

**Die stochastische Wissenschaft und  
zwei Teilsysteme eines Web-basierten  
Informations- und Anwendungssystems  
zu ihrer Etablierung**

Dissertation zur Erlangung des  
naturwissenschaftlichen Doktorgrades  
der Bayerischen Julius-Maximilians-Universität Würzburg

vorgelegt von

Andreas Binder

aus

Würzburg

Würzburg, 2006

Eingereicht am: Juni 2006

bei der Fakultät für Mathematik und Informatik

1. Gutachter: Prof. Dr. Elart von Collani
2. Gutachter: Prof. Dr. Rainer Göb
3. Gutachter: Prof. Dr. Hans Wolff

# Danksagung

Mein ganz besonderer Dank gilt meinem Doktorvater, Herrn Professor Dr. Elart von Collani für seine unendliche und unermüdliche Geduld, seine Anregungen, die zahlreichen interessanten Gespräche und dafür, dass er zu jeder Tages- und Nachtzeit ein offenes Ohr für mich und meine Probleme hatte.

Des Weiteren möchte ich mich recht herzlich bei Herrn Wendelin Freudinger für seine Verbesserungs- und Korrekturvorschläge bedanken.

# Hinweise

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in dieser Arbeit berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Die Notation [tt.mm.jjjj] im Zusammenhang mit URLs gibt das Datum (tt für Tag (zweistellig), mm für Monat (zweistellig) und jjjj für Jahr (vierstellig)) wieder, an dem von mir die zugehörige Information abgerufen oder letztmalig die Erreichbarkeit der zugehörigen WWW-Seite beziehungsweise Gültigkeit der URL überprüft wurde.

# Abkürzungsverzeichnis

AG	Aktiengesellschaft
API	Application Programming Interface
arab.	arabisch
Bez.	Bezeichnung
bzw.	beziehungsweise
chin.	chinesisch
christl.	christlich
Co.	Compagnie, Kompanie
CSS	Cascading Style Sheets
d.h.	das heißt
dogmat.	dogmatisch
Dr.	Doktor
DTD	Document Type Definitions
ECMA	European Computer Manufactures Association
em.	emeritiert
ev.	evangelisch
evtl.	eventuell
f.	folgende [Seite]
ff.	folgende [Seiten]
Ggs.	Gegensatz
GmbH	Gesellschaft mit beschränkter Haftung
göttl.	göttlich
griech., gr.	griechisch
Hrsg.	Herausgeber
HTML	Hypertext Markup Language
HTTP	Hypertext Transfer Protocol
ID	Identificator
Inc.	Incorporated Company („eingetragenes Unternehmen“)
ISO	International Organization for Standardization
IT	Informationstechnik, Information und Telekommunikation
JAXB	Java Architecture for XML Binding
JAXP	Java API for XML Processing

Jh.	Jahrhundert
JSP	Java Server Pages
kath.	katholisch
kirchl.	kirchlich
Kw.	Kunstwort
lat.	lateinisch
MA.	Mittelalter
Math.	Mathematik
mathemat., math.	mathematisch
Mrz.	Mehrzahl
N.B.	nota bene („merke wohl!“, „übrigens“)
N.N.	nomen nescio („den Namen weiß ich nicht“)
o.Ä, o.ä.	oder Ähnliche[s]
o.g.	oben genannt
PDF	Portable Document Format
Prof.	Professor
physikal.	physikalisch
Q.	Quantentheorie
S.	Stochastik oder Scholastik (abhängig vom Kontext)
sc.	sicilicet („nämlich“)
statist.	statistisch
theolog.	theologisch
u.	und
u.a.	unter anderem/anderen
unz.	unzählbar (ohne Plural)
URL	Uniform Resource Locator
usw.	und so weiter
v.a.	vor allem
v.u.Z.	vor unserer Zeitrechnung
verbindl.	verbindlich
vgl.	vergleiche
wiss.	wissenschaftlich
WSDP	Web Services Developer Pack
WWW	World Wide Web
W3C	World Wide Web Consortium
XML	Extensible Markup Language
XSD	XML Schema Definition
XSL	Extensible Stylesheet Language
XSLT	Extensible Stylesheet Language Transformations
XSL-FO	Extensible Stylesheet Language Formatting Objects
z.B.	zum Beispiel
zw.	zwischen

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Das Projekt „Stochastik“ . . . . .	1
1.2	Das Projekt „Stochastikon“ . . . . .	4
1.3	Das Dissertations-Projekt . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Einführung in die Bernoullische Stochastik</b>	<b>8</b>
2.1	Kurzer geschichtlicher Abriss . . . . .	8
2.1.1	Ursprung des Wortes „Stochastik“ . . . . .	9
2.1.2	Historische Wurzeln der Bernoullischen Stochastik . . . . .	10
2.1.3	Ars conjectandi: Die Geburtsstunde der Bernoullischen Stochastik . . . . .	16
2.1.4	Stochastik aus Sicht Jakob Bernoullis . . . . .	23
2.1.5	Die Folgezeit . . . . .	23
2.1.6	Stochastik aus heutiger Sicht: die Mathematische Stochastik . . . . .	25
2.1.7	Wiederbelebung der Stochastik als eigenständiger Wissenschaftszweig . . . . .	32
2.2	Grundbegriffe der Bernoullischen Stochastik . . . . .	35
2.2.1	Aspekt, Quantifizierung und Größe . . . . .	35
2.2.2	Ereignis . . . . .	40
2.2.3	Vorgang . . . . .	41
2.2.4	Unsicherheit und ihre Quellen . . . . .	51
2.3	Stochastische Denkweise versus deterministische Denkweise . . . . .	59
2.4	Charakteristika der Bernoullischen Stochastik . . . . .	68
2.5	Ein vollständig quantifiziertes, stochastisches Modell: Der Bernoulli-Raum $\mathbb{B}_{X,D}$ . . . . .	69
2.6	Stochastisches Modell versus deterministisches Modell . . . . .	72
2.7	Stochastische Verfahren . . . . .	75
2.8	Verfahrensklassen . . . . .	77
2.9	Etablierung einer stochastischen Wissenschaft . . . . .	78

<b>3</b>	<b>Anforderungen an ein Informations- und Anwendungssystem für die Bernoullische Stochastik</b>	<b>82</b>
3.1	Schwierigkeiten bei der Etablierung der Bernoullischen Stochastik . . . . .	82
3.2	Wissensdarstellung . . . . .	84
3.3	Anforderungen . . . . .	88
<b>4</b>	<b>Stochastikon: Die Realisation eines Informations- und Anwendungssystems für die Bernoullische Stochastik</b>	<b>91</b>
4.1	Die Teilsysteme von Stochastikon . . . . .	91
4.2	Die Benutzeroberfläche des Systems Stochastikon . . . . .	97
4.3	Start des Systems Stochastikon . . . . .	99
<b>5</b>	<b>Das Teilsystem Encyclopedia</b>	<b>101</b>
5.1	Intention der Encyclopedia . . . . .	101
5.2	Struktur der Encyclopedia . . . . .	102
5.3	Eigenschaften der Struktur . . . . .	108
5.4	Benutzeroberfläche der Encyclopedia . . . . .	109
5.5	Arbeiten mit der Encyclopedia . . . . .	111
5.6	Entwicklung des Encyclopedia-Contents . . . . .	118
5.7	Fallstudie . . . . .	125
5.8	Bedeutung der Encyclopedia . . . . .	131
<b>6</b>	<b>Das Teilsystem Mentor</b>	<b>133</b>
6.1	Intention des Mentors . . . . .	133
6.2	Struktur des Mentors . . . . .	135
6.3	Eigenschaften der Struktur . . . . .	137
6.4	Benutzeroberfläche des Mentors . . . . .	138
6.5	Arbeiten mit dem Mentor . . . . .	140
6.6	Entwicklung des Mentor-Contents . . . . .	145
6.7	Fallstudie . . . . .	151
6.8	Bedeutung des Mentors . . . . .	158
<b>7</b>	<b>Informationstechnologische Realisation der Teilsysteme Encyclopedia und Mentor</b>	<b>160</b>
7.1	Die Verzeichnisstruktur beider Teilsysteme . . . . .	160
7.2	Die Realisation des Teilsystems Encyclopedia . . . . .	161
7.2.1	Der Encyclopedia-Generierungsprozess . . . . .	161
7.2.2	Aufbau der Konfigurationsdatei . . . . .	163
7.2.3	Aufbau der Strukturdatei . . . . .	164
7.3	Die Realisation des Teilsystems Mentor . . . . .	165
7.3.1	Der Mentor-Generierungsprozess . . . . .	165
7.3.2	Aufbau der Konfigurationsdatei . . . . .	167
7.3.3	Aufbau der Stukturdateien . . . . .	168



7.4	Die eingesetzten Werkzeuge . . . . .	170
<b>8</b>	<b>Abgrenzungen</b>	<b>175</b>
8.1	Abgrenzung des Systems Stochastikon gegenüber verschiedenen Informationssystem-Familien . . . . .	175
8.1.1	Wissensbasierte Systeme . . . . .	176
8.1.2	Content-Management-Systeme . . . . .	182
8.1.3	Wiki-Systeme . . . . .	184
8.2	Abgrenzung der Bernoullischen Stochastik gegenüber der Mathematischen Stochastik . . . . .	186
8.3	Abgrenzung des Systems Stochastikon gegenüber Statistik-Softwaresystemen . . . . .	189
8.4	Zusammenfassung und Folgerung . . . . .	191
<b>9</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>193</b>
9.1	Bernoullische Stochastik . . . . .	193
9.2	System Stochastikon . . . . .	194
9.3	Teilsystem Encyclopedia . . . . .	195
9.4	Teilsystem Mentor . . . . .	196
<b>A</b>	<b>Begriffserläuterungen</b>	<b>197</b>
<b>B</b>	<b>Beispiel einer Informationseinheit der Encyclopedia</b>	<b>200</b>
<b>C</b>	<b>Dialogsequenz der Fallstudie aus Abschnitt 6.7</b>	<b>203</b>
<b>D</b>	<b>config.xml für das Teilsystem Encyclopedia</b>	<b>210</b>
<b>E</b>	<b>config.xml für das Teilsystem Mentor</b>	<b>212</b>
<b>F</b>	<b>XML Schema für die Encyclopedia-Konfigurationsdatei</b>	<b>215</b>
<b>G</b>	<b>XML Schema für die Encyclopedia-Strukturdatei(en)</b>	<b>217</b>
<b>H</b>	<b>XML Schema für die Mentor-Konfigurationsdatei</b>	<b>220</b>
<b>I</b>	<b>XML Schema für die Mentor-Strukturdatei, Typ I</b>	<b>222</b>
<b>J</b>	<b>XML Schema für die Mentor-Strukturdateien, Typ II</b>	<b>224</b>

# Tabellenverzeichnis

2.1	Gegenüberstellung von stochastischem und deterministischem Modell im Hinblick auf die Unsicherheit . . . . .	73
2.2	Gegenüberstellung von stochastischen und deterministischen Modell in Bezug auf den freien Fall . . . . .	74

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Problem der Kommunikation . . . . .	36
2.2	Schematische Darstellung eines Vorgangs . . . . .	42
2.3	Zustandekommen des Anfangszustandes eines Vorgangs . . . . .	43
2.4	Ausführung eines Vorgangs . . . . .	45
2.5	Vorgang beginnt mit der Gegenwart und reicht in die Zukunft . . . . .	46
2.6	Treffen einer Vorhersage mittels eines stochastischen Vorher- sageverfahrens . . . . .	47
2.7	(Vorgelagerter) Vorgang generiert den interessierenden Wert . . . . .	48
2.8	Messvorgang vor dessen Durchführung . . . . .	49
2.9	Messvorgang nach dessen Durchführung . . . . .	49
2.10	Durchführung einer Messung mittels eines stochastischem Mess- verfahrens . . . . .	50
2.11	Vorgang unter Berücksichtigung des Zufalls . . . . .	52
2.12	Vorgang mit Wahrscheinlichkeitsmaß . . . . .	53
2.13	Vorgang bei zwei unterschiedlichen Realisationen des Anfangs- zustandes . . . . .	54
2.14	Vorgang mit stetigen Variabilitätsbereich . . . . .	55
2.15	Vorgang, bei unterschiedlichen Realisationen des Anfangszu- standes . . . . .	57
2.16	Vorgang, ohne beobachtbare Variabilität . . . . .	58
2.17	Vorgang, mit vernachlässigbar kleiner Variabilität . . . . .	58
2.18	Geradlinige Bewegung mit konstanter Beschleunigung als Vor- gang . . . . .	61
2.19	Unvereinbarkeit von Raum und Zeit bei zweifacher Ausführung eines Vorgangs . . . . .	65
4.1	Basisstruktur der Diagnostik mit Problemmerkmalen und Pro- blemlösungen . . . . .	95
4.2	Die zentralen Teilsysteme von Stochastikon und deren Inter- aktion . . . . .	98
4.3	Die Benutzeroberfläche von Stochastikon . . . . .	99
4.4	Initial-Teilsystem von Stochastikon . . . . .	100
5.1	Allgemeine Darstellung von Thema, Superthema und Subthema	102

5.2	Beispiel für eine Sequenz Thema, Superthema und Subthema	103
5.3	Thema mit $M$ direkten Subthemen und $N$ direkten Superthemen	103
5.4	Thema „die Person Jakob Bernoulli“ mit zwei Subthemen und zwei Superthemen	104
5.5	Thema als Subthema und gleichzeitig als Superthema	104
5.6	Navigationsschritte	105
5.7	Thema „die Person Jakob Bernoulli“ mit einer exemplarischen Auswahl seiner Informationseinheiten	107
5.8	Benutzeroberfläche der Encyclopedia	110
5.9	Auswahl des Begriffs „Bernoulli, Jakob“ über den Begriffskatalog	113
5.10	Benutzeroberfläche bei Auswahl des Begriffs „Bernoulli, Jakob“	114
5.11	Auswahl des Beitrags „Bestimmung der Eigenschaften einer Binomialverteilung“	114
5.12	Eingabemaske des Teilsystems Calculator zur Bestimmung der Eigenschaften einer Binomialverteilung	115
5.13	Auswahl der Informationseinheit „Lebenslauf von Jakob Bernoulli“	115
5.14	Benutzeroberfläche nach Auswahl der Informationseinheit „Lebenslauf von Jakob Bernoulli“	117
5.15	Auswahl des Superthemas „Biographien von Mathematikern“	117
5.16	Benutzeroberfläche des Themas „Biographien von Mathematikern“	119
5.17	Auswahl des Verweises „Ars Conjectandi“ innerhalb des Beitrags „Lebenslauf von Jakob Bernoulli“	119
5.18	Benutzeroberfläche des Themas „Ars Conjectandi“	120
5.19	Benutzeroberfläche bei Ausgangsthema „Unsicherheit“	126
5.20	Benutzeroberfläche nach Wahl des Subthemas „Weissagungskunst“	127
5.21	Benutzeroberfläche nach Wahl des Subthemas „Theorie der Glücksspieltheorie“	127
5.22	Benutzeroberfläche nach Wahl des Subthemas „Pascal, Blaise“	128
5.23	Benutzeroberfläche nach Wahl des Superthemas „Jansenisten“	128
5.24	Benutzeroberfläche nach Wahl des Subthemas „La Logique ou L’Art de penser“	129
5.25	Benutzeroberfläche nach Wahl des Subthemas „Ars Conjectandi“	129
6.1	Benutzeroberfläche des Mentors	139
6.2	Symbole für „kein(e) Hinweis/Hilfe vorhanden“ (linkes Symbol) und für „Hinweis/Hilfe vorhanden“ (rechtes Symbol)	140
6.3	Benutzeroberfläche des Mentors nach dessen Start	141
6.4	Abruf von Dialog-Hinweis	143

6.5	Darstellung eines Dialog-Hinweises durch das Teilsystem Encyclopedia . . . . .	143
6.6	Anforderung von Dialog-Hilfe . . . . .	144
6.7	Darstellung einer Dialog-Hilfe durch das Teilsystem Encyclopedia . . . . .	144
6.8	Auswahl einer vorgelagerten Dialogeinheit mittels der Dialoghistorie aus Abbildung 6.1 . . . . .	146
6.9	Benutzeroberfläche nach Auswahl der in der Dialoghistorie aufgeführten vorletzten Dialogeinheit . . . . .	146
6.10	Benutzeroberfläche nach Auswahl der Dialogeinheit mit Dialog-ID 0 (= Hilfe zum Teilsystem) über den ID-Katalog . . . . .	147
6.11	Erste Seite des Diagnoseberichts mit dem Problem und einem Teil des Bernoulli-Raums . . . . .	156
6.12	Zweite Seite des Diagnoseberichts mit dem Rest des Bernoulli-Raums, dem stochastischen Verfahren und einem Verweis zum Calculator . . . . .	157
6.13	(Ausgefüllte) Eingabemaske des Teilsystems Calculator . . . . .	158
C.1	Startdialog, also Dialog mit ID 0-00-00 . . . . .	203
C.2	Dialog mit ID 02-00-0.0 . . . . .	204
C.3	Dialog mit ID 02-01-0.0 . . . . .	204
C.4	Dialog mit ID 02-01-4.0 . . . . .	205
C.5	Dialog mit ID 02-01-4.2 . . . . .	205
C.6	Dialog mit ID 02-01-4.2.1 . . . . .	206
C.7	Dialog mit ID 02-01-4.2.1.3 . . . . .	206
C.8	Dialog mit ID 02-01-4.2.1.3.1 . . . . .	207
C.9	Dialog mit ID 02-01-4.2.1.3.1.2 . . . . .	207
C.10	Dialog mit ID 02-01-4.2.1.3.1.2.1 . . . . .	208
C.11	Dialog mit ID 02-01-4.2.1.3.1.2.1.2 . . . . .	208
C.12	Dialog mit ID 02-01-4.2.1.3.1.2.1.2.1 . . . . .	209
C.13	Diagnosebericht eines positiven Lösungsvorschlags . . . . .	209



# Kapitel 1

## Einleitung

Dieses einführende Kapitel erläutert das Dilemma der traditionellen auf Determinismus beruhenden Wissenschaft und schlägt eine Lösung vor, die sich im Wesentlichen aus den Projekten „Stochastik“ und „Stochastikon“ zusammensetzt. Motivation und Intention beider Projekte werden ebenfalls kurz skizziert. Ebenso die Rolle, die diese Dissertationsarbeit in Hinblick auf beide Projekte spielt.

### 1.1 Das Projekt „Stochastik“

Die vorliegende Dissertation ist Teil eines Projektes der Forschungsgruppe um Professor Elart von Collani<sup>1</sup>. Es verfolgt das ehrgeizige Ziel, die traditionelle Wissenschaft durch eine neue Wissenschaft abzulösen.

Motivation für dieses Projekt ist die Erkenntnis, dass die traditionelle Wissenschaft, so wie sie sich seit dem sechzehnten Jahrhundert in Europa entwickelt hat, keine objektiv nachvollziehbare Grundlage besitzt. Stattdessen beruht sie auf „Glaubensdogmen“ und ist somit als irrational einzustufen.

Diese Ansicht ist nicht neu, sondern wurde bereits von einer Reihe von Wissenschaftstheoretikern entwickelt und vertreten. In diesem Zusammenhang ist vor allem Karl Popper<sup>2</sup> zu nennen, der das Fundament der traditionellen Wissenschaft mit Sumpfland vergleicht.<sup>3</sup>

---

<sup>1</sup>Prof. Dr. Elart von Collani; Lehrstuhl für Ökonometrie am Volkswirtschaftlichen Institut der Fakultät Wirtschaftswissenschaften an der Universität Würzburg (URL: <http://www.wifak.uni-wuerzburg.de/wilan/wifak/vwl/qwf/namen/collani.htm>, [19.06.2006]).

<sup>2</sup>Sir Karl Raimund Popper; österreichischer und britischer Philosoph und Wissenschaftstheoretiker; 1902–1994.

<sup>3</sup>Bei Karl Popper ([72], Seite 75f.) heißt es: „[...] die Wissenschaft baut nicht auf Felsengrund. Es ist eher ein Sumpfland, über dem sich die kühne Konstruktion ihrer Theorie erhebt; sie ist ein Pfeilerbau, dessen Pfeiler sich von oben her in den Sumpf senken — aber nicht bis zu einem natürlich ‘gegebenen’ Grund. Denn nicht deshalb hört man auf,

John Searle<sup>4</sup> beschreibt Karl Poppers Meinung über die traditionelle Wissenschaft ([83], (f) *The philosophy of science*, Seite 2078) mit folgenden Worten:

*„On Popper’s conception of science and the activity of scientists, science is not an accumulation of truths about nature, and the scientist does not arrive at truths about nature, rather, all that we have in science are a series of so far unrefuted hypotheses. But the idea that the scientist aims after truths, and that in various sciences we actually have an accumulation of truths, which I think is the presupposition of most actual scientific research, is not something that is consistent with Popper’s conception.“*

Auch die mehr historische Untersuchung der traditionellen Wissenschaft durch Thomas Kuhn<sup>5</sup> kommt zu einem ähnlichen Schluss. John Searle beschreibt Kuhns Erkenntnisse folgendermaßen ([83], Seite 2078f.):

*„Kuhn argues that if you look at the actual history of science, you discover that it is not a gradual progressive accumulation of knowledge about the world, but that science is subject to periodic massive revolutions, where entire world views are overthrown when an existing paradigm is overthrown by a new scientific paradigm. It is characteristic of Kuhn’s book that he implies though as far as I know he does not state explicitly, that the scientist does not give us truths about the world, but gives us a series of ways of solving puzzles, a series of ways of dealing with puzzling problems within a paradigm. And when the paradigm reaches puzzles that it cannot solve, it is overthrown and a new puzzle is erected in its place, which again sets off a new round of puzzle-solving activity. From the point of view of this discussion, the interesting thing about Kuhn’s book is that he seems to imply that we are not getting progressively closer to the truths of nature in natural sciences, we are just getting a series of puzzle-solving mechanisms. The scientist essentially moves from one paradigm to another, for reasons that have nothing to do with giving an accurate description of an*

---

*die Pfeiler tiefer hineinzutreiben, weil man auf eine feste Schicht gestoßen ist: wenn man hofft, daß sie das Gebäude tragen werden, beschließt man, sich vorläufig mit der Festigkeit der Pfeiler zu begnügen.“*

<sup>4</sup>John Rogers Searle; amerikanischer Philosoph; 1932.

<sup>5</sup>Thomas Samuel Kuhn; amerikanischer Physiker, Wissenschaftstheoretiker und Wissenschaftshistoriker; 1922–1996.



*independently existing natural reality, but rather for reasons that are in greater or lesser degree irrational.*<sup>6</sup>

Nach Elart von Collani prägen zwei eng miteinander zusammenhängende Dogmen die traditionelle Wissenschaft:

- das Dogma des *Determinismus*<sup>7</sup> und
- das Dogma der *Wahrheit*.

Das Dogma des Determinismus impliziert, dass die Evolution in isolierte Ursache-Wirkungsketten zerlegt werden kann. Demgegenüber besagt das Dogma der Wahrheit, dass der Mensch in der Lage ist die „Wahrheit“ zu erkennen. Allerdings zeigt die Erfahrung, dass weder eine deterministische Welt existiert, noch der Mensch die Fähigkeit besitzt, die Wahrheit, also „das was ist“, zu erkennen.

Ausgehend von dieser Erkenntnis initiierte Collani das Projekt „Stochastik“. Es verfolgt das Ziel, die Grundlagen für eine auf Indeterminismus<sup>8</sup> beruhende Wissenschaft zu entwickeln. Im Unterschied zur traditionellen deterministischen Wissenschaft versucht eine indeterministische<sup>9</sup> Wissenschaft nicht „das was ist“ aufzudecken, sondern „das was nicht ist“ auszuschließen. Um dies zu erreichen, darf die Unsicherheit, die sich in Variabilität<sup>10</sup> manifestiert im Rahmen wissenschaftlicher Untersuchungen nicht länger vernachlässigt werden. Die Variabilität in den Vorgängen enthält alle Informationen über die vorliegenden Zustände und ermöglicht dadurch die Entwicklung von stochastischen Verfahren zum Ausschließen von „das was nicht ist“. Diese Verfahren ermöglichen darüber hinaus ein sukzessives Wissenswachstum über „das was nicht ist“ und damit eine Annäherung an „das was ist“.

Die Unsicherheit respektive die inhärente Variabilität findet allerdings in der traditionellen Wissenschaft und speziell in der Physik, keine Berücksichtigung. Zwar hat es den Anschein, als wären statistische Methoden ein

---

<sup>6</sup>Der Wortlaut „Kuhn’s book“ bezieht sich auf das Buch *The Structure of Scientific Revolutions* von Thomas Kuhn ([59]).

<sup>7</sup>Im Meyers Lexikon ([64], Stichwort: **Determinismus**) steht: „**Determinismus** [lat.], im Ggs. zum Indeterminismus. Lehrmeinung, nach der alles Geschehen in der Welt durch Gesetzmäßigkeiten oder göttl. Willen [vorher]bestimmt ist.“

<sup>8</sup>Im Meyers Lexikon ([64], Stichwort: **Indeterminismus**) steht: „**Indeterminismus**, in der Philosophie im Ggs. zum Determinismus die Lehrmeinung, nach der ein Geschehen [grundsätzlich] nicht durch Kausalität bzw. durch Naturgesetze bestimmt ist und nach dem Prinzip der Kausalität erkannt und vorausgesagt werden kann.“

<sup>9</sup>Laut Duden ([93], [94], [95]) existiert dieses Wort nicht. Dennoch soll „indeterministisch“, analog zu dem Wort „deterministisch“ nachfolgend im Sinne von „auf Indeterminismus beruhend“ verwendet werden.

<sup>10</sup>Von Variabilität spricht man, wenn die Ausprägung eines Aspekts nicht eindeutig fixiert werden kann.

adäquates Instrument zur Untersuchung von Variabilität, aber sie sind es nicht. Bekanntermaßen ist das zentrale Ziel der Statistik weniger die Untersuchung von Variabilität als deren Reduzierung beziehungsweise Eliminierung. Somit ist eine Untersuchung der Variabilität durch die traditionelle Wissenschaft in angemessener Weise kaum möglich.

Die Lösung des Problems liegt in der Entwicklung neuer, speziell auf diese Aufgabe zugeschnittener Modelle und Verfahren. Dies ist Gegenstand des Projektes „Stochastik“, dessen erstes wichtiges Ergebnis die beiden Arbeiten *Theoretical Stochastics* ([23]) und *Empirical Stochastics* ([24]) waren. Elart von Collani stellt darin fundamentale Regeln für den wissenschaftlichen Umgang mit dem omnipräsenten Phänomen der Unsicherheit auf. Diese Regeln bilden innerhalb der indeterministischen Wissenschaft einen eigenständigen Zweig, den Collani in Gedenken an Jakob Bernoulli<sup>11</sup> den Namen *Stochastik* gab. Dementsprechend soll nachfolgend diese neue (indeterministische) Wissenschaft als *stochastische Wissenschaft* bezeichnet werden. Die Stochastik stellt somit das Fundament für eine stochastische Wissenschaft dar und bekommt dadurch innerhalb der Wissenschaftszweige eine Schlüsselrolle.

Um Missverständnisse im Hinblick auf Namensgleichheit zu vermeiden wird im Folgenden für die im Rahmen dieser Arbeit vorgestellten Stochastik die Bezeichnung *Bernoullische Stochastik* gebraucht, während die herkömmliche Stochastik als *Mathematische Stochastik* bezeichnet werden soll.

## 1.2 Das Projekt „Stochastikon“

Intention des Projektes „Stochastik“ ist die Entwicklung und die Etablierung der Bernoullische Stochastik als Grundlage einer stochastischen Wissenschaft. Um sich in absehbarer Zeit gegen die traditionelle Wissenschaft

---

<sup>11</sup>Auch: Jakob I. Bernoulli, Jacob Bernoulli, James Bernoulli oder Jacques Bernoulli; schweizer Theologe, Mathematiker und Physiker; 1655–1705.

Anmerkung 1: Der durch Papst Gregor XIII. (bürgerlicher Name: Ugo Buoncompagni; 1502–1585) im Jahre 1582 ins Leben gerufene und nach ihm benannte *Gregorianische Kalender* wurde 1584 in Basel eingeführt. Nachdem Basel Jakob Bernoullis Geburtsort ist, ist demzufolge sein Geburtsdatum (nach Gregorianischen Kalender) der 6. Januar 1655. Das in der Literatur meist anzutreffende Geburtsdatum (27. Dezember 1654) bezieht sich auf den von Julius Cäsar (Auch: Gaius Iulius Caesar oder Gajus Julius Caesar; römischer Staatsmann, Feldherr und Autor; 100–44 v.u.Z.) eingeführten Julianischen Kalender, der zu jener Zeit in weiten Teilen Europas noch Gültigkeit hatte. ([92], Stichworte: **Jakob I. Bernoulli**, **Gregorianischer Kalender**, **Julianischer Kalender**, alle [19.06.2006])

Anmerkung 2: Jakob Bernoulli gilt aufgrund seines Werks *Ars conjectandi* als der geistige Vater der Stochastik. Eine Besprechung der für diese Arbeit relevanten Aspekte der *Ars conjectandi* folgt in Abschnitt 2.1.3.

behaupten zu können, muss eine Strategie einerseits zur weltweiten Verbreitung beziehungsweise Zugänglichkeit der Stochastik und andererseits zur Überwindung von (mathematischen) Schwierigkeiten bei ihrer Anwendung entwickelt werden.

Dies hat sich das Projekt „Stochastikon“ zum Ziel gesetzt. Es beinhaltet die Entwicklung eines umfassenden und speziell auf die Merkmale der Stochastik ausgerichteten Web-basierten<sup>12</sup> Informations- und Anwendungssystems<sup>13</sup>, das sich aus einer Reihe von Teilsystemen zusammensetzt.

### 1.3 Das Dissertations-Projekt

Mit der vorgelegten Dissertation soll jeweils ein Teilziel innerhalb der Projekte „Stochastik“ und „Stochastikon“ erreicht werden.

#### Teilziel in Hinblick auf das Projekt „Stochastik“

Die von Elart von Collani in seinen Arbeiten verwendete Notation zur Beschreibung des stochastischen Regelwerks ist in erster Linie technisch-mathematisch orientiert und erschwert einem mathematisch nicht versierten Leser den Einstieg in die Bernoullische Stochastik und damit auch in die stochastische Wissenschaft.

Ein Teilziel besteht daher in einer didaktisch aufbereiteten und weniger formalen Darstellung der zentralen Aspekte und Begriffe der Stochastik, sowie einer Konkretisierung des Prinzips der „stochastischen Denkweise“. Dies soll es Wissenschaftlern aller Wissenschaftszweige ermöglichen, die Bernoullische Stochastik leichter zu erfassen und das stochastische Regelwerk auf ihr eigenes Gebiet anzuwenden. Dies würde — als Nebeneffekt — eine Abkehr von

---

<sup>12</sup> „Web“ ist die umgangssprachliche Kurzform für das *World Wide Web* oder einfach nur *WWW* und ist ein Dienst des Internets. Weitere Informationen sind auf den Seiten des *World Wide Web Consortium* (W3C) unter URL: <http://www.w3.org/> zu finden ([19.06.2006]).

<sup>13</sup> Helmut Balzert (Prof. Dr. Helmut Balzert; Lehrstuhlinhaber für Software-Technik an der Fakultät Elektrotechnik und Informationstechnik an der Ruhr-Universität Bochum (URL: <http://www.et.ruhr-uni-bochum.de/hochschullehrer/balzert.html>, [19.06.2006])) betrachtet die beiden Begriffe (computergestütztes) „Informationssystem“ und „Anwendungssystem“ als gleichwertig und beschreibt ein solches System in seinem Standardwerk über Software-Technik ([5], Seite 25) mit folgenden Worten: „*Ein computergestütztes Informationssystem bzw. ein Anwendungssystem ist ein System, bei dem die Erfassung, Speicherung, Übertragung, Auswertung und/oder Transformation von Informationen durch Computersysteme teilweise automatisiert ist.*“.

Auch wenn es nach dieser Interpretation nicht korrekt ist, so erfolgt im Rahmen dieser Arbeit dennoch eine explizite Unterscheidung zwischen Informationssystem und Anwendungssystem, mit der Absicht die beiden zentralen Aufgaben dieses Systems — Unterstützung bei der Anwendung von stochastischem Wissen und Bekanntmachung von stochastischem Wissen — zu unterstreichen.

der traditionellen, hin zu einer stochastischen Wissenschaft bedeuten.

### **Teilziel in Hinblick auf das Projekt „Stochastikon“**

Gegenstand dieses Teilziels ist die Entwicklung eines Konzepts für zwei Teilsysteme eines Web-basierte Informations- und Anwendungssystems namens *Stochastikon*, sowie deren Realisierung. Als Richtschnur dient das Komplettsystem, also die Gesamtheit aller bisher geplanten Teilsysteme, deren Kommunikation untereinander, sowie deren Ausrichtung an den Merkmalen der Stochastik.

- Das erste Teilsystem trägt den Namen *Encyclopedia*. Dahinter verbirgt sich ein Stochastik-Nachschlagewerk mit folgenden Eigenschaften:
  1. Das Nachschlagewerk zerfällt in themenorientierte Beiträge, wie ein traditionelles Nachschlagewerk, die über einen Begriffskatalog abrufbar sind.<sup>14</sup>
  2. Die Themen sind durch ihren Kontext<sup>15</sup> miteinander vernetzt, so dass das Nachschlagewerk zur Generierung einer Vielzahl von kontext-orientierten geschlossenen Wissensdarstellungen fähig ist.
  3. Änderungen, Erweiterungen und Mehrsprachigkeit des Nachschlagewerkes werden durch das Design unterstützt werden.
  4. Die Zusammenarbeit der Encyclopedia mit allen anderen Teilsystemen von Stochastikon wird unterstützt.
- Das zweite Teilsystem mit dem Namen *Mentor* hat das Ziel, Anwendern<sup>16</sup> — im Speziellen Nicht-Stochastikern<sup>17</sup> — bei der Lösung

---

<sup>14</sup>Eine Abgrenzung von „Thema“ und „Begriff“ im Zusammenhang mit dieser Arbeit folgt in Abschnitt 5.2.

<sup>15</sup>Eine Erläuterung des Begriffs „Kontext“ im Rahmen dieser Arbeit erfolgt in Abschnitt 5.2.

<sup>16</sup>Der Adressat für solch ein Informations- und Anwendungssystem wird nachfolgend unabhängig vom Teilsystem „Anwender“ genannt. In erster Linie wird ein Anwender das System mit der Intension nutzen, sich stochastisches Wissen anzueignen, um es anzuwenden. Helmut Balzert grenzt in [5] (Seite 24f.) die beiden Begriffe „Anwender“ und „Benutzer“ mit folgenden Worten gegeneinander ab: „*Als Anwender werden alle Angehörigen einer Institution oder organisatorischen Einheit bezeichnet, die ein Computersystem zur Erfüllung ihrer fachlichen Aufgaben einsetzen. Sie benutzen die Ergebnisse der Anwendungssoftware oder liefern Daten, die die Anwendungssoftware benötigt. Benutzer sind nur diejenigen Personen, die ein Computersystem unmittelbar einsetzen und bedienen, oft auch Endbenutzer oder Endanwender genannt.*“

<sup>17</sup>Nachfolgend wird unter einem Stochastiker eine Person verstanden, die Experte auf dem Gebiet der Bernoullische Stochastik ist.

von Problemen unter adäquater Berücksichtigung der Unsicherheit zu unterstützen. Bei der Entwicklung dieses Systems sollten folgende Nebenbedingungen berücksichtigt werden:

1. Das Anwendungsspektrum des Mentors ist nicht auf bestimmte Bereiche menschlicher Aktivitäten beschränkt.
2. Der Mentor setzt keinerlei stochastische Kenntnisse beim Anwender voraus.
3. Die Mehrsprachigkeit und die Zusammenarbeit des Mentors mit allen anderen Teilsystemen wird unterstützt.

Die für diese Dissertation in Hinblick auf die Encyclopedia und den Mentor gestellte Aufgabe bezieht sich nicht auf die inhaltliche Entwicklung der beiden Teilsysteme, sondern auf deren informationstechnische Realisierung und der Überprüfung ihrer Einsatzfähigkeit anhand kleinerer Beispiele. Diese Einschränkung ist aus zwei Gründen unumgänglich: Einmal steht die Bernoullische Stochastik am Beginn ihrer Entwicklung, was dazu führt, dass selbst in dem bisher (scheinbar) gesicherten Bestand noch laufend Änderungen notwendig werden. Zum anderen sind die Ziele der beiden Teilsysteme so umfassend, dass sie nur durch eine zukünftige Zusammenarbeit von vielen Experten der unterschiedlichen Wissensgebiete erreicht werden können.

Die nachfolgenden Kapitel sollten immer unter dem Aspekt beurteilt werden, dass die beiden Projekte „Stochastik“ und „Stochastikon“ erst an ihrem Anfang stehen und — nicht zuletzt aufgrund ihrer ehrgeizigen Ziele — noch zahlreichen Problemen gegenüber stehen.

## Kapitel 2

# Einführung in die Bernoullische Stochastik

Der Begriff *Stochastik* hat zahlreiche Bedeutungen. Gegenwärtig wird er meist als Oberbegriff für die beiden mathematischen Teilgebiete Wahrscheinlichkeitstheorie und Mathematische Statistik gebraucht.

Im Rahmen dieser Dissertation wird die Bezeichnung *Stochastik* jedoch in einem anderen Sinn als den bisher gebräuchlichen verwendet. Elart von Colani folgend steht Stochastik für einen eigenständigen Wissenschaftszweig. Dabei wird unter Wissenschaft der Versuch des Menschen verstanden, die reale Welt zu beschreiben um dadurch zuverlässige und genaue Vorhersagen über die unsichere Zukunft machen zu können. Allerdings ist eine Beschreibung oder Vorhersage nur dann als „wissenschaftlich“ einzustufen, wenn sie bestimmte Anforderungen erfüllen. Diese Anforderungen und die Regeln wie sie erfüllt werden können, sind Gegenstand des Wissenschaftszweigs Stochastik.

Nachfolgend handelt es sich um eine allgemein-verständliche Einführung in die Bernoullische Stochastik und — wie im ersten Kapitel dargelegt — auch in die stochastische Wissenschaft.

### 2.1 Kurzer geschichtlicher Abriss

Eine Betrachtung der historischen Entwicklung der Stochastik, angefangen bei der Herkunft des Wortes bis hin zur Etablierung als eigenständiger Wissenschaftszweig, ist für ihr Verständnis nicht zwingend erforderlich. Allerdings gestattet sie eine Reihe von aufschlussreichen Einblicken und liefert darüber hinaus Hinweise auf die Intention der Stochastik.

### 2.1.1 Ursprung des Wortes „Stochastik“

Das Wort „Stochastik“ ist griechischen Ursprungs. Hermann Menge<sup>1</sup> setzt in seinem Wörterbuch ([62], Seite 639) das Wort *στοχάζομαι*<sup>2</sup> (*stochazomai*) unter anderem mit „durch Vermutung erkennen“, „schließen“, „erraten“, „vermuten“, „ahnen“ oder „erforschen“ gleich, während *στοχαστικός*<sup>3</sup> (*stochastikos*) soviel wie „im Erraten geschickt“ bedeutet.

Weitere Belege für die griechischen Wurzeln des Wortes „Stochastik“ finden sich in zahlreichen Schriften der Antike.

So stößt man in Werken von u.a. Isokrates<sup>4</sup> (seine Reden und Briefe), Xenophon<sup>5</sup> (*Kyrupädie*), Aristoteles<sup>6</sup> (z.B. *Rhetorik*, *Politik*, *Poetik*) oder Polybios<sup>7</sup> (*Weltgeschichte*) auf das Wort *στοχάζεσθαι* (*stochazesthai*)<sup>8</sup>, das Ladislaus von Bortkiewicz<sup>9</sup> in der Einleitung zu seiner Arbeit *Die Iterationen* ([17], Seite 3) mit „zielen“ oder „mutmaßen“ gleichsetzt.

Daneben verwendet Platon<sup>10</sup> in seinem Werk *Philebos* ab Stelle 55e<sup>11</sup> das griechische Wort *στοχαστική* (*stochastike*) im folgenden Kontext:

*„Wenn jemand von allen Fertigkeiten und Künsten die Rechenkunst, die Meßkunst und die Kunst des Wägens wegnimmt, so bleibt, um es offen zu sagen, nur etwas übrig, was fast minderwertig ist [...]. Es bleibt nichts anderes übrig als ein Erraten, ein Schließen durch Vergleichen, und ein Schärfen der Sinneswahrnehmung durch Erfahrung und durch eine gewisse Übung, wobei man die — von vielen als Künste titulierten — Fähigkeiten des geschickten Vermutens (στοχαστική sc. τέχνη) benützt, die durch stete Handhabung und mühevollen Arbeit herangebildet werden.“<sup>12</sup>*

<sup>1</sup>Hermann August Menge; deutscher Philologe; 1841–1939.

<sup>2</sup>Etymologie nach [62]: *στόχος* (*stochos*).

<sup>3</sup>Etymologie nach [62]: *στοχαστής* (*stochastes*), *στοχάζομαι* (*stochazomai*).

<sup>4</sup>Griechischer Redner, Rhetoriklehrer und Schriftsteller; 436–338 v.u.Z.

<sup>5</sup>Griechischer Geschichtsschreiber und Schriftsteller; um 430–355 v.u.Z.

<sup>6</sup>Griechischer Philosoph; 384–322 v.u.Z.

<sup>7</sup>Auch: Polybios; griechischer Geschichtsschreiber; um 200–120 v.u.Z.

<sup>8</sup>Daneben finden sich innerhalb *The Perseus Digital Library* ([32]) in den o.g. und anderen Texten noch eine Vielzahl ähnlich lautender Wörter.

<sup>9</sup>Владислав Иосифович Борткевич; auch: Ladislaus Josephowitsch von Bortkiewicz oder Vladislav Josephowitsch von Bortkiewicz; russischer Ökonometriker und Statistiker; 1868–1931.

<sup>10</sup>Auch: Plato; griechischer Philosoph; 427–347 v.u.Z.

<sup>11</sup>Von den von mir in Betracht gezogenen Übersetzungen [7], [39], [70] und [71] dieser Stelle erschien mir die aus [7] (Vorwort) am treffendsten, zumal hierbei der Begriff „Stochastik“ der Bedeutung des griechischen Wortes *στοχαστικός*, also „im Erraten geschickt“ sehr nahe kommt.

<sup>12</sup>Laut Hermann Menge ([62]) steht *τέχνη* für „Kunst“ oder auch „Wissenschaft“. *sc.* ist die Abkürzung für das lateinische *scilicet* und bedeutet „nämlich“.

Demnach unterscheidet Platon zwischen zwei Arten von Künsten. Die einen sind die wertvollen Künste, zu denen er die Rechenkunst, die Messkunst und die Kunst des Wägens<sup>13</sup> zählt. Alles andere ist minderwertig, wie auch die Stochastik alias **stochastike** (*στοχαστική*) als Fähigkeit des geschickten Vermutens, die hauptsächlich auf Übung („stete Handhabung“) und Fleiß („mühevoller Arbeit“) beruht.

Diese Unterscheidung wird noch eklatanter, wenn man die Übersetzung des anerkannten Plato-Übersetzers Otto Apelt betrachtet ([71]). Während auf der einen Seite von Arithmetik, Meß- und Gewichtskunde die Rede ist, wird die Stochastik im wesentlichen mit einem schäbigen Rest gleichgesetzt.<sup>14</sup>

### 2.1.2 Historische Wurzeln der Bernoullischen Stochastik

Ausgangspunkt für die Entstehung der Bernoullischen Stochastik waren im Wesentlichen zwei populäre Themengebiete ihrer Zeit. Das eine waren die Glücksspiele und der daraus resultierende Wunsch Gewinnerwartungen zu ermitteln. Das andere stellten die Moralsysteme dar. Mit ihnen war die Absicht verbunden, die Gültigkeit von gewissen theologischen Verhaltensregeln zu ergründen.

#### Ursprung und Entwicklung der Glücksspiele

Seit alters her kannten Menschen der unterschiedlichen Epochen und Kulturen Gegenstände, deren teilweise artfremde Verwendung ausschließlich vom Zufall abhängige Resultate lieferten. Während die ersten noch „Abfallprodukte“ der Natur waren (z.B. Knochen, Muscheln), wurden in späterer Zeit Gegenstände dieser Art vom Menschen geschaffen (z.B. Tonwürfel, Münzen). Neben der Befriedigung des menschlichen Spieltriebs dienten solche Gegenstände auch der Vorhersage der Zukunft beziehungsweise der Deutung des göttlichen Willens.

Gegenstände mit zwei unterscheidbaren Seiten stellen Objekte dar, deren Wurf zu einem von zwei möglichen Ausgängen führt.

Laut Friedrich Barth, Rudolf Haller ([7], Seite 48) verwendeten die Griechen in der Antike eine schwarz-weiße Muschel und riefen daher *Nacht oder*

---

<sup>13</sup>Nach dem Duden (Die deutsche Rechtschreibung, [93]) handelt es sich dabei um eine veraltete Bezeichnung für „das Gewicht bestimmen“.

<sup>14</sup>Bei Otto Apelt ([71], Seite 112f.) heißt es: „Wenn man z.B. die Arithmetik und die Meß- und Gewichtskunde loslöst von allen Künsten, so dürfte von einer jeden sozusagen nur ein schäbiger Rest übrigbleiben [...]. Dann nach vollzogener Trennung bleibt nur noch ein Mutmaßen übrig und eine Übung der Sinne durch Erfahrung und Praxis, indem man sich eine gewisse Treffsicherheit aneignet, die durch Übung und Fleiß eine Art Meisterschaft erzeugt und darum von vielen als Kunst bezeichnet wird.“



Tag<sup>15</sup>, während die Römer eine Münze bevorzugten und — vergleichbar mit dem heutigen Spiel „Kopf oder Zahl“ — *Kopf oder Schiff*<sup>16</sup> fragten.

Ein anderer in der Antike ausgesprochen populärer Gegenstand zur Visualisierung des Zufalls war nach Friedrich Barth, Rudolf Haller ([7], Seite 46f.) und Robert Ineichen<sup>17</sup> ([51], Seite 40) ein länglicher Knöchel namens *Astragalus*<sup>18</sup>. In einer Reihe antiker Schriften finden sich Hinweise auf den Astragalus, sowohl in Bezug auf das Glücksspiel wie auch im Zusammenhang mit Orakelbefragungen<sup>19</sup>. Beispielsweise berichtet die *Ilias* von Homer<sup>20</sup> von einem Knöchelspiel mit tödlichem Ausgang.<sup>21</sup> Gaius Suetonius Tranquillus<sup>22</sup> berichtet in seinen Kaiserbiographien *De vita Caesarum*<sup>23</sup>, wie Tiberius<sup>24</sup>

---

<sup>15</sup>νόξι ἢ ἡμέρα

<sup>16</sup>**capita aut navia.** Die Aes grave (laut [37], Stichworte: **Aes grave** und **As** handelt es sich dabei um schwere Bronze-Gußmünzen der römischen Republik im Wert von einem As. Das As ist eine römische Münzeinheit, war jedoch ursprünglich eine altrömische Gewichtseinheit. Siehe auch [97], Band 1, Stichwort: **Aes grave**) zeigte häufig auf der Vorderseite den Doppelkopf beziehungsweise das Doppelgesicht des römischen Gottes Janus (auch: Ianus; Gott der öffentlichen Tore und Durchgänge, und allen Anfangs ([97], Band 2, Stichwort: **Ianus**)). Auf der Rückseite der Münze war oftmals eine Prora (Schiffsbug, Vordeck) dargestellt. Münzen dieser Art sind u.a. in [37] (Seite 9) und [41] (Seite 101, Nummer 40) abgebildet. ([78], Stichworte: **Januskopf** und **Schiffsdarstellungen**, alle [19.06.2006] und [85], Stichworte: **Aes grave**, **Janus**, **Januskopf** und **Prora**). alle [19.06.2006]

<sup>17</sup>Prof. em. Dr. Robert Ineichen; schweizer Mathematiker.

<sup>18</sup>Bei dem Astragalus (ἀστράγαλος) handelt es sich um den obersten Fußwurzelknochen (Sprungbein) von Paarhufern, wie der Ziege oder dem Schaf. Die Römer nannten ihn **talus** (Hermann Menge, [63]). Bedingt durch seine längliche Formgebung und seine beiden abgerundeten Schmalseiten fällt der Astragalus stets auf eine seiner vier Längsseiten, die alle wegen ihrer unterschiedlichen Größen beziehungsweise Form voneinander unterscheidbar sind.

<sup>19</sup>Im Duden-Fremdwörterbuch ([95], Stichwort: **Orakel**) steht dazu: „**Orakel** das; -s, - <aus lat. oraculum „Sprechstätte (als Institution der Göttersprucherteilung); Götterschicksalspruch; Weissagung“ zu orare, vgl. Orans>: a) Stätte (bes. im Griechenland der Antike); wo Priester[innen], Seher[innen] o.Ä. Weissagungen verkündeten oder [rätselhaft, mehrdeutige] Aussagen in Bezug auf gebotene Handlungen, rechtliche Entscheidungen o.Ä. machten; b) durch das Orakel (a) erhaltene Weissagungen, [rätselhaft, mehrdeutige] Aussage.“

<sup>20</sup>Auch: Homeros; laut Überlieferung, ältester epischer Dichter des Abendlandes; zwischen 750–650 v.u.Z.

<sup>21</sup>Im 23. Gesang (Stelle: 87f.) erzählt Patroklos, dass er beim Knöchelspiel aus Zorn ungewollt den Sohn des Amphidamas getötet hat (griechischer Text unter [49]; deutsche Übersetzung unter [50]).

<sup>22</sup>Auch: Caius Suetonius Tranquillus oder Gajus Suetonius Tranquillus; römischer Schriftsteller; um 70–140.

Chris Scarre benennt ihn in seinem „Who’s who“ zum Rom der Kaiserzeit ([81], Seite 12) als eine seiner Quellen und beschreibt ihn als einen Menschen, der sichtlich Freude an Stadtklatsch und Gerüchten hatte, dessen Berichte dennoch als zuverlässig angesehen werden können. Ähnlich sieht es Paul Kroh in seinem Lexikon über die Autoren der Antike ([57], Stichwort: **Suetonius Tranquillus**). Demnach beruhen die Schriften von Suetonius hauptsächlich auf mit Sorgfalt und Genauigkeit geführten Archiv- und Bibliotheksforschungen, sowie philologischen und antiquarischen Studien.

<sup>23</sup>Lateinischer Text unter [88]; englische Übersetzung unter [89].

<sup>24</sup>Römischer Kaiser; 42 v.u.Z.–37.

ein Orakel befragt und hierzu goldene Astragali wirft.<sup>25</sup>

Nach Friedrich Barth, Rudolf Haller ([7], Seite 45) zählten in Süditalien sowohl echte, als auch aus Ton oder Edelmetall nachgebildete Astragali — häufig in größerer Stückzahl — zu den Grabbeigaben. Darüber hinaus fand man Astragali auch in Gräbern aus prähistorischer Zeit (30.000–20.000 v.u.Z.) und in Gräbern ab dem dritten Jahrtausend verschiedener Kulturen Mittel- und Südosteuropas, Vorderasiens und Chinas.

Ebenso wie der Astragalus war auch der Würfel<sup>26</sup> als Spielobjekt in der Antike ausgesprochen beliebt. Belege dafür finden sich ebenfalls in *De vita Caesarum*<sup>27</sup>. Demnach frönten sowohl Augustus<sup>28</sup> (Augustus 71) als auch Claudius<sup>29</sup> (Claudius 33) dem Würfelspiel. Letzterer verfasste sogar ein Buch über das Würfelspiel.

Friedrich Barth, Rudolf Haller ([7], Seite 47) berichten von Tonwürfeln, die unseren heutigen Würfeln sehr ähnlich sind. Gefunden wurden sie in auf das dritte Jahrtausend v.u.Z. datierten Gräbern des heutigen Iraks (Tepe Gawra) und Pakistans (Mohenjo-Daro).

Aufgrund der für manche Spieler ruinösen Folgen war in der römischen Republik und der römischen Kaiserzeit das Glücksspiel — zumindest formal, also per Gesetz — untersagt (Lexikon der Antike, [97], Band 1, Stichwort: *Alea*(2)). Solche Gesetze waren laut Jean-Marie André<sup>30</sup> ([3], Seite 178) bereits zu Zeiten von Titus Maccius Plautus<sup>31</sup> bekannt. In den *Digesten*<sup>32</sup> sind verschiedene, das Glücksspiel betreffende beziehungsweise regelnde Texte unter der Stelle 11.5.0<sup>33</sup> ([67]) aufgeführt.

Ähnlich verhielt es sich im Mittelalter und zu Beginn der Neuzeit, wo

---

<sup>25</sup>Lateinischer Text unter [88], Tiberius 14; englische Übersetzung unter [89], Tiberius 14.

Anmerkung: Meines Erachtens wurde im englischen Text *talos* fälschlicherweise mit „dice“ (= Würfel) und nicht mit „astragalus“ übersetzt.

<sup>26</sup>Die Griechen nannten den Würfel *κύβος* oder *κῦβος* (*kybos*), während er bei den Römern unter *tessera* oder *alea* bekannt war (Friedrich Barth, Rudolf Haller [7], Seite 47; Robert Ineichen, [51], Seiten 39f. und Hermann Menge [62] und [63]).

<sup>27</sup>Lateinischer Text unter [88]; englische Übersetzung unter [89].

<sup>28</sup>Römischer Kaiser; 63 v.u.Z.–14.

<sup>29</sup>Römischer Kaiser; 10 v.u.Z.–54.

<sup>30</sup>Jean-Marie André; französischer Gelehrter.

<sup>31</sup>Römischer Komödiendichter; um 250–184 v.u.Z.

<sup>32</sup>Die *Digesten* sind nach dem Lexikon der Antike ([97], Band 2, Stichwort: *Digesta*) Bestandteil des *Corpus juris civilis*, einer von Kaiser Justinian I. (byzantinischer beziehungsweise oströmischer Kaiser; 482–565) in Auftrag gegebene Kompilation von Gesetzen beziehungsweise Gesetzestexten.

<sup>33</sup>Dieser Teil trägt den Titel *De aleatoribus*, in dem das Wort *alea* enthalten ist. *alea* bedeutet laut Hermann Menge ([63]) „Würfel“, „Würfelspiel“ oder auch „Zufall“. Siehe auch Kapitel 2, Fußnote 26.

in zahlreichen Ländern Europas das Glücksspiel und das damit verbundene Wetten um hohe Einsätze von den jeweiligen geistlichen oder weltlichen Herrschern verboten wurde. Begründet wurden die Verbote meist damit, dass sie zum Wohle und zum Schutz der Bevölkerung dienten.<sup>34</sup> Dennoch tat dies der Beliebtheit des Glücksspiels keinen Abbruch, mit der Folge, dass im Europa des sechzehnten Jahrhunderts das Würfel- und Kartenspiel in allen gesellschaftlichen Schichten weit verbreitet war. So schildert der Historiker Manfred Zollinger ([99], Seite 47ff.), dass zur damaligen Zeit das Glücksspiel nicht nur mit dem Lebensstil des Adelstandes eng verbunden war, sondern quasi zum adeligen Erziehungs- und Bildungssystem zählte.

Die Gewinnchancen standen dabei im Mittelpunkt des Interesses. Aus den sich daraus ergebenden Fragestellungen, wie beispielsweise der gerechten Verteilung des Einsatzes bei vorzeitig abgebrochenem Spiel<sup>35</sup>, ergab sich die Notwendigkeit, diese mit Hilfe der Mathematik zu beantworten. Die erste ernstzunehmende Analyse der entsprechenden Fragen erfolgte in der berühmten Korrespondenz zwischen Pierre de Fermat<sup>36</sup> und Blaise Pascal<sup>37</sup> im Jahre 1654.<sup>38</sup> Blaise Pascal sprach bereits von der Entstehung eines neuen Zweigs der Mathematik, die sich quasi selbst den Namen *Aleae geometria*<sup>39</sup> gebe. Während seines Pariser Studienaufenthalts im Jahre 1655

---

<sup>34</sup>Michaela Jungbauer gibt im zweiten Kapitel ihrer Diplomarbeit [52] einen Überblick über die Glücksspielverordnungen Europas bis zum 18. Jahrhundert.

<sup>35</sup>„problème des partis“, „Teilungsproblem“, „Problem der Punkte“, oder auch „problem of points“.

<sup>36</sup>Auch Fermantius; französischer Mathematiker und Jurist; 1601–1665; laut Prof. Dr. Klaus Barner, Universität Kassel wurde Pierre Fermat nicht 1601, sondern zwischen Ende 1607 und Anfang 1608 geboren ([6]).

<sup>37</sup>Französischer (Religions-)Philosoph, Mathematiker und Physiker; 1623–1662.

<sup>38</sup>Das *problème des partis* hatte Chevalier de Méré (Antoine Gombaud Chevalier (später: Marquis) de Méré, Sieur des Baussay; französischer Edelmann und Spieler; 1607–1684) seinem Freund Blaise Pascal unterbreitet (Friedrich Barth, Rudolf Haller, [7], Seite 72). Dieses Problem hatte jedoch bereits im Jahre 1494 Luca Pacioli (auch: Luca Paciolo, Luca Paciolo oder Frater Lucas de Burgo Sancti Sepulchri; italienischer Mathematiker und Theologe; um 1445–1517 (auch: 1514)) in seinem Werk *Summa de Arithmetica Geometria Proportioni et Proportionalita* als Aufgabe gestellt (Friedrich Barth, Rudolf Haller, [7], Seite 18).

Laut Walter Hauser ([47], Seite 27f.) befasste man sich im Rahmen von kaufmännischen Problemstellungen („Gewinnsspekulation“) bereits im 14. Jahrhundert mit dem Teilungsproblem.

<sup>39</sup>In der Übersetzung von Friedrich Barth und Rudolf Haller ([7], Seite 72f.) kündigte dies Blaise Pascal in seiner Eingabe an die Pariser Akademie der Wissenschaften im Jahre 1654 mit folgenden Worten an: „eine völlig neue Abhandlung über ein bis heute absolut unerforschtes Gebiet, nämlich die Aufteilung der Chancen in Spielen, die dem Zufall unterworfen sind. [...] Und gerade hier muß man um so mehr durch Rechnung untersuchen, je weniger man Aufschluß durch Experimente erhält. Billigerweise sind nämlich die Ergebnisse eines ungewissen Geschehens mehr dem Eintreten durch Zufall als einer naturgegebenen Notwendigkeit zuzuschreiben. Deswegen irrte bis heute dieses Gebiet unentschieden umher; jetzt aber konnte es, das der Erfahrung gegenüber so widerspenstig war, dem Reich des klaren Denkens und Rechnens nicht mehr entfliehen. Wir haben es

auf den Briefwechsel zwischen Pierre de Fermat und Blaise Pascal aufmerksam geworden, widmete sich auch Christiaan Huygens<sup>40</sup> dem Thema der Glücksspiele. Das Resultat seiner Untersuchungen war eine Abhandlung mit dem Titel *Van Rekeningh in Spelen van Geluck*, die für ein halbes Jahrhundert das zentrale Lehrbuch der Glücksspielrechnung wurde.<sup>41</sup>

## Ursprung und Entwicklung der Moralsysteme

Gegenstand der Moralthologie ist die Lehre vom menschlichen Handeln beziehungsweise von der moralischen Verhaltensweise bei Gewissenskonflikten. Seit Ende des sechzehnten Jahrhunderts wurde die Moralthologie nicht mehr im Rahmen der Dogmatik<sup>42</sup> diskutiert, sondern verstärkt als eigenständiges Themengebiet behandelt ([14], Seite 141). Es entwickelten sich kontroverse Moralsysteme, wie beispielsweise der *Laxismus*, der *Tutoris-*

---

*mit solcher Sicherheit mittels der Mathematik zu einer exakten Wissenschaft gemacht, daß diese, teilhabend an der Genauigkeit jener, schon kühne Fortschritte macht; sie verbindet die Strenge der mathematischen Beweisführung mit der Ungewißheit des Zufalls, wodurch sie scheinbar Gegensätzliches vereinigt, und wird so sich, nach beiden nennend, mit Recht einen verblüffenden Namen verschaffen: aleae Geometria - Mathematik des Zufalls.*“

In anderen Quellen, wie beispielsweise bei Robert Ineichen ([51], Seite 45) wird *aleae geometria* mit „Mathematik des Würfels“ übersetzt. Dies rührt wohl daher, dass die Ankündigung in lateinischer Sprache verfasst war und das lateinische *alea* beziehungsweise *aleae* nach Hermann Menge ([63]) „Zufall“, „Würfel“ oder auch „Würfelspiel“ bedeutet, während *geometria* für „Mathematik“ oder „Geometrie“ steht.

<sup>40</sup>Auch: Christiani Hugenii oder Christianus Hugenius; niederländischer Physiker, Mathematiker und Astronom; 1629–1695.

<sup>41</sup>Huygens einstiger Lehrer Frans van Schooten (auch: Francisco van Schooten, Francisco van Schotenio oder Francisci à Schooten; Professor der Mathematik an der Leyden Universität; um 1615–1660) übersetzte die Abhandlung ins Lateinische und fügte es unter den Titel *Tractatus, de Ratiociniis in Aleæ Ludo* (laut Titelseite) beziehungsweise *DE RATIOCINIIS IN LUDO ALEÆ* (laut Überschrift, 1. Seite) gemeinsam mit einem von Huygen verfassten, einleitenden Brief seinem eigenen Werk bei, das 1657 unter dem Titel *Exercitationvm Mathematicarum libri quinque* (auch: *Exercitationum Mathematicarum libri quinque*) erschien. 1660 wurde das Traktat als holländische Übersetzung unter dem Titel *Reeckening in Speelen van Geluck* (laut Titelseite) beziehungsweise *Rekeningh in Spelen van Geluck* (laut Überschrift, 1. Seite) in *Mathematische Oeffeningen, begrepen in vijf boecken* veröffentlicht. In der Folgezeit wurde Huygens Traktat verschiedentlich aus einer Sprache in eine andere übersetzt. ([96], Menüpunkt „17th century“ und „Christiaan Huygens“)

<sup>42</sup>Im Meyers Lexikon ([64], Stichwort: **Dogmatik**) steht: „**Dogmatik** [griech.] (dogmatische Theologie), in der Theologie der christl. Kirchen die wiss. Beschäftigung mit den Dogmen.“

Zu dem Stichwort **Dogma** ist im Meyers Lexikon ([64], Stichwort: **Dogma**) folgender Eintrag zu finden: „**Dogma** (Mrz. Dogmen) [griech.], verbindl., fest geprägte, normative Glaubensaussage. In der kath. Theologie wird ein D. als ein von Gott offenbarter Glaubenssatz angesehen, dessen Leugnung die Trennung von der kirchl. Gemeinschaft zur Folge hat. - Die ev. Kirchen gehen davon aus, dass nur die Bibel als von Gott geoffenbart zu gelten habe und somit dogmat. Rang besitze.“

*mus* oder der *Probabilismus*<sup>43</sup> auf deren Grundsätze man zu sicheren Gewissensurteilen beziehungsweise -überzeugungen gelangen sollte.<sup>44</sup> Die Folge waren fortdauernde Streitigkeiten zwischen den Anhängern der verschiedenen Moralsysteme ([14], Seite 224).

Eine Ursache für die Auseinandersetzungen im siebzehnten und achtzehnten Jahrhundert war laut Karl Hörmann<sup>45</sup> ([48], Stichwort: **Moralsysteme**, [19.06.2006]) das Reflexionsprinzip *Lex dubia non obligat*<sup>46</sup>. Im wesentlichen drehte sich der Disput um die Frage:

- Ist das Reflexionsprinzip anzuerkennen, und
- falls ja, unter welchen Umständen kann die Gültigkeit eines (menschlichen) Gesetzes angezweifelt werden?

Während der *absolute Tutorismus* das Reflexionsprinzip kompromisslos ablehnte, erkannte es der *gemäßigte Tutorismus* theoretisch an. Allerdings wurde danach ein Gesetz erst dann in Frage gestellt, wenn schwerwiegende Gründe gegen seine Gültigkeit sprachen, was die Anwendung des Prinzips faktisch hinfällig machte. Im Gegensatz dazu begrüßte der Laxismus das Reflexionsprinzip und stellte ein Gesetz bereits beim geringsten Anlass von Zweifel über dessen Gültigkeit in Frage. Der Probabilismus kannte das Reflexionsprinzip zwar an, stellte ein Gesetz allerdings erst dann in Frage, wenn überzeugende Gründe dagegen sprachen.

Im Gegensatz zur Glücksspieltheorie, in der der Begriff der „Wahrscheinlichkeit“ gar nicht vorkam, wurde im Rahmen der Diskussion über die Moralsysteme der Terminus „Wahrscheinlichkeit“ (*probabilitas*<sup>47</sup>) extensiv

---

<sup>43</sup>Auch: *moralischer Probabilismus*. Nach der Enzyklopädie der Philosophie und Wissenschaftstheorie ([65], Band 3, Seite 347, Stichwort: **Probabilismus**) handelt es sich dabei um eine im siebzehnten Jahrhundert verwendete Bezeichnung für eine in der katholischen Moralthologie des sechzehnten Jahrhunderts entstandene Methode der Urteilsbildung, wonach für die Rechtfertigung der moralischen Erlaubtheit einer Handlung oder Unterlassung bei Fehlen absoluter und Vorliegen konkurrierender relativer (probabler) Normen auch die Wahl einer weniger probablen Norm sittlich gerechtfertigt ist, mit dem Ziel zu einem verantwortlichen Gewissensurteil zu gelangen.

Eine ausführliche Erläuterung dieses Begriffs ist u.a. im historischen Wörterbuch der Philosophie ([80], Seite 1387ff., Stichwort: **Probabilismus**, **probabilistisch** zu finden.

<sup>44</sup>In diesem Zusammenhang ist auch der *Probabiliorismus*, der *Äquiprobabilismus* und das *Kompensationssystem* zu nennen, bei denen es sich um Varianten des Probabilismus handelt ([48], Stichwort: **Moralsysteme**).

<sup>45</sup>Karl Hörmann; Moralthologe, Prälat und ehemaligen Rektor der Universität Wien; 1915–2004.

<sup>46</sup>„Ein zweifelhaftes Gesetz verpflichtet nicht“.

<sup>47</sup>Nach Hermann Menge ([63]): „Glaubhaftigkeit“ oder „Wahrscheinlichkeit“ (Etymologie: **probabilis**).

Laut Friedrich Barth, Rudolf Haller ([7], Seite 42) ist das Wort *probabilitas* des erste Mal bei Marcus Tullius Cicero (römischer Staatsmann, Redner und Philosoph; 106–43 v.u.Z.) belegt.

verwendet und zwar im Kontext von Meinungen, also im Sinne einer annehmbaren oder wahrscheinlichen Meinung. Eine *opinio probabilis*<sup>48</sup> war demnach eine glaubwürdige Meinung, die als annehmbar galt.

Darüber hinaus war laut Walter Hauser ([47], Seite 35) das Argumentieren mittels Wahrscheinlichkeiten beziehungsweise Wahrscheinlichkeitsgründen bereits in der scholastischen Moralphilosophie<sup>49</sup>, sowie in der Rhetorik etablierte Tradition.

### 2.1.3 Ars conjectandi: Die Geburtsstunde der Bernoullischen Stochastik

Beeinflusst von den einerseits gewonnen Erkenntnissen über die Glücksspielrechnung beziehungsweise Glücksspieltheorie<sup>50</sup> wie andererseits von den sich entwickelnden Moralsystemen<sup>51</sup> legte Jakob Bernoulli mit seinem posthum

---

<sup>48</sup>Nach Hermann Menge ([63]) steht *probabilis* für „beifallswert“, „lößlich“, „glaublich“ oder „wahrscheinlich“.

<sup>49</sup>Im Meyers Lexikon ([64], Stichwort: *Scholastik*) steht: „**Scholastik**, die Philosophie des MA. Die Frühscholastik (9.-12. Jh.) hat sich aus dem Bedürfnis entwickelt, die theolog. Lehren der Bibel und der Kirchenväter auch philosophisch zu durchdringen und so zw. Theologie und Philosophie Einklang herzustellen (Vertreter: v. a. Abaelard und Anselm von Canterbury). Dies erfolgte mittels der scholastischen Methode, deren Grundlage klares Herausarbeiten der Frage (Quaestio), scharfe Abgrenzung und Unterscheidung der Begriffe (Distinctio), logische Beweisführung sowie Erörterung der Gründe und Gegenstände in formgerechtem Streitgespräch (Disputatio) war. Die Hochscholastik entwickelte sich bes. im 13. Jh. durch die neuen Universitäten und die Bettelorden. Aristoteles und seine griech. und arab. Erklärer wurden in die christl. Philosophie und Theologie integriert. Am bedeutendsten waren Bonaventura, Albertus Magnus, Thomas von Aquin und Duns Scotus, in deren Nachfolge die Richtungen des Thomismus und Scotismus entstanden. Mit der Spätscholastik (14.-15. Jh.) beginnt die Auflösung der Einheit mittelalterl. Denkens (W. von Ockham). Zugleich bereiteten naturphilosoph. Auffassungen die Physik der Neuzeit vor. Eine Neublüte der S. entstand im 16.-18. Jh. in Spanien (Barockscholastik; Hauptvertreter: F. Suárez).“

Der deutsche Physiker Max Born (1882–1970) datiert in [16] (Einleitung, Seite 1) das Ende der scholastischen Naturphilosophie um das Jahr 1600, und verweist in diesem Zusammenhang auf Galileo Galilei (italienischer Philosoph, Mathematiker und Physiker; 1564–1642). Dieser schaffte die Grundlagen der empirische Forschungsmethoden und erbrachte überzeugende Beweise für die Gültigkeit des Kopernikanischen Weltsystems.

<sup>50</sup>Bei dem ersten Teil der *Ars conjectandi* handelt es sich um Huygens Traktat (siehe auch Kapitel 2, Fußnote 41), ergänzt um Anmerkungen. Außerdem gibt Jakob Bernoulli am Ende dieses ersten Teils Lösungen der fünf Aufgaben an, die Huygens seiner Abhandlung beigefügt hatte.

<sup>51</sup>Jakob Bernoulli erwähnt in der *Ars conjectandi* (Robert Haussner, [10], Seite 248 und „Anmerkungen“ auf Seite 311f.) ein Buch über die Logik, das unter *La logique de Port Royal* bekannt ist und den vollständiger Titel *La logique ou l'art de penser, contenant outre les règles communes plusieurs observations nouvelles, propres à former le jugement* (kurz: „Logik des Denkens“ oder „Kunst des Denkens“) beziehungsweise den lateinischen Titel *Ars cogitandi* trägt. Als Autoren gelten zwei Vertreter des Jansenismus (Antoine Arnauld und Peter Nicole).

Bei dem Jansenismus handelte es sich nach Meyers Lexikon ([64], Stichwort: *Jansenismus*)

veröffentlichten, unvollständigen Werk *Ars conjectandi*<sup>52</sup> ([90], Stichwort: Bernoulli, Jacob) den Grundstein für eine neue Wissenschaft, die den Namen *stochastice* („*ars conjectandi sive stochastice*“) <sup>53</sup> tragen sollte. Mutmaßungen sollten durch die Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen<sup>54</sup> belegt werden. Jakob Bernoulli formulierte dies im vierten Teil seines Werkes in der Übersetzung von Robert Haussner ([10], Seite 233) mit folgenden Worten:

---

um eine Reformbewegung innerhalb des französischen Katholizismus, deren Betonung auf strenger Moralgrundsätze und religiös-asketischer Verinnerlichung lag. Die Jansenisten, denen auch Blaise Pascal nahestand ([47], Seite 39 und [65], Band 3, Seite 298, Stichwort: Port-Royal, Schule von) spielten im Rahmen der Diskussion um die Moralgesetze eine zentrale Rolle (Karl Hörmann, [48], Stichwort: Moralsysteme, [19.06.2006]). Auch in der *La logique ou l'art de penser* tauchte der *probabilitas*-Begriff auf. Laut Walter Hauser ([47], Seite 39) erfolgte darin eine Unterscheidung zwischen *wahrscheinlichen* Urteilen des Glaubens und den *gewissen* Urteilen der Wissenschaften.

Bei **Port Royal des Champs** handelt es sich nach der Enzyklopädie der Philosophie und Wissenschaftstheorie ([65], Band 3, Seite 298f., Stichwort: Port-Royal, Schule von) um ein nahe Paris gelegenes Zisterzienserinnenkloster. Unter der Äbtissin Jacqueline-Marie (auch: Angélique) Arnauld wurde es zur Hochburg des Jansenismus und stellte das Zentrum der theologischen und philosophischen Kultur im Frankreich des 17. Jahrhunderts dar. Seit 1653 wurde die Schule von Port Royal durch die Jesuiten bekämpft und führte schließlich im Jahre 1709 zur Aufhebung und von 1710 bis 1712 zur Zerstörung der Schule.

