

Interviewtranskript Wintersemester 2016/17, Hans(2) und Niko(8)

Interviewer: Fangen wir vielleicht klein an, so dass wir vom selben reden: Könnt ihr vielleicht ganz kurz nur beschreiben, aus eurer Sicht, was haben wir so alles im Kurs gemacht? #00:00:26-3#

Hans: Wir haben uns über ja Konstruktion mit Origami unterhalten, das heißt was können wir mit Origami alles konstruieren und dann haben wir gesehen, dass es mächtiger ist als Zirkel&Lineal und (..) sag du auch was. #00:00:54-4#

Niko: Ja gut, also wie er schon gesagt hat, wir haben angefangen, uns mit irgendwelchem Ausprobieren von Papierfalten. Erst mit Flachfaltbarkeit, dann mit anderen irgendwelchen Sachen, die du uns gesagt hast, faltet jetzt mal ein Drittel oder faltet das oder einfach (..) so ein paar Sachen aufgestellt und dann halt ausprobiert und versucht, das irgendwie irgendwelche Regel oder Muster zu finden, aus denen das folgt. Und dann praktisch ausprobieren und dann am Ende als wir das so gemacht haben mit diesem Axiomatisieren, also praktisch uns gezeigt (..) wir haben erst so Beispiele gemacht (**unverständlich**) durch Faltmuster und was wir alles so gemacht haben wie man so Regeln aufstellt und uns dann eigentlich erklärt, dass wir damit dieses Prinzip vom (..) sich was ausdenken, dann irgendwie versuchen, Hypothesen aufzustellen und beweisen und das hast du uns dann erklärt. #00:01:37-9#

Hans: Die verschiedenen Vorgehensweisen in der Mathematik. Das ist eigentlich des, was man in der Uni, das ist jetzt nicht des, was Mathematiker machen. Die Forscher, die machen das genau andersrum. Und dann haben wir dann noch am Schluss jetzt, haben wir geguckt, was ist überhaupt die euklidische Ebene und (..) ja ist das alles so in Ordnung und so verständlich und dann mal gesehen, dass es bei den kleinsten Sachen hapert, dass man praktisch manche Sachen (..) ja, definiert dadurch, indem man sagt, was die tun, aber was es ist, das weiß eigentlich niemand. Und das ist eigentlich schon beeindruckend, weil man halt dadurch sieht, dass bei Mathe nicht alles von allein folgt, sondern dass man doch irgendwie (..) dass es doch irgendwie ein Gedankenkonstrukt von Leute, gell? #00:02:42-0#

Interviewer: Ok, schön ja. Ok. Ihr habt auch das 1-fach-Origami erwähnt davor. Könnt ihr vielleicht das ein bisschen genauer erklären? Wie würdet ihr das jemandem erklären, was ist dieses 1-fach-Origami? #00:02:54-9#

Niko: Also bei diesem 1-fach-Origami haben wir versucht gewisse Konstruktionen (..) also erstmal definiert, was ist eine Konstruktion und da musste man erstmal ausprobieren, dass wir finden, was wir überhaupt konstruieren und dann haben wir durch verschiedene Faltereien und Ausprobieren wirklich versucht bei Faltungen halt (..) ja zu definieren, was ist überhaupt eine Faltung, diese auf Grundfaltungen runterzubrechen, aus denen man alles falten kann und haben da halt diese verschiedenen Faltungen, also Punkt auf Punkt, Gerade auf Punkt und so weiter, festgelegt als Grundfaltung, dass man aus dem alles mögliche falten kann, dieses 1/3 oder was man da so gefaltet hat. Und praktisch dieses (..) mit Hilfe von Grundfaltungen alles Mögliche (**unverständlich**) dass man noch mehr falten kann als mit Zirkel&Lineal konstruieren kann. #00:03:57-6#

Hans: Auf jeden Fall. Und als Ausgangspunkt hatten wir eben ich sage jetzt mal die Strecke 0-1 oder was. und die Eckpunkte. Also Punkte. Und dadraus kann man dann andere Punkte, zum Beispiel alle rationalen Zahlen, wenn man sich das im zweidimensionalen Koordinatensystem vorstellt. Kann man jetzt, wenn man diese Grundfaltungen anwendet, die wir 7 Stück. Aber die können wir alle auf eine reduzieren, glaube ich. Da können wir dann zum Beispiel die ganzen also wir können jede Zahl theoretisch, natürlich in der Praxis ein wenig anders, konstruieren. (

Interviewer: Sowas wie Pi, zum Beispiel?) Ne, Pi nicht. (**Interviewer:** Also nicht alle?) Pi ist irrational. Das geht nicht, die rationalen, Q können wir konstruieren. #00:04:51-7#

Interviewer: Und die irrationalen nicht? #00:04:51-1#

Hans: Manche irrationalen, glaube ich schon. Zum Beispiel manche dritte Wurzel. Kubische Gleichungen heißen die glaube ich. Aber im Allgemeinen nicht. Also Pi, gut wegen der Kreiszahl, gehts vielleicht, aber allgemein irrationale, würde ich sagen, können wir nicht. Aber Pi, weiß ich jetzt nicht. #00:05:17-3#

Interviewer: Was denkst du? Oder wolltest du das ergänzen? #00:05:20-5#

Niko: Ja, also ich würde (**unverständlich**) ein paar kubische Gleichungen, die wir halt (..) Sonderfälle kann man irrational, aber nicht im Allgemeinen. #00:05:32-8#

Hans: Pi. #00:05:34-7#

Niko: Obwohl mir ist kein Gegenbeispiel an sich einfällt. Aber ich denke wenn man jetzt probiert, irgendeine irrationale Zahl, würde man wahrscheinlich nichts finden wie man das konstruieren kann. #00:05:42-1#

