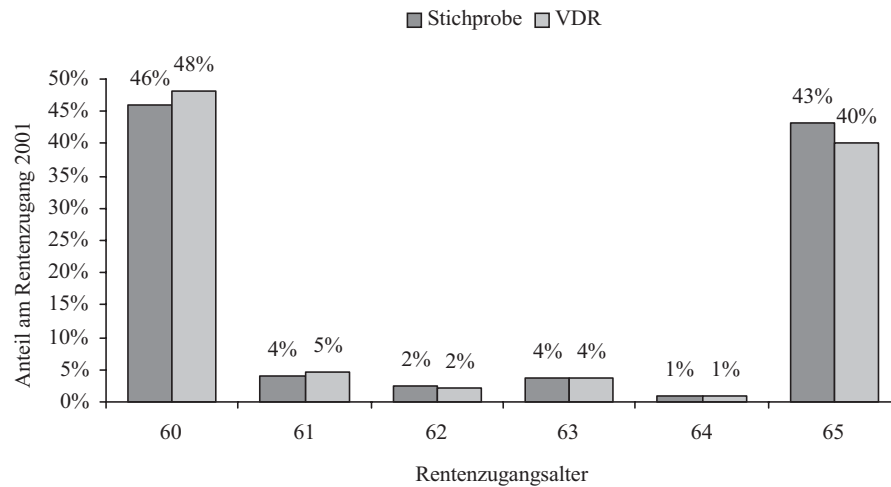


Abbildung 6.5: Vergleich VDR Statistik/Versichertenkontenstichprobe: Rentenzugang 2001, Frauen

Die in den Abbildungen 6.4 und 6.5 prozentualen Anteile ergeben sich wie die aus Abbildung 6.3. Die bedingten relativen Häufigkeiten aus der Versichertenkontenstichprobe werden mit denen der VDR Statistik des Rentenzugangs 2001 verglichen (vgl. VDR, 2002, S. 128 und S. 194). Aus der Grafik sind lediglich geringe Unterschiede zu erkennen, die statistisch nicht signifikant sind. Nur bei Frauen gibt es deutliche Abweichungen im Alter von 60 und 65 (siehe Abbildung 6.5).

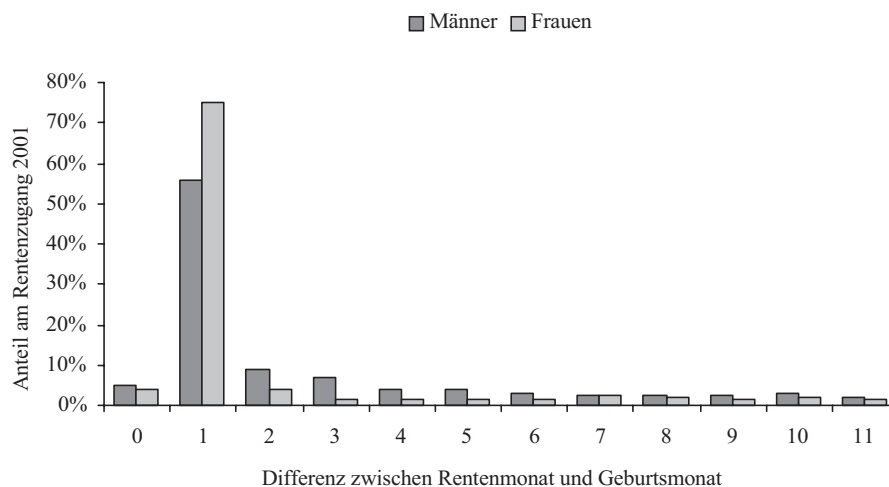


Abbildung 6.6: Differenz zwischen Renten- und Geburtsmonat nach Geschlecht

Das Optionswertmodell betrachtet die Rentenentscheidungen eines Versicherten in periodischen Abständen. Die Länge einer solchen Periode ergibt sich aus der Abbildung 6.6. Dargestellt ist die Häufigkeit des Auftretens der zeitliche Differenz zwischen Rentenzugangsmonat und Geburtsmonat, gegeben, dass der Versicherte im Jahr 2001 erstmalig eine Altersrente in Anspruch genommen und bis zu diesem Zeitpunkt keine Rente wegen Erwerbsminderung bezogen hat (analog Abbildungen 6.3, 6.4 und 6.5). Ein Großteil der Versicherten nimmt im ersten Monat nach Vollendung eines Lebensjahres eine Altersrente in Anspruch. Dies tun 56 % der Männer und 75 % der Frauen. Dementsprechend ist es sinnvoll, ein Lebens- bzw. Kalenderjahr als eine solche Periode anzunehmen.

Außerdem sind Information gegeben, ob ein Versicherter im Ausland (bzw. in der ehemaligen DDR) Rentenansprüche erworben hat. Im Datensatz werden Zeiten, während denen solche Ansprüche erworben wurden, als FRG-Zeiten bezeichnet. Diese kommen selten in der vorliegenden Versichertenkontenstichprobe vor. Lediglich 1.568 Versicherte von 52.468 weisen dieses Merkmal auf. Der Umfang der Ansprüche

und Länge der Zeiten ist unbekannt.

Das Merkmal des letzten Zweiges gibt darüber Aufschluss, ob der Versicherte zuletzt der Arbeiterrentenversicherung (AR) oder Angestelltenversicherung (AV) vor dem Erhebungstag der Stichprobe bzw. einem Renteneintritt angehörte. Außerdem ist es möglich, dass ein Versicherter in seinem Erwerbsleben in einer Knappschaft versichert war. Hinweise darauf finden sich nur im variablen Teil des Datensatzes. Versicherte mit dieser Ausprägung für den letzten Zweig wurden für die Stichprobe ausgeschlossen.

## 6.2 Werte aus der Gesamtleistungsbewertung und der Rentenberechnung

Am Anfang dieses Teils des Datensatzes sind Werte zur Gesamtleistungsbewertung enthalten. Das SGB VI regelt, dass beitragsfreie Zeiten den Durchschnittswert an Entgeltpunkten erhalten, der sich aus der Gesamtleistung an Beiträgen im sogenannten belegungsfähigen Zeitraum ergibt (§ 71 I SGB VI). Dabei erhalten sie den höheren Durchschnittswert aus der Grundbewertung (Durchschnitt aus allen Beiträgen) oder der Vergleichsbewertung (Durchschnitt aus ausschließlich vollwertigen Beiträgen). Beitragsgeminderte Zeiten sollen diesen beitragsfreien Zeiten nicht schlechter gestellt sein und erhalten in diesem Fall einen Zuschlag (§ 71 II SGB VI).

Dementsprechend sind in diesem Teil des Datensatzes die durchschnittlichen monatlichen Entgeltpunkte aus der Grund- und Vergleichsbewertung, der Gesamtzeitraum, die belegungsfähigen Kalendermonate aus der Grund- bzw. Vergleichsbewertung sowie der Anteil der Entgeltpunkte (Ost) zu allen Entgeltpunkten der maßgebenden Gesamtleistungsbewertung enthalten. Die nach der Gesamtleistungsbewertung ermittelten Entgeltpunkte für beitragsfreie Zeiten und der Zuschlag an Entgeltpunkten für beitragsgeminderte Zeiten werden nach § 263a SGB VI im entsprechenden Verhältnis als Entgeltpunkte (Ost) berücksichtigt. Für Zeiten, für die aufgrund einer Tätigkeit in den neuen Bundesländern oder der ehemaligen DDR Entgeltpunkte (Ost) ermittelt wurden, tritt anstelle des aktuellen Rentenwertes der aktuelle Rentenwert (Ost). Bei 75,93 % der Beobachtungen beträgt der Anteil 0 und bei 19,95 % ist der Anteil 1. Renten nach Artikel 2 Rentenüberleitungsgesetz (RÜG) sind im Datensatz nicht enthalten.



Für die Berechnung der Einkommen wird diese Größe nicht berücksichtigt. Denn im Rahmen der Ermittlung der Entgeltpunkte werden Einkommen (Ost) mit einem Umrechnungsfaktor multipliziert, der größer als 1 ist, um dem niedrigeren Lohnniveau in den neuen Bundesländern Rechnung zu tragen. D.h., dass

$$\text{Entgeltpunkt (Ost)} = \frac{\text{Einkommen (Ost)} \cdot \text{Umrechnungsfaktor}}{\text{Durchschnittsentgelt}}$$

Auf der anderen Seite ist ein Entgeltpunkt (Ost) weniger wert als ein Entgeltpunkt (West). Für beide Lebensphasen wird eine Angleichung an die Einkommensverhältnisse im Westen vorgenommen, so dass ein direkter Vergleich möglich ist, ohne eine Umrechnung vorzunehmen.

Im dritten Teil finden sich Werte zur Rentenberechnung. Insgesamt kommen alle Einträge aus diesem Teil viermal vor. Einmal wird die Rentenberechnung für Arbeiterrenten- bzw. Angestelltenversicherung durchgeführt und einmal für die Knappschaft. Zusätzlich wird jeweils eine Unterteilung in Ost und West vorgenommen (vgl. dazu Beispiel A.1 im Anhang).

Berichtet wird getrennt über die Summe aller Entgeltpunkte für alle Beitragszeiten, beitragsfreien Zeiten und zusätzliche Entgeltpunkte für beitragsgeminderte Zeiten, aus der sich dann die Summe der Entgeltpunkte zusammensetzt. Außerdem gibt es noch die persönlichen Entgeltpunkte. Hierbei wird von der Summe der Entgeltpunkte die Entgeltpunkte für Kindererziehungszeiten abgezogen und der Zugangsfaktor berücksichtigt. Von dieser Größe bemessen sich letztlich die Rentenabschläge. Daneben finden sich Angaben zur Anzahl der Monate vollwertiger Beitragszeiten, beitragsgeminderter Zeiten und Zurechnungszeiten.

Gustman und Steinmeier (1982, S. 23) finden, dass Rentensysteme gleichaltrigen Personen geringere Anreize bieten erwerbstätig zu sein, wenn die Versicherten dies bereits lange waren, als solchen mit einer kürzeren Erwerbshistorie. Daran anknüpfend wird mit den Daten aus der Versichertenkontenstichprobe ein Weibull-Verweildauermodell geschätzt. Datengrundlage sind männliche Versicherte, die 1936 geboren wurden und bis 1996 keine Rente wegen Erwerbsminderung bezogen haben. Der Regressand ist die Anzahl der Monate zwischen dem Erreichen des 60. Lebensjahres und dem Renteneintritt bzw. dem Ende des Jahres 2001. Als Regressor wird die Summe vollwertiger Beitragszeiten aus dem Jahr 2001 verwendet (in Monaten), vermindert um die Pflichtbeitragszeiten aus den Jahren 1996 bis 2001. In der Zusammenfassung der Ergebnisse in Tabelle 6.1 wird die Summe vollwertiger Beitragszeiten mit  $x_5$  und die Konstante mit  $c$  bezeichnet.

Tabelle 6.1: Weibull-Hazardratenmodell: Erwerbstätigkeit im Alter zwischen 60 und 65 Jahren regressiert auf die Summe vollwertiger Beitragszeiten bis 1996 ( $x_5$ ), Männer

$N$	=	1.772
$LR (\chi_6^2)$	=	267,26
$\ln L$	=	-2.988,82
$p$ -Wert	=	0,0 %

Variable	Koeffizient	Std. Abw.	$z$ -Statistik
$c$	3,8635	0,3535	10,93
$x_5$	0,0195	0,0156	1,25
$x_5^2$	$-3,85 \cdot 10^{-4}$	$2,31 \cdot 10^{-4}$	-1,67
$x_5^3$	$2,96 \cdot 10^{-6}$	$1,51 \cdot 10^{-6}$	1,96
$x_5^4$	$-1,04 \cdot 10^{-8}$	$4,84 \cdot 10^{-9}$	-2,15
$x_5^5$	$1,66 \cdot 10^{-11}$	$7,48 \cdot 10^{-12}$	2,22
$x_5^6$	$-9,71 \cdot 10^{-15}$	$4,46 \cdot 10^{-15}$	-2,18

Hinweise:  $LR$  ist der Likelihood-Ratio-Test.  $p$ -Wert ist die Wahrscheinlichkeit einen Wert für den Likelihood-Ratio-Test zu erhalten, der größer ist als der ermittelte. Std. Abw. ist die Standardabweichung.  $z$ -Statistik ist die Wurzel der Wald-Teststatistik.

Die grafische Darstellung in Abbildung 6.7 verdeutlicht die gefundenen Ergebnisse. Die dunklen Punkte bilden die mit Hilfe des Modells prognostizierte Verweildauer ab. Der Scatterplot zeigt, dass von einer langen Erwerbshistorie nicht uneingeschränkt auf eine vorzeitige Inanspruchnahme einer Altersrente geschlossen werden kann. Ein negativer partieller Zusammenhang ist zwar erkennbar, aber nur bis zu einer Summe vollwertiger Beitragszeiten von ungefähr 410 Monaten. Danach ist der partielle Einfluß positiv. Auch Bercovec und Stern (1991, S. 203) finden auf Grundlage des National Longitudinal Surveys (NLS) in den USA einen positiven Zusammenhang zwischen Rentenalter und Beschäftigungsdauer. Sie nehmen die Dauer der aktuellen Tätigkeit und finden, dass diese die Wahrscheinlichkeit erhöht, die Arbeit weiter auszuüben. Letztlich finden sich beide Aussagen in diesen Ergebnissen wieder.

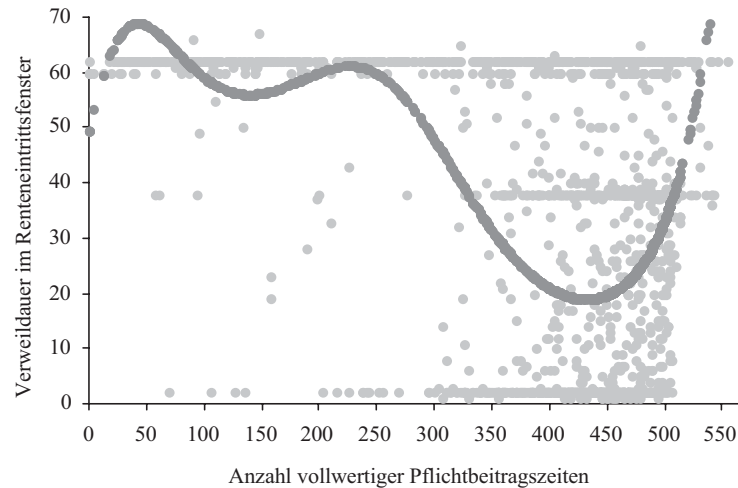


Abbildung 6.7: Scatterplott zum Weibull-Hazardratendauermodell: Erwerbstätigkeit im Alter zwischen 60 und 65 Jahren regressiert auf die Anzahl vollwertiger Beitragszeiten, Männer

### 6.3 Variabler Teil

Bisher hatte der Datensatz eine fest definierte Länge. Dies ändert sich nun im zweiten Teil. Für jede rentenrechtliche Zeit wird ein Block erzeugt. Für jeden Versicherten ist der folgende variable Teil in Abhängigkeit der Anzahl an Blöcken unterschiedlich lang. Der betrachtete Zeitraum umfasst den 01.01.1992 bis einschließlich 31.12.2001. Über diesem variiert die Anzahl der Blöcke je Versicherten zwischen 0 und 333. Aus diesem Teil des Datensatzes werden die Informationen für die Anspruchsberechtigung auf eine Altersrente und die Erwerbseinkommen ermittelt.

Am Anfang eines Blocks steht die Beitragsart. In Tabelle 6.2 sind die möglichen Einträge aufgelistet. Bei den nicht anrechenbaren Anrechnungs- oder Ersatzzeiten und Zurechnungszeiten handelt es sich um beitragsfreie Zeiten, die mit Zeiten zusammenfallen, die für eine Altersversorgung eines Beamten zu berücksichtigen sind oder deren Berücksichtigung in diesem Zusammenhang anerkannt worden ist. Sie werden in der Gesamtleistungsbewertung nicht angerechnet, da für diese Zeiten bereits andere Ansprüche bestehen.

Tabelle 6.2: Beitragsarten

Schlüssel	Beschreibung
01	Pflichtbeitrag
05*	Arbeitgeberanteil nach § 172 III SGB VI für eine geringfügige Beschäftigung ohne Verzicht auf Versicherungsfreiheit
06*	Pflichtbeitrag für eine geringfügige, versicherungspflichtige Beschäftigung mit Aufstockung (§ 8 I 1 SGB IV i.V.m. § 5 II 2 SGB VI)
09	Altersteilzeitbeschäftigung nach ATG
12	Pflichtbeitrag wegen des Bezugs von Krankengeld, Verletztengeld, Versorgungskrankengeld, Übergangsgeld oder Unterhaltsgeld (ab 01.01.92) oder Pflichtbeiträge nach § 4 III SGB VI (Arbeitsunfähigkeitszeiten), in denen der Versicherte die Beiträge getragen hat (ab 01.01.92)
13	Pflichtbeitrag bei Arbeitslosigkeit (01.07.78 - 31.12.82) oder Pflichtbeitrag bei Leistungen der BA für die Zeit ab 01.01.92, soweit keine Arbeitslosenhilfe vorliegt
20	Freiwilliger Beitrag
40	Anrechenbare Anrechnungs- oder Ersatzzeit
41	Nicht anrechenbare Anrechnungs- oder Ersatzzeit (§ 71 Abs. 4 SGB VI)
50	Zurechnungszeit
00	Nicht anrechenbare Zurechnungszeit (§ 71 Abs. 4 SGB VI)
70	Rentenbezug aus eigener Versicherung

(\*) Verschlüsselung ab 1999

Nach der Beitragsart folgt ein Merkmal, das eine beitragsgeminderte Zeit kennzeichnet und sowohl bei Beitragszeiten als auch beitragsfreien Zeiten zu finden ist. Beitragsgeminderte Zeiten, die sich aus Beitrags- und beitragsfreien Zeiten zusammensetzen, werden direkt über diese Zeiten bestimmt und durch diese Kennzahl miteinander verbunden.

Der Rentenbezug aus eigener Versicherung kennzeichnet Zeiten, die parallel zu einem Rentenbezug aus eigener Versicherung liegen und gleichzeitig, ob Entgeltpunkte (Ost) zuzuordnen sind. Danach folgen Merkmale, die das Von- und Bis-Datum des zugeordneten Zeitraums beinhalten. Der anschließende Eintrag enthält die originären Entgeltpunkte für Einkommen bis zur Beitragsbemessungsgrenze. Nicht enthalten sind hierin Anhebungen wegen Kindererziehung, Mindestentgeltpunkte bei geringem Arbeitseinkommen und zusätzliche Entgeltpunkte für beitrags-

geminderte Zeiten. Berücksichtigungszeiten erhalten die Entgeltpunkte aus der Grundbewertung, wobei ggf. nur die Entgeltpunkte der Erhöhung enthalten sein können.

Das Merkmal der angerechneten Entgeltpunkte gibt bei Beitragszeiten die Entgeltpunkte an, mit denen die betreffende Zeit angerechnet wird. Die Höchstgrenze bilden die Entgeltpunkte für Einkommen bis zur Beitragsbemessungsgrenze. Im Vergleich zu den originären Entgeltpunkten sind Anhebungen wegen Kindererziehungszeiten enthalten. Zusätzliche Entgeltpunkte für beitragsgeminderte Zeiten sowie Mindestentgeltpunkte bei geringem Arbeitseinkommen werden hier jedoch auch nicht berücksichtigt. Ebenso nicht enthalten sind Entgeltpunkte aus dem Arbeitgeberanteil für eine geringfügige Beschäftigung ohne Verzicht auf Versicherungsfreiheit (§ 172 III SGB VI).

Häufig wird angenommen, dass Individuen mit einem hohen Erwerbseinkommen später in Rente gehen als solche mit niedrigem und Erwerbstätige mit hohen Rentenansprüchen früher als diejenigen mit niedrigen (vgl. Fields und Mitchell, 1981, S. 34). Um dies zu überprüfen, werden die Versicherten aus der Stichprobe betrachtet, die 1936 geboren wurden. Die Summe der im Jahr 1995 angerechneten Entgeltpunkte wird als erklärende Variable in einem Weibull-Hazardratenmodell verwendet (in Tabelle 6.3 mit  $x_6$  bezeichnet), um die Anzahl der nicht in Altersrente verbrachten Monate aus dem Renteneintrittsfenster von 1996 bis 2001 Jahren zu analysieren. Als weitere erklärende Variable dient die Summe der bis Ende 1995 über das gesamte Erwerbsleben erworbenen Entgeltpunkte (in der Tabelle 6.3 mit  $x_7$  bezeichnet). Individuen bleiben außen vor, die 1995 mit ihrem Einkommen über der Beitragsbemessungsgrenze lagen. Für sie kann lediglich beobachtet werden, dass sie Beiträge bis zu dieser Grenze entrichtet haben. Das tatsächliche Einkommen ist aber unbekannt. Außerdem werden diejenigen vernachlässigt, die eine Rente wegen Erwerbsminderung in Anspruch genommen haben. Dadurch ergibt sich auch ein anderer Beobachtungsumfang als in Tabelle 6.1. Für die männlichen Versicherten ergeben sich die Ergebnisse aus Tabelle 6.3.

Bei den männlichen Versicherten hat eine Summe der bis zum Jahr 1995 gesammelten Entgeltpunkte in Höhe von 14,76 einen positiven Einfluss auf die erwartete Verweildauer. Der partielle Einfluss ist bis zu einer Summe der bis 1995 über das Erwerbsleben gesammelten Entgeltpunkte von 7,38 größer 0 und anschließend negativ. In diesem Bereich handelt es sich um Versicherte mit einem über das Erwerbsleben niedrigen Erwerbseinkommen und folglich

Tabelle 6.3: Weibull-Hazardratenmodell: Erwerbstätigkeit im Alter zwischen 60 und 65 Jahren regressiert auf die Summe der Entgeltpunkte aus dem Jahr 1995 ( $x_6$ ) und die während des Erwerbslebens bis Ende 1995 insgesamt erworbenen Entgeltpunkte ( $x_7$ ), Männer

$N$	=	1.647
$LR (\chi_5^2)$	=	511,06
$\ln L$	=	-2.701,43
$p$ -Wert	=	0,0 %

Variable	Koeffizient	Std. Abw.	$z$ -Statistik
$c$	4,3031	0,1094	39,34
$x_6$	-4,6930	0,4042	-11,61
$x_6^2$	5,2297	0,5883	8,89
$x_6^3$	-1,3664	0,2230	-6,13
$x_7$	0,0070	0,0074	0,95
$x_7^2$	$-0,4756 \cdot 10^{-3}$	$0,1069 \cdot 10^{-3}$	-4,45

Hinweise:  $LR$  ist der Likelihood-Ratio-Test.  $p$ -Wert ist die Wahrscheinlichkeit einen Wert für den Likelihood-Ratio-Test zu ermitteln, der größer ist als der ermittelte. Std. Abw. ist die Standardabweichung.  $z$ -Statistik ist die Wurzel der Wald-Teststatistik.

geringen Rentenansprüchen. Betrachtet man die Summe der Entgeltpunkte aus dem Jahr 1995, dann zeigt sich, dass ein Erwerbseinkommen bis 1,44 Entgeltpunkte die erwartete Verweildauer senkt. Die minimale Verweildauer wird bei 0,58 Entgeltpunkten erreicht. Für Versicherte mit mehr als 1,44 Entgeltpunkten ist die erwartete Verweildauer länger als die durchschnittliche. Folglich gehen Versicherte mit höherem Einkommen später in Rente. Ein Versicherter, der 1995 genau einen Entgeltpunkt angerechnet bekommt und insgesamt einen Anspruch im Umfang von 40 Entgeltpunkten erworben hat, nimmt ab einem Alter von 60 Jahren noch ungefähr 3,0 Jahre am Erwerbsleben teil. Bekam er 1995 allerdings nur 0,5 Entgeltpunkte angerechnet, so beträgt die prognostizierte Verweildauer nur 2,6 Jahre. Bei 1,5 Entgeltpunkten sind es dagegen 3,9 Jahre. Erreichte er 1995 genau einen Entgeltpunkt und verfügte aber nur über 30 Entgeltpunkte, die er bisher während seines Erwerbslebens sammeln konnte, so beträgt die erwartete Verweildauer 3,3 Jahre und bei 50 Entgeltpunkten 2,6 Jahre. Gleiches kann auch für Frauen gezeigt werden.

Durch die Analyse wird bekräftigt, dass finanzielle Aspekte bei der Wahl des Renteneintritts durchaus eine Rolle spielen. Dies ist von entscheidender Bedeutung für das Optionswertmodell, da es hauptsächlich von finanziellen Überlegungen bestimmt wird. Interessant ist nun die Frage, wie aktuelles Erwerbseinkommen, Renteneinkommen bei einem Renteneintritt in der auf den Entscheidungszeitpunkt folgenden Periode und dasjenige aus späteren Perioden, interagieren. Genau dieser Punkt wird im Anschluss an diesen Teil untersucht.

Zuvor wird die Frage untersucht, über welche Art der Altersrente der Versicherte das Erwerbsleben verlässt. Dazu wird der Fokus auf die gesetzlichen Anspruchsvoraussetzungen gelegt (vgl. Kapitel 3). Diese lassen sich mit dem variablen Teil und dem darin enthaltenen Merkmal der Beitragsart überprüfen. Dazu werden die Zugangsvoraussetzungen aus Vereinfachungsgründen auf zentrale Kriterien reduziert.

Im Falle von Arbeitslosigkeit und Altersteilzeit wird die Untersuchung darauf beschränkt, ob mindestens in einem Monat ab der Periode, in der der Versicherte sein 59. Lebensjahr vollendet, eine entsprechende Beitragsart zugeordnet wird. Denn es ist unwahrscheinlich, dass Individuen in diesem Alter, die lange Zeit nicht erwerbstätig waren, wieder auf dem Arbeitsmarkt eine Anstellung finden. Genauso ist bei Altersteilzeit der Renteneintritt bereits determiniert, so dass die Dauer der Phase unerheblich ist. Vernachlässigt wird, ob der Versicherte in den letzten 10 Jahren über einen Zeitraum von mindestens 8 Jahre Pflichtbeiträge entrichtet hat. In Deutschland müssen nach momentaner Rechtslage mindestens 12 Monate lang während der vergangenen zwei Jahre Beiträge entrichtet werden, um Anspruch auf Arbeitslosengeld I zu haben (§ 123 SGB III). Eine versicherungspflichtige Beschäftigung muss also der Arbeitslosigkeit vorausgegangen sein und häufige Wechsel des Arbeitgebers im Alter von über 50 sind selten. Die Wartezeit von 15 Jahren sollte in den wenigsten Fällen eine ernste Beschränkung des Renteneintritts sein.

Bei Betrachtung der Altersrente für Schwerbehinderte findet sich in den Versichertenkonten kein Merkmal, das den Behinderungsgrad abbildet. Aus diesem Grund wird angenommen, dass jeder Versicherte diese Bestimmung seit dem Kalenderjahr erfüllt, in dem der Versicherte nach Vollendung seines 59. Lebensjahres, mindestens einen Monat lang Krankengeld bezogen hat. Eine Krankheit ohne Lohnfortzahlung wird als Approximation einer schweren Krankheit, die eine weitere Erwerbstätigkeit unmöglich macht, oder für die Anwendung des

Gleichstellungsgrundsatzes aus § 2 III SGB IX, der es auch Versicherten mit einem geringeren Behinderungsgrad als 50 ermöglicht eine solche Altersrente in Anspruch zu nehmen, verwendet. Die Erfüllung der Wartezeit wird ausgeblendet, wie im Falle der Altersrenten wegen Arbeitslosigkeit oder Altersteilzeit. Allerdings stellt gerade diese Vorschrift einen wichtigen Gesichtspunkt dar, wie im Fall des Versicherten zu sehen ist, dessen Versichertenkonto im Anhang A.1 abgedruckt ist.

Bezüglich der Altersrente für Frauen wird nur das Geschlecht des Versicherten herangezogen und vernachlässigt, ob eine Versicherte mehr als 10 Jahre Beiträge für eine versicherte Beschäftigung geleistet bzw. die Wartezeit von 15 Jahren erfüllt hat.

Bei der Altersrente für langjährig Versicherte wird das Kriterium der Wartezeit von 35 Jahren bei den männlichen Versicherten abgeschätzt. Eine gute Approximation hierfür wird durch Addition der vollwertigen Beitragszeiten und beitragsgeminderten Zeiten erzielt. Dies stellt eine Unterschätzung des wahren Umfangs dar, da die Anzahl der beitragsfreien Zeiten in dieser Versichertenkontenstichprobe fehlt.

Durch die hier vorgenommene vereinfachende Überprüfung der Zugangsvoraussetzungen treten Fälle in der Stichprobe auf, in denen Versicherte die Bedingungen für verschiedene Altersrenten gleichzeitig erfüllen. Sind in der betrachteten Periode Zeiten der Krankheit ohne Lohnfortzahlung enthalten, dann verlässt der Versicherte auch das Erwerbsleben über eine Altersrente für Schwerbehinderte (vgl. dazu Beispiel A.2 im Anhang). Liegen gleichzeitig Zeiten der Arbeitslosigkeit und Altersteilzeit vor, aber keine Zeiten während denen der Bezug von Krankengeld beobachtet wird, dann wird angenommen, dass der Versicherte aufgrund einer Arbeitslosigkeit in Rente geht (vgl. dazu Beispiel A.3 im Anhang). Der umgekehrte Fall ist sehr schwer vorstellbar. Fälle, die nicht in eine Gruppe der Versicherten aus der Stichprobe fallen, die die Bedingungen einer Altersrente wegen Arbeitslosigkeit oder Altersteilzeit, bzw. für langjährig Versicherte erfüllen, werden der Altersrente für Schwerbehinderte zugeordnet (vgl. dazu Beispiel A.1 im Anhang).