<sup>52</sup>In der Enzyklopädie der Philosophie und Wissenschaftstheorie ([65], Band 1, Seite 185f., Stichwort: ars) wird unter dem Begriff **ars** durch Übung gewonnene Fertigkeit, Wissenschaft oder im Mittelalter auch Zunft verstanden.

**conjectandi** ist eine Kombination aus **coniec** — dem Präfix der lateinischen Wörter **coniectatio** (Vermutung), **coniectura** (Vermutung, Deutung, Annahme), **coniecturae** (Vermutung, Deutung, Annahme), **conictor** (Deuter), **coniecto** (vermuten, zusammenwerfen) und **conciectare** (vermuten) — und **tandi**, dem Postfix des Wortes **cogitandi**, welches Bestandteil des Buchtitels *Ars cogitandi* (siehe auch Kapitel 2, Fußnote 51) ist. Es gilt zu beachten, dass der Buchstabe „J“ im klassischen lateinischen Alphabet ursprünglich unbekannt war und eine Trennung zwischen „I“ und „J“ erst seit dem sechzehnten Jahrhundert üblich war ([19], Band 13, Stichwort: lateinische Schrift). Eine Ausführliche Besprechung erfolgt im Deutschen Wörterbuch der Gebrüder Grimm ([43], Stichwort: J, Spalten 2185–2201). Bei **cogi** handelt es sich ebenfalls um einen Präfix, der u.a. in den lateinischen Wörtern **cogito** (denken, überlegen, erwähnen), **cogitatio** (das Denken, Nachdenken, Erwägung, Überlegung, Vorhaben, Absicht, Plan) und **cogitatus** (durchdacht, wohlerrwogen) enthalten ist.

Somit bedeutet **Ars conjectandi** sinngemäß soviel wie „Wissenschaft des Vermutens“ oder „Mutmaßungskunst“.

<sup>53</sup>**ars conjectandi sive stochastice** lässt sich sinngemäß mit „Mutmaßungskunst oder Stochastik“ übersetzen. **sive** ist nach Hermann Menge ([63]) gleichbedeutend mit „oder“ bei Bezeichnung eines unwesentlichen Unterschieds. Somit ist für Jakob Bernoulli das Wort **stochastice** gleichbedeutend mit „Mutmaßungskunst“ (siehe auch Kapitel 2, Fußnote 52).

<sup>54</sup>Eine Erläuterung des Begriffs „Ereignis“ im Sinne der Stochastik folgt im nächsten Abschnitt. Bis dahin kann Ereignis im umgangssprachlichen Gebrauch verstanden werden, also mit „Begebenheit“ gleichgesetzt werden.

*„Irgend ein Ding vermuthen heisst soviel als seine Wahrscheinlichkeit messen. Deshalb bezeichnen wir als Vermuthungs- oder Muthmaassungskunst (**ars conjectandi sive stochastice**) die Kunst, so genau als möglich die Wahrscheinlichkeiten der Dinge zu messen und zwar zu dem Zwecke, dass wir bei unseren Urtheilen und Handlungen stets das auswählen und befolgen können, was uns besser, trefflicher, sicherer oder rathsamer erscheint. Darin allein beruht die ganze Weisheit des Philosophen und die ganze Klugheit des Staatsmannes.“*

Hieraus wird ersichtlich, dass Jakob Bernoulli seine Mutmaßungskunst nicht als Teil der Mathematik verstand. Etwas messen (hier: Wahrscheinlichkeiten) zählt nicht zu den Aufgaben der Mathematik, sondern fällt in den Verantwortungsbereich der Naturwissenschaften. Seine Absicht war es „die ganze Weisheit des Philosophen und die ganze Klugheit des Staatsmannes“ in die Form einer Wissenschaft zu bringen und damit diese für alle Bereiche des menschlichen Lebens nutzbar zu machen. Im Nachsatz zum Beweis seines Hauptsatzes schreibt er in den Meditationes<sup>55</sup> ([11], Seite 17):

*„N.B. Diese Entdeckung gilt mir mehr, als wenn ich gar die Quadratur des Kreises geliefert hätte; denn wenn diese auch gänzlich gefunden würde, so wäre sie doch sehr wenig nütz.“<sup>56</sup>*

Jakob Bernoulli identifizierte den Grad der Sicherheit beziehungsweise der Unsicherheit<sup>57</sup> als einen universellen und ein in allen Bereichen des menschlichen Handelns anzutreffendes Phänomen. In [10] (Seite 230) heißt es hierzu:

*„Die in Bezug auf uns betrachtete Gewissheit der Dinge ist nicht bei allen die gleiche, sondern variiert vielfach nach oben und unten. [...] Alle übrigen Dinge erhalten ein, gemäss unserer Erkenntniss unvollkommneres Maass der Gewissheit, welches grösser oder kleiner ist, je nachdem mehr oder weniger Wahrscheinlichkeiten dafür vorhanden sind, dass irgend ein Ding ist, sein wird oder gewesen ist.“*

---

<sup>55</sup>Nach [11] (Vorrede des Bearbeiters, Seite IX) handelt es sich bei den Meditationes um das mathematische Tagebuch von Jakob Bernoulli, welches in der Universitätsbibliothek Basel aufbewahrt wird.

<sup>56</sup>Im Meyers Lexikon ([64], Stichwort: **Quadratur**) heißt es zur Quadratur des Kreises: „die (wegen der Transzendenz von  $\pi$  [Pi] nicht lösbare) Aufgabe, zu einem gegebenen Kreis mit Zirkel und Lineal ein flächengleiches Quadrat zu konstruieren.“

<sup>57</sup>Im Rahmen dieser Arbeit sind die beiden Begriffe „Ungewißheit“ und „Unsicherheit“ gleichwertig. Um eine einheitliche Terminologie zu gewährleisten, wird nachfolgend nur noch der Begriff „Unsicherheit“ verwendet. Ausgenommen von dieser Regelung sind Zitate.



Dem Wahrscheinlichkeitsbegriff wies Jakob Bernoulli dabei die Aufgabe zu, den Zufall, also den Grad der Sicherheit („Maass der Gewissheit“) über das Eintreten eines Ereignisses, zahlenmäßig auszudrücken.<sup>58</sup> Jakob Bernoulli verwendete somit einen quantifizierten Wahrscheinlichkeitsbegriff und beschrieb dies nach Robert Haussner ([10], Seite 230) folgendermaßen:

*„Die Wahrscheinlichkeit ist nämlich ein Grad der Gewissheit und unterscheidet sich von ihr wie ein Theil vom Ganzen.“*

Die Gewissheit bezieht sich hier auch auf das Auftreten von Ereignissen bezüglich gegebener Aspekte der realen Welt, die Jakob Bernoulli laut Robert Haussner als „Dinge“<sup>60</sup> bezeichnete. Dass dies im siebzehnten Jahrhundert keine gängige Praxis war, zeigt folgende Aussage von Glenn Shafer ([84]):

*„In 1684, a probability was an argument, not a number between zero and one.“*

Diese bezieht sich auf das zur damaligen Zeit verbreitete und bereits erwähnte Argumentieren mittels Wahrscheinlichkeiten.

Die Definition der Wahrscheinlichkeit als „Grad der Gewissheit“ macht vor allem dann Sinn, wenn das Ereignis noch nicht eingetreten ist, sich also auf zukünftige Ereignisse bezieht. In diesem Punkt drückt sich Jakob Bernoulli seiner Zeit gemäß nicht eindeutig aus, macht jedoch eine Reihe von Andeutungen.<sup>61</sup> Allerdings führt er Beispiele auf, die sich auf zukünftige Ereignisse beziehen. So heißt es ([10], Seite 234):

---

<sup>58</sup>Die Frage, ob und inwieweit der Begriff „wahrscheinlich“ oder „Wahrscheinlichkeit“ bereits zu einem früheren Zeitpunkt in einem ähnlichen Kontext Verwendung fand, werden u.a. bei Elart von Collani ([21]), Robert Ineichen ([51]), Walter Hauser ([47]) und Glenn Shafer<sup>59</sup> ([84]) diskutiert.

<sup>60</sup>Lateinisch: **res**. Laut der Enzyklopädie der Philosophie und Wissenschaftstheorie ([65], Band 3, Seite 594, Stichwort: **res**) handelt es sich dabei auch um einen Terminus der Scholastik in unterschiedlicher Verwendung.

<sup>61</sup>Nach Robert Haussner ([10], Seite 229f.) schreibt er: *„Alles, was unter der Sonne existiert oder entsteht, das Vergangene, das Gegenwärtige und das Zukünftige hat an sich die höchste Gewissheit. Hinsichtlich der gegenwärtigen und vergangenen Dinge ist diese Behauptung von selbst einleuchtend, da eben jene Dinge dadurch, dass sie vorhanden sind oder gewesen sind, die Möglichkeit, dass sie nicht existieren oder existiert haben, anschliessen. Auch hinsichtlich der zukünftigen Dinge ist nicht daran zu zweifeln, dass sie vorhanden sein werden, wenn auch nicht mit der unabwendbaren Nothwendigkeit irgend eines Verhängnisses, so doch auf Grund göttlicher Voraussicht und Vorherbestimmung. Denn wenn das, was zukünftig ist, nicht sicher sich ereignet, so ist nicht einzusehen, warum dem höchsten Schöpfer der uneingeschränkte Ruhm der Allwissenheit und Allmacht zukommen sollte. Darüber aber, wie sich diese Gewissheit des zukünftigen Seins mit der Zufälligkeit und der Unabhängigkeit der wirkenden Ursachen verträgt, mögen andere streiten; wir wollen hierauf, da dies unserem Ziele fern liegt, nicht eingehen.“*

*„Es wäre also widersinnig, wenn ein Astronom, welcher weiss, dass jährlich zwei oder drei Mondfinsternisse eintreten, von irgend einem Vollmonde vermuthen wolle ob er verfinstert sein werde oder nicht, da er ja die Wahrheit durch sichere Berechnung ermitteln kann.“*

An einer anderen Stelle ([10], Seite 236) schreibt Jakob Bernoulli in der Übersetzung von Robert Haussner:

*„Handelt es sich ganz allgemein nur darum, anzugeben, um wieviel wahrscheinlicher es ist, dass ein junger Mann von zwanzig Jahren einen sechzigjährigen Greis überlebt, als dieser jenen, so giebt es ausser dem Unterschiede des Alters und der Jahre nichts, was man in Betracht ziehen kann.“*

In beiden Fällen nimmt Jakob Bernoulli Bezug auf zukünftige Ereignisse. Dies deutet darauf hin, dass er die Vorhersage von zukünftigen Ereignissen als Teil seiner Mutmaßungskunst im Sinn hatte. Weitere Argumente für diese Annahme finden sich auch bei Elart von Collani ([21], Seite 6f.).

Jakob Bernoulli gelang es, zwei prinzipielle Methoden zur Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten zu identifizieren, die er *a priori* und *a posteriori* nannte.

Bei *a priori* werden die Informationen über die Wahrscheinlichkeiten aus dem Wissen über den Vorgang gewonnen. Er wies darauf hin, dass sich diese Methode fast ausschließlich auf Glücksspiele beschränkt und formulierte dies nach Robert Haussner ([10], Seite 246) wie folgt:

*„Und hier scheint uns gerade die Schwierigkeit zu liegen, da nur für die wenigsten Erscheinungen und fast nirgends anders als in Glücksspielen dies möglich ist; die Glücksspiele wurden aber von den ursprünglichen Erfindern, damit die Spieltheilnehmer gleiche Gewinnaussichten haben sollten, so eingerichtet, dass die Zahlen der Fälle, in welchen sich Gewinn oder Verlust ergeben muss, im voraus bestimmt und bekannt sind, und dass alle Fälle mit gleicher Leichtigkeit eintreten können.“*

Im Gegensatz dazu handelt es sich bei *a posteriori* um eine allgemein gültige Methode, die auf empirischen Beobachtungen beruht und auf die meisten Erscheinungen anzuwenden ist. Bernoulli schrieb weiter:

*„Bei den weitaus meisten anderen Erscheinungen aber, welche von dem Walten der Natur oder von der Willkür der Menschen abhängen, ist dies keineswegs der Fall.“*

Offensichtlich sah Jakob Bernoulli Fälle der letzteren Art als den eigentlichen Problembereich seiner Mutmaßungskunst an.

Jakob Bernoulli hatte ebenfalls erkannt, dass die Bestimmung der Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer Ausprägung (eines Aspekts) auf experimentellen Wege und mit beliebig hoher Zuverlässigkeit und Genauigkeit möglich ist. Dabei hängt die Genauigkeit von der Zahl der Wiederholungen des Experiments ab, also von dessen Aufwand. Jakob Bernoulli formulierte dies laut Robert Haussner ([10] auf Seite 262) wie folgt:

*„Es möge sich die Zahl der günstigen Fälle zu der Zahl der ungünstigen Fälle genau oder näherungsweise wie  $\frac{r}{s}$ , also zu der Zahl aller Fälle wie  $\frac{r}{r+s} = \frac{r}{t}$  — wenn  $r + s = t$  gesetzt wird — verhalten, welches letztere Verhältniss zwischen den Grenzen  $\frac{r+1}{t}$  und  $\frac{r-1}{t}$  enthalten ist. Nun können [...] so viele Beobachtungen gemacht werden, dass es beliebig oft (z.B.  $c$ -mal) wahrscheinlicher wird, dass das Verhältniss der günstigen zu allen angestellten Beobachtungen innerhalb dieser Grenzen liegt als ausserhalb derselben, also weder grösser als  $\frac{r+1}{t}$ , noch kleiner als  $\frac{r-1}{t}$  ist.“*

Bernoulli fordert die Vorgabe einer Verfahrenszuverlässigkeit<sup>62</sup> („moralisch gewiss“<sup>63</sup>), die durch entsprechende Stellen („Obrigkeit“) festzulegen sei ([10], Seite 238):

*„Weil aber doch nur selten volle Gewissheit erlangt werden kann, so wollen es die Nothwendigkeit und das Herkommen, dass das, was nur moralisch gewiss ist, für unbedingt gewiss gehalten wird. Es würde also nützlich sein, wenn auf Veranlassung der Obrigkeit bestimmte Grenzen für die moralische Gewissheit festgesetzt würden, wenn z.B. entschieden würde, ob zur Erzielung dieser  $\frac{99}{100}$  oder  $\frac{999}{1000}$  der Gewissheit verlangt werden müssen, damit ein Richter nicht parteiisch sein kann, sondern einen festen Gesichtspunkt hat, welchen er beim Fällen des Urtheiles beständig im Auge behält.“*

Eine weitere Forderung Jakob Bernoullis war, dass es sich bei dem Messergebnis nicht um einen einzelnen Punkt, sondern um ein Intervall handeln sollte. Bei Robert Haussner ([10], Seite 250) heißt es:

---

<sup>62</sup>Damit nahm Jakob Bernoulli die standardisierten Werte für das zu fordernde Konfidenzniveau voraus.

<sup>63</sup>Nach Jakob Bernoulli ([10], Seite 231) ist etwas „moralisch gewiss“, wenn dessen Wahrscheinlichkeit nahezu der vollen Gewissheit gleichkommt.

*„Damit aber dies nicht unrichtig verstanden werde, ist noch zu bemerken, dass wir das Verhältniss zwischen den Zahlen der Fälle, welches wir durch Beobachtungen zu bestimmen unternehmen, nicht absolut genau (denn so würde ganz das Gegentheil herauskommen und desto unwahrscheinlicher werden, dass das richtige Verhältniss gefunden sei, je mehr Beobachtungen gemacht wären), sondern nur mit einer bestimmten Annäherung erhalten, d.h. zwischen zwei Grenzen einschliessen wollen, welche aber beliebig nahe bei einander angenommen werden können.“*

Jakob Bernoulli wies außerdem darauf hin, dass alles vorhandene Wissen zu berücksichtigen sei ([10], Seite 235f.):

*„Es genügt nicht nur den einen oder den anderen Beweisgrund zu erwägen, sondern man muss alle Beweisgründe untersuchen, welche zu unserer Kenntniss kommen können und in irgend welcher Beziehung dem Beweise der Sache dienlich zu sein scheinen. [...] Man muss nicht nur alle Gründe beachten, welche für eine Sache sprechen, sondern auch alle, welche gegen dieselbe angeführt werden können, damit nach genauer Abwägung beider klar ersichtlich ist, welche überwiegen. [...] Zur Beurtheilung allgemeiner Dinge genügen allgemeine und generelle Beweisgründe; um aber Vermuthungen über individuelle Dinge sich zu bilden, muss man auch besondere und individuelle Gründe, wenn man sie irgendwie nur haben kann, heranziehen.“*

Bernoulli hatte erkannt, dass der Zufall auch mit der (individuellen) menschlichen Ignoranz, also der Unwissenheit („Erkenntniss“) verknüpft ist. Er schreibt dazu ([10], Seite 232):

*„Daraus folgt, dass einem Menschen und zu einer bestimmten Zeit etwas als zufällig erscheinen kann, was einem anderen Menschen (ja sogar auch demselben) zu einer anderen Zeit, nachdem die Ursachen davon erkannt sind, als nothwendig erscheint. Daher hängt die Zufälligkeit vornehmlich auch von unserer Erkenntniss ab, insofern als wir keinen Grund wahrnehmen können, welcher dagegen spricht, dass etwas nicht ist oder nicht sein wird, trotzdem es auf Grund der nächsten, uns aber noch unbekanntem Ursache nothwendig ist oder sein wird.“*

### 2.1.4 Stochastik aus Sicht Jakob Bernoullis

Aus Jakob Bernoullis Werk *Ars conjectandi* lassen sich eine Reihe von Vorschlägen, Forderungen oder Erkenntnisse für eine stochastische Wissenschaft ableiten. Im wesentlichen sind dies:

1. Die Unsicherheit ist ein in allen Bereichen der realen Welt anzutreffendes Phänomen.
2. Ein separater Wissenschaftszweig namens *stochastice* wird benötigt, dessen Ziel es ist Verfahren zur Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten zu entwickeln, um damit u.a. (zuverlässige) Vorhersagen machen zu können.
3. Der quantifizierte Begriff „Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses“ steht im Mittelpunkt der Betrachtung.
4. Das Hauptinteresse gilt nicht den Glücksspielen, sondern Problemstellungen der „realen“ Welt, bei denen keine vom Menschen konstruierte „Gleichwahrscheinlichkeit“ vorliegt.
5. Es existieren zwei verschiedene Methoden zur Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten:
  - *a priori*: Informationen werden aus dem Wissen über den Vorgang gewonnen.
  - *a posteriori*: Informationen werden aus empirischen Beobachtungen gewonnen.
6. Die Vorgabe einer Verfahrenszuverlässigkeit (in Form einer „moralischen Gewissheit“) ist notwendig.
7. Ein Messergebnis ist nicht als einzelner Punkt, sondern als Intervall anzugeben, um die Verfahrenszuverlässigkeit zu gewährleisten.
8. Die menschliche Ignoranz oder Unwissenheit darf nicht außer Acht gelassen werden.

### 2.1.5 Die Folgezeit

Die von Jakob Bernoulli ins Leben gerufene Mutmaßungskunst blieb unter seinen Zeitgenossen nicht unbeachtet. Dies zeigt sich unter anderem daran, dass in dem zwischen den Jahren 1732 und 1754 von Johann Heinrich Zedler<sup>64</sup> herausgegebenen Universal-Lexikon das Stichwort **STOCHASTICE**<sup>65</sup>

<sup>64</sup>Deutscher Verleger; 1706–1763.

<sup>65</sup>Hierbei handelt es sich um den von Jakob Bernoulli eingeführten Begriff für die Mutmaßungskunst (siehe auch Kapitel 2, Fußnote 53).

Anmerkung: Zu dem Stichwort **Stochastik** ist im Zedler Universallexikon kein Eintrag vorhanden.

erscheint ([98], Band 40, Seite/Blatt 122 beziehungsweise Spalte 217) und auf das Stichwort **Muthmassungs=Kunst** verweist. In dem im Jahre 1739 herausgegebenen Band 22 steht auf Seite/Blatt 809 beziehungsweise Spalte 1584 dazu:

***Muthmassungs=Kunst**, Ars conjectandi, ist eine Wissenschaft die Wahrscheinlichkeit einer Sache zu determiniren. Z.B. wer im Spiel mehr Hoffnung hat zu gewinnen, als der andere; wie groß die Hoffnung zu treffen sey, wenn man nach einer aufgerichteten Scheibe in einer gegebenen Weite schiesset; wie viel man sich auf den Fortgang einer Sache Rechnung zu machen habe, und was dergleichen mehr ist. Diese Kunst ist bis anhero gar nicht untersucht worden. Jacob Bernoulli hat dergleichen Werck zu verfertigen anfangen, allein es ist zu beklagen, daß er es nicht zum Ende bringen können; Denn in seiner arte conjectandi die seines Bruders Sohn Nicolaus Bernoulli nach seinem Tode heraus gegeben, fehlet die Application auf die Moral und Politick, und werden nur von verschiedenen Spielen Exempel gegeben; dergleichen zuerst Pascal und Fermantius in Frankreich vorgebracht. Hugenius hat die Grundlehren dieser Kunst zuerst deutlich und umständlich vorgetragen, welche Franciscus von Schooten in seinen Exercitationibus Mathematicis mit seiner Genehmhaltung publiciret, und Bernoulli, in dem angeführten Werke, an statt einer Einleitung nebst seinen gelehrten Anmmerkungen von neuen Drucken lassen. Hierher gehöret auch des Remond de Montmort Analyse sur les jeux de Hazard, die in der andern Auflage sehr vermehret worden.*

Somit galt zu jener Zeit die Kunst der Mutmaßung (**Muthmassungs=Kunst**) als Wissenschaft(szweig). Aus dem Eintrag geht außerdem hervor, dass nicht ausschließlich die Glücksspielrechnung das erklärte Ziel der Wissenschaft Stochastik war, sondern jegliches vom Zufall abhängige Phänomen.

In der Folgezeit gerieten Jakob Bernoullis Vorstellungen von einem eigenständigen Wissenschaftszweig Stochastik in Vergessenheit. Glenn Shafer beschreibt dies in [84] folgendermaßen:

*„Jacob’s imaginative program for probability did not prosper after his death. Perhaps the time was not ripe for the applications he had in mind.“*

Stattdessen entwickelte sich als Teil der Mathematik die Wahrscheinlichkeitstheorie. Ladislaus von Bortkiewicz unterstellt Jakob Bernoulli, dass er

im Grunde mit dem Begriff Stochastik auf die angewandte Wahrscheinlichkeitstheorie abzielte, denn er schreibt in seiner Arbeit *Die Iterationen* ([17], Einleitung, Seite 3, Fußnote 2):

*„Somit bedeutet „Stochastik“ auch für Bernoulli soviel wie angewandte Wahrscheinlichkeitstheorie; nur daß er in bezug auf die in Betracht kommenden Anwendungen einen antiquierten Standpunkt vertritt.“*

Auch das Wort „Stochastik“ geriet in Vergessenheit und wurde laut Robert Ineichen ([51], Seite 39) erst im Jahre 1917 von Ladislaus von Bortkiewicz erneut in den wissenschaftlichen Sprachgebrauch eingeführt. Dieser war, wie er selbst in der Einleitung zu seiner Arbeit *Die Iterationen* ([17], Seite 3, Fußnote 2) schreibt, in der *Ars conjectandi* auf die Formulierung *ars conjectandi sive stochastice* gestoßen. Ladislaus von Bortkiewicz führte den Begriff der Stochastik mit folgenden Worten wieder ein ([17], Einleitung, Seite 3):

*„Die an der Wahrscheinlichkeitstheorie orientierte, somit auf „das Gesetz der großen Zahlen“ sich gründende Betrachtung empirischer Vielheiten möge als Stochastik (von  $\sigma\tau\omicron\chi\acute{\alpha}\zeta\varepsilon\sigma\theta\alpha\iota$  = zielen, mutmaßen) bezeichnet werden.“<sup>66</sup>*

Zur Wahrscheinlichkeitstheorie zählten neben dem Versuch der Definition des Wahrscheinlichkeitsbegriffs, wie beispielsweise durch Pierre Simon Marquis de Laplace<sup>67</sup> und der Kombinatorik, nun auch Grenzwertbestimmungen.

### 2.1.6 Stochastik aus heutiger Sicht: die Mathematische Stochastik

Auf der Suche nach einer Erläuterung des Begriffs *Stochastik* stößt man in etablierten deutschsprachigen Nachschlagewerken wie zu Anfang dieses Kapitels erwähnt auf eine Vielzahl unterschiedlicher und widersprüchlicher Umschreibungen. Meist wird dort die Stochastik mit mathematischen Verfahren gleichgesetzt, die in irgendeiner Weise etwas mit Wahrscheinlichkeit oder Zufall zu tun haben. Beispielsweise steht im Lingen Lexikon ([61], Band 17, Stichwort: **Stochastik**) nachfolgender Text:

---

<sup>66</sup>Anmerkung: Damit unterliegt Ladislaus von Bortkiewicz dem weitverbreiteten Irrtum, dass es sich bei Jakob Bernoullis Hauptresultat um ein erstes „Gesetz der Großen Zahlen“, also um einen Grenzwertsatz handelt. Diese Interpretation steht im Widerspruch zu der in Abschnitt 2.1.3 erwähnten Forderung seitens Jakob Bernoulli, dass es sich bei Messergebnissen um Intervalle und nicht um Punkte handeln müsse.

<sup>67</sup>Französischer Mathematiker und Astronom; 1749–1827.

**Stoch'astik** [griech. Kw.], die mathemat. Verfahren, soweit sie über Wahrscheinlichkeiten aussagen. Stochastische Verfahren nehmen heute in vielen Wissenschaften an Bedeutung zu.

LIT. M. S. Bartlett: *An introduction to stochastic processes* (1955).

Eine ähnlich lautende Erklärung findet sich sowohl im Meyers Lexikon ([64], Stichwort: **Stochastik**):

**Stochastik** [griech.], Bez. für mathemat. Verfahren zur Untersuchung zufallsabhängiger Ereignisse (z.B. von Stichproben); *stochastisch*, *zufallsabhängig*.

wie auch im Wahrig Fremdwörterlexikon ([91], Stichwort: **Stochastik**):

**Stochastik** <[-xas-] f.; -; unz.; Math.> Verfahren zur Ermittlung von Wahrscheinlichkeiten

Vereinzelt wird die Stochastik auch als Teilgebiet der Statistik angesehen. Beispielsweise heißt es im Duden-Fremdwörterbuch ([95], Stichwort: **Stochastik**):

**Sto|cha|stik** die; - <aus gr. *stochastikḗ* (*téchnē*) „zum Zielen, zum Erraten gehörend(e Kunst)“>: Teilgebiet der Statistik, das sich mit der Analyse zufallsabhängiger Ereignisse u. deren Wert für statistische Untersuchungen befasst. **sto|cha|stisch**: <aus gr. *stochastikós* „mutmaßend“>: zufallsabhängig<sup>68</sup>

Einen ähnlichen Interpretationsversuch des Stochastikbegriffs findet sich in der neunzehnten Auflage des Brockhauses ([19], Band 21 (aus dem Jahr 1993), Stichwort: **Stochastik**):

**Stochastik** [griech. *stochastikḗ* (*technē*) >zum Erraten gehörend(e Kunst)<] die, -, Statistik: die auf Wahrscheinlichkeitstheorien beruhende Betrachtung statist. Gesamtheiten, im Ggs. zur beschreibenden (deskriptiven) Betrachtung. Zur S. gehören alle analyt. Verfahren der Statistik. Der Begriff S. wurde von Jakob Bernoulli geprägt. (→ *stochastischer Prozeß*)

---

<sup>68</sup>Interessanterweise existiert von Duden ein eigenes in der Reihe „Abiturhilfen“ herausgegebenes Buch über die Stochastik ([55]), welches den Untertitel „*Beschreibende Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie*“ trägt. Dies deutet darauf hin, dass sogar innerhalb des Verlages widersprüchliche Meinungen über die Bedeutung des Begriffs Stochastik herrschen.



Die Liste solcher oder ähnlicher nichtssagender oder irreführender Einträge in etablierten deutschsprachigen Nachschlagewerken ließe sich beliebig fortführen.

Allerdings ist in diesen Nachschlagewerken die Tendenz zu beobachten, übereinstimmend die Stochastik als Oberbegriff für die Wahrscheinlichkeitstheorie und die Mathematische Statistik zu deuten. Beispielsweise schreibt der Brockhaus in seiner zwanzigsten Auflage (Band 21, aus dem Jahre 1998) ([20], Band 21, Stichwort: **Stochastik**) nun über die Stochastik:<sup>69</sup>

***Stochastik** [griech. *stochastikē* (*technē*) >zum Erraten gehörend(e Kunst)<] die, –, Oberbegriff für → Wahrscheinlichkeitstheorie (mit dem Teilgebiet *stochast. Prozesse*) und mathemat. → Statistik. Die *S.* umfasst somit alle quantifizierbaren Aspekte zufälliger Erscheinungen, einschließlich zahlr. Anwendungen in Natur-, Sozial- und Geisteswissenschaften und Technik. Der Unterschied zw. beiden Teilgebieten liegt v.a. darin, dass die Wahrscheinlichkeitstheorie Eigenschaften einer einzelnen Verteilung, die mathemat. Statistik einer ganzen Familie von Verteilungen untersucht. Zw. beiden Gebieten bestehen enge Verbindungen, sodass vielfach keine scharfe Trennung möglich ist. Anstelle von *S.* wurde früher die ungenaue Bez. >Statistik< verwendet. – Mit *S.* wird gelegentlich noch die auf der Wahrscheinlichkeitstheorie beruhende Betrachtung statist. Gesamtheiten (im Ggs. zur beschreibenden Statistik) bezeichnet. Die Bez. *S.* geht auf JAKOB BERNOULLI zurück.*

Im Bertelsmann Universal Lexikon ([12], Band 2, Stichwort: **Stochastik**) steht:

***Stochastik**, die Gesamtheit der Methoden der Wahrscheinlichkeitsrechnung u. der math. Statistik. Die zeitl. Entwicklung einer Zufallsgröße nennt man einen *stochast. Prozess*.*<sup>70</sup>

während es in der zweibändigen Kompaktausgabe des Brockhauses aus dem Jahre 2004 ([100], Band 2, Stichwort: **Stochastik**) kurz und prägnant heißt:

---

<sup>69</sup>Nach Auskunft der Brockhaus-Redaktion stand die endgültige Formulierung des Begriffs *Stochastik* für die ab Herbst 2005 angekündigte 21. Auflage zum Zeitpunkt der Fertigstellung dieser Arbeit noch nicht fest, zumal mit dem entsprechenden Band erst ab der zweiten Hälfte 2006 zu rechnen ist.

<sup>70</sup>Im Rahmen dieser Arbeit sind die beiden Begriffe „Wahrscheinlichkeitsrechnung“ und „Wahrscheinlichkeitstheorie“ gleichwertig. Um eine einheitliche Terminologie zu gewährleisten, wird nachfolgend nur noch der Begriff „Wahrscheinlichkeitstheorie“ verwendet. Ausgenommen von dieser Regelung sind Zitate.

*Stochastik* die, Oberbegriff für die Wahrscheinlichkeitstheorie und math. Statistik.

Hier handelt es sich um die Definition, wie man sie meist in deutschsprachigen Mathematiklehrbüchern für Schulen und Hochschulen finden kann.<sup>71</sup> Vermutlich geht diese Auffassung von Stochastik ebenfalls auf Ladislaus von Bortkiewicz zurück, der in der Einleitung zu *Die Iterationen* ([17], Seite 3) schrieb:

*„Die Stochastik ist nicht sowohl Wahrscheinlichkeitstheorie schlechthin, als vielmehr Wahrscheinlichkeitstheorie in ihrer Anwendung, sei es auf empirischer Vielheiten überhaupt, sei es auf empirische Vielheiten einer bestimmten Art.*

*Die Stochastik geht jeweils von gewissen Ansätzen aus, die apriorisch (im relativen Sinne des Wortes) sein können, aber nicht apriorisch zu sein brauchen. Diese Ansätze stützen sich vielmehr nicht selten auf ein empirisches, namentlich auf ein statistisches Wissen über die betreffenden empirischen Vielheiten. Es ist hier nicht der Ort, auf die verschiedenen Modalitäten solch einer Verbindung von Stochastik und Statistik näher einzugehen. Nur so viel möge hierzu bemerkt werden, daß erst die Durchdringung der Statistik mit der stochastischen Auffassungsweise ihr nicht nur einen höheren theoretischen Wert, sondern auch eine größere praktische Bedeutung verleiht.“*

---

<sup>71</sup>So schreiben Konrad Behnen (Prof. Dr. Konrad Behnen; deutscher Mathematiker) und Georg Neuhaus (Prof. Dr. Georg Neuhaus, Schwerpunkt: Mathematische Statistik und Stochastische Prozesse des Fachbereichs Mathematik an der Universität Hamburg (URL: <http://www.math.uni-hamburg.de/home/neuhaus/>, [19.06.2006])) im Vorwort zu ihrem Buch „Grundkurs Stochastik“ ([8], Seite 4): „In vielen Studienordnungen für das Mathematik-Studium an deutschen Hochschulen sind einführende Vorlesungen über Stochastik (Wahrscheinlichkeitstheorie und Mathematische Statistik) vorgesehen, an denen sowohl Hörer teilnehmen, die sich im Verlauf ihres Studiums verstärkt mit Stochastik befassen wollen, als auch solche, die sich ausschließlich anderen Bereichen der Mathematik zuwenden.“

Hermann Dinges (Prof. Dr. Hermann Dinges, Institut für Stochastik & Mathematische Informatik des Fachbereichs Mathematik an der Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt am Main (URL: <http://ismi.math.uni-frankfurt.de/dinges/>, [19.06.2006])) formuliert es in seinem Vortrag [34] (Seite 5) folgendermaßen: „Die Stochastik verbindet die Künste der Wahrscheinlichkeitsrechnung mit den Künsten der Datenanalyse. Die klassische „beurteilende Statistik“ ist ebenso wie die „deskriptive Statistik“ ein Randgebiet der Stochastik.“

An späterer Stelle (Seite 27) schreibt Hermann Dinges noch: „[...] Technisch gesehen reicht die Stochastik von der (teilweise sehr) reinen Wahrscheinlichkeitstheorie bis zur (teilweise sehr) angewandten Statistik. Stochastik vereinigt Motive der Reinen Mathematik mit Motiven der Angewandten Mathematik, ohne den weltanschaulichen Schwächen dieser ideologischen Blöcke zu erliegen.“

## Wahrscheinlichkeitstheorie als (vermeintliches) Teilgebiet der Stochastik

Unter der *Wahrscheinlichkeitstheorie* wird ein von Andrej Nikolajewitsch Kolmogoroff<sup>72</sup> axiomatisierter Zweig der Mathematik verstanden.<sup>73</sup> Er schrieb hierzu im Vorwort seiner Arbeit *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung* ([56]):

*„Der leitende Gedanke des Verfassers war dabei, die Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung, welche noch unlängst für ganz eigenartig galten, natürlicherweise in die Reihe der allgemeinen Begriffsbildungen der modernen Mathematik einzuordnen.“*

Das eigentliche Ziel der Wahrscheinlichkeitstheorie ist die Entwicklung von Theoremen und Definitionen auf der Grundlage von Axiomen, wie dies auch bei den anderen mathematischen Teilgebieten gängige Praxis ist. Andrej Nikolajewitsch Kolmogoroff formulierte dies wie folgt ([56], Seite 1):

*„Die Wahrscheinlichkeitstheorie als mathematische Disziplin soll und kann genau in demselben Sinne axiomatisiert werden wie die Geometrie oder die Algebra.“*

Bei der Wahl der Fragestellungen und der Randbedingungen ist das Maß aller Dinge die Mathematik. Folglich wird der Wert neuer Erkenntnisse in erster Linie nach mathematischen Gesichtspunkten gemessen. Die Nützlichkeit bei der Lösung von Problemen der realen Welt stellt somit kein primäres Ziel dar. So trägt das zweite Kapitel von [56] den Titel *Unendliche Wahrscheinlichkeitsfelder* und Andrej Nikolajewitsch Kolmogoroff schreibt dazu (Seite 14):

*„Da das neue Axiom nur für die unendlichen Wahrscheinlichkeitsfelder wesentlich ist, wäre es kaum möglich, seine empirische Bedeutung zu erklären [...]. Bei einer Beschreibung irgendwelcher wirklich beobachtbarer zufälliger Prozesse kann man nur endliche Wahrscheinlichkeitsfelder erhalten. Unendliche Wahrscheinlichkeitsfelder erscheinen nur als idealisierte Schemata reeller zufälliger Prozesse.“*

Begreift man die Stochastik im Sinne von Jakob Bernoulli, dann folgt, dass die Wahrscheinlichkeitstheorie als Teilgebiet der Mathematik nicht zur Stochastik zählt.

---

<sup>72</sup> Андрей Николаевич Колмогоров; auch: Andrey Nikolaevich Kolmogorov oder Andrei Nikolajewitsch Kolmogorow; russischer Mathematiker; 1903–1987.

<sup>73</sup> Andrej Kolmogoroff verwendet in [56] hauptsächlich den Begriff „Wahrscheinlichkeitsrechnung“.

## Statistik als (vermeintliches) Teilgebiet der Stochastik

Die Statistik ist im wesentlichen eine Ansammlung von Methoden und Techniken zur Analyse von umfangreichen Datenmengen.<sup>74</sup> Ladislaus von Bortkiewicz formulierte dies wie folgt ([17], Einleitung, Seite 1):

*„Denn Statistik ist nichts anderes als eine auf „Massenbeobachtung“ und Summierung ihrer Ergebnisse beruhende Erkenntnis empirischer Vielheiten.“*

Diese Auffassung von der Statistik ist noch heute gängige Meinung. Beispielsweise schreibt Josef Schira<sup>75</sup> ([82], Seite 19):

*„Das Hauptinteresse der Statistik gilt nicht der einzelnen statistischen Einheit. In diesem Sinne interessiert sie sich nur für Massenphänomene, also dafür, was in einer statistischen Masse, das heißt einer bestimmten Menge von im wesentlichen gleichartigen Einheiten vor sich geht.“*

Werden die Elemente der Wahrscheinlichkeitstheorie als Basis für die Statistik verwendet, spricht man von der *Mathematischen Statistik*. Nachdem die Wahrscheinlichkeitstheorie als Zweig der Mathematik nicht auf Erkenntnisse der realen Welt basiert, sondern auf den Axiomen und den Regeln der Logik trifft das gleiche auch auf die Mathematische Statistik zu.

Obwohl eine Unterscheidung zwischen der Statistik und der Mathematischen Statistik sehr unscharf bleibt, soll hier unter Statistik die Anwendung der relevanten Methoden zur Lösung realer Problemstellungen verstanden werden. Das etablierte Ziel der Statistik besteht dabei weniger in der Untersuchung der Variabilität, als in deren Reduzierung beziehungsweise Elimination. Da Zufall sich in Variabilität manifestiert, fördert die Statistik folglich nur bedingt das Verständnis für den Zufall.

Darüber hinaus besteht eine große Gefahr in Verbindung mit der Statistik Fehler zu begehen. Fehler können dabei auftreten im Zusammenhang mit:

- der Datenerhebung,
- den verwendeten, statistischen Methoden zur Auswertung der Daten und
- der Interpretation der von den Methoden gelieferten statistischen Ergebnisse.

---

<sup>74</sup>Einen Überblick über die geschichtliche Entwicklung der Statistik gibt Elart von Colani in [22].

<sup>75</sup>Prof. Dr. Josef Schira; Fachgebiet für Statistik und Ökonometrie im Fach Betriebswirtschaft der Fakultät Wirtschaftswissenschaften an der Universität Duisburg-Essen (URL: [http://www.uni-duisburg-essen.de/fet/fue/germ/fb06/fb06\\_01\\_05.htm](http://www.uni-duisburg-essen.de/fet/fue/germ/fb06/fb06_01_05.htm), [14.09.2005]).

Hinzu kommt, dass die Möglichkeiten zum Betrug einfach und mannigfaltig sind. So können „unbequeme“ Daten bei der Auswertung unterschlagen, „hilfreiche“ Daten können erfunden und bestehende Daten zielorientiert angepasst werden.<sup>76</sup> All diese Punkte sind vermutlich für den teilweise schlechten Ruf der Statistik verantwortlich. Die folgenden drei Zitate von prominenten Politikern ihrer Zeit unterstreichen dies:

„*Ich bin kein Freund von statistischen Zahlen, weil ich den Glauben an sie bei näherem Studium verloren habe.*“ (Peltzer, [68])

Otto von Bismarck<sup>77</sup>

„*Ich glaube nur an Statistiken, die ich selbst gefälscht habe.*“ (Puntsch, [76])

Winston Churchill<sup>78</sup>

„*Es gibt drei Arten von Lügen: Lügen, infame Lügen und Statistik.*“ (Puntsch, [75])

Benjamin Disraeli<sup>79</sup>

Ein wenig gefälliger formulierte es Martin Kessel<sup>80</sup>:

„*Die Statistik ist das Märchen der Vernunft.*“ (Peltzer, [68])

---

<sup>76</sup>Gerd Gigerenzer (Prof. Dr. Gerd Gigerenzer, Fachbereich Erziehungswissenschaft und Psychologie der Freien Universität Berlin (URL: <http://www.ewi-psy.fu-berlin.de/einrichtungen/wissenschaftsbereiche/arbeitsbereichePsy/mitarbeiter/ggigerenzer/index.html>, [19.06.2006]) und Direktor des Max-Planck-Instituts für Bildungsforschung in Berlin (URL: <http://www.mpib-berlin.mpg.de/de/forschung/abc/index.htm>, [19.06.2006])) weist in seinem Buch über das Reich des Zufalls ([40], Seite 43) darauf hin, dass diese Vorgehensweise im achtzehnten Jahrhundert gängige Praxis war: „*Die Zeit war geprägt durch heftige Schwankungen: Immer wieder brachen Pestepidemien, Feuersbrünste wie der große Brand von London oder Kriege auf hoher See aus. Aber nur die Sterblichkeit wurde untersucht, und diese Tatsache nahm großen Einfluß auf die Anwendungen der Wahrscheinlichkeitstheorie im achtzehnten Jahrhundert. Es war nicht so, daß die verfügbaren Daten Gesetzmäßigkeiten offengelegt hätten; im Gegenteil, die Daten wurden erst gesammelt, als man von solchen Gesetzmäßigkeiten überzeugt war; und oft genug wurden sie adjustiert, um den hypothetischen Gesetzmäßigkeiten näher zu kommen.*“

<sup>77</sup>Preußisch-deutscher Staatsmann; 1815–1898.

<sup>78</sup>Britischer Staatsmann; 1874–1965.

<sup>79</sup>Britischer Staatsmann und Schriftsteller; 1804–1881.

<sup>80</sup>Deutscher Schriftsteller; 1901–1990.

Dass es sich bei diesen Zitaten weder um Polemik handelt noch dass diese antiquiert sind beweist der Fall der renommierten Krebsforscher Friedhelm Herrmann und Marion Brach, der sich in den Jahren von 1997 bis 2000 zu einem der größten Fälschungsskandale in der Geschichte der deutschen Wissenschaft entwickelte.<sup>81</sup>

Zusammengefasst wird aus heutiger Sicht die Stochastik weitgehend als Teilgebiet der Mathematik angesehen. Als Folge davon stehen in erster Linie mathematische Fragestellungen im Mittelpunkt des Interesses. Aus diesem Grund soll sie im Rahmen dieser Arbeit als *Mathematische Stochastik* bezeichnet werden.

Das in der realen Welt in Erscheinung tretende Phänomen der Unsicherheit muss bei solch einer Betrachtungsweise beinahe schon zwangsläufig keine oder höchstens eine untergeordnete Rolle spielen.

### 2.1.7 Wiederbelebung der Stochastik als eigenständiger Wissenschaftszweig

Die Stochastik als Oberbegriff für die Wahrscheinlichkeitstheorie und die Mathematische Statistik ist sicherlich nicht das, was sich Jakob Bernoulli unter seiner Mutmaßungskunst vorstellte. Für ihn hatte die Stochastik den Stellenwert einer quantitativen Wissenschaft, deren Gegenstand die Untersuchung des realen Phänomens der Unsicherheit sein sollte. Die Mathematik sollte dabei lediglich Mittel zum Zweck sein, also ein Werkzeug zur formalen Beschreibung von Zusammenhängen und Gesetzmäßigkeiten mittels Zahlen, Mengen und Funktionen, wodurch eindeutige Formulierungen, das Treffen und die Überprüfung quantitativer Aussagen, und die Gewinnung neuer Erkenntnisse auf deduktivem Wege ermöglicht werden.

Der Mensch unterteilt die ihn umgebende, reale vierdimensional erschei-

---

<sup>81</sup>Friedhelm Herrmann und Marion Brach wurde vorgeworfen, in ihren Publikationen verwendete (statistische) Daten gefälscht und erfunden zu haben. Als sich nach ersten Untersuchungen bewahrheitete hatte, dass Experimente vorgetäuscht, Daten manipuliert, Abbildungen gefälscht, Ideen geklaut und junge Wissenschaftler zum Fälschen verleitet worden waren, wurde eine Arbeitsgruppe („Task Force F.H.“) unter der Leitung von Prof. Dr. med. Ulf R. Rapp, Vorstand des Instituts für Medizinische Strahlenkunde und Zellforschung an der Universität Würzburg ins Leben gerufen, die mit der vollständigen Aufklärung des Falls betraut wurde. Die Arbeitsgruppe kam zu dem Schluss, dass bei 94 von insgesamt 347 untersuchten Publikationen, an denen Herrmann beteiligt war Hinweise auf Datenmanipulationen vorliegen. Bei 132 Veröffentlichungen haben die Untersuchungen zur Entlastung geführt.

(Nähere Informationen findet man auf den Internetseiten des Instituts für Medizinische Strahlenforschung und Zellforschung der Universität Würzburg (URL: <http://www.uni-wuerzburg.de/strahlenkunde/>, Menüpunkt „Science und Society“, [19.06.2006]), sowie der Universität Würzburg (URL: <http://www.uni-wuerzburg.de/taskforce/>, [19.06.2006])).

nende Welt<sup>82</sup> in eine Vielzahl von gegeneinander mehr oder minder scharf abgegrenzte Teilgebiete. Diese erhält man, indem man die Welt nach gewissen Kriterien differenziert. So ist es gängige Praxis, zwischen der belebten und der unbelebten Welt zu unterscheiden. In einem nächsten Schritt kann die belebte Welt (Natur) nach Gebieten, wie beispielsweise „Mensch“, „Tierwelt“, „Pflanzenwelt“ weiter untergliedert werden. Jedes einzelne dieser Gebiete lässt sich wiederum in Untergebiete aufspalten. Eine (exemplarische) Auswahl solcher Untergebiete in Hinblick auf den Menschen sind der Funktionszustand des menschlichen Organismus, der Ablauf und Zusammenhang allen menschlichen Geschehens das an Raum und Zeit gebunden ist, die Bedingungen und Formen des menschlichen Zusammenlebens oder die Glaubensvorstellungen des Menschen. Das Verlangen, sich mit diesen Themen ernsthaft und systematisch auseinanderzusetzen führte zu der Entstehung von Fachwissenschaften, wie beispielsweise der Humanmedizin, der Geschichte, der Soziologie oder der Theologie. Im Gegensatz dazu sind Physik, Chemie oder Geologie Beispiele für Wissenschaftszweige der unbelebten Natur. Dabei ist die durch Unsicherheit hervorgerufene Variabilität ein allen Bereichen der belebten, wie auch der unbelebten Natur inhärentes Phänomen.

Im Vergleich zu den etablierten (quantitativen) Wissenschaftszweigen weist die Bernoullische Stochastik zwei Besonderheiten auf:

1. Untersuchungsgegenstand der Bernoullischen Stochastik ist die Unsicherheit. Bei der Unsicherheit handelt es sich nicht um einen (weiteren) Teil der Welt, sondern lediglich um einen einzelnen Aspekt der Welt, dessen Quellen einerseits die Natur (Zufall) und andererseits der Mensch (Ignoranz) sind.<sup>83</sup> Folglich ist die Unsicherheit ein Problem, das alle Wissenschaftszweige gemein haben. Stets geht es darum, eine unbekannte Tatsache zu bestimmen oder ein zukünftiges Ereignis vorherzusagen. Somit passt die Bernoullische Stochastik nicht in das etablierte und oben ansatzweise skizzierte Einteilungsschema.
2. Obwohl jeder Wissenschaftszweig individuelle, themenabhängige Fragestellungen untersucht, ist das Hauptproblem — die Behandlung der Unsicherheit — in allen Fällen weitgehend das gleiche und somit vom jeweiligen Wissenschaftszweig unabhängig. Sowohl die Komplexität

---

<sup>82</sup>Drei Dimensionen dienen der Beschreibung des Raums; die vierte Dimension stellt die Zeit dar. Der Umstand, dass (physikalische) Theorien existieren, wie beispielsweise die (Super-) Stringtheorie oder die M-Theorie, die weitere Dimensionen postulieren (die (Super-) Stringtheorie fordert 10 bzw. 11, die M-Theorie 11 Dimensionen) soll hierbei unberücksichtigt bleiben, zumal die zusätzlichen 6 bzw. 7 Dimensionen der Beobachtung nicht zugänglich sind.

<sup>83</sup>Eine Erläuterung der Begriffe „Zufall“ und „Ignoranz“ im Rahmen dieser Arbeit folgt in Abschnitt 2.2.4.

bei der Behandlung des Phänomens der Unsicherheit, als auch die Tatsache, dass es bisher noch keinem Wissenschaftszweig gelungen ist eine befriedigende Behandlung der Unsicherheit vorzuschlagen, lassen eine Arbeitsteilung zwischen der Stochastik und den Fachwissenschaften notwendig erscheinen. Hierbei kommt der Stochastik die Aufgabe zu, die Regeln für den wissenschaftlichen Umgang mit der Unsicherheit zu entwickeln.

3. Die Unsicherheit ist die Quelle beziehungsweise der Ausgangspunkt nahezu aller Probleme, mit denen sich die Wissenschaftszweige auseinander setzen. Sobald eine fehlerhafte Modellierung der Unsicherheit vorliegt, versagt gezwungenermaßen auch das Logikkalkül<sup>84</sup>, oder im Speziellen die Aussagenlogik und liefert zu realen Fragestellungen beziehungsweise Problemen unbrauchbare Aussagen und Lösungen. Die Aufgabe der Wissenschaft Stochastik ist es, diese Lücke durch die Entwicklung eines speziell an dem Phänomen der Unsicherheit ausgerichteten Regelwerks zu füllen, das für alle Wissenschaftszweige Gültigkeit besitzt.

In den letzten Jahren erfolgte eine Rückbesinnung auf die ursprüngliche und in Abschnitt 2.1.4 zusammengefasste Bedeutung des Begriffs Stochastik durch Elart von Collani. In einer Reihe von Arbeiten ([23], [24], [25], [26], [27], [28], [29], [30], [31]) legte er die Basis für einen eigenständigen Wissenschaftszweig, dessen zentraler Aspekt der Umgang mit der Unsicherheit ist. In seinem Buch [27] (Seite 4) findet sich folgende Umschreibung für die Stochastik:

*„The science of stochastics derives mathematical models for uncertainty, which allow one to take into account and to analyze uncertainty quantitatively and thus enable a better understanding of the phenomenon in question and making controlled predictions about its future developments.“*

In den nachfolgenden Abschnitten werden die Ziele, das Untersuchungsobjekt und die Aufgaben der Bernoullischen Stochastik vorgestellt.

---

<sup>84</sup>Im Meyers Lexikon ([64], Stichwort: **Logikkalkül**) wird Logikkalkül wie folgt beschrieben: „**Logikkalkül**, Kalkül der formalen Logik, ein formales System von Grundzeichen und Regeln zur Gewinnung und Erzeugung von logisch wahren Aussagen.“

Zum Begriff „Kalkül“ findet sich im Meyers Lexikon ([64], Stichwort: **Kalkül**) folgender Eintrag: „**Kalkül** Mathematik: ein System von Regeln, mit deren Hilfe gewisse mathematische Probleme systematisch behandelt (>automatisch gelöst<) werden können.“



## 2.2 Grundbegriffe der Bernoullischen Stochastik

### 2.2.1 Aspekt, Quantifizierung und Größe

Aspekte<sup>85</sup> der uns umgebenden, realen Welt stehen im Zentrum menschlichen Interesses. Generell lassen sich zwei Arten von Aspekten identifizieren. Dies sind:

- nicht quantifizierte Aspekte und
- quantifizierte Aspekte.

Quantifizierung bedeutet in diesem Zusammenhang, den möglichen Ausprägungen eines Aspekts Zahlen zu zuweisen. Quantifizierung ermöglicht die Formulierung mittels mathematischer Elemente und damit den Einsatz mathematischer Methoden. Daraus folgen eine Reihe von Vorteilen:

- Überwindung der beschränkten Vorstellungskraft des Menschen.  
Beispielsweise beschränkt sich die räumliche Vorstellungskraft eines Menschen normalerweise auf drei Dimensionen.
- Überwindung der eingeschränkten Wahrnehmungsfähigkeit des Menschen.  
Beispielsweise kann der Mensch mittels seiner Sinnesorgane physikalische Größen wie Geschwindigkeit, Temperatur, usw. auch nicht annähernd präzise bestimmen. Kleine Veränderungen der Werte solcher Größen werden durch die menschlichen Sinne nicht wahrgenommen. Andere Phänomene und Vorgänge wie beispielsweise der Lei-

---

<sup>85</sup>In der einschlägigen Literatur zur Statistik, wie beispielsweise dem Statistik-Taschenbuch [18] von Karl Bosch (Prof. Dr. Karl Bosch, Institut für Angewandte Mathematik und Statistik der Fakultät Naturwissenschaften an der Universität Hohenheim (URL: <http://www.uni-hohenheim.de/i3ve/00032900/02401041.htm>, [19.06.2006])) wird anstatt von *Aspekt* meist der Begriff *Merkmal* verwendet ([18], Seite 1ff.).

Meines Erachtens ist das Wort *Merkmal* gleichbedeutend mit Eigenschaft oder Attribut. Daher müsste zu jedem *Merkmal* zusätzlich noch das Objekt angegeben werden, auf das sich das *Merkmal* bezieht. Der Grund dafür liegt in der Tatsache, dass Abhängig vom Objekt ein und dasselbe *Merkmal* unterschiedliche Ausprägungen annehmen kann. Beispielsweise hätte das *Merkmal* „Geschlecht“ in Bezug auf das Objekt „Mensch“ die möglichen Ausprägungen „männlich“ und „weiblich“ (evtl. noch „scheinzwitler“ beziehungsweise „pseudohermaphrodit“), während bei einem Ringelwurm, wie dem Regenwurm nur eine einzige Ausprägung „zwitler“ beziehungsweise „hermaphrodit“ existiert.

Im Gegensatz zu *Merkmal* impliziert *Aspekt* den kompletten interessierenden Ausschnitt der realen Welt. Eine explizite Trennung zwischen *Merkmal* und Objekt entfällt hierbei. Umgangssprachlich wird unter dem Begriff „Aspekt“ u.a. ein Gesichtspunkt, ein Blickwinkel oder eine Betrachtungsweise verstanden ([94], Stichwort: **Aspekt**). Meines Erachtens drückt diese Interpretation das Gewünschte recht treffend aus, zumal das Interesse an einem Teil der realen Welt immer eine subjektive Sicht und Auffassung des Geschehens durch eine Person oder durch eine Gruppe ist, also vom Betrachter abhängt.

tungswiderstand oder der radioaktive Zerfall bleiben den menschlichen Sinnen ganz verborgen.

- Überwindung der individuellen Subjektivität des Menschen.  
Zwei verschiedene Menschen können ein und den selben Sachverhalt unterschiedlich deuten. Beispielsweise empfindet eine bestimmte Person ein Objekt (z.B. Badewasser) als „heiß“, während es sich für eine andere Person lediglich „warm“ anfühlt.
- Überwindung der beschränkten Kommunikationsfähigkeit des Menschen.  
Alle natürlichen, menschlichen Sprachen sind mehrdeutig. Das, was ein Mensch ausdrücken möchte und das, was ein anderer Mensch versteht sind häufig zwei verschiedene Dinge. Das Bild 2.1 aus [74] stellt den geschilderten Sachverhalt grafisch dar.

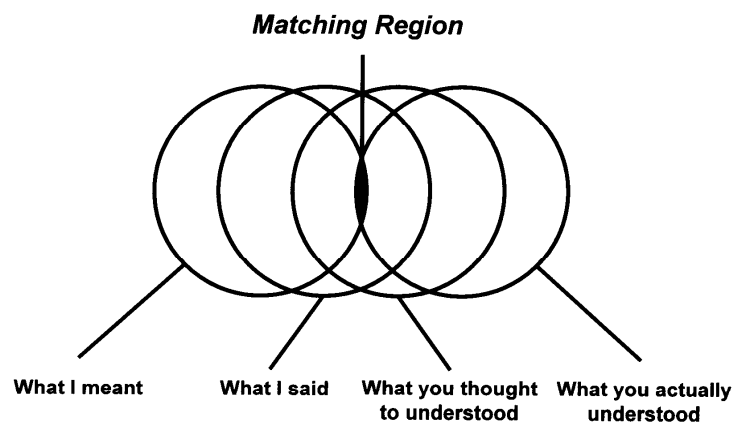


Abbildung 2.1: Problem der Kommunikation

Somit ermöglicht die Quantifizierung menschliche Beschränktheit zu überwinden, mit der Folge Aspekte der realen Welt zu erfassen und objektiv zu beurteilen. So hat die Aussage „Das Badewasser hat eine Temperatur von 52.7°C“ eine andere Wertigkeit, als „Das Badewasser ist sehr warm“. William Lord Kelvin of Largs<sup>86</sup> wusste um die Bedeutung der Quantifizierung und brachte sie mit folgenden Worten zum Ausdruck:

*„when you can measure what you are speaking about, and express it in numbers, you know something about it; but when you cannot measure it, when you cannot express it in*

<sup>86</sup>Ehemals Sir William Thomson; britischer Physiker; 1824–1907.

*numbers, your knowledge is of a meagre and unsatisfactory kind*“ (Stigler, [87], Seite 1, Fußnote 1)

Die Frage, ob eine Quantifizierung eines Aspekts Sinn macht oder nicht, muss von Fall zu Fall entschieden werden und hängt letztlich von der Absicht beziehungsweise dem Zweck ab, den man mit einer Quantifizierung verfolgt. Unabhängig davon, lassen sich wohl alle Aspekte der uns umgebenden Welt quantifizieren. Trotzdem hat der Mensch bei manchen Aspekten seine Probleme dies umzusetzen. Die Schwierigkeit besteht darin, die möglichen Ausprägungen gewisser Aspekte zu definieren, also alle zu benennen und genau abzugrenzen. Solche Probleme treten speziell bei Aspekten der subjektiven Wahrnehmung auf, wie zum Beispiel dem „Sinn des Lebens“. Die Quantifizierung setzt eine genaue Definition dessen voraus, was man als Sinn bezeichnet. So könnte man darunter beispielsweise die „Summe des gesparten Geldes“, die „Anzahl der Nachkommen“, die „Anzahl der wissenschaftlichen Preise“ oder die „Anzahl der bereisten Länder“ verstehen. In diesen Fällen wäre eine Quantifizierung zwar problemlos möglich, aber kaum ein Mensch würde mit einer solchen Definition einverstanden sein. Ähnliche Schwierigkeiten treten beim Aspekt „Farbe eines Autos“ auf, der neben den Ausprägungen „rot“, „gelb“ und „blau“ u.a. auch die Ausprägung „grün“ besitzt, bei der es sich jedoch um eine Kombination der beiden Farben Gelb und Blau handelt.<sup>87</sup> Ohne jeden Zweifel ist diese Aufzählung unvollständig und ließe sich vermutlich auch niemals vervollständigen. Der Grund dafür ist das Fehlen eines (realistischen) Verfahrens zur Bestimmung aller Ausprägungen.

Betrachtet man hingegen den Aspekt „Geschlecht eines Menschen“, so hat die Medizin durch Forschung die beiden Ausprägungen „männlich“ und „weiblich“ geliefert.<sup>88</sup> Darüber hinaus bietet die Medizin auch entsprechende Verfahren an, mit denen sich das Geschlecht im konkreten Fall bestimmen lässt.

Sind die Ausprägungen eines Aspektes bereits mit oder ohne Einheiten versehene Zahlen, ist keine explizite Quantifizierung erforderlich. Hierzu zählen alle Aspekte die Anzahlen repräsentieren. Darüber hinaus existieren zahlreiche Aspekte, die in der Vergangenheit explizit als quantifizierte Aspekte eingeführt wurden. Beispielsweise ist „Temperatur“ solch ein

---

<sup>87</sup>Dieser Effekt der u.a. bei der Mischung von Farbstoffen auftritt wird als *subtraktive Farbmischung* bezeichnet. Im Taschenbuch der Physik ([58], Seite 368) steht hierzu: „[...] Durch subtraktive Mischung der drei **Grundfarben** können Schwarz und sämtliche Farbeindrücke erzeugt werden. Geeignete Grundfarben sind: **Gelb, Blaugrün, Purpur.**“

<sup>88</sup>Die Tatsache, dass die Natur Menschen hervorbringt, die sowohl über männliche wie auch über weibliche Geschlechtsmerkmale verfügen (unechte Zwitter, Scheinzwitter oder Pseudohermaphrodit) wird hierbei nicht Rechnung getragen. Andernfalls müsste noch eine dritte Ausprägung „scheinzwitter“ beziehungsweise „pseudohermaphrodit“ hinzugenommen werden. Siehe auch Kapitel 2, Fußnote 85.

Aspekt. In diesem konkreten Fall stellt die Physik den quantifizierten Begriff der Temperatur und die dazugehörigen Messverfahren zur Verfügung.<sup>89</sup> Ein Aspekt dieser Art bezeichnet man auch als *quantitativen Aspekt*<sup>90</sup>, dessen Ausprägung sich auf einer *metrischen Skala* oder *Kardinalskala* anordnen lässt. Dadurch stehen die Ausprägungen nicht nur in einer festgelegten Rang- oder Reihenfolge zueinander, sondern es ist auch ein Vergleich der Abstände zwischen verschiedenen Ausprägungen möglich und sinnvoll.

Ist bei Ausprägungen eines Aspekts keine „natürliche“ Quantifizierung gegeben, spricht man von einem *qualitativen Aspekt*<sup>91</sup>. Dabei unterscheidet man zwei Fälle:

Existiert für Ausprägungen eine Art „natürliche Reihenfolge“, dann spricht man von *ordinalen Aspekten*<sup>92</sup>. Die zugehörige Skala heißt *Ordinalskala* oder *Rangskala*. Die Abstände zwischen Ausprägungen lassen sich hierbei nicht vergleichen beziehungsweise deuten. Die einer Ausprägung durch Quantifizierung zugeordnete Zahl muss so gewählt werden, dass sie deren Platz- oder Position innerhalb der Rangordnung widerspiegelt. Beispielsweise implizieren die Ausprägungen „sehr gut“, „gut“, „befriedigend“, „ausreichend“, „mangelhaft“ und „ungenügend“ des Aspekts „Note eines Unterrichtsfachs im Schulzeugniss“ eine festgelegte Reihenfolge. Die zu erbringende schulische Leistung für eine Verbesserung um eine Notenstufe kann bei allen Noten unterschiedlich groß sein. Die Zuordnung der Zahlen 1 bis 6 zu den Aspekten „sehr gut“ bis „ungenügend“ entspricht der in Deutschland gängigen Quantifizierung, ist allerdings nur eine von vielen Möglichkeiten und somit letztlich willkürlich.

Herrscht zwischen den Ausprägungen eines Aspekts keinerlei „natürliche Reihenfolge“, hat man es mit einem *nominalen Aspekt*<sup>93</sup> zu tun und die zugehörige Skala heißt *Nominalskala*. Die Nominalskala ermöglicht es lediglich, zwei Ausprägungen auf Gleichheit oder Ungleichheit zu überprüfen. Hierzu zählt beispielsweise der Aspekt „Geschlecht eines Menschen“ mit seinen beiden möglichen Ausprägungen „männlich“ und „weiblich“. Bei der Quantifizierung solch eines Aspekts ist lediglich darauf zu achten, dass, um Eindeutigkeit zu gewährleisten, alle Ausprägung unterschiedliche Zahlen erhalten.

Im Folgenden soll der Begriff *Größe* als Synonym für „quantifizierter Aspekt“ Verwendung finden, mit dem man intuitiv immer eine Zahl verbindet. Je nachdem, ob eine Größe durch eine einzelne Zahl oder durch ein

---

<sup>89</sup>Hierbei spielt es keine Rolle, ob die Einheit „Grad Fahrenheit“, „Grad Celsius“ oder „Kelvin“ lautet.

<sup>90</sup>Auch: quantitatives Merkmal. Siehe auch Kapitel 2, Fußnote 85.

<sup>91</sup>Auch: qualitatives Merkmal. Siehe auch Kapitel 2, Fußnote 85.

<sup>92</sup>Auch: ordinales Merkmal. Siehe auch Kapitel 2, Fußnote 85

<sup>93</sup>Auch: nominales Merkmal. Siehe auch Kapitel 2, Fußnote 85.

Zahlentupel<sup>94</sup> quantifiziert wird, spricht man entweder von einer *eindimensionalen Größe* oder von einer *mehrdimensionalen Größe*.

Interessierende (eindimensionale) Größen können u.a. sein:

- *Anzahl* von ausgezeichneten Objekten/Elementen in einer gegebenen Gesamtmenge.
- (relativer/prozentualer) *Anteil* von ausgezeichneten Objekten/Elementen in einer gegebenen Gesamtmenge.
- *Wert* einer Größe eines gegebenen Objekts.
- *Durchschnittlicher Wert* einer Größe in einer gegebenen Menge von Objekten.
- *Summe* von Werten einer Größe in einer gegebenen Menge von Objekten.
- *Durchschnittliche Abweichung* der Werte einer Größe von einem Sollwert in einer gegebenen Menge von Objekten.

Die Stochastik setzt voraus, dass die interessierenden Aspekte quantifiziert sind, es sich also um Größen handelt. Das Interesse bezieht sich auf den Wert einer oder mehrerer Größen über den Unsicherheit herrscht. Dabei sind zwei grundverschiedene Situationen zu unterscheiden:

1. Wert, den eine Größe annehmen wird.  
↔ Der zukünftige Wert der Größe liegt nicht fest, ist also *indeterminiert*. Das bedeutet, dass der Wert in der Zukunft zustande kommen wird.
2. Wert, den eine Größe aktuell besitzt.  
↔ Der Wert der Größe liegt fest, ist also *determiniert*. Das bedeutet, dass der Wert in der Vergangenheit zustande kam.

Im ersten Fall besteht die Aufgabe darin, einen indeterminierten Wert vorherzusagen. Es herrscht also Unsicherheit darüber, welcher Wert tatsächlich eintreten wird. Das Problem der indeterminierten Zukunft existiert unabhängig von den beschränkten Fähigkeiten des Menschen. Es ist eine charakteristische Eigenschaft der realen Welt, die man *Zufall* nennt. Der Zufall ist somit eine Quelle der Unsicherheit. In vergleichbaren Ausgangslagen wird der Zufall zu verschiedenen Werten führen.

Im zweiten Fall soll ein determinierter Wert, also eine Tatsache bestimmt werden und zwar mit Hilfe eines Messvorgangs. Der Messvorgang unterliegt

---

<sup>94</sup>Nachfolgend wird der Begriff „Wert“ als Oberbegriff für Zahl und Zahlentupel verwendet.

dem Zufall, der wie im ersten Fall Unsicherheit generiert. Zusätzlich sorgt die Unwissenheit (z.B. aufgrund der eingeschränkten Wahrnehmungsfähigkeit des Menschen) über den zu messenden *wahren Wert* für Unsicherheit. Hierbei ist das mangelnde Wissen oder *Ignoranz* die Quelle der Unsicherheit, wobei die Ignoranz eine charakteristische Eigenschaft des Menschen ist.

Eine Quantifizierung besteht darin, die relevanten Größen durch Variablen im Sinne der Mathematik darzustellen, wobei eine Variable durch ein Symbol und einen Variabilitätsbereich definiert ist. Im Rahmen dieser Arbeit wird folgende Notation verwendet:

- Für eine Variable wird als Symbol ein lateinischer Großbuchstabe verwendet.  
Beispiel:  $G$  steht für die Größe „Geschlecht eines Menschen“.
- Die Menge aller möglichen Werte, die eine Größe annehmen kann, ist ihr *Variabilitätsbereich*, der durch den äquivalenten kalligraphischen Grossbuchstaben dargestellt wird.  
Beispiel:  $\mathcal{G} = \{0, 1\}$  ist der Variabilitätsbereich der Größe  $G$  (= „Geschlecht eines Menschen“).<sup>95</sup>
- Ein Element des Variabilitätsbereichs, wird allgemein durch den gleichen lateinischen Kleinbuchstaben dargestellt.  
Beispiel:  $g$  steht allgemein für einen Wert aus der Menge  $\mathcal{G}$ , also  $g \in \mathcal{G}$ .
- Die abstrakte Darstellung eines bestimmten Wertes wird durch den, mit einem Index versehenen, äquivalenten Kleinbuchstaben dargestellt.  
Beispiel: Der Variabilitätsbereich  $\mathcal{G}$  kann durch die Menge  $\{g_1, g_2\}$  wiedergegeben werden.
- Ein lateinischer Kleinbuchstabe mit Index 0 steht für den wahren Wert einer Größe.  
Beispiel:  $g_0$  repräsentiert den wahren Wert der Größe  $G$ .
- Ein unterstrichener, lateinischer Kleinbuchstabe steht für einen Wert, der eine Untergrenze darstellt.
- Ein überstrichener, lateinischer Kleinbuchstabe steht für einen Wert, der eine Obergrenze darstellt.

### 2.2.2 Ereignis

In vielen Fällen ist der genaue Wert, den eine Größe besitzt beziehungsweise in Zukunft annehmen wird nicht von Interesse. Stattdessen beschränkt sich

---

<sup>95</sup>Hierbei wurde (willkürlich) der Ausprägung „männlich“ der Zahlenwert 0 und „weiblich“ der Wert 1 zugeordnet.

das Interesse darauf, ob es sich bei dem Wert um einen aus einer genau definierten Menge von Werten handelt oder nicht. Beispielsweise interessiert sich ein Spieler, der beim Roulett<sup>96</sup> seinen Einsatz auf „Rot“ (Rouge) gesetzt hat nicht dafür, welche der 37 (Zahlen 0–36) möglichen Zahlen gefallen ist, sondern lediglich, ob es sich um eine „rote Zahl“<sup>97</sup> handelt.

Jede Teilmenge des Variabilitätsbereichs heißt *Ereignis*. Steht beispielsweise  $Z$  für die Größe „Zahl, die beim Roulett fällt“. Dann lautet der zugehörige Variabilitätsbereich  $\mathcal{Z} = \{0, 1, 2, \dots, 36\}$ . Die Teilmenge  $\{1, 3, 5, \dots, 33, 35\}$  wäre somit ein Ereignis, das durch die Eigenschaft „ungerade Zahl“ (Impair) der Elemente definiert ist. Man sagt: „das Ereignis ist eingetreten“, wenn der Wert der Größe ein Element des Ereignisses ist. Ist beim Roulett beispielsweise die Zahl 21 gefallen, dann ist das Ereignis „ungerade Zahl“ (Impair) eingetreten.

Ist das Ereignis identisch mit dem Variabilitätsbereich, dann spricht man vom *sicheren Ereignis*.

Basierend auf dem Begriff des Ereignisses, lassen sich zwei zentrale Ziele der Stochastik benennen:

1. Bestimmung, also Vorhersage eines zukünftigen Ereignisses und
2. Bestimmung, also Messung eines bereits eingetretenen Ereignisses.

### 2.2.3 Vorgang

Weder entsteht der Wert einer Größe aus dem Nichts, noch ändert sich der Wert der Größe von alleine. In beiden Fällen ist ein Generierungsprozess nötig, der ein Teil der allgemeinen Evolution des Universums ist und nachfolgend *Vorgang* genannt wird. Zu jeder Größe lässt sich ein Vorgang angeben, der für das Zustandekommen des Wertes<sup>98</sup> verantwortlich ist. Allerdings sind reale Vorgänge so komplex, dass eine vollständige Beschreibung beziehungsweise Modellierung unmöglich ist. Das ist auch nicht notwendig,

<sup>96</sup>Im Meyers Lexikon (Stichwort: **Roulett**) wird Roulett wie folgt beschrieben: „**Roulett** (Roulette), Glücksspiel chin. Ursprungs; eine Kugel auf drehbarer Scheibe mit roten und schwarzen (0 und 1 bis 36) Fächern bestimmt den Gewinner, der meist Chips auf Nummern oder Nummernkombinationen gegen die Bank setzt, die von dem Bankhalter gehalten wird. Der Spielplan enthält außer den Zahlen u.a. die Abteilungen: Rouge (Rot), Noir (Schwarz), Pair (gerade Zahlen), Impair (ungerade Zahlen), Manque (1–18; Klein), Passe (19–36; Groß); je nach Konstellation ist der 1–35-fache Einsatz zu gewinnen.“

<sup>97</sup>„rote Zahlen“ beim Roulett sind die Zahlen 1, 3, 5, 7, 9, 12, 14, 16, 18, 19, 21, 23, 25, 27, 30, 32, 34 und 36. Im Gegensatz dazu handelt es sich bei den Zahlen 2, 4, 6, 8, 10, 11, 13, 15, 17, 20, 22, 24, 26, 28, 29, 31, 33 und 35 um „schwarze Zahlen“. Die Zahl 0 ist weder eine „rote Zahl“ noch eine „schwarze Zahl“.