Interviewer: Zum Beispiel Wurzel zwei oder sowas. #00:05:43-6#

Hans: Wurzel Zwei haben wir glaube ich konstruiert, oder? #00:05:51-6#

(..) #00:05:54-7#

Hans: Das ist jetzt eine gute Frage (..) Also im Allgemeinen, gehts denke ich nicht. Aber es kann natürlich sein, dass es ich glaube Wurzel Zwei haben wir konstruiert. Aber ich (..) bin mir jetzt nichts mehr sicher. #00:06:14-6#

Niko: Irgendeine Wurzel hatten wir, dritte Wurzel aus Zwei oder #00:06:17-6#

Hans: Jaja, ja ich weiß es nicht. (..) Ja, auf jeden Fall. (..) Aber wenn du jetzt die Eulersche Zahl, dann würde ich sofort sagen, die kann auf keinen Fall konstruiert werden. (..) Also ja, es kann schon sein, dass es für endliche viele geht, aber es geht sicher für unendlich viele nicht. #00:06:41-8#

Interviewer: Von den irrationalen? #00:06:42-6#

Hans: Von irrationalen Zahl, ja. #00:06:43-7#

Interviewer: Ok, gut. Lassen wir ganz kurz Falten. Wir kommen nochmal zurück dazu. (..) Ihr habt davor auch Axiome erwähnt und Axiomatisieren. Wie würdet ihr eigentlich sagen, wie würdet ihr jemandem erklären, was ein Axiom ist? #00:07:07-2#

(..) #00:07:09-2#

Interviewer: Und wenn ihr dabei an einen Kommilitonen denkt, gäbe es einen Unterschied in der Erklärung zwischen einer für einen Schüler (nix Deutsch.)? #00:07:23-0#

(..) #00:07:24-8#

Hans: Also ich würds sagen (..) Axiome (...) Axiome brauche ich, um irgendein Konstrukt aufzubauen, ja? Die kann ich an sich nicht beweisen. Und die haben für sich (..) ah ne (..) die kann ich nicht beweisen, aber die postuliere ich, und die dürfen also sie sollten keinen Widerspruch in sich ergeben. Und aufbauend auf den Axiomen kann ich dann neue Sätze, Korollars aufbauen und (..) was ist zum Beispiel ein Axiom? #00:08:19-9#

Niko: Vektorraumaxiome. #00:08:22-9#

Hans: Ja, schon. Ich habe jetzt gemeint auf Origami bezogen. #00:08:24-9#

Niko: Ach so. #00:08:29-3#

Interviewer: Wie würdest du das Wort »Axiom« erklären? #00:08:29-7#

Niko: Ich würde Axiome auch so wie Hans schon angefangen hat, sind Aussagen, die man nicht beweisen oder widerlegen (kann?), aber die halt irgendwas beschreiben, zum Beispiel ich denke immer an Vektorräume, also Vektorraumaxiome, die kann man halt in jedem möglichen Vektorraum nachweisen, aber (..) halt jetzt nicht beweisen, sie sind jetzt halt da, darauf aufbauend kann man sämtliche Sätze damit machen zum Beispiel und (..) also wenn ich jetzt einem Studenten erkläre, weil ein Mathestudent weiß was ein Vektorraum ist, normalerweise. Weil das hat man ja in Lina. Also dem Schüler kann man das so nicht erklären, weil er weiß nicht, was ein Vektorraum ist, also da würde ichs auch ein bisschen anders erklären, aber da müsste ich nochmal (..) so spontan (**Hans:** beim Schüler wirds schwer) würde ich versuchen, das runterzuberechnen und zu sagen (..) da würde ich mit Beispielen versuchen zu erklären, ja Axiome sind Aussagen, die gibts in der Mathematik, die sind nicht beweisbar oder widerlegbar, aber die beschreiben halt so Dinge wie (..) ok, ich krieg das jetzt spontan nicht hin, es ist schwierig für den Schüler. #00:09:30-9#

Hans: ...Schwierig für einen Schüler, das zu akzeptieren, dass es da Sachen gibt, wo nicht aus irgendwas anderes folgt. Das heißt das sind Sachen, die man sich mal (..)

die mal jemand gefordert hat und die dann als sinnvoll erachtet werden und aufbauend darauf, kann man dann eben diese ganzen schönen Sachen dann, wenn man eben in der Mathematik oder in der Schulmathematik machen, kann man das alles dann betreiben. #00:10:06-9#

Interviewer: Sowas wie der Satz von Pythagoras? Ist ein schöner Satz. Wäre das ein Beispiel für ein Axiom? #00:10:10-5#

Hans: Ne. #00:10:14-8#

Niko: Den kann man ja beweisen. Da gibts sehr viele Möglichkeiten, ihn zu beweisen. #00:10:17-9#

Hans: Der ist kein Axiom. #00:10:20-0#

Interviewer: Ja, was wäre dann ein Axiom in der Geometrie? #00:10:22-6#

Hans: Ein Axiom zum Beispiel, dass eine Gerade durch zwei Punkte festgelegt ist. Durch zwei Punkte geht exakt eine (..) genau eine Gerade. Das ist ein Axiom. #00:10:38-4#

(...) #00:10:41-6#

Interviewer: Habt ihr eigentlich selber in der Schule mit Axiomen gearbeitet? #00:10:47-7#

Niko: Also nicht, dass ich wüsste. #00:10:51-8#

Hans: Mir war das nie bewusst. #00:10:52-3#

Hans: Da gibt dann Definitionen (..) da kanns schon drin gesteckt haben, sag ich mal, gell? #00:11:00-1#