Trotz dieser Annahmen kann die Stichprobe die relativen Häufigkeiten für eine Altersrente, gegeben einem bestimmten Rentenzugangsalter, sehr gut abbilden. Dies wird mit Hilfe einer Teilstichprobe derjenigen männlichen Versicherten gezeigt, die im Jahr 2001 erstmals eine Altersrente in Anspruch genommen und zuvor keine Rente wegen Erwerbsminderung bezogen haben (vgl. Abbildung 6.8). Jede Altersgruppe der männlichen Versicherten, wird für sich untersucht und die



relative Häufigkeit für eine bestimmte Art der Altersrente in einem Alter mit der VDR Statistik (vgl. VDR, 2002, S. 128 und S. 194) verglichen. Die jeweilige Säule trägt als Beschriftung auf der Abszisse das Merkmal, ob es sich um die relativen Häufigkeiten aus der Versichertenkontenstichprobe (Stich) oder aus der VDR Statistik (VDR) handelt. Die zweite Unterschrift fasst die Ergebnisse der Versichertenkontenstichprobe und der VDR Statistik für eine Altersgruppe zusammen. Zu beachten ist außerdem, dass nicht alle Personen, die in der VDR Statistik der Altersrente für langjährig Versicherte nach § 36 SGB VI zugeordnet werden, und demzufolge auch hier, diese auch in Anspruch nehmen (vgl. VDR, 2002, S. XI). In dieser Gruppe sind nämlich alle Nichtvertragsrenten erfasst, denen Betreigszeiten und beitragsfreien Zeiten im Umfang von mindestens 35 Jahren zugrunde liegen.

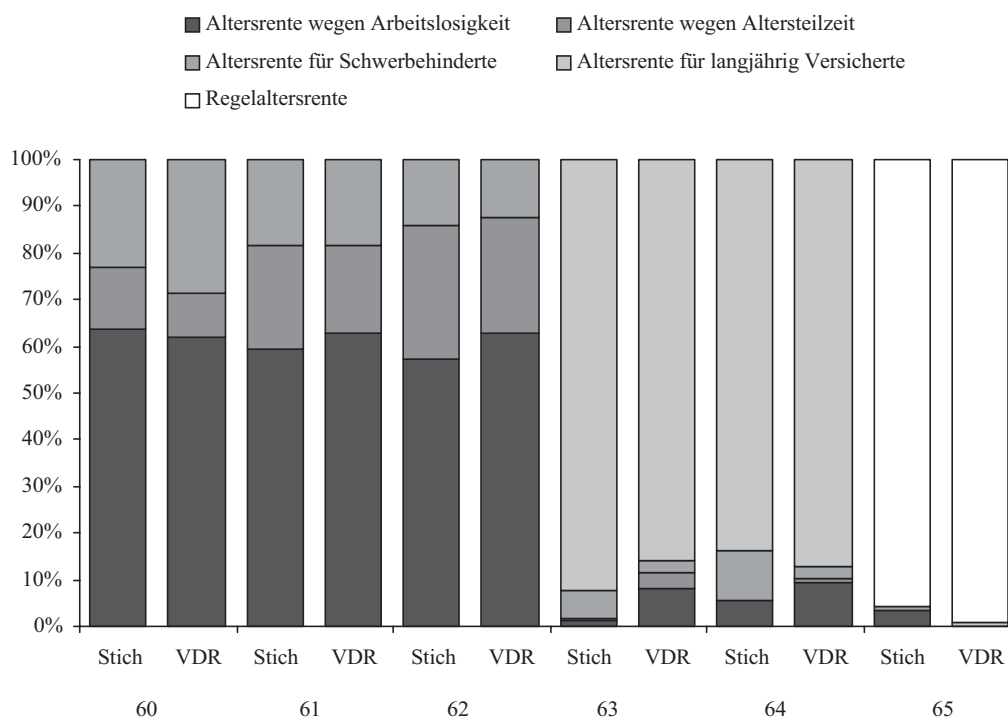


Abbildung 6.8: Art der Altersrente nach Rentenzugangsalter im Zugangsjahr 2001, Männer

Von denjenigen Versicherten aus der Stichprobe, die im Jahr 2001 im Alter von 60 Jahren eine Altersrente in Anspruch genommen haben, wählten 64 % eine Altersrente wegen Arbeitslosigkeit und 13 % eine Altersrente wegen Altersteilzeit. Die restlichen entfallen auf eine Altersrente für Schwerbehinderte. Aus der amtlichen

Zugangsstatisik geht hervor, dass 62 % eine Altersrente wegen Arbeitslosigkeit bzw. 9 % wegen Altersteilzeit in Anspruch genommen haben. 29 % wählten den Pfad über die Schwerbehinderung. Die Regelaltersrente und Altersrente für langjährig Versicherte stehen dieser Altersgruppe als Option nicht zur Verfügung. Auch bzgl. der Altersrente für langjährig Versicherte zeigt die Abbildung im Falle der Altersgruppe der 63- und 64-jährigen keine großen Abweichungen. Für die Gruppe der 64-jährigen sind diese auch statistisch insignifikant (genauso wie die relativen Häufigkeiten der Altersrenten für die Gruppen der 60 bis 62-jährigen). Dies zeigt, dass die vereinfachende Regel sehr gut im Falle der Altersgruppen von 60 bis 62 Jahren funktioniert und die Pfade in die Altersrente nachvollzogen werden können. Auch für die älteren Gruppen von Versicherten ist dies möglich, wenn von anderen als der Altersrenten für langjährig Versicherte abgesehen wird. Diese spielen bei der Gruppe der 63- und 64-jährigen kaum noch eine Rolle.

## 6.4 Zusammenfassung

Wie aus der Beschreibung der Versichertenkontenstichprobe hervorgeht, ist eine exakte Berechnung der Rente trotz der umfangreichen Informationen für diese Analyse nicht möglich. Zum einen sind einige Merkmale aus den Versichertenkonten nicht enthalten. Zum anderen liegt keine vollständige Erwerbsbiographie für die Versicherten vor. Im Rahmen des Optionswertmodells werden die Rentenansprüche in den jeweiligen Perioden aus dem Renteneintrittsfenster benötigt. Allerdings sollten die Informationen aus der Stichprobe ausreichen, um eine hinreichend gute Approximation zu erhalten. Im SOEP sind bspw. überhaupt keine Informationen über die Rentenhöhe enthalten, so dass dort nur eine ungefähre Schätzung mit Hilfe des letzten Erwerbseinkommens möglich ist und die Verzerrungen erheblich größer ausfallen als in dieser Arbeit (vgl. Kapitel 2).

Die Stärke dieser Daten liegt darin, dass sie prozessgeneriert sind. Informationen aus dem Datensatz beruhen auf keiner Selbstauskunft und sind somit nicht fehlerbehaftet. Darüber hinaus ist auch der Rentenbeginn gegeben. Die meisten Arbeitslosen im Alter von 59 Jahren fühlen sich häufig schon so, als wären sie aus dem Erwerbsleben ausgeschieden. Im SOEP kann dies bei der Selbstauskunft der Befragten zum Erwerbsstatus zu Fehlern führen. Aber auch mit anderen Definitionen, über die der Rentenstatus approximiert wird, ist nicht ganz klar, was eigentlich untersucht wird. Durch die Verwendung des aktuellen Rentenbeginns

ist dies nicht der Fall. Die Verwendung des rechtlichen Beginns hat darüber hinaus den Vorteil, dass die relativen Häufigkeiten aus der Stichprobe mit der VDR-Statistik vergleichbar sind (vgl. Abbildung 6.4 und 6.5). Schließlich dreht sich auch die politische Diskussion über die Anhebung des durchschnittlichen Rentenzugangsalters um genau diese Zeitpunkte.

Außerdem sind die Erwerbsbiographien der 10 Jahre vor 2001 vollständig enthalten. Erwerbsstatus und -einkommen sind somit lückenlos nachzuvollziehen. Vor allem ist es damit erstmalig möglich, die Rentenentscheidung in Abhängigkeit der Zugangsvoraussetzungen zu betrachten. Dies verhindert, dass der Optionswert für Zeitpunkte modelliert wird, zu denen gar keine Entscheidungen über den Rentenzugang getroffen werden. Dies vermeidet eventuell auftretende Verzerrungen bei der Parameterschätzung.

Für die folgenden Analysen wurde gezeigt, dass finanzielle Aspekte für den Renteneintritt eine Rolle spielen. Der Wirkungszusammenhang ist nicht immer eindeutig. Allerdings bietet gerade das Optionswertmodell die Möglichkeit dies abzubilden.

# Kapitel 7

## Empirische Analyse

In diesem Kapitel wird das Optionswertmodell von Stock und Wise (1990) geschätzt. Nach der Beschreibung der Annahmen in dem Schätzmodell und des iterativen Verfahrens zur Bestimmung des Maximums der Likelihoodfunktion, werden die Ergebnisse zum ursprünglichen Modell vorgestellt und die hier vorgenommenen Restriktionen diskutiert. Im nächsten Schritt wird die Wahrscheinlichkeit für einen Rentenzugang in einer Periode aus dem Rentenzugangsfenster betrachtet, gegeben, dass die gesetzlichen Zugangsvoraussetzungen erfüllt sind. Der Beginn des Rentenzugangsfensters variiert über die Beobachtungen. Die Berücksichtigung des gesetzlichen Rahmens findet sich auch in anderen Modellierungen der Parameter wieder. So wird untersucht, ob die Regelungen die Wahlmöglichkeiten der Versicherten in dem Sinne einschränken, dass es für sie schwieriger wird, in einem bestimmten Alter das Erwerbsleben zu verlassen. Außerdem wird die Frage beantwortet, ob die Versicherten spezielle Präferenzen bezüglich eines Rentenalters besitzen. Dazu werden die Präferenzen in Abhängigkeit des Gesundheitszustandes und des Erwerbsstatus modelliert. Am Ende werden die Ergebnisse genutzt, um die Auswirkung von veränderten Rentenabschlägen auf das Verhalten der Versicherten zu untersuchen.

### 7.1 Vorgehensweise

Als Schätzmethode wird, wie in Kapitel 5 diskutiert, die Maximum-Likelihood-Methode mit simulierten Wahrscheinlichkeiten verwendet. Zur Simulation der

Wahrscheinlichkeiten dient der GHK Simulator mit  $M = 100$  Zufallsziehungen. Anstatt von der Gleichverteilung zu ziehen, werden Halton-Sequenzen verwendet.

Das Maximum wird mit Hilfe des BHHH-Algorithmus iterativ ermittelt. Da die simulierten ersten Ableitungen bei Anwendung des GHK-Simulators nicht erwartungstreu sind, werden die ersten Ableitungen durch Numerische Differentiation angenähert. In Bezug auf die Simulation der ersten Ableitungen besitzt diese Approximation den Vorteil, dass zumindest  $P(\cdot)$  für eine feste Anzahl  $M$  erwartungstreu simuliert werden kann. Durch die nichtlineare Transformation mit der Logarithmusfunktion ist auch dieser Ausdruck nicht erwartungstreu. Allerdings treten in der Anwendung bei diesem Vorgehen im Vergleich zu den simulierten ersten Ableitungen weniger Schwierigkeiten auf. So zeigte sich bei Verwendung der simulierten ersten Ableitungen, dass eine größere Summe der logarithmierten Likelihoodwerte  $\ln L$  in der Umgebung der gefundenen Lösung ermittelt werden kann, obwohl  $\check{\mathbf{h}}(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{0}$ . Dieses Problem lässt sich auch nicht durch eine Ausweitung von  $M$  beseitigen. Ähnliche Schwierigkeiten treten bei der numerischen Differentiation nicht auf. Dies lässt den Schluss zu, dass die auftretende Verzerrung bei der numerischen Approximation kleiner ausfällt als bei Verwendung des GHK-Simulators für die ersten Ableitungen.

Da  $\check{\mathbf{h}}(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{0}$  nur in sehr wenigen Fällen erreicht wird, lautet hier das Abbruchkriterium bezüglich dem  $j$ -ten Element von  $\boldsymbol{\theta}$ :

$$\frac{|\sum_{n=1}^N \frac{1}{\check{P}(\boldsymbol{\theta})} \cdot \frac{\partial P(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_j}|}{\ln L(\boldsymbol{\theta})} \cdot \theta_j < 0,0001$$

Diese Bedingung muss für alle Komponenten von  $\boldsymbol{\theta}$  gleichzeitig erfüllt sein. Vorteil von diesem Kriterium im Vergleich zu anderen ist, dass dieses unabhängig von der Skalierung von  $\ln L(\boldsymbol{\theta})$  und  $\boldsymbol{\theta}$  ist (vgl. Dennis und Schnabel, 1996, S. 159ff).

Nach dem Erreichen des Abbruchkriteriums wird durch eine Vergrößerung der Anzahl von Stichprobenziehungen  $M$  überprüft, ob sich die Schätzwerte für die Parameter verändern. In diesem Fall wird der Algorithmus mit der größeren Anzahl von Stichprobenziehungen erneut gestartet. Außerdem erfolgt durch Variation der Startwerte eine Überprüfung, ob weitere Lösungen existieren.

Die Rentenentscheidung wird für das 60. bis 64. Lebensjahr eines Versicherten modelliert. Der Fokus liegt vor allem auf der Anreizwirkung der gesetzlichen Regelung für einen Renteneintritt vor Erreichen der gesetzlichen Altersgrenze mit 65

Jahren. Ein Rentenzugang nach diesem Alter spielt in der realen Welt keine große Rolle. Dementsprechend wird das 65. Lebensjahr als absorbierend angenommen. Auch soll das Verlassen des Erwerbslebens endgültig sein. Diese Annahme deckt sich mit den Erkenntnissen aus den Daten.

Im Rahmen dieser Definition des Renteneintrittsfensters werden zwei unterschiedliche Fragestellungen untersucht. In der ersten Analyse wird der Entscheidungsprozess für den Geburtsjahrgang 1936 modelliert. Die männlichen Versicherten sind zu Beginn des Renteneintrittsfensters im Jahr 1996 alle im gleichen Alter. Die Versicherten entscheiden zu Beginn des 60. Lebensjahres darüber, ob sie in diesem Jahr in Rente gehen oder darüber hinaus am Erwerbsleben teilnehmen. Ein Rentenzugang im 60. Lebensjahr kann also im Jahr 1996 oder 1997 erfolgen. Abbildung 7.1 veranschaulicht dieses Szenario.

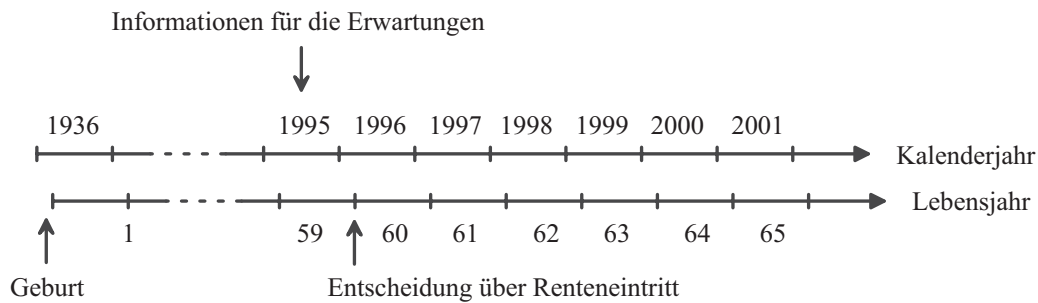


Abbildung 7.1: Rentenentscheidung im Jahr 2001

Die Wahl des Geburtstages als Entscheidungszeitpunkt basiert auf der Beobachtung, dass der überwiegende Teil der Versicherten direkt nach dem Geburtsmonat das Erwerbsleben verlässt (vgl. Abbildung 6.6). Die verwendeten Wahrscheinlichkeiten entsprechen denen aus den Gleichungen 4.6, 4.7, 4.8 und 4.9.

In einem anderen Szenario wird die Rentenzugangsentscheidung in einem bestimmten Kalenderjahr mit Hilfe des Optionswertmodells untersucht. Hierbei spielt das Alter bzw. das Lebensjahr, in dem ein Versicherter eine Altersrente in Anspruch nimmt, eine nachgelagerte Rolle. Die Versicherten, die sich innerhalb des Renteneintrittsfensters befinden und bis zu diesem Kalenderjahr noch nicht das Erwerbsleben verlassen haben, sind unterschiedlich alt. Im Vergleich zur Modellierung der Rentenentscheidung der 1936 geborenen wird der Entscheidungszeitpunkt vom Beginn eines Lebensjahres auf den Beginn eines Kalenderjahres verschoben. Dies entspricht einer Annahme, dass jeder Versicherte im Januar geboren wurde. Damit werden die Versicherten in dem Kalenderjahr, in

dem sie das 60. Lebensjahr erreichen, unterschiedlich behandelt. Im Januar geborene entscheiden über eine Periode von 12 Monaten. Diejenigen, die im Dezember geboren sind, entscheiden über einen Zeitraum von einem Monat. Diese Ungleichbehandlung lässt sich auch nicht korrigieren. Mit Ablauf des ersten Kalenderjahres, in dem Versicherte in Rente gehen können, entscheiden alle Versicherte über eine Periode mit einer Länge von 12 Monaten. Die Abbildung 7.2 veranschaulicht die Überlegungen zu der Modellierung der Rentenentscheidung im Jahr 2001.

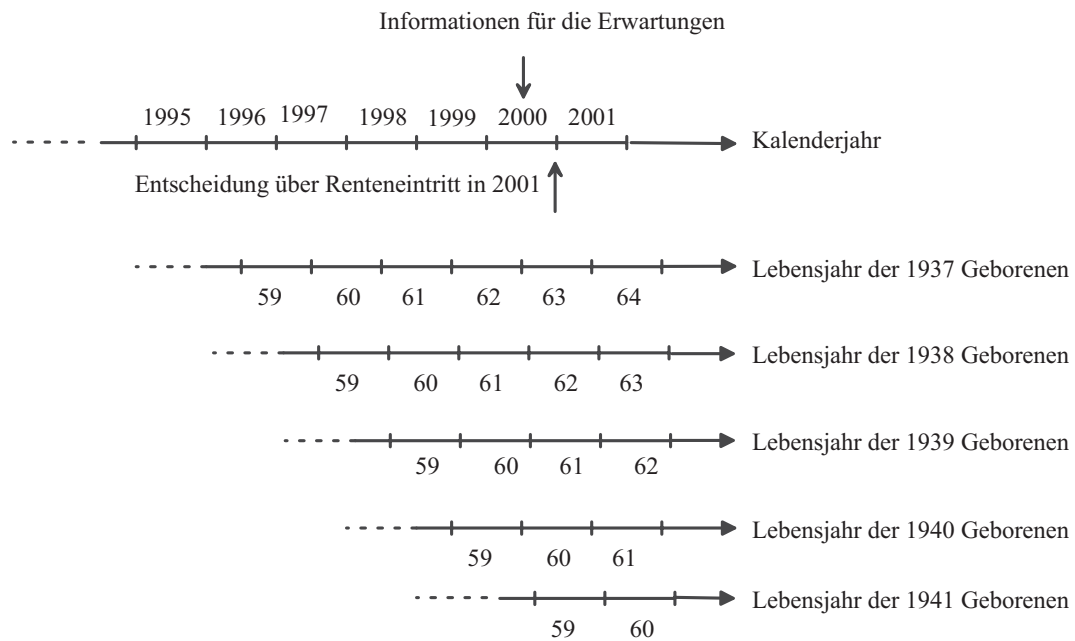


Abbildung 7.2: Rentenentscheidung Zugangsjahr

Analoges gilt für die Modellierung der Rentenentscheidung im Jahr 2000. Mit Hilfe der in Gleichung 4.6 modellierten Wahrscheinlichkeit für diejenigen, die am Beginn des Renteneintrittsfensters stehen, und der in Gleichung 4.10 für alle anderen, lässt sich die Rentenentscheidung zu Beginn eines Kalenderjahres abbilden. Die Wahrscheinlichkeit für einen Rentenzugang im Kalenderjahr 2001 wird um die Auswirkungen der bisherigen Entscheidungen eines Versicherten korrigiert. Unberücksichtigt bleiben die Versicherten desselben Jahrgangs, die bereits in Rente gegangen sind. Auch hierfür ist eine entsprechende Korrektur nicht möglich. Ein Unterschied zwischen den beiden Modellen ist, dass im Fall der Kohorte der Entscheidungszeitpunkt nicht zu Beginn eines Kalenderjahres, sondern eines Lebensjahres liegt. Des Weiteren ist der Zeitraum, über den entschieden wird, nicht das Kalenderjahr wie im letzten Szenario, sondern ein Lebensjahr.

Das Optionswertmodell von Stock und Wise (1990) basiert auf einem Vergleich der Summe der abdiskontierten erwarteten Nutzen  $E_t(U_1(\cdot))$  bzw.  $E_t(U_2(\cdot))$  bei unterschiedlichem Renteneintrittsalter. Der erwartete Nutzen wird über den Nutzen des erwarteten Einkommens approximiert. Dies ist analog zu anderen Autoren (vgl. Börsch-Supan, 1992) sowie Stock und Wise (1990), wenn die erwarteten Nutzen in der Rentenphase ermittelt werden. Dies führt zu einer Überschätzung des erwarteten Nutzens, wie Abbildung 7.3 zeigt:

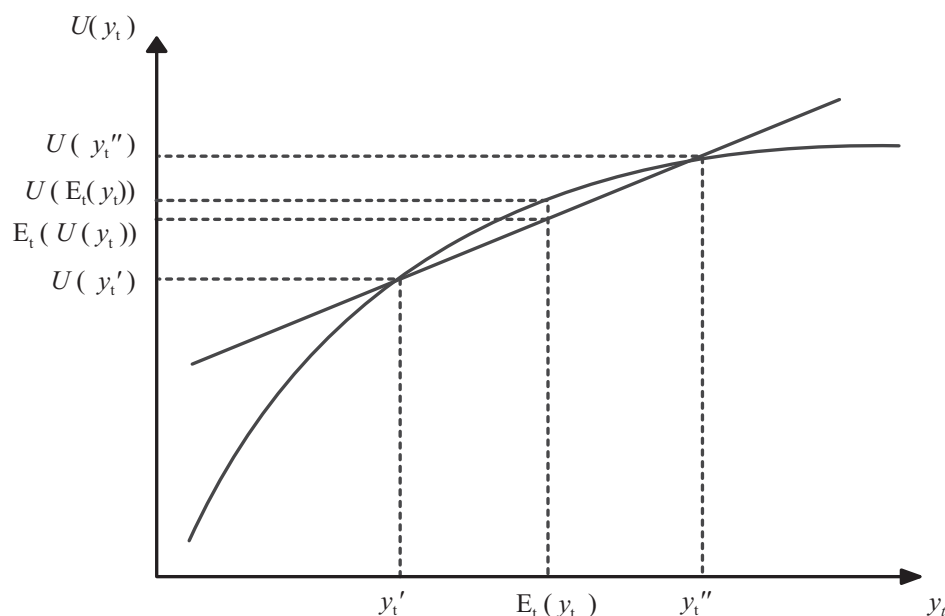


Abbildung 7.3: Approximation des Nutzens vom erwarteten Einkommen

Diese Verzerrung fällt allerdings gering aus, wenn die Variation um das erwartete Einkommen klein ist. Da in den Daten sehr genaue Informationen über die aktuelle Rentenhöhe sowie das sozialversicherungspflichtige Einkommen enthalten sind, tritt genau dieser Fall in dieser Analyse ein. Damit fallen der erwartete Nutzen und der Nutzen des erwarteten Einkommens näherungsweise zusammen, so dass diese Vereinfachung nur vernachlässigbare Verzerrungen aufweist.

Den erwarteten Nutzen in der Erwerbsphase bestimmen Stock und Wise (1990) mit Hilfe einer Taylorreihenentwicklung der Ordnung 2 um den Erwartungswert des für jedes Individuum geschätzten Einkommens. Alternativ schlagen die Autoren auch vor, die von den in der Vergangenheit erzielten Einkommen abhängige Verteilung von  $B_s(r)$  durch Monte-Carlo-Ziehungen zu ermitteln, um  $E_t[(k \cdot B_s(r))^\gamma]$  zu schätzen. Aufgrund der Genauigkeit der Daten im Bezug auf die Renteneinkommen verzichten



die Autoren im Gegensatz zu den Arbeitseinkommen auf eine ähnliche Korrektur (vgl. Stock und Wise, 1990, S. 1164).

Sobald der Rentenzugang eines Versicherten in einer Periode aus dem Rentenzugangsfenster beobachtet wird, erzielt der Versicherte ab diesem Zeitpunkt kein Erwerbseinkommen mehr. Die Erwerbseinkommen ab diesem Zeitpunkt fließen aber in das Entscheidungsmodell mit ein und müssen dementsprechend approximiert werden. Aus diesem Grund wird für die männlichen Versicherten des Geburtsjahrgangs 1936, für die auch nachfolgende Analysen durchgeführt werden (vgl. Selektion in Anhang B.1), die 1995 und 1996 weder in Altersteilzeit beschäftigt, noch arbeitslos waren oder Krankengeld bezogen haben, eine gewöhnliche KQ-Schätzung der Entgeltpunkte aus 1996 auf die aus dem Jahr 1995 ( $x_8$ ) durchgeführt. Außen vor bleiben zudem Versicherte, für die 1996 ein Renteneintritt beobachtet wird. Denn für diese wird das Erwerbseinkommen nicht für das vollständige Jahr beobachtet.

Tabelle 7.1: Regression der Entgeltpunkte aus 1996 auf die aus 1995, Geburtsjahrgang 1936, Männer

$N$	=	353
$R^2$	=	98,1 %
$\sigma$	=	0,068

Variable	Koeffizient	Std. Abw.	$t$ -Statistik
$c$	0,010	0,008	1,24
$x_8$	0,984	0,007	134,19

Hinweis: Std. Abw. ist die Standardabweichung,  $R^2$  das Bestimmtheitsmaß,  $\sigma$  der Standardfehler Residuen.

Das Schätzmodell hat nahezu einen Erklärungsgehalt von 1. Die Konstante spielt dabei statistisch gesehen keine signifikante Rolle. Der Koeffizient der Entgeltpunkte aus dem Vorjahr ist bei einem Fehler erster Art von 1 % nicht von 1 verschieden.

Diese Ergebnisse lassen sich auch für die Daten, die der Analyse des Kalenderjahres 2000 zu Grunde liegen (vgl. Selektion in Anhang B.2), bei einer Regression der Entgeltpunkte im Jahr 2000 auf die aus 1999 bestätigen (vgl. Tabelle C.1). Hierbei gilt analog zu oben, dass Versicherte aus der Teilstichprobe, die in den Jahren 1999 und 2000 arbeitslos waren, Krankengeld bezogen oder in Altersteilzeit

waren, vernachlässigt werden. Außerdem wird die Schätzung nur für Versicherte durchgeführt, die im Jahr 2000 nicht in Altersrente gehen. Analog für das Zugangsjahr 2001 (vgl. Tabelle C.2).

Liegen Zeiten der Arbeitslosigkeit, Altersteilzeit oder in denen Krankengeld bezogen wurde vor, dann ist die Prognose entsprechend schwieriger. Die Höhe der Entgeltpunkte ist dann von der Anzahl der Monate abhängig, in denen solche Ereignisse beobachtet werden. Individuelle Wahrscheinlichkeiten für das Beobachten dieser Zeiten sind nicht bekannt. Deshalb wird in diesen Fällen auf eine Berücksichtigung dieser Ereignisse verzichtet. Auch ist die qualitative Verbesserung bei einer solchen Berücksichtigung fraglich. Dies zeigt folgendes Beispiel für das Beobachtungsjahr 2000:

Tabelle 7.2: Regression der Entgeltpunkte aus 2000 auf die aus 1999, Kalenderjahr 2000, Männer (2)

$N$	=	1.236
$R^2$	=	90,2 %
$\sigma$	=	0,521

Variable	Koeffizient	Std. Abw.	$t$ -Statistik
$c$	-0,002	0,010	-0,22
$x_8$	0,975	0,009	106,35

Hinweis: Std. Abw. ist die Standardabweichung,  $R^2$  das Bestimmtheitsmaß,  $\sigma$  der Standardfehler Residuen.

Die Hinzunahme derjenigen Beobachtungen, für die Perioden der Arbeitslosigkeit, Altersteilzeit oder Krankheit ohne Lohnfortzahlung vorliegen, verändern diese Ergebnisse bezüglich der Koeffizienten kaum. Dies lässt sich auch für das Kalenderjahr 2001 wiederholen. Die Varianz der Erwerbseinkommen eines Versicherten über das Alter in dem Beobachtungsfenster ist sehr gering, so dass eine Fortschreibung der Entgeltpunkte aus der vorhergehenden Periode als Schätzung verwendet werden kann.