<sup>98</sup>Genaugenommen liefert der Vorgang nicht Werte von Größen, sondern Ausprägungen von Aspekten, die erst durch die Quantifizierung als Werte ausgedrückt werden können.

da man sich stets nur für wenige Aspekte eines Vorgangs interessiert. Folglich bedarf es nur eines Modells, das ausschließlich jene Aspekte eines Vorgangs berücksichtigt, für die man sich tatsächlich interessiert. Damit stellt sich die Frage, wie ein Vorgang stochastisch zu beschreiben ist. Im Folgenden soll diese Frage schrittweise beantwortet werden. Ausgehend von einer informellen Beschreibung wird nach und nach ein vollständig quantifiziertes Modell hergeleitet werden.

In einem ersten Ansatz kann ein Vorgang als etwas beschrieben werden, das einen *Anfangszustand* und einen *Endzustand* besitzt und in endlicher Zeit den Wert einer oder mehrerer interessierender Größen des Endzustands generiert. Folglich stellen die Werte, die durch die Durchführung eines Vorgangs geliefert werden, eine *Realisation des Endzustandes* dar. Die Situation beim Start des Vorgangs lässt sich ebenfalls mittels Größen beschreiben. Alle Größen, die Einfluss auf die interessierenden Größen des Endzustands haben, werden zum Anfangszustand zusammengefasst. Abbildung 2.2 zeigt eine erste schematische Darstellung eines Vorgangs.

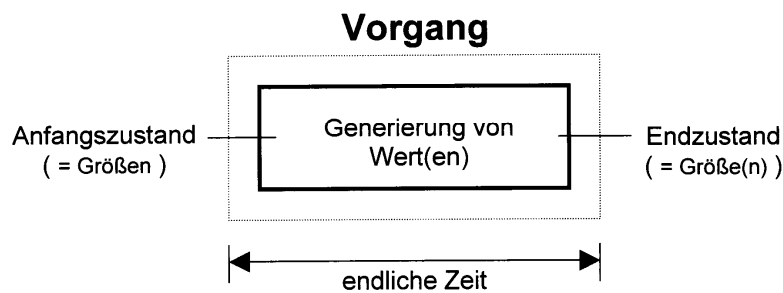


Abbildung 2.2: Schematische Darstellung eines Vorgangs

Wie in Abbildung 2.3 dargestellt, handelt es sich bei den Größen des Anfangszustandes um Größen aus Endzuständen anderer, zeitlich vorgelagerter, Vorgänge. Erst nachdem all diese vorgelagerten Vorgänge beendet sind, liegt eine *Realisation des Anfangszustandes* vor, wodurch die Werte des Anfangszustandes determiniert sind.

Ein Beispiel soll den hier eingeführten Begriff des Vorgangs veranschaulichen: Die interessierende Größe sei eine Anzahl roter Kugeln. Der Vorgang bestehe aus dem Ziehen einer gewissen Anzahl von Kugeln aus einer mit Kugeln gefüllten Urne. Sie enthalte ausschließlich zwei Sorten von Kugeln, rote und weiße. Somit ist der Endzustand gleichbedeutend mit der Größe „Anzahl der gezogenen roten Kugeln“. Der Vorgang ist in diesem Fall das Entnehmen einer gewissen Anzahl von Kugeln aus der Urne und das Zählen,



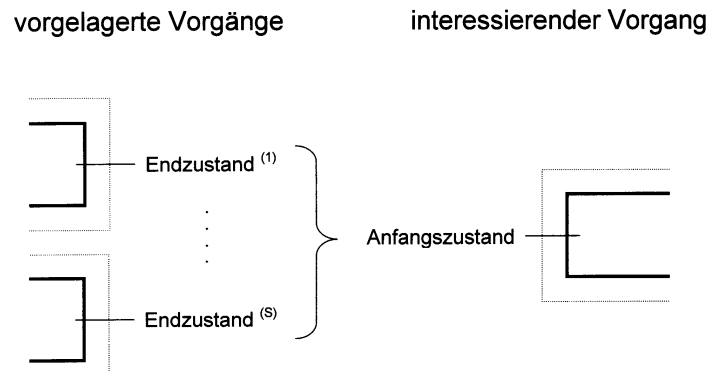


Abbildung 2.3: Zustandekommen des Anfangszustandes eines Vorgangs

wieviele dieser Kugeln rot sind. Der Anfangszustand setzt sich aus allen Größen zusammen, die den Vorgang betreffen und für die zukünftige Anzahl der gezogenen roten Kugeln relevant ist. Diese Größen ergeben sich aus der Beantwortung einer Reihe, diesen Vorgang betreffender Fragen:

- Wie ist die Urne gefüllt, also die Frage nach der:
  - Anzahl der roten Kugeln in der Urne und
  - Anzahl der weißen Kugeln in der Urne.
- Wieviele der in der Urne befindlichen Kugeln sollen untersucht werden, also die Frage nach der:
  - Anzahl der zu ziehenden Kugeln.
- Auf welche Art und Weise sind die zu untersuchenden Kugeln zu bestimmen, also die Frage nach dem:
  - Ziehungsverfahren.  
 Der Ausgang des Vorgangs wird wesentlich durch die Art und Weise, wie die Kugeln ausgewählt werden, bestimmt. Die Auswahl könnte beispielsweise von der Beschaffenheit der Kugeln abhängen oder von deren Lage innerhalb der Urne. So könnten sich unterschiedliche Durchmesser (z.B. 70 mm und 5 mm ), verschiedene Materialien (z.B. Blei und Schaumstoff) oder voneinander abweichende Oberflächenstrukturen (z.B. fein und rau) der beiden Kugelsorten auf das Auswahlverfahren, mit der die Kugel einer Sorte gezogen wird auswirken.  
 Ferner muss festgelegt werden, ob die Ziehung mit oder ohne Zurücklegen der jeweils gezogenen Kugel zu erfolgen hat.

Die Antworten auf diese Fragen müssen zwingend bei Beginn des Vorgangs festliegen.

Andere Größen hingegen, wie Form und Material der Urne, Luftdruck, Umgebungstemperatur usw. haben allenfalls einen vernachlässigbaren kleinen Einfluss auf das Zustandekommen des Endzustands und werden daher bei der Beschreibung des Anfangszustands vernachlässigt.

Nachfolgend soll davon ausgegangen werden, dass alle in der Urne befindlichen Kugeln bis auf die Farbe identisch, also nicht unterscheidbar sind. Außerdem sei festgelegt, dass die Ziehung „ohne Zurücklegen“ so zu erfolgen hat, dass jede der möglichen Realisationen des Endzustands mit gleicher Wahrscheinlichkeit eintritt. Damit lässt sich der Anfangszustand durch folgende vier Größen beschreiben:

1. Anzahl der roten Kugeln in der Urne
2. Anzahl der weißen Kugeln in der Urne
3. Anzahl der zu ziehenden Kugeln
4. Anzahl der möglichen Realisationen des Endzustandes

Je nach Realisation des Anfangszustandes sind andere Ereignisse möglich beziehungsweise unmöglich und werden bevorzugt beziehungsweise weniger bevorzugt eintreten. Dies bedeutet, dass der Zufall, oder genauer gesagt die Struktur des Zufalls, von der Realisation des Anfangszustandes determiniert wird. Hierbei wird unter der Struktur des Zufalls die Neigung des Vorgangs verstanden gewisse Realisationen zu generieren. Befinden sich in der Urne beispielsweise viele weiße Kugeln und nur wenige rote Kugeln liegt eine andere Struktur vor, als im umgekehrten Fall. Offensichtlich ist die Anzahl der gezogenen roten Kugeln von der Anzahl der insgesamt zu ziehenden Kugeln abhängig. Werden viele Kugeln gezogen, können darunter mehr rote Kugeln sein, als wenn nur wenige Kugeln gezogen werden.

An dieser Stelle sei nochmals darauf hingewiesen, dass die Werte aller relevanten Größen des Anfangszustandes vor Durchführung des Vorgangs feststehen, also determiniert sind. Dies bedeutet aber nicht zwangsläufig, dass diese Werte auch bekannt sein müssen. So könnte man sich für die Anzahl der gezogenen roten Kugeln nur deshalb interessieren, weil man von dieser Anzahl auf die Anzahl aller in der Urne befindlichen roten Kugeln schließen möchte.

Bei einer realen Problemstellung ist die Identifizierung aller Größen des Anfangszustandes, also der Größen, die nennenswerten Einfluss auf den Vorgang und damit auf den Endzustand haben, meist eine schwierige Aufgabe.

Vorgänge und die damit verbundenen Begriffe, wie Anfangs- und Endzustand spielen im weiteren Verlauf eine zentrale Rolle. In Hinblick auf eine Quantifizierung und einer präzisen Darstellung wird an dieser Stelle eine einheitliche Notation für die zentralen Teile eines Vorgangs eingeführt.

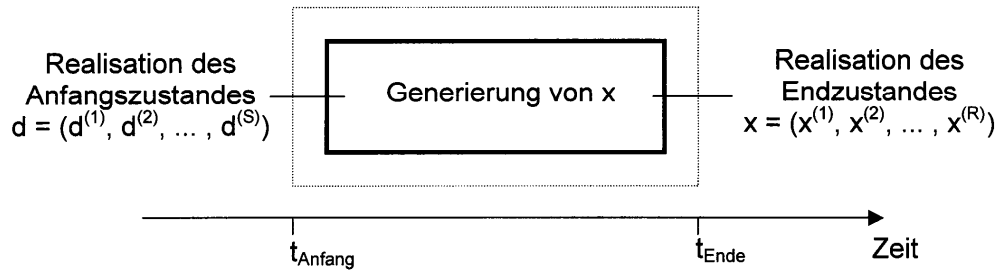


Abbildung 2.4: Ausführung eines Vorgangs

Die relevanten Größen des Anfangszustandes werden durch die Variable  $D$  dargestellt. Das heißt:  $D = (D^{(1)}, D^{(2)}, \dots, D^{(S)})$ , wobei  $D^{(i)}$  mit  $1 \leq i \leq S$  der Variablenname für die  $i$ te relevante Größe ist. Nachdem  $D$  die Größen mit determinierten Werten beschreibt, wird  $D$  *deterministische Variable* genannt.

Die interessierende Größe des Endzustands erhält das Symbol  $X$ , mit  $X = (X^{(1)}, X^{(2)}, \dots, X^{(R)})$ . Die Variable  $X$  heißt *zufällige Variable*, da ihr zukünftiger Wert unter Einfluss des Zufalls erst noch bestimmt werden muss.

Besteht der Anfangszustand oder der Endzustand lediglich aus einer einzigen Größe (Komponente), wird sie aus Gründen der Vereinfachung mit dem Symbol  $D$  beziehungsweise  $X$  gleichgesetzt. Die Realisationen von  $D$  und  $X$  werden durch die entsprechenden Kleinbuchstaben  $d$  und  $x$  dargestellt (Abbildung 2.4).

Für die relevanten Größen des Anfangszustandes im Urnen-Beispiel ergibt sich:

- Anfangszustand  $D = (D^{(1)}, D^{(2)}, D^{(3)}, D^{(4)})$ , mit
  - $D^{(1)}$  = Anzahl der roten Kugeln in der Urne,
  - $D^{(2)}$  = Anzahl der weißen Kugeln in der Urne,
  - $D^{(3)}$  = Anzahl der zu ziehenden Kugeln und
  - $D^{(4)}$  = Anzahl der möglichen Realisationen des Endzustandes.<sup>99</sup>

<sup>99</sup>Nachdem der aktuelle Wert  $d^{(4)}$  der Größe  $D^{(4)}$  durch die aktuellen Werte der drei Größen  $D^{(1)}$ ,  $D^{(2)}$  und  $D^{(3)}$  mittels des Zusammenhangs  $d^{(4)} = \binom{d^{(1)}+d^{(2)}}{d^{(3)}}$  bestimmt wird, kann  $D^{(4)}$  für den hier behandelten Fall der Gleichwahrscheinlichkeit auch weggelassen werden.

$d = (15, 24, 5, \binom{15+24}{5})$  stellt (ein Beispiel für) eine Realisation des Anfangszustandes<sup>100</sup> dar.

- Endzustand  $X$ , mit  
 $X =$  Anzahl der gezogenen roten Kugeln.  
 $x = 1$  stellt (ein Beispiel für) eine Realisation des Endzustandes dar.

Die sich im Zusammenhang mit einem Vorgang ergebenden Ziele sind:

- Vorhersage eines zukünftigen Ereignisses bezüglich  $X$ .  
 $\hookrightarrow$  Dies bedeutet: Blick in die Zukunft.
- Bestimmung eines bereits eingetretenen Ereignisses bezüglich (Teile von)  $D$ .  
 $\hookrightarrow$  Dies bedeutet: Blick in die Vergangenheit.

Beide Ziele werden nachfolgend getrennt voneinander behandelt.

### Vorhersage eines zukünftigen Ereignisses bezüglich $X$

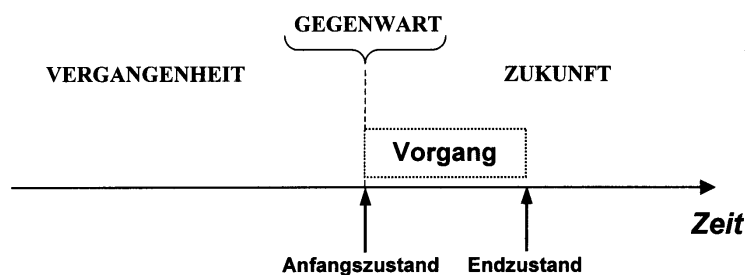


Abbildung 2.5: Vorgang beginnt mit der Gegenwart und reicht in die Zukunft

Wie in Abbildung 2.5 dargestellt, ist der Anfangszustand determiniert. Das heißt, die Werte aller Größen des Anfangszustandes, repräsentiert durch die deterministische Variable  $D$ , liegen fest, während der Wert, den die Größe des Endzustandes, also die zufällige Variable  $X$ , annehmen wird, indeterminiert ist. Das Problem ist somit die Vorhersage des Wertes  $x$ , den die Größe

<sup>100</sup>  $\binom{15+24}{5}$  ist gleich 575757. Das bedeutet, dass bei 39 Kugeln (= 15 rote Kugeln + 24 weiße Kugeln) in der Urne 575757 verschiedene Möglichkeiten existieren, jeweils 5 Kugeln zu entnehmen. Dabei bleibt die Tatsache unberücksichtigt, dass subjektiv betrachtet manche Kugeln voneinander nicht unterscheidbar sind.

des Endzustandes nach Beendigung des Vorgangs annehmen wird, also allgemein die Vorhersage eines zukünftigen Ereignisses. Nachfolgend soll diese Aufgabe als *Vorhersageproblem* bezeichnet werden. Solch eine Vorhersage erfolgt mittels eines *stochastischem Vorhersageverfahrens*<sup>101</sup> unter Einbeziehung des gesamten Wissens über den Vorgang und den aktuellen Anfangszustand. Abbildung 2.6 stellt diesen Sachverhalt grafisch dar.

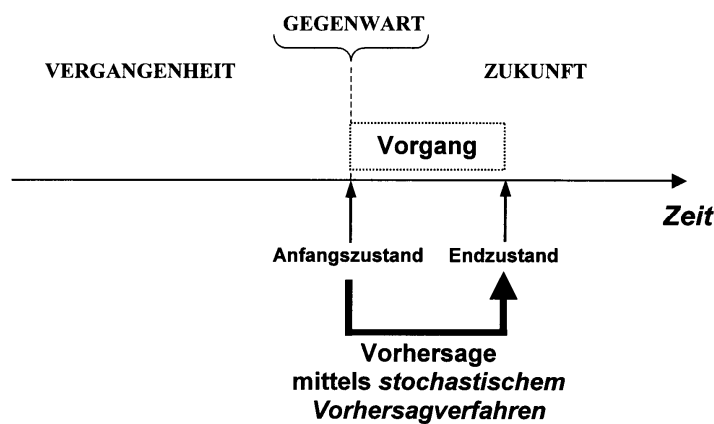


Abbildung 2.6: Treffen einer Vorhersage mittels eines stochastischen Vorhersageverfahrens

Bezogen auf das Urnen-Beispiel bestünde das Ziel einer Vorhersage darin, den indeterminierten Wert der (Endzustand-) Größe  $X =$  „Anzahl der gezogenen roten Kugeln“ vor der Durchführung des Vorgangs zu prognostizieren, und zwar auf der Grundlage des vorhandenen Wissens über die determinierten Werten der vier (Anfangs-) Größen  $D^{(1)} =$  „Anzahl der roten Kugeln in der Urne“,  $D^{(2)} =$  „Anzahl der weißen Kugeln in der Urne“,  $D^{(3)} =$  „Anzahl der zu ziehenden Kugeln“ und  $D^{(4)} =$  „Anzahl der möglichen Realisationen des Endzustandes“.

<sup>101</sup>Ein stochastisches Verfahren ist ein Verfahren, das durch folgende Eigenschaft charakterisiert ist:

- Die Zuverlässigkeit des Verfahrens ist bekannt.

Hierbei ist die Zuverlässigkeit ein Maß dafür, wie oft die mit dem Verfahren gemachten Vorhersagen tatsächlich eintreten werden. Eine ausführliche Beschreibung von stochastischen Verfahren und deren Qualitätsmerkmale folgt in Abschnitt 2.7.

Anmerkung: Ist die Zuverlässigkeit eines Verfahrens genau bekannt, dann basiert es auf einem mathematischen Modell. Daraus folgt wiederum, dass die Zuverlässigkeit des Verfahrens verifizierbar ist.

### Bestimmung eines bereits eingetretenen Ereignisses bezüglich (Teile von) $D$

In diesem Fall interessiert man sich für das Ergebnis eines in der Vergangenheit abgeschlossenen Vorgangs (z.B. „Füllen der Urne mit einer Anzahl roter Kugeln“). Der Wert der Größe für die man sich interessiert ist somit determiniert, aber unbekannt. Abbildung 2.7 zeigt diesen Sachverhalt.

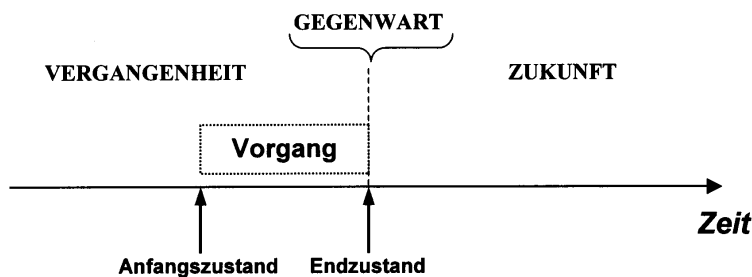


Abbildung 2.7: (Vorgelagerter) Vorgang generiert den interessierenden Wert

Um den Wert der interessierenden Größe bestimmen zu können, benötigt man einen weiteren in die Zukunft reichenden Vorgang, mit dem der determinierte, aber unbekannt Wert bestimmt oder gemessen werden soll. Ein solcher Vorgang wird *Messvorgang* genannt. Ein Messvorgang ist so konzipiert, dass die interessierende Größe eine Komponente des Anfangszustandes (z.B.  $D^{(1)}$  = „Anzahl der roten Kugeln in der Urne“) ist.<sup>102</sup> In der Regel wird ein Messvorgang eigens für die gegebene Problemstellung konstruiert.<sup>103</sup> Das Interesse bezieht sich nun auf den determinierten, aber unbekannt Wert (z.B.  $d_0^{(1)}$ ) einer Größe des Anfangszustandes (z.B.  $D^{(1)}$ ). Wie bei allen anderen Vorgängen ist, wie in Abbildung 2.8 dargestellt, auch der Ausgang eines jeden Messvorgangs aufgrund des Einflusses von Zufall indeterminiert.

Die Durchführung des Messvorgangs (Abbildung 2.9) endet in einem Wert  $x$ , bei dem es sich um eine Realisation des Endzustandes des Messvorgangs, also um eine Realisation der Variablen  $X$  handelt. Nach Durchführung des Messvorgangs ist  $x$  determiniert und wird als bekannt vorausgesetzt.

Auf der Basis des vom Messvorgang gelieferten Ergebnisses wird, wie in Abbildung 2.10 dargestellt, auf den determinierten, aber unbekannt Wert

<sup>102</sup>Selbstverständlich kann man sich auch gleichzeitig für die Werte mehrerer Größen interessieren. In diesem Fall hätte man es, wie in Abbildung 2.3 dargestellt, mit mehreren vorgelagerten Vorgängen zu tun. All diese Größen müssen in dem Anfangszustand des Messvorgangs Berücksichtigung finden.

<sup>103</sup>In den meisten Fällen wird im Rahmen des Messvorgangs ein technisches Messgerät eingesetzt.

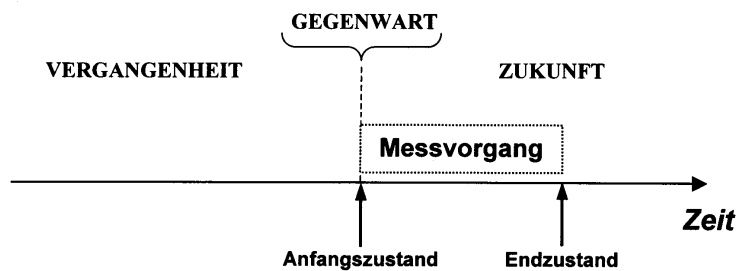


Abbildung 2.8: Messvorgang vor dessen Durchführung

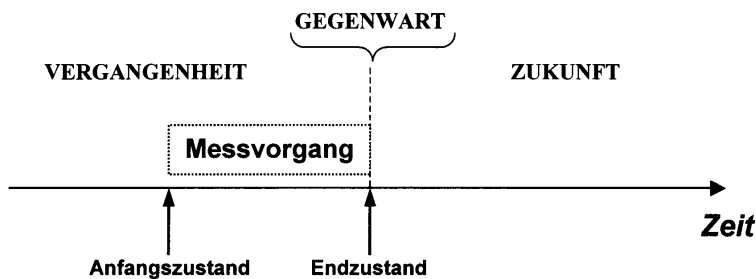


Abbildung 2.9: Messvorgang nach dessen Durchführung

(z.B.  $d_0^{(1)}$ ) der interessierenden Größe (z.B.  $D^{(1)}$ ) geschlossen. Hierzu ist ein *stochastisches Messverfahren* erforderlich.

Zur Bestimmung eines bereits eingetretenen, aber unbekanntes Ereignisses wird ein stochastisches Verfahren benötigt, mit dessen Hilfe der determinierte Wert einer oder mehrerer Größen des Anfangszustandes ermittelt wird. Im folgenden wird diese Aufgabe als *Messproblem* bezeichnet.

Beispielsweise wird bei der Temperaturmessung eines Objektes in Abhängigkeit von der Art des Thermometers, das auf der Grundlage eines physikalischen Effektes konstruiert ist, auf die aktuelle Temperatur des Objektes geschlossen. Wie viele technisch-wissenschaftliche Messgeräte basiert auch ein Thermometer auf Erkenntnisse der Physik.<sup>104</sup> Hierbei stellt die wahre

<sup>104</sup>Im Meyers Lexikon ([64], Stichwort: **Thermometer**) steht: „**Thermometer**, Gerät zur Messung der Temperatur. Ausdehnungsthermometer sind meist als [Flüssigkeits]glasthermometer ausgeführt, bei denen eine Messkapillare an ein flüssigkeitsgefülltes Glasgefäß als Fühler angesetzt ist; nimmt die Temperatur zu, so dehnt sich die Flüssigkeit aus und steigt in der Kapillare hoch. Je nach dem gewünschten Messbereich verwendet man hierzu organ. Flüssigkeiten, z.B. Alkohol (Alkoholthermometer), Toluol oder Pentan und sehr häufig Quecksilber (Quecksilberthermometer; Messbereich von  $-35^\circ\text{C}$  bis  $600^\circ\text{C}$ ).

Beim Maximumthermometer, z.B. dem Fieberthermometer, sorgt eine Einschnürung der

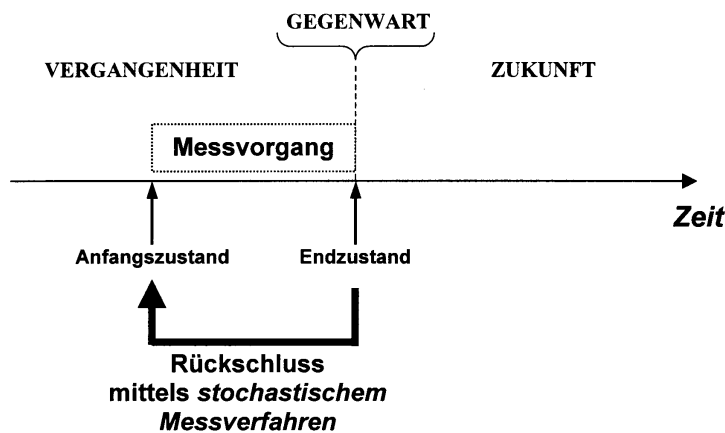


Abbildung 2.10: Durchführung einer Messung mittels eines stochastischem Messverfahrens

Temperatur des Objektes den determinierten, aber unbekanntem Wert  $d_0$  einer Komponente des Anfangszustandes dar. Das Messgerät basiert auf einem Zusammenhang zwischen Temperatur und einer anderen physikalischen Größe  $X$ , wie beispielsweise dem Volumen von Flüssigkeiten. Hierbei sollte beachtet werden, dass die Temperatur den Wert von  $X$  wohl beeinflusst, aber keineswegs vollständig determiniert. Um vom beobachteten Wert  $x$  auf den unbekanntem Wert  $d$  der Temperatur zu schließen, benötigt man eine Vorschrift. Sie ist Teil eines stochastischen Messverfahrens.

Ein zu messender determinierter, aber unbekannter Wert im Zusammenhang mit dem Urnen-Beispiel wäre wie bereits angedeutet beispielsweise der Wert der Größe „Anzahl der roten Kugeln in der Urne“. Bei bekanntem Wert für die Größe „Anzahl aller Kugeln in der Urne“, „Anzahl der zu ziehenden Kugeln“, „Anzahl der möglichen Realisationen des Endzustandes“ und bei Vorliegen einer Realisation des Endzustandes (z.B. „eine der fünf

---

*Kapillare dafür, dass bei Abkühlung der Quecksilberfaden abreißt. Das Minimumthermometer ist ein Alkoholthermometer, bei dem ein kleiner Glasstift das Temperaturminimum anzeigt. Das Maximum-Minimum-T. mit u-förmigem Kapillarrohr dient zum Messen der höchsten bzw. tiefsten Temperatur innerhalb eines bestimmten Zeitraumes. Bimetallthermometer bestehen aus einem häufig spiralförmigen Streifen von zwei aufeinander geschweißten Metallen verschiedener Ausdehnungskoeffizienten; dieser Streifen krümmt sich bei steigender Temperatur. Im Gasthermometer befindet sich im Messfühler ein nahezu ideales Gas, dessen Druck bei konstantem Volumen linear von der Temperatur abhängt. Bei Dampfdruckthermometer (Dampfspannungsthermometer oder Tensionsthermometer) ist der Druck im Wasser und Wasserdampf enthaltenden Fühler ein Maß für die Temperatur. Beim Thermoelement und beim Widerstandsthermometer wird die Temperaturabhängigkeit des Widerstandes eines Leiters ausgenutzt. Halbleiterthermometer arbeiten mit Halbleiterwiderständen, die eine nichtlineare Abhängigkeit ihres Widerstandes von der Temperatur aufweisen.“*



gezogenen Kugeln hatte die Farbe Rot“) besteht die Aufgabe darin, den gesuchten Wert zu ermitteln. Wurden beispielsweise fünf Kugeln aus der Urne gezogen und ermittelt wieviele von ihnen die rote Farbe tragen, dann kann der Rückschluss mittels eines stochastischen Messverfahrens auf die Anzahl der ursprünglich in der Urne befindlichen roten Kugeln erfolgen.

#### 2.2.4 Unsicherheit und ihre Quellen

Unsicherheit kann sich bei einem Vorgang auf zweierlei Dinge beziehen und zwar auf den:

- determinierten Teil eines Vorgangs, und den
- indeterminierten Teil eines Vorgangs.

Unter dem ersten Punkt versteht man alles, was den Anfangszustand beschreibt. Diese Form der Unsicherheit hat ihren Ursprung in der Ignoranz des Menschen.

Der zweite Punkt betrifft den zukünftigen und damit indeterminierten Ausgang eines Vorgangs. In diesem Fall kommt zur Ignoranz noch der Zufall als Quelle der Unsicherheit hinzu.

Unsicherheit äußert sich immer in Variabilität. In diesem Fall versteht man darunter den Umstand, dass keine eindeutige Zuordnung eines Wertes zu einer Größe möglich ist, sondern stattdessen mehrere Werte in Betracht kommen.

#### Zufall

Nachfolgend wird unter Zufall ein unsichtbares, aber strukturiertes und allgegenwärtiges Phänomen verstanden, dem ausnahmslos jeder Vorgang — sei er nun natürlichen Ursprungs oder vom Menschen künstlich geschaffen — ausgesetzt ist. Die Existenz des Zufalls und dessen Struktur lässt sich nur über die Variabilität der Ergebnisse eines Vorgangs nachweisen. Die Struktur bedeutet, dass der Zufall den Ablauf nicht „blind“ bestimmt, sondern in Abhängigkeit des Vorgangs und des jeweiligen Anfangszustandes. Der Zufall folgt also bestimmten Gesetzmäßigkeiten. Novalis<sup>105</sup> formulierte dies recht treffend mit folgenden Worten:

*„Auch der Zufall ist nicht unergründlich - er hat seine Regelmäßigkeit.“* (Peltzer, [68])

---

<sup>105</sup>Eigentlich Georg Friedrich Philipp Freiherr von Hardenberg; deutscher Dichter; 1772–1801.

Der Variabilitätsbereich der zufälligen Variablen  $X$ , d.h. die Menge der möglichen Ergebnisse, die eine interessierende Größe — dargestellt durch die zufällige Variable  $X$  — annehmen kann, hängt von der Realisation  $d$  des Anfangszustandes ab. Es folgt, dass jeder Anfangszustand  $d$  eine andere zufällige Variable erzeugt. Diese Tatsache wird durch die Schreibweise  $X|\{d\}$  für die entsprechende zufällige Variable und  $\mathcal{X}(\{d\})$  für den dazugehörigen Variabilitätsbereich ausgedrückt. Falls der Anfangszustand durch  $d$  gegeben ist, ist jede Realisation  $x$  des Endzustandes ein Element der Menge  $\mathcal{X}(\{d\})$ .

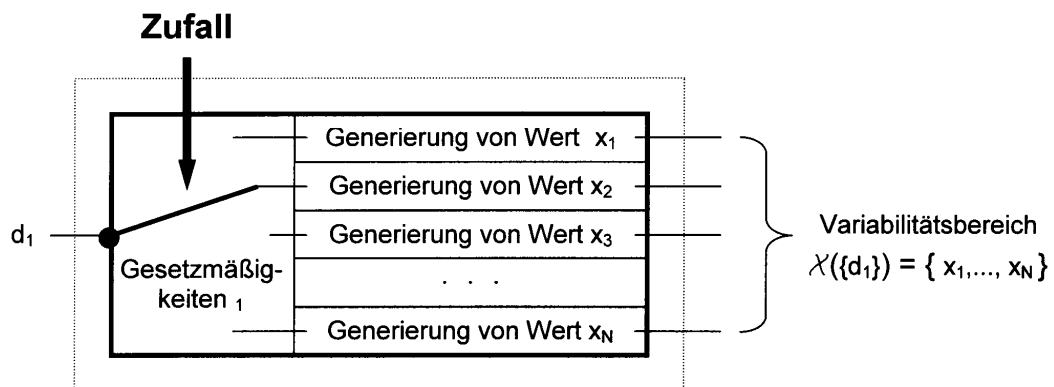


Abbildung 2.11: Vorgang unter Berücksichtigung des Zufalls

Abbildung 2.11 stellt eine um den Zufall und der damit verbundenen Variabilität erweiterte schematische Darstellung eines Vorgangs dar, mit  $d_1$  als Realisation des Anfangszustandes. Hier ist der Variabilitätsbereich gleich der Menge  $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_N\}$ .

Das Ergebnis des Vorgangs, also die Realisation des Endzustandes, hängt vom Zufall ab. Der Zufall weist eine Struktur auf, die vom Vorgang und vom Anfangszustand abhängen. Diese Struktur wird durch ein *Wahrscheinlichkeitsmaß* quantifiziert, das eine Abbildung darstellt, die jedem zukünftigen Ereignis (Teilmenge des Variabilitätsbereiches  $\mathcal{X}(\{d\})$ ) eine Wahrscheinlichkeit  $p$  zuordnet. Dabei entspricht  $p$  dem Grad der Sicherheit des Eintretens des betrachteten Ereignisses und nimmt eine reelle Zahl zwischen 0 und 1 an. Das Wahrscheinlichkeitsmaß bezieht sich auf die zufällige Variable  $X|\{d\}$  und wird dementsprechend mit  $P_{X|\{d\}}$  bezeichnet.

Abbildung 2.12 zeigt einen Vorgang unter Berücksichtigung des Wahrscheinlichkeitsmaßes.<sup>106</sup>

<sup>106</sup>Anstelle von **Generierung von Wert  $x_i$**  könnte man nun auch (ausführlicher) schreiben: **Generierung von Wert  $x_i$  mit Wahrscheinlichkeit  $P_{X|\{d_1\}}(\{x_i\})$**

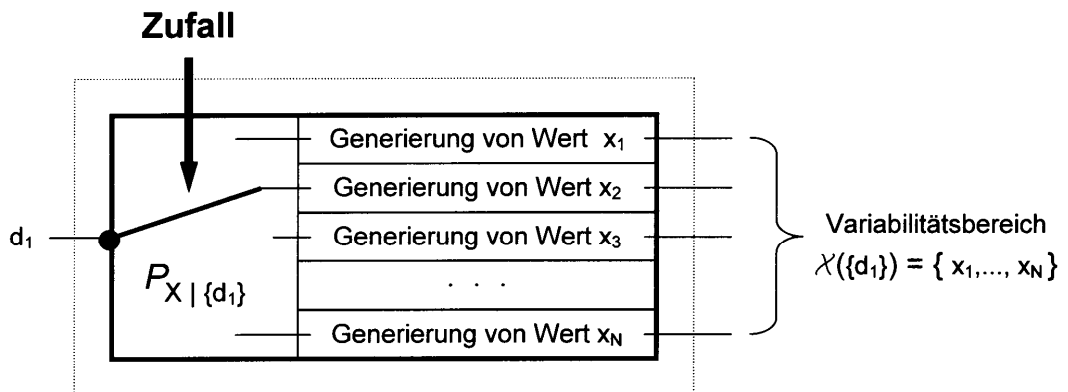


Abbildung 2.12: Vorgang mit Wahrscheinlichkeitsmaß

Unterschiedliche Realisationen des Anfangszustandes wirken sich in aller Regel auf den Vorgang in Form unterschiedlicher Variabilitätsbereiche und unterschiedlicher Wahrscheinlichkeitsmaße aus. Abbildung 2.13 zeigt einen Vorgang mit zwei verschiedenen Realisationen  $d_1$  und  $d_2$  des Anfangszustandes und deren Auswirkungen auf den Variabilitätsbereich ( $\mathcal{X}(\{d_1\})$  und  $\mathcal{X}(\{d_2\})$ ) und das Wahrscheinlichkeitsmaß ( $P_{X|\{d_1\}}$  und  $P_{X|\{d_2\}}$ ).

Bedingt durch das beschränkte Auflösungsvermögen der menschlichen Sinne und der technischen Apparate handelt es sich bei (realistischen) Variabilitätsbereichen stets um endliche Mengen. Die Annahme einer abzählbar oder sogar überabzählbar unendlichen Menge steht, obwohl gängige Praxis, im Widerspruch zur Realität. Dennoch kann es vorkommen, dass eine solche „Vereinfachung“ gerechtfertigt ist und zwar immer dann, wenn die Brauchbarkeit der gewonnenen Ergebnisse nicht oder nur unwesentlich darunter leidet. Allerdings ist dies vor Verwendung der unendlichen Menge zu prüfen. Abbildung 2.14 zeigt einen Vorgang bei Annahme eines stetigen Variabilitätsbereichs in Form des reellwertigen Intervalls  $\{x \in \mathbb{R} \mid \underline{x} \leq x \leq \bar{x}\}$ .

In Anlehnung an die Physik lässt sich der Zufall mit einer Anziehungskraft vergleichen, die unterschiedlich stark auf verschiedene Ereignisse wirkt.<sup>107</sup>

### Ignoranz

Sind nicht alle Fakten über einen Vorgang bekannt, liegt Unwissenheit vor, die nachfolgend *Ignoranz* genannt wird. Die menschliche Ignoranz führt nicht zu einer Vergrößerung der wahren Variabilität in der zukünftigen Ent-

<sup>107</sup>Man beachte, dass sich jede (physikalische) Kraft dadurch manifestiert, dass gewisse Ereignisse bevorzugt eintreten.

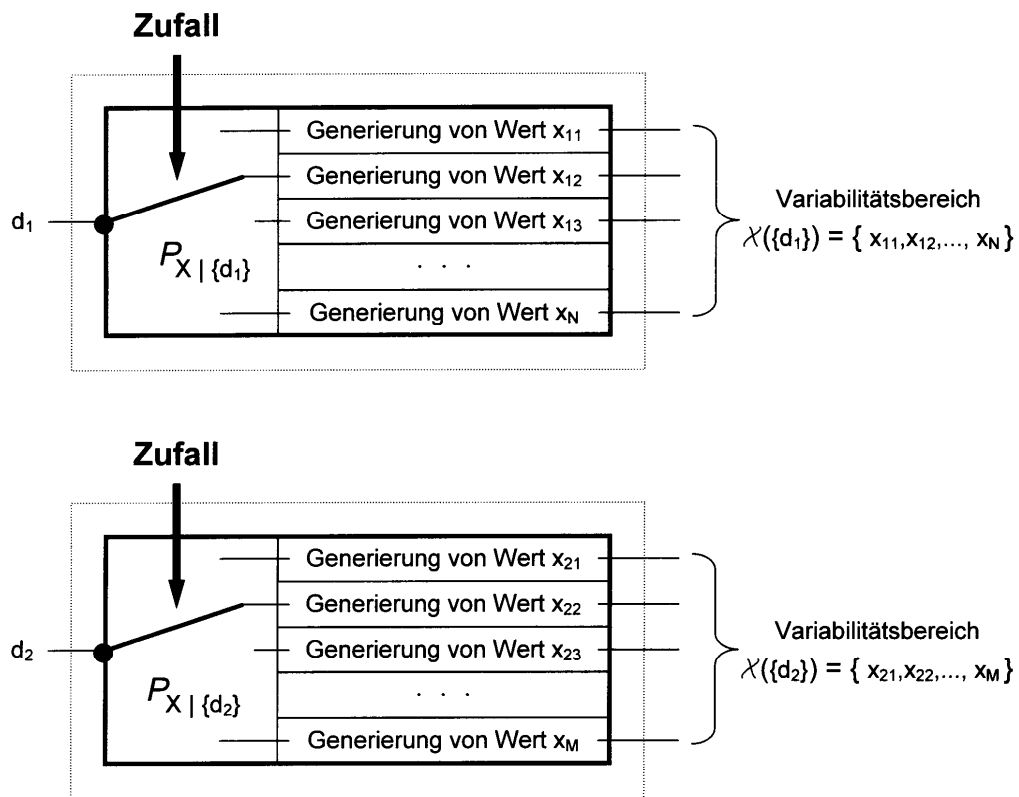


Abbildung 2.13: Vorgang bei zwei unterschiedlichen Realisationen des Anfangszustandes

wicklung. Dennoch vergrößert sie die Unsicherheit über den Ausgang eines Vorgangs. Vollständiges Wissen impliziert somit ausschließlich durch Zufall verursachte Unsicherheit. Dies bedeutet, dass sich die durch Ignoranz hervorgerufene Unsicherheit — im Gegensatz zu der auf Zufall basierende Unsicherheit — durch Verringerung der Unwissenheit reduzieren lässt.

Ignoranz kann sich auf folgende Fakten eines Vorgangs beziehen:

- Realisation  $d$  des Anfangszustandes  
Ignoranz bedeutet hier, dass die Realisation des Anfangszustandes nicht bekannt ist. In solch einem Fall kann nur eine Menge von Werten angegeben werden, welche die Realisation des Anfangszustandes, also den Wert  $d_0$ , enthält. Die Festlegung erfolgt, indem all jene Werte ausgeschlossen werden, die in der gegebenen Situation mit Sicherheit nicht in Frage kommen. Diese Menge der potenziellen Werte der deterministischen Variablen  $D$  stellt ihren Variabilitätsbereich dar, der *Ignoranz-Raum* genannt und durch das Symbol  $\mathcal{D}$  dargestellt wird.

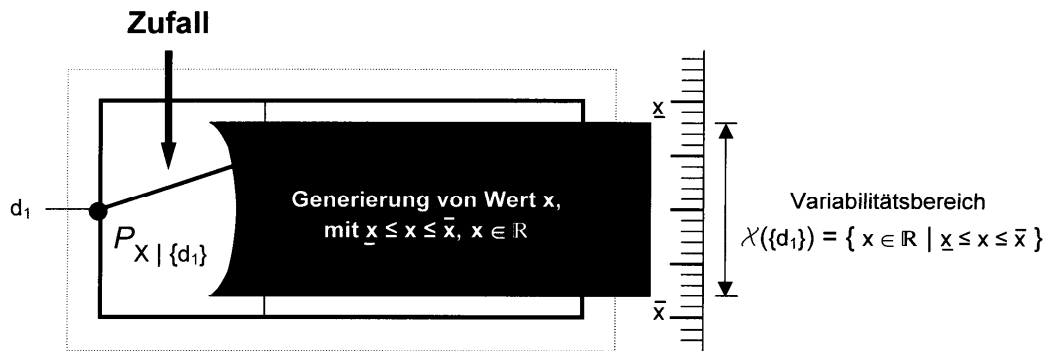


Abbildung 2.14: Vorgang mit stetigen Variabilitätsbereich

- Variabilitätsbereiche  $\mathcal{X}(\{d\})$  der zufälligen Variablen  $X|\{d\}$  mit  $d \in \mathcal{D}$ .

Ignoranz bedeutet hierbei, dass der tatsächliche Variabilitätsbereich nicht bekannt ist. Daher wird man den Variabilitätsbereich  $\mathcal{X}(\{d\})$  für jedes  $d \in \mathcal{D}$  durch Ausschluss aller unmöglichen Werte so groß wählen, dass dieser den tatsächlichen Variabilitätsbereich mit Sicherheit abdeckt. Über den wahren Wert des Anfangszustandes ist nur der Ignoranz-Raum  $\mathcal{D}$  bekannt. Daher betrachtet man die zufällige Variable  $X|\mathcal{D}$  mit dem Variabilitätsbereich

$$\mathcal{X}(\mathcal{D}) = \bigcup_{d \in \mathcal{D}} \mathcal{X}(\{d\})$$

- Gesetzmäßigkeiten, denen der Zufall „gehört“  
Ignoranz bedeutet hierbei, dass das Wahrscheinlichkeitsmaß  $P_{X|\{d\}}$  für  $d \in \mathcal{D}$  nicht bekannt ist und angenähert werden muss. Auch hierbei ist sicherzustellen, dass die angenommenen Gesetzmäßigkeiten in gewisser Weise die tatsächlichen enthalten. Dazu wird die Funktion  $\mathcal{P}$  eingeführt, die jeder der potenziell möglichen Realisationen  $d$  des Anfangszustandes ein Wahrscheinlichkeitsmaß  $P_{X|\{d\}}$  zuordnet. Für die zufällige Variable  $X|\mathcal{D}$  gilt:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(\mathcal{D}) &= P_{X|\mathcal{D}} \quad \text{mit} \\ P_{X|\mathcal{D}}(\{x\}) &= \frac{1}{|\mathcal{D}|} \sum_{d \in \mathcal{D}} P_{X|\{d\}}(\{x\}) \quad \text{für } x \in \mathcal{X}(\mathcal{D}) \end{aligned}$$

Hierbei bezeichnet  $|\mathcal{D}|$  die Mächtigkeit der Menge  $\mathcal{D}$ , also die Anzahl der in der Menge  $\mathcal{D}$  enthaltenen Elemente.

Als Folge der Ignoranz erscheint die Variabilität größer als sie tatsächlich, also zufallsbedingt ist.

Die Abbildung 2.15 zeigt schematisch einen Vorgang, bei dem die  $K + 1$  Werte  $d_0$  bis  $d_K$  als Realisationen des Anfangszustandes in Betracht kommen und von denen genau einer, nämlich Wert  $d_0$ , der wahren Realisation des Anfangszustandes entspricht. Demzufolge gilt für  $\mathcal{D}$ :

$$\mathcal{D} = \{d_0, d_1, d_2, \dots, d_K\}$$

Für den zu berücksichtigenden Variabilitätsbereich der Variablen  $X$  gilt, basierend auf dem Ignoranz-Raum  $\mathcal{D}$ :

$$\mathcal{X}(\mathcal{D}) = \bigcup_{i=0}^K \mathcal{X}(\{d_i\})$$

Die Funktion  $\mathcal{P}$  liefert für jede Realisation  $d$  des Anfangszustandes, also  $d \in \mathcal{D}$  das zugehörige Wahrscheinlichkeitsmaß  $P_{X|\{d\}}$ .

$$\mathcal{P}(\{d\}) = P_{X|\{d\}}$$

Eine Teilmenge  $\tilde{\mathcal{D}} \subset \mathcal{D}$  repräsentiert einen gewissen Wissensstand bezüglich  $\mathcal{D}$ . Wir setzen:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(\tilde{\mathcal{D}}) &= P_{X|\tilde{\mathcal{D}}} \quad \text{mit} \\ P_{X|\tilde{\mathcal{D}}}(\{x\}) &= \frac{1}{|\tilde{\mathcal{D}}|} \sum_{d \in \tilde{\mathcal{D}}} P_{X|\{d\}}(\{x\}) \quad \text{für } x \in \mathcal{X}(\tilde{\mathcal{D}}) \end{aligned}$$

### Vernachlässigung von Unsicherheit

Wie bereits erläutert, sind die Quellen der Unsicherheit der Zufall und die Ignoranz. Über den Ausgang eines Vorgangs würde keine Unsicherheit oder mit anderen Worten absolute Sicherheit herrschen, wenn die beiden folgenden Bedingungen gleichzeitig erfüllt wären:

1. Über den Anfangszustand ist alles bekannt, d.h.  $\mathcal{D} = \{d_0\}$ .
2. Der Anfangszustand determiniert den Endzustand des betrachteten Vorgangs, d.h.  $\mathcal{X}(\{d_0\}) = \{x_1\}$ .  
Daraus folgt für die Funktion  $\mathcal{P}$ :

$$\mathcal{P}(\{d_0\}) = P_{X|\{d_0\}}$$

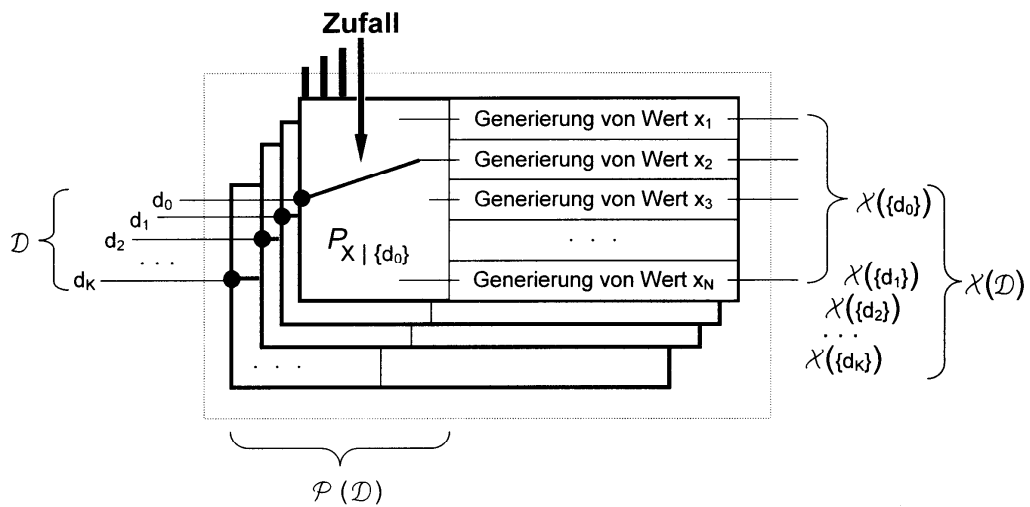


Abbildung 2.15: Vorgang, bei unterschiedlichen Realisationen des Anfangszustandes

wobei  $P_{X|\{d_0\}}$  das *degenerierte Wahrscheinlichkeitsmaß* ist:

$$P_{X|\{d_0\}}(\{x_1\}) = 1$$

Für die Annahme eines deterministischen Zusammenhangs gibt es im Wesentlichen zwei Gründe:

- (a) Es wird keinerlei Variabilität beobachtet.<sup>108</sup> Das heißt, der Zufall übt keinen erkennbaren Einfluss auf den Vorgang aus und kann somit vernachlässigt werden. Der Vorgang ist also scheinbar „immun“ gegen den Zufall. In diesem Fall besitzt der Variabilitätsbereich  $\mathcal{X}(\{d_0\})$  nur einen einzigen Wert.

In Abbildung 2.16 gilt für den Variabilitätsbereich des Endzustandes  $\mathcal{X}(\{d_0\}) = \{x_1\}$ .

Vorgänge dieser Art existieren nur dann, wenn die Auflösung der Beobachtung so schlecht ist, dass stets ein einziger Wert  $x_1$  wahrgenommen wird.

Ein Beispiel hierzu ist die Gewichtsbestimmung einer erwachsenen Person mittels einer digitalen Waage, die das gemessene Gewicht lediglich auf Kilogramm genau anzeigt. Das Gewicht der Person, der Ort des Wiegens und die Eichung der Waage stellen den Anfangszustand dar; das Wiegen der Person den Vorgang

<sup>108</sup>Dies bedeutet nicht zwangsläufig, dass keine Variabilität existiert.

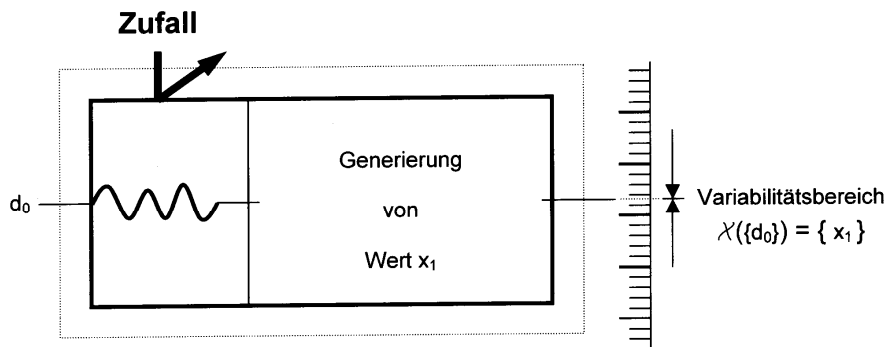


Abbildung 2.16: Vorgang, ohne beobachtbare Variabilität

und der angezeigte Wert im eingeschwungenen Zustand der Waage den Endzustand. Bei Wiederholung des Wiegevorgangs unter identischen Realisationen des Anfangszustandes würde die Waage jedes Mal den gleichen Wert anzeigen, falls deren Messgenauigkeit klein genug ist.

Bedingt durch die ständig wachsenden Anforderungen an die Genauigkeit der Aussagen, die steigende Präzision der Messapparatur und die Komplexität der betrachteten Vorgänge verlieren Vorgänge dieser Art immer mehr an Bedeutung.

- (b) Variabilität wird beobachtet, ist aber in Hinblick auf die individuelle Genauigkeitsanforderung vernachlässigbar klein. Abbildung 2.17 zeigt schematisch einen Vorgang dieser Art.

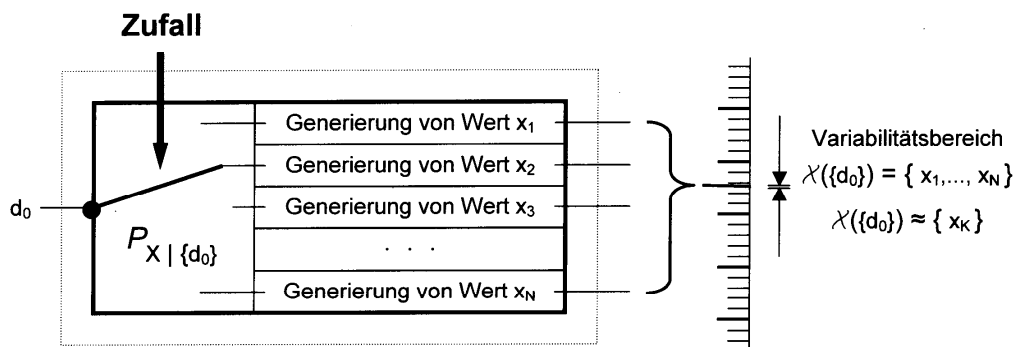


Abbildung 2.17: Vorgang, mit vernachlässigbar kleiner Variabilität

Solch eine Situation liegt vor, wenn die Gewichtsbestimmung ei-



ner erwachsenen Person dieses Mal mittels einer Waage durchgeführt werden würde, die auf Gramm oder gar Zehntelgramm genau misst. In diesem Fall wären bei mehrfacher Durchführung des Wiegevorgangs unter identischen Realisationen des Anfangszustandes die Ergebnisse sicherlich nicht mehr alle identisch. Dennoch kann die hierbei in Erscheinung tretende Variabilität in nahezu allen (realen) Anwendungsfällen ignoriert werden.

In beiden Fällen kann der Ausgang des Vorgangs in deterministischer Weise, also beispielsweise mittels einer mathematischen Funktion  $f$ , mit  $x = f(d)$  beschrieben werden. Vorgänge dieser Art heißen *deterministische Vorgänge*. Herrscht zwischen dem Endzustand und dem Anfangszustand ein funktionaler Zusammenhang, dann handelt es sich aus stochastischer Sicht um einen „degenerierten“ Zusammenhang.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass die Regeln, wie der Aspekt der Unsicherheit bei Vorgängen „wissenschaftlich“ darzustellen ist, das Untersuchungsobjekt der Stochastik ist. Vorgänge bei denen die Unsicherheit über den Ausgang berücksichtigt werden müssen, sind *stochastische Vorgänge*. Stochastische Vorgänge spielen nicht nur in allen Wissenschaftszweigen eine zentrale Rolle, sondern begegnen einem auch permanent im täglichen Leben. Allerdings werden sie in vielen Fällen durch deterministische Vorgänge approximiert, häufig auch dann, wenn eine solche Approximation unsinnige oder unbrauchbare Ergebnisse liefert. Man empfindet stochastische Vorgänge, die nicht im allgemein akzeptierten Schema der Kausalzusammenhänge darstellbar sind, als unbequem oder unzugänglich.

## 2.3 Stochastische Denkweise versus deterministische Denkweise

Unser Weltbild und damit die menschliche Denkweise beruht auch heutzutage noch weitgehend auf dem Determinismus<sup>109</sup> also der Annahme, dass sich alle Vorgänge mit Hilfe des Kausalitätsprinzips<sup>110</sup> erklären lassen. Das deter-

---

<sup>109</sup>Hierbei ist der wissenschaftliche Determinismus gemeint, den Gerd Gigerenzer wie folgt umschreibt ([40], Seite 302): „[...] *Wissenschaftlicher Determinismus ist also eine philosophische Ansicht, die sich durch die Behauptung auszeichnet, daß die Beschreibung der Welt in der Sprache deterministischer Theorien so vollständig sein könne, wie wir nur wünschen.*“

Neben dem wissenschaftlichen Determinismus benennt Gerd Gigerenzer in seinem Buch *Das Reich des Zufalls* ([40], Seite 301ff.) noch weitere Formen des Determinismus, wie den metaphysischen, epistemologischen, methodologischen und den effektiven Determinismus.

<sup>110</sup>Im Meyers Lexikon ([64], Stichwort: **Kausalgesetz**) steht: „**Kausalgesetz** das; -es: Grundsatz, nach dem für jedes Geschehen notwendig eine Ursache angenommen werden muss“.

ministische Weltbild kennt keinen Zufall. Stattdessen wird angenommen, dass Vorgänge durch die strikte Zuordnung von Ursache und Wirkung gedeutet werden können. Der Nachweis *einer* „Ursache“ für *eine* beobachtbare „Wirkung“ ist jedoch ebenso unmöglich, wie der Nachweis *einer* „Wirkung“ für *eine* „Ursache“. Bezogen auf einen Vorgang bedeutet dies, dass es keine eindeutige Zuordnung zwischen Realisation von Anfangszustand und Realisation von Endzustand gibt. Gilt beispielsweise für die beiden Werte  $x_{13}$  und  $x_{21}$  aus Abbildung 2.13 Gleichheit, also  $x_{13} = x_{21}$ , dann kann bei Vorliegen dieses Wertes (= Wirkung) nicht eindeutig auf die vorliegende Realisation des Anfangszustandes (= Ursache) —  $d_1$  oder  $d_2$  — geschlossen werden. Das traditionelle Ziel der quantitativen Wissenschaft liegt in der Aufdeckung von deterministischen Gesetzmäßigkeiten, die mittels mathematischer Formeln beziehungsweise Funktionen dargestellt werden. Diese Formeln lassen sich als Verfahren zur Vorhersage deuten: Sind alle Werte auf der „rechten Seite“ einer Formel bekannt, kann man damit den Wert bestimmen, den die interessierende Größe auf der „linken Seite“ bei Durchführung des der Formel zugrunde liegenden Vorgangs oder Experiments eigentlich annehmen müsste. Allerdings lehrt uns die Praxis etwas anderes. Ein einfaches Beispiel soll dies verdeutlichen:

Laut Kinematik (z.B. physikalische Formelsammlung [58], Seite 72) gilt unter „Idealbedingungen“<sup>111</sup> für die Länge  $s$  der Strecke, die ein Körper mit Anfangsgeschwindigkeit  $v$  in der Zeit  $t$  auf einer geradlinigen Bahn zurücklegen wird, wenn auf ihn eine konstante Beschleunigung  $a$  wirkt, der folgende funktionale Zusammenhang:<sup>112</sup>

$$s = vt + \frac{at^2}{2} \quad (2.1)$$

Der Wert  $s$  auf der linken Seite der Formel (2.1) gibt eine Weglänge an, von der behauptet wird, dass der Körper sie unter „Idealbedingungen“ zurücklegen wird. Die drei Buchstaben  $v$ ,  $t$  und  $a$  auf der rechten Seite stehen für die festzulegenden Werte der Anfangsgeschwindigkeit des Körpers, der Dauer der Bewegung und der Stärke der Beschleunigung. Setzt man für die drei Buchstaben  $v$ ,  $t$  und  $a$  Zahlen ein, kann man, so wird behauptet, mit Hilfe der Formel die Strecke vorhersagen, die der Körper zurücklegen wird. Beispielsweise errechnet sich im Fall der Realisation  $v_1 = 3\frac{m}{s}$ ,  $t_1 = 9s$  und  $a_1 = 4\frac{m}{s^2}$  für die Strecke, die unter diesen Voraussetzungen zurückgelegt werden wird, der Wert  $s_1 = 189m$ . Stimmt der vorausberechnete Wert nicht mit dem realen, beobachteten Ergebnis überein, dann liegen — so wird ar-

<sup>111</sup>Auf den isolierten, punktförmigen Körper wirken keine weiteren Kräfte, die beispielsweise durch Gravitation, Luftwiderstand, o.ä. hervorgerufen werden.

<sup>112</sup>In den meisten Formelsammlungen wird die Anfangsgeschwindigkeit als  $v_0$  und nicht durch  $v$  dargestellt. Die Notation mit Index hat im Rahmen dieser Arbeit jedoch bereits eine andere Bedeutung.

gmentiert — die „Idealbedingungen“ nicht oder nicht vollständig vor. Da es keine isolierten Körper oder Kräfte im gegebenen Universum gibt, können die „Idealbedingungen“ niemals vorliegen und Formel (2.1) wird stets eine falsche Vorhersage liefern. Die Brauchbarkeit der falschen Vorhersage hängt von der Situation und den Genauigkeitsanforderungen ab, die man an das Ergebnis stellt.

Bezogen auf den in Abschnitt 2.2.3 eingeführten Vorgang und der dazu gehörigen Notation bedeutet das traditionelle Vorgehen, dass die Realisation des Anfangszustandes die Realisation des Endzustandes vollständig determiniert. Es wird also angenommen, dass die Zukunft (= Realisation des Endzustandes) nur eine Transformation der Vergangenheit (Realisation des Anfangszustandes) ist. In Anlehnung an Bild 2.16 ergibt sich Darstellung 2.18.

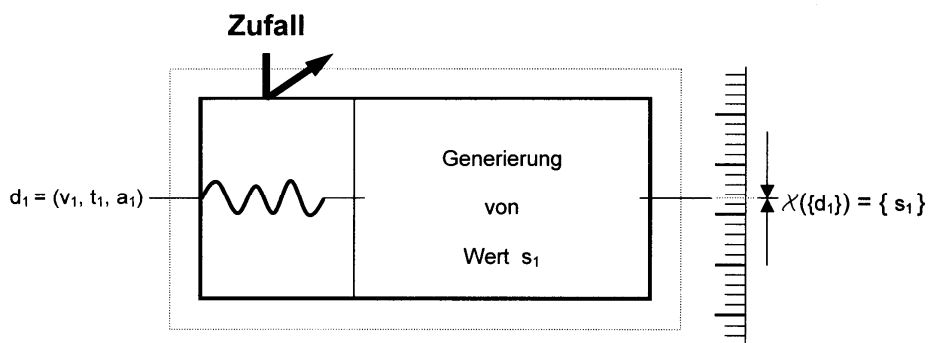


Abbildung 2.18: Geradlinige Bewegung mit konstanter Beschleunigung als Vorgang

Der Anfangszustand wird in diesem Beispiel durch  $D = (V, T, A)$  repräsentiert<sup>113</sup>, mit:

$V$  = Anfangsgeschwindigkeit des Körpers,

$T$  = Zeitdauer der geradlinigen Bewegung (Translation) und

$A$  = Beschleunigung, die der Körper erfährt.

Die betrachtete Realisation des Anfangszustands ist mit  $d_1 = (v_1, t_1, a_1)$  bezeichnet.

Der interessierende Aspekt des Endzustands wird durch die eindimensionale Größe  $X = (S)$  des Endzustandes<sup>114</sup> dargestellt, mit:

<sup>113</sup>Zur Erhöhung der Lesbarkeit wird in diesem Beispiel von der vorher eingeführten Schreibweise  $D = (D^{(1)}, D^{(2)}, D^{(3)})$  für den Anfangszustand abgewichen.

<sup>114</sup>Zur Erhöhung der Lesbarkeit wird in diesem Beispiel von der vorher eingeführten Schreibweise  $X = (X^{(1)})$  für den Endzustand abgewichen.

$S$  = Strecke, die der Körper unter den gegebenen Bedingungen zurücklegen wird.

Das durch Formel (2.1) illustrierte traditionelle Vorgehen in der Physik<sup>115</sup> weist folgende charakteristische Eigenschaften auf:

- Offensichtlich relevante Aspekte des Anfangszustandes (wie zum Beispiel der Luftwiderstand des Körpers) werden vernachlässigt.
- Die Modellgleichung (2.1) lässt eine explizite Darstellung der stets vorhandene Ignoranz nicht zu. Stattdessen wird davon ausgegangen, dass der Wert der deterministischen Variablen genau bekannt ist.
- Die stets auftretende und beobachtete Variabilität im Ablauf des Vorganges und ihre (Häufigkeits-)Struktur wird vernachlässigt.

Es ist eine Tatsache, dass bei physikalischen Experimenten die durch die „Theorie“ vorhergesagten Werte nicht beobachtet werden. Dies ist auch nicht weiter verwunderlich, weil die „Theorie“ nicht-existent „Idealbedingungen“ voraussetzt. Um dennoch mit Hilfe der Beobachtungen die „Theorie“ zu verifizieren, werden die beobachteten Abweichungen als „Fehler“ bezeichnet. Mittels einer „Fehlertheorie“ wird versucht, die Abweichungen zu eliminieren und damit die „Theorie“ zu retten. Es folgt, dass in der Physik die vorhandene Variabilität, die die Informationen über den Anfangszustand enthält, nicht untersucht wird. Stattdessen wird sie eliminiert oder zumindest vernachlässigt. Als Folge bleiben wesentliche Teile der Informationen unberücksichtigt.

Aus Sicht einer stochastischen Wissenschaft ist Formel (2.1) im besten Fall eine Berechnungsvorschrift für den Wert des 1. Moments von  $S$ , des sogenannten Erwartungswertes  $E[S]$ . Falls dies tatsächlich zutreffen sollte, was im Beispiel wegen der zugrunde gelegten „Idealbedingungen“ kaum zu erwarten ist, müsste Formel (2.1) korrekt lauten:<sup>116</sup>

$$s = s(v, t, a) = E[S | (v, t, a)] = vt + \frac{at^2}{2} \quad (2.2)$$

Die einzige Information über die Verteilung von  $S$ , die im Wert des 1. Moments enthalten ist, besagt, dass der Wert innerhalb des Variabilitätsbereichs von  $S$  liegt. Diese Tatsache illustriert, wie wenig Informationen

---

<sup>115</sup>Seit der Entdeckung des radioaktiven Zerfalls werden in der Physik zwei grundsätzlich verschiedene Ansätze — der deterministische Ansatz und ein stochastischer Ansatz — zur Beschreibung von Vorgängen in der Natur verwendet.

<sup>116</sup> $E[S | (v, t, a)]$  in Formel (2.2) bezeichnet den Erwartungswert von  $S$ , also  $E[S]$ , unter der Bedingung, dass die Werte  $v$ ,  $t$  und  $a$  vorliegen.

nach einer „physikalischen“ Behandlung von Beobachtungen übrig bleibt.

Aus Sicht der Statistik würde Formel (2.2) eine erwartungstreue Schätzfunktion für das 1. Moment von  $S$  darstellen. Es folgt, dass die Formeln der klassischen Physik sowie die Schätzfunktionen der Statistik die inhärente Variabilität jeder zukünftigen Entwicklung eines Vorgangs vernachlässigen und sich darauf konzentrieren, Funktionen zu finden, mit deren Hilfe man bei gegebenem Wert  $d$  der deterministischen Variablen den dazugehörigen Wert des 1. Moments der interessierenden Größe bestimmen kann. Daraus wird klar, dass weder die physikalischen Gesetze noch die Schätzfunktionen der Statistik<sup>117</sup> einen wesentlichen Beitrag zur Beschreibung der vorhandenen Variabilität liefern.

Folglich kann das traditionelle Vorgehen in den quantitativen Wissenschaften nur dann brauchbare Resultate liefern, wenn die Variabilität vernachlässigbar klein ist und damit die gefundenen Gesetzmäßigkeiten brauchbare Approximationen der Realität darstellen.

Das 1. Moment einer zufälligen Variablen ist eine deterministische Variable und tatsächlich durch den Anfangszustand festgelegt. Damit ist die Formel (2.1) eine Transformation einer oder mehrerer deterministischer Größen in eine andere deterministische Größe. Man erkennt daran, dass das traditionelle Vorgehen in vielen quantitativen Wissenschaften nicht zukunftsorientiert, sondern vergangenheitsbezogen ist, d.h. Fakten der Vergangenheit werden nur in anderer Form dargestellt.

Menschliche Erfahrung, wie auch alle physikalischen Beobachtungen beweisen, dass im Universum alles mit allem über Raum und Zeit verbunden ist und isolierte Systeme mit Sicherheit ausgeschlossen werden können.<sup>118</sup> Mit der Quantenphysik<sup>119</sup> wurde schließlich der Wechsel zur modernen Physik

---

<sup>117</sup>In der Statistik werden auch sogenannte Intervallschätzfunktionen betrachtet, die die Variabilität der verwendeten Schätzfunktion reflektieren, während die Variabilität der interessierenden zufälligen Variablen allenfalls indirekt eingeht.

<sup>118</sup>Hermann Minkowski (deutscher Mathematiker; 1864–1909) hielt am 21. September 1908 anlässlich der 80. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte in Köln einen Vortrag mit dem Titel „Raum und Zeit“, der mit folgenden Worten begann ([36], Seite 54): „*Die Anschauung über Raum und Zeit, die ich Ihnen entwickeln möchte, sind auf experimentell-physikalischem Boden erwachsen. Darin liegt ihre Stärke. Ihre Tendenz ist eine radikale. Von Stund an sollen Raum für sich und Zeit für sich völlig zu Schatten herabsinken und nur noch eine Art Union der beiden soll Selbstständigkeit bewahren.*“

Albert Einstein (deutscher Physiker; 1879–1955) schrieb in [35] (Seite 48) über die von seinem ehemaligen Professor eingeführten zeiträumlichen „Welt“: „*Diese dürftige Andeutungen geben dem Leser nur eine vage Idee von dem wichtigen Gedanken Minkowskis, ohne den die im folgenden in ihren Grundgedanken entwickelte allgemeine Relativitätstheorie vielleicht in den Windeln stecken geblieben wäre.*“

<sup>119</sup>Im Meyers Lexikon ([64], Stichwort: **Quantentheorie**) steht: „**Quantentheorie**, die

vollzogen<sup>120</sup>, in der dem Zufall eine gewisse Rolle zugeordnet wurde und die Kausalität an Bedeutung verlor. Bereits ein gutes Jahrhundert zuvor prägte Benjamin Franklin<sup>121</sup> einen Ausspruch, der den allgemeinen Trugschluss von absoluter Sicherheit im Alltag und in der Wissenschaft widerspiegeln sollte:

„*In dieser Welt gibt es nichts Sicheres als den Tod und die Steuern.*“ (Peltzer, [68])

Ursache-Wirkungsrelationen liefern nur in seltenen Fällen als Approximation brauchbare Ergebnisse, denn der Ablauf eines Vorgangs ist streng genommen nicht reproduzierbar oder — mit den Worten von Karl Popper — unwiederholbar<sup>122</sup>. Dies zeigt sich daran, dass bei mehrfacher Wiederholung von ein und dem selben Vorgang die Ergebnisse variieren.

Bereits die weit verbreitete Vorstellung oder sogar Forderung, ein Vorgang sei unter identischen Bedingungen mehrfach identisch durchführbar,<sup>123</sup> stellt sich bei genauer Betrachtung als Trugschluss heraus. Denn bei wiederholter Ausführung ist entweder der Raum verschieden (Abbildung 2.19 (a)) oder aber bei gleichem Raum stimmt die Zeit der Durchführungen nicht überein<sup>124</sup> (Abbildung 2.19 (b)).

Karl Popper ([73], Seite 400) weist darauf hin, dass nach deterministischer Denkweise im zweiten Fall (Abbildung 2.19 (b)) beide Vorgänge sogar zwangsweise verschieden sein müssen:

„*Zwei Vorgänge zu verschiedenen Zeiten können ja schon deshalb nicht genau gleich sein (wenigstens nach determi-*

---

*allg. Theorie der mikrophysikal. Erscheinungen und Objekte. Sie berücksichtigt und erklärt im Unterschied zur klass. Physik die diskrete, quantenhafte Natur mikrophysikal. Größen und den infolge Bestehens von Unschärferelationen prinzipiell nicht mehr zu vernachlässigenden Einfluss der Messgeräte auf den Ausgang einer Messung an einem mikrophysikal. System sowie den experimentell gesicherten Welle-Teilchen-Dualismus. Die Q. bedient sich zur Beschreibung physikal. Größen besonderer mathemat. Hilfsmittel, der Operatoren.*“

<sup>120</sup>Max Born (deutscher Physiker; 1882–1970) schreibt in der Einleitung zu seinem Buch [16]: „*Die Quantentheorie wurde genau an der Jahrhundertwende geboren, als Max Planck seinen revolutionären Begriff der Energieatome oder ‘Quanten’ verkündete. Das war ein für die Entwicklung der Naturwissenschaften so entscheidendes Ereignis, daß es gewöhnlich als die Grenze zwischen ‘klassischer Physik’ und ‘moderner’ oder ‘Quantenphysik’ angesehen wird.*“

<sup>121</sup>Amerikanischer Schriftsteller, Politiker und Naturwissenschaftler; 1706–1790.