Niko: Ja, aber so explizit jetzt, auf jeden Fall nicht. Wenn dann als eine Randnotiz oder so oder in einen Satz verbaut, aber #00:11:07-0#

Hans: Das kam in der Schule nie vor. #00:11:07-9#

Niko: Also ich habs vor der Uni nicht so bewusst wahrgenommen. #00:11:09-8#

Interviewer: Wie habt ihr dann sowas wie den Satz von Pythagoras bewiesen? #00:11:15-5#

Niko: Oh Gott, das weiß ich nicht mehr. #00:11:20-4#

Niko: Das ist zu lange her. #00:11:19-8#

Interviewer: Also jetzt nicht konkret, aber (..) wie würdet ihr das eigentlich machen in der Schule? So einen Satz von Pythagoras? #00:11:26-8#

Hans: Ich würde eine Möglichkeit (..) möglichst schönen verständlichen Beweis oder man könnnts mit Origami zum Beispiel machen. Aber ich weiß es nichts mehr genau wie. Aber halt irgendwas anschauliches würde ich nehmen. Und ich meine, wir hätten das gemacht. Aber ich (..) ich meine wir hätten eigentlich fast nie was bewiesen in der Schule, aber das ist natürlich nicht schön. #00:11:51-0#

Niko: Wir hatten auch wenig Beweise. #00:11:55-9#

Hans: Ich glaube das war so alles »jaaa, das ist einfach gottgegeben und« #00:12:01-7#

Niko: Also bei uns ich glaube wir hatten zumindest mal (..) ne, ich glaube wir hatten so eine Visualisierung. Wir hatten so ein Dreieck halt, also rechtwinklig, die Lehrerin hat ein Quadrat daraus gemacht, die irgendwie gefärbt und irgendwie gezeigt, dass es (..) ich weiß es nicht mehr genau, aber ich kann mich erinnern, dass sie so Quadrate gemalt hat und irgendwie gezeigt #00:12:20-7#

Interviewer: Würdet ihr das heute als ein Beweis durchgehen lassen? #00:12:24-0#

Hans: Ne. #00:12:25-3#

Niko: Ne, das war ja eine Visualisierung eines Beispiels. #00:12:27-7#

Hans: Nur ein Beispiel, dass es in dem Spezialfall gilt. #00:12:29-0#

Interviewer: Weil ihr ja sagt, diesen Satz von Pythagoras kann man ja auf Axiome zurückführen. (**Hans:** ja) und wie würdet ihr das konkret machen? Könnt ihr euch das vorstellen wie man das macht? Ich meine, wenn ihr sagt, das ist eine Visualisierung, also kein Beweis, dann ist das keine Zurückführung auf Axiome oder sowas . #00:12:49-8#

Hans: Ja. (..) #00:12:51-6#

Interviewer: Was würdet ihr machen? #00:12:56-6#

Hans: Das ist... #00:12:57-2#

Niko: Jetzt wärs praktisch, Didaktik der Geometrie gibts auch (**lacht**) #00:13:05-0#

Hans: Ich glaube es geht mit dem (..) mit dem (..) Höhensatz, aber ich bin mir nicht sicher. Oder gehts nciht? #00:13:14-9#

Niko: Oh, das ich weiß nicht. #00:13:17-3#

Hans: Also mir würde jetzt spontan, so ganz spontan fällt mir jetzt kein Beweis ein, ehrlich gesagt. (..) Aber ich weiß, dass es sehr sehr sehr viele gibt. #00:13:28-2#

Niko: (**unverständlich**) dass es so viele Beweise gibt, aber so spontan (**nicht**

wichtig) aber das wären nur Beispiele, keine richtigen Beweise. #00:13:43-3#

Interviewer: Wie würdet ihr das einschätzen, welche Rolle sollen denn Axiome in der Schule spielen? #00:13:49-7#

Hans: Müsste man schon mehr herausheben, würde ich sagen. #00:13:51-4#

Niko: Ja, (..) praktisch an der Uni werden Axiome teilweise (..) sind sie halt da und in der Schule halt nicht und das ist ein großer Sprung (**nicht wichtig**) man sollte ein bisschen mehr auf sowas eingehen, dass die Schüler nicht total verwirrt sind mit solchen Begriffen. Dass man denen auch in der Schule denen zeigt, dass es Dinge gibt wie Axiome und so weiter. Dass es nicht nur aus Rechnen besteht, sondern auch wirklich Mathe etwas höher ist. #00:14:22-6#

Hans: Und den Unterschied auch zeigen zwischen Axiom und was es daraus ableitbar, also was ist ein Satz. So den Unterschied würde ich schon sagen, wäre schon wichtig herauszustellen. #00:14:36-9#

Niko: Ich denke das können Schüler, wenn man das gut aufbaut und gut vermittelt, sind in der Lage, das verdauen. Man muss es nicht in der fünften Klasse machen, sondern 11-12, 10, denke ich. #00:14:46-3#

Interviewer: Wie stellst du dir das vor? Wie würdest du dann die Geometrie davor betreiben? #00:14:53-8#

Niko: Ja ok, das ist jetzt blöd, weil Geometrie macht man vorher schon, aber man kann nicht gleich anfangen jetzt in der 6 so, wir machen jetzt zwar Geometrie, aber wir fangen mit einem vollkomplexen (?) Begriff, weil in dem Alter, denke ich, wirklich noch zu früh. #00:15:07-4#