Außerdem ist lediglich der erworbene Rentenanspruch im Jahr 2001 gegeben. Zur Berechnung des Optionswertes werden aber die Ansprüche bei einem Renteneintritt in jeder Periode aus dem Rentenzugangsfenster benötigt (vgl. Gleichung 4.5 und folgende). Um diese zu bestimmen, werden Auswirkungen einer längeren oder

kürzeren Erwerbshistorie auf die Gesamtbewertung vernachlässigt. Zum einen kann der exakte Wert mit den Informationen aus der Versichertenkontenstichprobe nicht ermittelt werden. Zum anderen sind nur geringe Veränderungen zu erwarten. Damit wird die Frage nach den entsprechenden Rentenansprüchen in den Perioden aus dem Renteneintrittsfenster im Falle beobachteter Beitragszeiten auf die erzielten bzw. im Falle beobachteter Rentenbezugszeiten auf die erwarteten Entgeltpunkte reduziert.

Eine zentrale Annahme des Modells ist, dass die Einkommenshöhe in den auf den Entscheidungszeitpunkt folgenden Perioden unbekannt ist. Folglich gehen die erwarteten Einkommen in das Entscheidungskalkül der Versicherten ein. Dadurch erhält das Optionswertmodell seinen vorausschauenden Charakter. Es ist naheliegend und ökonomisch sinnvoll, auf einen einfachen Prozess zurückzugreifen. Entsprechend den Ergebnissen aus den Tabellen 7.1 und 7.2 wird deshalb angenommen, dass der Erwartungswert der Entgeltpunkte in  $t$  den erworbenen Entgeltpunkten aus  $t - 1$  entsprechen (vgl. Hinweise auf Informationen für die Erwartungen in den Abbildungen 7.1 und 7.2).

Entsprechend dieser Erwartungsbildung für Erwerbseinkommen nach den Entscheidungszeitpunkten werden auch die Renteneinkommen bei unterschiedlichem Renteneintrittszeitpunkt approximiert. Zur Bestimmung der Rentenhöhe wird der zum Entscheidungszeitpunkt gültige aktuelle Rentenwert herangezogen. Ein Wachstum der Altersrenten durch einen sich über die Zeit verändernden aktuellen Rentenwert nach dem Renteneintritt wird nicht modelliert. Dies beruht auf den Gegebenheiten der vergangenen Jahre 2004 bis 2006, in denen zum 1.7. keine Anpassung erfolgte. Deshalb wird angenommen:  $B_r(\tau) = B(\tau)$ .

Der Geburtenjahrgang 1936 ist von den Rentenabschlägen noch nicht betroffen. Allerdings wirkt sich die Anhebung der Altersgrenze für eine Altersrente wegen Arbeitslosigkeit und Altersteilzeit auf die Rentenhöhe anderer Geburtenjahrgänge aus. So gilt für männliche Versicherte aus der Versichertenkontenstichprobe, deren Rentenentscheidung für das Jahr 2000 bzw. 2001 modelliert wird (siehe Anlagen zum SGB VI, S. 43):

$$\text{Altersgrenze} = \begin{cases} \text{Geburtsmonat} + 48 \text{ Monate} & \text{wenn Geburtsjahr } 1941 \\ \text{Geburtsmonat} + 36 \text{ Monate} & \text{wenn Geburtsjahr } 1940 \\ \text{Geburtsmonat} + 24 \text{ Monate} & \text{wenn Geburtsjahr } 1939 \\ \text{Geburtsmonat} + 12 \text{ Monate} & \text{wenn Geburtsjahr } 1938 \\ \text{Geburtsmonat} & \text{wenn Geburtsjahr } 1937 \\ 0 & \text{wenn Geburtsjahr } 1936 \end{cases}$$

Die Rentenabschläge werden aus der Differenz zwischen Altersgrenze und des Alters bei Renteneintritt berechnet. Für jedes Jahr, das ein Versicherter vor Erreichen der Altersgrenze in Rente geht, mindert sich die Rentenhöhe um 3,6 %. Im Falle einer Altersrente für schwerbehinderte Menschen gelten andere Abschläge (vgl. Anlagen zum SGB VI, S. 46). Diese bleiben jedoch unberücksichtigt, da der Gesundheitszustand nur unzureichend aus den Daten abgebildet wird.

Für Frauen gelten folgende Übergangsregelungen (vgl. Anlagen zum SGB VI, S. 44):

$$\text{Altersgrenze} = \begin{cases} \text{Geburtsmonat} + 48 \text{ Monate} & \text{wenn Geburtsjahr } 1944 \\ \text{Geburtsmonat} + 36 \text{ Monate} & \text{wenn Geburtsjahr } 1943 \\ \text{Geburtsmonat} + 24 \text{ Monate} & \text{wenn Geburtsjahr } 1942 \\ \text{Geburtsmonat} + 12 \text{ Monate} & \text{wenn Geburtsjahr } 1941 \\ \text{Geburtsmonat} & \text{wenn Geburtsjahr } 1940 \\ 0 & \text{wenn Geburtsjahr } 1939 \end{cases}$$

Für Frauen zeigen diese Bestimmungen in den Zugangsjahren 2000 und 2001 lediglich geringen Einfluss.

Die Einkommen werden wie in Lumsdaine et al. (1996) sowie in Coile und Gruber (2000) gemessen in 100.000 € Einheiten in die Nutzenfunktionen der verschiedenen Lebensphasen eingesetzt.

## 7.2 Ergebnisse der Schätzung

Im Folgenden wird dieser Rahmen dazu verwendet, für den Geburtsjahrgang 1936 und die Jahre 2000 und 2001 die Renteneintrittsentscheidung gemäß dem Optionswertmodell von Stock und Wise (1990) abzubilden. Im Vergleich zu deren Vorgehen, wird hier der Diskontfaktor  $q = \frac{1}{1+0,03}$  restringiert. Ebenso wird hier der Zusammenhang aus Gleichung 4.14 untersucht. Außerdem restringieren Stock und Wise (1990)  $\beta = 1$  und schätzen  $\sigma_\varepsilon$ . Im Gegensatz dazu wird hier die Standardabweichung  $\sigma_\varepsilon$  bei Eintritt in das Renteneintrittsfenster zum Zeitpunkt  $t$  auf 1 normiert und dafür  $\beta$  geschätzt. Dies vereinfacht die Bestimmung des Verhältnisses aus  $\sigma_\omega$  und  $\sigma_\varepsilon$ . Entsprechend der Vorstellung, dass die Unsicherheit über den Rentenzugang mit der Zeit verschwindet, ist dies kleiner als 1, d.h.  $\sigma_\omega < 1$ .  $S$  entspricht der bedingten Lebenserwartung eines 60-jährigen Mannes von 20 Jahren (Quelle: www.destatis.de). Analog zu Stock und Wise (1990) wird  $0 < \gamma < 1$ ,  $\kappa > 1$  und  $\beta > 0$  erwartet. Das Selektionskriterium für die jeweils verwendete Teilstichprobe ist im Anhang B beschrieben.

Zunächst wird die Entscheidung der männlichen Versicherten analysiert. Ihre Erwerbshistorie ist zum überwiegenden Teil nicht durch Kindererziehungszeiten unterbrochen. Damit sollten sich bei dieser Gruppe die Anreizwirkungen der gesetzlichen Rentenversicherung am deutlichsten zeigen.

### 7.2.1 Modellierung von Stock und Wise (1990)

#### Schätzergebnisse für den Geburtsjahrgang 1936

Die Rentenentscheidung der Versicherten, die 1936 geboren worden sind, werden durch die Gleichungen 4.6, 4.7, 4.8 und 4.9 abgebildet. Die Analyse der Teilstichprobe ergibt unter Einbeziehung sämtlicher Einkommensbezieher, die das Selektionskriterium aus Anhang B.1 erfüllen, kein Ergebnis, das die zuvor formulierten Erwartungen erfüllt. Werden aber diejenigen Beobachtungen, die weniger als 0,4 Entgeltpunkte im Jahr 1995 erwarben, vernachlässigt, ergibt sich das Ergebnis aus Tabelle 7.3.

Tabelle 7.3: Männer, geboren 1936, Entgeltpunkte 1995 größer 0,4

$N$	=	1.024
$LR (\chi_5^2)$	=	444,4874
$\ln L$	=	-1.216,1947
$p$ -Wert	=	0,0 %
$R_{MF}^2$	=	15,4503 %

Parameter	Koeffizient	Std. Abw.	$z$ -Statistik	
$\alpha$	-0,0650	0,3521	-0,1845	
$\beta$	4,5392	0,9661	4,6982	
$\gamma$	0,9204	0,4027	-0,1978	(*)
$\kappa$	2,0289	0,4779	2,1532	(*)
$\rho$	0,6586	0,0833	7,9064	
$\sigma_\omega$	0,4758	0,1282	-4,0900	(*)

Hinweise:  $LR$  ist der Likelihood-Ratio-Test.  $p$ -Wert ist die Wahrscheinlichkeit einen Wert für den Likelihood-Ratio-Test zu erhalten, der größer ist als der ermittelte.  $R_{MF}^2$  ist das Gütemaß nach McFadden (vgl. Ronning, 1991, S. 63). Std. Abw. ist die Standardabweichung.  $z$ -Statistik ist die Wurzel der Wald-Teststatistik. In den mit (\*) gekennzeichneten Zeilen wird die Hypothese getestet, ob der geschätzte Koeffizient von 1 verschieden ist.

Es zeigt sich, dass der Optionswert in dieser Teilstichprobe als wichtige Determinante identifiziert wird.  $\beta$  ist signifikant von 0 verschieden. Dieser Parameter steht vor dem Optionswert als erklärende Variable und kann als Kriterium für einen signifikanten Einfluss des Modells insgesamt herangezogen werden. Der Optionswert entspricht der Differenz der Summe der abdiskontierten Nutzen bei einem Renteneintritt nach der auf den Entscheidungszeitpunkt folgenden Periode und derjenigen bei Verlassen des Erwerbslebens in der Periode nach dem Entscheidungszeitpunkt. Diese Differenz wird durch  $\alpha < 0$  vergrößert. Der Einfluss ist aber nicht signifikant.  $\gamma$  ist ebenso deutlich von 0 verschieden aber nicht signifikant kleiner als 1. Die Größenordnung entspricht dem Ergebnis von Lumsdaine et al. (1996, S. 37f) und Börsch-Supan (2000, S. 43), die beide mit ihrer Schätzung etwas darüber liegen.  $\kappa$  ist deutlich von 1 verschieden. Der Wert signalisiert, dass mit 1 € Erwerbseinkommen derselbe Nutzen erzielt werden kann wie mit 0,49 € Renteneinkommen. Dieser Koeffizient zeigt eine wesentliche Verbesserung dieses Modells im Vergleich zu einer einfachen Kapitalwertbetrachtung als Determinante

der Rentenentscheidung. Der Wert für  $\kappa$  liegt etwas über demjenigen, den Stock und Wise (1990, S. 1171) gefunden haben. Börsch-Supan (2000, S. 43) ermittelt einen Wert von 3,1. Das Ergebnis hier ist deutlich von diesem verschieden. Der Korrelationskoeffizient  $\rho = 0,6586$  ist sehr hoch. Allerdings ist die Größenordnung mit den Ergebnissen von Stock und Wise (1990, S. 1171) vergleichbar. Dies zeigt aber auch, dass wichtige Determinanten für die Entscheidung über den Renteneintritt nicht berücksichtigt sind.  $\sigma_\omega$  ist deutlich von  $\sigma_\varepsilon = 1$  verschieden. Je länger ein Versicherter im Renteneintrittsfenster verweilt, desto geringer wird die Unsicherheit über den Ausstieg aus dem Erwerbsleben. Die Varianz-Kovarianzmatrix

$$\text{Var}(\varepsilon) = \begin{pmatrix} 1,0000 & 0,6586 & 0,4337 & 0,2856 & 0,1881 \\ 0,6586 & 0,6601 & 0,4347 & 0,2863 & 0,1886 \\ 0,4337 & 0,4347 & 0,5127 & 0,3376 & 0,2224 \\ 0,2856 & 0,2863 & 0,3376 & 0,4487 & 0,2955 \\ 0,1881 & 0,1886 & 0,2224 & 0,2955 & 0,3936 \end{pmatrix}$$

zeigt, dass die Varianz in  $t + 1$  gerade einmal  $\frac{2}{3}$  der aus  $t$  beträgt und fällt bis zum Ende des Renteneintrittsfensters  $T$  auf 0,3936.

Das  $R_{MF}^2$  liegt höher als das von Stock und Wise (1990, S. 1171) ermittelte von 12,2 %. Dort werden lediglich drei aufeinander folgende Perioden betrachtet. Trotz des größeren Beobachtungszeitraums ist der Erklärungsgehalt der Ergebnisse in dieser Arbeit etwas höher. Ein Vergleich der in der Versichertenkontenstichprobe beobachteten und der auf Grundlage der Schätzergebnisse aus Tabelle 7.3 prognostizierten relativen Häufigkeiten für einen Rentenzugang in den verschiedenen Altersgruppen (gegeben, bis zur Vorperiode das Erwerbsleben noch nicht verlassen zu haben), veranschaulicht den tatsächlichen Erklärungsgehalt des Modells für die jeweilige Altersgruppe:

Die Tabelle 7.4 zeigt, dass das geschätzte Modell die beobachtete relative Häufigkeit nicht für jede Altersgruppe gut prognostizieren kann. Der Unterschied zwischen prognostizierter und tatsächlicher relativer Häufigkeit beträgt für diejenigen, die im Alter von 60 Jahren das Erwerbsleben verlassen, gerade einmal 0,68 %-Punkte. Für die beiden nachfolgenden Altersgruppen ist dies allerdings nicht mehr der Fall und die relativen Häufigkeiten werden deutlich überschätzt. Das 63. Lebensjahr ist neben dem Alter von 60 Jahren ein weiteres typisches Rentenzugangsalter. Ab diesem können Versicherte mit einer langen Erwerbsbiographie das Erwerbsleben verlassen. Allerdings zeigt sich für diese Gruppe, dass die relative Häufigkeit mit 39,18 % im

Tabelle 7.4: Männer, geboren 1936, Entgeltpunkte 1995 größer 0,4; beobachtete relative Häufigkeiten für einen Renteneintritt im Vergleich zu den prognostizierten, nach Alter

Alter	relative Häufigkeiten		kumulierte Häufigkeiten	
	Beobachtung	Prognose	Beobachtung	Prognose
60	61,33 %	62,00 %	61,33 %	62,00
61	17,42 %	28,88 %	68,07 %	72,98
62	17,13 %	32,41 %	73,54 %	81,74
63	76,75 %	39,18 %	93,85 %	88,89
64	23,81 %	39,60 %	95,31 %	93,29

Vergleich zu beobachteten 76,75 % stark unterschätzt wird. Das Optionswertmodell funktioniert also nur zu Beginn des Renteneintrittsfensters gut. Das wird auch aus der grafischen Darstellung der Ergebnisse aus Tabelle 7.4 deutlich:

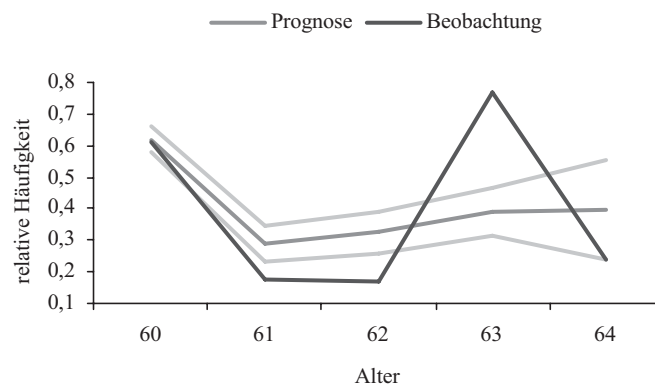


Abbildung 7.4: Männer, geboren 1936, Entgeltpunkte 1995 größer 0,4; relative Häufigkeit

Ein Konfidenzband bei gegebener Sicherheitswahrscheinlichkeit von 99 % (vgl. hellgraue Begrenzungslinien in Abbildung 7.4) um die prognostizierten relativen Häufigkeiten decken die beobachteten relativen Häufigkeiten im Alter von 61 bis 63 nicht ab. Mit breiter werdenden Konfidenzbändern liegt auch die beobachtete relative Häufigkeit in dem entsprechenden Konfidenzintervall. Dass die Breite der Konfidenzbänder mit dem Alter größer wird, zeigt sich auch bei Stock und Wise (1990, S. 1169). Der Erklärungsgehalt des Optionswertmodells in Bezug auf den Rentenzugang nimmt mit dem Alter ab.



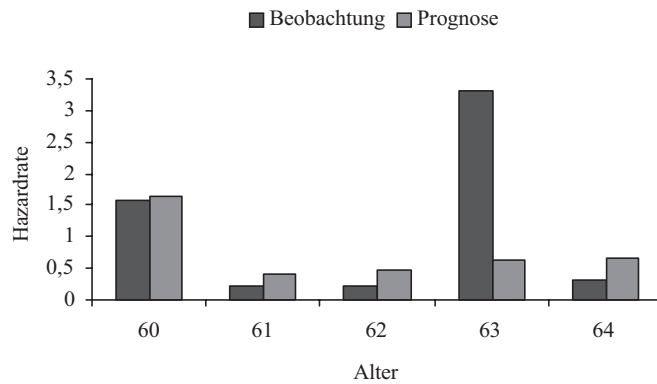


Abbildung 7.5: Männer, geboren 1936, Entgeltpunkte 1995 größer 0,4; Hazardrate

Die Hazardraten (siehe Abbildung 7.5) und kumulierten relativen Häufigkeiten (siehe Abbildung 7.6) verdeutlichen zuvor angesprochene Ergebnisse.

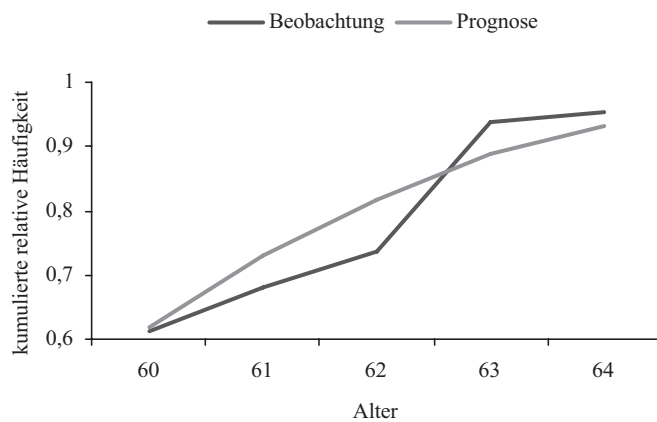


Abbildung 7.6: Männer, geboren 1936, Entgeltpunkte 1995 größer 0,4; kumulierte relative Häufigkeit

Die Tabelle C.3 fasst die Ergebnisse für Versicherte aus einem mittleren Einkommensbereich zusammen. Mit dem mittleren Einkommensbereich sind hier Versicherte gemeint, deren erworbene Entgeltpunkte im Jahr 1995 zwischen 0,4 und 1,6 liegen. Die Ergebnisse unterscheiden sich nur wenig von denen aus Tabelle 7.3. Für Versicherte mit mehr als 1,6 Entgeltpunkte im Jahr 1995 erklärt das Optionswertmodell die Rentenentscheidung ebenso gut wie für die Beobachtungen aus dem mittleren Einkommensbereich. Dies steht im Gegensatz zu denen, die weniger als 0,4 Entgeltpunkte in 1995 erwarben.

## Schätzergebnisse für das Kalenderjahr 2000

Bei der Analyse der Entscheidung im Jahr 2000 gehen alle Versicherten in die Analyse ein, die sich in diesem Jahr innerhalb des Renteneintrittsfensters befinden und bis zu Beginn des Jahres noch nicht in Altersrente sind (vgl. Selektion Anhang B.2). Sie entscheiden unmittelbar zu diesem Zeitpunkt über einen Renteneintritt in 2000. Da alle Versicherten eine unterschiedlich lange Historie an Rentenentscheidungen besitzen, entsprechen ihre Wahrscheinlichkeiten für einen Rentenzugang denen aus den Gleichungen 4.6 und 4.10. Hierbei tritt mit Ausnahme für die Gruppe der 60-jährigen das Problem auf, dass es keinen stetigen erwartungstreuen Simulator für bedingte Wahrscheinlichkeiten gibt. Trotz der auftretenden Verzerrung bezüglich der simulierten Wahrscheinlichkeiten zeigt sich, dass keine größeren Abweichungen zu obigen Resultaten auftreten.

Tabelle 7.5: Männer, Entscheidung im Jahr 2000, Entgeltpunkte 1999 größer 0,4

$N$	=	1.217
$LR (\chi_5^2)$	=	320,1205
$\ln L$	=	-676,4357
$p$ -Wert	=	0,0 %
$R_{MF}^2$	=	19,1346 %

Parameter	Koeffizient	Std. Abw.	$z$ -Statistik
$\alpha$	3,1924	1,5195	2,1010
$\beta$	6,3620	1,9076	3,3351
$\gamma$	0,5560	0,4011	-1,1072 (*)
$\kappa$	1,1374	0,8656	0,1588 (*)
$\rho$	0,9125	0,1198	7,6170
$\sigma_\omega$	1,1227	0,4498	0,2729 (*)

Hinweis: Siehe Tabelle 7.3, S. 105.

Die Ergebnisse aus Tabelle 7.5 zeigen, dass  $\beta$  deutlich von 0 verschieden ist. Der Optionswert hat signifikanten Einfluss auf die Rentenentscheidung.  $\alpha$  ist, entgegen den Ergebnissen aus Tabelle 7.3, signifikant größer 0. Dadurch erhöht sich die Wahrscheinlichkeit für einen Rentenzugang in der Entscheidungsperiode.  $\gamma = 0,5560$  ist niedriger als in der ersten Spezifikation und  $\kappa$  zeigt keinen deutlichen Unterschied zwischen Erwerbs- und Renteneinkommen. Die Parameter der Varianz-/Kovarianzmatrix lassen einen Random Walk vermuten.  $\rho$  und  $\sigma_\omega$  sind nicht

signifikant von 1 verschieden. Die Ergebnisse ähneln denen für den Geburtsjahrgang 1936 aus Tabelle 7.3, wenn zusätzlich die Einkommensgruppe vernachlässigt wird, die 1999 mehr als 1,6 Entgeltpunkte erwarb (vgl. Tabelle C.4). Burkhauser et al. (2003, S. 37f) finden ähnliche Werte für  $\kappa$  und  $\gamma$ . Unter der Berücksichtigung der Tatsache, dass die Versicherten nur aus dem Nettoeinkommen einen indirekten Nutzen ziehen können, wird wohl  $\kappa < 1$ . Dies entspricht weniger der ökonomischen Vorstellung über den Zusammenhang. Wie zuvor für den Geburtsjahrgang 1936 wird nun das Modell auf die Prognosefähigkeit der beobachteten relativen Häufigkeiten überprüft.

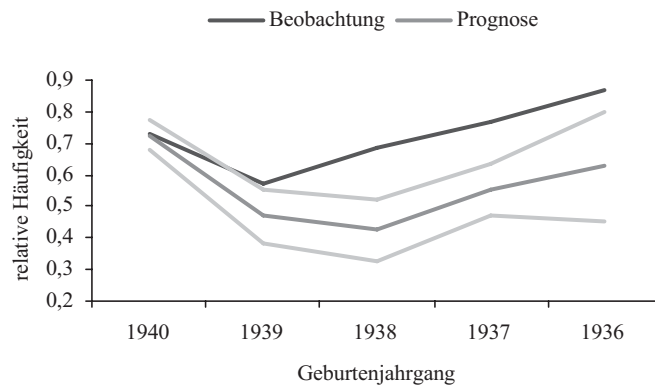


Abbildung 7.7: Männer, Entscheidung im Jahr 2000, Entgeltpunkte 1999 größer 0,4; relative Häufigkeit

Bei der grafischen Darstellung der relativen Häufigkeiten (vgl. Abbildung 7.7) und der Hazardraten (vgl. Abbildung 7.8) ist die Abszisse mit den Geburtsjahrgängen in der Teilstichprobe beschriftet. Die Ordnung richtet sich nach dem beginnenden Lebensjahr eines Geburtsjahrgangs im Jahr 2000, um eine Vergleichbarkeit mit den Ergebnissen für den Geburtsjahrgang herzustellen. Wie in Abbildung 7.4 deckt ein 99 % Konfidenzband um die prognostizierten relativen Häufigkeiten für die 1939 und 1940 Geborenen ab, also gerade die Altersgruppen zu Beginn des Renteneintrittsfensters (siehe Abbildung 7.7). Die relativen Häufigkeiten für spätere Jahrgänge können mit Hilfe des Modells nicht so gut prognostiziert werden. Die beobachteten relativen Häufigkeiten werden deutlich unterschätzt. Dieses Ergebnis bestätigen auch die Hazardraten (vgl. Abbildung 7.8).

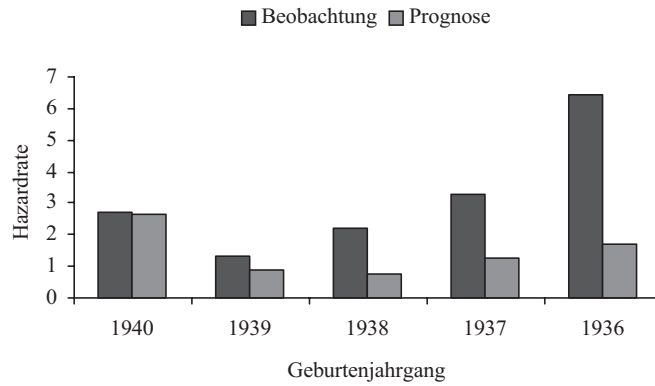


Abbildung 7.8: Männer, Entscheidung im Jahr 2000, Entgeltpunkte 1999 größer 0,4; Hazardrate

Eine Ursache für den schlechten Erklärungsgehalt für ältere Geburtsjahrgänge liegt in der großen Standardabweichung  $\sigma_\omega$ . Der Optionswert verliert für die älteren Jahrgänge aus der Teilstichprobe deutlich an Einfluss. Bei Betrachtung der Varianz-/Kovarianzmatrix der Störterme

$$\text{Var}(\varepsilon) = \begin{pmatrix} 1,0000 & 0,9125 & 0,8326 & 0,7597 & 0,6932 \\ 0,9125 & 2,0931 & 1,9099 & 1,7427 & 1,5901 \\ 0,8326 & 1,9099 & 3,0032 & 2,7403 & 2,5004 \\ 0,7597 & 1,7427 & 2,7403 & 3,7610 & 3,4317 \\ 0,6932 & 1,5901 & 2,5004 & 3,4317 & 4,5171 \end{pmatrix}$$

wird erkennbar, dass die Varianz von  $t$  bis  $T - 1$  um ungefähr 275 % zunimmt. Das spricht deutlich gegen die Verwendung des Modells zur Erklärung der Rentenentscheidung von älteren Versicherten in der Teilstichprobe.

Bei der Analyse des Rentenzugangsjahres 2001 ergeben sich keine Ergebnisse, die den zuvor formulierten Erwartungen entsprechen. Die sinnvollsten Resultate, die am wenigsten an einen Datafitt erinnern, werden für die mittleren Einkommensbezieher erzielt. Allerdings ist, wie auch bei Hinzunahme der einen und/oder der anderen Einkommensgruppe, der Einfluss des Optionswertes nicht signifikant von 0 verschieden.

## 7.2.2 Überprüfung von Restriktionen im Schätzmodell

In diesem Unterkapitel wird nun die Restriktion des Zinses  $i$  bzw. des Diskontfaktors  $q$  in dieser Analyse überprüft. Dabei wird untersucht, zu welcher Veränderung eine Variation des restringierten Zinses führt und ob  $q$  bzw.  $i$  mit den Daten frei geschätzt werden kann. Anschließend wird die Frage beantwortet, welche Auswirkungen die Restriktion  $\alpha = 0$  entsprechend dem Vorgehen von Stock und Wise (1990) hat. Schließlich wird getestet, welche Ergebnisse sich unter der Annahme unabhängiger Störterme einstellen.

### Restriktion des Zinses $i$

Die Frage nach der richtigen Restriktion für den Zins lässt sich schwierig beantworten. Dies scheitert bereits an der Frage, ob hier ein kurz-, mittel- oder langfristiger Zinssatz anzusetzen ist. Der hier angenommene Wert für  $i$  entspricht dem in anderen Arbeiten (vgl. z.B. Berkel und Börsch-Supan, 2003). Die Ergebnisse für den Geburtenjahrgang 1936 zeigen, dass ein Prozentpunkt plus bzw. minus bei  $i$  keine signifikanten Veränderungen des logarithmierten Likelihoodwertes liefert. So ergeben sich bei  $i = 2\%$  ein log Likelihoodwert von  $-1.217,1698$  und  $-1.215,5677$  bei  $i = 4\%$  (vgl. Tabelle C.5 und C.6). Auch die Schätzwerte für die Parameter ändern sich kaum. Wie Tabelle 7.6 zeigt, kann ein Maximum bei  $i = 5,958\%$  gefunden werden.

Die Parameter unterscheiden sich nur wenig von den Ergebnissen aus Tabelle 7.3. Allerdings steigen die Werte für die Standardabweichung der Koeffizienten enorm an, so dass der Optionswert nicht als wichtige erklärende Variable geschätzt werden kann. Deutlich wird das vor allem bei der Standardabweichung für  $\kappa$ .