<sup>122</sup>Karl Popper schreibt in seinem Buch über die Probleme der Erkenntnistheorie ([73], Seite 399): „*Ein Vorgang als ‘Stück Wirklichkeit’ betrachtet, ist grundsätzlich individuell, nur benennbar, und daher auch grundsätzlich unwiederholbar.*“

<sup>123</sup>Friedrich Barth und Rudolf Haller schreiben in [7] (Seite 334) dazu: „*Die Grundlage aller Anwendungen der Stochastik ist die Möglichkeit, einen Versuch unter gleichen Bedingungen mehrmals zu wiederholen.*“

<sup>124</sup>Der Umstand, dass nach Albert Einstein ([35], Seite 24ff.) Gleichzeitigkeit nicht absolut, sondern immer nur relativ zu sehen ist soll hierbei unberücksichtigt bleiben. D.h. es wird davon ausgegangen, dass die Beobachtung eines Vorgangs immer innerhalb des gleichen Bezugssystems erfolgt.

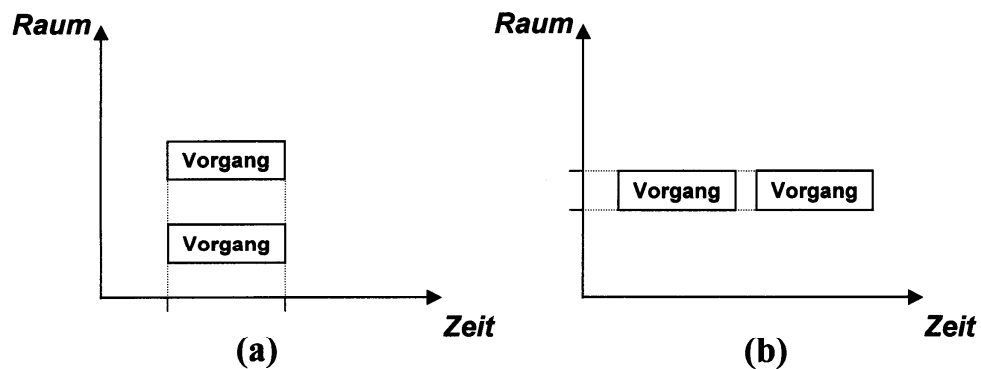


Abbildung 2.19: Unvereinbarkeit von Raum und Zeit bei zweifacher Ausführung eines Vorgangs

*nistischer Auffassung) weil der zweite durch den ersten beeinflusst ist.“*

Aufgrund der Untrennbarkeit von Raum und Zeit sind in beiden Situationen die von Außen auf die Vorgänge wirkenden Einflüsse (z.B. Kraftfelder, wie das Gravitationsfeld oder das elektromagnetische Feld) mehr oder weniger different. Ob und in welcher Art sich diese Veränderungen auf den Ablauf des Vorgangs und damit auf dessen Ergebnis auswirken darf nicht vernachlässigt werden, sondern sollte Gegenstand der Untersuchung sein. Denn Karl Popper ([73], Seite 400) schreibt weiter:

*„Und nehmen wir an, sie liegen außerhalb des Wirkungskegels, so wäre zwar eine Gleichheit im deterministischen Sinne denkbar, aber es bliebe doch immer der Einwand, daß die Gleichheit immer nur so weit reichen kann, wie unsere Beschreibung.“*

Diese Aussage impliziert die Notwendigkeit eines Modells zur Beschreibung realer Vorgänge, das an die jeweiligen Erfordernisse oder Erkenntnisse angepasst werden kann.

Bezogen auf das Urnen-Beispiel äußert sich dieses Problem wie folgt: Bei gleichzeitiger Durchführung der Ziehung würde man zwei Urnen und zwei Sätze von Kugeln benötigen. Außerdem müsste die Ziehung der Kugeln an verschiedenen Orten geschehen. Will man hingegen den Ort der Ziehung konstant halten, ist nur eine Urne und ein Satz Kugeln erforderlich. Allerdings erfolgt hierbei die Ziehung zu unterschiedlichen Zeiten.

Ursache-Wirkungsrelationen sind nicht in der Lage den Zufall zu berücksichtigen. Aus diesem Grund ist es für eine realitätsbezogene Sichtweise notwendig, Zusammenhänge durch *stochastische Relationen* zu beschreiben. Stochastische Relationen erfordern einen Wandel in unserer Denkweise. Dies leuchtet sofort ein, wenn man das folgende Beispiel betrachtet: Wie bereits erwähnt, variieren die Ergebnisse eines Vorgangs in charakteristischer Weise. Handelt es sich bei diesem Vorgang um einen Messvorgang zur Bestimmung der Temperatur eines Objektes, dann würde man bei wiederholter Messung mit einer entsprechend empfindlichen Messapparatur Werte erhalten, die mehr oder weniger voneinander abweichen. Daraus resultiert eine Frage von fundamentaler Bedeutung: Welcher der durch wiederholte Temperaturmessung beobachtbaren Werte ist die wahre Temperatur, oder wurde sie womöglich gar nicht ermittelt.

Bei Zugrundelegung von stochastischen Relationen ist diese Frage prinzipiell nicht beantwortbar. Ergo wurde die verkehrte Frage gestellt. Die korrekte Frage müsste sinngemäß lauten: Welche Werte kommen für die tatsächliche Temperatur in Betracht? Hierauf kann die Stochastik eine Antwort in Form einer Menge von Werten geben, die den tatsächlichen Wert aller Voraussicht nach beinhaltet. Im Fall der Temperaturmessung wäre die Menge ein diskretes Intervall.

Als logische Konsequenz muss bei stochastischen Vorgängen das bisher verbreitete Denken in einzelnen Werten (= Punkte) zu Gunsten des Denkens in Ereignissen (= Mengen) aufgegeben werden. Diese Art des „realitätsnahen“ Denkens, heißt *stochastisches Denken*. Stochastisches Denken ist somit gleichbedeutend mit „Denken unter Berücksichtigung der Unsicherheit“. Die Bezeichnung „stochastisches Denken“ ist nicht neu. Schwerpunktmäßig wird sie im Rahmen der Didaktik der Stochastik verwendet. In diesem Kontext zählt die Stochastik neben der Analysis und der Algebra zum mathematischen Lehrinhalt an Oberstufen von Gymnasien. Geprägt durch das sogenannte statistische Denken wurde der Begriff in den siebziger Jahren in Anlehnung an das „funktionale Denken“ von Reformern an Schulen und Universitäten eingeführt (Hermann Dinges, [34], Seite 4). Es entstand aus der Erkenntnis, dass das eindeutig, axiomatisch-deduktive Vorgehen der Mathematik nicht ausreichte, um einen realitätsnahen Unterricht zu verwirklichen. Die daraus resultierende Problematik beschreibt Hermann Dinges ([34], Seite 1) mit folgenden Worten:

*„Nach meiner Meinung befinden wir uns in einer bildungspolitischen und wissenschaftstheoretischen Krisensituation, in welcher dem mathematischen Denken und insbesondere dem stochastischen Denken eine wichtige Rolle zukommt.“*



Trotz dieser Einsicht blieb der Begriff des stochastischen Denkens immer vage und unklar. Selbst Hermann Dinges, der sich eigenen Angaben zufolge mit dem stochastischen Denken bereits seit vielen Jahren intensiv beschäftigt sieht zwar in der Variabilität das Grundthema des stochastischen Denkens ([34], Seite 4) bleibt aber dennoch tiefer gehende Erklärungen zum Begriff des stochastischen Denkens schuldig ([34], *Abschnitt 6: Stochastisches versus deterministisches Denken*, Seite 26ff.).

Trotz intensiver und zahlreicher Bemühungen ist es bisher nicht gelungen, für das stochastische Denken ein fundiertes, auf wissenschaftlichen Prinzipien basierendes Konzept zu liefern. Nicht zuletzt deshalb soll auf eine weitere Erörterung was im Umfeld der Didaktik unter stochastischem Denken zu verstehen ist, beziehungsweise worin der Unterschied zwischen mathematischem Denken beziehungsweise funktionalem Denken und stochastischem Denken besteht, an dieser Stelle unterbleiben.<sup>125</sup>

Weitaus wichtiger ist die Frage, was im Rahmen dieser Arbeit, also aus Sicht einer stochastischen Wissenschaft, unter stochastischem Denken zu verstehen ist. Im wesentlichen kann es durch folgende zwei Merkmale charakterisiert werden:

1. Denken muss in Mengen erfolgen.  
 $\Leftrightarrow$  Der Ausgangspunkt einer Entwicklung muss durch eine Menge dargestellt werden und ebenso das zukünftige Geschehen.
2. Denken muss in Zuverlässigkeiten erfolgen.  
 $\Leftrightarrow$  Aussagen über zukünftige Entwicklungen sind ausschließlich mit dazugehöriger Zuverlässigkeit interpretierbar.

Das Denken in Mengen ist nicht nur im Zusammenhang mit den Ergebnissen eines stochastischen Vorgangs gefordert, sondern zieht sich wie ein roter Faden durch die komplette Stochastik. Wie bereits dargelegt begegnen uns Mengen auch im Zusammenhang mit:

- dem Anfangszustand (durch die Menge der gemäß des vorhandenen Wissens potenziellen Werte  $\mathcal{D}$ ),
- dem Endzustand (durch die Menge der möglichen Werte  $\mathcal{X}(\{d\})$ , mit  $d \in \mathcal{D}$ ) und
- den Gesetzmäßigkeiten, denen der Zufall gehorcht (durch die Menge aller Wahrscheinlichkeitsmaße  $P_{\mathcal{X}|\{d\}}$ , mit  $d \in \mathcal{D}$ ).

---

<sup>125</sup>In diesem Zusammenhang sei exemplarisch auf den Arbeitskreis „Stochastik in der Schule“ verwiesen, der das stochastische Denken zum Gegenstand seiner Herbsttagung 2001 ([4]) gemacht hatte.

Stochastisches Denken bedeutet also in erster Linie „Denken in Mengen“. Die Bestimmung der Mengen erfolgt mittels entsprechender stochastischer Verfahren, wie beispielsweise den bereits erwähnten stochastischen Vorhersageverfahren und den stochastischen Messverfahren. Ein Verfahren muss sowohl auf den Vorgang beziehungsweise dem davon abgeleiteten theoretischen Modell, als auch auf die in diesem Zusammenhang interessierende Fragestellung individuell zugeschnitten sein. Die von einem Verfahren gelieferte Menge ist somit als Aussage oder Antwort auf eine Fragestellung zu verstehen. Bezogen auf die beiden Ziele „Bestimmung eines bereits eingetretenen Ereignisses bezüglich (Teile von)  $D$ “ und „Vorhersage eines zukünftigen Ereignisses bezüglich  $X$ “ wären die von den zugehörigen Verfahren gelieferten Mengen als *Messresultat* oder als *Vorhersage* zu sehen. Jedes sinnvolle Messresultat muss notwendig eine Teilmenge  $\tilde{D}$  von  $\mathcal{D}$  ( $\tilde{D} \subset \mathcal{D}$ ) sein und jede sinnvolle Vorhersage eine Teilmenge von  $\mathcal{X}(\mathcal{D})$ . Stochastisches Denken führt zu stochastischen Verfahren, die wegen ihrer Komplexität durch informationstechnologische Hilfsmittel aufbereitet und zur Verfügung gestellt werden müssen. Eine Besprechung stochastischer Verfahren folgt in Abschnitt 2.7.

Worin liegt nun die Besonderheit der in dieser Arbeit vorgestellten stochastischen Denkweise? Im wesentlichen lassen sich zwei Punkte nennen. Dies sind:

1. Die Stochastik stellt ein vollständiges quantifiziertes Modell für den Aspekt der omnipräsenten Unsicherheit zur Verfügung, d.h. stochastisches Denken erfolgt in der Sprache der Mathematik.
2. Die Modelle, Verfahren und Interpretationen folgen den Regeln der Stochastik und nicht denen der Logik, d.h. stochastisches Denken verwendet die Mathematik nicht als Abbild der Realität, sondern nur als Sprache zur Erzeugung von Bildern der Realität.

## 2.4 Charakteristika der Bernoullischen Stochastik

Es sind nun alle erforderlichen Elemente benannt und ausreichend erläutert, die eine Charakterisierung der Bernoullischen Stochastik gestatten. Dies sind:

- *Untersuchungsobjekt der Bernoullischen Stochastik:*  
 $\Leftrightarrow$  Der Aspekt der Unsicherheit realer Vorgänge, der sich in Variabilität manifestiert.
- *Aufgaben der Bernoullischen Stochastik:*  
 $\Leftrightarrow$  Entwicklung eines an dem Phänomen der Unsicherheit ausgerichteten Regelwerks zur Modellierung stochastischer Vorgänge und zur Konstruktion geeigneter Verfahren.

Hierbei stellt die stochastische Denkweise das Fundament dar, ohne die ein Verständnis der Stochastik unmöglich ist.

Elart von Collani unterscheidet zwischen der *Theoretischen Stochastik* ([23]) und der *Empirischen Stochastik* ([24]). Dabei liegt das Hauptaugenmerk der Theoretischen Stochastik in der stochastischen Modellierung, also in der Entwicklung von Regeln zur Modellierung des Zufalls und der Ignoranz. Im Einzelnen ist darunter die Einführung und Identifizierung der für die Beschreibung der Unsicherheit relevanten Größen und Beziehungen zu verstehen. Solch ein stochastisches Modell wird in Abschnitt 2.5 eingeführt. Die Empirische Stochastik befasst sich mit der Konstruktion geeigneter Verfahren auf der Basis der theoretischen Modelle zur Lösung realer Probleme unter Beachtung von Anforderungen. Somit versucht die Empirische Stochastik die theoretischen Modelle für die praktische Anwendung auszunutzen; stellt also die Verbindung zwischen der Theorie in Form eines Modells und der Wirklichkeit her.

Eine Zusammenfassung der zentralen Begriffe der Wissenschaft Stochastik sind in Anhang A zu finden.

## 2.5 Ein vollständig quantifiziertes, stochastisches Modell: Der Bernoulli-Raum $\mathbb{B}_{X,D}$

Ausgehend vom Endzustand  $X$  und dem daraus resultierenden Anfangszustand  $D$  eines Vorgangs lässt sich nun ein quantifiziertes Modell angeben, das den realen Aspekt der Unsicherheit vollständig berücksichtigt. Solch ein Modell wird *stochastisches Modell* genannt. Es bezieht sich auf das Variablenpaar  $(X, D)$  und besteht aus drei Komponenten:

- Ignoranz-Raum  $\mathcal{D}$

In der Menge  $\mathcal{D}$  sind, basierend auf dem vorhandenen Wissen, alle potenziellen Realisationen des Anfangszustandes zusammengefasst. Die Menge  $\mathcal{D}$  ist so zu wählen, dass darin kein Element enthalten ist, welches mit Sicherheit ausgeschlossen werden kann, also nicht als Realisation des Anfangszustandes in Frage kommt. Dadurch ist gewährleistet, dass der wahre Wert  $d_0$  mit Sicherheit ein Element der Menge  $\mathcal{D}$  ist. Die Menge  $\mathcal{D}$  spiegelt das Ausmaß der vorhandenen Unwissenheit über den Anfangszustand wider. Aus diesem Grund wird die Menge  $\mathcal{D}$  *Ignoranz-Raum von  $D$*  genannt:

$$\mathcal{D} = \{d_0, d_1, d_2, \dots, d_K\}$$

Je mehr Elemente  $\mathcal{D}$  enthält, desto größer ist die vorhandene Unwissenheit. Somit ist die Größe des Ignoranz-Raumes direkt proportional zur herrschenden Ignoranz. Durch Erweiterung des Wissens über den Anfangszustand lässt sich die Ignoranz und damit die Größe des Ignoranz-Raums  $\mathcal{D}$  verringern.

Liegt vollständiges Wissen vor, besteht der Ignoranz-Raum  $\mathcal{D}$  aus einem einzigen Element, dem wahren Wert  $d_0$ . In diesem (Sonder-) Fall gilt:

$$\mathcal{D} = \{d_0\}$$

Im Gegensatz zum Zufall ist die Ignoranz prinzipiell unstrukturiert. Dies bedeutet, dass kein Wert des Ignoranz-Raums bevorzugt werden kann, denn nur ein Wert des Ignoranz-Raums ist richtig und der ist unbekannt.

- Variabilitätsfunktion  $\mathcal{X}$

Bei  $\mathcal{X}$  handelt es sich um eine Funktion die ausgehend von einer oder mehreren Realisationen des Anfangszustandes den Variabilitätsbereich der Variablen  $X$  liefert und demnach *Variabilitätsfunktion von  $X$*  heißt. Falls  $X$  eindimensional ist, dann ist der Variabilitätsbereich eine Teilmenge der reellen Zahlen  $\mathbb{R}$ , die die möglichen Realisationen des Endzustandes enthalten.<sup>126</sup>

Es sei  $\mathcal{B}_1(\mathcal{D})$  ein geeignet zu wählendes Teilmengensystem über dem Ignoranz-Raum  $\mathcal{D}$ , das auf jeden Fall die ein-elementigen Mengen  $\{d\}$  und die Gesamtmenge  $\mathcal{D}$  enthält. Ferner sei  $\mathcal{B}_2(\mathbb{R})$  ein geeignet zu wählendes Teilmengensystem über der Zahlenmenge  $\mathbb{R}$ , das ebenfalls zumindest die ein-elementigen Mengen  $\{x\}$  enthält. Unter diesen Umständen gilt für die Variabilitätsfunktion:<sup>127</sup>

$$\mathcal{X} : \mathcal{B}_1(\mathcal{D}) \rightarrow \mathcal{B}_2(\mathbb{R})$$

---

<sup>126</sup>Besteht der Endzustand aus  $n$  Größen, dann ist der Variabilitätsbereich eine Menge von  $n$ -Tupeln, deren Komponenten reelle Zahlen sind, d.h. die von der Variabilitätsfunktion gelieferten Bilder sind Teilmengen von  $\mathbb{R}^n$ . Nachfolgend wird (aus Gründen der Vereinfachung) davon ausgegangen, dass der Endzustand lediglich aus einer einzigen Größe besteht, also  $n = 1$  gilt. Trifft dies nicht zu, so müsste in diesem Abschnitt überall  $\mathbb{R}$  gegen  $\mathbb{R}^n$  ersetzt werden.

<sup>127</sup>Die Elemente von  $\mathcal{B}_1(\mathcal{D})$  stellen verschiedene Wissens- oder Ignoranzzustände bezüglich  $D$  dar, während die Elemente von  $\mathcal{B}_2(\mathbb{R})$  zukünftige Ereignisse bezüglich  $X$  sind. Die Mengensysteme sind dem Ziel der Untersuchung angemessen zu wählen, mathematische Eigenschaften, wie die Abgeschlossenheit bezüglich mengentheoretischer Operationen sind dabei irrelevant.

Die Variabilitätsfunktion  $\mathcal{X}$  von  $X$  weist jedem Element  $\tilde{\mathcal{D}} \in \mathcal{B}_1(\mathcal{D})$  die Menge der zugehörigen potenziellen Realisationen des Endzustandes zu. Für  $\tilde{\mathcal{D}} \subset \mathcal{D}$  gilt:

$$\mathcal{X}(\tilde{\mathcal{D}}) = \bigcup_{d \in \tilde{\mathcal{D}}} \mathcal{X}(\{d\})$$

Für den kompletten Ignoranz-Raum  $\mathcal{D}$  folgt:

$$\mathcal{X}(\mathcal{D}) = \bigcup_{d \in \mathcal{D}} \mathcal{X}(\{d\}) = \bigcup_{d=0}^K \mathcal{X}(\{d_i\})$$

- Zufallsstrukturfunktion  $\mathcal{P}$

$\mathcal{X}(\{d\})$  liefert den zur Realisation des Anfangszustandes  $d$  gehörenden Variabilitätsbereich von  $X|\{d\}$ . Wie bereits erläutert, handelt es sich dabei um eine Menge von reellen Zahlen, also  $\mathcal{X}(\{d\}) \subset \mathbb{R}$  beziehungsweise  $\mathcal{X}(\{d\}) \in \mathcal{B}_2(\mathbb{R})$ , die die potenziellen Realisationen des Endzustandes enthält. Die letztlich eintretende Realisation des Endzustandes hängt von der Struktur des Zufalls ab, die durch ein Wahrscheinlichkeitsmaß<sup>128</sup> quantifiziert ist. Die Funktion die jedem Anfangszustand  $\{d\}$  das zugehörige Wahrscheinlichkeitsmaß  $P_{X|\{d\}}$  zuordnet, wird Zufallsstrukturfunktion genannt und mit  $\mathcal{P}$  bezeichnet. Sei  $\mathbb{P}$  die Menge aller Wahrscheinlichkeitsmaße, dann wird analog zur Variabilitätsfunktion  $\mathcal{X}$  die Zufallsstrukturfunktion  $\mathcal{P}$  für verschiedene Wissensstände definiert:

$$\mathcal{P} : \mathcal{B}_1(\mathcal{D}) \rightarrow \mathbb{P}$$

mit

$$\mathcal{P}(\{d\}) = P_{X|\{d\}}$$

Für ein beliebiges Element  $\tilde{\mathcal{D}} \in \mathcal{B}_1(\mathcal{D})$  definieren wir:

$$\mathcal{P}(\tilde{\mathcal{D}}) = P_{X|\tilde{\mathcal{D}}}$$

wobei für  $x \in \mathcal{X}(\tilde{\mathcal{D}})$  gilt:

$$P_{X|\tilde{\mathcal{D}}} = \frac{1}{|\tilde{\mathcal{D}}|} \sum_{d \in \tilde{\mathcal{D}}} P_{X|\{d\}}(\{x\})$$

---

<sup>128</sup>Eine Funktion, die jeder Teilmenge von  $\mathcal{X}(\{d\})$  eine Wahrscheinlichkeit  $p$  für ihr Eintreten zuordnet heißt *Wahrscheinlichkeitsmaß*  $P_{X|\{d\}}$ .

Für den kompletten Ignoranz-Raum  $\mathcal{D}$  und  $x \in \mathcal{X}(\mathcal{D})$  folgt:

$$P_{X|\mathcal{D}}(\{x\}) = \frac{1}{|\mathcal{D}|} \sum_{d \in \mathcal{D}} P_{X|\{d\}}(\{x\}) = \frac{1}{|\mathcal{D}|} \sum_{i=0}^K P_{X|\{d_i\}}(\{x\})$$

Die Zusammenfassung der drei, auf das Variablenpaar  $(X, D)$  bezogenen Komponenten  $\mathcal{D}$  (Ignoranz-Raum),  $\mathcal{X}$  (Variabilitätsfunktion) und  $\mathcal{P}$  (Zufallsstrukturfunktion) zu einem Tripel heißt *Bernoulli-Raum*  $\mathbb{B}_{X,D}$ . Der Bernoulli-Raum stellt ein vollständig quantifiziertes stochastisches Modell eines realen Vorgangs dar, bei dem nicht nur der Zufall, als eine charakteristische Eigenschaft des Universums, sondern auch die Ignoranz, als eine charakteristische Eigenschaft des Menschen berücksichtigt wird:

$$\mathbb{B}_{X,D} = (\mathcal{D}, \mathcal{X}, \mathcal{P})$$

Der Artikel [13] zeigt exemplarisch, wie die Beschreibung der Unsicherheit bei industriellen Prozessen mit Hilfe des Bernoulli-Raums zu einer Steigerung der Produktqualität und -zuverlässigkeit führen kann.

## 2.6 Stochastisches Modell versus deterministisches Modell

Das traditionelle auf Determinismus basierende Modell beruht auf der deterministischen Denkweise, die von der Annahme ausgeht, dass sich alle Vorgänge mit Hilfe des Kausalitätsprinzips erklären lassen. Als Konsequenz finden die sich in der Variabilität äußernden Ignoranz und Zufall keinerlei Berücksichtigung. Im Gegensatz dazu stellt das stochastische Modell in Form des Bernoulli-Raums den realen Aspekt der Unsicherheit in den Mittelpunkt der Modellierung. Wie bereits mehrfach dargelegt, ist der Zufall nur eine Quelle der Unsicherheit; die andere im allgemeinen wesentlich ausschlaggebendere ist die Ignoranz. Tabelle 2.1 fasst die Unterschiede zwischen dem stochastischen Modell und dem deterministischen Modell in Hinblick auf den Aspekt der Unsicherheit zusammen.

Anhand des in Abschnitt 2.3 besprochenen Beispiels der geradlinigen Bewegung eines Körpers bei konstanter Beschleunigung soll der Unterschied zwischen dem stochastischen und dem deterministischen Ansatz skizziert werden. Allerdings stellt solch eine Bewegung eine Idealisierung dar und ist in der realen Welt höchstens näherungsweise anzutreffen. Nachfolgend soll

	<b>stochastisches Modell (Bernoulli-Raum)</b>	<b>deterministisches Modell</b>
<i>Ignoranz</i>	Ignoranz-Raum $\mathcal{D}$	keinerlei Ignoranz (= vollständiges Wissen)
<i>Variabilität</i>	Variabilitätsfunktion $\mathcal{X}$	keinerlei Variabilität
<i>Zufall</i>	Zufallsstrukturfunktion $\mathcal{P}$	degeneriertes Wahrscheinlichkeitsmaß

Tabelle 2.1: Gegenüberstellung von stochastischem und deterministischem Modell im Hinblick auf die Unsicherheit

der freie Fall als solch eine Näherung der geradlinigen Bewegung mit konstanter Beschleunigung betrachtet werden.<sup>129</sup> Dabei wird laut Physik ([58], Seite 76) in Formel (2.1) für die konstante Beschleunigung  $a$  die Fallbeschleunigung eingesetzt.<sup>130</sup>

Bei einer genaueren Betrachtung eines realen — unter Aufhebung der „Idealbedingungen“ — freien Falls wird man feststellen, dass die drei Größen  $V$  (= Anfangsgeschwindigkeit des Körpers),  $T$  (= Falldauer, also Zeit, die für den Fall benötigt wird) und  $A$  (= Fallbeschleunigung, die der Körper erfährt) den Anfangszustand nicht adäquat wiedergeben. Dies erkennt man daran, dass die beobachtete Variabilität von  $X$  bei Änderung des spezifischen Gewichts  $G$  und der Form des Körpers, d.h. des Luft- beziehungsweise Strömungswiderstands  $W$  — unter Beibehaltung von  $(v, t, a)$  — so groß ist, dass Aussagen unbrauchbar werden. Also muss zusätzlich  $G$  und  $W$ , und eventuell sogar noch weitere relevante Größen zur Beschreibung des Anfangszustandes berücksichtigt werden. Darüber hinaus ist die Fallbeschleunigung keineswegs statisch und daher als deterministische Variable ungeeignet. An dessen Stelle müssten stattdessen die Ortskoordinaten  $O$  des konkret frei fallenden Körpers und eventuell andere Größen treten, deren Werte beim Beginn des Fallvorgangs tatsächlich festliegen.

Tabelle 2.2 stellt das Beispiel sowohl mit Hilfe der stochastischen Be-

<sup>129</sup>Hierbei wird angenommen, dass in diesem konkreten Beispiel keine oder höchstens vernachlässigbar kleine Kräfte „seitlich“ (in eine nicht vertikale Richtung) auf den Körper wirken und somit eine geradlinige Bewegung zumindest näherungsweise angenommen werden kann.

<sup>130</sup>Beim freien Fall wird meist davon ausgegangen, dass der Körper keine Anfangsgeschwindigkeit besitzt. Damit reduziert sich Formel (2.1) beim freien Fall zu:

$$s = \frac{gt^2}{2}$$

Aus Gründen der Allgemeingültigkeit wird nachfolgend jedoch weiterhin Formel (2.1) verwendet.

	<b>stochastisches Modell</b>	<b>deterministisches Modell</b>
<b>zufällige Variable <math>X</math></b>	<i>Fallhöhe <math>S</math></i>	<i>Fallhöhe <math>S</math></i>
<b>deterministische Variable <math>D</math></b>	$D = (V, T, O, G, W, \dots)$	$D = (V, T, A)$
<b>Ignoranz-Raum <math>\mathcal{D}</math></b>	$\mathcal{D} = \{(v, t, o, g, w, \dots)_i\}_{i \in I}$	$\mathcal{D} = \{(v_1, t_1, a_1)\}$
<b>Variabilitätsfunktion <math>\mathcal{X}</math></b>	$\mathcal{X}(\{(v, t, o, g, w, \dots)_i\}) = \{x_1^{(i)}, \dots, x_{N(i)}^{(i)}\}$	$\mathcal{X}(\{(v_1, t_1, s_1)\}) = \{s_1\}$
<b>Zufallsstrukturfunktion <math>\mathcal{P}</math></b>	$\mathcal{P}(\{(v, t, o, g, w, \dots)_i\}) = P_{X \{(v,t,o,g,w,\dots)_i\}}$	$P_{X \{v_1,t_1,a_1\}}(\{s_1\}) = 1$

Tabelle 2.2: Gegenüberstellung von stochastischen und deterministischen Modell in Bezug auf den freien Fall

schreibung als auch der deterministischen Beschreibung — unter Verwendung der drei Komponenten des Bernoulli-Raums — einander gegenüber.

Der Vergleich der beiden Ansätze in Tabelle 2.2 verdeutlicht wie stark der deterministische Ansatz die Realität vereinfacht. In den beiden Modellen ist lediglich die interessierende Größe gleich, alles andere ist vollständig verschieden. Aus der Darstellung wird ersichtlich, warum deterministische Modelle prinzipiell nicht durch Experimente verifiziert werden können. Der Grund ist die Diskrepanz zwischen Modell und Realität, infolge des vollständigen Fehlens von Variabilität innerhalb des Modells.

Im Gegensatz dazu lässt sich ein stochastisches Modell mit Hilfe von Experimenten verifizieren beziehungsweise falsifizieren. Dies geschieht durch Vergleich der vom stochastischen Verfahren gelieferten Vorhersage unter Berücksichtigung ihrer Zuverlässigkeit mit den beobachteten Resultaten der Experimente.

Ein weiterer gravierender Nachteil an deterministischen Modellen ist der Umstand, dass neben dem Zufall auch die Ignoranz darin keinerlei Berücksichtigung findet. Diese Modelle basieren somit stets auf der impliziten Annahme, dass vollständiges Wissen vorliegt. Dies hat zur Konsequenz, dass man in einem konkreten Fall entweder an dem Modell festhalten oder es zu Gunsten eines anderen (deterministischen) Modells verwerfen kann. Eine andere Alternative gibt es nicht. Damit ist eine Lernfähigkeit determi-



nistischer Modelle ausgeschlossen.

Im Unterschied dazu, ist in stochastischen Modellen die Ignoranz explizit angegeben. Die Verringerung der Ignoranz ist eines der erklärten Ziele stochastischer Verfahren und bedeutet, das Wissen über die deterministischen Größen des Anfangszustands zu verbessern, was eine Verkleinerung des Ignoranz-Raums  $\mathcal{D}$  zur Folge hat. Damit lässt sich bei stochastischen Modellen sogar das Ausmaß einer Verbesserung des Wissens quantitativ erfassen.

Neben diesen Vorteilen besitzt die stochastische Modellierung auch einen wesentlichen Nachteil: eine stochastische Modellierung ist im Vergleich zur deterministischen weitaus komplexer und schwieriger. Dies liegt daran, dass hierbei Vorgänge unter realen Bedingungen und nicht unter (unrealistischen) „Idealbedingungen“ beschrieben werden.

Um eine stochastische Modellierung dennoch zu ermöglichen, müssen die im Rahmen der Stochastik entwickelten Regeln und Methoden so aufbereitet werden, dass sie von Wissenschaftlern in allen Wissenschaftszweigen angewendet werden können.

Die Aufbereitung und Bereitstellung stochastischer Modelle und Verfahren basiert dabei auf den Möglichkeiten der modernen Informationstechnologien. Diese Arbeit stellt einen Teil der Realisierung eines Web-basierten Informations- und Anwendungssystems zur Bereitstellung der benötigten Techniken dar. Neben den stochastischen Modellen stehen dabei die stochastischen Verfahren im Vordergrund des Interesses.

## 2.7 Stochastische Verfahren

Die Bernoullische Stochastik zeigt, wie auf eine Reihe von in der realen Welt auftretenden Fragen Antworten zu geben sind. Geliefert wird die Antwort von einem speziell auf die Fragestellung und unter Berücksichtigung des Vorgangs zugeschnittenen Verfahren, welches als *stochastisches Verfahren* bezeichnet wird. Zwei dieser stochastischer Verfahren — das Vorhersageverfahren und das Messverfahren — wurden in Abschnitt 2.2.3 kurz vorgestellt. In diesen Fällen erhielt man die Antworten in Form von Vorhersagen beziehungsweise Messresultaten, bei denen es sich jeweils um Mengen von Werten handelt.

Ein stochastisches Verfahren ist ein Produkt, das einem bestimmten Zweck dienen soll. Um die Qualität eines stochastischen Verfahrens beurteilen zu können, muss zunächst klar sein, was unter „Qualität“ zu verstehen ist. In einem ersten Schritt müssen dazu die Qualitätsmerkmale eines stochastischen Verfahrens identifiziert werden. Für alle stochastischen Verfahren lassen sich zwei relevante Merkmale ermitteln:

- *Verfahrenszuverlässigkeit*  
 $\Leftrightarrow$  Die Verfahrenszuverlässigkeit ist ein Maß dafür, wie häufig die Anwendung des Verfahrens eine korrekte Aussage auf die gestellte Frage liefert.
- *Verfahrensgenauigkeit*  
 $\Leftrightarrow$  Die Verfahrensgenauigkeit ist ein Maß dafür, wie präzise die vom Verfahren gelieferte Antwort im Fall ihrer Korrektheit ist.

Jedes stochastische Verfahren, dessen Ziel eine Verbesserung des Modells respektive des Bernoulli-Raums ist basiert auf einem Lernprozess. Dieser erfordert einen gewissen Aufwand, womit sich ein drittes Verfahrensmerkmal ergibt:

- *Verfahrensaufwand* (für Messverfahren)  
 $\Leftrightarrow$  Der Verfahrensaufwand ist ein Maß für den Aufwand, den eine Anwendung des Verfahrens erfordert.

Zur Quantifizierung der Qualitätsmerkmale ist ein quantifiziertes Modell der Situation erforderlich, in der das Verfahren verwendet werden soll. Es ist leicht einzusehen, dass ein solches Modell durch einen Bernoulli-Raum gegeben ist.

Damit erhält man eine erste Forderung an ein stochastisches Verfahren:

1. Ein stochastisches Verfahren basiert auf einem Bernoulli-Raum.

In einem zweiten Schritt werden zur Definition der Qualität eines Produktes Anforderungen (Spezifikationen) an die Qualitätsmerkmale gestellt. Für stochastische Verfahren bedeutet dies: sie müssen in einer Form zur Verfügung gestellt werden, in der sie die vorgegebenen Spezifikationen bezüglich Zuverlässigkeit, Genauigkeit und Aufwand erfüllen. Es folgt:

2. Die Qualität eines stochastischen Verfahrens ist bekannt.

Erst mit Hilfe der Spezifikationen an die quantifizierten Verfahrensmerkmale wird es möglich, zwischen „guten“, d.h. annehmbaren, und „schlechten“, d.h. nicht annehmbaren Verfahren zu unterscheiden. Die Verfahrenszuverlässigkeit spielt unter den Verfahrensmerkmalen eine Schlüsselrolle. Sie ist es, die den Nutzen eines Verfahrens erst sicherstellt, denn ein Verfahren anzuwenden, dessen Zuverlässigkeit unbekannt ist, ist fragwürdig und gefährlich. Daher ist es unerlässlich, zu jedem Verfahren eine Verfahrenszuverlässigkeit anzugeben. Ausgedrückt wird die Verfahrenszuverlässigkeit durch eine untere Schranke für die Wahrscheinlichkeit, dass das Verfahren eine korrekte Aussage liefert. Diese untere Schranke wird *Zuverlässigkeitsniveau* genannt

und mit  $\beta$  bezeichnet.

Eine detaillierte (mathematische) Behandlung stochastischer Verfahren wie beispielsweise dem Vorhersageverfahren, dem Messverfahren, dem Ausschlussverfahren und dem Klassifikationsverfahren ist bei Elart von Collani zur Empirischen Stochastik in [24] zu finden.

## 2.8 Verfahrensklassen

Wie bereits erwähnt, zeigt die Bernoullische Stochastik wie auf eine Reihe von in der realen Welt auftretenden Fragen Antworten zu geben sind. Diese Frage können sich dabei entweder auf ein zukünftiges Ereignis oder auf ein bereits eingetretenes Ereignis beziehen. Nachfolgend ist eine sicherlich noch unvollständige Kategorisierung von in der Praxis vorkommenden Fragestellungen aufgeführt.

### Klasse der Vorhersageverfahren

1. Welches Ereignis bezüglich der zufälligen Variablen  $X$  wird eintreten?
2. Welchen Wert wird die zukünftige Realisation von  $X$  nicht überschreiten?
3. Welchen Wert wird die zukünftige Realisation von  $X$  nicht unterschreiten?

Die Antwort liefert jeweils ein Vorhersageverfahren für das eine Spezifikation entweder bezüglich der Zuverlässigkeit oder bezüglich der Genauigkeit vorgegeben ist. Das Verfahren selber wird dann so bestimmt, dass es unter Berücksichtigung der Spezifikation, bezüglich des anderen Merkmals optimal ist. Das Verfahren liefert Vorhersagen, d.h. Teilmengen des Variabilitätsbereichs  $\mathcal{X}(\mathcal{D})$ . Die Verfahren zur Beantwortung der ersten Frage liefern untere und obere Grenzen der Vorhersage. Im zweiten Fall, wird nur die obere Schranke der Vorhersage bestimmt, während die untere Schranke durch den kleinsten Wert (Minimum) des Variabilitätsbereichs vorgegeben ist. Im dritten Fall wird ausschließlich die untere Schranke der Vorhersage bestimmt. Die obere Schranke entspricht dem größten Wert (Maximum) des Variabilitätsbereichs.

Die drei Fragen sind natürlich nicht erschöpfend, sondern dienen lediglich als Beispiel. Neben Fragen über das was eintreten wird, sind auch Fragen über das was nicht eintreten wird oder Fragen über die Wahrscheinlichkeit von interessierenden Ereignissen naheliegend und sinnvoll.

## Klasse der Messverfahren

1. Welches Ereignis bezüglich der deterministischen Variablen liegt vor?
2. Kann ein vorgegebenes Ereignis bezüglich  $D$  ausgeschlossen werden?
3. Welche von  $m$  verschiedenen, sich ausschließenden Ereignissen bezüglich  $D$  ist das richtige?

Die Antwort auf die erste Frage liefert ein Messverfahren. Hierbei handelt es sich um ein Verfahren, das jeder möglichen Beobachtung ein Messresultat in Form einer Teilmenge des Ignoranz-Raums zuordnet. Spezifikationen können für zwei der insgesamt drei Verfahrens- beziehungsweise Qualitätsmerkmale gefordert werden. Die Bestimmung des Messverfahrens erfolgt unter Einhaltung der Spezifikation und zwar so, dass das dritte Qualitätsmerkmal optimal ist.

Die Antwort auf die zweite Frage lautet entweder „ja“ oder „nein“. Liegt der erste Fall vor, kann das vorgegebene Ereignis definitiv ausgeschlossen werden, was eine Verkleinerung des Ignoranz-Raums bedeutet. Lautet hingegen die Antwort „nein“, wird das Ziel des Verfahrens nicht erreicht und der Bernoulli-Raum und damit der Ignoranz-Raum bleibt unverändert. Entscheidungsverfahren, die versuchen diese Art von Fragen zu beantworten nennt man *Ausschlussverfahren*. Der Umgang mit den Spezifikationen erfolgt analog zu den Messverfahren.

Bei der dritten Frage möchte man die gegebene Situation (bezüglich  $D$ ) genau einer von  $m$  Alternativen (oder Klassen) zuordnen. Hierbei handelt es sich um ein weiteres Entscheidungsverfahren, das man *Klassifikationsverfahren* nennt. Auch in diesem Fall erfolgt die Behandlung der Spezifikationen genauso, wie bei den Messverfahren.

## 2.9 Etablierung einer stochastischen Wissenschaft

In einer Zeit ständig steigender Zuverlässigkeits- und Genauigkeitsanforderungen, in der Systeme komplexer und komplizierter werden und falsche Entscheidungen weitreichende Folgen nach sich ziehen, erscheint die Etablierung der Stochastik als eigenständiger Zweig der Wissenschaften zur Lösung gegenwärtiger und zukünftiger Probleme unausweichlich. Zum Beleg dieser Behauptung soll die Rolle der Stochastik in Bezug auf sowohl die traditionelle wie auch auf die stochastische Wissenschaft kurz skizziert und die Konsequenzen ihrer Etablierung aufgezeigt werden.

Das essenzielle Ziel der Wissenschaft sollte es sein, die Unsicherheit über zukünftige Entwicklungen zu kontrollieren, um wissenschaftliche Aussagen

über die Zukunft und gleichermaßen über die Vergangenheit machen zu können. Das Prädikat „wissenschaftlich“ bezieht sich dabei auf die Forderung, dass die Zuverlässigkeit der verwendeten Verfahren in quantitativer Weise angebbbar sein müssen.

Es ist unbestritten, dass die traditionelle Wissenschaft die Variabilität als Manifestation der Unsicherheit und zugleich wohl wichtigstes Merkmal der Evolution des Universums bis zum heutigen Tag vernachlässigt hat. Unter diesem Aspekt hat sie das Prädikat „wissenschaftlich“ sicherlich nicht verdient.

Im Gegensatz dazu steht bei einer stochastischen Wissenschaft Ausmaß und Struktur der Variabilität im Vordergrund. Diese Änderung der Zielrichtung führt einerseits zu neuen Fragestellungen und andererseits zu neuen Antworten auf alte Fragen. Darüber hinaus wird auch das Verständnis für die Zusammenhänge des Weltgeschehens verbessert.

Neben diesen fundamentalen Konsequenzen eröffnet eine stochastische Wissenschaft auch die Möglichkeit, Wissenschaftszweige zu quantifizieren, die bisher davon ausgeschlossen schienen, weil bei den betrachteten Vorgängen die Variabilität zu groß ist und deshalb ein deterministischer Ansatz nutzlose Resultate liefert.

Die Bernoullische Stochastik basiert auf der naheliegenden Forderung, dass sich wissenschaftliche Modelle an der Realität und den dort herrschenden Gegebenheiten orientieren müssen. Dies gewährleistet, dass Vorhersagen über eine zukünftige Entwicklung beziehungsweise Aussagen über das Ergebnis abgeschlossener, also vergangener Vorgänge brauchbar, also zuverlässig und genau sind. Um jedoch zuverlässige Aussagen machen zu können, muss die Variabilität zwingend und in angemessener Weise Berücksichtigung finden. Dazu sind die relevanten Fakten und interessierenden Entwicklungen realitätsnah und mathematisch zu beschreiben. Um eine gegebene Situation oder eine zukünftige Entwicklung ausreichend präzise modellieren zu können, müssen hinreichend viele Informationen darüber vorliegen. Daraus ergibt sich die folgende Aufgabenteilung zwischen den Fachwissenschaften und der Stochastik: Die Fachwissenschaft hat für die notwendigen Informationen zu sorgen, während die Stochastik die Regeln entwickelt, die vorhandene Unsicherheit auf der Grundlage der gesicherten Informationen quantitativ zu beschreiben, so dass das resultierende Modell zur Lösung der realen Probleme beitragen kann.

Damit kommt der Stochastik eine zentrale Rolle in der zukünftigen Entwicklung einer stochastischen Wissenschaft zu, wie auch bei der notwendigen Bewertung des Status quo der bisherigen Erkenntnisse der traditionellen Wissenschaft. Folglich handelt es sich bei der Stochastik um weitaus mehr als „nur“ um einen weiteren Zweig der Naturwissenschaften, wie dies bei der Physik, der Chemie oder der Biologie der Fall ist. Die Stochastik liefert Rahmen und Richtschnur für alle anderen Wissenschaftszweige, indem sie

die Methodologie entwickelt, um mit der omnipräsenten Unsicherheit angemessen umgehen zu können.

Die Abhängigkeit einer zukünftigen Entwicklung der Wissenschaften von der Stochastik wirft dabei sowohl in der Vermittlung stochastischer Erkenntnisse als auch in der Bereitstellung stochastischer Vorgehensweisen neue Probleme auf:

- Es muss ein Wandel von der deterministischen zur stochastischen Denkweise vollzogen werden. Dies wird schwierig sein, da die stochastische Sichtweise eine Änderung der traditionellen, allgemein anerkannten und auch bis zu einem gewissen Grade überaus erfolgreichen Vorgehensweisen innerhalb aller Wissenschaftszweige bedeutet. Ein weiterer Grund ist darin zu sehen, dass stochastisches Denken im Gegensatz zu dem tief in uns verwurzelten Verlangen — sei er nun natürlichen Ursprungs oder anerzogen — die Dinge immer „auf den Punkt“ bringen zu wollen, steht. Das zeigt sich bereits an den von Menschen gestellten Fragen, die für gewöhnlich auf eine punktgenaue Antwort abzielen. Dabei stellt im realen Leben punktgenaue Präzision die absolute Ausnahme dar.
- Die Stochastik als eigenständiger Wissenschaftszweig mit ihrer in Elart von Collanis Arbeiten (u.a. [23] und [24]) beschriebenen Bedeutung muss neu eingeführt und zum Teil erst noch entwickelt werden. Die Lösung der damit verbundenen Probleme ist schwierig, da wegen der Neuheit des gesamten Ansatzes weder Fachleute, noch Literatur, noch Lehrer in ausreichendem Maße vorhanden sind.

Es wäre hoffnungslos, all diese Probleme mit Hilfe traditionellen Verfahren, Techniken und Werkzeugen unseres Ausbildungs- und Wissenschafts-systems in absehbarer Zeit lösen zu wollen. Deshalb müssen neue, speziell auf die Stochastik zugeschnittene Wege beschritten werden.

Konkret bedeutet dies, dass ein Web-basiertes Informations- und Anwendungssystem zu entwickeln ist, mit dessen Hilfe sich jederzeit und weltweit die Begriffe und Verfahren der Stochastik sowohl einzeln als auch im Kontext abfragen lassen. Ein auf den Erkenntnissen des E-Learnings basierendes Selbstlernsystem stellt dabei eine sinnvolle Ergänzung dar. Außerdem sollte das System in der Lage sein, dem Anwender bei der Lösung von Problemen mit Hilfe stochastischer Methoden zu unterstützen, also in Zusammenarbeit mit ihm ein vorliegendes Problem zu identifizieren und im Anschluss eine geeignete Lösungsmethode vorzuschlagen. Die Umsetzung der vorgeschlagenen Lösungsmethode, also die Bestimmung der zugehörigen numerischen Lösung, sollte ebenfalls Aufgabe und Bestandteil des Systems sein.

Ein solches Vorhaben wäre vor wenigen Jahren undenkbar gewesen. Die

riesigen Fortschritte auf dem Gebiet der Informationstechnologie — im Speziellen in Hinblick auf die Leistungsfähigkeit moderner Computer und den Verfahren und Werkzeugen in Bezug auf das Internet — der letzten Jahre haben die Situation grundlegend geändert.

## Kapitel 3

# Anforderungen an ein Informations- und Anwendungssystem für die Bernoullische Stochastik

In den beiden ersten Kapiteln wurde der Begriff der (Bernoullischen) Stochastik eingeführt und begründet, warum ihre Etablierung als eigenständiger Wissenschaftszweig unumgänglich ist. Die Implementierung eines allgemein zugänglichen Web-basierten Informations- und Anwendungssystems für die Stochastik wurde als notwendige Voraussetzung für deren Verbreitung und Akzeptanz angeführt. In diesem Kapitel sollen die Anforderungen an solch ein System erarbeitet werden.

### 3.1 Schwierigkeiten bei der Etablierung der Bernoullischen Stochastik

Bei der Etablierung der Bernoullischen Stochastik gilt es folgende Punkte zu beachten:

- Die im Rahmen dieser Arbeit vorgestellte Bernoullischen Stochastik steht im Widerspruch zur traditionellen, deterministischen Wissenschaft und somit zwangsläufig auch zu den Lehrplänen an Schulen und Universitäten.
- Bei der Bernoullischen Stochastik handelt es sich aus Sicht der traditionellen Wissenschaft um keinen theoretischen, sondern um einen angewandten Wissenschaftszweig, dessen Ziel die Entwicklung eines (vom Wissenschaftszweig unabhängigen) Regelwerks zur Lösung realer Probleme ist.



Eine Etablierung der Bernoullischen Stochastik hat somit weitreichende Folgen, sowohl auf die Forschung und die traditionelle Schul- und Universitätsausbildung, als auch auf alle Gebiete der Anwendung wissenschaftlicher oder technischer Erkenntnisse. Dieser Umstand birgt eine Reihe von Schwierigkeiten in sich, die einerseits fachlicher und andererseits menschlicher Natur sind. Diese Erfahrung machte bereits Max Planck<sup>1</sup> im Rahmen eines wissenschaftlichen Disputs und formulierte es später in seiner Selbstbiographie ([69], Seite 22) mit folgenden Worten:

*„Eine neue wissenschaftliche Wahrheit pflegt sich nicht in der Weise durchzusetzen, daß ihre Gegner überzeugt werden und sich als belehrt erklären, sondern vielmehr dadurch, daß die Gegner allmählich aussterben und daß die heranwachsende Generation von vornherein mit der Wahrheit vertraut gemacht ist.“*

Neben diesen prinzipiellen Schwierigkeiten müssen die „normalen“ Probleme gelöst werden, die stets bei der Einführung eines neuen Lehrgebiets auftreten. Diese kann man in drei Klassen einteilen:

1. *Problem des Wissensumfangs*  
 ⇔ Hier ist die Frage zu beantworten, was zum stochastischen Wissen zählt beziehungsweise welches Wissen im Rahmen des Informations- und Anwendungssystems bereit gestellt werden soll.
2. *Problem der Wissensvermittlung*  
 ⇔ Dieses Problem betrifft die Frage, auf welche Art und Weise stochastisches Wissen adäquat präsentiert beziehungsweise vermittelt werden kann.
3. *Problem der Wissensanwendung*  
 ⇔ Dieses Problem betrifft weniger die Ausbildung als die praktische Anwendung und bezieht sich auf die Art und Weise, wie eine wirkungsvolle Unterstützung bei der Lösung konkreter Fragestellungen aussehen kann.

Die Antworten auf die drei Fragen kann im Grunde nur — eventuell in Zusammenarbeit mit Experten der Didaktik und anderer Wissenschaftszweige — ein *Stochastiker* geben. Er verfügt über das erforderliche fachliche Know-how, ist im Idealfall in der Lage unter Berücksichtigung pädagogischer wie auch didaktischer Gesichtspunkte das relevante stochastische Wissen zu vermitteln und kann bei auftretenden Fragen während der Anwendung des Wissens durch einen Nicht-Stochastiker konsultiert werden. Ausgebildete Stochastiker sind momentan (noch) nicht oder nur kaum verfügbar.

---

<sup>1</sup>Deutscher Physiker; 1858–1947.

Neben den im ersten Kapitel aufgeführten Argumenten ist der Mangel an Stochastikern ein weiterer Grund für die Entwicklung eines Informations- und Anwendungssystems. Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass ein solches System niemals einen Stochastiker vollständig ersetzen kann. Jedoch kann es dazu beitragen, den Weg zum stochastischen Denken zu ebnen und hinreichend Wissen zu vermitteln, welches einen Anwender in die Lage versetzt, stochastische Verfahren nutzbringend einzusetzen. Voraussetzung ist allerdings, dass diese Verfahren in ähnlicher Weise zur Verfügung gestellt werden, wie das beispielsweise bei physikalisch-technischen Messverfahren der Fall ist. Deren Verwendung erfordern häufig keinerlei tiefere physikalische Kenntnisse. Es muss lediglich die Handhabung des Verfahrens verstanden sein und der gelieferte Wert muss vom Anwender richtig interpretiert werden können.

Besondere Bedeutung kommt der Frage nach dem Wissensumfang zu. Nachdem die Bernoullische Stochastik Auswirkungen auf alle anderen Wissenschaftszweige hat, sollte das Informations- und Anwendungssystem nicht nur das „reine“ stochastisches Wissen beinhalten, sondern auch Themen aus anderen Wissenschaftszweigen, wie beispielsweise der Mathematik und der Wissenschaftsgeschichte. Allerdings dürfen andere Wissenschaftszweige nur in einem Maß behandelt werden, wie es für ein besseres Verständnis der Stochastik und ihrer Anwendung auf diesem Gebiet sinnvoll erscheint. Neben diesen „Überschneidungen“ mit anderen Wissensgebieten, sollte das System eine klare Abgrenzung zwischen stochastischem Wissen einerseits und der Statistik und der Wahrscheinlichkeitstheorie andererseits vornehmen, um dem Anwender die Unterschiede aufzuzeigen. Zumal der Begriff Stochastik aufgrund der historischen Entwicklung gegenwärtig fast ausnahmslos mit diesen beiden mathematischen Teilgebieten gleichgesetzt wird.

## 3.2 Wissensdarstellung

Bevor ein Informations- und Anwendungssystem für die Stochastik konzipiert werden kann, muss geklärt werden, in welcher Form das stochastische Wissen anzubieten ist. Darunter ist nicht das Erscheinungsbild des Wissens zu verstehen als vielmehr der Zweck, den man mit den verschiedenen Formen der Wissensdarstellung verfolgt. Das bedeutet, dass die Einteilung des Wissens ausschließlich unter Beachtung der interessierenden Domäne, also der Stochastik erfolgt. Diese Vorgehensweise steht im Gegensatz zu der sonst üblichen und in einschlägiger Literatur anzutreffende (z.B. [46], Seiten 32ff.) Vorgehensweise, in der das Wissen meist nach allgemein gültigen Kriterien untergliedert wird.

1. *Geschlossene Wissensdarstellung*  
 ⇔ Hierbei steht das Wissen als Ganzes im Mittelpunkt des Interesses, welches meist nach bestimmten Gesichtspunkten in Einheiten, wie beispielsweise Kapitel, Abschnitte, Paragraphen usw. untergliedert wird. Heutzutage existieren geschlossene Wissensdarstellungen meist als Printmedien, also in Form von Fach- oder Lehrbücher. Diese informelle Form der Darstellung ist prädestiniert, um sich stochastisches Wissen anzueignen oder aufzufrischen. Folglich dient sie in erster Linie der systematischen Wissensvermittlung.
  
2. *Begriffsorientierte Wissensdarstellung*  
 ⇔ Hierbei wird Wissen Begriff für Begriff unabhängig voneinander beschrieben. Landläufig wird diese Form der Wissensdarstellung als Nachschlagewerk oder Lexikon bezeichnet. Diese Form ist weniger dazu geeignet, sich einen Überblick über das entsprechende Wissen zu verschaffen, als vielmehr einzelne Begriffe gezielt nachzuschlagen.
  
3. *Beispielorientierte Wissensdarstellung*  
 ⇔ Hierbei wird Wissen anhand von Beispielen vermittelt. Dieser Form liegt die Idee zugrunde, aus Beispielen zu lernen. Beispiele können der Verdeutlichung einzelner Themen wie auch komplexer Zusammenhänge und Aspekte des Wissens dienen. So ist es denkbar, anhand von Beispielen die Anwendung von stochastischem Wissen auf konkrete Fragestellungen der Praxis zu demonstrieren. Diese Form kann somit gleichermaßen der Wissensvermittlung, wie auch der Wissensanwendung dienen.
  
4. *Methodenorientierte Wissensdarstellung*  
 ⇔ Die Anwendung des Wissens auf konkrete Problemfälle erfordert speziell darauf zugeschnittene Verfahren. Im Fall der Stochastik werden die Verfahren durch *stochastische Methoden* realisiert, hinter denen sich mehr oder weniger komplexe Berechnungen verbergen. Damit dient die methodenorientierte Wissensdarstellung schwerpunktmäßig der Wissensanwendung.
  
5. *Problemorientierte Wissensdarstellung*  
 ⇔ Die richtige Wahl des Modells erfordert meist sehr detailliertes Wissen. So stellt die Frage, wann welches Modell oder welches Verfahren zu wählen ist viele Anwender vor eine unlösbare Aufgabe. Deshalb ist es unerlässlich, eine abstraktere Darstellungsform für stochastisches

Wissen anzubieten. Diese sollte sich an den möglichen Problemen beziehungsweise Anwendungsfällen der Anwender orientieren.

Anhand eines exemplarischen Anwendungsfalls soll das Problem der Wissensdarstellung verdeutlicht werden:

*Ein Soziologe interessiert sich für den Anteil der Personen innerhalb einer genau definierten Gruppe (z.B. alle Frauen mit deutscher Staatsangehörigkeit, die bis zu einem festgelegten Datum das fünfundsechzigste Lebensjahr vollendet haben), die ein genau festgelegtes Merkmal aufweisen (z.B. in einem Einpersonenhaushalt leben). Zur Bestimmung des Anteils möchte er eine Umfrage durchführen, wobei aufgrund der Größe der Gruppe, es nicht möglich ist, alle Betroffenen zu befragen.*

Offensichtlich herrscht über das Ergebnis der Umfrage Unsicherheit, die nicht vernachlässigt werden kann. Folglich ist ein stochastisches Modell und ein stochastisches Verfahren zur Beantwortung der gestellten Frage zu verwenden. Verständlicherweise sollte der Aufwand für die Aneignung des benötigten stochastischen Wissens aus Sicht des Soziologen, als Nicht-Stochastiker möglichst gering sein. Welche Wissensdarstellung ist aber in diesem Fall am besten geeignet?

*Der Soziologe wählt zufällig  $n = 100$  Personen (Stichprobe vom Umfang  $n = 100$ ) aus der betroffenen Gruppe aus und befragt diese nach dem interessierenden Merkmal.*

Ob dieses Vorgehen des Soziologen gerechtfertigt ist oder nicht hängt von der vorliegenden Situation und den Zielen ab. Erneut stellt sich die Frage nach der benutzerfreundlichsten Wissensdarstellung, so dass sie dem Soziologen den größten Nutzen bringt, also ihn bei der Entscheidung nach der Vorgehensweise unterstützt.

*Mit Hilfe des Resultats der Befragung möchte der Soziologe den unbekanntem Anteil bestimmen. Selbstverständlich sollte das Resultat korrekt und genau sein.*

Um ein geeignetes stochastisches Verfahren zur Bestimmung des (relativen/prozentualen) Anteilwertes auswählen zu können, ist zunächst ein Bernoulli-Raum herzuleiten. Im Anschluss sind die

Verfahrensspezifikationen zu formulieren. Als letztes ist ein optimales Messverfahren zu wählen.

Um all diese Fragen korrekt beantworten zu können benötigt der Soziologe entweder umfangreiches stochastisches Wissen oder es steht ihm für sein Problem eine angemessene Wissensdarstellung zur Verfügung.

Dieses Beispiel verdeutlicht, dass zur Lösung von konkreten Problemfällen eine geschlossene Wissensdarstellung für einen Nicht-Stochastiker kaum adäquat ist. In den seltensten Fällen wird er Zeit und die Muße haben, eine solche zu studieren. Auch eine begriffsorientierte Darstellung ist nicht geeignet. Dazu müsste der Anwender über hinreichend viel stochastischem Wissen verfügen, um die für ihn relevanten Begriffe auszuwählen und zu verstehen. Eine beispielorientierte Darstellung würde einem Anwender nur dann helfen, wenn sie genau seine Fragestellung enthielte. Aufgrund der nahezu unbeschränkten Anzahl von möglichen Anwendungsfällen dürfte eine Übereinstimmung nur in Ausnahmefällen zutreffen, womit diese Darstellungsform ebenfalls ungeeignet ist. Damit bleibt nur noch die problemorientierte Darstellung, die weniger der Wissensdarstellung, als der Wissensanwendung dient.

Für das antizipierte Informations- und Anwendungssystem folgt, dass das stochastische Wissen für eine unmittelbare Anwendung notwendigerweise problemorientiert darzustellen ist. Dabei erfolgt die Wissensvermittlung durch speziell auf die möglichen Problemsituationen zugeschnittene und vorgegebene Wissensseinheiten. Diese werden mit Hilfe eines Dialogs schrittweise identifiziert und zur Verfügung gestellt. Ausgehend von einem allgemeinen Problemkreis wie beispielsweise „Umfrage“, werden Detail-Informationen über das Problem vom Anwender erfragt. Jede weitergehende Information über das vorliegende Problem, gibt Anlass zu einer gezielten Wissensvermittlung durch Hinweise und Lerneinheiten.

Bezogen auf das oben aufgeführte Beispiel würde der Soziologe mit Fragen konfrontiert werden wie beispielsweise: „was ist über den Anteil bekannt“, „was ist über die Gruppengröße bekannt“ oder „welche Verfahrenszuverlässigkeit ist erforderlich“. Jede Frage und jede Antwort kann gezielt mit der Vermittlung des dazugehörigen stochastischen (Hintergrund-) Wissens verbunden werden. Durch diese Vorgehensweise erweitert der Anwender mit jedem neuen Problem quasi automatisch sein stochastisches Wissen. Dies ermöglicht ihm, den Wechsel von der traditionellen zur stochastischen Wissenschaft für seinen Gebiet sukzessive zu vollziehen.

Erklärtes Ziel ist die Schaffung eines Informations- und Anwendungssystems, das die hier aufgeführten Formen stochastischen Wissens implementiert. Durch eine Verknüpfung der verschiedenen Wissensdarstellungen kann

dabei die Effizienz der Wissensvermittlung und -anwendung gesteigert werden.

### 3.3 Anforderungen

Anforderungen werden formuliert, damit der verfolgte Zweck erreicht werden kann. Sinnvolle Anforderungen lassen sich daher nur aufstellen, wenn Klarheit über das Ziel herrscht. Damit stellt sich die Frage, welche Ziele mit dem zu entwickelnden System beziehungsweise Teilsystem verfolgt werden. Wie eingangs erwähnt, soll es den Anwender bei der Aneignung und Anwendung stochastischen Wissens unterstützen. Der Anwender spielt somit eine zentrale Rolle. Deshalb müssen bei der Wahl der Ziele seine Bedürfnisse berücksichtigt werden.

- Der Anwender sollte plattformunabhängig Zugriff auf das stochastische Wissen haben.<sup>2</sup>  
↔ Für das System bedeutet dies, dass es auf Software basieren sollte, die einen hohen Verbreitungsgrad besitzt, also de facto Standard und weitgehend hardwareunabhängig ist. Hierzu dürfte momentan sicherlich das WWW mit den damit verbundenen Techniken wie beispielsweise HTML<sup>3</sup> und JavaScript<sup>4</sup> zählen, wie auch Dokumente in PDF<sup>5</sup>, für die unter allen (gängigen) Rechnersystemen entsprechende Software (Web-Browser<sup>6</sup>, Adobe Reader<sup>7</sup>) existiert.
- Der Anwender sollte immer unmittelbaren Zugriff sowohl auf die neueste Version des Informations- und Anwendungssystems als auch auf den

---

<sup>2</sup>Unter Plattform ist hierbei die Hardware (z.B. der Rechner eines bestimmten Herstellers) und die Software (z.B. ein bestimmtes Betriebssystem oder eine Betriebssystemfamilie) gemeint.

<sup>3</sup>HTML steht für *Hypertext Markup Language*. Weitere Informationen sind unter URL: <http://www.w3.org/MarkUp/> ([19.06.2006]) zu finden.

<sup>4</sup>Hierbei handelt es sich um eine Programmiersprache, die von der Firma Netscape (URL: <http://www.netscape.com/>, [19.06.2006]) für die Programmierung im Zusammenhang mit WWW-Seiten entworfen und von der (privaten) Normungsorganisation ECMA (European Computer Manufacturers Association) unter den Namen ECMAScript unter ECMA-262 standardisiert wurde. Weitere Informationen sind unter URL: <http://www.ecma-international.org/publications/standards/Ecma-262.htm> zu finden.

<sup>5</sup>PDF steht für *Portable Document Format* und wurde von der Firma Adobe (URL der Homepage: <http://www.adobe.com/>, [19.06.2006]) entwickelt.

<sup>6</sup>Web-Browser sind Programme zur Darstellung von WWW-Seiten. Bekannte Web-Browser sind der *Internet Explorer* der Firma Microsoft (URL der Homepage: <http://microsoft.com/>, [19.06.2006]) und der *Navigator* der Firma Netscape Communications Corporation (URL der Homepage: <http://www.netscape.com/>, [19.06.2006])

<sup>7</sup>Adobe Reader ist ein Programm zum Anzeigen und Drucken von PDF-Dateien.

jeweils aktuellen Stand des stochastischen Wissens haben. Dies sollte ohne die Einspielung oder Durchführung von Updates möglich sein.

↔ Für das System bedeutet dies, dass Wissensmodifikationen und -erweiterungen zentral umgesetzt werden sollte und damit dem Anwender unmittelbar zur Verfügung gestellt werden können.

- Der Anwender sollte unabhängig von Raum und Zeit Zugriff auf das stochastische Wissen haben.  
↔ Für das System bedeutet dies, dass das stochastische Wissen permanent und weltweit abrufbar zu sein hat. Am ehesten wird dies dadurch gewährleistet, dass das System inklusive des stochastischen Wissens lokal auf dem Rechner vorliegt. Allerdings widerspricht dies den beiden zuvor formulierten Zielen. Daher dürfte für diesen Fall die Bereitstellung über das WWW einen guten Kompromiss darstellen.
- Nationale wie auch internationale Anwender sollten gleichermaßen Zugang zum stochastischen Wissen erhalten.  
↔ Für das System bedeutet dies, dass es das stochastische Wissen mehrsprachig anzubieten hat. Folglich muss es so konzipiert sein, dass es sich ohne größeren Aufwand um weitere Sprachen erweitern lässt.
- Dem Anwender sollte das stochastische Wissen in einer didaktisch aufbereiteten Form zur Verfügung stehen.  
↔ Für das System bedeutet dies, dass es Multimedia-fähig ist. Mit anderen Worten sollte das System prinzipiell in der Lage sein, stochastisches Wissen als Texte, Bilder, Grafiken, Tonsequenzen, Animationen, Videosequenzen usw. anzubieten. Darüber hinaus muss es auch in der Lage sein, die zur Beschreibung des stochastischen Wissens notwendige mathematische Notation darstellen zu können.
- Der individuelle Informationsbedarf des Anwenders sollte berücksichtigt werden. Dies gewährleistet, dass der Anwender gezielt jene Information abrufen kann, die für ihn von Interesse ist.  
↔ Für das System bedeutet dies, dass es das stochastische Wissen in kleine, in sich abgeschlossene und strukturierte Informationseinheiten anbietet.
- Dem Anwender sollte das stochastische Wissen in unterschiedlichen Wissensformen zur Verfügung stehen.  
↔ Für das System bedeutet dies, dass es die Möglichkeit bietet, stochastisches Wissen bei Bedarf in der jeweiligen Wissensform abzurufen und — soweit es sinnvoll ist — von einer Form zu einer anderen Form zu wechseln.
- Eine Informationsüberflutung des Anwenders ist zu vermeiden. Mit anderen Worten sollte der Anwender generell nicht mehr Informationen

als notwendig und nicht weniger als unbedingt erforderlich erhalten.  
↔ Für das System bedeutet dies, dass sowohl die Benutzeroberfläche wie auch die Wissenspräsentationen keinen unnötigen oder überflüssigen Ballast enthalten darf.

- Der Aufwand des Anwenders für die Einarbeitung in das System sollte möglichst gering sein. Dies vermeidet Berührungsängste und senkt die Hemmschwelle bei der Nutzung des Systems.  
↔ Für das System bedeutet dies, dass die Schnittstelle zwischen Anwender und System einfach gestaltet sein muss. Somit hat die Benutzeroberfläche einheitlich aufgebaut, kompakt, möglichst selbst erklärend gestaltet und einfach handhabbar zu sein.
- Der Arbeitsfluss des Anwenders darf nicht gehemmt werden.  
↔ Für das System bedeutet dies, dass es dem Anwender in Abhängigkeit des Teilsystems genau die Funktion zur Verfügung stellt, die er benötigt. Das heißt, es gilt den Grundsatz zu berücksichtigen, dass zu viel Funktionalität ebenso wie zu wenig Funktionalität den Arbeitsfluss blockiert.
- Der individuelle Wissenstand des Anwenders sollte berücksichtigt werden. Das bedeutet, dass der Anwender die Möglichkeit haben sollte, den Grad der Unterstützung durch das System selbst zu bestimmen.  
↔ Für das System bedeutet dies, dass es sowohl für den Anfänger wie auch für den fortgeschrittenen Anwender „ausführliche Wege“ und „kurze Wege“ bietet.
- Die Wartezeit des Anwenders beim Abruf von stochastischem Wissen sollte möglichst kurz sein.  
↔ Für das System bedeutet dies, dass die zu ladenden WWW-Seiten wann immer möglich statisch sind. Darüber hinaus sind die WWW-Seiten nicht mit unnötigen oder unnützen Informationen zu überfrachten.

Die Ziele sind bewusst im Konjunktiv formuliert. Der Grund dafür ist der Umstand, dass die formulierten Ziele einerseits einen Idealzustand darstellen und andererseits sich nicht alle Ziele miteinander vereinbaren lassen, also teilweise im Widerspruch zueinander stehen. In diesem Fall gilt es einen sinnvollen Kompromiss zu finden.



## Kapitel 4

# Stochastikon: Die Realisation eines Informations- und Anwendungssystems für die Bernoullische Stochastik

Ein erster Versuch zur Realisierung eines Informations- und Anwendungssystems für die Stochastik erfolgte Anfang der neunziger Jahre auf der Basis des Expertensystem-Shell-Baukastens D3<sup>1</sup>, das unter der Leitung von Frank Puppe<sup>2</sup> entwickelt wurde. Aufgrund der im vorhergehenden Kapitel gestellten Anforderungen, den unterschiedlichen Formen der Wissensdarstellung und dem größeren Entscheidungsfreiraum beim Entwurf ergab sich die Notwendigkeit ein eigenes System zu entwickeln, das den Namen *Stochastikon* trägt und sicherlich partiell von D3 beeinflusst ist. Dieses Kapitel gibt einen Überblick über Stochastikon und dessen Teilsysteme.

### 4.1 Die Teilsysteme von Stochastikon

Stochastikon setzt sich aus mehreren Teilsystemen zusammen, die verschiedene Aufgaben im Hinblick auf die Etablierung einer stochastischen Wissenschaft der im Abschnitt 3.1 geschilderten Probleme übernehmen sollen. Die Aufgaben und damit die Teilsysteme lassen sich in zwei Gruppen unterteilen:

---

<sup>1</sup>Eine ausführliche Beschreibung des Systems D3 ist in dem Buch [77] zu finden. Weitere Informationen sind unter URL: <http://www.d3web.de/> ([19.06.2006]) zu finden.

<sup>2</sup>Prof. Dr. Frank Puppe, Lehrstuhl für Informatik VI (Lehrstuhl für Künstliche Intelligenz und Angewandte Informatik) der Fakultät Mathematik und Informatik an der Universität Würzburg (URL: <http://ki.informatik.uni-wuerzburg.de/~puppe/>, [19.06.2006]).

1. Aufgaben allgemeiner und organisatorischer Art.
2. Aufgaben im Rahmen der Unterstützung bei der Vermittlung und der Anwendung von stochastischem Wissen.

Der erste Punkt ist nicht Teil dieser Arbeit und wird hier nicht weiter erläutert. Im Hinblick auf Vermittlung und Anwendung stochastischen Wissens besteht das System zum Zeitpunkt der Erstellung dieser Arbeit aus den fünf Teilsystemen:

- *Encyclopedia*
- *Mentor*
- *Calculator*
- *Magister*
- *Graphiclaboratory*

Aufgabe der Teilsysteme ist die Umsetzung der in Abschnitt 3.2 eingeführten Wissensdarstellungen mit den in Abschnitt 3.3 aufgestellten Anforderungen. Alle oben genannten Teilsysteme liegen in einer technisch ausgetesteten Version vor, wobei der Inhalt, nachfolgend *Content* genannt, sich noch im Entwicklungsstadium befindet.

Neben den bereits realisierten Teilsystemen befinden sich folgende in Planung:

- *Information Retrieval* („Arbeitstitel“)
 

Aufgabe dieses Teilsystems wäre die Bereitstellung einer umfassenden Suchfunktion über das komplette stochastische Wissen aller Teilsysteme. Allerdings sollte auch die Möglichkeit bestehen, die Suche auf einzelne Teilsysteme zu beschränken. Im Gegensatz zur weit verbreiteten Vorgehensweise handelt es sich bei der Suchfunktion um keinen lokalen, also Teilsystem-spezifischen, sondern um einen globalen, also System-weiten Navigationsmechanismus.