Hans: Aber ich denke so die einfachen Sachen, zum Beispiel die von Euklid. Ich weiß, die sind nicht richtig, aber irgendwie dass die Schüler sich bewusst werden schon am Anfang, dass man sie am Anfang der Geometrie vielleicht auch in den kleinsten Klassen, also vom Gymnasium – ich weiß nicht, in der Grundschule könnte man auch schon – dass man sie dazu anregt, nachzudenken, ja was ist denn überhaupt ein Punkt? Und dass man halt – ok – oder was ist eine Gerade. Solche Sachen. Ja. Gibts da mehrere Geraden? (**Niko:** Dass sie nicht alles als gegeben nehmen, sondern) ja! #00:15:45-3#

Niko: Sie müssen ja nicht alles verstehen, aber einfach mal nachdenken, sich hinterfragen, was man da macht (**Hans:** genau, nachdenken müssen sie drüber!). #00:15:49-5#

Hans: Und dass man vielleicht schon, dass irgendwie einführt. Ich könnte mir das schon vorstellen, dass man vielleicht diese einfachen Sachen von Euklid, wobei die ja nicht richtig sind, das ist das Problem. #00:16:04-3#

Interviewer: Was heißt das, dass sie nicht richtig sind? #00:16:05-4#

Hans: Ja (..) die sind zu unpräzise teilweise. Also die sind (..) der beschreibt was und damit sind tausend neue Fragen (**lacht**) was war denn ein Axiom von ihm? Ich weiß jetzt nicht (..) ein Punkt ist unteilbar (**Niko:** ist das mit dem kein Umfang hat?) oder des! (**Niko:** war das Euklid, mit kein Anfang und kein Ende?) ich hätte jetzt gedacht, ein Punkt ist, was keine Teile hat, ist Euklid. (**Niko:** oder so, ja). So wars halt. Und dann Inhalt anhand von solchen Sachen, vielleicht. #00:16:41-8#

Niko: Ich würde nicht den Punkt nehmen, weil das schon ziemlich komplex ist, aber #00:16:44-2#

Hans: Der Punkt ist vielleicht echt schwierig. Aber die müssen schon darüber nachdenken, finde ich. #00:16:51-5#

Niko: Ja das finde ich sowieso in der Schule teilweise, dass es ein bisschen zu sehr auf Rechnung und weniger auf das Hinterfragen (**Hans:** total! bei uns auch) einmal nur rausgeklatscht, hier habt ihr die Formel und rechnet in allen möglichen Varianten, aber wenig Hinterfragen. Das sollte man ein bisschen ändern. #00:17:06-4#

Interviewer: Ok. Vielleicht ist das schwer auf Anhieb, so ein Konzept zu entwickeln, wie man das mehr Hervorheben würde, aber stellt euch vielleicht so eine Situation vor. Jetzt kommt eine Schülerin zu euch, die vielleicht interessiert ist und auch vielleicht fähig ist und die sagt, ok, das, was wir in der Geometrie machen, das finde ich salopp und nicht handfest oder sowas. Was würdet ihr vorschlagen, wie soll sie vorgehen, wenn sie sagt, diese Visualisierung von Pythagoras, das finde ich das ist kein Beweis oder sowas. Was würdet ihr sagen, wie soll sie vorgehen, also wenn sie über Beweise nachdenken wollte? Was soll sie machen? #00:17:51-4#

Hans: Jetzt speziell in der Geometrie? #00:17:51-7#

Interviewer: Vielleicht, ja. #00:17:55-2#

(..) #00:18:06-0#

Hans: Jetzt zu sagen, ein gutes Buch empfehlen, ist vielleicht zu einfach (**lacht**) Das wäre die faule Variante. #00:18:15-2#

Niko: Dafür sind sie noch zu jung für solche Bücher, das verstehen sie nicht. #00:18:17-8#

Hans: Wenn sie sagt, ok, (**unverständlich**) an dem Satz vom Pythagoras (**unverständlich**) das befriedigt sie nicht, das hilft ihr vielleicht für die Zahlen 3-4-5 aber nicht im Allgemeinen und ja (..) vielleicht mit ihr ein bisschen zusammensetzen halt mal selber über sowas sprechen, mal fragen, hast du nach der Stunde kurz Zeit, dann können wir das zusammen ein bisschen durchsprechen und ihr vielleicht #00:18:43-9#

Interviewer: Wie würde das ausschauen, diese Darübersprechen? #00:18:48-2#

Niko: Wenn ich selber den Beweis im Kopf habe, versuchen sie darauf hinzuleiten,

dass sie vielleicht selber darauf kommt. Also nicht nur einfach vormachen, weil das bringt ihr auch nichts. Dann hat sie einfach etwas geklatscht gekriegt, aber das hätte ich auch im Unterricht machen können. Also versuchen, mit ihr das zu besprechen, vielleicht ein bisschen die grundlegenden Ideen zu geben und dann halt versuchen, sie herzuleiten. Dass sie vielleicht angeregt wird, und dann merkt sie auch, wenn sie nicht selbst drauf kommt (**unverständlich**) und dann kommt wieder ein Thema, wo es keine Beweise gibt, dass sie selber versucht nachzudenken irgendwie.

#00:19:31-6#

Hans: Also wenn jemand wirklich dadran interessiert ist, dann würde ich vielleicht wirklich damit anfangen, mit diesen, die du uns schon gegeben hast, diese Axiome von diesem einen Mathematiker, weiß jetzt nicht, wie der hieß. So. Und dass erklären irgendwie. Und halt schon irgendwie aufzeigen, dass da mehr dahinter steckt, nicht jetzt vielleicht (..) so vom Allgemeinen zum Speziellen dann gehen, aber natürlich ist dann schwer umsetzbar sein dürfte, wegen Zeit. #00:20:19-7#

Hans: Das müsste man vielleicht für begabte Schüler irgendwie so #00:20:27-4#

(nicht wichtig) Diskussion über keine Zeit im Unterricht und Bestenförderung.