Stock und Wise (1990, S. 1167 und S. 1171) finden bei der Betrachtung eines einzelnen Jahres  $i = 28,04\%$  und  $i = 39,66\%$  bei der Spezifikation von 3 aufeinander folgenden Jahren. Am Ende unseres Renteneintrittsfensters würden die Zahlungen bei einem solchen Ergebnis nur noch mit einem Gewicht von unter  $20\%$  eingehen. Der langfristige Planungshorizont in dem Modell wäre mit solchen Ergebnissen in Frage gestellt. Dieses Problem wäre gemäß den Resultaten aus Tabelle 7.6 nicht gegeben. Börsch-Supan (1992, S. 551) schätzt einen Zins in Höhe von  $16\%$ . Dieser ist wesentlich niedriger als das Ergebnis von Stock und Wise (1990), aber immer noch viel größer als die Ergebnisse aus Tabelle 7.6. Dieses liegt näher an dem

Tabelle 7.6: Männer, geboren 1936, Entgeltpunkte 1995 größer 0,4, freie Schätzung von  $q$

$N$	=	1.024
$LR (\chi_6^2)$	=	446,9346
$\ln L$	=	-1.214,9711
$p$ -Wert	=	0,0 %
$R_{MF}^2$	=	15,5354 %

Parameter	Koeffizient	Std. Abw.	$z$ -Statistik
$\alpha$	-0,1916	0,4695	-0,4081
$\beta$	4,6806	6,5185	0,7180
$\gamma$	0,7716	0,3919	-0,5827 (*)
$\kappa$	2,3803	19,8225	0,0696 (*)
$\rho$	0,6715	0,1065	6,3054
$\sigma_\omega$	0,4883	0,3153	-1,6230 (*)
$q$	0,9438	1,4946	-,0376 (*)

Hinweis: Siehe Tabelle 7.3, S. 105.

Ergebnis von 3 %, das Lumsdaine et al. (1996, S. 37f) für eine Teilstichprobe finden, in der nur Frauen enthalten sind. Allerdings zeigt sich eine große Spannweite für die Schätzungen des Zinses, so dass ein Vergleich der Ergebnisse schwierig ist. Das Resultat hier lässt sich auch nicht mit den Teilstichproben für die Zugangsjahre 2000 und 2001 bestätigen. Die Schätzmodelle liefern keine Ergebnisse. Aufgrund der Tatsache, dass die freie Schätzung von  $q$  zu keinen großen Veränderung der anderen Parameter führt, scheint eine entsprechende Restriktion ohne große Auswirkung zu sein und aus Gründen der Schätzbarkeit des Modells sinnvoll. Dass Schwierigkeiten bei einer freien Schätzung von  $q$  auftreten können, verdeutlichen auch die Ergebnisse aus Abschnitt 4.4.

### Restriktion von $\alpha$

Neben der Restriktion des Diskontfaktors wird nun auch die Auswirkung der Berücksichtigung einer Konstanten im Optionswertmodell untersucht. Bezüglich der Analyse der 1936 geborenen sind die Auswirkungen gering (vgl. Tabelle C.7). Dies ist nach den Ergebnisse aus Tabelle 7.3 nicht überraschend.  $\alpha$  ist dort mit 0,0650 sehr klein und nicht signifikant von 0 verschieden, so dass eine Restriktion  $\alpha = 0$  die Ergebnisse nicht verändert. Wird dagegen die Analyse der Rentenentscheidung

im Jahr 2000 betrachtet, dann lässt sich diese Aussage nicht bestätigen. Bei entsprechender Restriktion können keine sinnvollen Ergebnisse gefunden werden. Wird allerdings der Einfluss des Optionswertes auf diejenigen untersucht, die 2001 vor der Entscheidung über einen Renteneintritt standen, dann resultiert das Ergebnis in Tabelle 7.7.

Tabelle 7.7: Männer, Entscheidung im Jahr 2001, Entgeltpunkte 2000 größer 0,4

$N$	=	1.716
$LR (\chi_4^2)$	=	138,2258
$\ln L$	=	-1.040,9118
$p$ -Wert	=	0,0 %
$R_{MF}^2$	=	6,2262 %

Parameter	Koeffizient	Std. Abw.	$z$ -Statistik
$\beta$	3,5362	0,9510	3,7185
$\gamma$	0,8198	0,4835	-0,3728 (*)
$\kappa$	2,5108	1,2996	1,1625 (*)
$\rho$	0,7593	0,1246	6,0939
$\sigma_\omega$	1,1392	0,3538	0,3935 (*)

Hinweis: Siehe Tabelle 7.3, S. 105.

Die ermittelten Werte für  $\gamma$  und  $\kappa$  entsprechen ungefähr denen für den Geburtenjahrgang 1936 (vgl. Tabelle 7.3). Obwohl das  $R_{MF}^2$  sehr gering ist, so ist der Erklärungsgehalt in diesem Modell im Vergleich zu dem restringierten Modell signifikant besser.  $\beta$  ist deutlich von 0 verschieden geschätzt und unterstreicht die Bedeutung des Optionswertmodells in dieser Teilstichprobe. Anscheinend zieht im anderen Fall die Konstante sämtlichen Erklärungsgehalt auf sich.

Werden die beobachteten und prognostizierten relativen Häufigkeiten für einen Renteneintritt der verschiedenen Jahrgänge verglichen, dann zeigt sich, dass das Modell die beobachteten relativen Häufigkeiten in den meisten Fällen gut prognostizieren kann. Ein 99 % Konfidenzband deckt die beobachteten relativen Häufigkeiten nicht nur zu Beginn, sondern auch für die im Jahr 2001 62 und 63 Jahre alt werdenden Versicherten ab (vgl. Abbildung 7.9). Dem steht auf der anderen Seite eine geringe Variation der beobachteten relativen Häufigkeiten gegenüber, die mehr an ein Modell mit einer Konstanten erinnern. Auch die Zugangsintensitäten geben diesen Eindruck wieder (vgl. Abbildung 7.10).

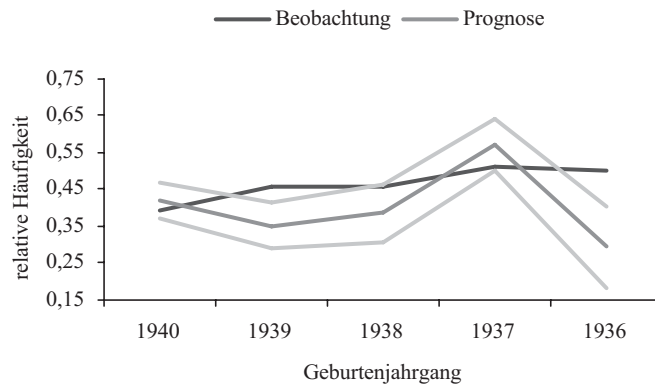


Abbildung 7.9: Männer, Entscheidung im Jahr 2001, Entgeltpunkte 2000 größer 0,4; relative Häufigkeit

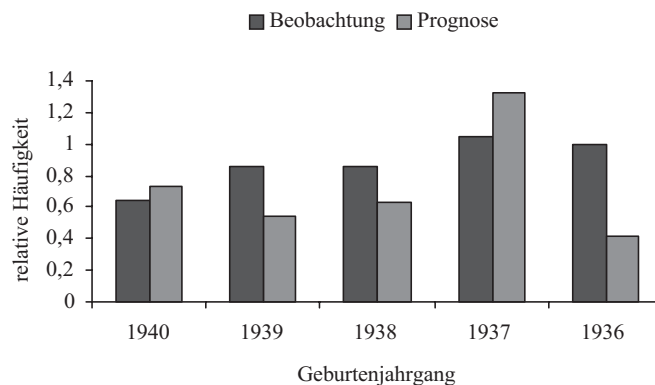


Abbildung 7.10: Männer, Entscheidung im Jahr 2001, Entgeltpunkte 2000 größer 0,4; Hazardrate

### Annahme unabhängiger Störterme

Die Betrachtung der zeitlich aufeinander folgenden Rentenentscheidungen als abhängig von einander ist schon alleine aufgrund der gesetzlichen Rahmenbedingungen sinnvoll. Statistisch ist der Korrelationsparameter  $\rho$  in allen bisherigen Auswertungen signifikant von 0 verschieden. Dennoch werden hier nun die Auswirkungen auf die Schätzungen untersucht, wenn dieser Sachverhalt ignoriert wird.

Im Falle der Kohorte 1936 führt eine restringierte Schätzung, unter der Annahme über die Zeit unabhängiger Störterme, zu keinen Unterschieden in den Schätzwerten



für die Parameter  $\gamma$  und  $\kappa$ . Auch  $\beta$  ist signifikant von 0 verschieden. Der logarithmierte Likelihoodwert weist aber eine deutliche Verschlechterung zu den vorhergehenden Ergebnissen auf (vgl. Tabelle C.8). Durch die dynamische Struktur werden offensichtlich Komponenten der Rentenentscheidung abgebildet, die eine statische Betrachtung nicht enthält. Analysiert man die Teilstichprobe für das Jahr 2000 unter der Annahme unabhängiger Störterme, so können dagegen gar keine Ergebnisse gefunden werden. Dieses Problem lässt sich auch dadurch nicht beheben, dass die Analyse wieder auf bestimmte Erwerbseinkommensgruppen beschränkt wird. Für das Jahr 2001 lassen sich für die Teilstichprobe ohne diejenigen mit weniger als 0,4 Entgeltpunkten im Jahr 1995 zwar Ergebnisse finden, allerdings sind  $\alpha$  und  $\beta$  nicht signifikant von 0 verschieden. Der Likelihood-Ratio-Test zeigt dagegen einen signifikanten Erklärungsgehalt des Optionswertmodells an (vgl. Tabelle C.9). Dies unterstreicht das Ergebnis aus Tabelle 7.7 im Bezug auf das Gesamtmodell. Allerdings unterscheiden sich die gefundenen Schätzergebnisse neben  $\beta$  auch für  $\gamma$  stark von einander.  $\kappa$  nimmt ähnliche Größenordnungen an. Die Annahme unabhängiger Störterme kann zu verzerrten Schätzern führen. Die Ergebnisse für den Geburtenjahrgang 1936 und für das Jahr 2000 für verschiedene Geburtenjahrgänge betonen, dass die Modellierung der Abhängigkeit nicht nur ökonomisch sinnvoll, sondern auch ökonometrisch notwendig ist.

Aus den verschiedenen Zusammenfassungen der Schätzungen ist zu erkennen, dass sich bessere Ergebnisse bezüglich der Parameter erzielen lassen, wenn die Gruppe der niedrigen Einkommen vernachlässigt wird. Personen mit niedrigem Einkommen haben in der Regel auch Anspruch auf eine geringere Rente. Dies liegt in dem Leistungsprinzip der gesetzlichen Rentenversicherung begründet. Damit sind die Anreize der Versicherten geringer als für Versicherte mit höherem Einkommen. Wahrscheinlich ist auch, dass die Bezieher niedriger Erwerbseinkommen ganz andere Entscheidungskriterien besitzen. So steht vielmehr im Vordergrund, ob die Höhe der Rente reicht, um den Lebensunterhalt zu finanzieren und weniger, wie die maximale Leistung aus dem Rentensystem gewonnen werden kann.

### **7.2.3 Renteneintrittsfenster in Abhängigkeit der gesetzlichen Zugangsvoraussetzungen**

Neben dem Einkommen existieren auch andere Gründe dafür, dass für den Optionswert ein unterschiedlicher Einfluss erwartet werden kann. Nicht jeder

Versicherte hat die Möglichkeit mit 60 aus dem Erwerbsleben auszuschneiden. Werden aus der Teilstichprobe für den Geburtenjahrgang 1936 (vgl. Anhang B.1) diejenigen Versicherten extrahiert, die Zeiten der Arbeitslosigkeit, Altersteilzeit und Zeiten mit Bezug von Krankengeld in den Jahren 1995 bis 1998, vor Erreichen des 63. Lebensjahres aufweisen, dann lassen sich hier sinnvolle Schätzergebnisse finden (vgl. Tabelle C.10). Für die in dieser Teilstichprobe nicht enthaltenen Beobachtungen werden dagegen keine Ergebnisse gefunden. Gleiches gilt auch bei Betrachtung des Jahres 2000 als Entscheidungsjahr (vgl. Anhang B.2) über den Renteneintritt (vgl. Tabelle C.11). Die Auswahl erfolgt nach analogen Regeln wie für die Kohortenanalyse. Zusätzliches Selektionskriterium ist nicht das Einkommen eines Versicherten, sondern die Gelegenheit, vor einem Alter von 63 Jahren, das Erwerbsleben zu verlassen.

Um diese gefundenen Ergebnisse zu berücksichtigen, werden die Wahrscheinlichkeiten nun entsprechend den Gleichungen 4.11, 4.12 und 4.13 modelliert. Gegeben  $t = 1996$  der ersten möglichen Renteneintrittsperiode, genauer dem Lebensjahr, das 1996 beginnt, so gilt bei der Untersuchung des Geburtenjahrgangs 1936:

$$z = \begin{cases} 1996 + j & \text{wenn Zeiten der Arbeitslosigkeit, Altersteilzeit oder mit Bezug} \\ & \text{von Krankengeld in } 1996+j-1 \text{ oder Altersrente in } 1996+j \\ & \forall j \in \{0,1,2\} \\ 1999 & \text{wenn Wartezeiten erfüllt oder Altersrente in 1999 bzw. 2000} \\ 2001 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Auf die Wartezeiten werden alle rentenrechtlichen Zeiten angerechnet (§ 51 IV SGB VI). Dies sind Beitragszeiten (Zeiten mit vollwertigen Beiträgen oder beitragsgeminderten Zeiten), beitragsfreie Zeiten und Berücksichtigungszeiten. Dazu zählen u.a. ein militärischer oder militärähnlicher Dienst im Sinne der §§ 2 und 3 des Bundesversorgungsgesetzes aufgrund gesetzlicher Dienstpflicht oder Wehrpflicht (§ 250 I SGB VI) oder Zeiten der Schulausbildung nach dem vollendeten 17. Lebensjahr (§ 58 I SGB VI). Informationen über den Umfang beitragsfreier Zeiten sind nicht in der Versichertenkontenstichprobe enthalten. Die entsprechende Größe kann lediglich durch die Summe aller vollwertigen und beitragsgeminderten Zeiten bis zum Jahr 2001 in Form einer Untergrenze approximiert werden. Eine Rückrechnung auf die Periode, in denen der Versicherte 63 Jahre alt wird, bleibt aus. Maximal müsste die Summe um 24 Monate vermindert werden. Andererseits ist zu erwarten, dass in den meisten Fällen beitragsfreie Zeiten in mindestens dem

gleichen Umfang vorliegen, da bei männlichen Versicherten zumindest die Dauer der Wehrpflicht hinzu kommt. Das Referenzmodell, eine Schätzung in der alle Parameter mit Ausnahme von  $\alpha$  gleich null restringiert werden bzw.  $\sigma_\omega = 1$ , basiert auf den Wahrscheinlichkeiten aus den Gleichungen 4.11, 4.12 und 4.13, wie die unrestringierte Schätzung.

### Schätzergebnisse für den Geburtenjahrgang 1936

Tabelle 7.8: Männer, geboren 1936, Entgeltpunkte 1995 größer 0,4, Berücksichtigung der Zugangsvoraussetzungen

$N$	=	1.024
$LR (\chi_5^2)$	=	262,2396
$\ln L$	=	-712,9985
$p$ -Wert	=	0,0 %
$R_{MF}^2$	=	15,5333 %

Parameter	Koeffizient	Std. Abw.	$z$ -Statistik	
$\alpha$	0,4791	0,4058	1,1807	
$\beta$	4,0906	1,0686	3,8278	
$\gamma$	0,6288	0,5198	-0,7140	(*)
$\kappa$	1,6427	1,0595	0,6066	(*)
$\rho$	0,6638	0,1402	4,7350	
$\sigma_\omega$	0,8030	0,3594	-0,5481	(*)

Hinweis: Siehe Tabelle 7.3, S. 105.

Die Zusammenfassung der Ergebnisse in Tabelle 7.8, die auf der Betrachtung der männlichen Versicherten beruhen, die 1995 mehr als 0,4 Entgeltpunkte erwarben und 1936 geboren wurden, zeigt für das  $R_{MF}^2$  eine geringfügige Verbesserung. Vergleicht man die Schätzergebnisse in Tabelle 7.8 mit dem Referenzmodell aus Tabelle 7.3, so resultiert  $R_{MF}^2 = 49,8272$  %. Hierin zeigt sich der Erklärungszugewinn durch diese Modellierung. Die Parameter  $\kappa$  und  $\gamma$  sind im Vergleich zur Tabelle 7.3 etwas kleiner geschätzt. Der signifikante Einfluss des Modells zeigt sich wieder in den Ergebnissen für  $\beta$ .  $\alpha$  dagegen ist nicht signifikant größer als 0. Die Ergebnisse bezüglich  $\gamma$  und  $\kappa$  unterscheiden sich erheblich von den Restriktionen, die Berkel und Börsch-Supan (2004, S. 16) vornehmen. Stock und Wise (1990, S. 1171) und Burkhauser et al. (2003, S. 37) findet ähnliche Werte wie die Ergebnisse in Tabelle 7.8.

Die Varianz-/Kovarianzmatrix ist dagegen stark verändert. Die Varianzen über die Zeit sind alle nahe bei 1. Entgegen den Ergebnissen aus Tabelle 7.3 bleibt die Varianz der Störterme über die Zeit konstant.

$$\text{Var}(\varepsilon) = \begin{pmatrix} 1,0000 & 0,6638 & 0,4406 & 0,2925 & 0,1941 \\ 0,6638 & 1,0855 & 0,7205 & 0,4783 & 0,3175 \\ 0,4406 & 0,7205 & 1,1231 & 0,7455 & 0,4949 \\ 0,2925 & 0,4783 & 0,7455 & 1,1397 & 0,7565 \\ 0,1941 & 0,3175 & 0,4949 & 0,7565 & 1,1337 \end{pmatrix}$$

Dementsprechend lassen sich die beobachteten relativen Häufigkeiten wesentlich besser durch das Optionswertmodell prognostizieren als zuvor. Lediglich die relativen Häufigkeiten für die Gruppe der 64-jährigen liegt deutlich außerhalb des 99 % Konfidenzintervalls. Gerade für die Zugangsspitze im Alter von 63 Jahren gewinnt das Modell erheblich an Erklärungsgehalt, auch wenn die beobachtete relative Häufigkeit knapp außerhalb des Konfidenzintervalls liegt (vgl. Abbildung 7.11). Die prognostizierten kumulierten relativen Häufigkeiten folgen ebenso den beobachteten Werten in einem engen Intervall (vgl. Abbildung 7.12).

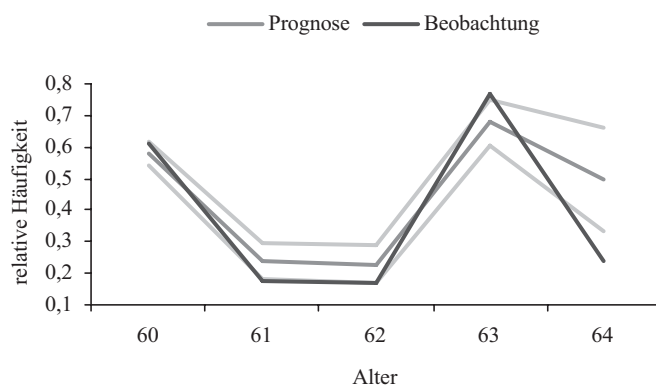


Abbildung 7.11: Männer, geboren 1936, Entgeltpunkte 1995 größer 0,4, Berücksichtigung der Zugangsvoraussetzungen; relative Häufigkeit

Die Analyse der Hazardraten (siehe Abbildung 7.13) bestätigt die Verbesserung der gefundenen Ergebnisse im Vergleich zu Abbildung 7.5. Die prognostizierten Werte passen wesentlich besser zu den Beobachtungen.

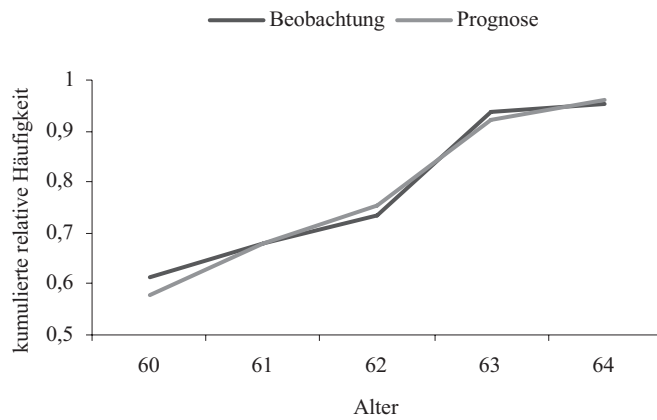


Abbildung 7.12: Männer, geboren 1936, Entgeltpunkte 1995 größer 0,4, Berücksichtigung der Zugangsvoraussetzungen; kumulierte relative Häufigkeit

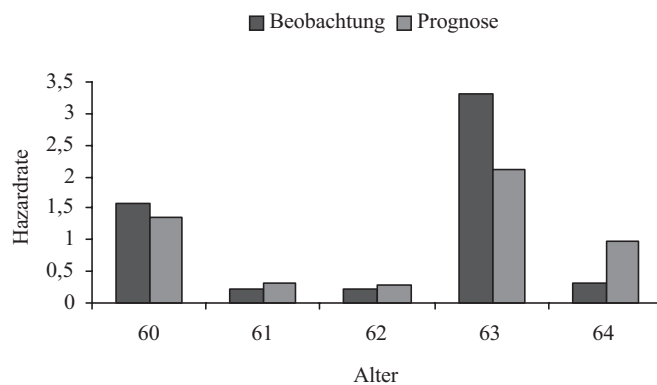


Abbildung 7.13: Männer, geboren 1936, Entgeltpunkte 1995 größer 0,4, Berücksichtigung der Zugangsvoraussetzungen; Hazardrate

Dieser Zugewinn entsteht in Folge der Informationen über die Gruppe von Versicherten, die weder arbeitslos oder in Altersteilzeit beschäftigt sind bzw. Krankengeld beziehen, die frühestens im Alter von 63 Jahren über einen Renteneintritt entscheidet. Durch die Verkleinerung des Rentenzugangsfensters in diesen Fällen, verschwindet sehr viel Unsicherheit aus dem Modell.

### Schätzergebnisse für das Kalenderjahr 2000

Ein ähnlicher Fortschritt im Erklärungsgehalt ist auch bei einer Betrachtung des Jahres 2000 zu erkennen (vgl. Tabelle 7.9).

Tabelle 7.9: Männer, Entscheidung im Jahr 2000, Entgeltpunkte 1999 größer 0,4, Berücksichtigung der Zugangsvoraussetzungen

$N$	=	1.217		
$LR (\chi^2_5)$	=	157,9019		
$\ln L$	=	-679,7926		
$p$ -Wert	=	0,0 %		
$R^2_{MF}$	=	10,4055 %		

Parameter	Koeffizient	Std. Abw.	$z$ -Statistik	
$\alpha$	0,9269	0,4330	2,1407	
$\beta$	2,7110	0,6127	4,4247	
$\gamma$	0,7486	0,3954	-0,6358	(*)
$\kappa$	1,7896	0,7648	1,0324	(*)
$\rho$	0,4851	0,1374	3,5303	
$\sigma_\varepsilon$	0,7082	0,2098	-1,3907	(*)

Hinweis: Siehe Tabelle 7.3, S. 105.

Der Parameter  $\beta$  vor dem Optionswert ist signifikant von 0 verschieden.  $\gamma$  und  $\kappa$  sind zwar nicht signifikant von 1 verschieden, liegen aber in dem erwarteten Bereich. Folgen die Störterme entsprechend den Ergebnissen aus Tabelle 7.4 einem Random Walk, so ist dies hier nicht mehr der Fall. Der Korrelationsparameter  $\rho = 0,4851$  ist nur halb so groß wie in dem Fall ohne die Berücksichtigung der Zugangsvoraussetzungen. Allerdings ist das  $R^2_{MF}$  im Vergleich zu vorher niedriger. Der logarithmierte Likelihoodwert signalisiert aber eine deutliche Verbesserung im Erklärungsgehalt des Schätzmodells. Die Ergebnisse für die Parameter der Nutzenfunktionen entsprechen hier denen aus Stock und Wise (1990, S. 1171).

Die Güte der Ergebnisse zeigt sich auch in der grafischen Veranschaulichung der prognostizierten relativen Häufigkeiten, das Erwerbsleben in 2000 zu verlassen (vgl. Abbildung 7.14).

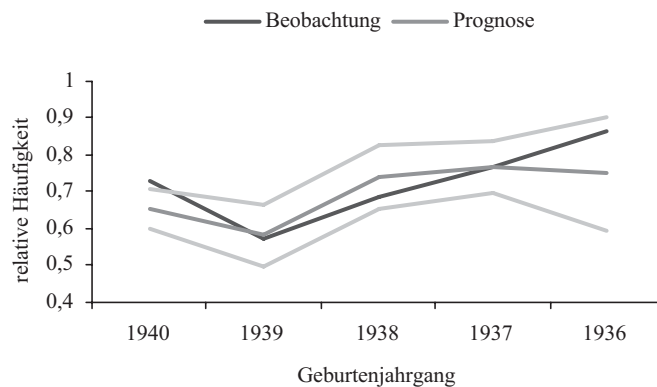


Abbildung 7.14: Männer, Entscheidung im Jahr 2000, Entgeltpunkte 1999 größer 0,4, Berücksichtigung der Zugangsvoraussetzungen; Relative Häufigkeit

Ebenso kann für diese Teilstichprobe das Rentenzugangsverhalten der 63-jährigen besser erklärt werden als bei der unbedingten Betrachtung der Renteneintrittswahrscheinlichkeiten. Wie für den Geburtenjahrgang 1936 passt das Modell lediglich für die Gruppe der 1936 geborenen, also diejenigen, die im Jahr 2000 das 64. Lebensjahr erreichen, weniger gut. Das Konfidenzband für die relative Häufigkeit im Alter von 64 Jahren eine Altersrente in Anspruch zu nehmen, deckt zwar den beobachteten Wert ab, ist dabei aber erheblich breiter als für andere Geburtenjahrgänge. Der bessere Erklärungsgehalt für ältere Geburtenjahrgänge geht auf Kosten der 1940 geborenen. Deren Prognose der relativen Häufigkeit ist schlechter geworden im Vergleich zu Abbildung 7.7.

Die Abbildung 7.15 für die Hazardraten bestätigt, dass gerade für die Geburtenjahrgänge 1936 und 1940 die Schätzergebnisse die Beobachtungen nicht so gut widerspiegeln.

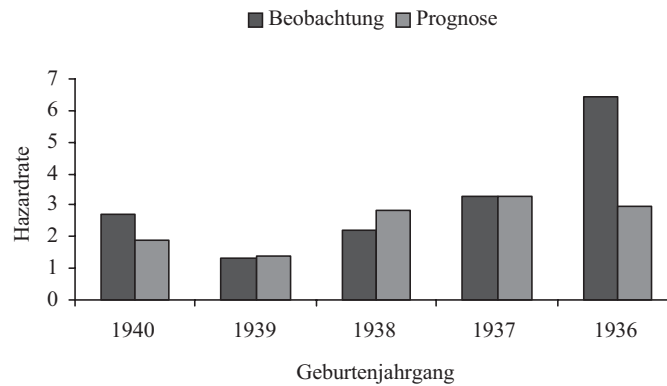


Abbildung 7.15: Männer, Entscheidung im Jahr 2000, Entgeltpunkte 1999 größer 0,4, Berücksichtigung der Zugangsvoraussetzungen; Hazardrate

Die Untersuchung des Zugangsjahres 2001 liefert keine Ergebnisse.

### 7.2.3.1 Modellierung gesetzlicher Beschränkungen

In bestimmten Perioden ist eine Inanspruchnahme einer Altersrente häufiger zu beobachten als in anderen. Dies steht in starkem Zusammenhang mit den gesetzlichen Bestimmungen. Der Gesetzgeber macht es bestimmten Versicherten leichter, mit 60 in Rente zu gehen als mit 63. Zwar müssen Versicherte zusätzliche Merkmale wie Arbeitslosigkeit, eine Schwerbehinderung oder Teilnahme an Altersteilzeit, aufweisen. Aber die Erleichterung kann in der deutlich niedrigeren Wartezeit gesehen werden (vgl. Kapitel 3). Wird die Konstante als politischer Handlungsparameter interpretiert, die einen Zugang zur Rente erleichtert oder erschwert, dann sollten die unterschiedlichen Zugangsvoraussetzungen der verschiedenen Altersrenten durch zusätzliche Variablen definiert werden. In Gleichung 4.15 bildet  $\alpha_1$  die Niveaueffekte einer Altersrente für langjährig Versicherte im Vergleich zu den Altersrenten ab, die ab 60 Jahren in Anspruch genommen werden können (Altersrente wegen Arbeitslosigkeit, Altersteilzeit oder für schwerbehinderte Menschen).

### Schätzergebnisse für den Geburtsjahrgang 1936

Für den Geburtsjahrgang 1936, ohne die Versicherten, die 1995 mehr als 0,4 Entgeltpunkte erzielten, werden die Ergebnisse in Tabelle 7.10 präsentiert.