Sowohl die Architektur als auch die Komplexität des kompletten Systems, wie auch die mit *Information Retrieval* verbundenen Schwierigkeiten ([38]) rechtfertigen ein eigenes Teilsystem.
- *Teamwork* („Arbeitstitel“)
 

Dieses Teilsystem soll dem Anwender die Möglichkeit zum Feedback geben. Unter Feedback ist in diesem Zusammenhang jegliche Äußerung zum System zu verstehen. Dies reicht von Fragen, über Kritik, Hinweise, Kommentare, Evaluation bis hin zur Mitarbeit am Content des

Systems. Damit kommt dem Anwender eine aktive Rolle an der Verbesserung und Weiterentwicklung des Systems zu, was bei ihm zu einer höheren Akzeptanz des Systems führt. Dies ist von besonderer Relevanz, da Stochastikon das erste System zur ganzheitlichen Darstellung der Stochastik und damit auch einer stochastischen Wissenschaft ist. Die hier beschriebenen Funktionalität sollte aufgrund der Architektur des Systems und des breiten Spektrums an Feedback ebenfalls als eigenes Teilsystem realisiert werden.

### Teilsystem Encyclopedia

Mit dem Teilsystem Encyclopedia wurde das Konzept *Thema* realisiert, das in einem noch zu erläuternden Sinn die begriffsorientierte, die geschlossene und die beispielorientierte Wissensdarstellung miteinander verknüpft und so die Möglichkeiten der modernen Informationstechnologie ausnutzt.

Das Teilsystem Encyclopedia ist eine Art Stochastik-Lexikon, dessen Content im Gegensatz zu herkömmlichen Nachschlagewerken keine Begriffe, sondern Themen sind.<sup>3</sup> Einem Thema können beliebig viele *Begriffe* zugeordnet sein, unter denen ein und dasselbe Thema „angesprochen“ werden kann. Ein Thema ist innerhalb der Encyclopedia kein isoliertes Gebilde, sondern besitzt einen *Kontext*. Unter dem Kontext eines Themas werden hier Themen verstanden, die eine unmittelbare Verallgemeinerung (übergeordnete Themen oder Superthemen) und eine unmittelbare Spezialisierung (untergeordnete Themen oder Subthemen) des Themas darstellen. Somit bietet die Encyclopedia zu einem Thema nicht nur die zugehörigen (Nutz-) Informationen, sondern liefert auch dessen Kontext, mit dessen Hilfe die Navigation durch die Encyclopedia und damit durch ein individuell festgelegtes, in sich geschlossenes Interessensgebiet möglich ist. Die zu einem Thema gehörende (Nutz-) Information wird klassifiziert und in Abhängigkeit von ihrem Inhalt auf mehrere jeweils einzeln aufrufbare *Informationseinheiten* (Beiträge) verteilt. Dies ermöglicht es u.a. Beispiele zu einem Thema als eigenständige und individuell aufrufbare Informationseinheit(en) zu realisieren.

Eine ausführliche Behandlung des hier in knappen Zügen vorgestellten Konzepts des Themas beziehungsweise des Teilsystems Encyclopedia folgt in Kapitel 5.

---

<sup>3</sup>Thema steht laut Duden Fremdwörterbuch ([94], Stichwort: **Thema**) u.a. für „zu handelnder Gegenstand“ oder auch „Leitmotiv“ und ist somit weitreichender als „Begriff“.

## Teilsystem Mentor

Die Aufgabe des Teilsystems Mentor ist die Realisation der problemorientierten Wissensdarstellung. In Abschnitt 3.2 wurde im Rahmen eines Beispiels vorgeschlagen, die problemorientierte Wissensdarstellung in Form einer Folge von aufeinander aufbauenden Dialogen, der sogenannten *Dialogsequenz* zu realisieren. Ein Dialog besteht im Wesentlichen aus einer Frage beziehungsweise einem Fragetext und einer beliebigen Anzahl vorgegebener Antwortalternativen, aus denen der Anwender immer genau eine auszuwählen hat. Diesem folgt ein weiterer Dialog, der von der zuvor gewählten Antwortalternative abhängig ist, usw. Am Ende einer Dialogsequenz steht die Diagnose des Problems, bei der es sich beispielsweise um einen Bernoulli-Raum oder einen Verweis auf das zugehörige stochastische Verfahren handelt. Somit steht der Mentor dem Anwender als Ratgeber zur Seite und führt ihn mittels einer Folge aufeinander aufbauender Fragen zur Lösung seines Problems. Im engeren Sinne hat man es dabei mit einem Diagnostikproblem<sup>4</sup> zu tun. Die Lösungsfindung eines solchen Problems wird als Diagnostik bezeichnet und ist nach Frank Puppe ein Lösungsprozess für Probleme, die eine Reihe von Eigenschaften aufweisen. In [77] (Seite 3) heißt es dazu:

*„Der Problembereich besteht aus zwei endlichen, disjunkten Mengen von Problemmerkmalen (Merkmale, Symptome) und Problemlösungen (Lösungen, Diagnosen) und aus typischerweise unsicherem, mehrstufigem Wissen<sup>5</sup> über die Beziehung zwischen Merkmalen und Lösungen. Ein Problem ist durch eine eventuell unvollständig gegebene Teilmenge von Merkmalswerten charakterisiert. Das Ergebnis ist die Auswahl einer oder mehrerer der Lösungen.<sup>6</sup> Eine Teilaufgabe der Diagnostik ist, zu bestimmen, ob und welche zusätzlichen Merkmale zur Verbesserung der Qualität der Problemlösung angefordert werden sollen.“*

In [77] (Seite 3) wird das Grundprinzip der Diagnostik durch Abbildung 4.1 veranschaulicht.

---

<sup>4</sup>Ein Diagnostikproblem ist dadurch charakterisiert, dass die gesuchte Lösung aus einer Menge von vorgegebenen Alternativen ausgewählt werden kann.

<sup>5</sup>Anmerkung: „unsicher“ beziehungsweise „Unsicherheit“ bedeutet in diesem Zusammenhang, dass die Beziehungen zwischen Merkmalen und Lösungen nicht eindeutig sind. Mit anderen Worten: Werden bei der sogenannten *sicheren Klassifikation* die Lösungen mit Hilfe von Regeln entweder sicher beziehungsweise eindeutig hergeleitet oder ausgeschlossen. Puppe führt in [77] (Seite 1, Fußnote 2) den Begriff *Klassifikation* als Synonym für die Problemklasse *Diagnostik* ein, ist aber nach seinen Aussagen in der Literatur nicht einheitlich geregelt.

<sup>6</sup>Anmerkung: Besteht das Ergebnis aus einer einelementigen Teilmenge der Lösungsmenge, so spricht man von Einfachlösungen, ansonsten von Mehrfachlösungen.

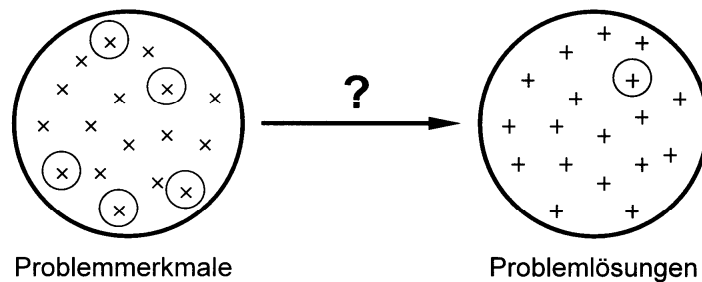


Abbildung 4.1: Basisstruktur der Diagnostik mit Problemmerkmalen und Problemlösungen

Ausgehend von dieser Darstellung der Diagnostik ergeben sich für die Ausrichtung an der Stochastik die nachfolgenden Besonderheiten:

1. Die Problemlösungen bestehen aus stochastischem Wissen. Beispielsweise können dies Verfahren oder Modelle sein.
2. Die Problemmerkmale sind das Sachwissen über den (stochastischen) Vorgang. Beispielsweise können dies die Größen des Anfangs- oder Endzustandes sein, oder auch die für die Identifizierung eines Verfahrens relevanten Verfahrens- beziehungsweise Verteilungsparameter oder irgendwelche qualitativen Verteilungseigenschaften.
3. Die Beziehung zwischen Problemmerkmalen und Problemlösungen erfolgt stets auf der Grundlage von sicherem Wissen.<sup>7</sup>
4. Existiert ein Ergebnis für einen Lösungsprozess<sup>8</sup>, so handelt es sich stets um eine Einfachlösung. Anderenfalls erfolgt ein Hinweis auf weitere benötigte Problemmerkmale.
5. Die Ausgangspunkte eines Lösungsprozesses können je nach vorhandenem Wissen auf verschiedenem Niveau liegen. Der Lösungsprozess entwickelt sich über die Identifizierung eines Bernoulli-Raums in dem die Problemlösung eingebettet ist.

Eine ausführliche Darstellung der Umsetzung der hier eher theoretisch und lediglich ansatzweise vorgestellten Prinzipien des Teilsystems Mentor folgt in Kapitel 6.

<sup>7</sup>Mit sicherem Wissen ist keineswegs die „Wahrheit“ gemeint, sondern es bezieht sich auf „das was nicht ist“ und niemals auf „das was ist“. Die Methode zum Herleiten von „sicherem Wissen“ ist stets ein Ausschlussverfahren.

<sup>8</sup>Der Lösungsprozess entspricht beim Mentor der Dialogsequenz.

### **Teilsystem Calculator**

Das Teilsystem Calculator realisiert die methodenorientierte Wissensdarstellung. Im Wesentlichen stellt es eine Menge von Modellen, also Bernoulli-Räume und die dazugehörigen Verfahren zur Verfügung. Der Calculator ist somit eine Art stochastische Verfahrensbibliothek.

Neben der eigentlichen Berechnungskomponente bietet der Calculator auch Möglichkeiten der Dateneingabe und liefert das Resultat in Form eines Ergebnisberichts zurück.

### **Teilsystem Magister**

Das Teilsystem Magister trägt der Tatsache Rechnung, dass die Stochastik bisher nicht Teil des Lehrangebots von Schulen und Universitäten ist. Mit anderen Worten bietet das Teilsystem einem Anwender die Möglichkeit, die Stochastik systematisch, unter didaktischen Aspekten und von Grund auf zu erlernen. Dahinter verbirgt sich ein E-Learning System, welches das Lehrprogramm in Form von Kursen anbietet. Jeder Kurs ist in Module untergliedert, die jeweils aus einer Reihe von Lerneinheiten bestehen. Eine Lerneinheit hat ein Lernziel. Dazu gibt es einen Lerninhalt, Beispiele und Übungen.

Nach der Registrierung haben die „Kursteilnehmer“ die Möglichkeit über Fragen und Diskussionsrunden mit dem „Lehrer“, sprich dem System in Verbindung zu treten und durch Teilnahme an Tests einen Abschlussgrad zu erwerben.

Über die Vernetzung mit den anderen Teilsystemen, kann der Unterricht durch den Magister praxisnah und interessant gestaltet werden.

### **Teilsystem Graphiclaboratory**

Jedes Modell beziehungsweise jeder Bernoulli-Raum und jedes Verfahren kann im Prinzip durch Mengen dargestellt werden, die die Basis des stochastischen Denkens („Denken in Mengen“) bilden. Das Teilsystem Graphiclaboratory unterstützt die grafische Darstellung von Modellen und Verfahren. Verwendung finden Grafiken u.a. in den Lerneinheiten des Magisters oder den Ergebnisberichten des Calculators.

### **Gesamtsystem**

Durch die Vernetzung der Teilsysteme untereinander, wird der Nutzen für den Anwender vervielfacht. Jedes Teilsystem hat die Möglichkeit auf die anderen Teilsysteme beziehungsweise auf das von ihnen angebotene stochastische

Wissen zu zugreifen. Nachfolgend wird die *benutzt*-Beziehung der verschiedenen Teilsysteme erläutert:

- Aus Sicht des Mentors:  
Der Mentor verwendet Beiträge aus der Encyclopedia und unter Umständen auch einzelne Lerneinheiten des Magisters, um Hils- und Hinweistexte anzuzeigen oder Begriffe, Funktionen oder Verfahren zu erläutern. Der Calculator liefert numerische Lösungen der identifizierten Probleme.
- Aus Sicht der Encyclopedia:  
Die Encyclopedia kann im Rahmen von Beispielen auf den Calculator und das Graphiclaboratory zurückgreifen. Zusätzlich kann in den Informationseinheiten der Encyclopedia auf entsprechende Lerneinheiten des Magisters hingewiesen werden.
- Aus Sicht des Calculators:  
Die in den Ergebnisberichten des Calculators verwendeten Grafiken werden unter Mithilfe des Graphiclaboratory angefertigt. Darüber hinaus können bei Bedarf die in den Berichten verwendeten Begriffe durch Beiträge der Encyclopedia oder durch Lerneinheiten des Magisters erklärt werden.
- Aus Sicht des Magisters:  
Der Magister verwendet für seine Lerneinheiten die Beiträge in der Encyclopedia, die Rechenkapazität des Calculators und die Möglichkeiten des Graphiclaboratory.
- Aus Sicht des Graphiclaboratorys:  
Das Graphiclaboratory ist bei der Anfertigung der Grafiken auf die numerischen Ergebnisse des Calculators angewiesen.

Die Vernetzung der Teilsysteme im Gesamtsystem Stochastikon ist in Abbildung 4.2 dargestellt.

## 4.2 Die Benutzeroberfläche des Systems Stochastikon

Die Benutzeroberfläche von Stochastikon spielt für die Akzeptanz durch den Anwender eine entscheidende Rolle. Als Voraussetzung muss die Benutzeroberfläche leicht verständlich und einfach zu handhabend sein. Unter Benutzeroberfläche versteht man die Art und Weise wie sich die Benutzerschnitt-

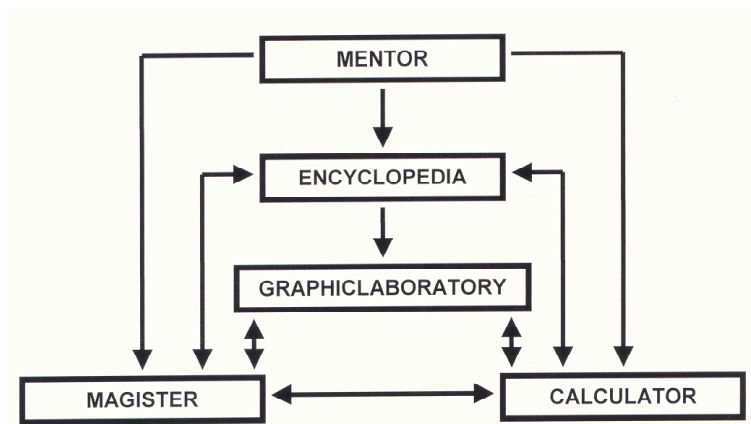


Abbildung 4.2: Die zentralen Teilsysteme von Stochastikon und deren Interaktion

stelle<sup>9</sup> in Hinblick auf Aussehen und Verhalten dem Anwender präsentiert.

Abbildung 4.3 zeigt die Oberfläche von Stochastikon, die sich aus sechs Bereichen — mit den Nummern 1 bis 6 gekennzeichnet — zusammensetzt:<sup>10</sup>

- **Bereich 1:** Hier steht der Namenszug und das Logo des Systems.
- **Bereich 2:** Hier erscheint die Bezeichnung des im Browser-Fenster aktiven Teilsystems.
- **Bereich 3:** Hier befinden sich die Verweise<sup>11</sup> auf alle zur Verfügung stehenden Teilsysteme. Neben dem Calculator, der Encyclopedia und dem Mentor sind dort auch Verweise auf Teilsysteme zur Darstellung von Informationen allgemeiner und organisatorischer Art (z.B. das Impressum) zu finden. Jedes Teilsystem besitzt die gleiche, hier vorgestellte Oberfläche und wird in einem eigenen Browser-Fenster gestartet.
- **Bereich 4:** Hier erscheinen die das jeweilige Teilsystem betreffenden Hinweise oder Informationen.
- **Bereich 5:** Hier erscheinen Verweise in Form von länderspezifischen Flaggen, die symbolisch Sprachen darstellen. Mit deren Hilfe ist ein

<sup>9</sup>Die Benutzerschnittstelle bezeichnet im Rahmen dieser Arbeit die Kommunikationsschnittstelle zwischen Anwender und dem System Stochastikon.

<sup>10</sup>Nachfolgend wird immer auf die deutsche Version von Stochastikon Bezug genommen.

<sup>11</sup>Der Begriff „Verweis“ wird nachfolgend im Sinne von Hypertext verwendet. Verweise können auf eine andere Stellen innerhalb des gleichen Dokuments oder auf ein anderes Dokument zeigen und können, beispielsweise durch Anklicken des Verweises mittels einer Maus, aktiviert werden.



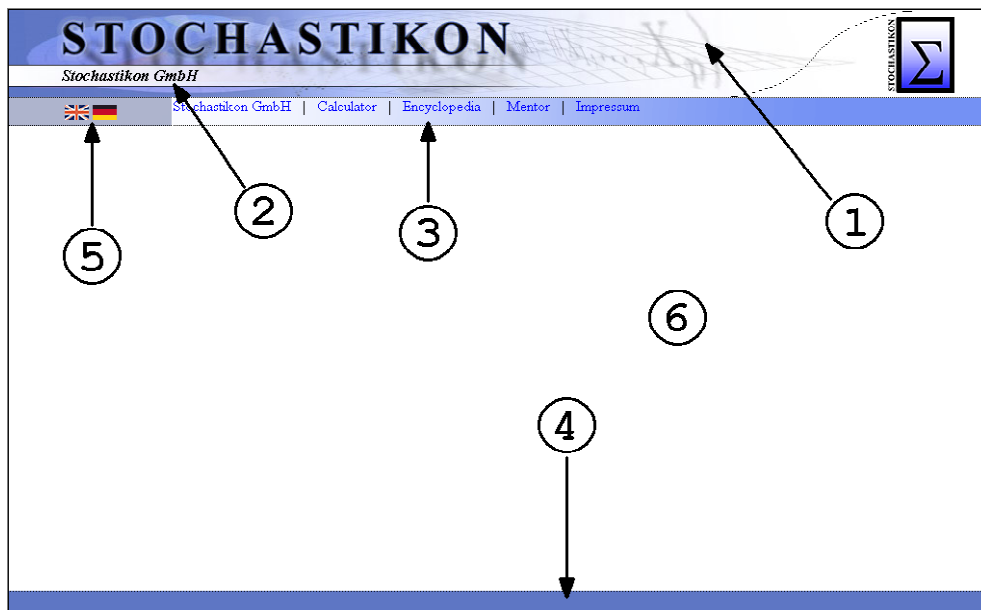


Abbildung 4.3: Die Benutzeroberfläche von Stochastikon

Wechsel zwischen den verschiedenen länderspezifischen Versionen der Teilsysteme möglich.

- **Bereich 6:** Dieser Bereich ist für die Darstellung der Teilsystem-spezifischen Informationen reserviert und in Abhängigkeit des Teilsystems individuell gestaltet. Eine detaillierte Beschreibung dieses Bereichs ist in den nachfolgenden Kapiteln über die Teilsysteme Encyclopedia und Mentor zu finden.

### 4.3 Start des Systems Stochastikon

Bei dem Informations- und Anwendungssystem Stochastikon handelt es sich um eine Web-Anwendung, deren Gebrauch einen Internet-Zugang und einen Web-Browser erfordert. Das System Stochastikon beziehungsweise dessen für die Öffentlichkeit bisher freigegebener Teil ist unter den URLs <http://www.stochastikon.de/> und <http://www.stochastikon.com/> ([19.06.2006]) zu erreichen und ist in das entsprechende (Adress-) Feld des Web-Browsers einzutragen.

Im Anschluss zeigt der Web-Browser das Initial-Teilsystem an. Momentan ist das Teilsystem *Stochastikon GmbH* eingestellt, das firmenspezifische Informationen über das Unternehmen „Stochastikon GmbH“ anzeigt. Derzeit besitzt dieses Teilsystem das in Abbildung 4.4 wiedergegebene Layout. Prinzipiell kann jedes beliebige Teilsystem von Stochastikon die Rolle des

Initial-Teilsystems übernehmen.



Abbildung 4.4: Initial-Teilsystem von Stochastikon

Nachdem die Stochastik ein sehr junger und dynamischer Wissenschaftsbereich ist, ergeben sich permanent neue Erkenntnisse. Dies wirkt sich selbstverständlich auch auf das im Rahmen dieser Arbeit vorgestellte Informations- und Anwendungssystem Stochastikon aus, bei dem nur die technische Funktionen bisher ausgetestet sind. Der Content des System besteht bisher aus einer ersten Demonstrations-Version mit der nachgewiesen wird, dass die anvisierten Ziele tatsächlich erreichbar sind.

## Kapitel 5

# Das Teilsystem Encyclopedia

Im Rahmen dieses Kapitels wird das Teilsystem *Encyclopedia* detailliert vorgestellt.

### 5.1 Intention der Encyclopedia

Mit dem Teilsystem Encyclopedia soll die Umsetzung der begriffsorientierten, der geschlossenen und der beispielorientierten Wissensdarstellung realisiert werden und dem Anwender auf einfache Art und in in sich abgeschlossenen kleinen (Wissens-) Einheiten zugänglich gemacht werden. Darüber hinaus sollte die Encyclopedia auch von anderen Teilsystemen zur Anzeige von beliebigen Informationen aufrufbar sein. Dies bedeutet, dass es sich bei dem Encyclopedia-Content nicht ausschließlich um „klassisches“ Lexikon-Wissen handelt. Daraus resultieren eine Reihe von Forderungen:

- Das stochastisches Wissen muss in logischen Einheiten vorliegen.
- Die Encyclopedia muss die Einheiten in Manier eines Lexikons verwalten und darauf den Zugriff ermöglichen.
- Zwischen den Einheiten muss — zumindest eine hierarchische — Ordnung möglich sein.
- Einzelne Einheiten müssen im Rahmen der Lexikon-Funktion gezielt ausblendbar sein.
- Eine Einheit wird durch eine beliebige Anzahl von Beiträgen beschrieben.

Erfüllt werden diese Forderungen mit Hilfe des Konzepts *Thema*, das im nächsten Abschnitt behandelt wird.

## 5.2 Struktur der Encyclopedia

Formal betrachtet ist die Encyclopedia ein Tupel beziehungsweise ein geordnetes Paar:

$$Encyclopedia = (G, L)$$

Bei  $G$  handelt es sich um einen gerichteten Graph.  $L$  ist eine Liste oder (sortierte) Sequenz. Die Bedeutung der beiden Komponenten wird nachfolgend erläutert.

Ein gerichteter Graph besteht aus Knoten und gerichteten Kanten. Im Rahmen dieses Teilsystems repräsentieren die Knoten die *Themen* der Encyclopedia. Eine gerichtete Kante verbindet zwei Knoten über die Relation „ist ein direktes Subthema“ (in Richtung der Kante) beziehungsweise „ist ein direktes Superthema“ (entgegen der Richtung der Kante) miteinander. Abbildung 5.1 zeigt einen gerichteten Graphen, der sich aus drei Knoten und zwei gerichteten Kanten zusammensetzt. Gewöhnlich werden Knoten durch Kreise und gerichtete Kanten durch Pfeile grafisch dargestellt. Die Knoten in Abbildung 5.1 tragen die Bezeichnungen „Thema A“, „Thema B“ und „Thema C“. „Thema B“ ist hier direktes Subthema von „Thema A“. „Thema C“ direktes Subthema von „Thema B“ und gleichzeitig indirektes Subthema von „Thema A“. Andererseits ist „Thema B“ direktes Superthema von „Thema C“. „Thema A“ ist direktes Superthema von „Thema B“ und indirektes Superthema von „Thema C“.

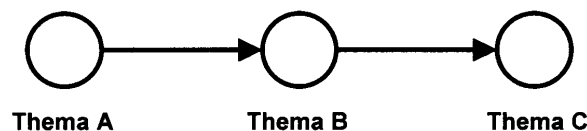


Abbildung 5.1: Allgemeine Darstellung von Thema, Superthema und Subthema

Bezogen auf ein bestimmtes Thema stellt ein direktes Subthema eine unmittelbare Themenspezialisierung dar. Im Gegensatz dazu ist ein direktes Superthema als Themenverallgemeinerung zu interpretieren. Abbildung 5.2 zeigt diese Zusammenhänge anhand von drei konkreten Themen aus dem Wissensgebiet der Stochastik. In diesem Beispiel ist das Thema „die Person Jakob Bernoulli“ direktes Subthema des Themas „bedeutende Mathematiker in Hinblick auf die Stochastik“ und andererseits direktes Superthema des Themas „das Werk *Ars Conjectandi*“. Mit anderen Worten ist „das Werk

Ars Conjectandi“ Unterpunkt oder Spezialisierung des Themas „die Person Jakob Bernoulli“.

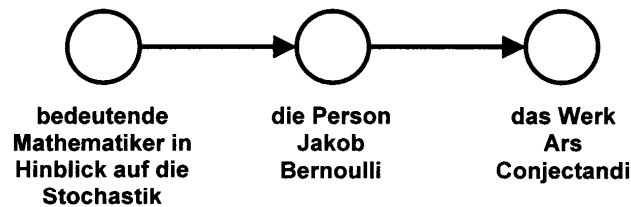


Abbildung 5.2: Beispiel für eine Sequenz Thema, Superthema und Subthema

Die Anzahl der direkten Sub- beziehungsweise Superthemen ist nicht begrenzt. Wie in Abbildung 5.3 dargestellt, kann ein Thema gleichzeitig beliebig viele direkte Sub- wie auch beliebig viele direkte Superthemen besitzen. Abbildung 5.4 zeigt das Thema „die Person Jakob Bernoulli“ mit jeweils zwei potenziellen Sub- und Superthemen.

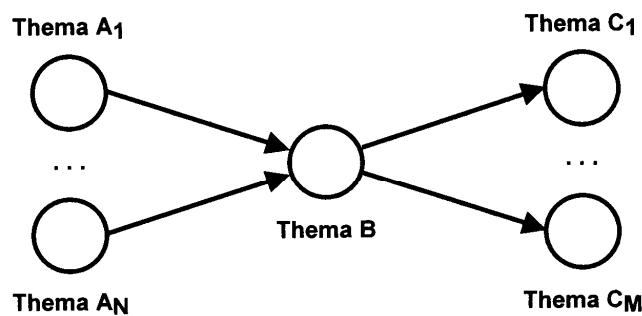


Abbildung 5.3: Thema mit  $M$  direkten Subthemen und  $N$  direkten Superthemen

Prinzipiell darf der Graph  $G$  auch Zyklen enthalten. Dies bedeutet, dass ein Thema (z.B. „Thema A“ nach Abbildung 5.5) gleichzeitig als Superthema wie auch als Subthema eines Themas (z.B. „Thema B“ nach Abbildung 5.5) auftreten kann.

Innerhalb der Encyclopedia kann ein Thema mittels der Relation „ist ein direktes Subthema“ beziehungsweise „ist ein direktes Superthema“ mit anderen Themen verknüpft sein. Ein Thema besitzt somit einen Kontext, der sich aus den direkten Super- und Subthemen zusammensetzt. Formal

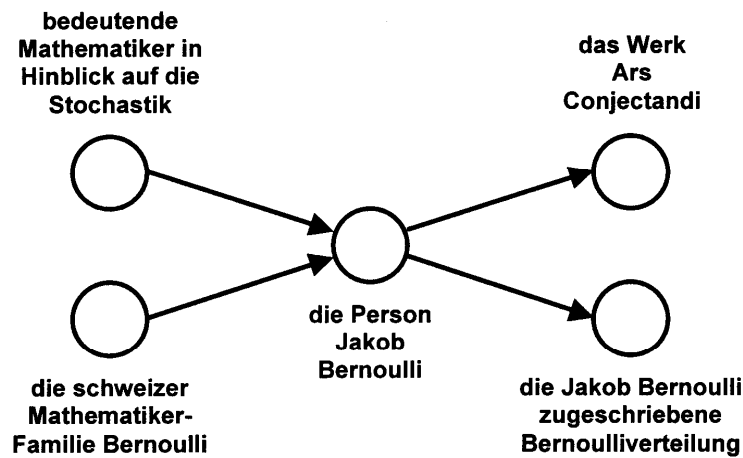


Abbildung 5.4: Thema „die Person Jakob Bernoulli“ mit zwei Subthemen und zwei Superthemen

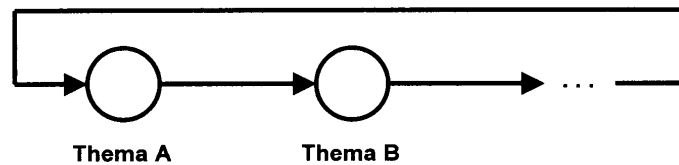


Abbildung 5.5: Thema als Subthema und gleichzeitig als Superthema

betrachtet gilt für den Kontext eines Themas:

$$\text{Kontext} = (S1, S2)$$

Hierbei ist  $S1$  die Menge aller direkten Superthemen, auch *Superkontext* genannt und  $S2$  die Menge aller direkten Subthemen, auch *Subkontext* genannt.

Der Superkontext wie auch der Subkontext ermöglicht es — ausgehend von einem Thema — durch die Encyclopedia zu navigieren. Entweder in Richtung des Superkontextes (Themenverallgemeinerung) oder des Subkontextes (Themenspezialisierung).

So könnte man auf der Basis der in Abbildung 5.6 dargestellten Struktur, ausgehend vom Thema „bedeutende Mathematiker in Hinblick auf die Stochastik“ (Knoten mit Nummer 1), mittels Navigation über „die Person Jakob Bernoulli“ (Knoten mit Nummer 2) und „die Jakob Bernoulli zugeschriebene Bernoulliverteilung“ (Knoten mit Nummer 3) schrittweise zum Thema

„diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen“ (Knoten mit Nummer 4) gelangen.

Der Graph  $G$  muss nicht zwangsweise zusammenhängend sein, sondern kann sich aus mehreren, isolierten Teilgraphen zusammensetzen. Dies hat zur Konsequenz, dass innerhalb eines Teilgraphen zwar alle Themen mittels Navigation erreichbar sind, aber ein Navigieren zu Themen anderer Teilgraphen aufgrund eines fehlenden gemeinsamen Kontextes, also fehlender Verbindungen in Form von gerichteten Kanten nicht möglich ist.

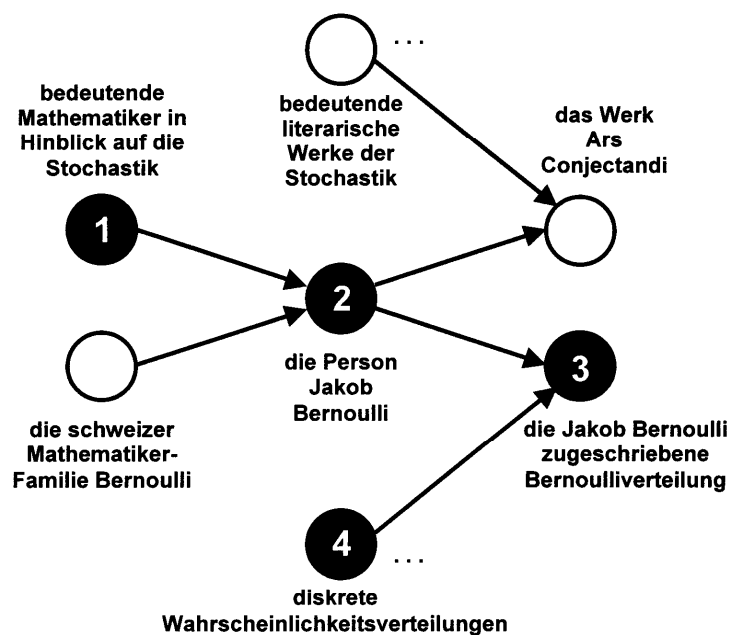


Abbildung 5.6: Navigationsschritte

Diese hier vorgestellte Art der kontextorientierten Themendarstellung erlaubt die Errichtung von beliebig aufgebauten Thema-Netzen.

Zu jedem Thema existiert mindestens ein *Begriff* in Form eines Namens, unter dem das Thema angesprochen werden kann. So könnte dem Thema „das Werk Ars Conjectandi“ die beiden Begriffe „Ars Conjectandi“ und „Mutmaßungskunst“ zugeordnet sein. Für die Begriffe über alle Themen wird keine Eindeutigkeit gefordert. Ein Begriff kann innerhalb der Encyclopedia somit mehrfach auftreten.

Innerhalb der Encyclopedia wird stochastisches Wissen in Form von The-

men bereitgestellt. Alles zu einem Thema zur Verfügung stehende Wissen wird im Normalfall nicht in einem einzigen Dokument angeboten, sondern nach inhaltlichen Gesichtspunkten auf mehrere verteilt, die *Informationseinheiten* heißen. Damit können zu einem Thema eine beliebige Anzahl von Beiträgen existieren, die einzeln und unabhängig voneinander aufrufbar sind und immer jeweils nur eine Kategorie von Information enthalten. Eine (exemplarische) Liste von Kategorien ist:

- Definition
- Erläuterung
- Eigenschaft
- Tabelle
- Abbildung / Bild (allgemein)
- Diagramm / Kurve
- Beispiel
- Berechnung durchführen
- Lebenslauf
- Wissenschaftliche Bedeutung
- Porträt
- Videosequenz

Nach Bedarf kann diese Aufzählung um weitere Kategorien erweitert werden. Die Aufteilung des Wissens eines Themas auf kategorisierte Informationseinheiten hat zwei wesentliche Vorteile: Erstens kann damit Wissen der gleichen Kategorie, wie beispielsweise Lebensläufe, einheitlich strukturiert und präsentiert werden. Zweitens erleichtert es das Auffinden jenes (Teil-) Wissens, für das sich der Anwender interessiert. Damit entfällt langwieriges Suchen in einem einzelnen großen und eventuell unübersichtlichen Dokument.

Abbildung 5.7 zeigt zu dem Thema „die Person Jakob Bernoulli“ drei Informationseinheiten. Bei Bedarf kann ein Thema um weitere Informationseinheiten erweitert werden. Dadurch ist ein kontinuierliches Wachsen, sowohl in Hinblick auf neue Themen wie auch auf Beiträge, zu einem bereits existierenden Thema innerhalb der Encyclopedia problemlos möglich.

Wie eingangs erwähnt, ist die zweite Komponente  $L$  der Encyclopedia-Struktur eine Liste. Die Einträge dieser Liste stellen ein Tupel dar:



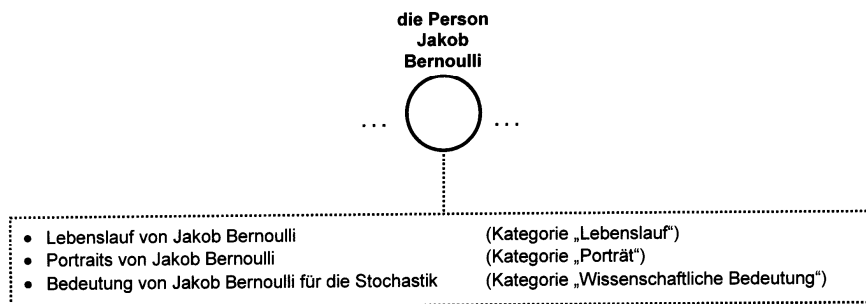


Abbildung 5.7: Thema „die Person Jakob Bernoulli“ mit einer exemplarischen Auswahl seiner Informationseinheiten

$(\text{Begriff}, \text{Thema})$

Sortiert ist die Liste nach dem Begriff. Somit handelt es sich bei  $L$  um einen *Begriffskatalog*, der in der Literatur häufig auch die Bezeichnung *Stichwort-* oder *Schlagwortkatalog* trägt.

Jedes Thema besitzt ein Attribut, das genau einen der beiden Werte „sichtbar“ oder „versteckt“ annehmen kann. In den Katalog werden nur die Begriffe jener Themen aufgenommen, die als „sichtbar“ gekennzeichnet sind. Damit ist jedes „sichtbare“ Thema über den Begriffskatalog auswählbar. Alle anderen, also alle „versteckten“ Themen, sind lediglich mittels Navigation erreichbar.

Ein als „versteckt“ gekennzeichnetes Thema, das keinen („sichtbaren“) Kontext besitzt, ist weder über den Begriffskatalog noch über Navigation erreichbar. Themen dieser Art lassen sich ausschließlich durch deren Angabe beim Start des Teilsystems aufrufen und zur Anzeige durch die Encyclopedia bringen. Ein Anwendungsfall hierfür sind Erläuterungen oder Beschreibungen zu einem der anderen Teilsysteme, die zwar mittels der Encyclopedia dargestellt werden sollen, aber nicht explizit durch den Anwender über den Begriffskatalog oder mittels Navigation auswählbar sein darf. Wie eingangs gefordert lassen sich damit auch Informationen verwalten, bei denen es sich um kein stochastisches Wissen im engeren Sinne, also um kein „klassisches“ Lexikon-Wissen handelt.

Worte oder Textpassagen innerhalb einer Informationseinheit können, wie bei Hypertext üblich, mit anderen Begriffen aus der Encyclopedia verlinkt werden. Die Aktivierung eines solchen Verweises bewirkt die Darstellung des zugehörigen Themas.

Es stehen nun alle Informationen zur Verfügung, um ein Thema im Sinne dieser Arbeit zu spezifizieren. Formal betrachtet, handelt es sich bei einem Thema um ein Quartupel:

$$\text{Thema} = (B, I, K, A)$$

Bei  $B$  handelt es sich um die Menge der Begriffe,  $I$  ist die Menge der Informationseinheiten,  $K$  ist der Kontext (Sub- und Superkontext) des Themas und  $A$  ist ein Flag, welches das Thema als „sichtbar“ oder „versteckt“ markiert.

### 5.3 Eigenschaften der Struktur

Die in Abschnitt 5.2 vorgestellte Struktur des Teilsystems Encyclopedia erlaubt es, Themen mittels des Kontextes miteinander zu verknüpfen. Für den Aufbau des Graphen  $G$  ergeben sich im Wesentlichen vier Varianten:

- Der Graph  $G$  enthält Teilgraphen, bei denen es sich um einzelne, nicht zusammenhängende Knoten handelt.  
↔ Dies ermöglicht es, isolierte, also von anderen Themen unabhängige Themen in der Encyclopedia abzubilden. Es handelt sich hierbei um Themen, die keinerlei Kontext besitzen. Der Zugriff auf ein „sichtbares“ Thema erfolgt lediglich über den Begriffskatalog. Diese Form ist meist bei herkömmlichen elektronischen Nachschlagewerken (z.B. LexiRom<sup>1</sup>) zu finden. Besitzt das Thema darüber hinaus das Attribut „versteckt“ kann das Thema ausschließlich beim Start des Teilsystems Encyclopedia zur Anzeige gebracht werden.
- Der Graph  $G$  enthält Teilgraphen, deren Knoten hierarchisch beziehungsweise als Baum<sup>2</sup> angeordnet sind.  
↔ Dies ermöglicht es, hierarchisch aufgebaute Themen in der Encyclopedia abzubilden. Bücher sind häufig hierarchisch aufgebaut, da sie sich aus Kapiteln, Abschnitten, Unterabschnitten usw. zusammensetzen. Beispielsweise wäre das Vorwort eine Informationseinheit des Themas „das Buch mit dem Titel: Binomial Distribution Handbook for Scientists and Engineers“ ([27]), während die Unterabschnitte als Informationseinheiten der Abschnitte realisiert wären. Die Abschnitte wiederum sind Subthemen der Kapitel. Sind sowohl die Kapitel (-Themen) wie auch die Abschnitte (-Themen) als „versteckt“ markiert, würde im Begriffskatalog lediglich die dem Thema „das Buch mit dem Titel: Binomial Distribution Handbook for Scientists and

---

<sup>1</sup>LexiRom ist ein Produkt der Firmen Microsoft Corporation und Bibliographisches Institut & F.A. Brockhaus AG.

<sup>2</sup>Eine Einführung in Bäume ist in dem Buch [1] in Kapitel 3 (Seiten 75–106) zu finden.

Engineers“ zugeordneten Begriffe erscheinen. In diesem Fall wäre ein Zugriff auf Kapitel und Abschnitte über den Begriffskatalog nicht realisiert, sondern ausschließlich über den Kontext möglich.

- Der Graph  $G$  enthält Teilgraphen, deren Knoten polyhierarchisch angeordnet sind.  
↔ Dies ermöglicht es Themen hierarchisch anzuordnen, die nicht nur maximal ein direkt übergeordnetes Thema (Superthema) besitzt, sondern beliebig viele.
- Der Graph  $G$  enthält Teilgraphen, deren Knoten untereinander beliebig vernetzt sind.  
↔ Dies ermöglicht es, beliebige Abhängigkeiten von Themen in der Encyclopedia abzubilden. Dies stellt die allgemeinste Form dar, Wissen miteinander zu verknüpfen.

Darüber hinaus ist in allen Fällen eine Verknüpfung von Themen mittels Verweise möglich, die sich innerhalb der Informationseinheiten befinden.

Bei der Fähigkeit, Themen durch die Relation „ist ein direktes Subthema“ beliebig miteinander zu verknüpfen, handelt es sich um eine ausgesprochen flexible Art, Abhängigkeiten innerhalb stochastischem Wissens einfach darzustellen. Dies stellt zugleich aber auch ein Problem dar, denn diese Struktur kann schnell zu komplexen und unübersichtlichen Graphen führen, die den Überblick über die Struktur der Themen erschweren und schließlich sogar unmöglich machen können.

## 5.4 Benutzeroberfläche der Encyclopedia

Die Benutzeroberfläche der Encyclopedia besitzt, ebenso wie die anderen Teilsysteme von Stochastikon, das in Abschnitt 4.2 beschriebene Layout. Lediglich die in Abbildung 4.3 mit den Nummern 4 und 6 markierten Bereiche haben einen vom jeweiligen Teilsystem abhängigen Aufbau.

Abbildung 5.8 zeigt die komplette Benutzeroberfläche des Teilsystems Encyclopedia.

### Bereich 4

Beim Teilsystem Encyclopedia steht an dieser Stelle ein Hinweis in Form eines Verweises, wie Hilfe und Erläuterungen bezüglich des Teilsystems angefordert werden können.

Die Encyclopedia ist so konzipiert, dass die Hilfe in Form eines eigenen Themas integriert ist und im Begriffskatalog unter den Bezeichnungen „Hilfe zur Encyclopedia“ oder „Gebrauchsanweisung für die Encyclopedia“ zu finden



Abbildung 5.8: Benutzeroberfläche der Encyclopedia

ist. In Bezug auf das Handling unterscheidet das Teilsystem Encyclopedia somit nicht zwischen dem Abruf von (Hilfs-) Informationen zum beziehungsweise über das Teilsystem und stochastischem (Fach-) Wissen.

## Bereich 6

Dieser Bereich ist, wie in Abbildung 5.8 zu sehen, mit 6a und 6b gekennzeichnet vertikal zweigeteilt und dient der Darstellung des Encyclopedia-Contents.

Innerhalb des Bereichs 6a erscheint der Begriffskatalog, in dem die Begriffe aller „sichtbar“ gekennzeichneten Themen in alphabetischer Reihenfolge aufgeführt sind. Ist ein Begriff mehreren Themen zugeordnet, so erscheint er im Begriffskatalog nur ein einziges Mal. Allerdings folgt diesem der Superkontext all jener Themen, denen dieser Begriff zugeordnet ist, als eigener Eintrag. Das bedeutet, dass der Anwender identische Begriffe der zugeordneten Themen über den Superkontext unterscheiden kann.

Technisch gesehen handelt es sich bei einem Eintrag im Begriffskatalog, um einen Verweis auf das zugehörige Thema.

Der Bereich 6b dient zur Darstellung des ausgewählten Themas und setzt sich aus vier Einträgen zusammen.

- Ein Begriff, der das ausgewählte Thema identifiziert.  
Der Begriff folgt dem Wort **THEMA**.
- Eine Liste der Informationseinheiten, die zu dem Thema zur Verfügung stehen.  
Diese erscheinen zeilenweise und in Form von erläuternden Texten nach der Überschrift **Beiträge**. Dieser Eintrag ist optional. Er tritt nur dann auf, wenn tatsächlich Informationseinheiten zur Verfügung stehen. Das bedeutet, dass es in der Encyclopedia Themen geben kann, die keine Informationseinheiten besitzen und somit ausschließlich der (Themen-) Strukturierung dienen.  
Technisch gesehen handelt es sich bei den Fragetexten um Verweise auf Dokumente, die die Informationseinheiten realisieren.
- Der Subkontext in Form einer Liste von Begriffen.  
Diese erscheinen zeilenweise nach der Überschrift **Untergeordnete Themen** und bestehen pro Subthema aus jeweils einem Begriff. Dieser Eintrag ist optional. Er tritt lediglich dann auf, wenn das Thema einen Subkontext besitzt. Technisch gesehen verbergen sich hinter den Begriffen Verweise, die auf die unmittelbar untergeordneten Themen zeigen.
- Der Superkontext in Form einer Liste von Begriffen.  
Diese erscheinen zeilenweise nach der Überschrift **Übergeordnete Themen** und bestehen pro Superthema aus jeweils einem Begriff. Dieser Eintrag ist optional. Er tritt nur dann auf, wenn das Thema einen Superkontext besitzt. Technisch gesehen verbergen sich hinter den Begriffen Verweise, die auf die unmittelbar übergeordneten Themen zeigen.

Wie bereits erwähnt, erfolgt die Auswahl eines Themas entweder über den Begriffskatalog (bei „sichtbaren“ Themen) oder über den Super- beziehungsweise Subkontext (bei „sichtbaren“ und „versteckten“ Themen).

## 5.5 Arbeiten mit der Encyclopedia

Dem Anwender bieten sich im Umgang mit dem Teilsystem Encyclopedia eine Reihe von Aktionen. Sowohl die Art, wie auch deren Durchführung werden nachfolgend erläutert.

### Start des Teilsystems Encyclopedia

Das Teilsystem Encyclopedia kann auf zwei Arten gestartet werden:

- Durch den Anwender, also explizit.  
Dies geschieht, in dem der Anwender aus einem beliebigen Teilsystem heraus den nach Abbildung 4.3 in Bereich 3 enthaltenen Verweis **Encyclopedia** aktiviert. In diesem Fall wird in Bereich 6b standardmäßig die Hilfe zum Teilsystem in Form des Themas „Hilfe zur Encyclopedia“ angezeigt. In Abbildung 5.8 ist dieses Hilfe-Thema dargestellt.
- Durch ein anderes Teilsystem, also implizit.  
Wie in Kapitel 4.1 geschildert, kann das Teilsystem Encyclopedia von jedem anderen Teilsystem zur Erläuterung von Themen verwendet werden. Dazu erscheint in Bereich 6b das zu erläuternde Thema unmittelbar nach Aufruf des Teilsystems Encyclopedia. Dem Teilsystem Encyclopedia kann also beim Start mitgeteilt werden, welches Thema zu Beginn anzuzeigen ist.

### **Beendigung des Teilsystems Encyclopedia**

Um das Teilsystem Encyclopedia zu beenden, muss lediglich das zugehörige Browser-Fenster geschlossen werden, in dem die WWW-Seiten der Encyclopedia zur Ausführung gebracht werden. Ein Web-Browser kann über einen Button beendet werden, der sich im Normalfall am oberen rechten Rand des Fensters befindet.

### **Hilfe für das Teilsystem Encyclopedia anfordern**

Hilfe im Zusammenhang mit dem Teilsystem Encyclopedia kann auf zwei Arten angefordert werden:

- Durch Aktivierung des in Bereich 4 angegebenen Verweises.
- Durch Aktivierung eines der im Begriffskatalog enthaltenen Begriffe „Hilfe zur Encyclopedia“ oder „Gebrauchsanweisung für die Encyclopedia“.

In beiden Fällen erscheint nach der Auswahl in Bereich 6b das in Abbildung 5.8 gezeigte Thema „Hilfe zur Encyclopedia“.

### **Auswahl eines Themas mit Hilfe des Begriffskatalogs**

Mit Hilfe des vertikalen und des horizontalen Scrollbalkens kann der gewünschte Begriff in den sichtbaren Teil von Bereich 6a verschoben werden. Im Anschluss daran wird durch Auswahl des Begriffs das zugehörige Thema aktiviert und in Bereich 6b dargestellt.

Abbildung 5.9 gibt einen Ausschnitt des Begriffskatalogs und die Auswahl des Begriffs „Bernoulli, Jakob“ wieder. Abbildung 5.10 zeigt die Benutzeroberfläche unmittelbar nach Auswahl dieses Begriffs.



Abbildung 5.9: Auswahl des Begriffs „Bernoulli, Jakob“ über den Begriffskatalog

### Aufruf einer Informationseinheit

Unter der Überschrift **Beiträge** sind alle zu einem Thema vorhandenen Informationseinheiten in Form von erläuternden Texten aufgelistet und können in Abhängigkeit des interessierenden Wissens ausgewählt werden. Bei einer Informationseinheit kann es sich um ein (PDF-) Dokument, ein Verweis auf eines der anderen Teilsysteme oder einen Verweise auf eine beliebige WWW-Seite handeln.

Beispielsweise könnte zu dem Thema „Binomialverteilung“ ein Beitrag mit dem Titel „Bestimmung der Eigenschaften einer Binomialverteilung“ existieren, dessen Auswahl den Aufruf des Teilsystems Calculator mit der entsprechenden Eingabemaske für die Parameter der Binomialverteilung bewirkt. Dieses Beispiels wird durch die beiden Abbildungen 5.11 und 5.12<sup>3</sup> illustriert.

Abbildung 5.13 zeigt den Inhalt des Bereichs 6b für das Thema mit dem Begriff „Bernoulli, Jakob“ mit insgesamt drei möglichen Informationseinheiten. In Abbildung 5.14 ist die Benutzeroberfläche nach Auswahl der Informationseinheit „Lebenslauf von Jakob Bernoulli“ dargestellt.<sup>4</sup> In diesem Fall handelt es sich bei der Informationseinheit um ein Dokument in

<sup>3</sup>Zum Zeitpunkt der Erstellung dieser Dissertationsarbeit stand der Calculator nur in englischer Sprache zur Verfügung.

<sup>4</sup>Die vollständige Informationseinheit zu „Lebenslauf von Jakob Bernoulli“ ist in Anhang B abgedruckt



Abbildung 5.10: Benutzeroberfläche bei Auswahl des Begriffs „Bernoulli, Jakob“



Abbildung 5.11: Auswahl des Beitrags „Bestimmung der Eigenschaften einer Binomialverteilung“





Abbildung 5.12: Eingabemaske des Teilsystems Calculator zur Bestimmung der Eigenschaften einer Binomialverteilung

### THEMA: *Bernoulli, Jakob*

#### Beiträge:

- [Lebenslauf von Jakob Bernoulli](#)
- [Portrait von Jakob Bernoulli](#)
- [Bedeutung von Jakob Bernoulli für die Stochastik](#)

#### Untergeordnete Themen:

- [Ars Conjectandi](#)
- [Bernoulli-Raum](#)
- [Bernoulliverteilung](#)
- [Meditationes](#)

#### Übergeordnete Themen:

- [Biographien von Mathematikern](#)
- [Familie Bernoulli](#)
- [Huygens, Christiaan](#)

Abbildung 5.13: Auswahl der Informationseinheit „Lebenslauf von Jakob Bernoulli“

PDF, das mittels des Adobe Readers<sup>5</sup> angezeigt wird. Operationen auf dem Dokument erfolgen entweder direkt mittels der Adobe Acrobat-Befehle, wie beispielsweise:

- Tastenkombination für „Dokument drucken“: **Ctrl + P**
- Tastenkombination für „Inhalt vergrößern“: **Ctrl + +**
- Tastenkombination für „Inhalt verkleinern“: **Ctrl + -**
- Taste für „zur nächsten Seite blättern“: **→**
- Taste für „zur vorhergehenden Seite blättern“: **←**

oder über die Menü- beziehungsweise Werkzeugleiste des Adobe Readers.

### **Navigation mit Hilfe des Kontexts**

In diesem Fall bieten sich zwei Möglichkeiten an. Diese sind:

- Navigation in Richtung Subkontext
- Navigation in Richtung Superkontext

Der Subkontext besteht aus einer beliebigen Anzahl von Themen, die eine Art Spezialisierung darstellen und alle unter der Überschrift **Untergeordnete Themen** durch einen ihrer Begriffe aufgelistet sind.

Auch der Superkontext setzt sich aus einer beliebigen Anzahl von Themen zusammen, die als eine Verallgemeinerung aufgefasst werden können und unter der Überschrift **Übergeordnete Themen** zu finden sind.

Die Navigation zu einem über- oder untergeordneten Thema erfolgt durch Auswahl des zugehörigen Begriffs, hinter dem sich ein Verweis verbirgt.

In Abbildung 5.13 ist der Sub- und Superkontext unter der Überschrift **Untergeordnete Themen** beziehungsweise **Übergeordnete Themen** zum Thema „Bernoulli, Jakob“ zu sehen, der aus vier beziehungsweise drei Einträgen besteht. Nach Auswahl des Superthemas „Biographien von Mathematikern“ (Abbildung 5.15) erfolgt der Wechsel zu dem entsprechenden Thema und es erscheint die in Abbildung 5.16 dargestellte Benutzeroberfläche.

---

<sup>5</sup>Voraussetzung hierfür ist, dass der Adobe Reader als Plug-In im Web-Browser installiert ist.



Abbildung 5.14: Benutzeroberfläche nach Auswahl der Informationseinheit „Lebenslauf von Jakob Bernoulli“

### Übergeordnete Themen:

- [Biographien von Mathematikern](#)
- [Familie Bernoulli](#)
- [Huygens, Christiaan](#)

Abbildung 5.15: Auswahl des Superthemas „Biographien von Mathematikern“

## Navigation aus einer Informationseinheit heraus

Innerhalb der Beiträge kann es Verweise auf andere Themen geben. Diese sind (farblich) hervorgehoben und können durch Aktivierung ausgewählt werden. Als Folge erscheint in Bereich 6b das entsprechende Thema.

Beispielsweise existiert in dem Beitrag mit dem Titel „Lebenslauf von Jakob Bernoulli“ u.a. eine Textstelle „Ars Conjectandi“ hinter der sich ein Verweis verbirgt (Abbildung 5.17). Nach Aktivierung dieses Verweises wird das zugeordnete Thema, also das Thema „Ars conjectandi“ angezeigt (Abbildung 5.18).

## 5.6 Entwicklung des Encyclopedia-Contents

Das Füllen der Encyclopedia mit stochastischem Wissen, also die Erstellung des Encyclopedia-Contents setzt sich aus drei Teilaufgaben zusammen:

- Auswahl der Themen
- Vernetzung der Themen
- Erstellung der Beiträge zu einem Thema

### Auswahl der Themen

Ausgangspunkt der Bernoullischen Stochastik ist der Aspekt der Unsicherheit. Deshalb steht die Unsicherheit am Anfang der Themenreihe innerhalb des Encyclopedia-Contents. Davon ausgehend sind die Quellen der Unsicherheit, die Unsicherheit in der geschichtlichen Entwicklung, die Notwendigkeit zur Quantifizierung von Unsicherheit und schließlich der Bernoulli-Raum als das stochastische Modell zur mathematischen Beschreibung von Unsicherheit weitere grundlegende Themengruppen.

Ausgehend vom Thema Unsicherheit soll die Encyclopedia durch die Wissenschaften und ihre Historie führen, die in gewisser Weise auch die Geschichte der Menschheit darstellt. Endstation der „Zeitreise“ sind die Regeln zur Modellierung und Handhabung der Unsicherheit. Damit erschließt sich dem Anwender die Bernoullische Stochastik und die darauf aufbauende stochastische Wissenschaft aus entstehungsgeschichtlicher Sicht.

Neben dieser rein sachlichen Darstellung der Stochastik, soll das stochastische Denken ein weiterer inhaltlicher Schwerpunkt der Themen innerhalb der Encyclopedia werden, denn erst wenn das Kausalitätsdenken zu Gunsten des stochastischen Denkens aufgegeben worden ist, kann sich die stochastische Wissenschaft gegen die Dogmen der deterministischen Wissenschaft

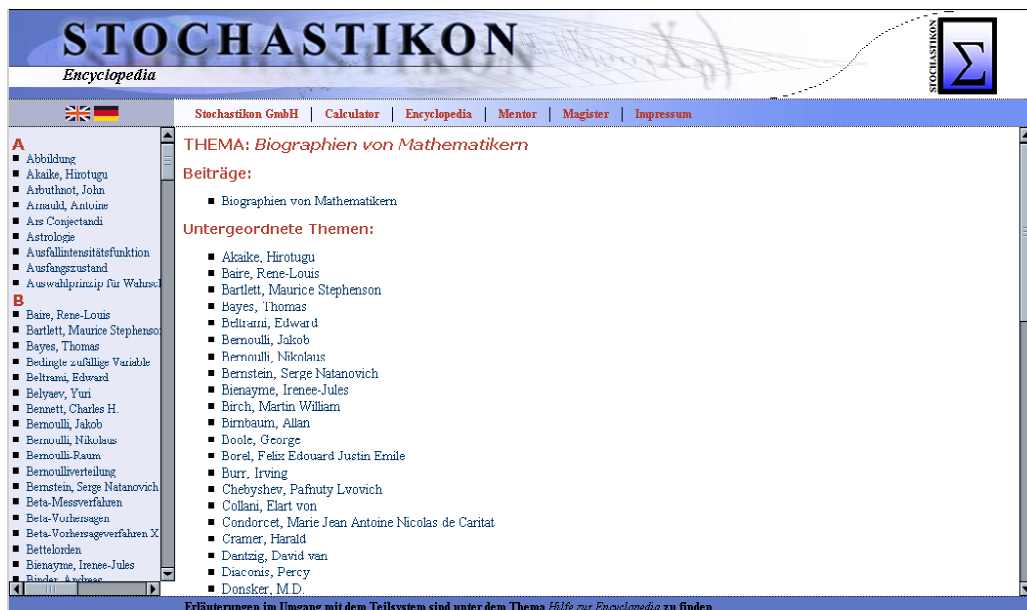


Abbildung 5.16: Benutzeroberfläche des Themas „Biographien von Mathematikern“



Abbildung 5.17: Auswahl des Verweises „Ars Conjectandi“ innerhalb des Beitrags „Lebenslauf von Jakob Bernoulli“



Abbildung 5.18: Benutzeroberfläche des Themas „Ars Conjectandi“

durchsetzen.

Der Umgang mit der Unsicherheit in der Geschichte der Menschheit illustriert in hervorragender Weise die Schwierigkeit des Menschen, seine eigene Subjektivität zu überwinden. Diese Geschichte kann in verschiedener Weise klassifiziert werden: nach chronologisch geordneten Ereignissen (z.B. Definition des Probabilismus, Briefwechsel zwischen Blaise Pascal und Pierre de Fermat, usw.) oder nach geographischen Gesichtspunkten (z.B. China, Griechenland, usw.), Gegenstände (z.B. Astragalus, Würfel, usw.), nach Persönlichkeiten (Christiaan, Huygens, Jakob Bernoulli, Andrej Kolmogoroff, usw.), literarische Werke (Ars cogitandi, Ars conjectandi, De Ratiociniis in Aleæ Ludo, usw.). Die historische Betrachtung der Stochastik stellt ein weiterer Themenbereich dar. Hierzu gehört besonders die geschichtliche Entwicklung der Statistik und der Wahrscheinlichkeitstheorie. Beide Teilgebiete sollten ebenfalls Bestandteile der Encyclopedia sein. Dies gestattet eine klare Abgrenzung zwischen der Mathematischen Stochastik, also dem was heute landläufig unter dem Begriff Stochastik verstanden wird und der Bernoullischen Stochastik als Grundlage einer stochastischen Wissenschaft.

Eine weitere Themengruppe sind Tabellen, wie beispielsweise die stochastische Terminologie in verschiedenen Sprachen (z.B. deutsch-englisch, englisch-deutsch), Abkürzungen, mathematische Symbole, das griechische

Alphabet usw.

Wie hinlänglich erläutert wird durch die Bernoullische Stochastik eine stochastische Wissenschaft definiert, die sich direkt auf alle existierenden Wissenschaftszweige auswirkt. Folglich sollte jeder Wissenschaftszweig mit seinen spezifischen Besonderheiten in Hinblick auf die Bernoullische Stochastik als eigenständiger Themenbereich in der Encyclopedia vertreten sein.

Die Bernoullische Stochastik entwickelt und untersucht vollständig quantifizierte Modelle, was ohne einen extensiven Gebrauch der Mathematik undenkbar ist. Daher sollte auch die Mathematik als eigene Themengruppe in der Encyclopedia vertreten sein. Dies hat den Vorteil, dass der Anwender bei Fragen oder Unklarheiten in Hinblick auf die mathematische „Sprache“ nicht auf externe Nachschlagewerke zurückzugreifen braucht. Außerdem unterscheidet sich deren Wissenspräsentation nicht von der des stochastischen Wissens und kann zudem speziell auf die Stochastik (z.B. in Bezug auf Beispiele) zugeschnitten sein.

Aus den obigen Bemerkungen zum Content der Encyclopedia sieht man, wie weitgehend und umfassend die zugrunde liegende Zielsetzung ist. Es sollen alle menschlichen Aktivitäten aus dem Blickwinkel der Stochastik beleuchtet und interpretiert werden, um mit Hilfe der Stochastik zu besseren Lösungen zu gelangen.

### **Vernetzung der Themen**

Für jedes einzelne Thema muss festgelegt werden, ob übergeordnete Themen existieren. Dadurch wird der (Sub- und Super-) Kontext eines Themas festgelegt. Dies wiederum bestimmt die Art der Anordnung — isoliert, hierarchisch, polyhierarchisch, beliebig vernetzt — eines Themas in Relation zu anderen Themen.

Durch die Vernetzung wird aus der begriffsorientierten Darstellung eine kontext-orientierte Darstellung, die große Ähnlichkeiten mit einer geschlossenen Darstellung aufweist. Im Unterschied zu einer herkömmlichen, geschlossenen Darstellung realisiert die hier gewählte Form der Vernetzung sogar viele geschlossene Darstellungen. Je nachdem welcher Aspekt für den Anwender im Vordergrund des Interesses steht, kann er durch entsprechendes Navigieren eine geschlossene Darstellung auf seine Bedürfnisse ausgerichtet zusammen stellen.

## Erstellung der Beiträge zu einem Thema

Für jedes einzelne Thema muss das interessierende Wissen festgelegt, zusammengetragen und in logisch abgeschlossene Informationseinheiten aufgeteilt werden. Wann immer es möglich ist, sollte ein Thema durch Beispiele veranschaulicht werden. Ähnlich verhält es sich mit dem Einsatz von Multimedia. Verweise auf (ausgewählte) externe Quellen, die beispielsweise weiterführende Informationen enthalten, sollten ebenfalls Bestandteil eines Themas sein. Allerdings ist bei der Angabe von URL-Adressen zu bedenken, dass diese auf nicht mehr gepflegte oder nicht existente WWW-Seiten verweisen können.

Die Beiträge dienen zur Etablierung einer stochastischen Wissenschaft, was gleichzeitig die Ablösung der deterministischen Wissenschaft zur Konsequenz hat. Deshalb muss beim Encyclopedia-Content stets die stochastische Interpretation und Bewertung im Vordergrund stehen. Nicht-Stochastiker sollten bei der Erstellung des Encyclopedia-Contents wohl beteiligt sein, aber lediglich in einer Nebenrolle. Ihre Aktivitäten beschränken sich dabei im Wesentlichen auf die Lieferung von Beiträgen zu historischen Tatbeständen, Tabellen oder dem mathematischen Rüstzeug. Folglich macht es keinen Sinn, die Encyclopedia in Form eines Web Content Management Systems oder mittels WikiWeb-Software<sup>6</sup>, wie beispielsweise die Enzyklopädie Wikipedia ([92]) zu realisieren, bei der zahlreiche Autoren ihr (Fach-) Wissen direkt in das System einbringen können.

## Technische Umsetzung

Die technische Umsetzung der o.g. drei Teilaufgaben ist von ausschlaggebender Bedeutung. Sie muss einfach und „narrensicher“ realisierbar sein, damit jede Content-Änderung beziehungsweise -Erweiterung ohne Schwierigkeit und ohne Zeitverzug umgesetzt werden kann.

Nachfolgend wird die Vorgehensweise anhand eines Beispiels demonstriert. Dazu soll der Encyclopedia-Content exemplarisch um das Thema „die Person Jakob Bernoulli“ erweitert werden.

### 1. Festlegung der internen Schlüsselwerte

Zuerst ist für das Thema ein (eindeutiger) Schlüsselbezeichner und eine eindeutige ID zu wählen. Beide Komponenten haben system-interne Funktion und dürfen aufgrund von Abhängigkeiten zu einem späteren Zeitpunkt nicht mehr geändert werden. In diesem Beispiel lautet der

---

<sup>6</sup>Laut Wikipedia ([92]) versteht man unter WikiWeb, Wiki oder auch WikiWiki eine im Web verfügbare Seitensammlung, die von den Benutzern sowohl gelesen als auch online geändert werden kann. Der Begriff stammt vom hawaiischen *wikiwiki* und bedeutet soviel wie „schnell“.



Schlüsselbezeichner `bernoulliJakob` und die ID 297.

## 2. Festlegung des Attributs

Es ist zu bestimmen, ob es sich um ein „sichtbares“ oder ein „verstecktes“ Thema handelt. In diesem Fall soll das Thema „sichtbar“ sein. Da es sich bei „sichtbar“ um die Standardeinstellung für ein Thema handelt, braucht das Attribut nicht explizit vermerkt zu werden.

## 3. Festlegung der Begriffe

Für ein Thema sind die Begriffe zu bestimmen, unter denen das („sichtbare“) Thema im Begriffskatalog geführt wird. Die Encyclopedia ist mehrsprachig konzipiert. Während der Schlüsselbezeichner und die eindeutige ID sprachunabhängig sind, wird bei den Begriffen nach Sprache unterschieden. Dies geschieht über Buchstabenkürzel nach der ISO-Norm<sup>7</sup> 639-1. Demnach wird für deutsch das Kürzel `de` und für englisch `en` verwendet.

Für dieses Beispiel-Thema wird der Begriff `Bernoulli`, `Jakob` für die deutsche und die beiden Begriffe `Bernoulli`, `Jakob` und `Bernoulli`, `James` für die englischsprachige Version gewählt.

## 4. Festlegung der Beiträge

Für jeden Beitrag ist eine Informationseinheit zu erstellen, bei der es sich fast ausnahmslos um Dokumente in PDF handelt. Jede Informationseinheit ist in einem eigenen Verzeichnis gleichen Namens abzuliegen. Zusätzlich müssen sich in diesem Verzeichnis noch die Dateien `infounitenv.xml`, `preface.tex`, `head.tex` und `tail.tex` befinden. Lediglich die erste Datei muss vom Content-Entwickler angepasst werden. Dort ist der Titel des Beitrags, die nach PDF zu konvertierenden Latex-Dateien und eine Liste aller in das Ziel-Verzeichnis<sup>8</sup> zu kopierenden Dateien aufgeführt.

Die Informationseinheiten in Form von PDF-Dokumenten lauten in diesem Fall `bernoulliJakob.pdf` (für den Lebenslauf von Jakob Bernoulli), `bernoulliJakobportrait.pdf` (für die Portraits von Jakob Bernoulli) und `bernoulliJakobsignificance.pdf` (für die Bedeutung Jakob Bernoullis für die Stochastik). Analog zu den Begriffen sind die Beiträge für jede Sprache individuell anzufertigen.

---

<sup>7</sup>ISO ist die Abkürzung für *International Organization for Standardization* und ist im Internet unter URL: <http://www.iso.org/iso/en/ISOonline.frontpage> zu finden ([19.06.2006]).

<sup>8</sup>Dies ist das Verzeichnis namens `output`. Eine Besprechung der Verzeichnisstruktur des Teilsystems Encyclopedia folgt in Abschnitt 7.1.

## 5. Festlegung des Superkontextes

Für ein Thema ist sein (direkter) Superkontext zu bestimmen. Die Identifizierung eines Superthemas geschieht über dessen Schlüsselbezeichner.

In diesem Beispiel sind dies die drei Schlüsselbezeichner `huygensChristiaan` (für das Thema „Huygens, Christiaan“), `biographyMathematics` (für das Thema „Biographien von Mathematikern“) und `bernoulliFamily` (für das Thema „Familie Bernoulli“).

All diese Daten zu einem Thema werden in einer Strukturdatei gespeichert, bei der es sich um ein XML-Dokument<sup>9</sup> handelt, das für jedes Thema einen `<topic>`-Eintrag<sup>10</sup> enthält. Gemäß dem Beispiel hat der Eintrag folgenden Aufbau:

```
<topic key="bernoulliJakob" id="297">
  <termlist>
    <term lang="de">Bernoulli, Jakob</term>
    <term lang="en">Bernoulli, Jakob</term>
    <term lang="en">Bernoulli, James</term>
  </termlist>

  <infounitlist>
    <infounit lang="de">bernoulliJakob.pdf</infounit>
    <infounit lang="de">bernoulliJakobportrait.pdf</infounit>
    <infounit lang="de">bernoulliJakobsignificance.pdf</infounit>
    <infounit lang="en">bernoulliJakob.pdf</infounit>
    <infounit lang="en">bernoulliJakobportrait.pdf</infounit>
    <infounit lang="en">bernoulliJakobsignificance.pdf</infounit>
  </infounitlist>

  <supertopickeylist>
    <supertopickey>huygensChristiaan</supertopickey>
    <supertopickey>biographyMathematics</supertopickey>
  </supertopickeylist>
</topic>
```

---

<sup>9</sup>XML steht für *Extensible Markup Language*. Bei XML handelt es sich um eine Spezifikation beziehungsweise Empfehlung des World Wide Web Consortiums (W3C) für eine Metasprache, also für eine Sprache zur Beschreibung oder Definition von (Auszeichnungs-) Sprachen.

Ein XML-Dokument besteht aus einer beliebigen Anzahl von *Elementen*, die sich im Normalfall aus einem Start-Tag und einer beliebigen Anzahl von Attributen, dem Elementinhalt und einem Ende-Tag zusammen setzt. Bei *leeren Elementen*, also Elemente die keinen Elementinhalt besitzen, ist eine Zusammenfassung des Start-Tags mit dem Ende-Tag zu einem einzigen Tag möglich.

Ein Tag wiederum besteht aus einer von einem spitzen Klammerpaar umschlossenen, weitgehend frei wählbaren Zeichenfolge, dem *Elementnamen*. Die Elementnamen stellen das Vokabular der mittels XML definierten Sprache dar.

<sup>10</sup>Eine Beschreibung des `<topic>`-Tags folgt in Abschnitt 7.2.3.

```
<supertopickey>bernoulliFamily</supertopickey>
</supertopickeylist>
</topic>
```

Die Fertigstellung der Erweiterung erfolgt mit Hilfe eines Encyclopedia-Generierungsprozesses, der in Abschnitt 7.2.1 erläutert wird.

Änderungen und Erweiterungen von vorhandenen Themen sind einfach durchzuführen. Änderungen eines Beitrags sind in der entsprechenden Informationseinheit (z.B. Latex-Datei) vorzunehmen. Änderungen, die sich auf die Begriffe oder den Kontext beziehen sind im entsprechenden Eintrag innerhalb der Strukturdatei umzusetzen. Erweiterungen können sich auf Begriffe, Beiträge und den Kontext beziehen. Neue Begriffe werden in die Strukturdatei an der entsprechenden Stelle eingefügt. Gleiches gilt für die Erweiterung des Kontextes. Neben dem Eintrag in die Strukturdatei ist im Rahmen eines neuen Beitrags auch das Anlegen eines eigenen (Beitrag-) Verzeichnisses erforderlich.

Die Vorgehensweise bei Änderungen und Erweiterungen des Encyclopedia-Contents ist einfach und transparent. Damit ist eine elementare Voraussetzung für eine erfolgreiche Entwicklung des Teilsystems Encyclopedia erfüllt.

## 5.7 Fallstudie

Die Entwicklung einer ersten umfassenden Version des Encyclopedia-Contents ist eine Aufgabe, für deren Bewältigung viele Jahre zu veranschlagen sind und kann somit nicht Bestandteil dieser Dissertation sein. Stattdessen ging es in ersten Linie um die Entwicklung des Konzepts der Encyclopedia und deren technischen Realisierung. Darüber hinaus sollte der Nachweis erbracht werden, dass das System tatsächlich über die behaupteten Eigenschaften verfügt. Um diesen Nachweis zu führen, wurde ein kleiner Demonstrations-Content für die Encyclopedia entwickelt, der ungefähr 300 Themen umfasst.

Mit der auf dem Demonstrations-Content basierenden Fallstudie sollen die Möglichkeiten der Encyclopedia im Umgang mit stochastischem Wissen illustriert werden. Dazu werden, ausgehend vom Thema „Unsicherheit“, sechs unterschiedliche Pfade durch den Encyclopedia-Content generiert. Jeder Weg stellt eine „geschlossene“ Wissensdarstellung dar, also eine durch den Anwender individuell zusammengestellte Menge von Themen, für die er sich interessiert. Im Rahmen der drei ersten Beispiele ist das Ende des Pfades jedes Mal identisch und lautet „Ars Conjectandi“.

Aus Platzgründen wird lediglich das erste Beispiel durch Screenshots der jeweiligen Benutzeroberfläche illustriert.