#00:20:59-8#

Hans: Und dann könnte ich mir schon vorstellen, dass das, was wir gemacht haben, vielleicht in der light-Version mal durchführen. #00:21:08-9#

Interviewer: Worauf beziehst du dich jetzt genau? #00:21:10-0#

Hans: Auf (..) dass man vielleicht sollte man das vom Aufbau etwas anders machen, dass man vielleicht mit diesen Axiomen anfängt und halt was das alles ist. Und dann vielleicht als Spezialfall als Anwendung, so das Origami. (..) Was man mit Origami machen kann, was sind da die Axiome (..) dann ist das so vielleicht für die ein wenig strukturierter. Aber natürlich muss man schon vereinfachen. (**Niko:** ja klar). Aber ich könnte ich mir schon vorstellen, dass es in der abgespeckten Version gehen würde. Dass es auch diese interessanten Einblicke gibt. #00:22:08-0#

Niko: Ich denke mal, wenn man interessierte Schüler hat, die auch wirklich was verstehen und auch mehr dahinter blicken können, denke, dass das eine gute Idee ist, wenn man das so aufbaut. Man muss es nur realisieren können. Weil wenn das so wäre, das ist ein beiderseitiger Vorteil. Ich meine, die Schüler lernen was und man hat selbst auch ein bisschen (?). #00:22:24-9#

Interviewer: Die spannende Frage wäre: Geometrie fängt man in der fünften-sechsten Klasse an oder sowas. Wie fängt man das an: Wo startet man? #00:22:35-3#

Hans: Wo startet man? Ich würde, wie gesagt, bei diesen einfachen Axiomen von Euklid anfangen. #00:22:50-5#

Interviewer: Obwohl du sagst, die gefallen dir nicht? #00:22:53-1#

Hans: Ja. Weil alle anderen sind (..) und das nur so als Anregung. Dass die Schüler sehen, dass das nicht komplett klar ist, wenn die sehen: Oh, was steht denn da eigentlich, wie würde ich das selber formulieren? Und dadurch dann schon sagen, dass die auch nicht gut sind, um die Sachen vollständig zu beschreiben, das heißt, dass es weiter entwickelt wurde. #00:23:38-0#

Niko: Ich würde nicht unbedingt sagen, dass sie nicht gut sind, weil das kommt bei den Schüler immer so (**unverständlich**) #00:23:43-1#

Hans: Dass es da Lücken gibt. Und dann (..) und dadrauf dann aufbauen, dann zum Beispiel was ist überhaupt ein Dreieck oder solche Geschichten. #00:23:59-9#

Niko: Wobei das wieder zu kompliziert ist, wenn man das so in der fünften-sechsten anfängt. Was ist ein Dreieck? #00:24:06-4#

Hans: Aber das muss eigentlich schon gemacht werden. #00:24:06-8#

Niko: Die Aufgabe hast du uns auch schon gestellt, da haben wir uns schon teilweise die Zähne ausgebissen. #00:24:11-4#

Hans: Jaja, klar. (..) Aber ich finde dadurch, wenn die selber das machen sollen, dann merken sie, dass es nicht alles, oh Dreieck weiß ich doch! In Wirklichkeit weiß du nicht, was das ist. Bzw. du musst erstmal darüber nachdenken, wie würde ichs formulieren? Was ist das denn eigentlich? Diesen Prozess in Gang zu setzen, das finde ich wichtig. #00:24:46-5#

Interviewer: Verstehe. Ich stelle so eine Einschätzungsfrage, so eine philosophische Frage: Jeder hat ja eine gewisse Denkweise und speziell in der Mathematik kann man sagen, wir haben eine vielleicht eine gewisse Denkweise, wie wir, jeder von uns, über Mathematik nachdenkt. Und jetzt frage ich euch: Wie würdet ihr das einschätzen: Würdet ihr sagen, dieser Kurs, den wir gemacht haben, der hat bei euch diese Sichtweise verändert oder wie schätzt ihr das ein? Oder nicht? #00:25:15-7#

Hans: Bei mir schon. Ich habe jetzt dadurch schon gesehen, dass es manche Sachen gibt, wo wirklich nicht diese tausendprozentige Präzision und ganz klar und alle (..) ein Stein steht auf dem anderen. Also so ist für mich nichts mehr. #00:25:45-5#

Niko: Ja, bei mir hat das auch ein bisschen was geändert, aber das hat teilweise so (..) man hat sich (**unverständlich**) eine Gerade (**unverständlich**) ein Strich ist (**unverständlich**) deutlich mehr dahinter steckt. Oder ein Punkt ist, wenn ich jetzt halt einfach so sag, Punkt. Das sind Dinge, die ich so als Mathematiker als gegeben oder so. Dass in allen Dingen viel mehr steckt, als man vermutet, das hat mir ein bisschen klar gemacht. #00:26:14-2#

Hans: Und das Selbstverständliche eigentlich das ist, was am Schwierigsten ist. #00:26:18-6#

Niko: Genau, das ist dann #00:26:21-6#

Hans: Ja oder? #00:26:22-4#

Niko: Das hat mir gezeigt, dass in allem vielmehr steckt, als man das auf den ersten oder sogar zweiten Blick sieht. #00:26:28-4#

Hans: Und das man manches nicht endgültig klären kann. #00:26:31-7#

Niko: Und dass man Dinge tatsächlich manchmal (..) also das manche Dinge muss man einfach hinnehmen. Aber andere, die man hingenommen hat, dass einiges mehr dahinter steckt. #00:26:42-9#