Tabelle 7.10: Männer, geboren 1936, Entgeltpunkte 1995 größer 0,4, Berücksichtigung der Zugangsvoraussetzungen,  $\alpha$  gemäß Gleichung 4.15

$N$	=	1.024
$LR (\chi_6^2)$	=	266,5205
$\ln L$	=	-710,8580
$p$ -Wert	=	0,0 %
$R_{MF}^2$	=	15,7869 %

Parameter	Koeffizient	Std. Abw.	$z$ -Statistik
$\alpha_0$	0,1203	0,5207	0,2310
$\alpha_1$	0,2546	0,2417	1,0532
$\beta$	4,3529	1.0280	4,2344
$\gamma$	0,6369	0,4518	-0,8035 (*)
$\kappa$	1,9396	0,9607	0,9781 (*)
$\rho$	0,7352	0,1272	5,7782
$\sigma_\omega$	0,7234	0,3340	-0,8281 (*)

Hinweis: Siehe Tabelle 7.3, S. 105.

Wie bereits in Kapitel 3 diskutiert, gibt es Bestimmungen bei den Altersrenten für Arbeitslosigkeit und Altersteilzeit, die für den Versicherten einerseits einen leichteren, durch die kürzeren Wartezeiten, und andererseits einen schwereren, durch die besonderen Merkmale Altersteilzeit und Arbeitslosigkeit, Zugang zur Altersrente im Vergleich zur Altersrente für langjährig Versicherte gewähren. Deshalb ist auch das Vorzeichen von  $\alpha_1$  unklar. Entsprechend den Ergebnissen aus Tabelle 7.10 steigen für diese Teilstichprobe die Anreize für einen Renteneintritt in der Periode nach dem Entscheidungszeitpunkt mit dem Alter.  $\alpha_0$  und  $\alpha_1$  sind nicht signifikant von 0 verschieden. Jedoch zeigt ein Likelihood-Ratio-Test eine signifikante Verbesserung des Modells, im Vergleich zu den Ergebnissen aus Tabelle 7.8. Die sonstigen Parameter verändern sich wenig.

### Schätzergebnisse für das Kalenderjahr 2000

Für das Jahr 2000, in welchem über einen Rentenzugang entschieden wird, lassen sich diese Ergebnisse bezüglich  $\alpha$  nicht wiederholen (vgl. Tabelle C.12).  $\alpha_1$  signalisiert höhere Anreize für ein Aufschieben des Renteneintritts ab einem Alter von 63 Jahren. Allerdings ist es in Zeiten eines konjunkturellen Abschwungs leichter für

Arbeitgeber, ältere Arbeitnehmer zu entlassen. Entsprechende Abfindungszahlungen machen dies günstiger als zu einem Zeitpunkt, zu dem es dem Unternehmen besser geht. Diese geringeren Anreize für ein Aufschieben des Rentenzugangs der Gruppe der unter 63-jährigen, können in  $\alpha_1$  gesehen werden. Für die 63- und 64-jährigen ist die Konstante kleiner. Dieses Argument gilt zwar nicht für die Versicherten, die das Erwerbsleben über eine Altersrente wegen Altersteilzeit verlassen, allerdings müssen die Parameter der Konstanten auch im Sinne eines Durchschnitts interpretiert werden. Für das Schätzmodell resultiert aufgrund eines Likelihood-Ratio-Tests eine signifikante Verbesserung des Erklärungsgehaltes im Vergleich zur Modellierung aus Gleichung 4.4.

Die Ergebnisse aus Tabelle 7.10 zeigen, dass die Vorzeichen bei dieser Parametrisierung sehr vorsichtig zu interpretieren sind. Zumindest der gemeinsame Einfluss der Parameter von  $\alpha$  erweist sich als signifikant. Für das Kalenderjahr 2001 lassen sich die Ergebnisse nicht bestätigen.

### **7.2.3.2 Betrachtung unterschiedlicher Präferenzen nach Rentenzugangsalter**

Der Rentenzugang wird nun mehr aus dem Blickwinkel des Entscheidenden betrachtet und Präferenzen des Versicherten für ein Zugangsalter modelliert. Stock und Wise (1990) formulieren für das Optionswertmodell die Hypothese, dass das Arbeitsleid mit dem Alter zunimmt. Dazu modellieren sie  $\kappa$  in Abhängigkeit vom Alter. Die Modellierung von zunehmenden Grenzleid über das Alter wie in Gleichung 4.16 bringt keine sinnvollen Ergebnisse hervor. Ein Grund dafür kann in dem vergleichsweise kleinen Renteneintrittsfenster gesehen werden, so dass kein Anstieg des Arbeitsleides mehr zu erwarten ist.

Deshalb wird die Hypothese anders formuliert und untersucht, ob die Versicherten im Alter von 60, 63 und 65 Jahren besondere Präferenzen für einen Renteneintritt haben. Diese Fragestellung kann mit der Modellierung in Gleichung 4.18 abgebildet werden. Sie unterscheidet sich zu der von Stock und Wise (1990) darin, dass kein funktionaler Zusammenhang zwischen Arbeitsleid und Alter unterstellt wird. Modelliert werden systematische Effekte in  $\kappa$  in Abhängigkeit des Rentenzugangsalters. Im Speziellen sind damit die Lebensjahre gemeint, in denen eine größere Anzahl an Rentenzugängen zu beobachten ist als in anderen.

## Schätzergebnisse für den Geburtenjahrgang 1936

Für den Geburtenjahrgang 1936 stellen sich folgende Ergebnisse ein, wobei zusätzlich zu den anderen Ergebnissen ebenso die Versicherten nicht in der Teilstichprobe enthalten sind, die 1995 mehr als 1,6 Entgeltpunkte erworben haben:

Tabelle 7.11: Männer, geboren 1936, Entgeltpunkte 1995 größer 0,4 und kleiner 1,6, Berücksichtigung der Zugangsvoraussetzungen,  $\kappa$  gemäß Gleichung 4.18

Anzahl Beo.	=	953
$LR (\chi^2_8)$	=	369,1687
$\ln L$	=	-585,0926
$p$ -Wert	=	0,0 %
$R^2_{MF}$	=	23,9821 %

Parameter	Koeffizient	Std. Abw.	$z$ -Statistik
$\alpha$	-0,7397	0,8501	-0,8701
$\beta$	3,8823	2,1581	1,7989
$\gamma$	0,3407	0,2833	2,3268 (*)
$\kappa_0$	1,6001	1,6599	0,3615 (*)
$\kappa_1$	0,1262	0,1048	1,2044
$\kappa_2$	0,0714	0,0591	1,2081
$\kappa_3$	0,1519	0,1354	1,1219
$\rho$	0,1673	0,2239	0,7473
$\sigma_\omega$	0,8036	0,3720	-0,5279 (*)

Hinweis: Siehe Tabelle 7.3, S. 105.

$\gamma$  ist im Vergleich zu den vorherigen Ergebnissen aus Tabelle 7.8 etwas mehr als halb so groß. Auch der Wert von 0,5, den Burkhauser et al. (2003, S. 37f) gefunden haben und bisher den kleinsten Wert für  $\gamma$  aus einer freien Schätzung darstellte, ist größer.  $\kappa_0$  entspricht dem Wert, den auch Stock und Wise (1990, S. 1171) geschätzt haben. Die Korrelation verschwindet zu einem Großteil und ist wesentlich geringer als in den bisherigen Schätzmodellen. Das heißt, dass die Abhängigkeit der Rentenentscheidungen gut durch das Modell abgebildet ist. Auch  $\sigma_\omega$  ist kleiner 1 und damit sinkt die Unsicherheit über die Zeit. Allerdings ist  $\beta$  bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5 % nicht signifikant von 0 verschieden.

Vor allem aber zeigt sich, dass  $\kappa_1$  für die Präferenzen im Alter von 60,  $\kappa_2$  im Alter von 63 und  $\kappa_3$  im Alter von 65, größer sind als  $\kappa$  in den anderen Lebensjahren. Die

Effekte sind aber statistisch nicht signifikant. Allerdings zeigt ein Likelihood-Ratio-Test eine signifikante Verbesserung im Vergleich zur Modellierung, in der  $\kappa$  für alle Beobachtungen gleich ist (siehe Referenzmodell in Tabelle C.13). Ein Vergleich von  $R_{MF}^2$  mit der Spezifikation aus Tabelle 7.8 signalisiert einen signifikanten Anstieg des Erklärungsgehalts.

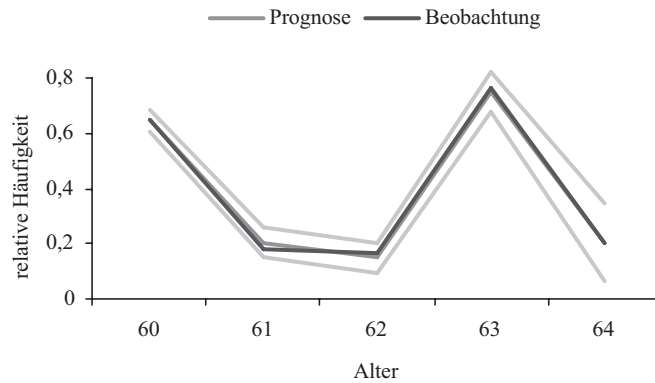


Abbildung 7.16: Männer, geboren 1936, Entgeltpunkte 1995 größer 0,4 und kleiner 1,6, Berücksichtigung der Zugangsvoraussetzungen,  $\kappa$  gemäß Gleichung 4.18; relative Häufigkeit

Werden die beobachteten relativen Häufigkeiten mit den geschätzten verglichen, dann zeigt sich der Gewinn im Erklärungsgehalt durch die neuen Informationen (siehe Abbildung 7.16). Alle beobachteten relativen Häufigkeiten befinden sich innerhalb eines 99 %-Konfidenzbandes. Für die Gruppe der 64-jährigen wird die Breite des Konfidenzbandes nur wenig größer. Dies spiegelt sich auch in der Abbildung 7.18 der kumulierten relativen Häufigkeiten wieder. Dort sind wie in obiger Abbildung nahezu keine Unterschiede zwischen prognostizierten und beobachteten Werten erkennbar.

Am deutlichsten zeigt sich das Ergebnis in dem Verhältnis aus Anzahl der Versicherten, die das Erwerbsleben verlassen, zu denen, die nicht in Rente gehen (siehe Abbildung 7.17). Die Unterschiede zwischen prognostizierten und beobachteten Hazardraten sind verschwindend gering.

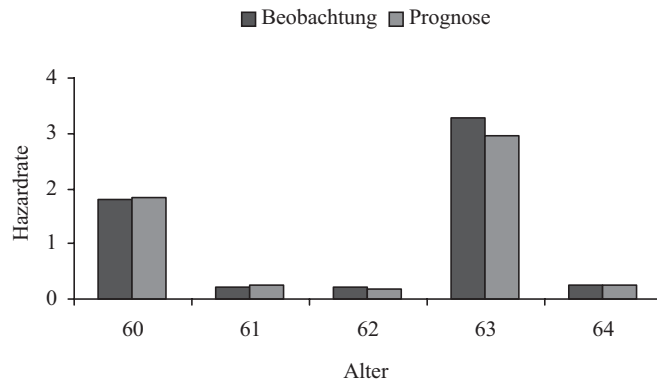


Abbildung 7.17: Männer, geboren 1936, Entgeltpunkte 1995 größer 0,4 und kleiner 1,6, Berücksichtigung der Zugangsvoraussetzungen,  $\kappa$  gemäß Gleichung 4.18; Hazardrate

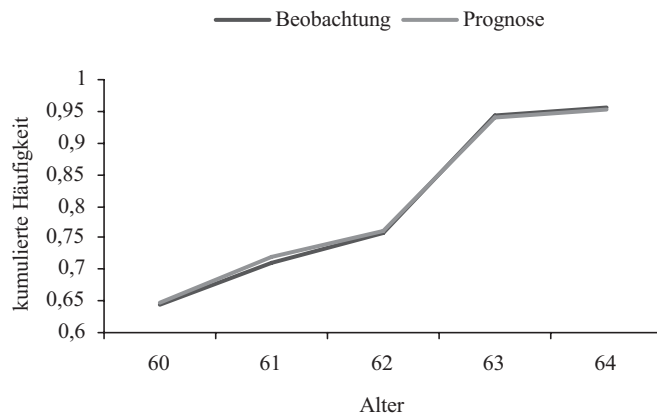


Abbildung 7.18: Männer, geboren 1936, Entgeltpunkte 1995 größer 0,4 und kleiner 1,6, Berücksichtigung der Zugangsvoraussetzungen,  $\kappa$  gemäß Gleichung 4.18; kumulierte relative Häufigkeit

## Schätzergebnisse für das Kalenderjahr 2000

Ähnliches gilt auch für das Jahr 2000, für das die Rentenentscheidung modelliert wird.

Tabelle 7.12: Männer, Entscheidung im Jahr 2000, Entgeltpunkte 1999 größer 0,4, Berücksichtigung der Zugangsvoraussetzungen,  $\kappa$  gemäß Gleichung 4.18

$N$	=	1.217
$LR (\chi_8^2)$	=	215,3043
$\ln L$	=	-651,0915
$p$ -Wert	=	0,0 %
$R_{MF}^2$	=	14,1882 %

Parameter	Koeffizient	Std. Abw.	$z$ -Statistik
$\alpha$	-0,0122	0,1809	-0,0675
$\beta$	2,1826	0,4009	5,4446
$\gamma$	1,4407	0,3859	1,1421 (*)
$\kappa_0$	3,1790	0,7633	2,8545 (*)
$\kappa_1$	0,2403	0,0533	4,5097
$\kappa_2$	0,0301	0,0320	0,9423
$\kappa_3$	-0,0728	0,1235	-0,5897
$\rho$	-0,2017	0,2054	-0,9820
$\sigma_\varepsilon$	0,7566	0,3019	-0,8062 (*)

Hinweis: Siehe Tabelle 7.3, S. 105.

Hier dreht sich die Korrelation um.  $\kappa_0$  gibt starke Präferenzen für Einkommen in der Rentenphase wieder. 1 € während der Rentenphase entspricht 3,18 € in der Erwerbsphase, wenn der Versicherte im Alter von 61, 62 oder 64 Jahren in Rente geht.  $\gamma$  ist zwar größer als 1 geschätzt, ist aber nicht signifikant von 1 verschieden. Auch Lumsdaine et al. (1996, S. 37f) finden  $\gamma > 1$ . Aus einer Teilstichprobe, in der nur weibliche Personen enthalten sind, gehen  $\gamma = 1,2$  und  $\kappa = 3,6$  hervor. Vor allem aber zeigt sich in Tabelle 7.12, dass das Renteneinkommen bei einem Renteneintritt mit 60 Jahren signifikant höher eingeschätzt wird als beim Verlassen des Erwerbslebens in einem späteren Alter. Im Vergleich sind 40.000 € in der Erwerbsphase so viel Wert wie 12.582,57 € im Alter von bspw. 61 Jahren und 11.698,30 € im Alter von 60 Jahren. Alle Koeffizienten zusammen führen ebenso zu einer signifikanten Verbesserung des logarithmierten Likelihoodwertes auf Grundlage

eines Likelihood-Ratio-Tests ( $LR = 50,6884$ ) der  $H_0 : \kappa_1 = \kappa_2 = \kappa_3 = 0$  bei einem Vergleich zur Modellierung in Tabelle 7.5. Der Korrelationsparameter in diesem Modell ist negativ. Ein zweiseitiger Test der Hypothese  $\rho = 0$  wird nicht verworfen. Die Varianz sinkt ebenso über die Zeit, bedingt auch durch die negative Korrelation. Eine entsprechende Modifikation des Modells für verschiedene  $\beta(r)$  brachte allerdings keine veränderten Ergebnisse hervor.

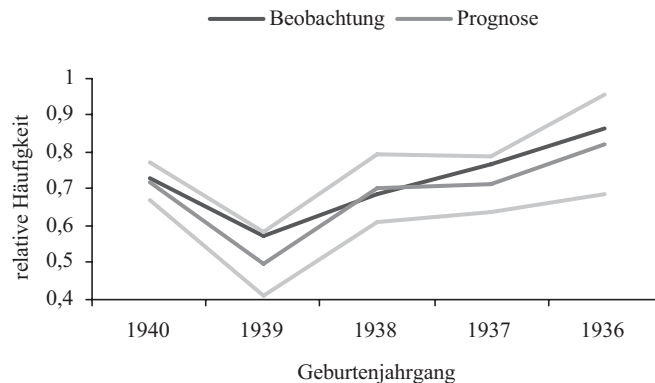


Abbildung 7.19: Männer, Entscheidung im Jahr 2000, Entgeltpunkte 1999 größer 0,4, Berücksichtigung der Zugangsvoraussetzungen,  $\kappa$  gemäß Gleichung 4.18; relative Häufigkeit

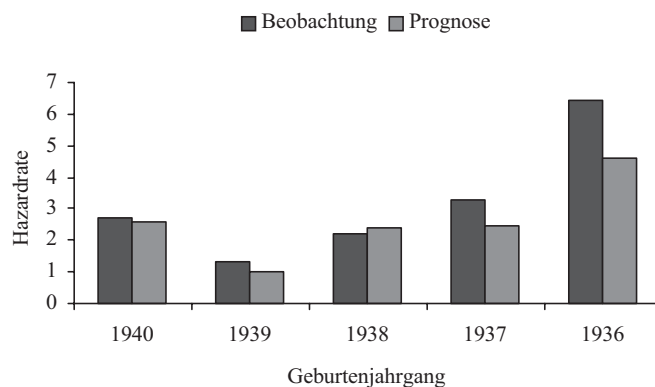


Abbildung 7.20: Männer, Entscheidung im Jahr 2000, Entgeltpunkte 1999 größer 0,4, Berücksichtigung der Zugangsvoraussetzungen,  $\kappa$  gemäß Gleichung 4.18; Hazardrate

In Abbildung 7.19 liegen alle beobachteten relativen Häufigkeiten für einen Rentenzugang im Jahr 2000 in einem 99 % Konfidenzband. Allerdings ist das Konfidenzband für den Geburtsjahrgang 1936 relativ breit, was darauf hindeutet, dass die Ergebnisse in diesem Fall nicht ganz so gut sind. Die grafische

Veranschaulichung der Ergebnisse für die Hazardraten macht dies deutlicher (vgl. Abbildung 7.20).

Mit der Teilstichprobe für den Rentenzugang 2001 lassen sich die Ergebnisse auch mit dieser Spezifikation nicht wiederholen.

### 7.2.3.3 Betrachtung unterschiedlicher Präferenzen nach Erwerbsstatus

Allerdings stellt sich die Frage, durch was die Präferenzen bestimmt werden. Ein Erklärungsversuch ist, dass bspw. Zeiten der Krankheit ohne Lohnfortzahlung auf gesundheitliche Einschränkungen der Leistungsfähigkeit im Berufsleben hinweisen und damit das Arbeitsleid erhöhen. Erfüllt der Versicherte die gesetzlichen Voraussetzung in diesem Zusammenhang, dann ist das ein sicheres Zeichen für einen Rentenzugang. Ein größeres  $\kappa$  in diesem Fall bildet entsprechende Präferenzen für einen raschen Rentenzugang ab. Diese Fragestellung wird mit der Modellierung aus Gleichung 4.19 abgebildet. Dazu werden die Merkmale für Arbeitslosigkeit und Bezug von Krankengeld aus dem variablen Teil der Versichertenkonten verwendet, jeweils für die Periode direkt nach dem Entscheidungszeitpunkt und die um eine Periode verzögerte. Dabei ist es unerheblich, wie lange ein Versicherter in der jeweiligen Periode das entsprechende Merkmal aufweist. Sind die Zugangsvoraussetzungen für eine Altersrente wegen Arbeitslosigkeit erfüllt, dann sind in der Regel in zwei aufeinanderfolgenden Kalenderjahren Zeiten der Arbeitslosigkeit zu beobachten. Außerdem wird ein Merkmal für den letzten Versicherungszeitpunkt aufgenommen. Dies dient der Überprüfung, ob Versicherte der Arbeiterrentenversicherung aufgrund einer körperlich anstrengenderen Tätigkeit höhere Präferenzen für einen Rentenzugang besitzen.

Interessant ist aber vor allem die Frage, welches Vorzeichen dabei für die Komponenten von  $\kappa$  eintritt. Zeiten der Krankheit ohne Lohnfortzahlung sollten, egal ob in der Periode, über die entschieden wird, oder der vorherigen das Arbeitsleid erhöhen. Im Bezug auf Zeiten der Arbeitslosigkeit ist dies nicht so einfach. Einerseits erhöht Arbeitslosigkeit die Wahrscheinlichkeit für einen Rentenzugang.  $\kappa$  sollte in diesem Fall größer 0 sein. Denkbar ist ebenso, dass sich ein arbeitsloser Versicherter selbst bereits als Altersrentner einschätzt. Für die Altersgruppen ab 60 Jahren ist das aufgrund der schlechten Aussichten, einen Arbeitsplatz zu finden, auch naheliegend, dass die Arbeitslosigkeit bereits als Ausstieg aus der Erwerbstätigkeit betrachtet wird. Unter dieser Hypothese ist  $\kappa = 1$  zu erwarten. Dies würde auch dafür sprechen,



dass der hier verwendete Zeitpunkt für eine Altersrente nicht mit dem subjektiven Empfinden der Versicherten übereinstimmen muss.

### Schätzergebnisse für den Geburtenjahrgang 1936

Wie die Zusammenfassung der Schätzergebnisse für den Geburtenjahrgang 1936 ohne die Versicherten, die 1995 weniger als 0,4 oder mehr als 1,6 Entgeltpunkte erwarben, in Tabelle 7.13 zeigt, treten bei dieser Modellierung unterschiedliche Vorzeichen bei den jeweiligen Merkmalen auf.

Tabelle 7.13: Männer, geboren 1936, Entgeltpunkte 1995 größer 0,4 und kleiner 1,6, Berücksichtigung der Zugangsvoraussetzungen,  $\kappa$  gemäß Gleichung 4.19

$N$	=	953
$LR (\chi^2_{12})$	=	484,4835
$\ln L$	=	-527,2552
$p$ -Wert	=	0,0 %
$R^2_{MF}$	=	31,4966 %

Parameter	Koeffizient	Std. Abw.	$z$ -Statistik	
$\alpha$	0,4320	0,7789	0,5546	
$\beta$	2,6122	1,2244	2,1335	
$\gamma$	0,6365	0,8485	-0,4284	(*)
$\kappa_0$	2,2277	2,0451	0,6003	(*)
$\kappa_1$	0,0961	0,3120	0,3081	
$\kappa_2$	-0,8132	1,6852	-0,4826	
$\kappa_3$	0,9020	0,3573	2,5244	
$\kappa_4$	-1,1366	1,6640	-0,6830	
$\kappa_5$	1,1182	0,5416	2,0648	
$\kappa_6$	1,5588	0,4664	3,3421	
$\kappa_7$	-2,1357	0,7672	-2,7838	
$\rho$	0,4356	0,2067	2,1077	
$\sigma_\omega$	2,8410	1,7663	1,0423	(*)

Hinweis: Siehe Tabelle 7.3, S. 105.

Der Optionswert ist eine entscheidende Determinante für den Rentenzugang.  $\beta$  ist signifikant von 0 verschieden. Die Koeffizienten  $\gamma$  und  $\kappa$  nehmen Werte an, die in dem Bereich des Erwarteten liegen.  $\gamma$  und  $\kappa_0$  entsprechen beide ungefähr

dem Ergebnis von Stock und Wise (1990), wobei  $\kappa_0$  in Tabelle 7.13 größer ist. Unter Berücksichtigung von Nettoeinkommen verschwinden die Unterschiede zum Teil. Auch hier entspricht  $\gamma$  und  $\kappa$  nicht den Restriktionen von Berkel und Börsch-Supan (2004). Die Korrelation nimmt im Vergleich zum Modell aus Tabelle 7.8 ab.  $\sigma_\omega$  nimmt eine Größenordnung an, die an den Ergebnissen für spätere Altersgruppen zweifeln lässt. Die Varianz steigt vom ersten Entscheidungszeitpunkt in  $t$  bis  $t + 1$  von 1 auf 8,26104 und beträgt in  $t + 2$  bereits 9,63877. Ab diesem Zeitpunkt steigt die Varianz langsam weiter an. Dabei ist die geschätzte Varianz von  $\sigma_\omega$  sehr hoch, so dass der Parameter nicht signifikant von 0 verschieden ist. Jedoch ist der Einfluss des Optionswertmodells auf die Entscheidungen ab  $t + 1$  in Frage gestellt, da  $\beta$  stets normiert betrachtet werden muss. Der Einfluss in  $t + 1$  ist damit um fast zwei Drittel geringer als in  $t$ . Unter Umständen ist ein Grund dafür, dass die Veränderungen im Nutzen durch Krankheit und Arbeitslosigkeit für die Rentenentscheidung ab einer Periode nach  $t$  keine Rolle mehr spielen. Am Anfang des Rentenzugangsfensters ist dies aber der Fall. Modifikationen des Schätzmodells in diesem Zusammenhang führten allerdings zu keinen Verbesserungen. Der deutliche Anstieg des logarithmierten Likelihoodwertes zeigt, dass die vorgenommene Spezifikation von  $\kappa$  eine deutliche Verbesserung des Erklärungsgehalts mit sich bringt.  $R_{MF}^2$  ist über 30 %.

Die Vorzeichen der den Faktor  $\kappa$  deutlich beeinflussenden Dummyvariablen weisen darauf hin, dass Arbeitslosigkeit und Krankheit ohne Lohnfortzahlung die Präferenzen für einen Rentenzugang erhöht. Sind alle anderen Einflussfaktoren gleich 0, dann erhöht die Tatsache, in der Periode nach dem Entscheidungszeitpunkt krank zu sein (siehe  $\kappa_6$ ),  $\kappa$  um 1,5588. 40.000 € in der Erwerbsphase lassen den Versicherten denselben Nutzen erzielen wie 10.563,81 € im Vergleich zu 17.955,40 € ohne Zeiten mit Bezug von Krankengeld in der Periode nach dem Entscheidungszeitpunkt. Werden allgemein nur in einer Periode Zeiten der Krankheit ohne Lohnfortzahlung beobachtet, ergeben sich deutlich größere Präferenzen für einen Rentenzugang (vgl. Ergebnisse für  $\kappa_5$  und  $\kappa_6$  in Tabelle 7.13). Sind dagegen in beiden Perioden Zeiten mit Bezug von Krankengeld enthalten, dann schwächt der Parameter der Interaktion der Zufallsvariablen ( $\kappa_7$ ) die Präferenzen für einen Rentenzugang wieder ab. Darin ist ein Zeichen dafür zu sehen, dass sich Versicherte mit einem langen oder häufigen Krankenbild nicht mehr als erwerbstätig sehen. Im Fall der Arbeitslosigkeit weisen die Parameter der Variablen für entsprechende Zeiten in der Vorperiode ( $\kappa_2$ ) und derjenigen, für die über einen

Rentenzugang entschieden wird ( $\kappa_3$ ), unterschiedliche Vorzeichen auf. Allerdings ist lediglich der Parameter für Fälle der Arbeitslosigkeit in der Entscheidungsperiode signifikant von 0 verschieden. Die Unterscheidung zwischen Erwerbstätigen, die zuletzt der Arbeiterrenten- oder der Angestelltenversicherung angehörten, ist ebenso nicht deutlich von 0 verschieden.

### Schätzergebnisse für das Kalenderjahr 2000

Diese Ergebnisse lassen sich mit Hilfe der Teilstichproben für die Versicherten, die über einen Rentenzugang im Jahr 2000 entscheiden und 1999 mehr als 0,4 und weniger als 1,6 Entgeltpunkte erwarben, teilweise bestätigen (vgl. Tabelle 7.14).

Tabelle 7.14: Männer, Entscheidung im Jahr 2000, Entgeltpunkte 1999 größer 0,4 und kleiner 1,6, Berücksichtigung der Zugangsvoraussetzungen,  $\kappa$  gemäß Gleichung 4.19

$N$	=	1.074
$LR (\chi^2_{12})$	=	297,2927
$\ln L$	=	-504,6878
$p$ -Wert	=	0,0 %
$R^2_{MF}$	=	22,7520 %

Parameter	Koeffizient	Std. Abw.	$z$ -Statistik	
$\alpha$	-0,8134	0,8772	-0,9273	
$\beta$	2,9214	1,2608	2,3170	
$\gamma$	0,5196	0,2710	1,7727	(*)
$\kappa_0$	4,5737	3,5773	0,9990	(*)
$\kappa_1$	-0,2673	0,2251	-1,1876	
$\kappa_2$	3,9335	3,6443	1,0794	
$\kappa_3$	-2,1274	2,19323	-0,9700	
$\kappa_4$	1,7271	2,7851	0,6201	
$\kappa_5$	-1,2773	1,9669	-0,6494	
$\kappa_6$	-1,3663	1,4015	-0,9749	
$\kappa_7$	3,2531	3,6954	0,8803	
$\rho$	0,2367	0,2464	0,9603	
$\sigma_\omega$	1,5595	0,6113	0,9151	(*)

Hinweis: Siehe Tabelle 7.3, S. 105.