### Beispiel 1:

In Beispiel 1 interessiert sich der Anwender mehr für die religiös-weltanschaulichen Aspekte, die mit dem Begriff der Unsicherheit zu tun haben.

Ausgangsthema „Unsicherheit“ (Abbildung 5.19)

↪ Untergeordnetes Thema „Weissagungskunst“ (Abbildung 5.20)

↪ Untergeordnetes Thema „Theorie der Glücksspieltheorie“ (Abbildung 5.21)

↪ Untergeordnetes Thema „Pascal, Blaise“ (Abbildung 5.22)

↪ Übergeordnetes Thema „Jansenisten“ (Abbildung 5.23)

↪ Untergeordnetes Thema „La Logique ou L’Art de penser“ (Abbildung 5.24)

↪ Untergeordnetes Thema „Ars Conjectandi“ (Abbildung 5.25)

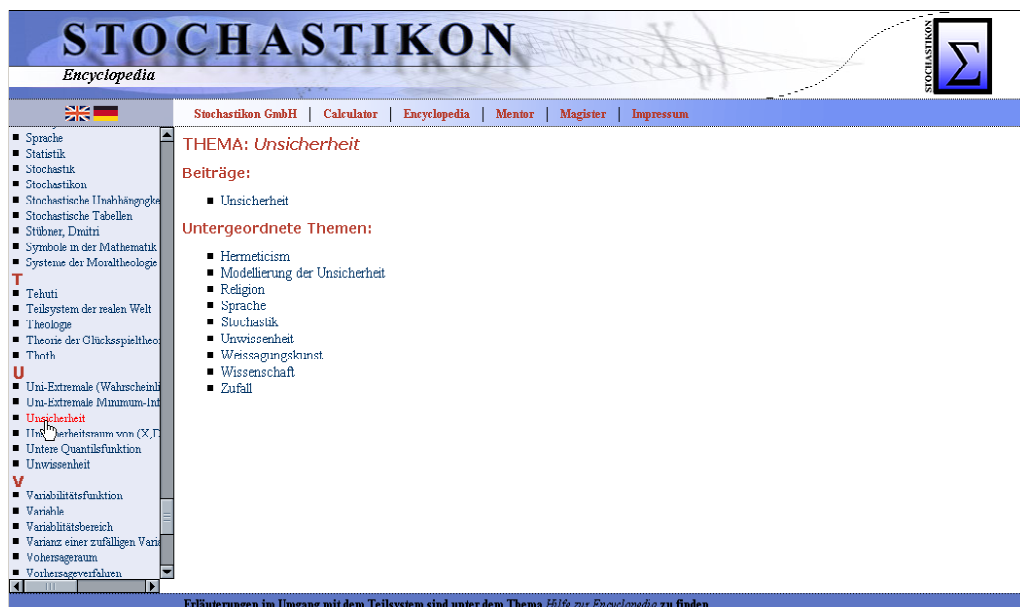


Abbildung 5.19: Benutzeroberfläche bei Ausgangsthema „Unsicherheit“

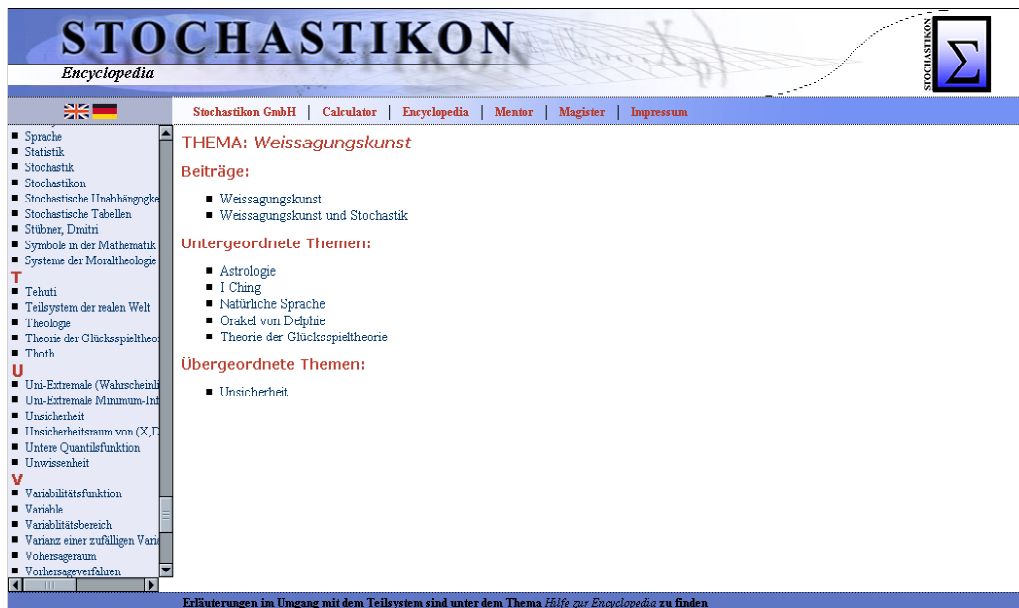


Abbildung 5.20: Benutzeroberfläche nach Wahl des Subthemas „Weissagungskunst“

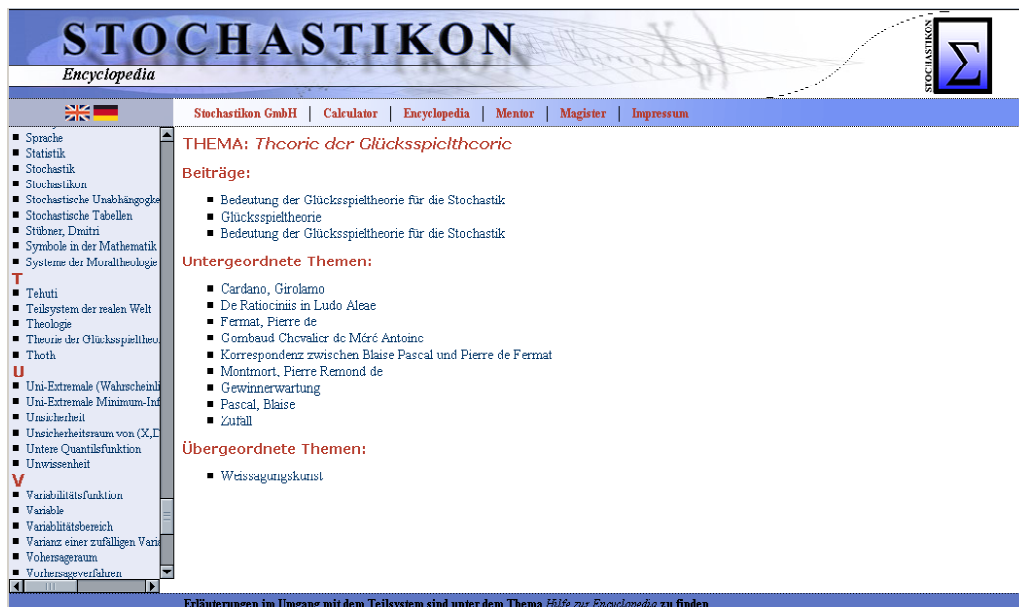


Abbildung 5.21: Benutzeroberfläche nach Wahl des Subthemas „Theorie der Glücksspieltheorie“



Abbildung 5.22: Benutzeroberfläche nach Wahl des Subthemas „Pascal, Blaise“

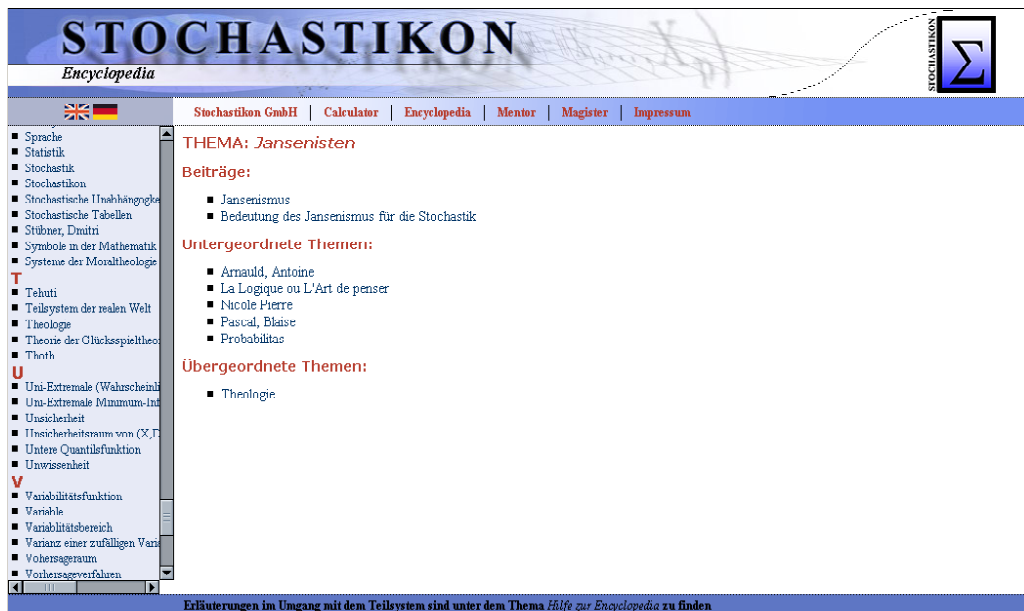


Abbildung 5.23: Benutzeroberfläche nach Wahl des Superthemas „Jansenisten“



Abbildung 5.24: Benutzeroberfläche nach Wahl des Subthemas „La Logique ou L'Art de penser“



Abbildung 5.25: Benutzeroberfläche nach Wahl des Subthemas „Ars Conjectandi“

**Beispiel 2:**

In Beispiel 2 ist der Anwender in erster Linie an der Sprache interessiert, die in der Wissenschaftstheorie eine große Rolle spielt. Dabei steht im Speziellen die „Sprache“ Mathematik im Mittelpunkt seines Interesses.

Ausgangsthema „Unsicherheit“

↔ Untergeordnetes Thema „Sprache“

↔ Untergeordnetes Thema „Formale Sprache“

↔ Untergeordnetes Thema „Mathematik“

↔ Untergeordnetes Thema „Kombinatorik“

↔ Untergeordnetes Thema „Ars Conjectandi“

**Beispiel 3:**

In diesem Beispiel steht für den Anwender die Rolle der Mathematiker im Vordergrund des Interesses. Für ihn ergibt sich folgende Darstellung:

Ausgangsthema „Unsicherheit“

↔ Untergeordnetes Thema „Wissenschaft“

↔ Untergeordnetes Thema „Mathematik“

↔ Untergeordnetes Thema „Mathematiker“

↔ Untergeordnetes Thema „Familie Bernoulli“

↔ Untergeordnetes Thema „Bernoulli, Jakob“

↔ Untergeordnetes Thema „Ars Conjectandi“

**Beispiel 4:**

In Beispiel 4 liegt der Schwerpunkt auf die geschichtlichen Ereignisse und Personen, unmittelbar vor der Entstehung der Ars conjectandi.

Ausgangsthema „Unsicherheit“

↔ Untergeordnetes Thema „Zufall“

↔ Übergeordnetes Thema „Theorie der Glücksspieltheorie“

↔ Untergeordnetes Thema „De Ratiociniis in Ludo Aleæ“

↔ Übergeordnetes Thema „Huygens, Christiaan“



- ↪ Übergeordnetes Thema „Korrespondenz zwischen Blaise Pascal und Pierre de Fermat“
- ↪ Übergeordnetes Thema „Fermat, Pierre de“

**Beispiel 5:**

Falls sich der Anwender über die Bernoullische Stochastik und im Speziellen mit Vorhersageverfahren informieren will, ergibt sich die „geschlossene“ Wissensdarstellung:

- Ausgangsthema „Unsicherheit“
- ↪ Untergeordnetes Thema „Modellierung der Unsicherheit“
- ↪ Übergeordnetes Thema „Stochastik“
- ↪ Untergeordnetes Thema „Vorhersageverfahren“
- ↪ Untergeordnetes Thema „Beta-Vorhersageverfahren“
- ↪ Übergeordnetes Thema „Zuverlässigkeit eines stochastischen Verfahrens“

**Beispiel 6:**

In diesem letzten Beispiel steht das Stochastikon-System und deren Entwickler im Vordergrund des Interesses.

- Ausgangsthema „Unsicherheit“
- ↪ Untergeordnetes Thema „Stochastik“
- ↪ Untergeordnetes Thema „Stochastikon“
- ↪ Untergeordnetes Thema „Encyclopedia“
- ↪ Übergeordnetes Thema „Binder, Andreas“

## 5.8 Bedeutung der Encyclopedia

Die verhältnismäßig kleine Fallstudie illustriert bereits, wie flexibel und vielseitig die Encyclopedia auf die individuellen Interessen eines Anwenders reagieren kann. Mit der Eigenschaft, über den Kontext mit einem Anwender kommunizieren zu können, werden die Möglichkeiten der modernen Informationstechnologien konsequent genutzt. Eine Verflechtung, die sich bei Erweiterungen selbständig fortsetzt, ist mit konventionellen Mitteln nicht realisierbar. Darüber hinaus darf nicht der Fehler begangen werden, die Encyclopedia als isoliertes Gebilde zu betrachten. Stattdessen kann sie nur im

Verbund mit den anderen Teilsystemen von Stochastikon bewertet werden.

Bisherige Web-basierte Nachschlagewerke, die es in großer Zahl gibt, folgen in allen wesentlichen Punkten im Design und Konzept den traditionellen Nachschlagewerken im Buchformat. Für die Etablierung der Stochastik erschien ein solches Konzept wegen der Neuheit der Stochastik und ihren weitreichenden Folgen nicht ausreichend zu sein. Die stochastische Interpretation und Bewertung von allgemein anerkanntem Wissen kann nur in einem größeren Kontext und unter Verwendung unterschiedlicher Darstellungsformen verständlich sein.

Wie das Fallbeispiel zeigt, erfüllt die Encyclopedia in allen wesentlichen Punkten die entsprechenden Erwartungen. Allerdings kann der endgültige Nachweis darüber erst dann geführt werden, wenn die Encyclopedia tatsächlich zu einem Universal-Nachschlagewerk mit zigtausenden Themen gediehen ist.

## Kapitel 6

# Das Teilsystem Mentor

Neben der Encyclopedia wurde im Rahmen dieser Dissertation auch das Konzept des Teilsystems *Mentor* zur Unterstützung des Anwenders bei der Lösung von Problemen entwickelt. Der Mentor soll folgende Aufgaben erfüllen:

- Identifikation des Problems.
- Identifikation des Bernoulli-Raums.
- Identifikation des stochastischen Verfahrens zur Problemlösung.
- Übergabe an das Teilsystem Calculator zur Bestimmung der numerischen Lösung.

Als Nebenbedingung sollte das System berücksichtigen, dass der Anwender, mit Ausnahme des Bernoulli-Raums, keine weiteren stochastischen Fachkenntnisse besitzt.

Ähnlich wie im Fall der Encyclopedia wurde aufgrund der Unterschiede, der geforderten Eigenschaften und der notwendigen Flexibilität in Hinblick auf die problemorientierte Wissensdarstellung und auf die weitere Entwicklung der Stochastik der Versuch aufgegeben, auf existierende Systeme zurückzugreifen. Darüber hinaus galt es immer das Konzept des Gesamtsystems im Auge zu behalten.

### 6.1 Intention des Mentors

Vereinfacht ausgedrückt besteht das erklärte Ziel des Mentors darin, dem Anwender einen Lösungsvorschlag für sein (stochastisches) Problem zu unterbreiten. Dies geschieht im Wesentlichen durch Identifikation des durch die gegebene Situation festgelegten Bernoulli-Raums und der Ermittlung des darauf basierenden stochastische Verfahrens.

Für die Identifikation des Bernoulli-Raums sind folgende Informationen notwendig und müssen zur Verfügung stehen:

- Die interessierende(n) Größe(n) des Endzustandes, also die zufällige Variable  $X$ .
- Angaben zum Variabilitätsbereich der zufälligen Variablen  $X$ .
- Angaben zur Zufallsstruktur der zufälligen Variablen  $X$ .

Diese Informationen folgen häufig aus der gegebenen Situation. Falls dies nicht der Fall ist und der Anwender die Lücke nicht schließen kann, kommt es zu einem negativen Lösungsvorschlag. Dieser besteht im Wesentlichen aus dem Hinweis, dass die benötigten Informationen nicht komplett zur Verfügung stehen und daher das Problem zum momentanen Zeitpunkt nicht (wissenschaftlich) lösbar ist.

Als Nebenbedingung wird gefordert, dass das System in erster Linie an Nicht-Stochastiker gerichtet ist. Somit dürfen Fragen, wie beispielsweise nach der vorliegenden Verteilungsfunktion oder nach einem gewünschten stochastischen Verfahren, innerhalb der Dialogeinheiten nicht auftreten. Stattdessen darf die geeignete Verteilungsfunktion und das adäquate stochastische Verfahren erst im Rahmen des Lösungsvorschlags zur Sprache kommen.

Das Konzept des Mentors basiert darauf, dass in jedem Bereich menschlicher Aktivitäten einige wenige „charakteristische“ Vorgänge einen Großteil der möglichen Probleme abdecken. Damit ergeben sich im Rahmen des Mentor-Contents folgende elementare Entwicklungsaufgaben:

- Klassifizierung der verschiedenen Teilbereiche der menschlichen Aktivitäten.
- Ermittlung der für die verschiedenen Teilbereiche „charakteristischen“ Vorgänge.
- Bestimmung der zu den Vorgängen gehörenden Bernoulli-Räume.
- Generierung des Bernoulli-Raum- und Vorgang-spezifischen Lösungsvorschlags in Form eines Diagnoseberichts.

Entsprechend den Entwicklungsaufgaben kann die Aufgabe des Mentors in folgende Schritte untergliedert werden:

- Bestimmung des Teilbereichs in dem das vorliegende Problem entstanden ist.
- Bestimmung des dem Problem zugrundeliegenden Vorgangs.

- Festlegung des Bernoulli-Raums.
- Festlegung des stochastischen Verfahrens.
- Übergabe an den Calculator.

Diese Gliederung der Aufgaben ermöglicht es, den Aufbau der erforderlichen Dialogsequenzen und damit die Struktur des Mentors festzulegen. Die Dialogsequenz kann danach in Teildialogsequenzen mit fest vorgegebenen Zielen zerlegt werden. Auch über die Anzahl der Dialoge in einer Teilsequenz können Aussagen gemacht werden. Diese richten sich danach, wie viele Stufen zum Erreichen des Teilziels vorgesehen sind.

Das System sollte dabei so strukturiert sein, dass die Erweiterung des Systems durch neue Teilbereiche menschlicher Aktivitäten oder die Erweiterung eines Teilbereichs durch Hinzunahme neuer Vorgänge problemlos möglich ist.

## 6.2 Struktur des Mentors

In formaler Hinsicht ist der *Mentor* ein Tupel der Form:

$$Mentor = (T, L)$$

Bei  $T$  handelt es sich um einen Baum<sup>1</sup>.  $L$  ist eine Liste oder (sortierte) Sequenz.

Sowohl die Wurzel<sup>2</sup> als auch alle inneren Knoten<sup>3</sup> des Baums  $T$  stellen *Dialogeinheiten* dar. Jede Dialogeinheit besteht aus vier Komponenten:

- *Dialog*  
 $\leftrightarrow$  Ein Dialog besteht aus einer Frage beziehungsweise einem Fragetext und einer beliebigen Anzahl von textuellen Antwortvorschlägen.
- *Dialog-ID*  
 $\leftrightarrow$  Hierbei handelt es sich um eine eindeutige Kennung oder Identifikation des Dialogs beziehungsweise der Dialogeinheit, die sich aus Zahlenfolgen zusammensetzt.

---

<sup>1</sup>Eine Einführung in Bäume beziehungsweise Baumstrukturen ist u.a. in dem Buch [1] in Kapitel 3 (Seiten 75–106) zu finden.

<sup>2</sup>Die Wurzel ist der Knoten, der sich innerhalb eines Baums auf oberster Ebene befindet. Er ist der einzige Knoten, der keine(n) Vorgänger (-Knoten) besitzt.

<sup>3</sup>Innere Knoten eines Baums sind Knoten, die mindestens einen Vorgänger (-Knoten) und mindestens einen Nachfolger (-Knoten) besitzen.

- *Dialog-Hilfe*  
 $\leftrightarrow$  Zu einem Dialog kann es Hilfsinformationen geben. Hier handelt es sich um erläuternde Informationen zur Frage und/oder zu den Antwortvorschlägen.
- *Dialog-Hinweis*  
 $\leftrightarrow$  Zu einem Dialog kann es Hinweise geben, bei denen es sich um weiterführende- oder Hintergrundinformationen handelt. Im Einzelnen könnten dies (Teil-) Lösungsvorschläge bezüglich der bisher durchlaufenen Dialogabfolge oder auch Anmerkungen zur weiteren Vorgehensweise sein.

Bei den Blättern<sup>4</sup> des Baums  $T$  handelt es sich um positive oder negative Lösungsvorschläge. Dies sind beliebige WWW-Seiten, also Dateien beliebigen Dateityps innerhalb oder außerhalb des Systems Stochastikon. In aller Regel handelt es sich dabei um einen Diagnosebericht in Form einer PDF-Datei. Dieser kann einen Verweis auf das Teilsystem Calculator zur Berechnung eines stochastischen Verfahrens enthalten. Im Gegensatz dazu zählt ein negativer Lösungsvorschlag die fehlenden Informationen auf und kann einen Vorschlag über deren Beschaffung machen.

Innerhalb des Baums  $T$  sind jeweils immer zwei Knoten über eine Kante miteinander verbunden. Stellen beide Knoten Dialogeinheiten dar (Wurzel oder innere Knoten), dann entspricht die Kante — von der Wurzel kommend in Richtung Blatt — der Relation „ist eine unmittelbar nachfolgende Dialogeinheit“, oder kurz „ist Nachfolger“. Ist hingegen einer der beteiligten Knoten ein Blatt, so bedeutet die Kante „ist Lösungsvorschlag“. Kanten werden innerhalb eines Dialogs durch die als Verweise implementierten Antwortvorschläge realisiert.

Die Menge aller Dialoge auf dem Weg von der Wurzel bis zu einem Blatt ist eine *vollständige Dialogsequenz*. Eine *Teildialogsequenz* ist dem entsprechend eine unvollständige Dialogsequenz.

Die *Länge der Dialogsequenz* entspricht der Anzahl der Dialoge einer vollständigen Dialogsequenz und repräsentiert die Anzahl der Fragen, die dem Anwender in Hinblick auf sein (stochastisches) Problem insgesamt gestellt werden.

Wie zu Beginn dieses Kapitels erwähnt, unterstützt der Mentor in Form einer Benutzerführung den Anwender bei der Lösungsfindung stochastischer Problemstellungen. Der Ablauf ist immer der gleiche: Dem Anwender wird

---

<sup>4</sup>Blätter sind Knoten, die keine Nachfolger (-Knoten) besitzen. Sie befinden sich innerhalb eines Baums am unteren Ende der Hierarchie.

eine Frage gestellt und gleichzeitig die Liste aller möglichen Antwortalternativen vorgegeben. Die Auswahl eines Antwortvorschlags zieht einen nächsten Dialog nach sich. Dieses Procedere wiederholt sich solange, bis der Anwender an einem Blatt des Baums  $T$  angelangt ist und er einen (positiven oder negativen) Lösungsvorschlag erhält.

Die Teildialogsequenz, die mit dem Wurzel-Dialog beginnt und jeweils bis zum Vorgänger-Dialog reicht ist eine *Dialoghistorie*. Neben jedem Dialog zeigt der Mentor auch dessen zugehörige Dialoghistorie an. Dies ermöglicht es dem Anwender jederzeit die bisher durchlaufene beziehungsweise bearbeitete Teildialogsequenz nachzuvollziehen. Darüber hinaus kann der Anwender den aktuellen Dialogablauf beenden und ihn an einer früheren oder vorgelegerten Dialogeinheit neu aufsetzen. Dadurch besteht auf einfachem Wege die Möglichkeit eine einmal getroffene Fehlentscheidung in Form eines falsch gewählten Antwortvorschlags jederzeit zu revidieren.

Wie eingangs erwähnt, ist die zweite Komponente  $L$  der Mentor-Struktur eine Liste. Bei den Einträgen handelt es sich um Tupel der Form:

$$\left( \text{Dialog-ID}, (\text{Dialogeinheit}, \text{Dialoghistorie}) \right)$$

$L$  ist ein *Dialog-ID-Katalog*, das heißt eine nach der Dialog-ID aufsteigend sortierte Liste aller Dialogeinheiten und der dazugehörigen Dialoghistorien. Standardmäßig beginnt jede Dialogsequenz mit der Wurzel-Dialogeinheit des Baums  $B$ , die sogenannte Startdialogeinheit. Jedoch ermöglicht es der Dialog-ID-Katalog dem routinierten Anwender einen Dialogablauf an jeder beliebigen Stelle beziehungsweise bei jeder beliebigen Dialogeinheit zu beginnen und damit vorgelagerte Dialogeinheiten zu überspringen. Dabei muss der Anwender lediglich die Dialog-ID der Dialogeinheit kennen, bei der er den Ablauf beginnen möchte.

### 6.3 Eigenschaften der Struktur

Das Teilsystem Mentor lässt Dialogsequenzen beliebiger Länge zu. Dadurch ist die Erweiterung des System durch Hinzunahme weiterer Bereiche menschlicher Aktivität, also neuer Teilbereiche und Vorgänge gewährleistet. Die Annahme, zu lange Dialogsequenzen könnten für den Anwender möglicherweise zu mühsam sein, ist nicht stichhaltig. Schließlich sieht sich der Anwender stets nur mit genau einem Dialog, also einem Fragetext und den zugehörigen Antwortvorschlägen konfrontiert, wodurch die Bearbeitung langer Dialogsequenzen für ihn nicht zwangsläufig schwieriger oder unübersichtlicher wird. Er hat in komplexen Situation lediglich mehr Fragen zu beantworten, als in einfachen Situationen.

Allerdings wächst bei langen Dialogsequenzen die Gefahr von fehlerhaften Antworten. Diese können aber an jeder Stelle des Dialogablaufs mit Hilfe der Dialoghistorie korrigiert werden.

In Abhängigkeit seiner Erfahrungen und Vorkenntnisse kann der Anwender eine lange Dialogsequenz stets abkürzen. Dabei muss ihm nur der gewünschte Einstiegspunkt in Form der zugehörigen Dialog-ID bekannt sein. Falls also eine Anwender häufiger mit Hilfe des Mentors Probleme aus seinem Betätigungsfeld löst, wird er keine Schwierigkeit haben, seine Dialogsequenz zu verkürzen.

Im übrigen bewirkt der auf wenige Aktionen beschränkte Handlungsspielraum des Anwenders, dass nur sehr wenige Möglichkeiten bestehen, Fehler im Umgang mit dem Mentor zu begehen.

Sowohl die Frage als auch die Antwortvorschläge eines Dialogs können ausschließlich in textueller Form vorgegeben werden. Diese Tatsache könnte als eine wesentliche Einschränkung angesehen werden. Allerdings wurde sie bewusst gewählt, um der Nebenbedingung (keinerlei stochastische Kenntnisse) gerecht zu werden. Im übrigen erfordert diese Art der Eingabe zwingend eine präzise, unmissverständliche und möglichst kurze Formulierung der angezeigten Texte. Darüber hinaus besteht die Möglichkeit erläuternde Anmerkungen in Form von Hinweisen und/oder Hilfen zu jedem Dialog anzugeben.

Da innerhalb eines Dialogs immer genau ein Antwortvorschlag auszuwählen ist, bedeutet dies, dass die Liste der möglichen Antwortalternativen einerseits vollständig und andererseits disjunkt sein muss. Das kann eine umfangreiche und möglicherweise unübersichtliche Liste von Antwortvorschlägen zur Folge haben. Jedoch lässt sich dies durch geschickte Formulierung und dem Einfügen oder Zwischenschalten weiterer Ebenen beziehungsweise Dialoge weitgehend vermeiden.

## 6.4 Benutzeroberfläche des Mentors

Die Benutzeroberfläche des Mentors besitzt das in Abschnitt 4.2 vorgestellte Layout. Die beiden in Abbildung 4.3 mit den Nummern 4 und 6 markierten Bereiche sind in jedem Teilsystem individuell gestaltet. Abbildung 6.1 zeigt exemplarisch die komplette Benutzeroberfläche des Teilsystems Mentor.

### Bereich 4

Beim Teilsystem Mentor stehen an dieser Stelle Informationen, die die Dialog-Hilfe und die Dialog-Hinweise betreffen.



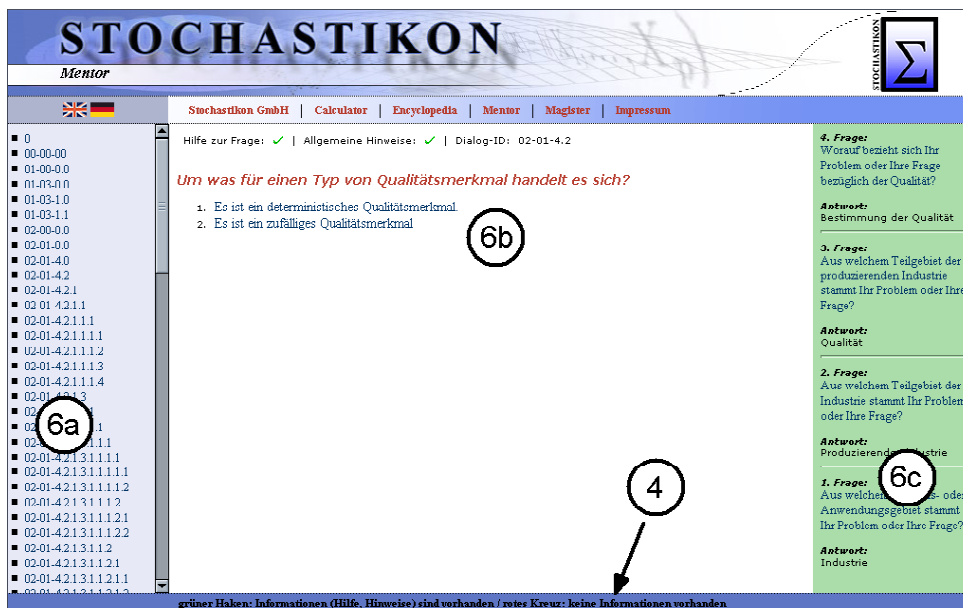


Abbildung 6.1: Benutzeroberfläche des Mentors

## Bereich 6

Er dient der Darstellung des Mentor-Contents und ist wie in Abbildung 6.1 zu sehen, in drei mit 6a bis 6c gekennzeichnete Bereiche unterteilt.

Bereich 6a ist für den Dialog-ID-Katalog reserviert. Aus technischer Sicht handelt es sich bei einem Eintrag um einen Verweis auf die entsprechende Dialogeinheit und die dazugehörige Dialoghistorie.

In Bereich 6b erscheint die Dialogeinheit und setzt sich aus vier Informationseinheiten zusammen:

1. Der Dialog, der aus einem Fragetext und den zugehörigen Antwortvorschlägen besteht.
2. Der Dialog-ID, bei der es sich um eine eindeutige Kennung handelt.
3. Informationen darüber, ob eine Dialog-Hilfe existiert.
4. Informationen darüber, ob Dialog-Hinweise existieren.

Ein rotes Andreaskreuz (Abbildung 6.2, linkes Symbol) bedeutet, dass keinerlei Dialog-Hilfe respektive kein Dialog-Hinweis zur Verfügung steht. Im

Gegensatz dazu symbolisiert ein grüner Haken (Abbildung 6.2, rechtes Symbol) deren Vorhandensein.



Abbildung 6.2: Symbole für „kein(e) Hinweis/Hilfe vorhanden“ (linkes Symbol) und für „Hinweis/Hilfe vorhanden“ (rechtes Symbol)

Bereich 6c dient der Darstellung der Dialoghistorie. Sie zeigt der Reihe nach die bisher vollständig bearbeiteten Dialoge — Nummeriert von 1 (der erste bearbeitete Dialog, also der Startdialog) bis  $n$  (der zuletzt bearbeitete Dialog) — in Form des Fragetextes und des vom Anwender gewählten Antworttextes an. Dabei befindet sich der zuletzt bearbeitete Dialog an oberster Stelle. Technisch gesehen handelt es sich bei dem Antworttext um einen Verweis auf die zugehörige Dialogeinheit und deren Dialoghistorie.

## 6.5 Arbeiten mit dem Mentor

Im Umgang mit dem Teilsystem Mentor bieten sich dem Anwender eine Reihe von Aktionen. Die Art der Aktionen und deren Durchführung wird nachfolgend erläutert.

### Start des Teilsystems Mentor

Das Teilsystem Mentor kann auf zwei Arten gestartet werden:

- Durch den Anwender, also explizit.  
Dies geschieht, in dem der Anwender aus einem beliebigen Teilsystem heraus den nach Abbildung 4.3 in Bereich 3 enthaltenen Verweis **Mentor** auswählt und aktiviert. Beim Start des Teilsystems erhält man (momentan) die in Abbildung 6.3 dargestellte Dialogeinheit.
- Durch ein anderes Teilsystem, also implizit.  
Prinzipiell kann das Teilsystem Mentor auch von einem anderen Teilsystem und mit jeder beliebigen Dialogeinheit automatisch gestartet werden. Dies ist dann sinnvoll, wenn ein anderes Teilsystem eine Benutzerführung benötigt.

### Beendigung des Teilsystems Mentor

Um das Teilsystem Mentor zu beenden, muss das zugehörige Browser-Fenster geschlossen werden, in dem die WWW-Seiten des Mentors zur Ausführung



Abbildung 6.3: Benutzeroberfläche des Mentors nach dessen Start

gebracht werden. Ein Web-Browser kann über einen Button beendet werden, der sich im Normalfall am oberen rechten Rand des Fensters befindet.

### Hilfe für das Teilsystem Mentor anfordern

Der Mentor ist so konzipiert, dass die Hilfe zum Teilsystem in Form eines eigenen Dialogs integriert ist. Innerhalb des Dialog-ID-Katalogs ist dies der erste Eintrag in der Liste, also der Dialog mit der ID 0. Die Antwortvorschläge dieses Dialogs stellen die zur Verfügung stehenden Hilfe-Themen dar.

### Der Dialog

Die Aufgaben, die ein Anwender im Rahmen des Dialogs zu übernehmen hat sind sehr beschränkt. Sie bestehen aus dem Durchlesen des Fragetextes und der anschließenden Auswahl genau einer der vorgegebenen Antworten. Aus technischer Sicht verbirgt sich hinter einem Antworttext ein Verweis. Nach Auswahl der Antwort wird in den Bereichen 6b und 6c entweder die Nachfolge-Dialogeinheit, gemeinsam mit der zugehörigen Dialoghistorie dargestellt oder es erscheint in Bereich 6b der Lösungsvorschlag für das Problem.

Die Fragen sind so konzipiert, dass sie in einer Reihe von Stufen vom Allgemeinen zum Speziellen führen. Dazu wird intern jeder Anwendungsbereich stufenweise in immer kleinere Teilbereiche aufgesplittet. Am Ende ist ein Teilbereich identifiziert, der es erlaubt die möglichen Probleme aufzulisten.

Beispielsweise könnte das Anwendungsgebiet „Industrie“ über die Teilbereiche „produzierende Industrie“ und die „Qualität“ schließlich zur Aufgabe „Bestimmung von Qualität von Warenpartien“ führen. Ist diese letzte Stufen erreicht, kann der Mentor alle einschlägigen Probleme aufzählen, aus denen der Anwender — falls vorhanden — „sein“ Problem identifiziert.

Sobald das Problem identifiziert ist, muss der zugehörige Bernoulli-Raum über eine entsprechende Dialogsequenz gefunden werden. Da mit dem Problem das Variablenpaar  $(X, D)$  feststeht, dienen die Dialoge in dieser Phase fast ausschließlich dazu, das Ausmaß der vorliegenden Ignoranz festzustellen, um den Bernoulli-Raum explizit angeben zu können.

Sobald der Bernoulli-Raum gegeben ist und die Eigenschaften des Lösungsverfahrens bekannt sind, wird im Fall, dass das Problem zur Klasse der Vorhersagen gehört, der Lösungsvorschlag erreicht mit dem im positiven Fall meist die Übergabe an den Calculator erfolgt. Falls das Problem Element der Klasse der Messprobleme ist, folgen noch die Dialoge, die sich mit dem durchzuführenden oder bereits durchgeführten Messvorgang beschäftigen. Erst wenn diese Fragen geklärt sind, erfolgt die Übergabe an den Calculator.

### **Dialog-Hinweise abrufen**

Stehen Hinweise zum aktuellen Dialog zur Verfügung, folgt dem Text **Allgemeine Hinweise** ein Verweis, dargestellt als grüner Haken (Abbildung 6.2, rechtes Symbol). Andernfalls befindet sich an dieser Stelle lediglich ein rotes Andreaskreuz (Abbildung 6.2, linkes Symbol). Die Darstellung der Hinweise erfolgt mittels des Teilsystems Encyclopedia.

Abbildung 6.4 demonstriert exemplarisch den Abruf eines Dialog-Hinweises, der durch die Encyclopedia angezeigt wird (Abbildung 6.5).

### **Dialog-Hilfe anfordern**

Steht Hilfe zum aktuellen Dialog zur Verfügung, folgt dem Text **Hilfe zur Frage** ein Verweis, dargestellt als grüner Haken (Abbildung 6.2, rechtes Symbol). Andernfalls befindet sich an dieser Stelle lediglich ein rotes Andreaskreuz (Abbildung 6.2, linkes Symbol). Die Darstellung der Hilfe geschieht durch das Teilsystem Encyclopedia.

Abbildung 6.6 demonstriert exemplarisch die Anforderung einer Dialog-Hilfe, die durch die Encyclopedia dargestellt wird (Abbildung 6.7).





Abbildung 6.6: Anforderung von Dialog-Hilfe



Abbildung 6.7: Darstellung einer Dialog-Hilfe durch das Teilsystem Encyclopedia

### **Benutzung der Dialoghistorie**

Mit Hilfe des vertikalen Scrollbalkens kann der gewünschte Eintrag — bestehend aus dem Fragetext und der ausgewählten Antwort — in den sichtbaren Teil des Bereichs 6c verschoben werden. Durch Auswahl des Fragetextes wird die zugehörige Dialogeinheit aktiviert und in dem Bereich 6b angezeigt. Außerdem erfolgt eine Anpassung der Dialoghistorie, also eine Aktualisierung des Bereichs 6c.

Abbildung 6.8 zeigt einen Ausschnitt der Dialoghistorie aus Abbildung 6.1, also der Dialogeinheit mit der Dialog-ID 02-01-4.2. Nach Auswahl des als vorletzten bearbeiteten Dialogs (= 3. Frage) verzweigt der Mentor zur entsprechenden Dialogeinheit. Die daraus resultierende Veränderung der Bereiche 6b und 6c ist in Abbildung 6.9 dargestellt.

### **Benutzung des Dialog-ID-Katalogs**

Mit Hilfe des vertikalen Scrollbalkens kann der Anwender die gewünschte Dialog-ID in den sichtbaren Teil von Bereich 6a verschieben. Nach Auswahl dieser Dialog-ID erscheint als Folge die zugehörige Dialogeinheit und -historie in den Bereichen 6b und 6c.

Die Dialoghistorie verhält sich in diesem Fall so, als hätte der Anwender zuvor die komplette vorgelagerte und beim Wurzel-Dialog beziehungsweise Startdialog beginnende Teildialogsequenz der Reihe nach durchlaufen.

Abbildung 6.10 zeigt exemplarisch die Auswahl der Dialogeinheit mit ID 0 über den Dialogkatalog.

## **6.6 Entwicklung des Mentor-Contents**

Wie bei der Generierung eines Themas im Zusammenhang mit dem Encyclopedia-Content kommt der Entwicklung der Dialoge und der darauf aufbauenden Dialogsequenzen große Bedeutung zu. Nur wenn dies technisch einfach ist und vom System hinreichend unterstützt wird, wird die Entwicklung des Mentors erfolgreich sein.

Die Entwicklung wird dadurch erleichtert, dass stets ein Bernoulli-Raum als Zwischenziel und somit als eine Art Fixpunkt die Betrachtungen vereinfacht. Im Folgenden soll die prinzipielle Vorgehensweise zur Erweiterung des Systems an einem Beispiel demonstriert werden.

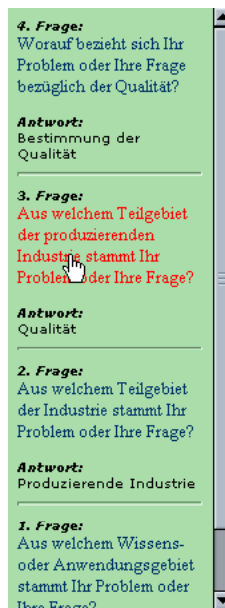


Abbildung 6.8: Auswahl einer vorgelagerten Dialogeinheit mittels der Dialoghistorie aus Abbildung 6.1



Abbildung 6.9: Benutzeroberfläche nach Auswahl der in der Dialoghistorie aufgeführten vorletzten Dialogeinheit



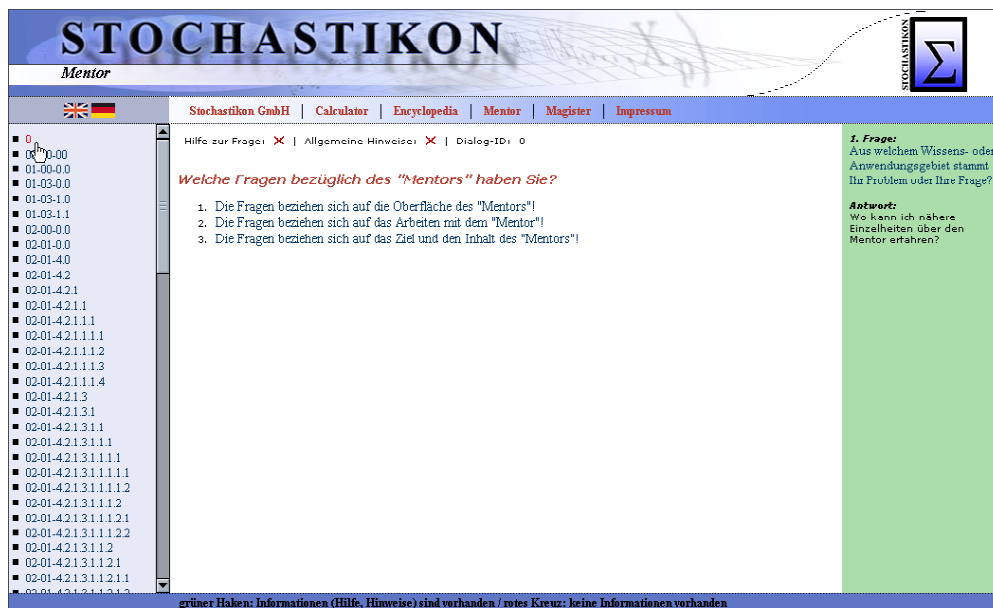


Abbildung 6.10: Benutzeroberfläche nach Auswahl der Dialogeinheit mit Dialog-ID 0 (= Hilfe zum Teilsystem) über den ID-Katalog

## Beispiel

Problem:

In der Qualitätssicherungsabteilung einer Großhandelsfirma soll der Anteil an unbrauchbaren Stücken, also der Ausschussanteil, in einer gegebenen Warenpartie eines Lieferanten bestimmt werden.

Bestimmung der Dialogsequenz:

Um festzustellen, ob das Problem vom Mentor gelöst werden kann, wird als erstes der Bernoulli-Raum bestimmt, in dem das Problem eingebettet ist. Der Ausschussanteil ist in der gegebenen Warenpartie determiniert, wird also durch eine deterministische Variable beschrieben. Der Messvorgang besteht aus dem zufälligen Entnehmen beziehungsweise Ziehen einer bestimmten Anzahl von Stücken aus der Warenpartie. Ist der Umfang der Warenpartie bekannt, kann für jeden Ausschussanteil die Variabilitätsfunktion und die Zufallsstrukturfunktion unmittelbar angegebene werden. Wird durch den Calculator der auf der Hypergeometrischen Verteilung basierende Bernoulli-Raum unterstützt, kann dieses Problem vom Mentor gelöst werden.

Unter dieser Voraussetzung ließe sich der Mentor-Content um eine weitere Dialogsequenz erweitern, die das oben geschilderte Problem allgemein-

gültig abdeckt. Hierzu wäre die Reihenfolge der betroffenen Teilbereiche schrittweise — vom speziellen zum allgemeinen Teilbereich — zu identifizieren:

1. Das Problem tritt im Bereich der (Waren-) Eingangskontrolle auf.
2. Die (Waren-) Eingangskontrolle gehört zum Bereich der Qualitätssicherungsabteilung.
3. Die Qualitätssicherungsabteilung gehört zu einer Großhandelsfirma.
4. Die Großhandelsfirma gehört zum Bereich des Großhandels.
5. Der Großhandel ist ein Teil des Handels.
6. Der Handel ist ein Bereich der Privatwirtschaft.

Als nächstes wäre zu überprüfen, ob ausgehend vom Anwendungsgebiet „Privatwirtschaft“ bereits eine Teildialogsequenz existiert, die die aufgezählten Teilbereiche in der geforderten Reihenfolge zumindest partiell abdeckt. Der letzte Bereich dieser bislang existierenden Teildialogsequenz stellt den Einstiegspunkt für die noch zu integrierende (Rest-) Dialogsequenz dar. Dieser Teilbereich ist um eine Antwort zu erweitern, wodurch ein neuer Zweig innerhalb des Mentor-Contents entsteht, der direkt zum angegebenen Problem führt. Es folgen die Dialoge zur Bestimmung des Ausmaßes der Ignoranz und zur Festlegung des Verfahrens. Am Ende steht ein Lösungsvorschlag, der im positiven Fall die Übergabe zum Teilsystem Calculator realisiert und damit die numerische Lösung des Problems ermöglicht.

Eingabe der Dialogsequenz:

Zur Eingabe der neuen (Rest-) Dialogsequenz sind die Fragen und Antworten der zugehörigen Dialoge — soweit noch nicht vorhanden — in die entsprechenden XML-Dateien einzutragen. Die Anordnung beziehungsweise Reihenfolge der neuen Dialoge und die Verknüpfung mit den Frage- und Antworttexten geschieht mittels einer eigenen XML-Datei.

Die zur Erstellung einer Dialogeinheit als Teil einer Dialogsequenz erforderlichen Schritte werden nachfolgend skizziert. Im Wesentlichen besteht die Schaffung einer Dialogeinheit aus vier Teilaufgaben:

- Bestimmung des Dialogs
- Erstellung der Dialog-Hilfe
- Erstellung des Dialog-Hinweises
- Bestimmung der Nachfolge-Dialoge

## **Bestimmung des Dialogs**

Ein Dialog besteht aus einem Fragetext und einer Aufzählung aller möglichen Antworten, aus denen der Anwender genau eine auszuwählen hat. Die Antworten müssen vollständig, also alle denkbaren Möglichkeiten abdecken und disjunkt sein.

Bei der Festlegung der Frage- und Antworttexte ist darauf zu achten, dass ihre Formulierung präzise, eindeutig und knapp ausfällt. Ferner sollte sich die verwendete Terminologie an dem Teilbereich orientieren, zu der dieser Dialog gehört.

## **Erstellung der Hilfe**

Erklärungen zum Dialog, also zur Frage und den Antwortalternativen können bei Bedarf in einem eigenen PDF-Dokument zusammengestellt und in dem Teilsystem Encyclopedia integriert werden. Die Hilfe dient dem besseren Verständnis eines Dialogs und ist optional. Es handelt sich um sachliche Erläuterungen.

## **Erstellung des Hinweises**

Unter einem Hinweis verbirgt sich eine fachliche Erläuterung. Dies sind beliebige Erklärungen zu beziehungsweise über dem Problemausschnitt, den der Dialog lösen möchte. Hinweise sind optional und werden bei Bedarf in einem PDF-Dokument zusammengefasst, das von dem Teilsystem Encyclopedia verwaltet wird.

## **Bestimmung der Nachfolge-Dialoge**

Zu jeder Antwortalternative eines Dialogs muss festgelegt werden, was im Falle ihrer Auswahl durch den Anwender zu geschehen hat. Im Wesentlichen kommen vier Möglichkeiten in Frage:

- Aufruf eines (Nachfolge-) Dialogs.
- Aufruf eines Diagnoseberichts.
- Aufruf eines anderen Stochastikon-Teilsystems.
- Aufruf einer beliebigen WWW-Seite.

## **Technische Umsetzung**

Für alle Fragetexte und alle Antworttexte müssen in speziell dafür vorgesehene XML-Dateien `<element>`-Einträge<sup>5</sup> vorgenommen werden. Ein `<element>`-

---

<sup>5</sup>Eine Beschreibung des `<element>`-Tags folgt in Abschnitt 7.3.3.

Eintrag ist so konzipiert, dass er einen (Frage- beziehungsweise Antwort-) Text für jede vom System aktuell unterstützte Sprache aufnehmen kann. Die jeweilige Sprache wird nach der ISO-Norm 639-1 codiert. Identifiziert werden die Texte über eine eindeutige ID.

Bei den nachfolgenden Beispielen handelt es sich um einen Auszug aus der Fragetext-Datei `questiontext.xml` beziehungsweise aus der Antworttext-Datei `answertext.xml`:

```
<element id="17">
  <elementcontent lang="de">
    Um was für einen Typ von Qualitätsmerkmal handelt es sich?
  </elementcontent>
  <elementcontent lang="en">
    What is the type of quality characteristic?
  </elementcontent>
</element>
```

```
<element id="55">
  <elementcontent lang="de">
    Es ist ein deterministisches Qualitätsmerkmal.
  </elementcontent>
  <elementcontent lang="en">
    It is a deterministic quality characteristic.
  </elementcontent>
</element>
```

Für jeden Dialog existiert in der XML-Datei `dialog.xml` ein eigener `<dialog>`-Eintrag<sup>6</sup>. Ein Dialog erhält eine interne und eine externe Kennung, die unter den Attributen `id` beziehungsweise `key` einzutragen sind. Die externen Kennungen aller Dialoge werden von dem Mentor-Generierungsprozess<sup>7</sup> zum Dialog-ID-Katalog zusammengefasst. Sowohl die Fragetexte wie auch die Antworttexte werden über ihre ID's identifiziert. Innerhalb eines `<answer>`-Tags erfolgt ein Hinweis auf die Art des Nachfolgers. Dies kann entweder ein Dialog (**intern**) oder eine der oben aufgeführten anderen Möglichkeiten (**extern**) sein. Für jeden Nachfolger vom Typ **extern** muss in der XML-Datei `externallink.xml` ein Eintrag existieren, der folgenden exemplarischen Aufbau besitzt:

```
<element id="31">
  <elementcontent lang="de">
    02-01-421312123-1.pdf
  </elementcontent>
```

---

<sup>6</sup>Eine Beschreibung des `<dialog>`-Tags folgt in Abschnitt 7.3.3.

<sup>7</sup>Eine Beschreibung des Mentor-Generierungsprozesses folgt in Abschnitt 7.3.1.

```

    <elementcontent lang="en">
      02-01-421312123-1.pdf
    </elementcontent>
  </element>

```

Innerhalb des `dialog`-Tags wird ferner vermerkt, ob dieser Dialog über Hilfe und über Hinweise verfügt. Das nachfolgende Beispiel zeigt einen Eintrag aus der Datei `dialog.xml`:

```

<dialog id="16" key="02-01-4.2">
  <questionref>17</questionref>
  <answerlist>
    <answer>
      <answerref>55</answerref>
      <nextref>17</nextref>
      <nextreftype>intern</nextreftype>
    </answer>
    <answer>
      <answerref>56</answerref>
      <nextref>28</nextref>
      <nextreftype>intern</nextreftype>
    </answer>
  </answerlist>
  <help>yes</help>
  <info>yes</info>
</dialog>

```

## 6.7 Fallstudie

Das folgende Fallbeispiel dient der Illustration einer Konsultation des Mentors durch einen Anwender. Dem Beispiel liegt folgende (reale) Problemstellung zugrunde:

Die Herstellung von Uran-Brennelementen für Kernreaktoren ist ein komplexer Prozess, bei dem eine große Zahl von Kontrollen dafür sorgen, dass alle zum Einsatz kommenden Brennstäbe die geforderten Spezifikationen einhalten. Jedes Brennelement enthält eine große Zahl von Brennstäben, die mittels Abstandhalter im Brennelement fixiert werden. In jeder der vier Ecken eines Brennelements sind drei Abstandhalter eingebaut. Unter anderem enthält ein Abstandhalter ein sogenanntes Stegblech, das zwölf als Kie-menfenster bezeichnete Schlitze besitzt, die bestimmte Eigenschaften aufweisen müssen.

Im Rahmen eines Projektes sollen 100 Brennelemente gefertigt und an ein Kernkraftwerk ausgeliefert werden. Jedes dieser Brennelemente durchläuft

vor der Auslieferung eine intensive Sichtkontrolle. Nachdem bereits 50 Brennelemente ohne Beanstandung an den Kunden ausgeliefert worden sind, wird bei der Endkontrolle der restlichen Brennelemente eine bislang noch nicht beobachtete Unregelmäßigkeit an den Kiemenfenstern der Stegbleche entdeckt. Daraufhin werden alle noch vorhandenen 50 Brennelemente speziell auf Fehler an den 7200 ( $= 4 \times 3 \times 12 \times 50$ ) Kiemenfenstern untersucht, wobei insgesamt 15 Fehler entdeckt werden.

Um das Ausmaß des Schadens beurteilen zu können, beauftragte die Firmenleitung die Qualitätskontrollabteilung auf der Grundlage der bisherigen Erkenntnisse eine obere Schranke für die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses zu bestimmen, dass bei der Montage ein Fehler bezüglich der Kiemenfenster gemacht wird, der bei den anschließenden Kontrollen unentdeckt bleibt. Dem verantwortlichen Leiter der Qualitätskontrollabteilung stellt sich damit folgender Sachverhalt:

- Es wurden nach der Montage und aller routinemäßigen Kontrollen genau  $n = 7200$  Kiemenfenster in der gesondert angeordneten Untersuchung kontrolliert.
- Die Untersuchung ist perfekt, das heißt jeder Fehler wird dabei mit Sicherheit entdeckt.
- Im Rahmen der Untersuchung wurde festgestellt, dass von den  $n = 7200$  überprüften Kiemenfenstern  $x = 15$  fehlerhaft waren.

Auf dieser Grundlage beginnt die Konsultation des Mentors zur Feststellung der oberen Schranke der Fehlerwahrscheinlichkeit des Produktionsprozesses, der alle routinemäßigen Aktivitäten bis zur Auslieferung der Brennelemente umfasst.

Es soll angenommen werden, dass dies die erste Konsultation des Mentors durch den Mitarbeiter der Qualitätskontrollabteilung ist. Aus diesem Grund beginnt er die Dialogsequenz mit dem Startdialog, also dem Dialog mit der ID 0-00-00.<sup>8</sup> Anderenfalls könnte er die Dialogsequenz abkürzen und bei einem der nachgelagerten Dialoge beginnen, den er über den Dialog-ID-Katalog auswählen kann.

Die Benutzeroberflächen der nachfolgenden Dialogsequenz, also aller Dialogeinheiten sind aus platzgründen in Anhang C abgedruckt.

Die Frage des Startdialogs lautet:

*Aus welchem Wissens- oder Anwendungsgebiet stammt Ihr Problem oder Ihre Frage?*

---

<sup>8</sup>Analog zur Encyclopedia befindet sich die Entwicklung des Mentor-Contents noch in einer frühen Phase und ist folglich noch Änderungen unterworfen.

Der zweite Antwortvorschlag ist richtig und lautet:

*Industrie*

und führt zum Dialog mit der ID 02-00-00 und der Frage:

*Aus welchem Teilbereich der Industrie stammt Ihr Problem oder Ihre Frage?*

mit der zutreffenden Antwort:

*Produzierende Industrie*

Diese Antwort führt zum Dialog 02-01-0.0 mit der Frage:

*Aus welchem Teilbereich der produzierenden Industrie stammt Ihr Problem oder Ihre Frage?*

In diesem Fall ist die vierte Antwort, also

*Qualität*

richtig, der der Dialog 02-01-4.0 folgt. Die zugehörige Frage lautet nun:

*Worauf bezieht sich Ihr Problem oder Ihre Frage bezüglich der Qualität?*

Nachdem das Problem aus der Bestimmung einer oberen Schranke für die Fehlerwahrscheinlichkeit besteht, ist die zweite Antwort richtig:

*Bestimmung der Qualität*

Der anschließende Dialog hat die ID 02-01-4.2 und fragt:

*Um was für einen Typ von Qualitätsmerkmal handelt es sich?*

wobei die beiden einzigen Antwortvorschläge lauten:

*Es ist ein deterministisches Qualitätsmerkmal* und

*Es ist ein zufälliges Qualitätsmerkmal*

Im vorliegenden Fall handelt es sich um eine Wahrscheinlichkeit, deren Wert durch die gegebenen Bedingungen festliegt, also determiniert ist. Folglich ist die erste Antwortalternative die Richtige. Falls ein Anwender nicht den Unterschied zwischen einer deterministischen und einer zufälligen Variablen kennt, kann er sich über die angebotenen Dialog-Hinweise und/oder Dialog-Hilfe informieren. Darüber hinausgehende die Stochastik betreffende Informationen kann er in der Encyclopedia finden.

Der nächste Dialog hat die ID 02-01-4.2.1 mit dem dazugehörigen Frage-text:

*Um was für ein Objekt handelt es sich, dessen Qualität bestimmt werden soll?*

Nachdem sich die gesuchte Fehlerwahrscheinlichkeit auf die Herstellung, das heißt die Produktion der Brennelemente bezieht lautet die richtige Antwort:

*Ein Produktionsprozess*

Damit erreicht der Anwender den Dialog 02-01-4.2.1.3 mit der Frage:

*Welches Prozessmerkmal definiert die Prozessqualität*

Die erste Antwort

*Die Wahrscheinlichkeit der Produktion eines nicht-spezifikationskonformen Stückes*

ist richtig und führt den Anwender zum Dialog mit der ID 02-01-04.2.1.3.1 und der Frage:

*Wie soll die Wahrscheinlichkeit  $p$  der Produktion eines nicht-spezifikationskonformen Stückes bestimmt werden?*

Diese Frage soll klären, ob der unbekannte Wert durch ein möglichst kleines Messintervall, eine möglichst kleine obere Schranke oder eine möglichst große untere Schranke bestimmt werden soll. Im vorliegenden Fall wird eine obere Schranke benötigt, also ist die zweite der drei Antwortalternativen korrekt:

*Eine obere Schranke  $p_u$  für die Wahrscheinlichkeit  $p$  soll bestimmt werden*

Damit gelangt der Anwender zum Dialog 02-01-4.2.1.3.1.2 mit dem eine Reihe von Fragen zum vorhandenen Wissensstand beginnt, bei denen — mit einer Ausnahme — nur die beiden Antwortvorschläge „Ja“ oder „Nein“ vom Mentor angeboten werden.

*Ist eine obere Schranke  $p_u$  (echt kleiner als 1) für die Wahrscheinlichkeit  $p$  bekannt?*

Da man im gegebenen Fall weiß, dass ein Fehler sehr unwahrscheinlich ist, wird man die Antwort „Ja“ wählen und beispielsweise  $p_u = 0.20$  setzen, zumal man mit Sicherheit größere Werte ausschließen kann.

Die nächste Frage lautet:

*Ist eine untere Schranke  $p_l$  (echt größer als 0) für die Wahrscheinlichkeit  $p$  bekannt?*



Zwar weiß man, dass die Fehlerwahrscheinlichkeit größer als 0 ist, jedoch ist es in der beschriebenen Situation kaum möglich eine untere Schranke explizit anzugeben. Aus diesem Grund lautet die Antwort hier „Nein“. Die nachfolgende Frage bezieht sich auf den Stichprobenumfang:

*Ist die Zahl  $n$  (= Stichprobenumfang) der - für die Bestimmung einer oberen Schranke  $p_u$  der Wahrscheinlichkeit  $p$  - zu prüfenden Stücke festgelegt und bekannt?*

Im vorliegenden Fall liegt die Anzahl der geprüften Kiemenfenster fest und ist bekannt ( $n = 7200$ ). Also ist die richtige Antwort „Ja“.<sup>9</sup> Die letzte Frage bezieht sich auf die geforderte Zuverlässigkeit des gewünschten Messverfahrens:

*Ist die benötigte Verfahrenszuverlässigkeit (= Zuverlässigkeitsniveau)  $\beta$  festgelegt und bekannt?*

Angenommen, der Anwender legt das Zuverlässigkeitsniveau auf den Wert  $\beta = 0.95$  fest, dann ist die richtige Antwort „Ja“. Mit dieser Antwort sind alle Informationen vorhanden, um die Fehlerwahrscheinlichkeit  $p$  mit einem Messverfahren zu bestimmen. Der Mentor kann nun einen (positiven) Lösungsvorschlag unterbreiten. Dieser erscheint in diesem Fall in Form des in den Abbildungen 6.11 und 6.12 dargestellten zweiseitigen Diagnoseberichts in PDF.

Im Bericht wird das Problem formuliert, sowie der identifizierte Bernoulli-Raum und das benötigte stochastische Verfahren angegeben. Falls kein Bernoulli-Raum oder kein Verfahren identifiziert werden konnte, enthält der Diagnosebericht Hinweise auf die fehlenden Größen oder Werte.

Wie oben dargestellt, enthält der Diagnosebericht im Falle eines positiven Lösungsvorschlags einen Verweis zum Calculator, mit dessen Hilfe die numerische Lösung des Problems bestimmt werden kann.

Im Rahmen dieses Beispiels erscheint bei der Aktivierung des Links die in Abbildung 6.13 dargestellte Eingabemaske des Teilsystems Calculator, in die nur noch die bekannten Werte für den Stichprobenumfang,  $n = 7200$ , die triviale untere Schranke  $p_l = 0$ , die obere Schranke  $p_u = 0.20$ , das beobachtete Ergebnis  $x = 15$  und das Zuverlässigkeitsniveau  $\beta = 0.95$  durch

---

<sup>9</sup>Für diese Frage existiert neben den Antworten „Ja“ und „Nein“ noch eine dritte Alternative, die den Fall abdeckt, dass der Stichprobenumfang nicht genau bekannt ist. Der zugehörige Fragetext lautet:

*Der Stichprobenumfang  $n$  liegt fest. Es sind aber nur eine untere Schranke  $n_l$  und eine obere Schranke  $n_u$  für  $n$  bekannt.*

**Bernoulli-Raum für das Messexperiment zur  
Bestimmung der Wahrscheinlichkeit  $p$  ein  
nicht-spezifikationskonformes Stück zu produzieren**

**Problem**

Das Messexperiment besteht aus dem Herausnehmen und Überprüfen von  $n$  Stücken aus der laufenden Produktion. Dabei ist die Anzahl  $n$  und eine nicht-triviale obere Schranke für den unbekanntem Wert  $p$  bekannt, wobei letztere verbessert werden soll.

**Variablen**• **Zufällige Variable:**

$X$  = Anzahl der nicht-spezifikationskonformen Stücke unter den geprüften Stücken

• **Deterministische Variable:**

$$D = (D_1, D_2)$$

mit

$D_1$  = Anzahl der zu prüfenden Stücke (= Stichprobenumfang)

$D_2$  = Wahrscheinlichkeit der Produktion eines nicht-spezifikationskonformen Stückes

**Bernoulli-Raum**• **Ignoranzraum (bei gegebenem Wert  $n$ ):**

$$\mathcal{D} = \{(n, p) \mid p_l \leq p \leq p_u\}$$

• **Variabilitätsfunktion:**

$$\mathcal{X}(\{(n, p)\}) = \{x \mid 0 \leq x \leq n\}$$

Abbildung 6.11: Erste Seite des Diagnoseberichts mit dem Problem und einem Teil des Bernoulli-Raums

• **Zufallsstrukturfunktion:**

$$\mathcal{P}(\{(n, p)\}) = P_{X|\{(n, p)\}}$$

$$\text{mit } P_{X|\{(n, p)\}}(\{x\}) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

d.h. für gegebene Anfangsbedingungen  $(n, p)$  wird die Zufallsstruktur durch die Binomialverteilung  $Bi(n, p)$  beschrieben.

**Lösung**

Das  $\beta$ -Messverfahren zur Bestimmung einer oberen Schranke  $p_u$  für die Wahrscheinlichkeit  $p$  ein nicht-spezifikationskonformes Stück zu produzieren (= Verbesserung der bekannten oberen Schranke für den unbekanntem Wert  $p$ ). Die numerische Bestimmung der oberen Schranke für den unbekanntem Wert  $p$  der Wahrscheinlichkeit der Produktion eines nicht-spezifikationskonformen Stückes, erfolgt durch Aufruf des Stochastikon-Calculators und Eingabe der folgenden Werte in die entsprechende Eingabemaske:

1.  $n$  = bekannter Wert des Stichprobenumfangs
2.  $p_u$  = bekannter Wert der oberen Schranke für  $p$
3.  $p_l$  = 0 als Wert der unteren Schranke für  $p$
4.  $x$  = festgestellte Anzahl der nicht-spezifikationskonformen Stücken in der Stichprobe
5.  $\beta$  = geforderte Verfahrenzuverlässigkeit (= Zuverlässigkeitsniveau)

**Berechnung der neuen oberen Schranke durch den Stochastikon-Calculator:**

Minimale obere Schranke für eine Wahrscheinlichkeit

Version: 1.00

Abbildung 6.12: Zweite Seite des Diagnoseberichts mit dem Rest des Bernoulli-Raums, dem stochastischen Verfahren und einem Verweis zum Calculator

den Anwender einzugeben sind. Auf der Grundlage dieser Daten kann der Calculator nun die gesuchte obere Schranke bestimmen. Das Resultat wird dem Anwender in Form eines detaillierten mit Grafiken ausgestatteten Ergebnisberichts (in PDF) geliefert.

The screenshot shows the STOCHASTIKON Calculator interface. The main title is "STOCHASTIKON" with a logo on the right. Below the title is a navigation bar with links: "Stochastikon GmbH", "Calculator", "Encyclopedia", "Mentor", "Magister", and "Imprint". On the left, there are two menu items: "Binomial Distribution" and "Poisson Distribution". The main content area is titled "Measurement of an Upper Bound of a Deterministic Variable" and contains a "Parameter Input" section with the following fields:

Sample size:	7200
Lower bound of p:	0
Upper bound of p:	0.20
Realization:	15
Confidence:	0.95

Below the input fields is a "Start Calculation" button. At the bottom of the interface, there is a footer that says "Print reports with Ctrl-P".

Abbildung 6.13: (Ausgefüllte) Eingabemaske des Teilsystems Calculator

## 6.8 Bedeutung des Mentors

Primäres Ziel des Teilsystems Mentor ist nicht die Vermittlung von stochastischem Wissen, sondern seiner Anwendung auf konkrete, in der Realität auftretende Problemfälle. Das bedeutet, dass der Mentor das Verbindungsglied zwischen Theorie und Anwendung ist. Nutznießer sind in erster Linie Nicht-Stochastiker, zumal sich die erforderlichen stochastischen Vorkenntnisse im Wesentlichen auf den Bernoulli-Raum und der damit verbundenen Terminologie beschränken.

Durch diese Zielsetzung nimmt der Mentor unter den Teilsystemen eine Schlüsselrolle ein. Der Mentor-Content bietet stochastische Lösungsvorschläge für herkömmliche Problemstellungen an, was im Grunde einer Abkehr von der traditionellen, deterministischen Wissenschaft, hin zu einer stochastischen Wissenschaft gleich kommt.

Die Erstellung beziehungsweise Zusammenstellung von entsprechenden

Dialogsequenzen kann selbstverständlich nur unter intensiver Mitarbeit der verschiedenen Fachleute geschehen, die die relevanten Fragestellungen auf „ihrem“ Fachgebiet genauestens kennen, ebenso wie die gebräuchliche Terminologie, die sich in den Dialogen widerspiegeln sollte.

## Kapitel 7

# Informationstechnologische Realisation der Teilsysteme Encyclopedia und Mentor

In diesem letzten Kapitel werden die zentralen Eigenschaften der Generierungsprozesse zur Erzeugung des in den Kapiteln 5 und 6 besprochenen Encyclopedia- und Mentor-Contents vorgestellt.

Die Content-Generierung basiert auf einer Reihe von Strukturdateien. Sie wird über eine Konfigurationsdatei gesteuert. Beide Prozesse durchlaufen größtenteils gleichartige Phasen. Ähnlich verhält es sich mit dem Aufbau der Konfigurationsdateien. Dennoch findet eine Besprechung dieser Elemente sowohl für die Encyclopedia wie auch für den Mentor statt. Eine andere Vorgehensweise ginge zu Lasten der Übersichtlichkeit. Abschließend werden die verwendeten Software-Werkzeuge skizziert.

### 7.1 Die Verzeichnisstruktur beider Teilsysteme

Die Entwicklungsumgebungen beider Teilsysteme besitzen die gleiche Verzeichnisstruktur. Jede besteht aus sieben Verzeichnissen:

- src
- bin
- log
- output
- data
- config

- tmp

Der Encyclopedia- und der Mentor-Generierungsprozess ist in der Sprache Java programmiert. Der Java-Quellcode befindet sich im Verzeichnis `src`. Im Verzeichnis `bin` liegen die kompilierten class-Dateien und eine Reihe von Stapel-Dateien, die der jeweilige Generierungsprozess für seine Ausführung benötigt. Während der Ausführung produziert der Generierungsprozess eine Reihe von Protokolldateien und legt sie im Verzeichnis `log` ab. Der vom Generierungsprozess erzeugte Content (Begriffskatalog, Dialog-ID-Katalog, Thema-Dateien, Informationseinheiten, Dialogeinheiten und Diagnoseberichte) in Form von WWW-Seiten oder PDF-Dateien wird nach (natürlichen) Sprachen getrennt in jeweils einem eigenen Verzeichnis abgespeichert, das ein Unterverzeichnis von `output` ist. Die für die Erzeugung der WWW-Seiten relevanten Ausgangsdaten befinden sich, ebenfalls nach (natürlichen) Sprachen getrennt, im Verzeichnis `data`. Das Verzeichnis `config` enthält die für den Generierungsprozess relevanten Konfigurations- und Strukturdateien. Während Erstere den Ablauf des Generierungsprozesses steuern, enthalten Letztere Informationen über Struktur und Aufbau des Contents. Im Verzeichnis `tmp` legt der Generierungsprozess temporäre Dateien ab, die lediglich Hilfsfunktionen erfüllen.

## 7.2 Die Realisation des Teilsystems Encyclopedia

### 7.2.1 Der Encyclopedia-Generierungsprozess

Auf der Grundlage einer Konfigurationsdatei und einer beliebigen Anzahl homogen aufgebauter Strukturdateien erzeugt der Encyclopedia-Generierungsprozess den Encyclopedia-Content in Form von WWW-Seiten. Gestartet wird der Generierungsprozess durch folgenden Aufruf:

```
java EncyclopediaGenerator [name-der-Konfigurationsdatei]
```

`EncyclopediaGenerator` ist eine class-Datei und befindet sich im Verzeichnis `bin`. Standardmäßig holt sich der Generierungsprozess seine Konfigurationsdaten aus der Datei `config.xml`, die sich im Verzeichnis `config` befinden muss. Davon abweichend kann beim Aufruf an der Stelle `name-der-Konfigurationsdatei` optional eine Alternativ-Konfigurationsdatei angegeben werden. Eine Besprechung der Konfigurationsdatei folgt in Abschnitt 7.2.2. Bei seiner Ausführung durchläuft der Generierungsprozess zehn Phasen:

1. Überprüfung der Verzeichnisstruktur.  
 ⇨ Der Generierungsprozess überprüft die in Abschnitt 7.1 erläuterte Verzeichnisstruktur auf Vollständigkeit.