Interviewer: Ok, schön. Jetzt stelle ich im Wesentlichen die gleiche Frage, nur stelle ich sie ein bisschen spezieller: Jetzt habe ich das auf die ganze Mathematik bezogen, jetzt stelle ich die folgende Frage: Wie würdet ihr einschätzen, hat der Kurs eure Sichtweise oder die Art, über Zirkel&Lineal Konstruktionen nachzudenken, verändert? #00:27:01-1#

Hans: Ja. (..) Schon allein, dass man damit sieht, (..) was gibt, wodurch ich mehr konstruieren kann. Ich habe immer so gedacht, mit Zirkel&Lineal kann ich doch alles machen, was ich will. (**Niko:** ja). Das ist das Maximum. (..) Eigentlich um ehrlich zu sein, Konstruieren (**Niko:** sofort Zirkel&Lineal) was anderes gibts nicht. (**Niko:** (unverständlich) Geodreieck) aber solls da anderes geben? Und jetzt mit dem Origami (**Interviewer:** Die ist zusammengebrochen) (**lacht**) aber das ist gut so, wahrscheinlich. Dass man sieht, mit Origami kann man auch schöne Sachen machen. #00:27:49-4#

Niko: Für mich wars beeindruckend: Ich bin nicht so der Fan von Zirkel&Lineal und mit einem Stück Papier eigentlich nicht nur das machen kann, was ich aus Zirkel&Lineal sondern so viele Möglichkeiten habe, und das einfach aus einem Stück Papier. #00:28:05-6#

Hans: Eben. Und ich habe gar keine Hilfsmittel. Bei Zirkel&Lineal habe ich Zirkel&Lineal und da habe ich nichts. Ist doch noch schöner. #00:28:13-5#

Niko: Und hier habe ich nur Papier und meine Hände. #00:28:16-3#

Hans: Also sollte man in der Schule eigentlich einführen. #00:28:21-2#

Niko: Ja, finde ich sogar besser. Vor allem wenn ich mich als Schüler zurückversetze, ich habe Zirkel&Lineal Konstruktionen teilweise so furchtbar (..) zumindest bei uns war das so zum Erbrechen, ich habe das so gehasst. Hassen ist jetzt ein bisschen übertrieben, aber es war #00:28:39-7#

Hans: Richtig gemocht habe ich das auch nicht. #00:28:41-4#

Niko: Da finde ich das schon praktisch, wenn man schon in der Schule gleich die Alternative zeigt, ja, ich weiß, da müssen wir zwar durch, aber man kann das auch mit Papier machen. Es ist auch noch handlicher. Das Papier kann ich anfassen, ich kanns falten, ich habs in der Hand richtig. (**Hans:** Ja). #00:29:01-5#

Interviewer: Schön. Sehr spannend. Jetzt springen wir woanders hin. Jetzt habe ich ein paar Fragen, die etwas ähnlich sind wie im Pretest und ich werde euch bitten, so ein paar Sachen aufzuschreiben. **(nicht wichtig)** Könnt ihr vielleicht einfach ein Dreieck zeichnen? Ein beliebiges. #00:29:32-4#

(zeichnen) #00:29:40-1#

Hans: Bräuchte jetzt vielleicht ein Lineal. #00:29:46-2#

Interviewer: Ok, sehr schön. Könnt ihr noch eins einzeichnen, was noch anders ist, als das davor? #00:29:58-1#

(zeichnen) #00:30:24-4#

Interviewer: mhm (bejahend) sehr schön. Könnt ihr vielleicht ein drittes Dreieck einzeichnen, das anders ist, als die ersten zwei? #00:30:32-8#

(zeichnen) #00:30:58-1#

Interviewer: Ok. Es ist natürlich klar, die nächste Frage wird sein, könnt ihr noch fünf andere Dreiecke einzeichnen, die anders sind als die ersten drei? #00:31:04-0#

Niko: Dann kommts darauf an, was man als anders definiert. #00:31:09-4#

Hans: (lacht) ja klar. #00:31:10-9#

Interviewer: Schlag was vor. #00:31:14-3#

Niko: Wenn ich anders nur in größe definiere, kann man unendlich viele, aber wenn ich zum Beispiel diese von Winkeln her, es gibt diese kleiner 90, 90 und so weiter, dann ist es #00:31:28-7#

Hans: Eigentlich schon, unendlich viele, weil es gibt unendlich viele Winkel, Zahlen zwischen. #00:31:31-9#

Niko: Ja klar, wenn du die Winkel zeichnest, aber wenn du nur von spitz-, recht-, stumpfwinklig #00:31:40-3#

Hans: Ja klar, wenn du dich auf Kongruenz beziehst oder so, naja klar. #00:31:43-8#

Niko: Es kommt darauf an, ob das ein Beispiel für hier ist oder ob du die Winkel komplett immer **(unverständlich)** klar, dann kann man unendlich viele zeichnen. #00:31:55-4#

Interviewer: Ja ok. Also zur Not könnte man das unendlich fortsetzen. Ok gut. **(nicht wichtig)** Bleiben wir ein bisschen bei Dreiecken. Jetzt stelle ich eine Frage, die auch schon im Pretest da war. Stellt euch vor, diese eine motivierte Schülerin, die sagt, ich kann ein Dreieck zeichnen mit zwei rechten Winkeln. Was würdet ihr darauf sagen?