$\beta$ , der entscheidende Parameter für den Optionswert, ist deutlich von 0 verschieden.  $\kappa_0$  ist höher als bisher (vgl. Tabelle C.14). Wie zuvor bei der Analyse der Teilstichprobe für den Geburtsjahrgang 1936 sinkt hier der Erklärungsgehalt der erklärenden Variablen ab der Periode  $t + 1$ . Die Varianz in  $t + 1$  beträgt 2,4880. Dies entspricht einem normierten  $\beta$ , das um 36,6015 % niedriger ist als in  $t$ . Diese Minderung fällt aber weniger stark aus als in Tabelle 7.13. Die Koeffizienten, die eine Veränderung in  $\kappa$  aufgrund der Zugehörigkeit zu einer Versichertengruppe, Arbeitslosigkeit oder Krankheit ohne Lohnfortzahlung abbilden, sind nicht signifikant von 0 verschieden. Ein Likelihood-Ratio-Test der Nullhypothese, dass die zusätzliche Spezifikation von  $\kappa$  keinen Einfluss hat, kann jedoch abgelehnt werden. Sind in der Periode vor dem Entscheidungszeitpunkt und gleichzeitig in der darauf folgenden Periode Zeiten der Arbeitslosigkeit oder Krankheit ohne Lohnfortzahlung zu beobachten, so sind erhöhte Präferenzen für eine Rente zu beobachten. Auf Basis der erzielbaren Nutzen entspricht ein Erwerbseinkommen in Höhe von 40.000 € einer Altersrente von 7.717,01 €, wenn der Fall eines Bezugs von Krankengeld in  $t$  und  $t - 1$  eintritt. Werden in den Perioden  $t - 1$  und  $t$  Zeiten der Arbeitslosigkeit beobachtet, dann reicht eine Altersrente von 4.934,02 € aus, um denselben Nutzen als Rentner zu erzielen wie Erwerbstätige, die weder krank noch arbeitslos sind. In dem Fall, dass keines der spezifizierten Merkmale beobachtet wird, stiften 8.745,59 € Altersrente denselben Nutzen.

Auch mit dieser Spezifikation lassen sich für die Analyse der Rentenentscheidung im Kalenderjahr 2001 keine Ergebnisse finden. Die diskutierten Modelle unter Verwendung der Spezifikationen für  $\alpha$  und  $\kappa$  lassen sich leider in keiner Stichprobe gemeinsam schätzen. Dieses Problem lässt sich auch nicht durch eine Variation der Einkommensgruppen beheben. Eine Modellierung von  $\alpha$  in Abhängigkeit von Arbeitslosigkeit und Krankheit ohne Lohnfortzahlung ergab ebenso keine Ergebnisse.

#### 7.2.4 Schätzergebnisse für Frauen

Ähnliche Ergebnisse für eine Teilstichprobe, die ausschließlich Frauen beinhaltet, sind schwer zu finden. Für die Analyse dieser Versichertengruppe wurde die Lebenserwartung entsprechend der bedingten Lebenserwartung einer 60-jährigen Frau auf  $S = 84$  gewählt (Quelle: [www.destatis.de](http://www.destatis.de)). Außerdem wird analog zu Stock und Wise (1990) angenommen, dass alle Versicherten ab einem Alter von 60 Jahren

über den Renteneintritt entscheiden. Für eine Teilstichprobe weiblicher Versicherter, geboren 1936, lassen sich die Ergebnisse aus Tabelle 7.15 finden.

Tabelle 7.15: Frauen, geboren 1936, Entgeltpunkte 1995 größer 0,4

Anzahl Beo.	=	1.132		
LR ( $\chi_5^2$ )	=	-520,9703		
Log Likelihood	=	-511,9275		
$p$ -Wert	=	0,0 %		
$R_{MF}^2$	=	33,7236 %		

Parameter	Koeffizient	Std. Abw.	z-Statistik	
$\alpha$	0,1874	1,0542	0,1778	
$\beta$	3,6125	1,2485	2,8935	
$\gamma$	0,4447	0,2333	-2,3802	(*)
$\kappa$	4,2411	3,0732	1,0546	(*)
$\rho$	0,8513	0,0765	11,1248	
$\sigma_\omega$	0,5758	0,3667	-1,1570	(*)

Hinweis: Siehe Tabelle 7.3, S. 105.

Der Optionswert hat in dieser Teilstichprobe, analog der Resultate für männliche Versicherte, einen signifikanten Einfluss auf die Rentenentscheidung. Mehr noch zeigt  $R_{MF}^2$  einen wesentlich höheren Erklärungsgehalt des Modells an, als in den vergleichbaren Ergebnissen aus Tabelle 7.3.  $\gamma = 0,4447$  liegt in dem erwarteten Bereich und ist signifikant von 1 verschieden.  $\kappa$  ist dies dagegen nicht. Es deutet hohe Präferenzen für einen Rentenzugang an. 1 € im Erwerbsleben entspricht 4,24 € in der Rentenphase. Auch in diesem Modell tritt eine hohe Korrelation auf.  $\sigma_\omega$  ist dagegen viel geringer als die Standardabweichung in  $t$ . Dies entspricht einer abnehmenden Unsicherheit über den Rentenzugang im Verlauf des Rentenzugangsfensters.

Die grafische Veranschaulichung der prognostizierten relativen Häufigkeiten zeigt, dass das Modell die beobachteten relativen Häufigkeiten sehr gut erklären kann. Sämtliche Beobachtungen werden durch ein 99 %-Konfidenzband abgedeckt. Gerade am Anfang des Renteneintrittsfensters kann das Modell das Ereignis Rente sehr gut erklären. Hier ist das Prognoseintervall besonders klein. Im Alter von 63 Jahren ist das Intervall bspw. wesentlich breiter und die beobachtete relative Häufigkeit liegt nur knapp unterhalb der oberen Begrenzung (vgl. Abbildung 7.21). Die kumulierten

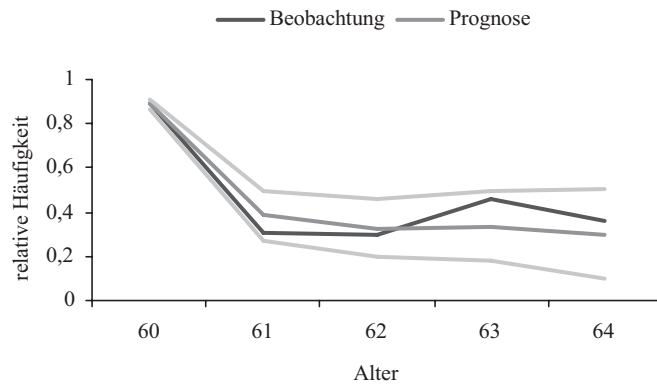


Abbildung 7.21: Frauen, geboren 1936, Entgeltpunkte 1995 größer 0,4; relative Häufigkeit

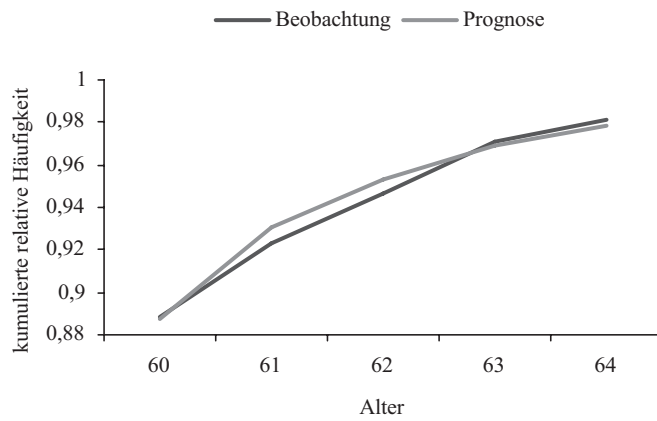


Abbildung 7.22: Frauen, geboren 1936, Entgeltpunkte 1995 größer 0,4; kumulierte relative Häufigkeit

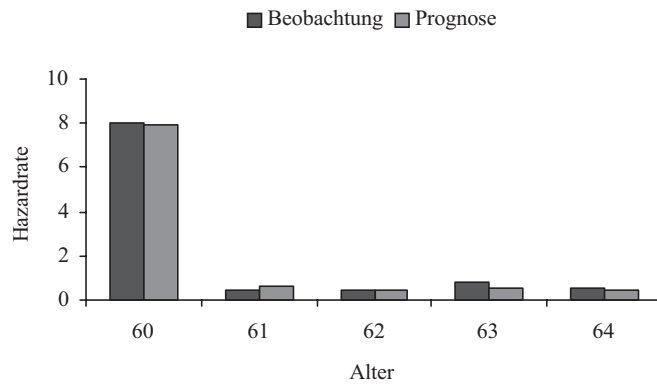


Abbildung 7.23: Frauen, geboren 1936, Entgeltpunkte 1995 größer 0,4; Hazardrate relativen Häufigkeiten zeigen eine leichte Überschätzung des Anteils der bis zum 61. bzw. 62. Lebensjahres in Rente gegangenen Frauen. Danach sind kaum Abweichung festzustellen (vgl. Abbildung 7.22).

Die Hazardraten machen den guten Erklärungsgehalt des Modells deutlich (vgl. Abbildung 7.23). Abweichungen wie bei den Männern (vgl. Abbildung 7.6) sind hier keine sichtbar.

### 7.3 Prognose der Auswirkungen von Rentenabschlägen

Mit den Rentenabschlägen in Höhe von 0,3 % je Kalendermonat, den ein Versicherter vor dem Beginn des 65. Lebensjahres (bzw. 63 bei Frauen) in Rente geht, werden zwei Ziele verfolgt: Zum einen soll der Rentenzugang in dem Sinne neutral sein, dass der Mehrnutzen aus einem Renteneintritt vor der gesetzlichen Regelaltersgrenze durch entsprechend niedrigere Rentenzahlungen kompensiert wird. Eine nutzenneutrale Ausgestaltung des Rentenzugangs trägt zur Rentengerechtigkeit unter den Versicherten in dem Sinne bei, dass ein Renteneintritt in einem Alter keinen höheren Nutzen stiftet als ein Rentenzugang in einem anderen Alter. Zum anderen werden mit Hilfe dieses Instruments Anreize zur Realisierung eines politisch nicht gewollten Zugangsverhaltens der Versicherten beseitigt. Sind Anreize für einen Rentenzugang in  $t$  vorhanden und haben diese signifikanten Einfluss auf die Rentenentscheidung, so sorgt eine Reduzierung dieser

Anreize für einen tendenziellen Aufschub des Renteneintritts. Diese Auswirkungen werden nun mit den vorherigen Ergebnissen quantifiziert. Die Veränderungen im Rentenzugangsverhalten bzw. den geschätzten Wahrscheinlichkeiten für einen Rentenzugang, können mit einem steigenden durchschnittlichen Rentenzugangsalter anschaulicher dargestellt werden. Schließlich orientiert sich daran auch die politische Diskussion.

Für die entsprechende Quantifizierung werden die Zusammenfassungen für die Teilstichprobe der 1936 Geborenen herangezogen. Im Falle der Modellierung der Rentenentscheidung für ein Kalenderjahr befinden sich die Versicherten in zwei unterschiedlichen Lebensjahren und deswegen kann die Auswirkung auf das durchschnittliche Rentenalter nicht korrekt abgebildet werden. Hinzu kommt, dass die Versicherten, die 1936 geboren wurden, von der Einführung der Abschläge durch die Rentenreformen in den 90er Jahren nicht berührt sind. Bei der Betrachtung eines bestimmten Jahres, für das über einen Rentenzugang entschieden wird, sind die Geburtenjahrgänge von der Einführung der Abschläge in unterschiedlichem Umfang betroffen. Dies kann zu Verzerrungen der Prognosen führen.

Auf Grundlage der Ergebnisse aus Tabelle 7.3 wird nun die Einführung von Rentenabschlägen in Höhe von 0,3 % bzw. 0,5 % abgeschätzt. Dabei wird zunächst die Rentenhöhe nach Einführung der Rentenabschläge ermittelt und der Optionswert bei veränderten Rentenansprüchen berechnet. Anschließend wird die Wahrscheinlichkeit für jeden Versicherten bestimmt, zum beobachteten Zeitpunkt in Altersrente zu gehen. Aus diesen Größen werden anschließend die bedingten Wahrscheinlichkeiten berechnet, in einem bestimmten Lebensjahr eine Altersrente in Anspruch zu nehmen, gegeben in den vorangegangenen Jahren erwerbstätig gewesen zu sein.

Tabelle 7.16: Männer, geboren 1936, Entgeltpunkte 1995 größer 0,4; Simulation

Alter	progn. rel. Häufigkeit		
	ohne	Abschlag 0,3 %	Abschlag 0,5 %
60	62,0037 %	28,6502 %	11,8012 %
61	28,8849 %	10,1812 %	3,7920 %
62	32,4080 %	12,1551 %	4,7361 %
63	39,1781 %	19,1196 %	9,5930 %
64	39,6042 %	23,5117 %	14,5010%

Hinweis: progn. rel. Häufigkeit steht für prognostizierte relative Häufigkeit.



Tabelle 7.16 zeigt, welche Auswirkungen die vollständige Umsetzung der Abschläge in Höhe von 3,6 % pro Jahr gemäß den Ergebnissen aus Tabelle 7.3 hat. Für einen 60-jährigen ist die Wahrscheinlichkeit für einen Renteneintritt nicht einmal mehr halb so hoch wie vor der Einführung. Mit 62 sinkt die Wahrscheinlichkeit für einen Rentenzugang sogar um 20 %-Punkte. Unter der Voraussetzung, dass jeder Versicherte spätestens mit 65 Jahren in Rente geht, ergibt sich ein erwartetes Rentenalter von 62,72 Jahren. Dies entspricht einem Anstieg um 1,7 Jahre, verursacht durch die Rentenabschläge für die Inanspruchnahme einer Altersrente vor dem 65. Lebensjahr. Einen ähnlichen Anstieg um 1,8 Jahre prognostizierten auch Berkel und Börsch-Supan (2004, S. 21). Im Unterschied zu den Ergebnissen dort sind nach den Simulationsergebnissen hier bereits mehr als 65,17 % der Versicherten vor Erreichen des 65. Lebensjahres nicht mehr erwerbstätig. Berkel und Börsch-Supan (2004) ermitteln für männliche Versicherte einen Anteil von 54,25 %, gegeben, nicht vor dem 60. Lebensjahr das Erwerbsleben beendet zu haben. Die Autoren prognostizieren einen wesentlich stärkeren Einfluss als es die Ergebnisse hier vermitteln. Dass sie auf dieselbe Erhöhung des durchschnittlichen Rentenalters kommen, liegt in der breiteren Definition des Rentenzugangsfensters vom 55. bis zum 65. Lebensjahr, wodurch auch andere Versichertengruppen erfasst werden. Nach der Betrachtung hier hätte die Einführung von Rentenabschlägen keine Auswirkung auf die Entscheidung dieser Gruppen.

Mehr noch zeigt ein Vergleich der Ergebnisse im Falle einer Anhebung der Abschläge auf 0,5 % pro Monat, dass sich auf Grundlage dieser Stichprobe ein erwartetes Rentenzugangsalter von 63,89 im Vergleich zu 64,9 bei Berkel und Börsch-Supan (2004, S. 21) ergibt. Da allerdings nicht jeder mit 65 Jahren in Rente geht, ergeben sich bei einem gegebenen durchschnittlichen Rentenalter von 66 Jahren für diejenigen, die nicht bis zum vollendeten 64. Lebensjahr eine Altersrente in Anspruch genommen haben, ein durchschnittliches Rentenalter über alle Altersgruppen von 64,52 (ohne Abschläge resultiert bei gegebenem Durchschnitt von 66 Jahren für die, die nach dem 64. Lebensjahr in Altersrente gehen, ein durchschnittlicher Wert von 61,08 Jahren). Im Falle, dass Versicherte, die nicht vor dem vollendeten 64. Lebensjahr eine Altersrente in Anspruch nehmen, durchschnittlich mit 67 Jahren das Erwerbsleben beenden, steigt das durchschnittliche Rentenalter über alle Altersgruppen von 61,15 auf 65,14 Jahre.

Bei Betrachtung der Ergebnisse aus Tabelle 7.17 werden die Auswirkungen durch die Berücksichtigung der Zugangsvoraussetzungen wesentlich geringer. Aufgrund der

Tabelle 7.17: Männer, geboren 1936, Entgeltpunkte 1995 größer 0,4, Berücksichtigung der Zugangsvoraussetzungen; Simulation

Alter	progn. rel. Häufigkeit		
	ohne	Abschlag 0,3 %	Abschlag 0,5 %
60	53,8416 %	37,2119 %	20,3421 %
61	18,3209 %	15,0964 %	9,0664 %
62	16,8488 %	15,9059 %	10,9604 %
63	60,6324 %	51,5943 %	38,8247 %
64	33,4882 %	42,1690 %	36,7116 %

Hinweis: progn. rel. Häufigkeit steht für prognostizierte relative Häufigkeit.

Ergebnisse aus Tabelle 7.8 und der Annahme, dass jeder Versicherte spätestens mit 65 Jahren in Rente geht, kann ein durchschnittliches Rentenalter von 61,11 Jahren bestimmt werden. Eine vollständige Umsetzung der Reform aus den 90er Jahren ergibt ein durchschnittliches Rentenalter von 61,95 Jahren. Die Erhöhung des durchschnittlichen Rentenalters über alle Altersgruppen beträgt ungefähr 0,85 Jahre. Wird dagegen ein durchschnittliches Rentenalter von 66 Jahren für diejenigen, die nicht spätestens mit 64 das Erwerbsleben verlassen, angenommen, dann wird ein Anstieg von 61,15 auf 62,08 Jahre prognostiziert. Im Falle eines durchschnittlichen Rentenalters von 67 für die Versichertengruppe, die ab dem 65. Lebensjahr das Erwerbsleben aufgibt, beträgt der Anstieg 1,01 Jahre. Im Vergleich zu den vorherigen Ergebnissen ist der Einfluss der Rentenabschläge stark geschrumpft. Berkel und Börsch-Supan (2004, S. 21) prognostizieren einen Anstieg um 1,8 Jahre. Die Differenz zwischen diesen beiden Schätzmodellen beträgt ungefähr 1 Jahr. Bei einem Rentenabschlag in Höhe von 0,5 % würde ein durchschnittliches Rentenzugangsalter von 62,82 Jahren ergeben. Dies entspricht ungefähr demselben Anstieg, den Berkel und Börsch-Supan (2004, S. 21) bereits für einen Abschlag von 0,3 % ermittelt haben.

Werden die Ergebnisse für das Schätzmodell aus Tabelle 7.11 herangezogen, in dem der Rentenzugang entsprechend dem Alter der vorzeitigen Inanspruchnahme als heterogen angenommen wurde, dann ergeben sich die relativen Häufigkeiten aus Tabelle 7.18. Es zeigt sich, dass bei vollständiger Umsetzung der Reformen der 90er Jahre das durchschnittliche Rentenalter sogar nur von 60,98 Jahre auf 61,70 Jahre steigt. Dabei wurde allerdings auch die Gruppe der Einkommensbezieher, die 1995 mehr als 1,6 Entgeltpunkte erwarben, vernachlässigt. Dies entspricht dem Anstieg,

den Börsch-Supan (1992, S. 556) auf Basis der Schätzung eines binären Logit-Modell für mehrere Perioden in Höhe von 0,5 Jahren ermittelt. Bei 0,5 % ist das Ergebnis ein Anstieg auf 62,66 Jahre. Im Vergleich dazu prognostizieren Berkel und Börsch-Supan (2004) die Auswirkung einer Einführung von Rentenabschlägen in Höhe von 0,3 % doppelt so hoch. Der Anstieg bei einem durchschnittlichen Rentenzugangsalter von 66 Jahren derjenigen Versicherten, die nicht vor einem Alter von 65 Jahren in Altersrente gehen, verläuft von 61,03 auf 61,86 Jahre bei 3,6 % Rentenabschläge pro Jahr bzw. auf 63,34 bei 6 % Rentenabschläge pro Jahr. Der Rückgang der relativen Häufigkeiten fällt stärker aus als in Tabelle 7.17. Dort geht der Anteil derjenigen, die das Erwerbsleben vor Erreichen des 65. Lebensjahres beenden, im Schätzmodell von 96,0 % auf 87,45 % durch die Einführung der Abschläge zurück. In dieser Spezifikation verlassen 84,45 % das Erwerbsleben vor dem 65. Lebensjahr im Vergleich zu 95,19 % vor Einführung der Abschläge.

Tabelle 7.18: Männer, geboren 1936, Entgeltpunkte 1995 größer 0,4 und kleiner 1,6, Berücksichtigung der Zugangsvoraussetzungen,  $\kappa$  gemäß Gleichung 4.18; Simulation

Alter	progn. rel. Häufigkeit		
	ohne	Abschlag 0,3 %	Abschlag 0,5 %
60	64,6108 %	49,4480 %	31,6871 %
61	20,5107 %	11,1071 %	5,1453 %
62	14,9716 %	7,7516 %	4,1255 %
63	74,7713 %	57,2298 %	40,3511 %
64	20,2714 %	12,2824 %	8,4129 %

Hinweis: progn. rel. Häufigkeit steht für prognostizierte relative Häufigkeit.

Für die Teilstichprobe der weiblichen Versicherten des Geburtsjahrgangs 1936 wird ebenso wie für männliche Versicherte die Anhebung der Regelaltersgrenze auf das 65. Lebensjahr simuliert. Die Rentenabschläge haben einen ähnlichen Einfluss auf die relativen Häufigkeiten für einen Renteneintritt. Das durchschnittliche Rentenalter steigt lediglich von 60,28 auf 60,89 Jahre, wenn die Rentenabschlagsregelungen vollständig umgesetzt sind und auf 61,73 Jahre bei 0,5 %. Bei der Berechnung wurde angenommen, dass die Versicherten, die nicht mit 64 Jahren in Altersrente gehen, im anschließenden Lebensjahr das Erwerbsleben verlassen. Liegt der Durchschnitt für diese Gruppe bei 66 Jahren, dann steigt das durchschnittliche Rentenzugangsalter über alle Altersgruppen von 60,30 auf 60,97 Jahre bei 3,6 % pro Jahr und 61,91 Jahre bei 6 %. Die Änderung im Vergleich zu der Annahme, dass Versicherte spätestens

mit 65 das Erwerbsleben verlassen, sind marginal.

Tabelle 7.19: Frauen, geboren 1936, Entgeltpunkte 1995 größer 0,4; Simulation

Alter	progn. rel. Häufigkeit		
	ohne	Abschlag 0,3 %	Abschlag 0,5 %
60	88,7640 %	69,0016 %	45,2321 %
61	38,3673 %	29,3196 %	22,3448 %
62	32,6803 %	26,5178 %	22,0707 %
63	33,5912 %	29,3450 %	26,3518 %
64	32,3006 %	27,2512 %	25,4281 %

Hinweis: progn. rel. Häufigkeit steht für prognostizierte relative Häufigkeit.

Durch die Vernachlässigung bestimmter Einkommensgruppen ist zu erwarten, dass auch diese Prognosen die Auswirkungen der Rentenabschläge überschätzen. Denn Versicherte mit hohem Einkommen arbeiten tendenziell länger (vgl. Tabelle 6.3), so dass für diese Gruppe der zeitliche Abstand zwischen dem Zugangsalter und der gesetzlichen Altersgrenze nicht so groß ist. Damit ist die Auswirkung einer solchen Reform tendenziell kleiner. Für Versicherte mit niedrigem Einkommen wurde dagegen gezeigt, dass für sie das Modell nicht identifiziert werden kann, so dass für diese Gruppe die Auswirkungen nicht messbar sind.

## 7.4 Zusammenfassung

Aus den Ergebnissen der Schätzungen kann der Schluss gezogen werden, dass der Optionswert einen signifikanten Einfluss auf die Rentenentscheidung hat. Dies zeigt, dass das Rentensystem Anreize für ein bestimmtes Zugangsverhalten setzt.

Aber diese Anreize konnten nicht für alle Versicherten gefunden werden. Niedrige Einkommensgruppen reagieren gar nicht auf diese. Wahrscheinlich ist, dass für sie andere Kriterien relevant sind. Dazu gehört die Frage, wie der Lebensunterhalt bestritten werden kann. Einen wichtigen Beitrag leistet hier, auch im hohen Alter, die Erwerbstätigkeit, da die Rentenansprüche meistens nur gering sind.

Bei Betrachtung der Zusammenfassungen dieser Ergebnisse zeigt sich, dass eine Vernachlässigung der temporären Abhängigkeit aufeinanderfolgender Rentenentscheidungen zu verzerrten Schätzungen der Parameter des Optionswertes führen

kann (vgl. Ergebnisse aus den Tabellen 7.7 und C.9 im Anhang). Zum Teil lassen sich sogar gar keine Ergebnisse unter dieser Restriktion finden, wie für die Modellierung der Rentenentscheidung für das Jahr 2000. Vor allem ist darin die Gefahr zu sehen, dass die Ergebnisse ein falsches Bild bezüglich des Optionswertes insgesamt wiedergeben. Letztlich ist darin ein Vorteil einer dynamischen Betrachtung des Rentenzugangs zu sehen. Es werden Komponenten des Entscheidungsprozesses abgebildet, die in einer statischen Betrachtung nicht erfasst werden können und damit die Schätzergebnisse verbessert.

Anhand der vorliegenden Erwerbshistorie eines Versicherten kann der Weg in die Rente nachvollzogen werden. Mehr noch ergeben sich Anhaltspunkte dafür, ab welchem Zeitpunkt die Rentenentscheidung angegangen wird und monetäre Anreize des Rentensystems relevant sein können. Dies unterstreichen die Ergebnisse, die sich bei Berücksichtigung der gesetzlichen Bestimmungen einstellen. Denn diese Modelle erklären das Zugangsverhalten deutlich besser als ohne die Berücksichtigung der gesetzlichen Voraussetzungen. Dies wird mit der verbesserten Prognose der Zugangsspitzen unterstrichen. Die Einbeziehung der regulatorischen Rahmens in die Modellierung der Wahrscheinlichkeiten führt zu einem wesentlichen besseren Anpassung an die Beobachtungen als dies die Modellierung von Stock und Wise (1990) erreicht.

Spuren für eine Ungleichbehandlung der Versicherten durch die gesetzlichen Bestimmungen, die eine unterschiedliche Altersrente in Anspruch nehmen, wurden nicht gefunden. Darüber hinaus haben konjunkturelle Einflüsse einen entscheidenden Beitrag an dem Rentenzugangsverhalten. Es wurde gezeigt, dass die Versicherten bezüglich einer vorzeitigen Inanspruchnahme einer Altersrente besondere Präferenzen besitzen. Zum Teil können diese über den Erwerbsstatus erklärt werden. Arbeitslosigkeit bzw. Krankheit wurden als entscheidende Determinanten hierfür ausgemacht. Allerdings sind die Ergebnisse für Altersgruppen, die älter als 60 Jahre sind, nicht eindeutig.

Bei der Quantifizierung der Ergebnisse zeigt sich, dass die Auswirkungen durch die Einführung der Rentenabschläge bisher überschätzt wurden. Das durchschnittliche Rentenzugangsalter wird sich dadurch lediglich um weniger als ein Jahr erhöhen (vgl. Tabelle 7.17). Eine Erhöhung des Abschlagssatzes ändert dieses Ergebnis nur wenig.

# Kapitel 8

## Diskussion

Das Optionswertmodell von Stock und Wise (1990) wird in der Analyse der Rentenentscheidung selten frei geschätzt. Neben bspw. Lumsdaine et al. (1996) und Burkhauser et al. (2004) für die USA, wird ein solches Modell von Börsch-Supan (1992) für Deutschland geschätzt. Nachfolgende Arbeiten restringieren die Parameter auf Grundlage dieser Ergebnisse. Das Modell wird zur Ableitung eines Messinstruments der Anreize von Rentenversicherungssystemen verwendet. Das vorausschauende Element und die Dynamik der Rentenentscheidung gehen verloren.

In dieser Arbeit wird das Optionswertmodell frei geschätzt. Als Modellrahmen dient ein binäres Probit-Modell für mehrere Perioden. Im Vergleich zu der Arbeit von Börsch-Supan (1992) hat dieses Modell den Vorteil, dass sich die Varianz-/Kovarianzmatrix der Störterme modellieren lässt. Bei dem von Börsch-Supan (1992) verwendeten binären Mehrperioden-Logit-Modell ist dies nicht möglich.

Die verwendete Versichertenkontenstichprobe unterscheidet sich wesentlich von den SOEP-Daten, die bisher immer für Schätzungen der Rentenentscheidung in Deutschland verwendet wurden. Zum einen sind die erworbenen Rentenansprüche enthalten, die bisher geschätzt werden mussten. Zum anderen ist der aktuelle Rentenbeginn bekannt. Dieser erübrigt die Festlegung des Renteneintrittszeitpunktes anhand von Merkmalen wie Einkommen oder angebotenen Arbeitsstunden. Darüber hinaus werden Verzerrungen aufgrund dieser Annahmen vermieden. Ein anderer Gesichtspunkt dieser Arbeit ist, dass das Renteneintrittsfenster in Abhängigkeit des Alters betrachtet wird, ab dem eine vorzeitige

Inanspruchnahme einer Altersrente möglich ist. Dadurch wird die Rentenentscheidung ausschließlich für Versicherte modelliert, die auch das Erwerbsleben beenden können. Dies wird erst durch die detaillierten Informationen über Arbeitslosigkeit, Altersteilzeit und den Bezug von Krankengeld aus dem variablen Teil der Versichertenkontenstichprobe möglich. Dabei ist die hohe Verlässlichkeit der Daten hervorzuheben, die im Gegensatz zum SOEP nicht auf der Selbstauskunft eines Versicherten beruhen.