2. Aktivierung der Protokollierung.  
 ⇔ Der Generierungsprozess legt im Verzeichnis `log` eine Datei namens `protocol` an, in der alle Schritte der nachfolgenden Phasen textuell festgehalten werden.
3. Auslesen der Konfigurationsdatei.  
 ⇔ Steht beim Aufruf an der Stelle `name-der-Konfigurationsdatei` eine Konfigurationsdatei, liest der Generierungsprozess diese, andernfalls den Inhalt der Default-Konfigurationsdatei `config.xml` aus.
4. Verbindung zur Datenbank herstellen.  
 ⇔ Der Generierungsprozess stellt eine Verbindung zu einem relationalen Datenbanksystem her. Im Anschluss wird eine Datenbank und eine Reihe von (leeren) Tabellen generiert.
5. Auslesen der Strukturdatei(en).  
 ⇔ Der Generierungsprozess liest den Inhalt der Strukturdatei(en) aus, bereitet die Daten auf und speichert sie in den Tabellen der Datenbank ab Phase 4 ab.
6. Erzeugung der Thema-Dateien.  
 ⇔ Der Generierungsprozess erzeugt zu jedem Begriff eine individuelle Thema-Datei in HTML-Format. Sie beinhaltet alle Daten über das zugehörige Thema. Im wesentlichen ist dies der Begriff, sowie eine Liste von Verweisen auf die Informationseinheiten, der übergeordneten Themen (Superkontext) und der untergeordneten Themen (Subkontext). Für jede (natürliche) Sprache wird ein eigener Satz von Thema-Dateien generiert. Abgelegt werden diese Dateien im Verzeichnis `output`.
7. Erzeugung des Begriffskatalogs.  
 ⇔ Der Generierungsprozess fasst die Begriffe aller „sichtbaren“ Themen in einem Begriffskatalog zusammen. Hierbei handelt es sich um eine Datei im HTML-Format, in die der Begriff als Verweis auf die zugehörige Thema-Datei realisiert ist. Für jede (natürliche) Sprache wird ein eigener Begriffskatalog generiert. Abgelegt werden die Begriffskataloge im Verzeichnis `output`.
8. Erzeugung der Informationslisten.  
 ⇔ Der Generierungsprozess legt im Verzeichnis `log` eine Reihe von Listen an, die für den Administrator des Encyclopedia-Contents von Nutzen sind. Im Wesentlichen enthalten sie Informationen über die vergebenen Schlüsselwerte, die Verbindung aus Schlüsselwert, Begriff und Thema-Dateiname und einer kompakten Darstellung aller Themen inklusive ihres Kontextes.



9. Generierung der Informationseinheiten.

↔ Aus den im Verzeichnis `data` befindlichen Latex-Dateien erzeugt der Generierungsprozess die Informationseinheiten als PDF-Dateien. Im Rahmen dieser Transformation löst er eventuell vorhandene Verweise zu anderen Themen auf. Lässt sich ein Verweis nicht auflösen, erscheint eine Warnung und der Verweis wird deaktiviert. Dadurch kann eine Informationseinheit bereits bei ihrer Erstellung vollständig verlinkt werden, auch dann, wenn die zugehörigen Ziel-Themen erst zu einem späteren Zeitpunkt in die Encyclopedia aufgenommen werden. Abgelegt werden die Informationseinheiten im Verzeichnis `output`.

10. Überprüfung der Informationseinheiten auf Vollständigkeit.

↔ Der Generierungsprozess überprüft, ob alle bei einem Thema angegebenen Informationseinheiten tatsächlich existieren und der zugehörige Verweis innerhalb der Thema-Datei nicht versehentlich ins „Nichts“ zeigt.

Tritt bei einer der Phasen ein schwerwiegender Fehler auf, bricht der Generierungsprozess seine Ausführung mit einer Fehlermeldung ab.

Ab Phase 3, also nach der Aktivierung der Protokollierung, werden alle Meldungen und Hinweise der verbleibenden Phasen in einer Protokolldatei mit dem Namen `protocol` festgehalten. Sie wird im Verzeichnis `log` angelegt.

## 7.2.2 Aufbau der Konfigurationsdatei

Bei der Konfigurationsdatei `config.xml` handelt es sich um ein XML-Dokument, das der Generierungsprozess zur Erzeugung des Encyclopedia-Contents benötigt. Der Dateiinhalt setzt sich aus drei Elementen zusammen, die durch die XML-Tags `<structurefilelist>`, `<subsystemlist>` und `<languageodelist>` markiert sind. Bei `<configuration>` handelt es sich um das Wurzelement innerhalb des XML-Dokuments.

Prinzipiell können die Informationen über die Content-Struktur auf mehrere Dateien verteilt sein. Jede dieser Strukturdateien wird über das `<structurefile>`-Tag als untergeordnetes Tag von `<structurefilelist>` als solche gekennzeichnet.

Das `<subsystem>`-Tag innerhalb des Tags `<subsystemlist>` stellt die Umgebungsbeschreibung für ein Teilsystem dar. Somit existiert innerhalb der Konfigurationsdatei für jedes Teilsystem eine Umgebungsbeschreibung. Eine weitere gibt es für die „restliche Welt“, also die Welt außerhalb des Systems Stochastikon.

Eine Umgebung besteht aus drei Komponenten:

- Platzhalter für das Teilsystem (`<alias>`-Tag)
  - ↔ Soll innerhalb einer Informationseinheit auf ein Teilsystem Bezug genommen werden, so geschieht dies über einen Alias, der vom Generierungsprozess durch die tatsächliche Internet-Adresse des Teilsystems ersetzt wird.
- Die Internet-Adresse des Teilsystems (`<url>`-Tag)
  - ↔ Wann immer der Generierungsprozess in den Latex-Ausgangsdaten auf die unter `alias` angegebene Zeichenfolge stößt, ersetzt er sie durch die hier angegebene Adresse.
- Der Name des Browser-Fensters (`<target>`-Tag)
  - ↔ Um eine Flut von gleichzeitig geöffneten Browser-Fenstern zu verhindern, lässt sich jedes Teilsystem zu einem Zeitpunkt nur ein einziges Mal öffnen. Dies wird über den Namen des Browser-Fensters geregelt.

Das Tag `<languagecode>` innerhalb des `<languagecodelist>`-Tags repräsentiert eine (natürliche) Sprache, für die der Generierungsprozess die Content-Seiten erzeugen soll. Die Sprachen sind in Form von Buchstabenkürzel nach der ISO-Norm 639-1 anzugeben. So steht beispielsweise das Kürzel `de` für deutsch, `en` für englisch und `it` für italienisch.

Der aktuelle Stand der Datei `config.xml` ist in Anhang D abgedruckt.

### 7.2.3 Aufbau der Strukturdatei

Die Strukturdatei lautet nach dem Konfigurationsdatei-Eintrag in Anhang D `structure.xml`. Sie implementiert die in Abschnitt 5.2 vorgestellten Mechanismen für den Aufbau und die Vernetzung der Themen. Ihr Inhalt ist mittels XML strukturiert und besteht aus einer Liste von Themen (`<topiclist>`-Tag). Jedes Thema beginnt mit dem `<topic>`-Tag und besitzt maximal drei Attribute:

- `key` (obligatorisch)
  - ↔ Jedes Thema erhält einen eindeutigen Schlüsselbezeichner in Form einer beliebigen Zeichenfolge über den es identifiziert werden kann.
- `id` (obligatorisch)
  - ↔ Jedes Thema erhält eine eindeutige ID, die in die Namensbildung der zugehörigen Thema-Datei einfließt. Hierbei handelt es sich um eine positive ganze Zahl.
- `attribute` (optional)
  - ↔ Jedes Thema ist entweder „sichtbar“ (`visible`) oder „versteckt“ (`hidden`). Fehlt dieses Attribut, ist das Thema standardmäßig „sichtbar“.

Jeder `<topic>`-Block enthält drei Unterblöcke.

Der erste beinhaltet die Liste aller Begriffe, die zu dem Thema existieren (`<termlist>`-Tag). Der Begriff selbst wird durch das Tag `<term>` identifiziert. Das Tag besitzt ein Attribut namens `lang`, welches die (natürliche) Sprache festlegt in der dieser Begriff verfasst ist. Als Werte für das Attribut `lang` sind die Buchstabenkürzel der ISO-Norm 639-1 zugelassen.

Der zweite durch das `<infounitlist>`-Tag markierte Unterblock enthält die Dateinamen aller dem Thema zugehörigen Informationseinheiten. Auch in diesem Fall wird durch ein Attribut `lang` des Tags `<infounit>` die Sprache der Informationseinheit festgelegt.

Der letzte Unterblock (`<supertopickeylist>`-Tag) enthält den Superkontext des Themas. Realisiert wird dies durch die Angabe einer Liste von Themen zugeordneter Schlüsselwerte (Attribut `key`).

## 7.3 Die Realisation des Teilsystems Mentor

### 7.3.1 Der Mentor-Generierungsprozess

Auf der Grundlage einer Konfigurationsdatei und vier Strukturdateien erzeugt der Mentor-Generierungsprozess den Mentor-Content in Form von WWW-Seiten oder PDF-Dateien. Gestartet wird der Generierungsprozess durch folgenden Aufruf:

```
java MentorGenerator [name-der-Konfigurationsdatei]
```

`MentorGenerator` ist eine class-Datei und befindet sich im Verzeichnis `bin`. Standardmäßig holt sich der Generierungsprozess seine Konfigurationsdaten aus der Datei `config.xml`, die sich im Verzeichnis `config` befinden muss. Davon abweichend kann beim Aufruf an der Stelle `name-der-Konfigurationsdatei` optional eine Alternativ-Konfigurationsdatei angegeben werden. Eine Besprechung der Konfigurationsdatei folgt in Abschnitt 7.3.2.

Bei seiner Ausführung durchläuft der Generierungsprozess elf Phasen:

1. Überprüfung der Verzeichnisstruktur.  
↔ Der Generierungsprozess überprüft die in Abschnitt 7.1 erläuterte Verzeichnisstruktur auf Vollständigkeit.
2. Aktivierung der Protokollierung.  
↔ Der Generierungsprozess legt im Verzeichnis `log` eine Datei namens `protocol` an, in der aller Schritte der nachfolgenden Phasen textuell festgehalten werden.
3. Auslesen der Konfigurationsdatei.  
↔ Steht beim Aufruf an der Stelle `name-der-Konfigurationsdatei`

eine Konfigurationsdatei, liest der Generierungsprozess diese, andernfalls den Inhalt der Default-Konfigurationsdatei `config.xml` aus.

4. Verbindung zur Datenbank herstellen.  
↔ Der Generierungsprozess stellt eine Verbindung zu einem relationalen Datenbanksystem her. Im Anschluss wird eine Datenbank und eine Reihe von (leeren) Tabellen generiert.
5. Auslesen der Strukturdatei(en).  
↔ Der Generierungsprozess liest den Inhalt der Strukturdatei(en) aus, bereitet die Daten auf und speichert sie in den Tabellen der Datenbank aus Phase 4 ab.
6. Erzeugung der Dialog-Dateien.  
↔ Der Generierungsprozess erzeugt für jeden Dialog eine eigene Dialog-Datei im HTML-Format. Sie beinhaltet die Dialog-ID, den Fragetext und eine Liste der Antwortvorschläge in Form von Verweisen. Für jede (natürliche) Sprache wird ein eigener Satz von Dialog-Dateien generiert. Abgelegt werden die Dialog-Dateien im Verzeichnis `output`.
7. Erzeugung des Dialoghistorie-Dateien.  
↔ Der Generierungsprozess erzeugt zu jedem Dialog die zugehörige Historie in Form einer HTML-Datei.
8. Erzeugung des Dialog-ID-Katalogs.  
↔ Der Generierungsprozess fasst die ID's aller Dialoge im Dialog-ID-Katalog zusammen. Hierbei handelt es sich um eine Datei in HTML-Format, in der eine ID als Verweis auf die Dialogeinheit-Datei und ihrer zugehörigen Dialoghistorie-Datei realisiert ist. Für jede (natürliche) Sprache wird ein eigener Dialog-ID-Katalog in eine eigene HTML-Datei generiert. Abgelegt werden die Dialog-ID-Kataloge im Verzeichnis `output`.
9. Erzeugung der Informationslisten.  
↔ Der Generierungsprozess legt im Verzeichnis `log` eine Reihe von Listen an, die für den Administrator des Mentor-Contents von Nutzen sind. Im Wesentlichen enthalten sie Informationen über die Texte, Verweise und eine kompakte Darstellung aller Dialoge.
10. Generierung der Diagnoseberichte.  
↔ Aus den im Verzeichnis `data` befindlichen Latex-Dateien erzeugt der Generierungsprozess die Diagnoseberichte als PDF-Dateien. Im Rahmen dieser Transformation löst er eventuell vorhandene Verweise zu den anderen Teilsystemen auf. Abgelegt werden die Diagnosen im Verzeichnis `output`.

11. Überprüfung der Dateien auf Vollständigkeit.  
↔ Der Generierungsprozess überprüft, ob alle erforderlichen Dialog- und Dialoghistorie-Dateien existieren.

Tritt bei einer der Phasen ein schwerwiegender Fehler auf, bricht der Generierungsprozess seine Ausführung mit einer Fehlermeldung ab.

Ab Phase 3, also nach der Aktivierung der Protokollierung, werden alle Meldungen und Hinweise der verbleibenden Phasen in einer Protokolldatei mit dem Namen `protocol` festgehalten. Sie wird im Verzeichnis `log` angelegt.

### 7.3.2 Aufbau der Konfigurationsdatei

Die Konfigurationsdatei `config.xml` enthält Daten im XML-Format, die der Generierungsprozess zur Erzeugung des Mentor-Contents benötigt. Der Dateiinhalt setzt sich aus drei Blöcken zusammen, die durch die XML-Tags `<structurefilelist>`, `<subsystemlist>` und `<languagecodelist>` markiert sind. Beim XML-Tag `<configuration>` handelt es sich um das Wurzelement des XML-Dokuments.

Die Informationen über die Struktur der Inhalte sind auf vier Dateien verteilt. Diese enthalten:

- eine Liste aller Fragetexte (`questiontext.xml`),
- eine Liste aller Antworttexte (`answertext.xml`),
- eine Liste aller Verweise, deren Ziele sich außerhalb des Teilsystems Mentor befinden (`externallink.xml`), und
- eine Beschreibung der Dialog-Struktur (`dialog.xml`).

Jede dieser Strukturdateien wird über das Tag `<structurefile>` als untergeordnetes Tag von `<structurefilelist>` als solche markiert.

Das `<subsystem>`-Tag innerhalb des Tags `<subsystemlist>` stellt die Umgebungsbeschreibung für ein Teilsystem dar. Somit existiert innerhalb der Konfigurationsdatei für jedes Teilsystem eine Umgebungsbeschreibung. Eine weitere gibt es für die „restliche Welt“, also die Welt außerhalb des Systems Stochastikon.

Eine Umgebung besteht aus drei Komponenten:

- Platzhalter für das Teilsystem (`<alias>`-Tag)  
↔ Soll innerhalb einer Informationseinheit auf ein Teilsystem Bezug genommen werden, so geschieht dies über einen Alias, der vom Generierungsprozess durch die tatsächliche Internet-Adresse des Teilsystems ersetzt wird.

- Internet-Adresse des Teilsystems (`<url>`-Tag)  
 ⇔ Wann immer der Generierungsprozess in den Hilfe- oder Hinweis-Dateien auf die unter `alias` angegebene Zeichenfolge stößt, ersetzt er sie durch die hier angegebene Adresse.
- Name des Browser-Fensters (`<target>`-Tag)  
 ⇔ Um eine Flut von gleichzeitig geöffneten Browser-Fenstern zu verhindern, lässt sich jedes Teilsystem zu einem Zeitpunkt nur ein einziges Mal öffnen. Dies wird über den Namen des Browser-Fensters geregelt.

Das Tag `<languagecode>` innerhalb des `<languageodelist>`-Tags repräsentiert eine (natürliche) Sprache, für die der Generierungsprozess den Content erzeugen soll. Die Sprachen werden durch Buchstabenkürzel nach der ISO-Norm 639-1 identifiziert.

Der aktuelle Stand der Datei `config.xml` ist in Anhang E abgedruckt.

### 7.3.3 Aufbau der Strukturdateien

Die Informationen aus denen der Generierungsprozess die WWW-Seiten des Mentor-Contents erzeugt sind auf vier Dateien verteilt. Der Inhalt jeder Datei ist nach einem von zwei möglichen Formaten aufgebaut. Beide Formate — Typ I und Typ II genannt — werden nachfolgend erläutert.

#### Mentor-Strukturdatei, Typ I

Die Dialog-Strukturdatei lautet nach dem Konfigurationsdatei-Eintrag in Anhang E `dialog.xml`. Sie implementiert die in Abschnitt 6.2 vorgestellten Mechanismen zur Strukturierung der Dialogeinheiten zu einem Baum.

Hierbei handelt es sich um eine XML-Datei, die nach dem Typ I-Format verfasst ist. Im Wesentlichen besteht sie aus einer in das `<dialoglist>`-Tag eingebetteten Liste von Dialogeinheiten (`<dialog>`-Tag). Das `<dialoglist>`-Tag besitzt ein Attribut namens `rootid`, welches als Wert die Dialog-ID jener Dialogeinheit besitzt, die als Wurzel des Baums fungiert.

Jedes `<dialog>`-Tag besitzt ein Attribut namens `id`, bei dem es sich um die eindeutige Dialog-ID handelt. Ein `<dialog>`-Block besteht aus vier Unterblöcken, die mit folgenden Tags eingeleitet werden:

- `<questionref>`  
 ⇔ Dieses Tag verweist auf den Fragetext des Dialogs in Form einer Fragetext-ID. Die Fragetexte aller Dialoge sind gemeinsam mit einer eindeutigen ID in einer XML-Datei namens `questiontext.xml` nach Anhang E (vom Typ II) abgelegt. Ändert sich ein Fragetext, muss er, unabhängig von der Häufigkeit seiner Verwendung, lediglich an einer einzigen Stelle modifiziert werden.

- **<answerlist>**
  - ↔ Dieses Tag beinhaltet die möglichen Antwortalternativen und enthält für jeden Vorschlag ein **<answer>**-Tag, das wiederum drei Untertags enthält:
    - \* **<answerref>**
      - ↔ Dieses Tag verweist auf den Antworttext dieser Antwortalternative in Form einer Antworttext-ID. Die Antworttexte der Antwortvorschläge aller Dialoge sind gemeinsam mit einer eindeutigen ID in einer XML-Datei namens **antworttext.xml** nach Anhang E (vom Typ II) abgelegt. Ändert sich ein Antworttext, muss er, unabhängig von der Häufigkeit seiner Verwendung, lediglich an einer einzigen Stelle modifiziert werden.
    - \* **<nextref>**
      - ↔ Dieses Tag verweist auf den Nachfolger des Dialogs nach Wahl der Antwortalternative in Form einer ID. Die ID kann entweder auf eine andere Dialogeinheit oder auf eine beliebige externe WWW-Seite verweisen. Die Adressen der externen WWW-Seiten sind gemeinsam mit einer eindeutigen ID in einer Datei namens **externallink.xml** nach Anhang E (vom Typ II) abgelegt.
    - \* **<nextreftype>**
      - ↔ Dieses Tag legt über die beiden möglichen Werte **intern** und **extern** fest, ob die ID aus dem **<nextref>**-Tag auf eine (interne) Dialogeinheit oder auf eine (externe) WWW-Seite verweist.
- **<help>**
  - ↔ Dieses Tag gibt über die Werte **yes** oder **no** darüber Auskunft, ob zu dieser Dialogeinheit Hilfe existiert. Bei vorhandener Hilfe muss sich im Teilsystem Encyclopedia eine PDF-Datei mit Namen **help-** gefolgt von der Dialog-ID<sup>1</sup> befinden.
- **<info>**
  - ↔ Dieses Tag gibt über die Werte **yes** oder **no** darüber Auskunft, ob zu dieser Dialogeinheit Hinweise existieren. Bei vorhandenen Hinweisen muss sich im Teilsystem Encyclopedia eine PDF-Datei mit dem Namen **info-** gefolgt von der Dialog-ID (siehe Kapitel 7, Fußnote 1) befinden.

Die Beschreibung der Mentor-Strukturdatei vom Typ I mit XML Schema ist in Anhang I zu finden.

---

<sup>1</sup>Die Dialog-ID muss im Rahmen des Dateinamens — eventuell mittels führender Nullen — siebenstellig sein.

## Mentor-Strukturdatei, Typ II

Die Strukturdateien zur Speicherung aller Fragetexte, Antworttexte und (externen) Verweise heißen laut den Einträgen der Konfigurationsdatei aus Anhang E `questiontext.xml`, `answertext.xml`, `externallink.xml`. Es sind alles XML-Dateien des Typs II.

Jede der drei Dateien besteht aus einer in das Tag `<elementlist>` eingebetteten Liste von `<element>`-Tags. Jedes `<element>`-Tag besitzt eine eindeutige ID als Attribut und beschreibt genau einen Fragetext, Antworttext oder einen (externen) Verweis. Innerhalb des `<element>`-Tags existiert für jede (natürliche) Sprache ein eigener Eintrag in Form eines `<elementcontent>`-Tags. Dieses Tag besitzt neben der eigentlichen Information (Text beziehungsweise Adresse) ein Attribut namens `lang` für den Ländercode nach ISO-Norm 639-1.

Die Beschreibung der Mentor-Strukturdatei vom Typ II mit XML Schema ist in Anhang J abgedruckt.

## 7.4 Die eingesetzten Werkzeuge

Aufgrund ihrer Komplexität würde eine detaillierte Beschreibung der einzelnen Spezifikationen und/oder der entsprechenden Software-Werkzeuge den Rahmen dieser Arbeit sprengen. Für den interessierten Leser sind als Fußnoten Adressen angegeben, unter denen ausführliche Informationen zu finden sind. Meist handelt es sich dabei um die Internet-Adressen der Hersteller oder der betreuenden Organisationen. Ich habe darauf verzichtet, alle Versionsvarianten des einzelnen Werkzeugs aufzuzählen, die im Laufe der Entwicklungsphase zum Einsatz kamen. Stattdessen wird die zuletzt verwendete Version angegeben. Darüber hinaus wird zu jedem Werkzeug angegeben, in welchen Zusammenhang es zum Einsatz kommt.

### Sprachen

Im Rahmen der beiden Teilsysteme Encyclopedia und Mentor werden eine Reihe von Sprachen oder sprachähnlichen Notationen verwendet. Im Einzelnen sind dies:

- Java 5, in der Implementierung von JDK 5.0 (Java Development Kit) der J2SE 5.0 (Java 2 Platform Standard Edition).<sup>2</sup>  
Java ist eine objektorientierte Programmiersprache und für die Programmierung von Web-Anwendungen geeignet.

---

<sup>2</sup>5.0 ist die externe Versionsnummer. Die interne Versionsnummer lautet 1.5.



Sowohl der Encyclopedia-Generator, wie auch der Mentor-Generator sind in der Programmiersprache Java geschrieben.<sup>3</sup>

- JavaScript 1.2.  
JavaScript ist eine an Java orientierte Skriptsprache, die die Erstellung von dynamischen HTML-Seiten ermöglicht. In JavaScript verfasste Anweisungen lassen sich direkt in HTML-Dokumente einbetten. Eine Reihe von WWW-Seiten, aus denen sich die Benutzeroberfläche des Systems Stochastikon zusammensetzt enthält JavaScript-Code.<sup>4</sup>
- HTML 4.01 (Hypertext Markup Language)<sup>5</sup>  
HTML ist ein Sprache, die zur Erstellung von WWW-Seiten entwickelt wurde und dient der Anzeige von Informationen durch einen Web-Browser. Das bedeutet, dass Web-Browser in der Lage sind, HTML-Dokumente zu „verstehen“ und die darin enthaltenen HTML-„Befehle“ auszuführen.  
Bei den meisten WWW-Seiten der Benutzeroberfläche und des Contents handelt es sich um HTML-Dokumente.<sup>6</sup>
- CSS (Cascading Style Sheets)  
CSS ist eine speziell auf HTML zugeschnittene Sprache. Mit ihr können gewisse Formateigenschaften in Bezug auf Farbe, Schrift, Ausrichtung, etc. einzelner HTML-Elemente festgelegt werden.  
Die WWW-Seiten der Benutzeroberfläche verwenden für die Formatierung CSS.<sup>7</sup>
- XML 1.1 (Extensible Markup Language)  
XML ist eine Metasprache, d.h. eine Sprache zur formalen Definition anderer Sprachen und stellt einen Dokumentenverarbeitungsstandard dar. XML ermöglicht es, individuelle Dokumenten-Markups in Form von Tags zu definieren, um damit ein Dokument zu strukturieren. Beispielsweise ist HTML eine Anwendung von XML.  
Für die Konfigurations- und Strukturdateien wurden mittels XML eigene „Sprachen“ verfasst, deren Vokabular der Beschreibung und

---

<sup>3</sup>Ausführliche Informationen zu Java 5 sind unter URL: <http://java.sun.com/> zu finden ([19.06.2006]).

<sup>4</sup>Ausführliche Informationen zur JavaScript sind unter URL: <http://www.ecma-international.org/publications/standards/Ecma-262.htm> zu finden ([19.06.2006]).

<sup>5</sup>*Markup* bedeutet, dass der Nutzinformation zusätzliche Verwaltungsinformationen hinzugefügt werden können. Diese Verwaltungsinformation legt die Art, die Bedeutung, die Funktion, die Verarbeitung, etc. der Nutzinformation fest.

<sup>6</sup>Ausführliche Informationen zu HTML sind unter URL: <http://www.w3.org/> zu finden ([19.06.2006]).

<sup>7</sup>Ausführliche Informationen zu CSS sind unter URL: <http://www.w3.org/> zu finden ([19.06.2006]).

Strukturierung des Dateiinhalts dient.<sup>8</sup>

- XSL 1.0 (Extensible Stylesheet Language)  
XSL besteht im Wesentlichen aus zwei Teilen, einem Transformations-  
teil (XSLT)<sup>9</sup> und einem Formatierungsteil (XSL-FO)<sup>10</sup>. XSLT bietet  
die Möglichkeit auf Grundlage eines Stylesheets ein XML-Dokument  
in ein anderes, beispielsweise ausschließlich aus HTML-Tags bestehen-  
des, XML-Dokument zu überführen. Die formatmäßige Aufbereitung  
eines XML-Dokuments geschieht mit Hilfe von XSL-FO.  
Die Generierungsprozesse greifen bei der Daten-Konvertierung vom  
XML-Format in das HTML-Format auf in XSL formulierte Transfor-  
mationsvorschriften zurück.<sup>11</sup>
- XML Schema (Extensible Markup Language Schema)  
XML Schema ist der Nachfolger von DTD<sup>12</sup> und stellt eine Sprache zur  
Definition von XML-Dokumentstrukturen beziehungsweise von XML-  
Vokabularien dar.  
Für die automatische Generierung von Java Klassen werden XML  
Schema Definitions (XSDs), also konkrete in XML Schema verfasste  
Informationen benötigt.<sup>13</sup>
- $\text{\LaTeX} 2_{\epsilon}$  in der Implementierung  $\text{MiKTeX} 2.4$   
 $\text{\LaTeX} 2_{\epsilon}$  ist ein Satzsystem, das es dem Anwender ermöglicht, oh-  
ne Typographie-Kenntnisse Dokumente mit professionellem Layout  
zu generieren. Im Gegensatz zu Textverarbeitungssystemen arbeitet  
 $\text{\LaTeX} 2_{\epsilon}$  nicht nach dem Prinzip WYSWYG<sup>14</sup>, sondern basiert, ana-  
log zu HTML auf Markups, auf den sogenannten Befehlen.  
Die Ausgangsdaten der Informationseinheiten des Teilsystems Ency-  
clopedia und der Diagnosen des Teilsystems Mentor sind in  $\text{\LaTeX} 2_{\epsilon}$   
verfasst. Der Encyclopedia-Generator verwendet für deren Konvertie-  
rung von  $\text{\LaTeX} 2_{\epsilon}$  nach PDF das  $\text{\LaTeX} 2_{\epsilon}$ -System  $\text{MiKTeX} 2.4$ .<sup>15</sup>

---

<sup>8</sup>Ausführliche Informationen zu XML sind unter URL: <http://www.edition-w3c.de/>  
oder <http://www.w3.org/> zu finden ([19.06.2006]).

<sup>9</sup>XSLT steht für *Extensible Stylesheet Language Transformations*.

<sup>10</sup>XSL-FO steht für *Extensible Stylesheet Language Formatting Objects*.

<sup>11</sup>Ausführliche Informationen zu XSL sind unter URL: <http://www.edition-w3c.de/>  
oder <http://www.w3.org/> zu finden ([19.06.2006]).

<sup>12</sup>DTD steht für *Document Type Definition*.

<sup>13</sup>Ausführliche Informationen zu XML Schema sind unter URL:  
<http://www.edition-w3c.de/> oder <http://www.w3.org/> zu finden ([19.06.2006]).

<sup>14</sup>WYSWYG steht für *What you see is what you get*.

<sup>15</sup>Ausführliche Informationen zu  $\text{\LaTeX} 2_{\epsilon}$  sind unter der Adresse  
<http://www.dante.de/> und zu  $\text{MiKTeX}$  unter URL: <http://www.miktex.org/> zu  
finden ([19.06.2006]).

- PDF (Portable Document Format)  
 PDF ist ein proprietäres Dateiformat, dessen Spezifikation jedermann zugänglich ist und auf dem PostScript-Format basiert.  
 Die Informationseinheiten des Teilsystems Encyclopedia werden dem Anwender in Form von Dateien im PDF-Format zur Verfügung gestellt.<sup>16</sup>

### XML-Werkzeuge

Für die automatische Generierung von Java Klassen auf Grundlage von in XML Schema verfasste Daten wird JAXB 1.0.4 (Java Architecture for XML Binding) verwendet. Von Anhang F bis Anhang J sind die Daten in XML Schema abgedruckt.

Für die Transformation von Daten im XML-Format unter Verwendung von XSLT (XSL Transformations) in Daten im HTML-Format wird JAXP 1.2.6 (Java API for XML Processing) eingesetzt.

Beide XML-Werkzeuge sind Bestandteil des Pakets Java WSDP 1.5 (Java Web Services Developer Pack).<sup>17</sup>

### Webserver und Servlet/JSP Container

Als Webserver wird Apache Jakarta Tomcat 5.0 eingesetzt. Tomcat 5.0 implementiert die Servlet 2.4 und JSP 2.0 (Java Server Pages) Spezifikationen. Ein Webserver stellt Daten in Form von Dateien (z.B. im HTML-Format) mittels des HTTP-Protokolls<sup>18</sup> über das Internet zur Verfügung. Angesprochen werden die Daten über URL-Adressen.<sup>19</sup>

Aus der Sicht von Tomcat 5.0 handelt es sich bei jedem Teilsystem von Stochastikon um eine eigene Web-Anwendung. Im Fall vom System Stochastikon existiert im Verzeichnis `webapps` der Verzeichnisstruktur von Tomcat 5.0 für jedes seiner Teilsysteme ein eigenes Unterverzeichnis.

### Relationales Datenbanksystem

Für die Zwischenspeicherung der diversen Strukturdaten während des Generierungsprozesses (Phase 5) wird das relationale Datenbanksystem MySQL 3.23 eingesetzt.

---

<sup>16</sup>Ausführliche Informationen sind unter URL: [http://partners.adobe.com/public/developer/pdf/index\\_reference.html](http://partners.adobe.com/public/developer/pdf/index_reference.html) zu finden ([19.06.2006]).

<sup>17</sup>Ausführliche Informationen zu JAXB und JAXP sind unter URL: <http://java.sun.com/> zu finden ([19.06.2006]).

<sup>18</sup>HTTP steht für *Hypertext Transfer Protocol*

<sup>19</sup>Ausführliche Informationen zu Tomcat sind unter URL: <http://tomcat.apache.org/> zu finden ([19.06.2006]).

Bei einem relationalen Datenbanksystem werden die zu speichernden Daten auf Tabellen verteilt, die sich aus Zeilen und Spalten zusammensetzen. Die Zeilen einer Tabelle sind alle einheitlich aufgebaut und enthalten jeweils einen Datensatz. Eine Zeile besteht aus einer festen Anzahl von Spalten, die den Merkmalen oder Attributen des Datensatzes entsprechen.<sup>20</sup>

---

<sup>20</sup>Ausführliche Informationen zu MySQL sind unter URL: <http://www.mysql.de/> oder <http://www.mysql.com/> zu finden ([19.06.2006]).

# Kapitel 8

## Abgrenzungen

Im Rahmen dieses Kapitels erfolgt eine Abgrenzung einerseits zwischen dem Anwendungs- und Informationssystem Stochastikon und einigen auf dem Markt befindlichen Softwaresystem-Familien und andererseits zwischen der Mathematischen Stochastik und der hier dargestellten Bernoullischen Stochastik. Aufgrund der Masse bestehender Softwaresysteme wäre ein Vergleich konkreter Systeme nicht praktikabel. Stattdessen werden als Untersuchungskriterium die zentralen Ziele und Prinzipien der jeweiligen Systeme gewählt. Allerdings sind diese in der Literatur nicht immer eindeutig formuliert. In diesen Fällen ist eine klare Abgrenzung nur bedingt durchführbar. Die Überlegungen zur Abgrenzung sollen auch dazu dienen, Stand und Bedeutung der vorgelegten Arbeit innerhalb der Bernoullischen Stochastik zu klären.

### 8.1 Abgrenzung des Systems Stochastikon gegenüber verschiedenen Informationssystem-Familien

Aufgrund der Universalität des Begriffs „Informationssystem“<sup>1</sup> kann an dieser Stelle lediglich auf einige wenige Informationssystem-Familien eingegan-

---

<sup>1</sup> In [45] (Seite 84) heißt es zu Informationssystem: „*Ein Informationssystem [...] besteht aus Mensch und Maschine, die Information erzeugen und/oder benutzen und die durch Kommunikationsbeziehungen miteinander verbunden sind.*“

Diese Beschreibung ist sehr allgemein gehalten und bezieht sich auf jegliche Art von Informationssystemen. Im Rahmen dieser Arbeit sind Informationssysteme daher immer im Kontext der Informatik zu sehen. Hierzu heißt es bei [45] (Seite 85): „*Ein rechnergestütztes Informationssystem [...] ist ein System, bei dem die Erfassung, Speicherung, Übertragung und/oder Transformation von Information durch den Einsatz der Informationstechnik teilweise automatisiert ist.*“ und stimmt in weiten Teilen mit der Beschreibung nach Helmut Balzert (siehe Kapitel 1, Fußnote 13) wörtlich überein.

Anmerkung: Demnach könnte man die weiter unten besprochenen Statistik-Softwaresysteme im weitesten Sinne ebenfalls als Informationssysteme betrachten.

gen werden. Es fiel die Wahl auf Systeme, die einerseits am ehesten eine mehr oder weniger enge Verwandtschaft mit dem System Stochastikon vermuten lassen und andererseits eine gewisse Aktualität und/oder Verbreitung aufweisen:

- Wissensbasierte Systeme
- Content-Management-Systeme
- Wiki-Systeme

### 8.1.1 Wissensbasierte Systeme

*Wissensbasiertes System* ist ein Sammelbegriff für „intelligente“ Computersysteme, die bestimmte Merkmale aufweisen. Aufgrund der großen Spannweite in Hinblick auf Erscheinungsform und Anwendungsgebiet befinden sich weltweit unüberschaubar viele solcher Systeme im Einsatz. Selbst die Anzahl existierender Expertensysteme als eine Ausprägung wissensbasierter Systeme wird auf mehrere tausend Installationen geschätzt<sup>2</sup> ([9], Seite 13 und [46], Seite 118). Daher würde ein erschöpfender Vergleich der aktuell vorhandenen Systeme jeglichen Rahmen sprengen. Würde man hingegen einige konkrete Systeme herausgreifen, setzte man sich zwangsläufig der Kritik aus, eine zu spezielle Auswahl getroffen zu haben, oder dass diese Auswahl nicht den state-of-the-art widerspiegelt. Allerdings ist ein Vergleich konkreter Systeme für eine Abgrenzung gegenüber dem System Stochastikon nicht erforderlich, da alle wissensbasierten Systeme ein gemeinsames Kernkonzept aufweisen.<sup>3</sup> Das zentrale Kernkonzept ist die Trennung zwischen Wissenspräsentation und Wissensverarbeitung. Hierbei wird meist explizit oder implizit davon ausgegangen, dass es sich um „unsicheres“ Wissen<sup>4</sup> han-

---

<sup>2</sup>Unter [53] werden allein über zwanzig Expertensysteme und Expertensystem-Shells aufgeführt, die speziell für den Problemkreis der Rechtswissenschaften zugeschnitten sind beziehungsweise für dieses Einsatzgebiet als geeignet erscheinen.

<sup>3</sup>Christoph Beierle und Gabriele Kern-Isberner beschreiben dies in der Einleitung zu ihrem Buch über die Methoden wissensbasierter Systeme ([9], Seite 1) mit folgenden Worten: „Die Menge der Programmierumgebungen, Tools und System-Shells, die bei der Entwicklung solcher wissensbasierter Systeme wertvolle Hilfestellung leisten können, scheint ebenso unüberschaubar, und die rasante Entwicklung im allgemeinen Soft- und Hardware-Bereich macht die Orientierung auf diesem Gebiet nicht einfacher.“

Trotz der enormen Fluktuation im Systembereich kann man sich aber klarmachen, dass die allgemeine Aufgabenstellung eines wissensbasierten Systems von erstaunlicher Konstanz ist: Immer geht es darum, intelligentes Denken und Handeln in einem bestimmten Bereich zu simulieren, und immer muss zu diesem Zweck Wissen dargestellt und verarbeitet werden.“

<sup>4</sup>In [15] (Seiten 5f.) und [42] (Seiten 292ff.) wird Unsicherheit als eine Eigenschaft des sogenannten *imperfekten Wissens* (= Wissen, das nicht völlig exakt und absolut sicher ist) betrachtet. In diesem Zusammenhang werden Impräzision und Vagheit als weitere Eigenschaften imperfekten Wissens genannt.

Bei [46] (Seite 37) hingegen stellt unsicheres Wissen eines von insgesamt neun Qua-

deln kann.

Um zu überprüfen, ob das System Stochastikon ein wissensbasiertes System im obigen Sinn ist, soll stellvertretend ein Vergleich mit einem Repräsentant der Familie der wissensbasierten Systeme, sprich dem Expertensystem erfolgen. Für dieses geben Christoph Beierle<sup>5</sup> und Gabriele Kern-Isberner<sup>6</sup> ([9], Seite 11) folgende, weitgehend anerkannte Definition an:

*„Ein Expertensystem ist ein Computersystem (Hardware und Software), das in einem gegebenen Spezialisierungsbereich menschliche Experten in Bezug auf ihr Wissen und ihre Schlussfolgerungsfähigkeit nachbildet.“*

Um einen möglichst umfassenden Vergleich der Expertensysteme mit dem System Stochastikon durchzuführen, soll diese Definition als Grundlage dienen. Die Definition enthält sechs zentrale Stichwörter:

- Computersystem (Hardware und Software),
- Spezialisierungsbereich,
- Menschliche Experten,
- Wissen,
- Schlussfolgerungsfähigkeit und
- Nachbildet.

Ziel dieser kleinen Untersuchung ist die Klärung der Frage, inwieweit die vorgelegte Arbeit und damit das System Stochastikon in den Bereich der Expertensysteme fällt. Hierzu erfolgt die Untersuchung der Stichwörter im Hinblick auf die Eigenschaften und Funktionen von Expertensystemen einerseits und dem System Stochastikon andererseits.

---

litätskriterien für Wissen dar. Dort heißt es: „*Wissen kann auch unsicher sein, wenn nicht die exakte Wahrscheinlichkeit des Zutreffens dieses Wissens angegeben werden kann.*“

An anderen Stellen (z.B. [54], Seite 49ff. oder [60], Seite 78) wird der Begriff der Unsicherheit im Zusammenhang mit der Aussagenlogik beziehungsweise mit Aussagen eingeführt. Unsicherheit liegt dann vor, wenn der Wahrheitswert (**wahr** oder **falsch**) einer Aussage nicht bekannt ist oder nicht mit absoluter Sicherheit angebbar ist.

<sup>5</sup>Prof. Dr. Christoph Beierle; Lehrstuhlinhaber für wissensbasierte Systeme (Praktische Informatik VII) im Fachbereich Informatik an der FernUniversität Hagen (URL: <http://www.informatik.fernuni-hagen.de/pi8/pi8.html>, [19.06.2006]).

<sup>6</sup>Prof. Dr. Gabriele Kern-Isberner; Fachbereich Informatik an der Universität Dortmund (URL: <http://ls6-www.cs.uni-dortmund.de/~kisberne/>, [19.06.2006]).

## Ziele und Prinzipien von Expertensystemen

Zunächst werden die oben aufgezählten Stichwörter im Hinblick auf Expertensystemen kommentiert.

- Das erste Stichwort betrifft eine triviale Aussage, denn Expertensysteme sind ein Teilgebiet der Künstlichen Intelligenz, die wiederum Bestandteil der Informatik ist, deren Existenzgrundlage aus *Computersystemen*, also Hard- und Software, besteht.
- Das Stichwort *Spezialisierungsbereich* ist wesentlich für jedes Expertensystem. Ein Expertensystem betrifft notwendig einen vorgegebenen und im Allgemeinen sehr stark eingeschränkten Bereich menschlicher Aktivitäten in Form eines Fachgebietes.
- Ähnlich wie das Stichwort *Spezialisierungsbereich* betrifft auch das Stichwort *Menschliche Experten* einen charakteristischen Punkt aller Expertensysteme, deren primäres Ziel es ist, das Wissen und die Fähigkeiten der Experten aus einem definierten Fachgebiet (*Spezialisierungsbereich*) mit Hilfe eines Computersystems zur Verfügung zu stellen. An dieser Stelle erkennt man auch die enge Verknüpfung zwischen den beiden Stichwörtern *Spezialisierungsbereich* und *Menschliche Experten*, die sich gegenseitig voraussetzen.
- Bezogen auf ein gegebenes Fachgebiet (*Spezialisierungsbereich*) versucht ein Expertensystem, das spezifische *Wissen* der (menschlichen) Experten in Form von, beispielsweise, Aussagen oder Regeln in einer Wissensbasis darzustellen. Da ein Computersystem eine beinahe unbegrenzte Speicherungsfähigkeit hat, kann die Wissensbasis eines Expertensystems ohne Probleme zumindest theoretisch das ganze augenblicklich verfügbare *Wissen* eines *Spezialisierungsbereiches* enthalten.
- Das Stichwort *Schlussfolgerungsfähigkeit* bezieht sich auf die Fähigkeit von Experten, Lösungsvorschläge in Form von beispielsweise Diagnosen<sup>7</sup> oder Prognosen<sup>8</sup> für Probleme aus dem gegebenen Spezialisierungsbereich zu liefern. Damit ist auch das primäre und wichtigste Ziel eines Expertensystems genannt, nämlich die Fähigkeit, auf der Grundlage von vorhandenem Wissen weiteres Wissen herzuleiten, also Schlussfolgerungen zu ziehen.

---

<sup>7</sup>Siehe auch Seite 94f.

<sup>8</sup>Das Ziel von Expertensystemen zur Prognose besteht in der Vorhersage zukünftiger Ereignisse. Dabei werden Techniken, wie beispielsweise ökonomische Modelle oder die Regressionsanalyse eingesetzt, die nichts mit den im Rahmen von Kapitel 2 vorgestellten Vorhersageverfahren gemein haben.



- Das letzte Stichwort *Nachbildet* bezieht sich auf die Methode, mit der ein Expertensystem einen Lösungsvorschlag erstellen soll. Das Expertensystem soll so konzipiert sein, dass das System den (Problemlösungs- oder Schlussfolgerungs-) Prozess eines Experten nachbildet, um dadurch dessen fachliche Fähigkeiten zu erreichen oder im Idealfall sogar zu übertreffen.

Damit ergeben sich folgende Ziele und Prinzipien von Expertensystemen: Ein Expertensystem behandelt Probleme aus einem eng begrenzten Fachgebiet, deren Lösungen in Form von Aussagen (z.B. Diagnosen) angebar sind. Die Problemlösungsfindung geschieht für gewöhnlich dadurch, dass die Inferenzmaschine mittels verschiedener Prinzipien auf der Grundlage von Fakten (z.B. Symptome) auf andere interessierende Fakten (z.B. Krankheit) schließt.

Ein Expertensystem bildet die Vorgehensweise eines Experten ab und übernimmt damit auch alle daraus resultierenden Schwachstellen. Das größte Problem bei der Bestimmung eines Lösungsvorschlags durch einen Experten ergibt sich aus der Tatsache, dass viele der vorliegenden Fakten nicht bekannt sind und als Folge davon viele verschiedene Lösungen denkbar sind. Die Qualität eines Expertensystems hängt im Wesentlichen davon ab, wie es mit diesem Problem fertig wird. In der Theorie der Expertensysteme wird dazu der Begriff der *Unsicherheit* eingeführt, der im übrigen nichts mit dem im Rahmen der Bernoullischen Stochastik behandelten Unsicherheitsbegriff zu tun hat. Unsicherheit im Rahmen der meisten, wie unter [46] (Seite 122f.) oder [92] (Stichwort: **Expertensystem**, [19.06.2006]) kategorisierten Expertensystem-Klassen bezieht sich stets darauf, dass bestimmte Fakten unbekannt sind, was in der Bernoullischen Stochastik durch den Begriff der *Ignoranz* beschrieben wird.

Um das Problem der Unsicherheit (Ignoranz) quantitativ in den Griff zu bekommen, werden im Rahmen der Expertensysteme Wahrscheinlichkeiten eingeführt, und zwar als Glaubensgrade an die Richtigkeit einer Aussage ([79], Seite 571).<sup>9</sup>

Der numerische Umgang mit solchen Glaubensgraden erfolgt auf der Grundlage der (abstrakten) Wahrscheinlichkeitstheorie als Teil der Mathematischen Stochastik. Im Rahmen der Expertensysteme werden an Aussagen (abstrakte) Wahrscheinlichkeiten gekoppelt, die als Grad des subjektiven Glaubens an die Richtigkeit der Aussagen interpretiert werden.

---

<sup>9</sup>Hierbei handelt es sich um ein (subjektives) Maß des individuellen Glaubens oder Dafürhaltens über das Zutreffen einer ein Faktum betreffenden Aussage.

Anmerkung: Objektiv betrachtet kann eine Aussage über ein Faktum entweder nur wahr (Wahrscheinlichkeit 1) oder falsch (Wahrscheinlichkeit 0) sein. Weitere Möglichkeiten gibt es nicht.

Daraus ergeben sich folgende zentrale Aufgaben, die im Rahmen der Entwicklung eines Expertensystems zu lösen sind:

1. Implementierung von Methoden der probabilistischen Inferenz.
2. Entwicklung der (effizienten) probabilistischen Repräsentation des Fachgebiets.

Die Art und Weise des Zustandekommens der Wahrscheinlichkeiten zählt dabei nicht zu den zentralen Aufgaben eines Expertensystems, da sie als Teil des Expertenwissens (als Grad des persönlichen oder subjektiven Glaubens) betrachtet werden.

Mit dem in der Künstlichen Intelligenz verbreiteten Konzept des (intelligenten) Agenten verhält es sich in Bezug auf den Begriff der Unsicherheit und den Umgang damit ähnlich. Nach [79] (Seite 55) ist ein Agent alles, was seine Umgebung über Sensoren wahrnehmen kann und in dieser Umgebung durch Aktuatoren handelt. Unsicherheit wird mit dem Umstand begründet, dass ein Agent lediglich in seltenen Fällen die ganze Wahrheit über seine Umgebung kennt, beziehungsweise auf diese zugreifen kann ([79], Seite 569).

### **Ziele und Prinzipien des Systems Stochastikon**

Das System Stochastikon soll zunächst ebenfalls im Hinblick auf die oben aufgelisteten Stichwörter untersucht werden.

- Die Verwirklichung des Systems Stochastikon basiert vollständig auf der Existenz von Computersystemen, und zwar in der gleichen Weise wie jedes Expertensystem.
- Im Gegensatz zum Expertensystem kennt das System Stochastikon keine Spezialisierungsbereiche, sondern soll in Analogie zur Bernoullischen Stochastik für alle Bereiche menschlicher Aktivitäten einsetzbar sein.
- Ein Expertensystem soll menschliche Experten ersetzen, wendet sich also an Laien oder fallweise an Experten mit geringerem Wissen (z.B. Ärzte, Techniker, etc.), um sie quasi als „Berater“ bei ihrer Entscheidungsfindung zu unterstützen. Im Gegensatz dazu wendet sich das System Stochastikon an Experten aller Fachgebiete, die die Bernoullische Stochastik zur Lösung ihres (Fach-) Problems benötigen. Ziel und Aufgabe des Systems Stochastikon ist somit die Unterstützung von Experten nicht durch Zurverfügungstellung von zusätzlichem Fachwissen, sondern durch Anleitung, wie das beim Experten vorhandene Fachwissen einzusetzen ist.

- In Bezug auf die Darstellung des Wissens stehen sich das System Stochastikon und die Expertensysteme beinahe diametral gegenüber. Bei einem Expertensystem bezieht sich das Wissen oder genauer die Vermutung auf das „was ist“, während sich Wissen im Rahmen des Systems Stochastikon auf das bezieht, „was nicht ist“. Alles, was in einer gegebenen Situation nicht mit Sicherheit ausgeschlossen werden kann, stellt im Rahmen der Bernoullischen Stochastik die Ignoranz über die bestehenden Fakten dar. Eine der wesentlichen Aufgaben des Teilsystems Mentor ist es herauszubekommen, wie groß die vorliegende Ignoranz ist.
- Auch, was die Schlussfolgerungsfähigkeit anbelangt, existieren keine Ähnlichkeiten zwischen Expertensystemen und dem System Stochastikon. Das Ergebnis der Schlussfolgerungsfähigkeit eines Expertensystems ist eine unter Unsicherheit getroffene Aussage, beispielsweise in Form von einer Diagnose. Das Ergebnis des Teilsystems Mentor besteht aus einem stochastischen Modell, dem Bernoulli-Raum, und der Angabe eines stochastischen Verfahrens, das mit Hilfe des Teilsystems Calculator ausgeführt werden kann. Bei der Identifizierung des stochastischen Modells besteht keine Unsicherheit im Sinne der Expertensysteme, sondern im Gegenteil Sicherheit.
- Die Nachbildung der Vorgehensweise von Experten kann natürlich nicht ein Teil des Systems Stochastikon sein, da Experten weder ersetzt noch nachgebildet werden.

Die zentralen Aufgaben des Systems Stochastikon bestehen darin, gestützt auf das Expertenwissen der Anwender, folgende Hilfsmittel für Entscheidungsprozesse für alle Bereiche menschlicher Aktivitäten zu liefern:

- Ein stochastisches Modell, das die Beziehungen zwischen Vergangenheit und Zukunft realitätsnah beschreibt.
- Verfahren, um zuverlässige und genaue Aussagen über die zukünftige Entwicklung zu machen.
- Verfahren, um zuverlässige und genaue Aussagen über die Vergangenheit zu machen.

Die Forderung der Zuverlässigkeit schließt im übrigen die bei den Expertensystemen verwendete Interpretation der Wahrscheinlichkeit als Grad des (subjektiven) Glaubens aus, was fundamentale Unterschiede in der Vorgehensweise nach sich zieht.

## Vergleich des Systems Stochastikon mit Expertensystemen

Vergleicht man Ziele und Prinzipien des Systems Stochastikon respektive des Teilsystems Mentor mit Expertensystemen, dann wird klar, dass zwischen beiden Systemen allenfalls oberflächliche Gemeinsamkeiten existieren, die hauptsächlich daraus resultieren, dass in beiden Fällen Computersysteme die Grundlage bilden.

Beim Start des Projekts „Stochastikon“ zu Beginn der 90er Jahre waren die fundamentalen Unterschiede noch nicht klar, und deshalb wurde in einem mehrjährigen Versuch die Möglichkeit getestet, vorhandene Expertensysteme auch für das System Stochastikon zu nutzen. Leider erwiesen sich diese Versuche als Fehlschlag. Aus heutiger Sicht ist das nicht weiter verwunderlich. Allerdings folgt daraus, dass der state-of-the-art der Expertensysteme für diese Arbeit irrelevant ist, auch wenn in den letzten Jahren viele Neuerungen und Verbesserungen eingeführt wurden. Entscheidend ist, dass sich Ziele und die Prinzipien von Expertensysteme nicht geändert haben.

### 8.1.2 Content-Management-Systeme

*Content-Management-Systeme* haben ihren Ursprung in Redaktionssystemen. Solche Redaktionssysteme unterstützen Verlage beim kompletten Herstellungsprozess von Druckerzeugnissen, der von der Erfassung der Beiträge über deren Aufbereitung und Veröffentlichung bis zur Archivierung reicht. Aufgrund des breiten Spektrums möglicher Druckerzeugnisse, wie Tageszeitungen, Zeitschriften, Hefte, (Fach-) Bücher, usw. müssen Redaktionssysteme an die jeweiligen Anforderungen anpassbar sein.

Content-Management-Systeme entstanden aus der Erkenntnis, dass in Unternehmen Dokumente und andere Informationen, wie beispielsweise (Produkt-) Kataloge, Preislisten, Gebrauchsanweisungen oder technische Dokumentationen anfallen, mit denen in ähnlicher Weise zu verfahren ist. Content-Management-Systeme sind somit Softwaresysteme, die den Vorgang des Content Managements so weit wie möglich unterstützen sollen. Hierbei ist die Bezeichnung Management im Sinne von „Verwalten“ zu verstehen. Allerdings bleibt der Begriff „Content Managment“ häufig vage und eine Beschreibung geschieht meist über eine Aufzählung der damit verbundenen Tätigkeiten. So heißt es beispielsweise bei Florian Stahl und Wolfgang Maas<sup>10</sup> ([86], Seite 41):

*„Content Management umfasst alle Kommunikationssituationen einer Organisation, welche die Explikation, die*

---

<sup>10</sup>Florian Stahl und Wolfgang Maas sind ehemalige Mitarbeiter des *MCM Institute* der Universität Sankt Gallen (URL: <http://www.mcm.unisg.ch/>, [19.06.2006]).

*Archivierung, die Publikation, die Distribution, die Modifikation, die Verwaltung und die Nutzung dokumentierter Inhalte jedweder Formate auf der Basis digitaler Medien unterstützt.“*

Ähnlich verhält es sich mit der Bezeichnung „Content-Management-System“, das aufgrund des breiten Anwendungsgebiets mittlerweile als Sammelbegriff für eine Reihe von Softwaresystemen betrachtet wird.<sup>11</sup> Robert Hansen und Gustaf Neumann umschreiben in ihrem Standardwerk zur Wirtschaftsinformatik den Begriff Content-Management-System mit folgenden Worten ([45], Seite 454):

*„Ein **Content-Management-System** (Redaktionssystem) unterstützt das Einfügen, Aktualisieren und Archivieren von Beiträgen in einem Repositorium, soweit deren Aufbereitung und inhaltliche Zusammenstellung in einer kollaborativen Weise. Zu den Teilaufgaben eines Content-Management-Systems gehören die Versionskontrolle, Sperren, Benachrichtigung, Definition von Genehmigungsinstanzen, Freigabeabläufe, Integration mehrerer Informationsquellen, die gezielte Weitergabe von Inhalten an Dritte usw.“*

## **Ziele und Prinzipien von Content-Management-Systemen**

Ziel eines Content-Management-Systems ist die dezentrale informationstechnologische Umsetzung des Content-Lebenszyklus. Nach [2] (Seite 33f.) besteht ein Content-Lebenszyklus aus den vier Aufgaben oder Phasen Explikation, Organisation, Publikation und Archivierung. Aufgrund der Komplexität und Vielfältigkeit ist es zwingend erforderlich, die verschiedenen Aufgaben zu Rollen zusammenzufassen, wie beispielsweise Content-Designer, Autor, Moderator/Agent oder Editor. Grundprinzipien sind eine weitestgehende Trennung zwischen Layout und Inhalt der Beiträge und die Fähigkeit, möglichst viele unterschiedliche Daten- beziehungsweise Medienformate zu managen.

---

<sup>11</sup>In [2] (Seite 29) heißt es: „Der große Hype um Content Management ist vorüber, die Karawane der Schlagwortartisten weitergezogen. Zurück bleiben eine akzeptierte Softwaregattung und ein konsolidierter Markt, der aufgrund zahlreicher Auslegungen des Themas Content Management nicht übersichtlicher geworden ist. Es drängeln sich Dokumenten-Management-Systeme, Portale, Application Server und kaum geschönte Datenbankoberflächen aus Großkonzernen und Studentenbuden unter einem Begriff, der in vielfacher Weise gedehnt, umgedeutet und beschnitten wurde. Mittlerweile ist die Bezeichnung ‘Content-Management-System’ zum Gattungsbegriff geworden, der wiederum Arten wie ‘Online-Redaktionssysteme’, ‘Web-Content-Management-Systeme’, ‘Enterprise-Content-Management-Systeme’, ‘Cross-Media-Lösungen’ und ‘Portale’ zugeordnet werden – die Liste ließe sich beliebig fortsetzen.“

## Stochastikon und Content-Management-Systeme im Vergleich

Im Gegensatz zu Content-Management-Systemen ist die Verwaltung von (beliebigem) Content allenfalls eine Nebenaufgabe im System Stochastikon. Die Hauptaufgaben bestehen darin, die Werkzeuge zur adäquaten wissenschaftlichen Behandlung der Unsicherheit über zukünftige Entwicklungen zur Verfügung zu stellen. Ausgangspunkt ist hier nicht der Content-Lebenszyklus und die sich daraus ergebenden Aufgaben, sondern die Umsetzung der in Abschnitt 3.2 eingeführten Kategorien stochastischen Wissens, respektive der mit ihnen verfolgten Ziele. Aus den Zielen leiten sich die weiteren Aufgaben ab, wie beispielsweise Anwendung, Vermittlung, Bereitstellung oder Durchführung.

Eine Aufteilung der Aufgaben in Rollen ist nicht erforderlich und auch nicht gewünscht. Neben dem Anwender, das heißt dem Experten eines beliebigen Fachgebiets existiert nur noch der Stochastiker, wie dies beispielsweise beim Mentor demonstriert wurde. Darüber hinaus besteht bei Stochastikon keinerlei Notwendigkeit Layout und Inhalt zu trennen, da das Wissen nur in wenigen speziellen Formaten dargestellt werden muss.

Die Ziele, die mit dem System Stochastikon verfolgt werden und die sich daraus ergebenden Aufgaben haben mit denen eines Content-Management-Systems praktisch nichts gemein. Deshalb war es von vornherein klar, dass Content-Management-Systeme bei der Entwicklung des Systems Stochastikon nicht näher betrachtet werden müssen.

### 8.1.3 Wiki-Systeme

Unter dem Begriff *Wiki*<sup>12</sup> versteht man auf einem Server befindliche Software, die es den Benutzern mittels eines Web-Browsers gestattet, WWW-Seiten respektive deren Inhalt online zu lesen, zu modifizieren und zu erstellen.<sup>13</sup>

#### Ziele und Prinzipien von Wiki

Die Idee eines Wiki besteht darin, einem großen Personenkreis Web-weit auf unkomplizierte und direkte Art zu ermöglichen, ihr (Fach-) Wissen über ein mehr oder weniger scharf abgegrenztes Themengebiet direkt in das System

---

<sup>12</sup>Alternative Bezeichnungen sind *WikiWeb*, *WikiWiki* oder *WikiWikiWeb*. Der Begriff stammt vom hawaiischen *wikiwiki* und bedeutet soviel wie „schnell“ ([33] oder [92], Stichwort: *Wiki*, [19.06.2006] oder [45], Seite 428).

<sup>13</sup>In der Wikipedia ([92]) steht unter „Häufige Fragen (FAQ)“ innerhalb vom Punkt „Hilfe“ zur Erklärung eines Wikis: „*Wikis sind Websites mit einem Content-Management-System, die von den Benutzern online geändert werden können. Die Seiten eines Wikis sind durch Links verbunden — wie anderer Hypertext auch. Sie lassen sich jedoch sofort am Bildschirm in einer Editbox ganz leicht ändern. [...]*“

Anmerkung: Demnach handelt es sich bei einem Wiki im Grunde um ein erweitertes Content-Management-System, das spezielle Fähigkeiten und Eigenschaften aufweist.

einzubringen, um es zentral zu poolen und es mittels des Webs zu publizieren. Hierbei wird das Ziel verfolgt, das Wissen schnell zusammenzutragen, das zudem möglichst aktuell, vollständig und verlässlich sein soll. Aus dieser Forderung ergibt sich fast zwangsläufig, dass es sich um allgemein anerkanntes und etabliertes Wissen handeln muss. Daraus folgt, dass Wiki in erster Linie der Darstellung allgemein anerkannter und verbreiteter Theorien und Erkenntnisse durch eine Vielzahl über die ganze Erde verstreuter Experten dient.

### Stochastik und Wiki im Vergleich

Nachdem die großen Wikis im deutschsprachigen Raum, wie beispielsweise *Wikipedia*<sup>14</sup>, *JuraWiki*<sup>15</sup>, *LinuxWiki*<sup>16</sup> oder *Wikitravel*<sup>17</sup> in erster Linie die Funktion eines Nachschlagewerks haben, scheint ein Vergleich mit beziehungsweise eine Abgrenzung gegenüber dem Teilsystem Encyclopedia naheliegend.

Das über die Encyclopedia zur Verfügung gestellte Wissen hat einen prinzipiell anderen Charakter als das durch die Wiki-Systeme angebotene Wissen. Das Ziel der Wiki-Systeme ist es, über jedes denkbare Interessengebiet Beiträge zu enthalten, wobei weder Zahl noch Art der Interessengebiete festgelegt sind. Jeder Experte kann für sein Spezialgebiet einen Beitrag verfassen. Das Wiki-Ziel kann ersichtlich nur dadurch erreicht werden, dass tatsächlich jedem Vertreter eines Interessengebiets erlaubt wird, Beiträge über sein Spezialgebiet ins System einzuspeisen und damit zu veröffentlichen.

Das Ziel des System Stochastik ist vollkommen anders, da die Bernoullische Stochastik weder ein Spezialgebiet darstellt noch viele Spezialgebiete umfasst. Sie enthält vielmehr allgemeingültige Regeln und Verfahren und wendet sich an die Experten aus jedem denkbaren Spezialgebiet. Die Bernoullische Stochastik und damit das System Stochastik benötigt also keine Beiträge von Experten, sondern im Gegenteil bietet jedem Experten ihre Unterstützung an.

Selbstverständlich existieren auch Themengebiete in der Encyclopedia, wie beispielsweise Biographien oder mathematische Grundlagen, die man

---

<sup>14</sup>Hierbei handelt es sich um eine freie Enzyklopädie (siehe [92]) und gilt momentan als das größte Wiki.

<sup>15</sup>Hierbei handelt es sich um eine im Web verfügbare freie Kommunikations- und Kooperations-Plattform für Juristen (URL: <http://www.jurawiki.de/>, [19.06.2006]).

<sup>16</sup>Hierbei handelt es sich um eine Freiform-Text-Informationsdatenbank für das Betriebssystem Linux (URL: <http://www.linuxwiki.de/>, [19.06.2006]).

<sup>17</sup>Hierbei handelt es sich um einen freien weltweiten Reiseführer (URL: <http://wikitravel.org/de/>, [19.06.2006]).

einem Spezialgebiet zuordnen kann. Allerdings repräsentieren die entsprechenden Beiträge nicht die Sicht der Experten, sondern werden immer in Hinblick auf die Bernoullischen Stochastik verfasst. Im Gegensatz zu Wiki, bei dem sozusagen jeder Experte für ein Spezialgebiet ist und daher Beiträge verfassen darf, liegt die Entwicklung der Encyclopedia und des ganzen Systems Stochastikon in den Händen einer kleinen Gruppe. Wie man sich alleine schon anhand der unterschiedlichen Auffassungen von „Unsicherheit“<sup>18</sup> vorstellen kann, wäre jede andere Vorgehensweise sowohl für das Teilsystem Encyclopedia als auch für das komplette System Stochastikon vernichtend. Dies trifft nicht nur auf die eigentliche Information in Form der Informationseinheiten eines Themas zu, sondern ebenso auf dessen Kontext, also auf die Einordnung eines Themas innerhalb des Themen-Netzwerkes.

Darüber hinaus unterscheidet die Encyclopedia nicht zwischen Inhalt und Strukturierung von Inhalten in Form von Kategorien. Die Encyclopedia kennt bekannterweise nur Themen, die einen Kontext in Form von Generalisierung und Spezialisierung besitzen. Tritt die Notwendigkeit einer Kategorisierung einer Menge von Themen auf, dann erfolgt dies bei der Encyclopedia ebenfalls mittels des Thema-Konzepts, das bei Bedarf, beziehungsweise in Abhängigkeit seiner Relevanz unterschiedlich stark im System „versteckt“ werden kann.

Das Ziel des Teilsystems Encyclopedia wie auch der Wikis ist die Bereitstellung von Informationen über das Web. Aber hier enden schon die Ähnlichkeiten, denn der wichtige Generierungsprozess der Informationen könnte nicht unterschiedlicher sein. Da das Systemdesign vorwiegend durch die Art der Informationsgenerierung bestimmt ist, wird klar, dass im System Stochastikon die gängigen Methoden der Wikis unangebracht sind.

## 8.2 Abgrenzung der Bernoullischen Stochastik gegenüber der Mathematischen Stochastik

Unter der Mathematischen Stochastik wird ein Teilgebiet der Mathematik verstanden, das die Wahrscheinlichkeitstheorie und die Mathematische Statistik umfasst. Dies steht im Gegensatz zur Bernoullischen Stochastik wie sie in Kapitel 2 vorgestellt und im Rahmen dieser Arbeit untersucht wurde. Die Bernoullische Stochastik orientiert sich an Jakob Bernoullis Mutmaßungskunst alias *stochastice*, mit der eine Wissenschaft der Vorhersage initiiert werden sollte.

---

<sup>18</sup>Siehe Abschnitt 8.1.1



## Ziele und Prinzipien der Mathematischen Stochastik

Das Ziel der Mathematischen Stochastik besteht darin, ausgehend von den Axiomen<sup>19</sup> von Andrej Nikolajewitsch Kolmogoroff, beziehungsweise den daraus abgeleiteten Aussagen neue Aussagen und Größen herzuleiten. Dabei erfolgt die Weiterentwicklung der Mathematischen Stochastik ausschließlich unter Berücksichtigung der Regeln der Logik. Das bedeutet, dass nur solche Herleitungen als richtig und damit als Teil der Mathematischen Stochastik anerkannt werden, bei denen die Regeln der Logik eingehalten wurden. Insbesondere ist es stets möglich, eine mathematisch richtige von einer mathematisch falschen Aussage zu unterscheiden.

Die Axiome von Kolmogoroff und somit auch der Wahrscheinlichkeitsraum sind rein abstrakte Gebilde und haben keine reale Bedeutung, wie Kolmogoroff explizit betont.<sup>20</sup> Diese Tatsache ist fundamental, denn die Entwicklung der Mathematik und damit auch der Mathematischen Stochastik kann nur dann sinnvoll durchgeführt werden, wenn die Restriktionen der realen Welt unberücksichtigt bleiben und ausschließlich den Restriktionen der Logik unterliegen.

Jede Anwendung der in der Mathematischen Stochastik erzielten Ergebnisse setzt zwangsweise eine entsprechende Interpretation der mathematischen Konzepte und Größen voraus. Dabei gilt, dass jede axiomatische (abstrakte) Theorie unbegrenzt viele konkrete Interpretationen zulässt, wie es Kolmogoroff selber formulierte ([56], Seite 1). Würde man in der Mathematischen Stochastik neben den Restriktionen der Logik zusätzlich noch die Restriktionen der realen Welt berücksichtigen, müsste zunächst eine entsprechende Interpretation angegeben werden. Damit wäre man aber nicht mehr Teil der Mathematik, sondern der dazugehörigen Fachwissenschaft.

## Ziele und Prinzipien der Bernoullischen Stochastik

Ziel der Bernoullischen Stochastik ist die Entwicklung eines Regelwerks, das es erlaubt, eindeutige, zuverlässige und genaue Vorhersagen über reale, zukünftige Entwicklungen zu machen. Dazu müssen notwendigerweise

---

<sup>19</sup>Die Axiome sind u.a. in [56], Seite 2f., unter „§1. Axiome“ zu finden.

<sup>20</sup>In seiner grundlegenden Arbeit *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung* ([56], Seite 1) schreibt Kolmogoroff: „*Dementsprechend wird im §1 der Begriff eines Wahrscheinlichkeitsfeldes als eines gewissen Bedingungen genügenden Mengensystems definiert. Was die Elemente dieser Mengen sind, ist dabei für die rein mathematische Entwicklung der Wahrscheinlichkeitsrechnung völlig gleichgültig [...].*“

Anmerkung: In §2 („Das Verhältnis zur Erfahrungswelt“) seiner Arbeit [56] widmet sich Kolmogoroff der Frage, wie seine Wahrscheinlichkeitsrechnung auf die reelle Erfahrungswelt anzuwenden ist.

die realen Vorgänge mathematisch beschrieben werden, das heißt alle zu berücksichtigenden Aspekte müssen mit Hilfe von Zahlen dargestellt werden. Die Verwendung der Mathematik zur Beschreibung (Modellierung) von Vorgängen verlangt die Berücksichtigung der Regeln der Mathematik, also die Beachtung der Regeln der Logik. Die Beachtung dieser Regeln ist wohl notwendig, aber keineswegs hinreichend. Um die Bernoullische Stochastik zu entwickeln, müssen zusätzlich die Restriktionen der realen Welt, beziehungsweise die Restriktionen der Evolution berücksichtigt werden. Während also für die Entwicklung der Mathematischen Stochastik die Logik eine hinreichende Bedingung darstellt, ist sie für die Bernoullische Stochastik nur eine notwendige Bedingung.

Damit ergeben sich wesentliche Unterschiede zwischen der Mathematischen Stochastik und der Bernoullischen Stochastik. Die Mathematische Stochastik basiert vollkommen auf dem abstrakten Wahrscheinlichkeitsraum. Dieser spielt in der Bernoullischen Stochastik so gut wie keine Rolle. An seinen Platz tritt der Bernoulli-Raum, der kaum Ähnlichkeit mit dem Wahrscheinlichkeitsraum aufweist.

Die Bernoullische Stochastik untersucht und modelliert die menschliche Unsicherheit über die zukünftige Entwicklung. Tatsächlich basieren wohl alle Probleme des Menschen auf dieser Unsicherheit und die Fachwissenschaften versuchen auf verschiedene Weise, diese Unsicherheit in den Griff zu bekommen. Damit die Versuche gezielt und effektiv verlaufen, entwickelt die Bernoullische Stochastik ein Regelwerk, wie die Unsicherheit quantitativ zu beschreiben ist.

### **Die Bernoullische Stochastik und die Mathematische Stochastik im Vergleich**

Der Unterschied zwischen der Mathematischen Stochastik und der Bernoullischen Stochastik wird einmal durch die vollständig verschiedenen Zielsetzungen deutlich und zum anderen durch die zu beachtenden Restriktionen. Die Entwicklung der Mathematischen Stochastik wird allein durch die Logik bestimmt. Bei der Entwicklung der Bernoullischen Stochastik sind an erster Stelle die Restriktionen der realen Welt zu nennen. Die Logik ist natürlich ebenfalls erforderlich, aber nur deshalb, weil die geforderte Eindeutigkeit eine Quantifizierung und damit die Verwendung der Mathematik notwendig macht.

Es ist zu hoffen und zu erwarten, dass die Mathematische Stochastik die neuen Konzepte und Methoden der Bernoullischen Stochastik aufgreift und aus mathematischer Sicht untersucht, was sich unmittelbar auch auf den Fortschritt in der Bernoullischen Stochastik auswirken würde. Bis es

aber so weit ist, wird in dieser Arbeit der state-of-the-art im Bereich der Bernoullischen Stochastik dargestellt, wobei die beiden IT-Systeme Mentor und Encyclopedia als Werkzeuge einer raschen Verbreitung der vorgestellten Ideen dienen sollen.

### **8.3 Abgrenzung des Systems Stochastikon gegenüber Statistik-Softwaresystemen**

In Abschnitt 3.2 wurde der Inhalt der Bernoullischen Stochastik kategorisiert. Eine dieser Kategorien ist das methodenorientierte Wissen, bei dem es sich um die stochastischen Verfahren handelt. Realisiert werden die stochastischen Verfahren durch mathematische Algorithmen. Die Existenz von Softwaresystemen zur Durchführung von mathematischen Berechnungen lässt daher eine Abgrenzung von Stochastikon gegenüber diesen Systemen als sinnvoll erscheinen, vor allem mit den Statistik-Softwaresystemen, deren Ziel, ähnlich wie beim Stochastikon-System, die Untersuchung der Unsicherheit ist.

#### **Ziele und Prinzipien von Statistik-Softwaresystemen**

Statistische Softwaresysteme stellen Verfahren zur Analyse von Datenmengen zur Verfügung, wobei für fast alle angebotenen Funktionen die vorherige Eingabe von Daten zwingend erforderlich ist. Die eingegebenen Daten können in verschiedener Weise grafisch dargestellt oder numerisch aggregiert werden. Dieser Teil der Statistik-Softwaresysteme ist im Allgemeinen einfach zu bedienen und, ohne Zweifel, sehr nützlich.

Darüber hinaus werden eine große Anzahl von Verfahren angeboten, die auf den Resultaten der Mathematischen Stochastik beruhen. Dabei treten für die meisten Anwender zwei Schwierigkeiten auf:

- Die Software biete kaum Unterstützung bei der Beantwortung der Frage an, ob die Annahmen, auf denen die mathematische Herleitung der Verfahren beruht, hinreichend gut in der gegebenen Situation erfüllt sind.
- Darüber hinaus wird die Identifizierung einer eindeutigen, realitätsbezogenen Interpretation der numerischen Ergebnisse, die mit Hilfe der mathematischen Verfahren erzielt wurden, nicht unterstützt. Dies kann die Fehldeutungen der Ergebnisse zur Folge haben.