#00:32:19-0#

Niko: Ich würds wahrscheinlich noch genau so machen, wie ichs gesagt habe. Ich würde ihr einfach so sagen, dann zeichne doch mal an, ich würds mir zeigen lassen. Und dann (..) entweder sie malt zwei rechte Winkel und sieht, oh, da stimmt was nicht (**lacht**) #00:32:45-9#

Interviewer: Was stimmt denn da nicht? #00:32:46-9#

Niko: Ja, also wenn ich zwei rechte Winkel (zeichnet), dann kann kein Dreieck daraus werden. #00:32:52-4#

Interviewer: Warum nicht? #00:32:55-3#

Hans: Weil die parallel sind, die Seiten werden sich niemals schneiden. (**Niko:** genau). #00:33:00-1#

Interviewer: Warum? #00:32:59-9#

(**lacht**) #00:33:05-9#

Hans: Ja, ich denke mir gerade, das ist ja wieder alles so (..) wo sind wir gerade? Sind wir im euklidischen Raum? Das ist ja so, woanders ist das vielleicht möglich. Dass es ein Dreieck gibt, wo zwei mal 90 Grad hat. (..) ich wüsste jetzt nicht wo, aber so prinzipiell gleich verurteilen würde ich sagen, nach Kurs kann ich das nichts mehr. (**Niko:** Ja stimmt). #00:33:38-2#

Niko: Wobei ich kaum glaube, wenn wir als Lehrer (..) bezweifle ich, dass die Schülerin sagt, (**Hans:** ja, ich weiß) ich habe eine elliptische Ebene, da kriege ich ein Dreieck mit zwei 90 Grad Winkeln. Weiß was ich. #00:33:53-5#

Interviewer: Lasst uns vielleicht das erstmal in der euklidischen Ebene klären. Wie ist es? #00:33:56-7#

Niko: Da würde ich (**unverständlich**) wie sie gemerkt hat, oh, das geht nicht, oder wenn sie ein Dreieck zeichnet, dann sieht man ja, dass da irgendwie irgendwas nicht stimmt bei ihrem Verständnis von 90 Grad. #00:34:10-0#

Interviewer: Ja, aber nochmal. Ich kann mir vorstellen, ich setze hier so an und dann sage ich, die gehen so weiter und irgendwann in der Ferne treffen sie sich. #00:34:21-4#

Hans: Also praktisch, dass (..) da bräuchte ich jetzt diese Grundlagen, wann sind zwei Geraden parallel und was folgt daraus. (..) Ich meine, war das ein Axiom? Parallelität? Ich glaube schon, irgendwie. (..) und dadraus würde es dann natürlich folgen. Aber irgendwas brauche ich, damit ich das (..) von vornherein klar ist das klar nicht. #00:34:52-4#

Interviewer: Interessant ist ja, dass die Frage sehr banal erscheint, aber das müssten

wir jetzt mit der Schülerin klären, weil sonst steht sie da und sagt (..) #00:35:02-4#

Hans: Ja klar, das müssten wir jetzt wissen. (..) worauf das aufbaut. (..) Parallele Geraden. (..) Du hast eine Idee? #00:35:21-5#

Niko: Ich weiß, dass unsere Lehrerin versucht hat, uns das zu erklären, aber das bringt jetzt nichts. (..) Die hat immer gesagt, versucht euch mal vorzustellen, wir kreisen um die Erde und haben immer denselben Abstand (?), aber das ist jetzt nicht hilfreich. Ich meine, in der Schule hat das damals ausgereicht. Da waren wir noch Schüler, da war auch so: Ja ok, sie wird schon recht haben. #00:35:37-9#

Hans: Aber wenn du jetzt jemanden hast, der genau wissen will. #00:35:39-6#

Niko: So würde ich das auch nicht mehr erklären, weil ich das im Nachhinein (**unverständlich**) klar, (**unverständlich**) einleuchtend, aber jetzt wie gesagt, das bringt nicht (**unverständlich**) so ein Kreis, der (**unverständlich**) auseinander ist. Und sie würden unendlich oft umkreisen, so hat sie das uns damals erklärt, damals wars ok, aber im Nachhinein würde ich auch sagen (..) #00:36:00-9#

Interviewer: Ja aber was machst du jetzt daraus? #00:35:59-1#

Hans: Ja, eigentlich mache ich ein Axiom daraus. (..) Dass sich zwei Parallele nie schneiden. #00:36:09-2#

Niko: Genau, man kanns nicht beweisen, darauf bauen wiederum andere Sachen auf, zum Beispiel, dass ein Dreieck nicht aus zwei rechten Winkeln bestehen kann. #00:36:18-9#

Hans: Ja. #00:36:18-9#

Interviewer: Ok, aber dass zwei Parallelen sich nicht schneiden, das ist ja eine Tautologie, weil parallel heißt ja sich nicht schneiden. (**Hans:** ja!) Die Frage ist, warum sind sie parallel? Wenn die parallel sind, dann kaufe ich dir das ab, dass sie sich nicht schneiden. #00:36:30-1#

Niko: Wenn man zwei rechte Winkel hat, dann (..) #00:36:33-9#

Hans: Weil das Lot auf beiden Geraden ist, ja (...) #00:36:46-5#

Niko: Diese beiden Geraden sind praktisch (**unverständlich**) das ist einfach zwei Mal Lot, wenn man das (..) und das ist jetzt immer so, egal wie rum ich das drehe, ob ich das schräg halte, schief, das kann man immer als zwei Lote auffassen und diese senkrecht zu ihrer (..) ich nenne das Grundlinie, ich habe gerade keinen Begriff dafür, dadurch auch parallel. #00:37:12-3#

Interviewer: Warum? #00:37:13-2#

(...) #00:37:18-7#

Interviewer: Gibts vielleicht eine andere Möglichkeit, das zu klären? #00:37:24-8#