Die Schätzergebnisse für die Parameter sind von den vorgenommenen Restriktionen im Rahmen der Analyse der Rentenentscheidung für Deutschland verschieden (vgl. Berkel und Börsch-Supan, 2004). Zwar kann kein statistisch signifikanter Unterschied gezeigt werden, dies liegt allerdings an einem generellen Problem der Ergebnisse in dieser Arbeit, dass die Parameter des Optionswertes mit einer sehr hohen Varianz geschätzt werden. Jedoch ergeben sich deutliche Unterschiede bei der Quantifizierung des Einflusses von dem Optionswert. Darüber hinaus zeigen die Ergebnisse, dass die Versicherten bezüglich des Rentenzugangs heterogene Präferenzen haben. Diese lassen sich zum Teil durch den Bezug von Krankengeld und Arbeitslosigkeit erklären. Diese Art der Betrachtung des Rentenzugangs unterblieb bisher, stellt aber eine gute Erweiterung zur Modellierung von Stock und Wise (1990) und Lumsdaine et al. (1996) dar, die unterschiedliche Präferenzen für eine Altersrente in Abhängigkeit des Alters und des Familienstandes modellieren. Mit der Betrachtung hier wurden wichtige Determinanten des Renteneintritts, der Optionswert, der Erwerbsstatus und die Erwerbsfähigkeit, gemeinsam untersucht.

Ein Vergleich der Auswirkungen durch die Einführung von Rentenabschlägen in Höhe von 0,3 % je Monat, den ein Versicherter eine Altersrente vorzeitig in Anspruch nimmt, ergibt, dass die bisherigen Einschätzungen zu hoch sind. Berkel und Börsch-Supan (2004, S. 21) prognostizieren eine Anhebung um 1,8 Jahre. Die Ergebnisse hier liegen um 1 Jahr niedriger. Mehr noch muss berücksichtigt werden, dass in den Teilstichproben, die dieser Arbeit zugrunde liegen, viele Versicherten fehlen. Das sind diejenigen Beitragszahler, deren Einkommen über der Beitragsbemessungsgrenze liegt. Außerdem konnte für die Versicherten mit niedrigem Einkommen das Optionswertmodell nicht geschätzt werden. Gerade die Gruppe mit hohem Erwerbseinkommen geht tendenziell später in Rente (vgl. Tabelle 6.3). Die andere ist von Veränderungen der Anreize des Rentensystems nicht berührt. Damit dürften die geschätzten Auswirkungen einer Einführung von Rentenabschlägen insgesamt niedriger sein als die hier prognostizierten.

Letztlich können mit den Rentenabschlägen zwei Ziele verfolgt werden: Zum einen kann damit das Versicherungssystem dementsprechend ausgestaltet werden, dass es anreizneutral ist. Der Zugang in einem Rentenalter sollte nicht zu einem höheren Nutzen führen als der zu einem späteren Zeitpunkt. Allerdings stellt sich dabei die Frage, wie solche Abschläge aussehen. Dieses Ziel kann lediglich im Durchschnitt erreicht werden. Dies ist unabhängig davon, welches Instrumentarium zur Messung der entsprechenden Anreize herangezogen wird.

Zum anderen kann ein weiteres Ziel in der Steuerung des Rentenzugangsverhaltens gesehen werden. Gemäß den Schätzergebnissen führen geringere Anreize, in einem bestimmten Alter eine Altersrente in Anspruch zu nehmen, zu einer geringeren Wahrscheinlichkeit, das Erwerbsleben zu verlassen. Die Auswirkungen auf das durchschnittliche Rentenzugangsalter sind allerdings gering. Ein Grund hierfür sind die Anziehungspunkte, die das System durch das Angebot der Altersrente setzt. Allerdings kann es hier sehr leicht zu einem Konflikt zwischen Rentengerechtigkeit einerseits und Steuerung des Rentenzugangsverhaltens andererseits kommen. Es ist unwahrscheinlich, dass die Abschläge zum Erreichen unterschiedlicher Zielsetzungen gleich sind. Dagegen deuten die Prognosen einer Erhöhung von 0,3 % auf 0,5 % an, dass eine Veränderung des durchschnittlichen Rentenzugangs um mehr als 1 Jahr sehr hohe Abschlagssätze verlangt.

Betrachtet man die fernere Lebenserwartung eines 65-jährigen Versichertenrentners, so zeigt sich in den vergangenen 20 Jahren ein Anstieg um mehr als 2,6 Jahre (vgl. Tabelle 8.1).

Tabelle 8.1: Fernere Lebenserwartung eines 65-jährigen Versichertenrentners

Jahr	1983/85	1994/96	1998/00	2003/05
Durchschnittliche Rentenbezugsdauer	13,65	14,80	15,55	16,27

vgl. Deutsche Rentenversicherung Bund (2006), S. 94

Vor diesem Hintergrund schlägt die „Rürup Kommission“ eine Anhebung der Altersgrenze um 2 Jahre vor (vgl. Nachhaltigkeit in der Finanzierung der Sozialen Sicherungssysteme, 2003, S. 84). Ein Abschlag in Höhe von 0,5 % pro Monat würde ein solches Ziel nicht realisieren. Um eine Erhöhung des durchschnittlichen Rentenzugangsalters zu erreichen, sind Rentenabschläge ungeeignet. So stellen auch Ohsmann und Kaldybajewa (2002, S. 186) bereits fest, dass die Versicherten



eher bereit sind, für einen vorgezogenen Altersrentenbezug Rentenabschläge hinzunehmen, als den Rentenzugang aufzuschieben.

Die stufenweise Anhebung der Regelaltersgrenze auf 67 Jahre und entsprechender Anhebungen des Zugangsalters bei anderen Renten sind aus diesem Grund eine folgerichtige Maßnahme, um der steigenden Rentenbezugsdauer entgegenzuwirken und damit den Beitragssatz stabil zu halten. Diese Heraufsetzung der Altersgrenzen ist allerdings nur dann wirksam, wenn keine Ausweichmöglichkeiten geschaffen werden, das Erwerbsleben zu beenden. Diese können bspw. in einer großzügigen Auslegung der Regelungen bezüglich der Rente wegen Erwerbsminderung bestehen. Um diesen Zugang wirksam zu beschränken, ist das von de Jong et al. (2006) beschriebene Screening eine wirksame Methode. Durch Wiedereingliederungsberichte wird es für Unternehmen unattraktiv, Arbeitnehmer zur Aufgabe ihres Arbeitsplatz durch entsprechende Abfindungszahlungen zu bewegen. Die eigentliche Schwierigkeit besteht in der Glaubhaftmachung, dass eine Wiedereingliederung des Arbeitnehmers nach einer Krankheit fehlgeschlagen ist und nicht in dem Aushandeln einer Abfindungszahlung. Auch Arbeitnehmern wird die Beantragung einer Rente dadurch erschwert und ein Ausweichen auf andere Versichertenrenten zur Beendigung des Erwerbslebens verhindert. Ob andere Instrumente ebenso geeignet wären, ist nicht Bestandteil dieser Arbeit. Genauso wie die Zukunft zeigen wird, ob die Anhebung der Altersgrenze um 2 Jahre ausreichend ist.

In diesem Sinne kann auch die Antwort auf die Ausgangsfrage nach dem Versagen der Rentenabschläge als Steuerungsinstrument des Rentenzugangsverhaltens gegeben werden. Die Rentenabschläge sind entsprechend dieser Ergebnisse schlecht geeignet, um entsprechende Veränderungen zu erreichen. Darin ein Versagen zu sehen, ist allerdings nicht angebracht. Die Effekte auf das durchschnittliche Rentenzugangsalter durch die Einführung von Rentenabschlägen sind eben nur marginal.

# Anhang A

## Beispieldatensätze

In diesem Abschnitt sind drei Datensätze aus der Versichertenkontenstichprobe in Tabellen aufgearbeitet. Bei den datentechnischen Merkmalen und im variablen Teil befinden sich in der letzten Spalte vom Autor hinzugefügten Ausprägungen als Erläuterung (vgl. Tabelle 6.2 für den variablen Teil).

Hinweise: AR steht für Arbeiterrentenversicherung, AN für Angestelltenversicherung und KN für Knappschaft. FRG ist die Abkürzung für Fremdrentengesetz. EGP steht für Entgeltpunkte, durchschn. für durchschnittlich und monatl. für monatlich. eig. Vers. ist die Kurzform für eigene Versicherung.

### A.1 Unbekannte Art der Altersrente

	Datentechnische Merkmale	
Berichtsjahr:	2001	
Zählernummer:	3109	
Geschlecht:	1	männlich
Geburtsmonat/-jahr:	12/1940	
Personenkreis:	16	Rente wegen Alters
Zeitpunkt (aktueller) Rentenbeginn:	05/2001	
Anzahl der Kinder:	0	
FRG-Land:	0	ohne FRG-Zeiten
Letzter Zweig:	1	AR
Anzahl der variablen Teile:	13	

### **Werte aus der Gesamtleistungsberechnung**

Durchschn. monatl. EGP aus der Grundbewertung:	0,0763
Durchschn. monatl. EGP aus der Vergleichsbewertung:	0,0769
Gesamtzeitraum:	540
Belegungsfähige Kalendermonate aus der Grundbewertung	520
Belegungsfähige Kalendermonate aus der Vergleichsbewertung:	510
Anteil Entgeltpunkte Ost:	1,0000

### **Werte aus der Rentenberechnung: AR/AV**

Keine Einträge

### **Werte aus der Rentenberechnung: AR/AV (Ost)**

Summe der EGP für alle Beitragszeiten:	039,0159
Summe der EGP für alle beitragsfreien Zeiten:	000,9997
Zusätzliche EGP für alle beitragsgeminderten Zeiten:	000,3186
Summe der EGP:	040,3342
Persönliche EGP:	038,7612
Vollwertige Beitragszeiten:	464
Beitragsgeminderte Zeiten:	049
Zurechnungszeit:	000

### **Werte aus der Rentenberechnung: KN**

Keine Einträge

### **Werte aus der Rentenberechnung: KN (Ost)**

Keine Einträge

### **Variabler Teil des Datensatzes**

Beitragsart:	01	sonstiger Pflichtbeitrag
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	5	keine, mit Zuordnung EGP (Ost)
von	01/1992	
bis	12/1992	
Anzahl der Monate:	12	
Originäre EGP:	00,9230	
Angerechnete EGP:	00,9230	

Beitragsart:	01	sonstiger Pflichtbeitrag
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	5	keine, mit Zuordnung EGP (Ost)
von	01/1993	
bis	12/1993	
Anzahl der Monate:	12	
Originäre EGP:	00,9350	
Angerechnete EGP:	00,9350	

Beitragsart:	01	sonstiger Pflichtbeitrag
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	5	keine, mit Zuordnung EGP (Ost)
von	01/1994	
bis	12/1994	
Anzahl der Monate:	12	
Originäre EGP:	00,8950	
Angerechnete EGP:	00,8950	

Beitragsart:	01	sonstiger Pflichtbeitrag
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	5	keine, mit Zuordnung EGP (Ost)
von	01/1995	
bis	12/1995	
Anzahl der Monate:	12	
Originäre EGP:	00,9270	
Angerechnete EGP:	00,8950	

Beitragsart:	01	sonstiger Pflichtbeitrag
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	5	keine, mit Zuordnung EGP (Ost)
von	01/1996	
bis	12/1996	
Anzahl der Monate:	12	
Originäre EGP:	00,9290	
Angerechnete EGP:	00,9290	

Beitragsart:	01	sonstiger Pflichtbeitrag
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	5	keine, mit Zuordnung EGP (Ost)
von	01/1997	
bis	12/1997	
Anzahl der Monate:	12	
Originäre EGP:	00,9230	
Angerechnete EGP:	00,9230	

Beitragsart:	01	sonstiger Pflichtbeitrag
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	5	keine, mit Zuordnung EGP (Ost)
von	01/1998	
bis	12/1998	
Anzahl der Monate:	12	
Originäre EGP:	00,9390	
Angerechnete EGP:	00,9390	

Beitragsart:	01	sonstiger Pflichtbeitrag
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	5	keine, mit Zuordnung EGP (Ost)
von	01/1999	
bis	12/1999	
Anzahl der Monate:	12	
Originäre EGP:	00,9610	
Angerechnete EGP:	00,9610	

Beitragsart:	01	sonstiger Pflichtbeitrag
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	5	keine, mit Zuordnung EGP (Ost)
von	01/2000	
bis	12/2000	
Anzahl der Monate:	12	
Originäre EGP:	00,9650	
Angerechnete EGP:	00,9650	

Beitragsart:	01	sonstiger Pflichtbeitrag
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	5	keine, mit Zuordnung EGP (Ost)
von	01/2001	
bis	01/2001	
Anzahl der Monate:	1	
Originäre EGP:	00,0750	
Angerechnete EGP:	00,0750	

Beitragsart:	01	sonstiger Pflichtbeitrag
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	5	keine, mit Zuordnung EGP (Ost)
von	02/2001	
bis	04/2001	
Anzahl der Monate:	3	
Originäre EGP:	00,2290	
Angerechnete EGP:	00,2290	

Beitragsart:	70	Rentenbezugszeit aus eig. Vers.
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezug aus eig. Vers.:		
von	05/2001	
bis	12/2001	
Anzahl der Monate:	8	
Originäre EGP:		
Angerechnete EGP:		

Beitragsart:	70	Rentenbezugszeit aus eig. Vers.
Beitragsgeminderte Zeit:	1	ja
Rentenbezug aus eig. Vers.:		
von	05/2001	
bis	12/2001	
Anzahl der Monate:	8	
Originäre EGP:	0,0000	
Angerechnete EGP:		

## A.2 Bezug von Krankengeld

<b>Datentechnische Merkmale</b>		
Berichtsjahr:	2001	
Zählernummer:	21873	
Geschlecht:	1	männlich
Geburtsmonat/-jahr:	01/1940	
Personenkreis:	16	Rente wegen Alters
Zeitpunkt (aktueller) Rentenbeginn:	06/2001	
Anzahl der Kinder:	0	
FRG-Land:	0	ohne FRG-Zeiten
Letzter Zweig:	1	AR
Anzahl der variablen Teile:	18	

### **Werte aus der Gesamtleistungsberechnung**

Durchschn. monatl. EGP aus der Grundbewertung:	0,1119
Durchschn. monatl. EGP aus der Vergleichsbewertung:	0,1119
Gesamtzeitraum:	560
Belegungsfähige Kalendermonate aus der Grundbewertung	550
Belegungsfähige Kalendermonate aus der Vergleichsbewertung:	550
Anteil Entgeltpunkte Ost:	0,0000

### **Werte aus der Rentenberechnung: AR/AV**

Summe der EGP für alle Beitragszeiten:	059,0476
Summe der EGP für alle beitragsfreien Zeiten:	000,0000
Zusätzliche EGP für alle beitragsgeminderten Zeiten:	001,9826
Summe der EGP:	061,0302
Persönliche EGP:	058,6500
Vollwertige Beitragszeiten:	512
Beitragsgeminderte Zeiten:	41
Zurechnungszeit:	000

**Werte aus der Rentenberechnung: AR/AV (Ost)**

Keine Einträge

**Werte aus der Rentenberechnung: KN**

Keine Einträge

**Werte aus der Rentenberechnung: KN (Ost)**

Keine Einträge

**Variabler Teil des Datensatzes**

Beitragsart:	01	sonstiger Pflichtbeitrag
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	0	keine
von	01/1992	
bis	12/1992	
Anzahl der Monate:	12	
Originäre EGP:	01,4370	
Angerechnete EGP:	01,4370	

Beitragsart:	01	sonstiger Pflichtbeitrag
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	0	keine
von	01/1993	
bis	12/1993	
Anzahl der Monate:	12	
Originäre EGP:	01,3730	
Angerechnete EGP:	01,3730	

Beitragsart:	01	sonstiger Pflichtbeitrag
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	0	keine
von	01/1994	
bis	12/1994	
Anzahl der Monate:	12	
Originäre EGP:	01,3710	
Angerechnete EGP:	01,3710	



Beitragsart:	01	sonstiger Pflichtbeitrag
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	0	keine
von	01/1995	
bis	12/1995	
Anzahl der Monate:	12	
Originäre EGP:	01,4850	
Angerechnete EGP:	01,4850	

Beitragsart:	01	sonstiger Pflichtbeitrag
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	0	keine
von	01/1996	
bis	12/1996	
Anzahl der Monate:	12	
Originäre EGP:	01,3450	
Angerechnete EGP:	01,3450	

Beitragsart:	01	sonstiger Pflichtbeitrag
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	0	keine
von	01/1997	
bis	12/1997	
Anzahl der Monate:	12	
Originäre EGP:	01,3410	
Angerechnete EGP:	01,3410	

Beitragsart:	01	sonstiger Pflichtbeitrag
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	0	keine
von	01/1998	
bis	12/1998	
Anzahl der Monate:	12	
Originäre EGP:	01,4130	
Angerechnete EGP:	01,4130	

Beitragsart:	01	sonstiger Pflichtbeitrag
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	0	keine
von	01/1999	
bis	12/1999	
Anzahl der Monate:	12	
Originäre EGP:	01,4610	
Angerechnete EGP:	01,4610	
Beitragsart:	01	sonstiger Pflichtbeitrag
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	0	keine
von	01/2000	
bis	11/2000	
Anzahl der Monate:	11	
Originäre EGP:	01,3250	
Angerechnete EGP:	01,3250	
Beitragsart:	12	Pflichtbeitrag wegen Bezug von Krankengeld
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	0	keine
von	11/2000	
bis	12/2000	
Anzahl der Monate:	1	
Originäre EGP:	00,1230	
Angerechnete EGP:	00,1230	
Beitragsart:	12	Pflichtbeitrag wegen Bezug von Krankengeld
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	0	keine
von	01/2001	
bis	01/2001	
Anzahl der Monate:	0	
Originäre EGP:	00,0150	
Angerechnete EGP:	00,0150	

Beitragsart:	01	sonstiger Pflichtbeitrag
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	0	keine
von	01/2001	
bis	01/2001	
Anzahl der Monate:	1	
Originäre EGP:	00,0550	
Angerechnete EGP:	00,0550	
Beitragsart:	12	Pflichtbeitrag wegen Bezug von Krankengeld
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	0	keine
von	02/2001	
bis	03/2001	
Anzahl der Monate:	1	
Originäre EGP:	00,1190	
Angerechnete EGP:	00,1190	
Beitragsart:	01	sonstiger Pflichtbeitrag
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	0	keine
von	03/2001	
bis	04/2001	
Anzahl der Monate:	2	
Originäre EGP:	00,2790	
Angerechnete EGP:	00,2790	
Beitragsart:	12	Pflichtbeitrag wegen Bezug von Krankengeld
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	0	keine
von	04/2001	
bis	05/2001	
Anzahl der Monate:	0	
Originäre EGP:	00,0610	
Angerechnete EGP:	00,0610	

Beitragsart:	01	sonstiger Pflichtbeitrag
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	0	keine
von	05/2001	
bis	05/2001	
Anzahl der Monate:	1	
Originäre EGP:	00,0870	
Angerechnete EGP:	00,0870	

Beitragsart:	70	Rentenbezug aus eig. Vers.
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:		
von	06/2001	
bis	12/2001	
Anzahl der Monate:	7	
Originäre EGP:		
Angerechnete EGP:		

Beitragsart:	70	Rentenbezug aus eig. Vers.
Beitragsgeminderte Zeit:	1	ja
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:		
von	06/2001	
bis	12/2001	
Anzahl der Monate:	7	
Originäre EGP:	00,0000	
Angerechnete EGP:	00,0000	

## A.3 Arbeitslosigkeit und Altersteilzeit

<b>Datentechnische Merkmale</b>		
Berichtsjahr:	2001	
Zählernummer:	37681	
Geschlecht:	1	männlich
Geburtsmonat/-jahr:	11/1941	
Personenkreis:	16	Rente wegen Alters
Zeitpunkt (aktueller) Rentenbeginn:	12/2001	
Anzahl der Kinder:	0	
FRG-Land:	0	ohne FRG-Zeiten
Letzter Zweig:	1	AR (Arbeiterrenten Versicherung)
Anzahl der variablen Teile:	23	

### **Werte aus der Gesamtleistungsberechnung**

Durchschn. monatl. EGP aus der Grundbewertung:	0,1129
Durchschn. monatl. EGP aus der Vergleichsbewertung:	0,1150
Gesamtzeitraum:	540
Belegungsfähige Kalendermonate aus der Grundbewertung	520
Belegungsfähige Kalendermonate aus der Vergleichsbewertung:	500
Anteil Entgeltpunkte Ost:	0,0000

### **Werte aus der Rentenberechnung: AR/AV**

Summe der EGP für alle Beitragszeiten:	055,2524
Summe der EGP für alle beitragsfreien Zeiten:	001,5450
Zusätzliche EGP für alle beitragsgeminderten Zeiten:	002,7219
Summe der EGP:	059,5250
Persönliche EGP:	057,2035
Vollwertige Beitragszeiten:	455
Beitragsgeminderte Zeiten:	57
Zurechnungszeit:	000

**Werte aus der Rentenberechnung: AR/AV (Ost)**

Keine Einträge

**Werte aus der Rentenberechnung: KN**

Keine Einträge

**Werte aus der Rentenberechnung: KN (Ost)**

Keine Einträge

**Variabler Teil des Datensatzes**

Beitragsart:	70	Rentenbezugszeit aus eig. Vers.
Beitragsgeminderte Zeit:	1	ja
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:		
von	12/2001	
bis	12/2001	
Anzahl der Monate:	1	
Originäre EGP:		
Angerechnete EGP:		
Beitragsart:	13	Pflichtbeitrag bei Arbeitslosigkeit
Beitragsgeminderte Zeit:	1	ja
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	0	keine
von	01/1992	
bis	08/1992	
Anzahl der Monate:	12	
Originäre EGP:	00,3790	
Angerechnete EGP:	00,3790	
Beitragsart:	01	sonstiger Pflichtbeitrag
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	0	keine
von	09/1992	
bis	12/1992	
Anzahl der Monate:	4	
Originäre EGP:	00,4490	
Angerechnete EGP:	00,4490	

Beitragsart:	01	sonstiger Pflichtbeitrag
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	0	keine
von	01/1993	
bis	07/1993	
Anzahl der Monate:	7	
Originäre EGP:	00,5870	
Angerechnete EGP:	00,5870	
Beitragsart:	01	sonstiger Pflichtbeitrag
Beitragsgeminderte Zeit:	1	ja
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	0	keine
von	08/1993	
bis	08/1993	
Anzahl der Monate:	1	
Originäre EGP:	00,0830	
Angerechnete EGP:	00,0830	
Beitragsart:	13	Pflichtbeitrag bei Arbeitslosigkeit
Beitragsgeminderte Zeit:	1	ja
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	0	keine
von	08/1993	
bis	08/1993	
Anzahl der Monate:	0	
Originäre EGP:	00,0010	
Angerechnete EGP:	00,0010	
Beitragsart:	13	Pflichtbeitrag bei Arbeitslosigkeit
Beitragsgeminderte Zeit:	1	ja
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	0	keine
von	09/1993	
bis	12/1993	
Anzahl der Monate:	4	
Originäre EGP:	00,1610	
Angerechnete EGP:	00,1610	

Beitragsart:	13	Pflichtbeitrag bei Arbeitslosigkeit
Beitragsgeminderte Zeit:	1	ja
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	0	keine
von	01/1994	
bis	01/1994	
Anzahl der Monate:	1	
Originäre EGP:	00,0350	
Angerechnete EGP:	00,0350	

Beitragsart:	13	Pflichtbeitrag bei Arbeitslosigkeit
Beitragsgeminderte Zeit:	1	ja
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	0	keine
von	02/1994	
bis	02/1994	
Anzahl der Monate:	1	
Originäre EGP:	00,0170	
Angerechnete EGP:	00,0170	

Beitragsart:	01	sonstiger Pflichtbeitrag
Beitragsgeminderte Zeit:	1	ja
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	0	keine
von	02/1994	
bis	02/1994	
Anzahl der Monate:	0	
Originäre EGP:	00,0570	
Angerechnete EGP:	00,0570	

Beitragsart:	01	sonstiger Pflichtbeitrag
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	0	keine
von	03/1994	
bis	12/1994	
Anzahl der Monate:	10	
Originäre EGP:	01,2130	
Angerechnete EGP:	01,2130	



Beitragsart:	01	sonstiger Pflichtbeitrag
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	0	keine
von	01/1995	
bis	12/1995	
Anzahl der Monate:	12	
Originäre EGP:	01,4750	
Angerechnete EGP:	01,4750	

Beitragsart:	01	sonstiger Pflichtbeitrag
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	0	keine
von	01/1996	
bis	11/1996	
Anzahl der Monate:	11	
Originäre EGP:	01,3470	
Angerechnete EGP:	01,3470	

Beitragsart:	01	sonstiger Pflichtbeitrag
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	0	keine
von	12/1996	
bis	12/1996	
Anzahl der Monate:	1	
Originäre EGP:	00,1230	
Angerechnete EGP:	00,1230	

Beitragsart:	01	sonstiger Pflichtbeitrag
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	0	keine
von	01/1997	
bis	12/1997	
Anzahl der Monate:	12	
Originäre EGP:	01,5010	
Angerechnete EGP:	01,5010	

Beitragsart:	01	sonstiger Pflichtbeitrag
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	0	keine
von	01/1998	
bis	03/1998	
Anzahl der Monate:	3	
Originäre EGP:	00,3450	
Angerechnete EGP:	00,3450	
Beitragsart:	09	Altersteilzeitbeschäftigung nach ATG
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	0	keine
von	04/1998	
bis	12/1998	
Anzahl der Monate:	9	
Originäre EGP:	01,0390	
Angerechnete EGP:	01,0390	
Beitragsart:	09	Altersteilzeitbeschäftigung nach ATG
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	0	keine
von	01/1999	
bis	06/1999	
Anzahl der Monate:	6	
Originäre EGP:	00,6330	
Angerechnete EGP:	00,6330	
Beitragsart:	13	Pflichtbeitrag bei Arbeitslosigkeit
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	0	keine
von	07/1999	
bis	12/1999	
Anzahl der Monate:	6	
Originäre EGP:	00,5590	
Angerechnete EGP:	00,5590	

Beitragsart:	13	Pflichtbeitrag bei Arbeitslosigkeit
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	0	keine
von	01/2000	
bis	12/2000	
Anzahl der Monate:	12	
Originäre EGP:	01,1550	
Angerechnete EGP:	01,1550	

Beitragsart:	13	Pflichtbeitrag bei Arbeitslosigkeit
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	0	keine
von	01/2001	
bis	09/2001	
Anzahl der Monate:	9	
Originäre EGP:	00,8990	
Angerechnete EGP:	00,8990	

Beitragsart:	13	Pflichtbeitrag bei Arbeitslosigkeit
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	0	keine
von	10/2001	
bis	11/2001	
Anzahl der Monate:	2	
Originäre EGP:	00,2030	
Angerechnete EGP:	00,2030	

Beitragsart:	05	Arbeitgeberanteil für geringfügige Beschäftigung ohne Verzicht auf Versicherungsfreiheit
Beitragsgeminderte Zeit:	0	keine
Rentenbezugszeit aus eig. Vers.:	0	keine
von	07/2001	
bis	07/2001	
Anzahl der Monate:	1	
Originäre EGP:	00,0050	
Angerechnete EGP:	00,0050	

# Anhang B

## Selektion der Versichertenkontenstichprobe

### B.1 Geburtenjahrgang

In den Daten sind 5.126 Personen enthalten, die 1936 geboren wurden.

26 Versicherte beziehen eine Rente wegen Erwerbsminderung. 23 Personen aus dem Personenkreis der Nicht-Verrenteten erhielten in den Jahren 1992 bis einschließlich 1995 bereits eine Rente aus eigener Versicherung. Analog für 351 Beobachtungen, die dem Personenkreis der Bezieher einer Altersrente angehören. Da vor Erreichen des Beobachtungsfensters bereits eine Rente bezogen wurde, werden diese Versicherten extrahiert.

Anschließend wird überprüft, ob dasjenige Einkommen, das zur Prognose herangezogen wird, größer als 0 ist und unter der Beitragsbemessungsgrenze liegt, d.h.

$$\text{aktueller Rentenbeginn} \geq \left\{ \begin{array}{l} 1996 \text{ dann } 0 < \text{Entgeltpunkte } 1995 \leq 1,846 \\ 1997 \text{ dann } 0 < \text{Entgeltpunkte } 1996 \leq 1,856 \\ 1998 \text{ dann } 0 < \text{Entgeltpunkte } 1997 \leq 1,886 \\ 1999 \text{ dann } 0 < \text{Entgeltpunkte } 1998 \leq 1,904 \\ 2000 \text{ dann } 0 < \text{Entgeltpunkte } 1999 \leq 1,906 \\ 2001 \text{ dann } 0 < \text{Entgeltpunkte } 2000 \leq 1,902 \end{array} \right.$$

Die Obergrenzen ergeben sich durch Division der Beitragsbemessungsgrenze in einem Jahr durch das durchschnittliche Bruttojahresarbeitsentgelt im gleichen Jahr

(VDR, 2003, S. 239, 245) und entsprechen gerade den jährlichen Höchstwerten der Entgeltpunkte (vgl. Anlagen zum SGB VI, S. 5).