Der zweite Teil der Statistik-Softwaresysteme bezieht sich auf die Daten generierenden Prozesse und besteht aus mehr oder minder komplexen mathematischen Algorithmen, mit deren Hilfe Aussagen über die Eigenschaften

der Prozesse gewonnen werden sollen. Die Frage, ob dieses Ziel tatsächlich erreicht wird oder nicht, kann ohne eine genaue Analyse der gegebenen Situation nicht beantwortet werden. Nachdem solche eine Analyse vom System normalerweise weder gefordert noch unterstützt wird, unterbleibt sie in aller Regel. Folglich sind die mit Hilfe eines Statistik-Softwaresystems gewonnenen Aussagen strenggenommen häufig nicht interpretierbar.

### **Ziele und Prinzipien des Systems Stochastikon, respektive des Teilsystems Calculator**

Das System Stochastikon, respektive das Teilsystem Calculator, stellt im Wesentlichen zwei Klassen von Verfahren zur Verfügung: Vorhersage- und Messverfahren, die es ermöglichen, Aussagen über die zukünftige Entwicklung, beziehungsweise über Fakten (= Ergebnis einer abgeschlossenen Entwicklung) zu machen. Beide Klassen beruhen auf Vorhersageverfahren, die es in der benötigten Form in der Mathematischen Stochastik bisher nicht gibt. Aus diesem Grund haben die im System Stochastikon realisierten Algorithmen auch kaum Ähnlichkeit mit den Algorithmen, die in herkömmlichen Statistik-Softwaresystemen Anwendung finden.

Folglich sind die im System Stochastikon zum Einsatz kommenden Algorithmen in keiner der für die Gebiete der Statistik und/oder Wahrscheinlichkeitstheorie verfügbaren, beziehungsweise einsetzbaren Software zu finden, wie beispielsweise die Produkte SPSS<sup>21</sup>, STATSTICA<sup>22</sup> oder Minitab<sup>23</sup>. Die in diesen Software-Paketen angebotenen Algorithmen erfüllen in der Mehrzahl nicht das in der Bernoullischen Stochastik hergeleitete Regelwerk und sind daher ungeeignet.

Um die im Umgang mit Statistik-Softwaresystemen beobachteten Schwierigkeiten zu umgehen, bietet das System Stochastikon mehrere Hilfestellungen an. Zunächst wird durch das Teilsystem Calculator jedes numerische Resultat in Form eines umfangreichen Berichts einschließlich der Interpretation ausgegeben. Darüber hinaus bietet das in dieser Arbeit konzipierte und entwickelte Teilsystem Mentor eine komplette Analyse der vorliegenden Situation, mit dem Ziel, ein Verfahren zu bestimmen, bei dem die eingehenden Annahmen über die Situation ausreichend gut erfüllt sind.

---

<sup>21</sup>SPSS ist ein Produkt der Firma „SPSS, Inc.“. Weitere Informationen sind unter URL: <http://www.spss.com/> zu finden ([19.06.2006]).

<sup>22</sup>STATISTICA ist ein Produkt der Firma „StatSoft Inc.“. Weiter Informationen sind unter URL: <http://www.statsoft.com/> beziehungsweise <http://www.statsoft.de/> zu finden ([19.06.2006]).

<sup>23</sup>Minitab ist ein Produkt der Firma „Minitab Inc.“. Weitere Informationen sind unter URL: <http://www.minitab.com/> zu finden ([19.06.2006]).

## Stochastikon und Statistik-Softwaresysteme im Vergleich

Der erste auffällige Unterschied besteht darin, dass Stochastikon kein System zur Datenanalyse und -verarbeitung im Sinne der herkömmlichen Statistik-Softwaresysteme darstellt.

Neben den vielfältigen und sehr nützlichen Funktionen der Analyse und Verarbeitung von Daten setzen Statistik-Softwaresysteme auch die in der Mathematischen Stochastik erzielten Ergebnisse algorithmisch um, die auf der Grundlage der abstrakten Axiome von Kolmogoroff mit Hilfe der Regeln der Logik hergeleitet wurden.

Im Unterschied dazu beginnen die Herleitungen in der Bernoullischen Stochastik mit der Untersuchung der Realität und den vorliegenden Restriktionen der realen Welt, die dann in einem zweiten Schritt nur noch mathematisch formuliert werden. Damit entfällt jegliches Interpretationsproblem. Ein zur Zeit noch bestehender Nachteil der Vorgehensweise in der Bernoullischen Stochastik ist darin zu sehen, dass für viele wichtige Probleme die erforderlichen Algorithmen noch nicht existieren und deshalb erst noch entwickelt werden müssen. Ein Ziel dieser Dissertation ist es, informationstechnologische Werkzeuge zu entwickeln, um die Bernoullische Stochastik bekannt zu machen, damit in der Folge die benötigten Algorithmen entworfen und implementiert werden können.

## 8.4 Zusammenfassung und Folgerung

Die zentrale Aufgabe des Systems Stochastikon besteht in der Darstellung und der Bereitstellung der in Kapitel 2 vorgestellten Bernoullischen Stochastik mit modernen informationstechnologischen Mitteln. Das angestrebte Ziel ist die Entwicklung einer *Wissenschaft der Vorhersage* im Sinne von Jakob Bernoulli, die es ermöglichen soll, objektiv zuverlässige und genaue Vorhersagen zu machen.

Ersichtlich können die Ziele herkömmlicher Informationssysteme nicht mit dem umfassenden Ziel des Systems Stochastikon verglichen werden. Solch ein System als Anwendungs- und Informationssystem zu bezeichnen kann irritieren, da man aktuell mit dieser Bezeichnung automatisch und unbewusst eine der oben aufgeführten System-Familien assoziieren mag. Dennoch ist die Bezeichnung für das System Stochastikon sicherlich nicht ungeeignet<sup>24</sup>, denn das System dient der schnellen Wissensverbreitung mit gleichzeitiger Möglichkeit der Wissensanwendung. Im Übrigen würde auch jede andere etablierte Bezeichnung die Prinzipien, Aufgaben und Ziele des Systems Stochastikon nur unvollständig widerspiegeln.

---

<sup>24</sup>Siehe Kapitel 1, Fußnote 13 und Kapitel 8, Fußnote 1

Mit dem System Stochastikon wird in vieler Hinsicht Neuland betreten. Eine Etablierung der Bernoullischen Stochastik wäre gleichbedeutend mit einer Neu-Orientierung vieler Wissenschaftsbereiche. Um ein solches Ziel zu erreichen, kann man nicht auf Systeme zurückgreifen, die mit einer ganz anderen Zielsetzung entwickelt wurden und werden. Zusammengefasst ist Stochastikon ein System, das es in dieser Form, mit dieser Intention und mit diesem Untersuchungsgegenstand bisher nicht gab.

Aufgrund des großen Unterschieds in der Zielsetzung und den eingehenden Prinzipien eignen sich die im Rahmen dieses Kapitels aufgeführten System-Familien nicht für das System Stochastikon, respektive für die Bernoullische Stochastik und der mit ihr verfolgten Ziele. Das trifft allerdings auch in entgegengesetzter Richtung zu. Das heißt, dass das Anwendungs- und Informationssystem Stochastikon weder ein Statistik-Softwaresystem noch ein wissensbasiertes System (Expertensystem, Content-Management-System, Wiki-System) ersetzen kann.

Die Frage, ob es aus rein praktikablen Gesichtspunkten sinnvoll wäre, bei der Realisation von Stochastikon auf andere, bereits existierende Softwaresysteme der o.g. Art zurückzugreifen, muss ebenfalls verneint werden. Zum einen gibt es keinerlei Gewähr, ob und wie lange ein Softwaresystem durch einen Drittanbieter unterstützt wird. Bei etablierten Softwaresystemen führt die rasante Entwicklung im IT-Bereich zu immer neuen und in immer kürzeren Abständen auftretenden Versionswechseln, was sich auf eine längerfristige Arbeit mit solch einem System mangelnder Konstanz kontraproduktiv auswirken kann. Darüber hinaus bieten bestehende Softwaresysteme auch nicht annähernd die vom Stochastikon System geforderte Funktionalität.

Hierbei ist auch zu bedenken, dass sich die Bernoullische Stochastik erst am Anfang ihrer Entwicklung befindet. Somit ist es momentan unmöglich, die notwendige Funktionalität von Stochastikon abschließend zu spezifizieren. Da ein Ende der Entwicklung der beiden Projekte „Stochastik“<sup>25</sup> und „Stochastikon“<sup>26</sup> nicht absehbar ist, wird ein flexibles Softwaresystem benötigt, das die Umsetzung möglichst aller gegenwärtiger und zukünftig noch auftretender Anforderungen ohne Einschränkung oder Zugeständnis informationstechnologisch erlaubt. Aus diesem Grund wurden weitgehend (low-level) Software-Werkzeuge eingesetzt, die einerseits eine Langlebigkeit und andererseits ein gewisses Maß an Stetigkeit bezüglich der verwendeten Konzepte und Techniken erwarten lassen.<sup>27</sup>

---

<sup>25</sup>Siehe Abschnitt 1.1.

<sup>26</sup>Siehe Abschnitt 1.2.

<sup>27</sup>Siehe Abschnitt 7.4.

# Kapitel 9

## Zusammenfassung

In diesem Kapitel werden die wesentlichen Eigenschaften der Bernoullischen Stochastik und des Systems Stochastikon mit spezieller Berücksichtigung der beiden hier entwickelten Teilsysteme Encyclopedia und Mentor zusammenfassend dargestellt.

### 9.1 Bernoullische Stochastik

Die Bernoullische Stochastik liefert die Regeln, nach denen die Unsicherheit über die zukünftige Entwicklung innerhalb einer stochastischen Wissenschaft modelliert und kontrolliert werden kann. Würde keine Unsicherheit über die zukünftige Entwicklung bestehen, hätte die Menschheit keine Probleme und speziell auch keine Verwendung für eine „Wissenschaft“. Somit stellt die Unsicherheit über die zukünftige Entwicklung die Rechtfertigung für die Wissenschaft dar und ist gleichzeitig auch ihr Kernproblem. Unsicherheit manifestiert sich in der stets zu beobachtenden Variabilität, bei der es sich um das Untersuchungsobjekt der Wissenschaft handelt.

Umso erstaunlicher ist die Tatsache, dass im Rahmen der traditionellen Wissenschaft in den deterministischen Gesetzen die omnipräsente Variabilität schlichtweg vernachlässigt wird.

Im ersten Teil dieser Arbeit wird die Bernoullische Stochastik in leicht verständlicher Form eingeführt und ihre Notwendigkeit in Hinblick auf eine realistische Darstellung der Evolution erklärt. Besonderer Wert wird auf die Spezifizierung stochastischen Denkens gelegt, dem eine zentrale Rolle beim Verständnis einer stochastischen Wissenschaft zukommt. Weiter soll der erste Teil dieser Dissertation deutlich machen, dass eine erfolgreiche Etablierung der Bernoullischen Stochastik und damit einer stochastischen Wissenschaft in absehbarer Zeit nur mit Hilfe eines Web-basierten Informations- und Anwendungssystems gelingen kann.

## 9.2 System Stochastikon

Bei der Entwicklung von Software-Werkzeugen zur Verwaltung, Speicherung, Aufbereitung und Publikation von Informationen in Form von elektronischen Daten und Dokumenten steht normalerweise immer die Funktionalität des Systems im Vordergrund. Als Folge muss die Information den Vorgaben des Systems entsprechend angepasst und zugeschnitten werden. Konkret bedeutet dies, dass bei vielen Systemen die Frage nach den möglichen Formen der Informationsdarstellung und wie diese am besten dem Anwender bereitgestellt werden kann von zweitrangiger Bedeutung ist. Ein Grund ist sicherlich darin zu sehen, dass es sich dabei meist um universell einsetzbare Systeme handelt, die in der Lage sein sollten Informationen der unterschiedlichsten (Wissens-) Gebiete zu handhaben.

Nachdem der Einsatz existierender Software-Werkzeuge auf das stochastische Wissen nur unbefriedigende Resultate lieferte, wurde eine andere Vorgehensweise verfolgt: Ausgehend von einer Analyse der möglichen Formen stochastischen Wissens und einer Reihe anwenderspezifischer Anforderung entstand ein speziell auf die Merkmale der Stochastik zugeschnittenes und erweiterbares System namens Stochastikon. Als Konsequenz lässt sich dieses System in keine der gängigen Werkzeug-, „Schubladen“, wie beispielsweise Expertensystem, Content Management System oder Wiki einordnen. Stochastikon ist ein Informations- und Anwendungssystem, das eine Reihe unterschiedlicher Techniken und Prinzipien vereinigt:

- Nachschlagewerk, das auf dem im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Konzepts des Themas beruht.
- Problemlösungskomponente, die auf sicherer Klassifikation basiert.
- Verfahrensbibliothek.
- Selbstlernsystem.

Darüber hinaus sind weitere Funktionalitäten realisiert oder geplant, wie verschiedene systemweite Navigationsmöglichkeiten und eine Komponente, die für eine enge Einbindung der zukünftigen Anwender in die weitere Entwicklung des Systems Stochastikon sorgen soll.

Mit Stochastikon wurde letztlich ein System geschaffen, das alle relevanten Formen stochastischen Wissens aus Abschnitt 3.2 darstellt und über das Web anbietet. Dabei handelt es sich um kein monolithisches System, sondern besteht aus einzelnen, nach Aufgabenbereichen getrennte Komponenten, den Teilsystemen, die sich wechselseitig unterstützen. Stochastikon ist so konzipiert, dass eine Erweiterung um weitere Teilsysteme problemlos



möglich ist.

Der Entwurf und die Realisation orientierte sich einerseits an den Bedürfnissen des Anwenders und andererseits an den spezifischen Merkmalen der Stochastik. Um das Arbeiten mit Stochastikern zu erleichtern, wurde für die Benutzeroberfläche aller Teilsysteme eine identische Struktur und ein gleiches Layout gewählt. Darüber hinaus wurde alle Teilsysteme so konzipiert, dass die Zahl der Anwender-Aktionen klein bleibt.

Stochastikern ist mehrsprachig konzipiert. Dies bedeutet in Hinblick auf einen internationalen Anwenderkreis, dass die Ergänzung um weitere Sprachen leicht möglich ist. Um Updates des Systems beziehungsweise des Contents braucht der Anwender sich nicht zu kümmern, da stets die letzte Version über das Web zur Verfügung gestellt wird.

### **9.3 Teilsystem Encyclopedia**

Das Teilsystem Encyclopedia realisiert das in Abschnitt 5.2 vorgestellte Konzept des Themas. Das heißt, dass ein Thema neben dem auf mehrere übersichtliche, leicht zu handhabende und kategorisierte Beiträge verteilten Informationen auch einen Kontext in Form von Themen-Verallgemeinerungen und -Spezialisierungen besitzt. Die Encyclopedia ermöglicht dadurch beliebige Vernetzung von Themen untereinander.

Ein Thema kann über beliebig viele Begriffe identifiziert werden. Der Zugriff auf ein Thema erfolgt entweder über den Begriffskatalog, über den Kontext oder direkt beim Start des Teilsystems.

Die Sichtbarkeit eines Themas und damit die Möglichkeiten auf dessen Zugriff kann eingeschränkt werden. Dadurch kann Information verwaltet und dargestellt werden, die nicht zur Stochastik im engeren Sinne gehört und daher unter Umständen „unsichtbar“ sein soll. Die Encyclopedia kann außerdem von anderen Teilsystemen zur Begriffserläuterung verwendet werden.

Hilfestellung bezüglich des Arbeitens mit dem Teilsystem ist keine eigenständige Aktion, sondern als Thema selbst realisiert. Eine Erweiterung des Teilsystems um Informationseinheiten, Begriffe, Kontext oder ganze Themen ist problemlos möglich.

## 9.4 Teilsystem Mentor

Das Teilsystem Mentor bietet dem Anwender Unterstützung bei der Lösung stochastischer Fragestellungen. Dies erfolgt in Form von Dialogsequenzen, die sich aus einzelnen kompakten und überschaubaren Einheiten zusammensetzen, den Dialogeinheiten. Jede Dialogeinheit bietet neben der Frage und einer beliebigen Anzahl von Antwortalternativen weitere Informationen — Hinweise zur weiteren Vorgehensweise und Hilfe zur Frage und/oder zu den Antwortalternativen — an.

Eine Dialogsequenz kann an einer beliebigen Stelle beginnen. Eine durch den Anwender im Laufe einer Dialogsequenz getroffene Fehlentscheidung kann er zu jeder Zeit korrigieren. Alle vollständig bearbeiteten Dialoge stehen dem Anwender während der Dialogsequenz permanent zur Verfügung.

Bei dem am Dialogsequenzende gelieferten Lösungsvorschlag handelt es sich um eine beliebige WWW-Seite. Erweiterungen und Modifikationen von einzelnen Dialogeinheiten wie auch von ganzen Dialogsequenzen sind einfach umzusetzen.

Auch wenn der Mentor momentan ausschließlich im Zusammenhang mit stochastischen Problemen eingesetzt wird, handelt es sich hier um eine Benutzerführung für beliebige, mittels Entscheidungsbäumen lösbare Problemstellungen. Daher könnte der Mentor innerhalb des Systems Stochastikon auch die Rolle des *Primus inter Pares* einnehmen. Das heißt, die Benutzerführung könnte sich über das komplette System Stochastikon erstrecken. Die Lösungsfindung stochastischer Fragestellungen wäre hierbei nur noch eine von mehreren Aufgaben des Teilsystems Mentor.

# Anhang A

## Begriffserläuterungen

Nachfolgend findet sich in alphabetischer Reihenfolge eine Zusammenfassung der essenziellen Begriffe zur Stochastik.

### **Bernoulli-Raum $\mathbb{B}_{X,D}$**

Beim Bernoulli-Raum  $\mathbb{B}_{X,D}$  handelt es sich um das von Elart von Collani entwickelte allgemeine stochastische Modell.

### **Bernoullische Stochastik**

Die Bernoullische Stochastik ist ein eigenständiger Wissenschaftszweig, in dem ein allgemein gültiges und wissenschaftsübergreifendes Regelwerk entwickelt wird, welches beschreibt, wie mit der omnipräsenten Unsicherheit innerhalb einer stochastischen Wissenschaft umzugehen ist. Die Regeln dienen der Modellierung stochastischer Vorgänge und der Konstruktion stochastischer Verfahren. Die Stochastik erfordert die Abkehr von der deterministischen Denkweise zu Gunsten einer stochastischen Denkenweise.

### **deterministische Wissenschaft**

Die deterministische Wissenschaft beruht auf der Annahme, dass sich alle Vorgänge mit Hilfe des Kausalitätsprinzips erklären lassen. Das heißt, es wird immer eine strikte Zuordnung von Ursache und Wirkung angenommen. Der Zufall als eine Quelle von Unsicherheit findet in einer deterministischen Wissenschaft keine angemessene Berücksichtigung.

## **Mathematische Stochastik**

Die Mathematische Stochastik ist ein Teilgebiet der Mathematik. Das Hauptziel besteht darin, ausgehend von den Axiomen von Andrej Nikolajewitsch Kolmogoroff beziehungsweise den daraus abgeleiteten Aussagen neue Aussagen und Größen herzuleiten. Dies erfolgt ausschließlich unter Berücksichtigung der Regeln der Logik.

## **Stochastiker**

Ein Stochastiker ist ein Experte auf dem Gebiet der Bernoullischen Stochastik.

## **stochastische Denkweise**

Im Gegensatz zur deterministischen Denkweise berücksichtigt die stochastische Denkweise die omnipräsente Unsicherheit. Anschaulich ausgedrückt, basiert deterministisches Denken auf „Denken in einzelnen Punkten“, während das stochastische Denken auf „Denken in Mengen“ beruht. Auf der Grundlage der stochastischen Denkweise können Verfahren entwickelt werden, deren Zuverlässigkeit bekannt ist.

## **stochastisches Modell**

Ein stochastisches Modell quantifiziert in Hinblick auf ein festgelegtes Ziel das in allen Bereichen der Natur und des menschlichen Lebens omnipräsente Phänomen der Unsicherheit und beschreibt dessen Quellen, also den Zufall und die (menschliche) Ignoranz mit Hilfe der Mathematik.

## **stochastisches Verfahren**

Stochastische Verfahren liefern Aussagen über zukünftige Entwicklungen oder gegenwärtige Tatsachen in Form von Mengen. Jedes stochastische Verfahren basiert auf einem stochastischen Modell. Die Qualität eines stochastischen Verfahrens muss bekannt und verifizierbar sein. Qualitätsmerkmale eines stochastischen Verfahrens sind seine Zuverlässigkeit, Genauigkeit und Verfahrensaufwand.

### **stochastische Wissenschaft**

Im Gegensatz zur deterministischen Wissenschaft werden bei der stochastischen Wissenschaft die omnipräsente Unsicherheit und ihre Quelle in die wissenschaftlichen Betrachtungen mit einbezogen. Der Wissenschaftszweig Stochastik liefert für eine stochastische Wissenschaft das erforderliche Rüstzeug.

### **Unsicherheit**

Unsicherheit ist ein in allen Bereichen der Natur und des menschlichen Lebens stets vorhandenes Phänomen. Die Quellen der Unsicherheit sind der Zufall und die (menschliche) Ingoranz. Unsicherheit äußert sich in Variabilität.

### **Variabilität**

Läuft ein Vorgang bei wiederholter Durchführung und bei hinreichend genauer Beobachtung unterschiedlich ab, spricht man von Variabilität.

### **Variabilitätsbereich**

Der Variabilitätsbereich ist die Menge der möglichen Werte, die eine Variable annehmen kann.

Beschreibt eine Variable eine Größe der realen, beobachtbaren Welt, dann folgt aufgrund des beschränkten menschlichen Auflösungsvermögens, dass der zugehörige Variabilitätsbereiche eine endliche Menge ist.

## Anhang B

# Beispiel einer Informationseinheit der Encyclopedia

Nachfolgend werden exemplarisch die Seiten der Informationseinheit „Lebenslauf von Jakob Bernoulli“ des Teilsystems Encyclopedia dargestellt.

## *Lebenslauf von Jakob Bernoulli*

### **Varianten des Namens:**

Jacob Bernoulli

James Bernoulli (in englischsprachiger Literatur)

### **Geburts- und Todesdaten:**

(\*) geboren am 27. Dezember 1654 in Basel, Schweiz

(†) gestorben am 16. August 1705 in Basel, Schweiz

### **Familiendaten:**

Jakobs Vater, Nikolaus Bernoulli (1623–1708) erbte das Gewürzhandelshaus in Basel, das sein Vater aufgebaut hatte, zunächst in Amsterdam und dann in Basel. Die protestantische Familie stammt aus Belgien und flüchtete vor der Verfolgung durch die spanischen Statthalter der Niederlanden in die Schweiz. Jakobs Mutter kommt aus einer Baseler Bankiers und Stadtratsfamilie.

Jakob hatte einen jüngeren Bruder namens Johann.

1684 heiratete Jakob Bernoulli Judith Stupanus. Sie hatten zwei Kinder, einen Sohn namens Nikolaus und eine Tochter.

### **Ausbildung:**

Jakob studierte Philosophie und Theologie und schloss sein Studium an der Universität Basel mit dem Magister in Philosophie (1671) und dem Licentiat in Theologie (1676) ab. Während seines Philosophie- und Theologiestudiums besuchte Jakob Bernoulli gegen den Willen seiner Eltern auch Vorlesungen in Mathematik und Astronomie.

Nach dem Abschluss seines Theologiestudiums wurde Jakob 1676 Lehrer in Genf. Danach reiste er für zwei Jahre nach Frankreich, wo er sich im Fach Mathematik weiterbildete. 1680 kehrte er nach Basel zurück und beschäftigte sich mit dem philosophischen Werk Malebranches. 1681 reiste er zunächst in die Niederlande, wo er mit Hudde zusammentraf. Von dort reiste er weiter nach England, um seine mathematischen Studien fortzusetzen. In England lernte er unter anderen Boyle und Hooke kennen.

### **Beruflicher Werdegang:**

Nach seiner Rückkehr nach Basel wurde Jakob 1683 Dozent an der Universität Basel und gab Vorlesungen in Mechanik und Strömungslehre. 1687

wurde er auf den Lehrstuhl für Mathematik in Basel berufen. Er blieb auf dem Lehrstuhl bis zu seinem Tode 1705. Sein Nachfolger als Lehrstuhlinhaber wurde sein Bruder Johann.

**Essenzielle Veröffentlichungen:**

1685 veröffentlichte er eine Arbeit über die Parallelen zwischen Logik und Algebra und eine andere über den Begriff der Wahrscheinlichkeit. Zwischen 1682 und 1704 veröffentlichte er fünf Abhandlungen über unendliche Reihen. Im Mai 1690 bewies er in einer Arbeit, die in der *Acta Eruditorum* veröffentlicht wurde, dass das Problem der Bestimmung der Isochrone äquivalent zur Lösung einer nicht-linearen Differentialgleichung erster Ordnung ist.

Sein wichtigstes Werk ist die *Ars Conjectandi* die 1713, acht Jahre nach seinem Tod veröffentlicht wurde.

**Wissenschaftliche Ehrungen:**

1699: Wahl zum Mitglied der französischen *Akademie der Wissenschaften*.

1701: Wahl zum Mitglied der preussischen *Akademie der Wissenschaften*.

**Referenzen:**

- *Die Werke von Jakob Bernoulli.*; Band 3.; Birkhäuser Verlag Basel; 1975.
- Zedler, *Universal-Lexicon aller Wissenschaften und Künste.*; Leipzig und Hall; 1733, col. 1391,1392.
- [http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Bernoulli\\_Jacob.htm](http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Bernoulli_Jacob.htm)



## Anhang C

# Dialogsequenz der Fallstudie aus Abschnitt 6.7



Abbildung C.1: Startdialog, also Dialog mit ID 0-00-00

**STOCHASTIKON**  
Mentor

Stochastikon GmbH | Calculator | Encyclopedia | Mentor | Magister | Impressum

Hilfe zur Frage: ✓ | Allgemeine Hinweise: ✓ | Dialog-ID: 02-00-0.0

**Aus welchem Teilgebiet der Industrie stammt Ihr Problem oder Ihre Frage?**

- Produzierende Industrie
- Dienstleistungsindustrie

**1. Frage:**  
Aus welchem Wissens- oder Anwendungsgebiet stammt Ihr Problem oder Ihre Frage?

**Antwort:**  
Industrie

grüner Haken: Informationen (Hilfe, Hinweise) sind vorhanden / rotes Kreuz: keine Informationen vorhanden

Abbildung C.2: Dialog mit ID 02-00-0.0

**STOCHASTIKON**  
Mentor

Stochastikon GmbH | Calculator | Encyclopedia | Mentor | Magister | Impressum

Hilfe zur Frage: ✓ | Allgemeine Hinweise: ✓ | Dialog ID: 02 01 0.0

**Aus welchem Teilgebiet der produzierenden Industrie stammt Ihr Problem oder Ihre Frage?**

- Organisation
- Konstruktion
- Design
- Qualität
- W. Kauf

**2. Frage:**  
Aus welchem Teilgebiet der Industrie stammt Ihr Problem oder Ihre Frage?

**Antwort:**  
Produzierende Industrie

**1. Frage:**  
Aus welchem Wissens- oder Anwendungsgebiet stammt Ihr Problem oder Ihre Frage?

**Antwort:**  
Industrie

grüner Haken: Informationen (Hilfe, Hinweise) sind vorhanden / rotes Kreuz: keine Informationen vorhanden

Abbildung C.3: Dialog mit ID 02-01-0.0

**STOCHASTIKON**  
Mentor

Stochastikon GmbH | Calculator | Encyclopedia | Mentor | Magister | Impressum

Hilfe zur Frage: ✗ | Allgemeine Hinweise: ✗ | Dialog-ID: 02-01-4.0

**Worauf bezieht sich Ihr Problem oder Ihre Frage bezüglich der Qualität?**

1. Definition der Qualität
2. **Bestimmung der Qualität**
3. Entscheidung über Qualität
4. Verbesserung der Qualität

**3. Frage:**  
Aus welchem Teilgebiet der produzierenden Industrie stammt Ihr Problem oder Ihre Frage?  
**Antwort:**  
Qualität

**2. Frage:**  
Aus welchem Teilgebiet der Industrie stammt Ihr Problem oder Ihre Frage?  
**Antwort:**  
Produzierende Industrie

**1. Frage:**  
Aus welchem Wissens- oder Anwendungsgebiet stammt Ihr Problem oder Ihre Frage?  
**Antwort:**  
Industrie

grüner Haken: Informationen (Hilfe, Hinweise) sind vorhanden / rotes Kreuz: keine Informationen vorhanden

Abbildung C.4: Dialog mit ID 02-01-4.0

**STOCHASTIKON**  
Mentor

Stochastikon GmbH | Calculator | Encyclopedia | Mentor | Magister | Impressum

Hilfe zur Frage: ✓ | Allgemeine Hinweise: ✓ | Dialog-ID: 02-01-4.2

**Um was für einen Typ von Qualitätsmerkmal handelt es sich?**

1. **Es ist ein deterministisches Qualitätsmerkmal.**
2. Es ist ein zufälliges Qualitätsmerkmal

**4. Frage:**  
Worauf bezieht sich Ihr Problem oder Ihre Frage bezüglich der Qualität?  
**Antwort:**  
Bestimmung der Qualität

**3. Frage:**  
Aus welchem Teilgebiet der produzierenden Industrie stammt Ihr Problem oder Ihre Frage?  
**Antwort:**  
Qualität

**2. Frage:**  
Aus welchem Teilgebiet der Industrie stammt Ihr Problem oder Ihre Frage?  
**Antwort:**  
Produzierende Industrie

**1. Frage:**  
Aus welchem Wissens- oder Anwendungsgebiet stammt Ihr Problem oder Ihre Frage?

grüner Haken: Informationen (Hilfe, Hinweise) sind vorhanden / rotes Kreuz: keine Informationen vorhanden

Abbildung C.5: Dialog mit ID 02-01-4.2

**STOCHASTIKON**  
Mentor

Stochastikon GmbH | Calculator | Encyclopedia | Mentor | Magister | Impressum

Hilfe zur Frage:  | Allgemeine Hinweise:  | Dialog-ID: 02-01-4.2.1

**Um was für ein Objekt handelt es sich, dessen Qualität bestimmt werden soll??**

1. Ein einzelnes Produkt
2. Eine Menge von Produkten (Los oder Partie)
3. **Ein Produktionsprozess**
4. Ein komplexes System

**5. Frage:**  
Um was für einen Typ von Qualitätsmerkmal handelt es sich?  
**Antwort:**  
Es ist ein deterministisches Qualitätsmerkmal.

**4. Frage:**  
Worauf bezieht sich Ihr Problem oder Ihre Frage bezüglich der Qualität?  
**Antwort:**  
Bestimmung der Qualität

**3. Frage:**  
Aus welchem Teilgebiet der produzierenden Industrie stammt Ihr Problem oder Ihre Frage?  
**Antwort:**  
Qualität

**2. Frage:**  
Aus welchem Teilgebiet

grüner Haken: Informationen (Hilfe, Hinweise) sind vorhanden / rotes Kreuz: keine Informationen vorhanden

Abbildung C.6: Dialog mit ID 02-01-4.2.1

**STOCHASTIKON**  
Mentor

Stochastikon GmbH | Calculator | Encyclopedia | Mentor | Magister | Impressum

Hilfe zur Frage:  | Allgemeine Hinweise:  | Dialog-ID: 02-01-4.2.1.3

**Welches Prozessmerkmal definiert die Prozessqualität?**

1. Die Wahrscheinlichkeit der Produktion eines nicht spezifikationskonformen Stückes
2. Die Wahrscheinlichkeit der Produktion eines spezifikationskonformen Stückes
3. Einen anderen Prozessparameter

**6. Frage:**  
Um was für ein Objekt handelt es sich, dessen Qualität bestimmt werden soll??  
**Antwort:**  
Ein Produktionsprozess

**5. Frage:**  
Um was für einen Typ von Qualitätsmerkmal handelt es sich?  
**Antwort:**  
Es ist ein deterministisches Qualitätsmerkmal.

**4. Frage:**  
Worauf bezieht sich Ihr Problem oder Ihre Frage bezüglich der Qualität?  
**Antwort:**  
Bestimmung der Qualität

**3. Frage:**  
Aus welchem Teilgebiet

grüner Haken: Informationen (Hilfe, Hinweise) sind vorhanden / rotes Kreuz: keine Informationen vorhanden

Abbildung C.7: Dialog mit ID 02-01-4.2.1.3



Abbildung C.8: Dialog mit ID 02-01-4.2.1.3.1



Abbildung C.9: Dialog mit ID 02-01-4.2.1.3.1.2



Abbildung C.10: Dialog mit ID 02-01-4.2.1.3.1.2.1



Abbildung C.11: Dialog mit ID 02-01-4.2.1.3.1.2.1.2



Abbildung C.12: Dialog mit ID 02-01-4.2.1.3.1.2.1.2.1



Abbildung C.13: Diagnosebericht eines positiven Lösungsvorschlags

## Anhang D

# config.xml für das Teilsystem Encyclopedia

```
<?xml version="1.0" encoding="ISO-8859-1"?>
```

```
<configuration>
```

```
  <!-- Namensliste der Strukturdateien (im Verzeichnis "config") -->
```

```
  <structurefilelist>
```

```
    <structurefile>structure.xml</structurefile>
```

```
  </structurefilelist>
```

```
  <!-- Basis-Daten fuer Stochastikon, Encyclopedia, Mentor, Calculator,  
        Magister, Impressum und restliche Welt -->
```

```
  <subsystemlist>
```

```
    <subsystem>
```

```
      <alias>%stochastikon%</alias>
```

```
      <url>http://localhost:8080/stochastikon</url>
```

```
      <target>stochastikon</target>
```

```
    </subsystem>
```

```
    <subsystem>
```

```
      <alias>%calculator%</alias>
```

```
      <url>http://localhost:8080/calculator</url>
```

```
      <target>calc</target>
```

```
    </subsystem>
```

```
    <subsystem>
```

```
      <alias>%encyclopedia%</alias>
```

```
      <url>http://localhost:8080/encyclopedia</url>
```

```
      <target>encyclopedia</target>
```

```
    </subsystem>
```



```

<subsystem>
  <alias>%mentor%</alias>
  <url>http://localhost:8080/mentor</url>
  <target>mentor</target>
</subsystem>

<subsystem>
  <alias>%magister%</alias>
  <url>http://localhost:8080/magister</url>
  <target>magister</target>
</subsystem>

<subsystem>
  <alias>%impressum%</alias>
  <url>http://localhost:8080/impressum</url>
  <target>impressum</target>
</subsystem>

<subsystem>
  <alias>%world%</alias>
  <url>http://</url>
  <target>extern</target>
</subsystem>

<subsystem>
  <alias>%dummy%</alias>
  <url>http://localhost:8080/mentor</url>
  <target>extern</target>
</subsystem>
</subsystemlist>

<!-- Liste der Sprachen nach ISO-639-1 -->
<languageodelist>
  <!-- "de" = deutsch -->
  <languagecode>de</languagecode>
</languageodelist>

</configuration>

```

## Anhang E

# config.xml für das Teilsystem Mentor

```
<?xml version="1.0" encoding="ISO-8859-1"?>
```

```
<configuration>
```

```
  <!-- Namensliste der Strukturdateien (im Verzeichnis "config") -->
```

```
  <structurefilelist>
```

```
    <!-- Name der Datei, die die Fragetexte beinhaltet -->
```

```
    <structurefile>
```

```
      <type>questiontext</type>
```

```
      <name>questiontext.xml</name>
```

```
    </structurefile>
```

```
    <!-- Name der Datei, die die Antworttexte beinhaltet -->
```

```
    <structurefile>
```

```
      <type>answertext</type>
```

```
      <name>answertext.xml</name>
```

```
    </structurefile>
```

```
    <!-- Name der Datei, die die Verbindungen zu externen Seiten  
          beinhaltet -->
```

```
    <structurefile>
```

```
      <type>externallinks</type>
```

```
      <name>externallink.xml</name>
```

```
    </structurefile>
```

```
    <!-- Name der Datei, die die Dialogabfolge/Dialoghierarchie  
          beinhaltet -->
```

```
    <structurefile>
```

```
      <type>dialog</type>
```

```

        <name>dialog.xml</name>
    </structurefile>
</structurefilelist>

<!-- Basis-Daten fuer Stochastikon, Encyclopedia, Mentor, Calculator,
      Magister, Impressum und restliche Welt -->
<subsystemlist>
  <subsystem>
    <alias>%stochastikon%</alias>
    <url>http://localhost:8080/stochastikon</url>
    <target>stochastikon</target>
  </subsystem>

  <subsystem>
    <alias>%calculator%</alias>
    <url>http://localhost:8080/calculator</url>
    <target>calc</target>
  </subsystem>

  <subsystem>
    <alias>%encyclopedia%</alias>
    <url>http://localhost:8080/encyclopedia</url>
    <target>encyclopedia</target>
  </subsystem>

  <subsystem>
    <alias>%mentor%</alias>
    <url>http://localhost:8080/mentor</url>
    <target>mentor</target>
  </subsystem>

  <subsystem>
    <alias>%magister%</alias>
    <url>http://localhost:8080/magister</url>
    <target>magister</target>
  </subsystem>

  <subsystem>
    <alias>%impressum%</alias>
    <url>http://localhost:8080/impressum</url>
    <target>impressum</target>
  </subsystem>

  <subsystem>
    <alias>%world%</alias>
    <url>http://</url>
    <target>extern</target>

```

```
</subsystem>
<subsystem>
  <alias>%dummy%</alias>
  <url>http://localhost:8080/mentor</url>
  <target>extern</target>
</subsystem>
</subsystemlist>

<!-- Liste der Sprachen nach ISO-639-1 -->
<languageodelist>
  <!-- "de" = deutsch -->
  <languagecode>de</languagecode>

  <!-- "en" = englisch -->
  <languagecode>en</languagecode>
</languageodelist>

</configuration>
```

## Anhang F

# XML Schema für die Encyclopedia-Konfigurationsdatei

```
<xsd:schema xmlns:xsd="http://www.w3.org/2001/XMLSchema">
  <xsd:element name="configuration" type="XMLConfiguration"/>
  <xsd:complexType name="XMLConfiguration">
    <xsd:sequence>
      <xsd:element name="structurefilelist" type="XMLStructureFileList"/>
      <xsd:element name="subsystemlist" type="XMLSubsystemList"/>
      <xsd:element name="languageodelist" type="XMLLanguageCodeList"/>
    </xsd:sequence>
  </xsd:complexType>
  <xsd:complexType name="XMLStructureFileList">
    <xsd:sequence>
      <xsd:element name="structurefile" type="XMLStructureFile"
        minOccurs="1" maxOccurs="unbounded"/>
    </xsd:sequence>
  </xsd:complexType>
  <xsd:complexType name="XMLSubsystemList">
    <xsd:sequence>
      <xsd:element name="subsystem" type="XMLSubsystem"
        minOccurs="6" maxOccurs="unbounded"/>
    </xsd:sequence>
  </xsd:complexType>
```

```

<xsd:complexType name="XMLSubsystem">
  <xsd:sequence>
    <xsd:element name="alias" type="xsd:token"/>
    <xsd:element name="url" type="xsd:token"/>
    <xsd:element name="target" type="xsd:NMTOKEN"/>
  </xsd:sequence>
</xsd:complexType>

<xsd:complexType name="XMLLanguageCodeList">
  <xsd:sequence>
    <xsd:element name="languagecode" type="XMLLanguageCode"
      minOccurs="1" maxOccurs="unbounded"/>
  </xsd:sequence>
</xsd:complexType>

<xsd:complexType name="XMLLanguageCode">
  <xsd:simpleContent>
    <xsd:extension base="xsd:language"/>
  </xsd:simpleContent>
</xsd:complexType>

<xsd:complexType name="XMLStructureFile">
  <xsd:simpleContent>
    <xsd:extension base="xsd:token"/>
  </xsd:simpleContent>
</xsd:complexType>

</xsd:schema>

```

## Anhang G

# XML Schema für die Encyclopedia-Strukturda- tei(en)

```
<xsd:schema xmlns:xsd="http://www.w3.org/2001/XMLSchema">
  <xsd:element name="topiclist" type="XMLTopicList"/>
  <xsd:complexType name="XMLTopicList">
    <xsd:sequence>
      <xsd:element name="topic" type="XMLTopic"
        minOccurs="1" maxOccurs="unbounded"/>
    </xsd:sequence>
  </xsd:complexType>
  <xsd:complexType name="XMLTopic">
    <xsd:sequence>
      <xsd:element name="termlist" type="XMLTermList"
        minOccurs="1" maxOccurs="1"/>
      <xsd:element name="infounitlist" type="XMLInfounitList"
        minOccurs="1" maxOccurs="1"/>
      <xsd:element name="supertopickeylist" type="XMLSupertopickeyList"
        minOccurs="1" maxOccurs="1"/>
    </xsd:sequence>
    <xsd:attribute name="key" type="xsd:token" use="required"/>
    <xsd:attribute name="id" type="ElementID" use="required"/>
    <xsd:attribute name="attribute" type="AttributeType" default="visible"/>
  </xsd:complexType>
  <xsd:complexType name="XMLTermList">
```

```

    <xsd:sequence>
      <xsd:element name="term" type="XMLTerm"
        minOccurs="1" maxOccurs="unbounded" />
    </xsd:sequence>
  </xsd:complexType>

<xsd:complexType name="XMLInfounitList">
  <xsd:sequence>
    <xsd:element name="infounit" type="XMLInfounit"
      minOccurs="0" maxOccurs="unbounded" />
  </xsd:sequence>
</xsd:complexType>

<xsd:complexType name="XMLSupertopickeyList">
  <xsd:sequence>
    <xsd:element name="supertopickey" type="XMLSupertopickey"
      minOccurs="0" maxOccurs="unbounded" />
  </xsd:sequence>
</xsd:complexType>

<xsd:complexType name="XMLTerm">
  <xsd:simpleContent>
    <xsd:extension base="xsd:token">
      <xsd:attribute name="lang" type="xsd:language" />
    </xsd:extension>
  </xsd:simpleContent>
</xsd:complexType>

<xsd:complexType name="XMLInfounit">
  <xsd:simpleContent>
    <xsd:extension base="xsd:token">
      <xsd:attribute name="lang" type="xsd:language" />
    </xsd:extension>
  </xsd:simpleContent>
</xsd:complexType>

<xsd:simpleType name="AttributeType">
  <xsd:restriction base="xsd:token">
    <xsd:pattern value="visible" />
    <xsd:pattern value="VISIBLE" />
    <xsd:pattern value="Visible" />
    <xsd:pattern value="hidden" />
    <xsd:pattern value="HIDDEN" />
    <xsd:pattern value="Hidden" />
  </xsd:restriction>
</xsd:simpleType>

```



```
</xsd:restriction>
</xsd:simpleType>

<xsd:simpleType name="ElementID">
  <xsd:restriction base="xsd:unsignedInt">
    <xsd:minInclusive value="1"/>
    <xsd:maxInclusive value="9999999"/>
  </xsd:restriction>
</xsd:simpleType>

<xsd:complexType name="XMLSupertopickey">
  <xsd:simpleContent>
    <xsd:extension base="xsd:token"/>
  </xsd:simpleContent>
</xsd:complexType>

</xsd:schema>
```

## Anhang H

# XML Schema für die Mentor-Konfigurationsdatei

```
<xsd:schema xmlns:xsd="http://www.w3.org/2001/XMLSchema">
  <xsd:element name="configuration" type="XMLConfiguration"/>
  <xsd:complexType name="XMLConfiguration">
    <xsd:sequence>
      <xsd:element name="structurefilelist" type="XMLStructureFileList"/>
      <xsd:element name="subsystemlist" type="XMLSubsystemList"/>
      <xsd:element name="languageodelist" type="XMLLanguageCodeList"/>
    </xsd:sequence>
  </xsd:complexType>
  <xsd:complexType name="XMLStructureFileList">
    <xsd:sequence>
      <xsd:element name="structurefile" type="XMLStructureFile"
        minOccurs="4" maxOccurs="4"/>
    </xsd:sequence>
  </xsd:complexType>
  <xsd:complexType name="XMLStructureFile">
    <xsd:sequence>
      <xsd:element name="type" type="xsd:NMTOKEN"/>
      <xsd:element name="name" type="xsd:token"/>
    </xsd:sequence>
  </xsd:complexType>
  <xsd:complexType name="XMLSubsystemList">
    <xsd:sequence>
```

```

        <xsd:element name="subsystem" type="XMLSubsystem"
            minOccurs="6" maxOccurs="unbounded" />
    </xsd:sequence>
</xsd:complexType>

<xsd:complexType name="XMLSubsystem">
    <xsd:sequence>
        <xsd:element name="alias" type="xsd:token" />
        <xsd:element name="url" type="xsd:token" />
        <xsd:element name="target" type="xsd:NMTOKEN" />
    </xsd:sequence>
</xsd:complexType>

<xsd:complexType name="XMLLanguageCodeList">
    <xsd:sequence>
        <xsd:element name="languagecode" type="XMLLanguageCode"
            minOccurs="1" maxOccurs="unbounded" />
    </xsd:sequence>
</xsd:complexType>

<xsd:complexType name="XMLLanguageCode">
    <xsd:simpleContent>
        <xsd:extension base="xsd:language" />
    </xsd:simpleContent>
</xsd:complexType>

</xsd:schema>

```

## Anhang I

# XML Schema für die Mentor-Strukturdatei, Typ I

```
<xsd:schema xmlns:xsd="http://www.w3.org/2001/XMLSchema">

  <xsd:element name="dialoglist" type="XMLDialogList"/>
  <xsd:complexType name="XMLDialogList">
    <xsd:sequence>
      <xsd:element name="dialog" type="XMLDialog"
        minOccurs="1" maxOccurs="unbounded"/>
    </xsd:sequence>
    <xsd:attribute name="rootid" type="ElementIDType"/>
  </xsd:complexType>

  <xsd:complexType name="XMLDialog">
    <xsd:sequence>
      <xsd:element name="questionref" type="ElementIDType"
        minOccurs="1" maxOccurs="1"/>
      <xsd:element name="answerlist" type="XMLAnswerList"
        minOccurs="1" maxOccurs="1"/>
      <xsd:element name="help" type="PresentType"
        minOccurs="1" maxOccurs="1"/>
      <xsd:element name="info" type="PresentType"
        minOccurs="1" maxOccurs="1"/>
    </xsd:sequence>
    <xsd:attribute name="id" type="ElementIDType" use="required"/>
  </xsd:complexType>

  <xsd:complexType name="XMLAnswerList">
    <xsd:sequence>
      <xsd:element name="answer" type="XMLAnswer"/>
    </xsd:sequence>
  </xsd:complexType>
</xsd:schema>
```

```

        minOccurs="0" maxOccurs="unbounded" />
    </xsd:sequence>
</xsd:complexType>

<xsd:complexType name="XMLAnswer">
    <xsd:sequence>
        <xsd:element name="answerref" type="ElementIDType"
            minOccurs="1" maxOccurs="1" />
        <xsd:element name="nextref" type="ElementIDType"
            minOccurs="1" maxOccurs="1" />
        <xsd:element name="nextreftype" type="ReferenceType"
            minOccurs="1" maxOccurs="1" />
    </xsd:sequence>
</xsd:complexType>

<xsd:simpleType name="PresentType">
    <xsd:restriction base="xsd:token">
        <xsd:pattern value="yes" />
        <xsd:pattern value="YES" />
        <xsd:pattern value="Yes" />
        <xsd:pattern value="no" />
        <xsd:pattern value="NO" />
        <xsd:pattern value="No" />
    </xsd:restriction>
</xsd:simpleType>

<xsd:simpleType name="ReferenceType">
    <xsd:restriction base="xsd:token">
        <xsd:pattern value="extern" />
        <xsd:pattern value="EXTERN" />
        <xsd:pattern value="Extern" />
        <xsd:pattern value="intern" />
        <xsd:pattern value="INTERN" />
        <xsd:pattern value="Intern" />
    </xsd:restriction>
</xsd:simpleType>

<xsd:simpleType name="ElementIDType">
    <xsd:restriction base="xsd:unsignedInt">
        <xsd:minInclusive value="0" />
        <xsd:maxInclusive value="9999999" />
    </xsd:restriction>
</xsd:simpleType>
</xsd:schema>

```

## Anhang J

# XML Schema für die Mentor-Strukturdateien, Typ II

```
<xsd:schema xmlns:xsd="http://www.w3.org/2001/XMLSchema">
```

```
<xsd:element name="elementlist" type="XMLElementList"/>
```

```
<xsd:complexType name="XMLElementList">
```

```
<xsd:sequence>
```

```
<xsd:element name="element" type="XMLElement"  
  minOccurs="1" maxOccurs="unbounded"/>
```

```
</xsd:sequence>
```

```
</xsd:complexType>
```

```
<xsd:complexType name="XMLElement">
```

```
<xsd:sequence>
```

```
<xsd:element name="elementcontent" type="XMLElementContent"  
  minOccurs="1" maxOccurs="unbounded"/>
```

```
</xsd:sequence>
```

```
<xsd:attribute name="id" type="ElementIDType" use="required"/>
```

```
</xsd:complexType>
```

```
<xsd:complexType name="XMLElementContent">
```

```
<xsd:simpleContent>
```

```
<xsd:extension base="xsd:token">
```

```
<xsd:attribute name="lang" type="xsd:language"/>
```

```
</xsd:extension>
```

```
</xsd:simpleContent>
```

```
</xsd:complexType>
```

```
<xsd:simpleType name="ElementIDType">
  <xsd:restriction base="xsd:unsignedInt">
    <xsd:minInclusive value="1"/>
    <xsd:maxInclusive value="9999999"/>
  </xsd:restriction>
</xsd:simpleType>

</xsd:schema>
```





# Literaturverzeichnis

- [1] Aho, Alfred V.; Hopcroft, John E.; Ullman, Jeffrey D. (1987): *Data structures and algorithms*. Reading, Menlo Park, London, Amsterdam, Don Mills, Sydney, Addison-Wesley Publishing Company
- [2] Altmann, Werner; Fritz, René; Hinderink, Daniel (2004): *TYPO3; Enterprise Content Management*. München, Open Source Press
- [3] André, Jean-Marie (2002): *Griechische Feste, Römische Spiele; Die Freizeitkultur der Antike*. Leipzig, Reclam
- [4] Arbeitskreis „Stochastik in der Schule“ (2001): *Stochastisches Denken und Perspektiven für das Curriculum 1–13*. Protokoll von der Herbsttagung 2001 des Arbeitskreises „Stochastik in der Schule“ (URL der Homepage: <http://www.uni-klu.ac.at/ak-stochastik/>). Online im Internet unter URL: <http://www.uni-klu.ac.at/ak-stochastik/>, Unterpunkt „Herbsttagungen“ [19.06.2006]
- [5] Balzert, Helmut (2000): *Lehrbuch der Software-Technik*. Band 1, Heidelberg, Berlin, Spektrum Akademischer Verlag, 2. Auflage
- [6] Barner, Klaus (2001): *Das Leben Fermats*. Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, Heft 3, Berlin
- [7] Barth, Friedrich; Haller, Rudolf (1998): *Stochastik Leistungskurs der Kollegstufe*. 12. verbesserte Auflage, München, Oldenbourg
- [8] Behnen, Konrad; Neuhaus, Georg (1995): *Grundkurs Stochastik*. Stuttgart, Teubner, 3. Auflage
- [9] Beierle, Christoph; Kern-Isberner, Gabriele (2003): *Methoden wissenschaftlicher Systeme*. Wiesbaden, Friedrich Vieweg & Sohn, 2., überarbeitete und erweiterte Auflage
- [10] Bernoulli, Jakob (1999): *Wahrscheinlichkeitsrechnung: I., II., III. und IV. Theil = Ars conjectandi*. Übersetzt und herausgegeben von R. Haussner. Nachdruck der Ausgabe 1713. Thun, Frankfurt am Main, Harri Deutsch

- [11] Naturforschende Gesellschaft in Basel (Hrsg.) (1975): *Die Werke von Jakob Bernoulli*. Band 3, Basel, Birkhäuser Verlag
- [12] Bertelsmann Lexikon Institut (Hrsg.) (2004): *Bertelsmann Universal Lexikon*. Gütersloh, München, Wissen Media Verlag GmbH
- [13] Binder, Andreas; Zhai, Xiaomin (2004): *A Note on Productivity, Quality and Reliability and the Aspect of Uncertainty*. Indian Association for Productivity, Quality and Reliability Transactions (IAPQR Transactions), Volumen 29, Number 2, Seiten 83–95
- [14] Bihlmeyer, Karl; Tüchle, Hermann (1987): *Kirchengeschichte*. Dritter Teil: Die Neuzeit und die neueste Zeit, Wissenschaftliche Handbibliothek, Paderborn, München, Wien, Zürich, Ferdinand Schönigh, 19., unveränderte Auflage
- [15] Borgelt, Christian; Kruse, Rudolf (2001): *Unsicherheit und Vagheit: Begriffe, Methoden, Forschungsthemen*. KI (Organ des Fachbereichs1 „Künstliche Intelligenz“ der Gesellschaft für Informatik e.V.), Bremen, arendtap Verlag, Jahrgang 2001, Heft 3, Seiten 5–8
- [16] Born, Max (1984): *Die Relativitätstheorie Einsteins; Unter Mitarbeit von Walter Biem*. Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, Springer, unveränderter Nachdruck der 5. Auflage
- [17] von Bortkiewicz, Ladislaus (1917): *Die Iterationen; Ein Beitrag zur Wahrscheinlichkeitstheorie*. Berlin, Springer, unter „Cornell University Library Windows of the Past“ (URL der Homepage: <http://historical.library.cornell.edu/>). Online im Internet unter URL: <http://historical.library.cornell.edu/cgi-bin/cul.math/docviewer?did=04390001&seq=5> [19.06.2006]
- [18] Bosch, Karl (1992): *Statistik-Taschenbuch*. Oldenbourg, München, Wien
- [19] Brockhaus Redaktion (1986–1994): *Brockhaus Enzyklopädie in vierundzwanzig Bänden*. Mannheim, F.A. Brockhaus, 19., völlig neu bearbeitete Auflage
- [20] Brockhaus Redaktion (1996–1999): *Brockhaus Enzyklopädie in vierundzwanzig Bänden*. Leipzig, Mannheim, F.A. Brockhaus, 20., überarbeitete und aktualisierte Auflage
- [21] von Collani, Elart (2004): *The Concept of Probability, Historical Review And Future Prospect*. Vortrag anlässlich der „International Conference on History and Heritage of Mathematical Sciences“ vom 16. bis 19. Dezember 2004 in Indore, Indien

- [22] von Collani, Elart (2004): *The Amazing Success Story of Statistics*. Vortrag anlässlich des „Show Case Seminar on History of Mathematics“ vom 13. bis 14. Dezember 2004 am Ramjas College, University of Delhi
- [23] von Collani, Elart (2004): *Theoretical Stochastics*. In *Defining the Science of Stochastics*, Ed. by Collani, E., Sigma Series in Stochastics, Volume 1, Berlin-Lemgo, Heldermann Verlag, Seiten 147–174
- [24] von Collani, Elart (2004): *Empirical Stochastics*. In *Defining the Science of Stochastics*, Ed. by Collani, E., Sigma Series in Stochastics, Volume 1, Berlin-Lemgo, Heldermann Verlag, Seiten 175–213
- [25] von Collani, Elart (2004): *History, State of the Art and Future of Stochastics*. In *History of the Mathematical Sciences*, Ed. by Grattan-Guinness, I., Yadav, B.S., Hindustan Book Agency, Seiten 171–194
- [26] von Collani, Elart; Dumitrescu, Monica; Panaite, Victorina (2002): *Prediction and Measurement Procedures for the Variance of a Normal Distribution*. Economic Quality Control, Volume 17, Seiten 133–154
- [27] von Collani, Elart; Dräger, Klaus (2001): *Binomial Distribution Handbook for Scientists and Engineers*. Boston, Basel, Berlin, Birkhäuser
- [28] von Collani, Elart; Dumitrescu, Monica (2001): *Complete Neyman Measurement Procedure*. Metrika, Volume 54, Seiten 111–130
- [29] von Collani, Elart; Dumitrescu, Monica; Lepenis, Rouven (2001): *Neyman Measurement and Prediction Procedures*. Economic Quality Control, Volume 16, Seiten 109–132
- [30] von Collani, Elart; Dumitrescu, Monica (2000): *Neyman Exclusion Procedure*. Economic Quality Control, Volume 15, Seiten 15–34
- [31] von Collani, Elart; Dumitrescu, Monica (2000): *Neyman Comparison Procedure*. Economic Quality Control, Volume 15, Seiten 35–53
- [32] Crane, Gregory (Editor-in-Chief): *The Perseus Digital Library*. Tufts University (URL der Homepage: <http://www.tufts.edu/>). Online im Internet unter URL: <http://www.perseus.tufts.edu/> [19.06.2006]
- [33] Cunningham & Cunningham, Inc.: *Wiki History*. Online im Internet unter URL: <http://c2.com/cgi/wiki?WikiHistory> [19.06.2006]

- [34] Dinges, Hermann (2000): *Stochastisches und deterministisches Denken*. Vortrag bei der Hauptversammlung der Deutschen Statistik Gesellschaft, Nürnberg, am 28.09.2000 (URL der Homepage: <http://www.math.uni-frankfurt.de/~stoch/dinges/dingesindex.shtml>). Online im Internet unter URL: <http://www.math.uni-frankfurt.de/~stoch/StochastischDenken.html> [19.06.2006]
- [35] Einstein, Albert (1984): *Über die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie*. Wissenschaftliche Taschenbücher, Band 59, Braunschweig, Wiesbaden, Friedrich Vieweg & Sohn, 21. Auflage
- [36] Einstein, Albert; Lorentz, Hendrik A.; Minkowski, Hermann (1982): *Das Relativitätsprinzip; Eine Sammlung von Abhandlungen*. Stuttgart, Teubner, 8. Auflage - Unveränderter Nachdruck der 5. Auflage von 1923
- [37] Fassbender, Dieter (1991): *Lexikon für Münzsammler: über 1800 Begriffe von Aachener Mark bis Zwittermünze*. Augsburg, Battenberg
- [38] Ferber, Reginald (2003): *Information Retrieval; Suchmodelle und Data-Mining-Verfahren für Textsammlungen und das Web*. Heidelberg, dpunkt.verlag
- [39] Frede, Dorothea (1997): *Platon, Philebos: Übersetzung und Kommentar*. Göttingen, Vandenhoeck und Ruprecht
- [40] Gigerenzer, Gerd; Swijtink, Zeno; Porter, Theodore; Daston, Lorraine; Beatty, John; Krüger, Lorenz (1999): *Das Reich des Zufalls; Wissen zwischen Wahrscheinlichkeiten, Häufigkeiten und Unschärfen*. Heidelberg, Berlin; Spektrum Akademischer Verlag
- [41] Göbl, Robert (1987): *Numismatik: Grundriß und wissenschaftliches System*. München, Battenberg
- [42] Görz, Günther; Rollinger, Claus-Rainer; Schneeberger, Josef (Herausgeber) (2000): *Handbuch der Künstlichen Intelligenz*. München, Wien, Oldenburg Verlag, 3., vollständig überarbeitete Auflage
- [43] Grimm, Jacob; Grimm, Wilhelm (1877): *Deutsches Wörterbuch*. IV,II (Bandbezeichnung), H,I,J (Wortstrecke), Das Deutsche Wörterbuch von Jacob und Wilhelm Grimm auf CD-ROM und im Internet, DFB-Projekt im Fach Germanistik der Universität Trier (URL der Homepage: <http://www.uni-trier.de/>). Online im Internet unter URL: <http://www.dwb.uni-trier.de/> [19.06.2006]

- [44] Güthling, Otto (1979): *Langenscheidts Grosswörterbuch; Lateinisch; Teil II; Deutsch-Lateinisch*. Berlin, München, Wien, Zürich, Langenscheidt, 12. Auflage
- [45] Hansen, Hans Robert; Neumann, Gustaf (2005): *Wirtschaftsinformatik 1; Grundlagen und Anwendungen*. Stuttgart, Lucius & Lucius, 9. Auflage
- [46] Haun, Matthias (2000): *Wissensbasierte System; eine praxisorientierte Einführung*. Renningen-Malmsheim, expert verlag
- [47] Hauser, Walter (1997): *Die Wurzeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung; Die Verbindung von Glücksspieltheorie und statistischer Praxis vor Laplace*. Stuttgart, Franz Steiner
- [48] Hörmann, Karl: *Lexikon der christlichen Moral*. In Auszügen unter „Die katholische Informationsseite der Gemeinschaft vom heiligen Josef“ (URL der Homepage: <http://www.stjosef.at/>). Online im Internet unter URL: <http://www.stjosef.at/> und <http://www.morallexikon.org/> [19.06.2006]
- [49] Homer: *Ilias*. „Bibliotheca Augustana“ von Professor Harsch, Ulrich (URL der Homepage: <http://www.fh-augsburg.de/~harsch/harsch/index.html>). Online im Internet unter URL: [http://www.fh-augsburg.de/~harsch/graeca/Chronologia/S\\_ante08/Homeros/hom\\_il23.htm](http://www.fh-augsburg.de/~harsch/graeca/Chronologia/S_ante08/Homeros/hom_il23.htm) [19.06.2006]
- [50] Homer: *Ilias*. „Projekt Gutenberg-DE“ von Spiegel Online (URL der Homepage: <http://gutenberg.spiegel.de/>), übersetzt von Johann Heinrich Voß. Online im Internet unter URL <http://gutenberg.spiegel.de/homer/ilias/ilias.htm> [19.06.2006]
- [51] Ineichen, Robert (2002): *Würfel, Zufall und Wahrscheinlichkeit; Ein Blick auf die Vorgeschichte der Stochastik*. Magdeburger Wissenschaftsjournal, 2/2002, Seiten 39–46
- [52] Jungbauer, Michaela (2000): *Spielstätten und Spiele im Erzstift Salzburg des 18. Jahrhunderts*. Diplomarbeit im Fachbereich Geschichts- und Politikwissenschaften, Universität Salzburg (URL der Homepage: <http://www.sbg.ac.at/ges/>). Online im Internet unter URL: <http://www.sbg.ac.at/ges/dipldiss/jungbauer/default.htm> [19.06.2006]

- [53] Juristisches Internetprojekt Saarbrücken: *Juristische Expertensysteme*. Online im Internet unter URL: <http://www.jura.uni-sb.de/projekte/expertensysteme/index.html> [19.06.2006]
- [54] Keller, Hubert (2000): *Maschinelle Intelligenz; Grundlagen, Lernverfahren, Bausteine intelligenter Systeme*. Braunschweig, Wiesbaden, Friedrich Vieweg & Sohn
- [55] Knoche, Ingrid; Knoche, Norbert; Krallmann, Marion (2003): *Stochastik - Beschreibende Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie*. 11. bis 13. Klasse, aus der Reihe Duden Abiturhilfe, Mannheim, Bibliographisches Institut
- [56] Kolmogoroff, Andrej (1933): *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung*. Berlin, Heidelberg, New York, Springer, Reprint 1973
- [57] Kroh, Paul (1972): *Lexikon der antiken Autoren*. Kröners Taschenbuchausgabe, Band 366, Stuttgart, Alfred Kröner
- [58] Kuchling, Horst (1988): *Taschenbuch der Physik*. 10., neubearbeitete Auflage, Thun, Frankfurt am Main, Harri Deutsch
- [59] Kuhn, Thomas (1962): *The Structure of Scientific Revolutions*. University of Chicago Press
- [60] Lämmel, Uwe; Cleve, Jürgen (2001): *Lehr- und Übungsbuch Künstliche Intelligenz*. München, Wien, Fachbuch Verlag im Carl Hanser Verlag
- [61] N.N.: *Lingen Lexikon in 20 Bänden*. Köln, Helmut Lingen
- [62] Menge, Hermann (1981): *Langenscheidts Grosswörterbuch; Griechisch-Deutsch; unter Berücksichtigung der Etymologie*. Berlin, München, Wien, Zürich, Langenscheidt, 24. Auflage
- [63] Menge, Hermann (1981): *Langenscheidts Grosswörterbuch; Lateinisch; Teil I; Lateinisch-Deutsch; unter Berücksichtigung der Etymologie*. Berlin, München, Wien, Zürich, Langenscheidt, 21. Auflage
- [64] N.N. (1997): *Meyers Lexikon in drei Bänden*. In LexiROM Version 3.0 - Lexikon, Mannheim, Bibliographisches Institut und F.A. Brockhaus AG
- [65] Mittelstraß, Jürgen (Hrsg.) (1995): *Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie*. Stuttgart, Weimar, J.B. Metzler

- [66] Niegemann, Helmut M.; Hessel, Silvia; Hochscheid-Mauel, Dirk; Aslanski, Kristina; Deimann, Markus; Kreuzberger, Gunther (2004): *Kompendium E-Learning*. Berlin, Heidelberg, Springer
- [67] N.N. (u.a. Ulpian): *Digestae*. „The Roman Law Library“ von Koptev, A. (URL der Homepage: <http://web.upmf-grenoble.fr/Haiti/Cours/Ak/>). Online im Internet unter URL: <http://www.upmf-grenoble.fr/Haiti/Cours/Ak/>, Unterpunkt „Corpus Iuris Civilis“ [19.06.2006]
- [68] Peltzer, Karl; von Normann, Reinhard (1979): *Das treffende Zitat; Gedankengut aus drei Jahrtausenden und fünf Kontinenten*. Thun, Ott Verlag, 7. erweiterte und ergänzte Auflage
- [69] Planck, Max (1948): *Wissenschaftliche Selbstbiographie; Mit einem Bildnis und der von Max von Laue gehaltenen Traueransprache*. Leipzig, Johann Ambrosius Barth
- [70] Plato (1827): *Philebos oder von der Lust; aus dem Griechischen übersetzt und mit philosophischen und anderen Anmerkungen erläutert von Johann Kaspar Götz*. Augsburg, Leipzig, Jenisch und Stageschen Buchhandlung
- [71] Plato (1955): *Philebos; Übersetzt und erläutert von Otto Apelt*. Philosophische Bibliothek, Band 145; Hamburg, Felix Meiner, 3. Auflage, unveränderter Nachdruck der 2. verbesserten Auflage von 1922
- [72] Popper, Karl Raimund (1989): *Logik der Forschung*. Tübingen, J.C.B. Mohr (Paul Siebeck), 9., verbesserte Auflage
- [73] Popper, Karl Raimund (1994): *Die beiden Grundprobleme der Erkenntnistheorie*. Tübingen, J.C.B. Mohr (Paul Siebeck), 2., verbesserte Auflage
- [74] Prowse, Roger (1993): *Software Engineering*. Notes of Master Degree Course „Data Communication Systems, Module 2“ of Faculty of Technology, Department of Electrical Engineering and Electronics, Brunel University of West London (U.K.)
- [75] Puntsch, Eberhard (1986): *Zitatenhandbuch*. Band I, Landsberg am Lech, Moderne Verlagsgesellschaft, 10. Auflage
- [76] Puntsch, Eberhard (1996): *Das neue Zitaten-Handbuch; Eine besondere Auswahl aus drei Jahrtausenden*. Augsburg, Weltbild Verlag

- [77] Puppe, Frank; Gappa, Ute; Poeck, Karsten; Bamberger, Stefan (1996): *Wissensbasierte Diagnose- und Informationssysteme. Mit Anwendungen des Expertensystem-Shell-Baukastens D3*. Berlin, Heidelberg, New York, Springer
- [78] Münzversandhaus Reppa GmbH: *Münzlexikon*. Online im Internet unter URL: <http://www.reppa.de/lex.asp> [19.06.2006]
- [79] Russell, Stuart; Norvig, Peter (2004): *Künstliche Intelligenz; Ein moderner Ansatz*. München, Boston, San Francisco, Sydney, Mexico City, Madrid, Amsterdam, Pearson Studium, 2., überarbeitete Auflage
- [80] Ritter, Joachim; Gründer, Karlfried (Hrsg.) (1989): *Historisches Wörterbuch der Philosophie*. Band 7: P–Q, Darmstadt, Wissenschaftliche Buchgesellschaft
- [81] Scarre, Chris (1998): *Die römischen Kaiser; Herrscher von Augustus bis Konstantin*. Augsburg, Bechtermünz
- [82] Schira, Josef (2005): *Statistische Methoden der VWL und BWL. Theorie und Praxis*. München, Boston, San Francisco, Sydney, Mexico City, Madrid, Amsterdam, Pearson Studium, 2., überarbeitete Auflage
- [83] Searle, John Raimund (1999): *The future of philosophy*. Philosophical Transactions: Biological Sciences; The Royal Society; Volume 354, Number 1392, 2069–2080.
- [84] Shafer, Glenn (1996): *The significance of Jacob Bernoulli's Ars Conjectandi for the philosophy of probability today*. Journal of Econometrics, **75**, 15-32
- [85] Sommer & Co. GmbH: *Münzen Lexikon*. Anumis, (URL der Homepage: <http://www.anumis.de/>). Online im Internet unter URL: <http://www.anumis.de/lexikon/index.html> [19.06.2006]
- [86] Stahl, Florian; Maass, Wolfgang (Hrsg.) (2003): *Content Management Handbuch. Strategien, Theorien und Systeme für erfolgreiches Content Management*. St. Gallen, Net Academy
- [87] Stigler, Stephen M. (1986): *The History of Statistics; The Measurement of Unvertainty before 1900*. Cambridge, Massachusetts, London, Belknap Press of Harvard University Press
- [88] Suetonius Tranquillus, Gaius: *De vita Caesarum*. „Bibliotheca Augustana“ von Professor Harsch, Ulrich (URL der Homepage: <http://www.fh-augsburg.de/~harsch/harsch/index.html>). Online im Internet unter URL: [http://www.fh-augsburg.de/~harsch/Chronologia/Lspost02/Suetonius/sue\\_vc00.html](http://www.fh-augsburg.de/~harsch/Chronologia/Lspost02/Suetonius/sue_vc00.html) [19.06.2006]



- [89] Suetonius Tranquillus, Gaius: *De vita Caesarum*. „Earth’s Ancient History“ von Geerts, L. C. (URL der Homepage: <http://www.earth-history.com/>). Online im Internet unter URL: <http://www.earth-history.com/Roman/Ceasars/suetonius-index.htm> [19.06.2006]
- [90] N.N.: *Historisches Lexikon der Schweiz*. Online im Internet unter URL: <http://www.hls.ch/> [19.06.2006]
- [91] Wahrig-Burfeind, Renate (Hrsg.) (2004): *Wahrig Fremdwörterlexikon*. Gütersloh, München, Bertelsmann Lexikon Institut, 5.; vollständig neu bearbeitete und aktualisierte Auflage
- [92] Wikimedia Foundation: *Wikipedia; Die freie Enzyklopädie*. (URL der Homepage: <http://wikipedia.org/>). Online im Internet unter URL <http://de.wikipedia.org/wiki/Hauptseite> [19.06.2006]
- [93] Wissenschaftlicher Rat der Dudenredaktion (2004): *Duden Band 1; Die deutsche Rechtschreibung*. Mannheim, Leipzig, Wien, Zürich, Dudenverlag, 23. völlig neu bearbeitete und erweiterte Auflage
- [94] Wissenschaftlicher Rat der Dudenredaktion (2005): *Duden Band 5; Fremdwörterbuch*. Mannheim, Leipzig, Wien, Zürich, Dudenverlag, 8., neu bearbeitete und erweiterte Auflage
- [95] Wissenschaftlicher Rat der Dudenredaktion (2003): *Duden; Das große Fremdwörterbuch; Herkunft und Bedeutung der Fremdwörter*. Mannheim, Leipzig, Wien, Zürich, Dudenverlag, 3., überarbeitete Auflage
- [96] Verduin, Kees: *A short History of Probability and Statistics*. Unter Universität Leiden (Niederlande) (URL der Homepage: <http://www.leidenuniv.nl/>). Online im Internet unter URL <http://www.leidenuniv.nl/fsw/verduin/stathist/stathist.htm> [19.06.2006]
- [97] Ziegler, Konrat; Sontheimer, Walther (Hrsg.) (1979): *Der Kleine Pauly; Lexikon der Antike in 5 Bänden*. München, Deutscher Taschenbuch Verlag
- [98] Zedler, Johann Heinrich (1732–1754): *Johann Heinrich Zedlers grosses vollständiges Universallexicon aller Wissenschaften und Künste*. Online im Internet unter URL: <http://www.zedler-lexikon.de/> [19.06.2006]
- [99] Zollinger, Manfred (1997): *Geschichte des Glücksspiels; Vom 17. Jahrhundert bis zum Zweiten Weltkrieg*. Wien, Köln, Weimar, Böhlau Verlag

[100] Zwahr, Annette (Redaktionelle Leitung) (2004): *Der grosse Brockhaus in zwei Bänden*. Leipzig, F.A. Brockhaus, 1. Auflage