Allerdings sind in den Datensätzen die Entgeltpunkte nicht wie im Original auf 4 Stellen nach dem Komma angegeben, sondern die 3. und 4. Stelle nach dem Komma werden wie folgt transformiert:

$$\text{transformierte Entgeltpunkte} = \begin{cases} 10 & \text{dann } 0 \leq \text{Entgeltpunkte} < 20 \\ 30 & \text{dann } 20 \leq \text{Entgeltpunkte} < 40 \\ 50 & \text{dann } 40 \leq \text{Entgeltpunkte} < 60 \\ 70 & \text{dann } 60 \leq \text{Entgeltpunkte} < 80 \\ 90 & \text{dann } \text{sonst} \end{cases}$$

Anschließend wird diese Grenze auf den nächsten kleineren geraden Wert abgerundet.

Die Vernachlässigung von Versicherten mit Entgeltpunkten an der Beitragsbemessungsgrenze ist damit begründet, dass deren genaues Arbeitseinkommen nicht beobachtet werden kann. Folglich kann auch der Optionswert nicht korrekt bestimmt werden.

Ähnlich ist es in den Fällen, in denen in mindestens einem Kalenderjahr aus dem Beobachtungszeitraum vor dem Renteneintritt keine Entgeltpunkte erworben wurden. Grund für eine solche beitragsfreie Zeit (54 SGB VI) kann sein, dass der Versicherte wegen Arbeitslosigkeit bei einem deutschen Arbeitsamt als arbeitsuchend gemeldet ist und Arbeitslosenhilfe bzw. Sozialhilfe bezieht oder nur wegen des zu berücksichtigenden Einkommens oder Vermögens nicht erhält (58 I 3 SGB VI). Wahrscheinlich ist, dass der Versicherte dem Arbeitsmarkt gar nicht zur Verfügung steht, so dass eine Abbildung der Rentenentscheidung über das Optionswertmodell nicht gerechtfertigt ist.

Anschließend folgt eine Plausibilitätsprüfung. In den Datensätzen aus dem Personenkreis der Versicherten ohne Rentenbezug sollten jetzt im variablen Teil in den Jahren 1996 bis 2001 keine Zeiten aus eigener Versicherung enthalten sein. 10 Versicherte, bei denen dies auftritt, werden gefunden. Hier erfolgte nach einem Rentenbezug der Wiedereintritt in das Erwerbsleben.

Darüber hinaus wird geprüft, ob der Personenkreis der Altersrentner mindestens in einem Monat eine Rente aus eigener Versicherung bezieht. Dies trifft bei allen Beobachtungen zu. In diesem Fall, wenn ein aktueller Rentenbeginn verschlüsselt

wäre, aber keine Zeiten des Rentenbezugs aus eigener Versicherung nach diesem Zeitpunkt beobachtet werden würden, dann bestünde Unsicherheit über den aktuellen Erwerbsstatus.

Nach dieser Prüfung verbleiben 2.585 Beobachtungen, von denen 1.122 männlich sind.

## B.2 Kalenderjahr

In den Daten sind 10.471 (12.988) Personen enthalten, die zwischen 1936 (1937) und 1940 (1941) geboren wurden und sich im Jahr 2000 (2001) im Renteneintrittsfenster befanden.

Daraus werden diejenigen extrahiert, die dem Personenkreis der Bezieher einer Rente wegen Erwerbsminderung angehören. D.h. die Anzahl der Beobachtungen reduziert sich um 74 (83) auf 10.397 (12.905). Außerdem scheiden diejenigen Versicherten für die Analyse aus, die zwischen 1992 (1992) und 1999 (2000) bereits eine Rente aus eigener Versicherung bezogen. Es verbleiben 9.973 (12.566) Versicherte.

Genauso wie oben werden ausschließlich Individuen berücksichtigt, deren zur Prognose verwendetes Einkommen größer ist als 0 und unter der Beitragsbemessungsgrenze liegt, d.h. für die Betrachtung des Kalenderjahres 2000

$$\text{Geburtsjahr} \leq \begin{cases} 1936 & \text{dann } 0 < \text{Entgeltpunkte } 1995 \leq 1,846 \\ 1937 & \text{dann } 0 < \text{Entgeltpunkte } 1996 \leq 1,856 \\ 1938 & \text{dann } 0 < \text{Entgeltpunkte } 1997 \leq 1,886 \\ 1939 & \text{dann } 0 < \text{Entgeltpunkte } 1998 \leq 1,904 \\ 1940 & \text{dann } 0 < \text{Entgeltpunkte } 1999 \leq 1,906 \end{cases}$$

bzw. 2001

$$\text{Geburtsjahr} \leq \begin{cases} 1937 & \text{dann } 0 < \text{Entgeltpunkte } 1996 \leq 1,856 \\ 1938 & \text{dann } 0 < \text{Entgeltpunkte } 1997 \leq 1,886 \\ 1939 & \text{dann } 0 < \text{Entgeltpunkte } 1998 \leq 1,904 \\ 1940 & \text{dann } 0 < \text{Entgeltpunkte } 1999 \leq 1,906 \\ 1941 & \text{dann } 0 < \text{Entgeltpunkte } 2000 \leq 1,902 \end{cases}$$

Danach verbleiben 4.446 (5.956).

In der Plausibilitätsprüfung werden 8 (3) Versicherte ausgelesen, die dem Personenkreis der Nicht-Verrenteten zugeordnet werden, aber im Jahr 2000 (2001) eine Rente aus eigener Versicherung beziehen. Von den 4.438 (5.953) werden 5 (9) Versicherte entfernt, die dem Personenkreis der Altersrentner zugeordnet werden, aber in 2000 (2001) keine Zeiten des Rentenbezugs aus eigener Versicherung im variablen Teil enthalten. Davon sind nicht Personen betroffen, deren Rentenbeginn im Dezember war. Somit verbleiben 4.433 (5.944) Versichertenkonten, von denen 2.251 (2.990) männlich Personen zugeordnet werden.

# Anhang C

## Weitere Schätzergebnisse

Tabelle C.1: Regression der Entgeltpunkte aus 2000 auf die aus 1999 ( $x_8$ ), Entscheidung im Jahr 2000, Männer

$N$	=	468
$R^2$	=	91,4 %
$\sigma$	=	0.142

Variable	Koeffizient	Std. Abw.	$t$ -Statistik
$c$	0,056	0,015	3,71
$x_8$	0,949	0,0135	70,33

Hinweis: Std. Abw. ist die Standardabweichung,  $R^2$  das Bestimmtheitsmaß,  $\sigma$  der Standardfehler der Residuen.

Tabelle C.2: Regression der Entgeltpunkte aus 2001 auf die aus 2000 ( $x_8$ ), Entscheidung im Jahr 2001, Männer

$N$	=	231
$R^2$	=	91,7 %
$\sigma$	=	0,163

Variable	Koeffizient	Std. Abw.	$t$ -Statistik
$c$	-0,004	0,020	-0,22
$x_8$	0,987	0,020	50,28

Hinweis: Std. Abw. ist die Standardabweichung,  $R^2$  das Bestimmtheitsmaß,  $\sigma$  der Standardfehler der Residuen.



Tabelle C.3: Männer, geboren 1936, Entgeltpunkte 1995 größer 0,4 und kleiner 1,6

$N$	=	953
$LR (\chi_5^2)$	=	381,3084
$\ln L$	=	-1.078,3538
$p$ -Wert	=	0,0 %
$R_{MF}^2$	=	15,0239 %

Parameter	Koeffizient	Std. Abw.	$z$ -Statistik
$\alpha$	-0,2840	0,2199	1,2917
$\beta$	3,7978	1,0970	3,4621
$\gamma$	1,0362	0,5039	0,0718 (*)
$\kappa$	1,8475	0,4885	1,7348 (*)
$\rho$	0,6839	0,0684	9,9964
$\sigma_\omega$	0,3547	0,1050	-6,1449 (*)

Hinweis: Siehe Tabelle 7.3, S. 105.

Tabelle C.4: Männer, Entscheidung im Jahr 2000, Entgeltpunkte 1999 größer 0,4 und kleiner 1,6

$N$	=	1.074
$LR (\chi_5^2)$	=	295,1322
$\ln L$	=	-582,3879
$p$ -Wert	=	0,0 %
$R_{MF}^2$	=	20,2158 %

Parameter	Koeffizient	Std. Abw.	$z$ -Statistik
$\alpha$	-2,8503	1,4121	2,0185
$\beta$	6,6449	1,9786	3,3583
$\gamma$	0,7033	0,4578	-0,6482 (*)
$\kappa$	1,5466	0,8749	0,6248 (*)
$\rho$	0,9297	0,1160	8,0136
$\sigma_\omega$	1,0015	0,3986	0,0037 (*)

Hinweis: Siehe Tabelle 7.3, S. 105.

Tabelle C.5: Männer, geboren 1936, Entgeltpunkte 1995 größer 0,4, Restriktion  $i = 2$  %

$N$	=	1.024
$LR (\chi_5^2)$	=	-407,8304
$\ln L$	=	-1.217,1698
$p$ -Wert	=	0,0 %
$R_{MF}^2$	=	14,3493 %

Parameter	Koeffizient	Std. Abw.	$z$ -Statistik
$\alpha$	0,0040	0,2870	0,0140
$\beta$	4,4129	0,9831	4,4886
$\gamma$	1,0055	0,4193	0,0132 (*)
$\kappa$	1,9229	0,4585	2,0130 (*)
$\rho$	0,6504	0,0801	8,1156
$\sigma_\omega$	0,4564	0,1263	-4,3044 (*)

Hinweis: Siehe Tabelle 7.3, S. 105.

Tabelle C.6: Männer, geboren 1936, Entgeltpunkte 1995 größer 0,4, Restriktion  $i = 4$  %

$N$	=	1.024
$LR (\chi_5^2)$	=	-411,0346
$\ln L$	=	-1.215,5677
$p$ -Wert	=	0,0 %
$R_{MF}^2$	=	14,4620 %

Parameter	Koeffizient	Std. Abw.	$z$ -Statistik
$\alpha$	-0,1680	0,4348	-0,3865
$\beta$	4,6052	0,9815	4,6919
$\gamma$	0,8066	0,3665	-0,5277 (*)
$\kappa$	2,1428	0,5391	2,1197 (*)
$\rho$	0,6675	0,0875	7,6242
$\sigma_\omega$	0,4834	0,1295	-3,9887 (*)

Hinweis: Siehe Tabelle 7.3, S. 105.

Tabelle C.7: Männer, geboren 1936, Entgeltpunkte 1995 größer 0,4, Restriktion  $\alpha = 0$

$N$	=	1.024
$LR (\chi_4^2)$	=	409,7060
$\ln L$	=	-1.216,2320
$p$ -Wert	=	0,0 %
$R_{MF}^2$	=	14,4152 %

Parameter	Koeffizient	Std. Abw.	$z$ -Statistik
$\beta$	4,5012	0,9700	4,6402
$\gamma$	0,9544	0,3724	-0,1226 (*)
$\kappa$	1,9974	0,4307	2,3160 (*)
$\rho$	0,6573	0,0813	8,0851
$\sigma_\omega$	0,4633	0,1174	-4,5716 (*)

Hinweis: Siehe Tabelle 7.3, S. 105.

Tabelle C.8: Männer, geboren 1936, Entgeltpunkte 1995 größer 0,4, unabhängige Störterme

$N$	=	1.024
$LR (\chi_3^2)$	=	255,7122
$\ln L$	=	-1.310,5823
$p$ -Wert	=	0,0 %
$R_{MF}^2$	=	8,8885 %

Parameter	Koeffizient	Std. Abw.	$z$ -Statistik
$\alpha$	-0,6132	0,2476	-2,4763
$\beta$	4,4122	0,7175	6,1492
$\gamma$	0,5804	0,2561	-1,6381 (*)
$\kappa$	1,7239	0,6858	1,0555 (*)

Hinweis: Siehe Tabelle 7.3, S. 105.

Tabelle C.9: Männer, Entscheidung im Jahr 2001, Entgeltpunkte 2000 größer 0,4, unabhängige Störterme

$N$	=	1.716
$LR (\chi_3^2)$	=	74,5394
$\ln L$	=	-1.072,7550
$p$ -Wert	=	0,0 %
$R_{MF}^2$	=	3,3576 %

Parameter	Koeffizient	Std. Abw.	$z$ -Statistik
$\alpha$	-0,5638	0,3456	-1,6314
$\beta$	1,9708	1,5279	1,2899
$\gamma$	0,4100	0,5225	-1,1292 (*)
$\kappa$	1,9649	2,6712	0,3612 (*)

Hinweis: Siehe Tabelle 7.3, S. 105.

Tabelle C.10: Männer, geboren 1936, Zeiten der Arbeitslosigkeit, Altersteilzeit, Zeiten mit Bezug von Krankengeld

$N$	=	759
$LR (\chi_5^2)$	=	302,5717
$\ln L$	=	-690,1276
$p$ -Wert	=	0,0 %
$R_{MF}^2$	=	17,9800 %

Parameter	Koeffizient	Std. Abw.	$z$ -Statistik
$\alpha$	0,0610	0,3949	0,1545
$\beta$	4,9062	1,1479	4,2738
$\gamma$	0,9406	0,4520	-0,1314 (*)
$\kappa$	2,1288	0,5760	1,9598 (*)
$\rho$	0,6211	0,1135	5,4721
$\sigma_\omega$	0,6448	0,2302	-1,5431 (*)

Hinweis: Siehe Tabelle 7.3, S. 105.

Tabelle C.11: Männer, Entscheidung im Jahr 2000, Zeiten der Arbeitslosigkeit, Altersteilzeit, Zeiten mit Bezug von Krankengeld

$N$	=	1.008
$LR (\chi_5^2)$	=	310,4748
$\ln L$	=	-524,6693
$p$ -Wert	=	0,0 %
$R_{MF}^2$	=	22,8322 %

Parameter	Koeffizient	Std. Abw.	$z$ -Statistik
$\alpha$	2,7121	0,8903	3,0462
$\beta$	6,5994	2,1388	3,0855
$\gamma$	1,1421	0,3744	0,3794 (*)
$\kappa$	1,8985	0,4862	1,8481 (*)
$\rho$	0,8582	0,1061	8,0886
$\sigma_\omega$	0,6098	0,1862	-2,0957 (*)

Hinweis: Siehe Tabelle 7.3, S. 105.

Tabelle C.12: Männer, Entscheidung im Jahr 2000, Entgeltpunkte 1999 größer 0,4, Berücksichtigung der Zugangsvoraussetzungen,  $\alpha$  gemäß Gleichung 4.15

$N$	=	1.217
$LR (\chi_6^2)$	=	224,5431
$\ln L$	=	-646,4721
$p$ -Wert	=	0,0 %
$R_{MF}^2$	=	17,3668 %

Parameter	Koeffizient	Std. Abw.	$z$ -Statistik
$\alpha_0$	1,1218	0,6079	1,8454
$\alpha_1$	-1,1939	0,6320	-1,8891
$\beta$	2,5587	0,5974	4,2831
$\gamma$	0,9726	0,2778	-0,0985 (*)
$\kappa$	2,8559	0,5838	3,1789 (*)
$\rho$	0,4433	0,1080	4,1046
$\sigma_\omega$	0,5101	0,1332	-3,6779 (*)

Hinweis: Siehe Tabelle 7.3, S. 105.

Tabelle C.13: Männer, geboren 1936, Entgeltpunkte 1995 größer 0,4 und kleiner 1,6, Berücksichtigung der Zugangsvoraussetzungen

$N$	=	953
$LR (\chi_5^2)$	=	248,8123
$\ln L$	=	-645,2708
$p$ -Wert	=	0,0 %
$R_{MF}^2$	=	16,1634 %

Parameter	Koeffizient	Std. Abw.	$z$ -Statistik
$\alpha$	0,4728	0,4443	1,0641
$\beta$	4,1080	1,0655	3,8554
$\gamma$	0,6508	0,5690	-0,6313 (*)
$\kappa$	1,6885	1,0988	0,6266 (*)
$\rho$	0,6767	0,1482	4,5678
$\sigma_\omega$	0,7774	0,3727	-0,5973 (*)

Hinweis: Siehe Tabelle 7.3, S. 105.

Tabelle C.14: Männer, Entscheidung im Jahr 2000, Entgeltpunkte 1999 größer 0,4 und kleiner 1,6, Berücksichtigung der Zugangsvoraussetzungen

$N$	=	1.074
$LR (\chi_5^2)$	=	114,6869
$\ln L$	=	-595,9907
$p$ -Wert	=	0,0 %
$R_{MF}^2$	=	8,7770 %

Parameter	Koeffizient	Std. Abw.	$z$ -Statistik
$\alpha$	0,8963	0,5013	1,7880
$\beta$	2,6247	0,7205	3,6427
$\gamma$	0,6348	0,4392	-0,8311 (*)
$\kappa$	1,6368	1,0138	0,6281 (*)
$\rho$	0,4494	0,1665	2,6997
$\sigma_\omega$	0,7855	0,2896	-0,7408 (*)

Hinweis: Siehe Tabelle 7.3, S. 105.

Tabelle C.15: Männer, Entscheidung im Jahr 2001, Entgeltpunkte 2000 größer 0,4

$N$	=	1.716
$LR (\chi^2_5)$	=	186,9500
$\ln L$	=	-1.016,5497
$p$ -Wert	=	0,0 %
$R^2_{MF}$	=	8,4210 %

Parameter	Koeffizient	Std. Abw.	$z$ -Statistik
$\alpha$	-2,5088	2,5719	-0,9755
$\beta$	2,3344	1,4819	1,5753
$\gamma$	0,5510	0,5099	-0,8806 (*)
$\kappa$	14,2303	17,0960	0,7739 (*)
$\rho$	0,8684	0,0996	8,7189
$\sigma_\omega$	1,1292	0,4017	0,3216 (*)

Hinweis: Siehe Tabelle 7.3, S. 105.

# Literaturverzeichnis

Antolin, P. und S. Scarpetta, 1998, Microeconomic Analysis of the Retirement Decision: Germany, *OECD Economics Department Working Papers*, 204.

Asch, B., S. J. Haider, und J. Zissimopoulos, 2005, Financial Incentives and Retirement: Evidence from Federal Civil Service Workers, *Journal of Public Economics*, 89 (2-3), S. 427-440.

Berkovec, J. und S. Stern, 1991, Job Exit Behavior of Older Men, *Econometrica*, 59 (1), S. 189-210.

Berkel, B. und A. Börsch-Supan, 2004, Pension Reform in Germany: The Impact on Retirement Decisions, *Finanzarchiv*, 60(3), S. 393-421.

Bingley P., N. D. Gupta und P. J. Pedersen, 2001, The Effects of Pension Programme Incentives on Retirement Behavior in Denmark, *CLS Working Papers*, 01-08.

Blundell R., C. Meghir und S. Smith, 2002, Pension Incentives and the Pattern of Early Retirement, *The Economic Journal*, 112 (478), S. C153-C170.

Börsch-Supan, A., 1992, Population Aging, Social Security Design and Early Retirement, *Journal of Institutional and Theoretical Economics*, 148 (4), S. 533-557.

Börsch-Supan, A., 2000, Incentive Effects of Social Security on Labor Force Participation: Evidence in Germany and Across Europe, *Journal of Public Economics*, 78 (1-2), S. 25-49.

Börsch-Supan, A., 2001, Incentive Effects of Social Security Under an Uncertain Disability Option, in D. A. Wise (Hrsg.), *Themes in the Economics Aging*, University of Chicago Press, Chicago, London, S. 281-310.

Börsch-Supan, A. und V. A. Hajivassiliou, 1993, Smooth Unbiased Multivariate Probability Simulators for Maximum Likelihood Estimation of Limited Dependent Variable Models, *Journal of Econometrics*, 58 (3), S. 347-368.



- Börsch-Supan, A., S. Kohnz und R. Schnabel, 2002, Micro Modelling of Retirement Decisions in Germany, *MEA Discussion Paper*, 20-02.
- Börsch-Supan, A. und P. Schmidt, 1994, The Impact of the Public Pension System on Retirement Behavior in Unified Germany, *DIW Vierteljahreshefte zur Wirtschaftsforschung*, 01/1994, S. 90-96.
- Börsch-Supan, A. und P. Schmidt, 2001, Early Retirement in East and West Germany, in: R. T. Riphahn, D. J. Snower und K. F. Zimmermann (Hrsg.), *Employment Policy in Transition. The Lessons of German Integration for the Labor Market*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, S. 83-102.
- Bosch K., 1998, Statistisches Taschenbuch, Oldenbourg Verlag, 3. verb. Auflage, München.
- Bound J., 1989, Self-Reported vs. Objective Measures of Health in Retirement Models, *NBER Working Papers Series*, 2997.
- Brugiavini, A. und F. Peracchi, 2003, Social Security Wealth and Retirement Decisions in Italy, *Labour - Review of Labour Economics and Industrial Relations*, v17(Supp), S. 79-114.
- Burkhauser, R. V., J. S. Butler und G. Gumus, 2003, Option Value and Dynamic Programming Model Estimates of Social Security Disability Insurance Application Timing, *IZA Discussion Paper*, 941.
- Cappellari, L. und S. P. Jenkins, 2006, Calculation of Multivariate Normal Probabilities by Simulation, with Applications to Maximum Simulated Likelihood Estimation, *IZA Discussion Paper*, 2112.
- Chirikos, T. N. und G. Nestel, 1991, Occupational Differences in the Ability of Men to Delay Retirement, *Journal of Human Resources*, 26 (1), S. 1-26.
- Coile, C. und J. Gruber, 2000, Social Security and Retirement, *NBER Working Papers Series*, 7830.
- de Jong, P., M. Lindeboom und B. van der Klaauw, 2006, Screening Disability Insurance Applications, *Tinbergen Institute Discussion Papers*, 018/3.
- Dennis, J. E. und R. B. Schnabel, 1983, Numerical Methods for Unconstrained Optimization and Nonlinear Equations, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Deutsche Rentenversicherung Bund, 2006, Rentenversicherung in Zeitreihen, Berlin.

Entwurf eines Gesetzes zur Anpassung der Regelaltersgrenze an die demographische Entwicklung und zur Stärkung der Finanzierungsgrundlagen der gesetzlichen Rentenversicherung (RV-Altersgrenzenanpassungsgesetz), Bundestagsdrucksache, 16/3794, 12.12.2006.

Fields, G. S. und O. S. Mitchell, 1981, The Effects of Pensions and Earnings on Retirement, *NBER Working Papers Series*, 772.

Filer, R. K. und M. Honig, 2005, Endogenous Pensions and Retirement Behavior, *CEifo working paper*, 1547.

Geweke, J., M. Keane und D. Runkle, 1994, Alternative Computational Approaches to Inference in the Multinomial Probit Model, *The Review of Economics and Statistics*, 76 (4), S. 609-632.

Geweke, J., M. Keane und D. Runkle, 1997, Statistical inference in the multinomial multiperiod probit model, *Journal of Econometrics*, 80, S. 125-165.

Greene, W. H., 2003, *Econometric Analysis*, Prentice Hall, 5. Ausgabe, New Jersey.

Gustman A. L. und T. L. Steinmeier, 1988, An Analysis of Pension Benefit Formulas, Pension Wealth and Incentives from Pensions, *NBER Working Papers Series*, 2535.

Hajivassiliou, V. A., 1993, Simulating Normal Rectangle Probabilities and their Derivatives: Effects of Vectorization, *The International Journal of Supercomputer Applications*, 7 (3), S. 231-253.

Hajivassiliou, V. A., 2000, Some practical issues in maximum simulated likelihood, in: R. Marino, T. Schuermann und M. J. Weeks (Hrsg.), *Simulation-based Inference in Econometrics*, Cambridge University Press, Cambridge, S. 71-99.

Hajivassiliou, V. A. und D. McFadden, 1998, The Method of Simulated Scores for the Estimation of LDV Models, *Econometrica*, 66 (4), S. 863-896.

Hajivassiliou, V. A., D. McFadden und P. Ruud, 1996, Simulation of Multivariate Normal Rectangle Probabilities and Their Derivatives, Theoretical and Computational Results, *Journal of Econometrics*, 72 (1-2), S. 85-134.

Hannoch, G. und M. Honig, 1983, Retirement, Wages, and Labor Supply of the Elderly, *Journal of Labor Economics*, 1 (2), S. 131-151.

Hausman, J. A. und D. A. Wise, 1985, Social Security, Health Status, and Retirement, in D. A. Wise (Hrsg.), *Pensions, Labor, and Individual Choice*, University of Chicago Press, Chicago, S. 159-191.

- Hurd, M. D., 1996, The Effect of Labor Market Rigidities on the Labor Force Behavior of Older Workers, in: D. Wise (Hrsg.), *Advances in the Economics of Aging*, University of Chicago Press, Chicago, S. 11-58.
- Hurd, M. D. und M. J. Boskin, 1984, The Effect of Social Security on Retirement in the Early 1970s, *Quarterly Journal of Economics*, 46, S. 767-790.
- Keane, M. P., 1993, Simulation Estimation for Panel Data Models with Limited Dependent Variables, in G. S. Maddala, C. R. Rao und H. D. Vinod (Hrsg.), *Handbook of Statistics*, 11, S. 545-571.
- Lee, L., 1995, Asymptotic Bias in Simulated Maximum Likelihood Estimation of Discrete Choice Models, *Econometric Theory*, 11, S. 437-483.
- Lumsdaine, R. und O. S. Mitchell, 1999, New Developments in the Economic Analysis of Retirement, in: O. Ashenfelter und D. Card (Hrsg.), *Handbook of Labor Economics*, Vol. 3B, Elsevier Science, Amsterdam, S. 3261-3307.
- Lumsdaine, R. L., J. H. Stock und D. A. Wise, 1996, Why Are Retirement Rates so High at Age 65?, in: D. A. Wise (Hrsg.), *Advances in the Economics of Aging*, University of Chicago Press, Chicago, S. 61-82.
- McFadden, D., 1989, A Method of Simulated Moments for Estimation of Discrete Response Models without Numerical Integration, *Econometrica*, 57 (5), S. 995-1026.
- Mühleisen, M., 1991, On The Use of Simulated Estimators for Panel Models with Limited Dependent Variables, Working Paper, Universität München.
- Nachhaltigkeit in der Finanzierung der sozialen Sicherungssysteme, Abschlussbericht der Rürup-Kommission, Bundesministerium für Gesundheit und Soziale Sicherung, 2003, Berlin.
- Ohsmann S. und K. Kaldybajewa, 2004, Rentenzugang der BfA 2001: Über ein Drittel aller Altersrenten mit Abschlägen, *Die Angestelltenversicherung*, 49 (5/6), S. 177-186.
- Quinn, J. F., 1977, Microeconomic Determinants of Early Retirement: A Cross-Sectional View of White Married Men, *Journal of Human Resources*, 12 (3), S. 329-347.
- Quinn, J. F., 1978, Job Characteristics and Early Retirement, *Industrial Relations*, 17 (3), S. 315-323.

Quinn, J. F., R. V. Burkhauser und D. A. Myers, 1990, Passing the Torch: The Influence of Economic Incentives on Work and Retirement, W. E. Upjohn Institute for Employment Research, Kalamazoo (Michigan).

Pakes, A. und D. Pollard, 1989, Simulation and the Asymptotics of Optimization Estimators, *Econometrica*, 57 (5), S. 1027-1057.

Sándor, Z. und P. András, 2003, Alternative Sampling Methods for Estimating Multivariate Normal Probabilities, *Journal of Econometrics*, 120 (2), S. 207-234.

Schmidt, P., 1995, Die Wahl des Rentenalters - Theoretische und empirische Analyse des Rentenzugangsverhaltens in West- und Ostdeutschland, Peter Lang, Frankfurt/Main.

Stock, J. H. und D. A. Wise, 1990, Pensions, the Option Value of Work, and Retirement, *Econometrica*, 58 (5), S. 1151-1180.

Train, K. E., 2002, Discrete Choice Methods with Simulation, Cambridge University Press, Cambridge.

Verband Deutscher Rentenversicherungsträger (VDR), 2003, Rentenversicherung in Zeitreihen, DRV-Schriften Band 22, Frankfurt a. Main.

Verband Deutscher Rentenversicherungsträger (VDR), 2002, VDR Statistik Rentenzugang des Jahres 2001 einschließlich Rentenwegfall, Rentenänderung/Änderung des Teilrentenanteils, Band 141, Frankfurt a. Main.

Ziegler, A., 2001, Simuliertes klassisches Schätzen und Testen in Mehrperioden-Mehralternativen-Probitmodellen, Dissertation, Universität Mannheim.

# Lebenslauf

Name Stefan Kempf  
Geboren am 26. August 1976  
in Lohr am Main

## Schulbildung

09/1987 – 08/1996 Allgemeine Hochschulreife  
Friedrich-List-Gymnasium, Gemünden

## Berufsausbildung

09/1996 – 06/1998 Ausbildung zum Bankkaufmann  
Raiffeisenbank Karlstadt-Gemünden eG (Bank), Gemünden

## Hochschulstudium

09/1998 – 10/2002 Studium der Volkswirtschaft  
Julius-Maximilians-Universität, Würzburg

11/2002 – 07/2007 Promotion  
Lehrstuhl für Ökonometrie an der Julius-Maximilians-Universität,  
Würzburg

## Berufserfahrung

12/2002 – 08/2007 Wissenschaftlicher Mitarbeiter  
Lehrstuhl für Ökonometrie an der Julius-Maximilians-Universität,  
Würzburg

06/2005 – 07/2007 Lehrauftrag an der Julius-Maximilians-Universität in Würzburg.  
Titel der Veranstaltung: „Summer School Texas University at  
Würzburg: Economical Institutions in Europe“.