Hans: Mit Falten (**lacht**) #00:37:31-4#

(...) #00:37:37-6#

Hans: Warum sind sie parallel? Da kommts wieder darauf an, was ist ein Winkel? (..) #00:37:46-0#

Interviewer: Also diese Parallelität habt ihr selber reingebracht. Davon habe ich nichts gesagt. #00:37:53-1#

Hans: Jaja, du sagst gesagt zwei rechte Winkel. #00:37:54-3#

Interviewer: In einem Dreieck, ja. #00:37:55-3#

Niko: Stimmt. #00:37:58-8#

Hans: Hast du gesagt, stimmt. #00:38:01-1#

Niko: Dann ist der Ansatz nicht so gut. #00:38:04-9#

Interviewer: Spannende Frage, ja. #00:38:06-8#

Interviewer: Versuchen wir vielleicht Vierecke. (**nicht wichtig**) Könnt ihr vielleicht Notizen machen und die wesentlichen Eigenschaften aufschreiben, die sowohl Rauten als auch Quadrate haben? Also so das Wesentliche von beiden. #00:38:36-5#

Hans: Die Frage kam schon mal. (**lacht**) #00:38:43-4#

(schreiben) #00:40:21-4#

Hans: Boah ist das schwer. #00:40:27-0#

(...) #00:40:34-8#

Interviewer: Was würdet ihr sagen, lasst uns auf irgendwas einigen. #00:40:39-7#

Hans: Die Diagonalen halbieren sich gegenseitig? Hast du das auch? #00:40:40-3#

Niko: Nein, das habe ich nicht. #00:40:44-6#

Hans: Aber ich glaube das stimmt oder? Sollte stimmen. #00:40:54-4#

Niko: Du kannst das ja über Dreiecksberechnungen nachweisen. (**lacht**) Zerlegs einfach #00:40:56-7#

Hans: Auf jeden Fall, dass man vielleicht mit Elementarem anfängt. Habe ich mir

jetzt gedacht. (..) Es ist ja wieder das Problem, ja eigentlich, Vierecke, was sind Eckpunkte. Also ich weiß jetzt das auch wieder nicht. Vielleicht für die Schule, ok.
#00:41:11-2#

Niko: Man kann wieder fragen, was sind Winkel, was ist parallel? Ich habe aufgeschrieben: Die gegenüberliegenden Seiten sind parallel. (**Hans:** ok) dann gegenüberliegende Seiten auch gleich groß sind. Glaube ich zumindest, dass es so war. Gegenüberliegende Winkel müssten dann darausfolgend gleich groß sein und die Innenwinkelsumme. Und dann ist halt, das ist so, das, was man in der Schule lernt, die Frage ist natürlich, wie definiert man einen Winkel, wie definiert man die Seitenlänge, was heißt, dass es wieder parallel ist. #00:41:43-1#

Interviewer: Hans, wie findest du Niko' Eigenschaften? #00:41:50-3#

Hans: (...) Winkel sind so schwer, aber man muss mit Winkeln. Aber Winkel sind eine schwierige Sache. #00:42:08-2#

Interviewer: Aber wie sagst du, gegenüberliegende Seiten sind gleich lang? (**Niko:** Genau) (zeigt) aber das ist kein Quadrat und keine Raute. #00:42:20-5#

Hans: Ne, (**Niko:** stimmt) das ist keine Raute. Quadrat ist das auch nicht. (..) Das heißt es ist nicht eindeutig. (**Niko:** Ist zu allgemein, ja). #00:42:34-9#

Niko: Stimmt, man könnte das jetzt auch auf Rechtecke (**unverständlich**)
#00:42:38-3#

Hans: Das aber auch, das auch. Aber vielleicht sollte man bei den grundlegenden Sachen anfangen. Aber wenn nach den gemeinsamen (..) aber Gemeinsamkeit kann alles sein. Kann auch das sein. Es ist nicht explizit danach gefragt, was zeichnet das (**Niko:** was andere nicht haben) ja genau. Das hast du ja nicht gefragt, sozusagen. Das heißt ich könnte bei den grundlegenden Sachen anfangen. #00:43:01-2#

Interviewer: Klar. #00:43:03-5#

Niko: Man könnte versuchen, immer weiter zu gehen, und das zu spezialisieren. Wobei (..) mit diesen Sachen, die ich geschrieben habe, da kriegt man Rechteck hin, da kriegt man das, was du gezeichnet hast, ein Parallelogramm, da kriegt man alles mögliche. Man müsste wirklich versuchen, jetzt das zu finden, dass es so einschränkt, dass es die beiden sein können und nicht irgendwas anderes.
#00:43:25-5#

Interviewer: Ja gibts so eine Eigenschaft, die jetzt wirklich konkret eine wesentliche Eigenschaft einer Raute charakterisiert und gleichzeitig auch ein Quadrat.
#00:43:36-2#

(Niko zeichnet, diskutieren) #00:43:57-6#

Niko: Irgendwas muss es ja, es muss einen Unterschied geben. #00:44:04-9#

Hans: Sonst hättes keinen Namen. #00:44:08-5#

Niko: Es muss ja irgendwelche geben, die Rauten vom Parallelogramm unterscheidet. #00:44:09-0#

Interviewer: Vielleicht sollten wir klären, was versteht ihr unter einer Raute? #00:44:15-0#

(..) #00:44:20-0#

Interviewer: Oder wie würdet ihr jemandem erklären, was eine Raute ist? #00:44:22-2#

Hans: Wenn ich ehrlich bin, bin ich mir nicht 100%ig sicher, was eine Raute ist. #00:44:29-2#

Niko: (**unverständlich**) ich weiß, wie ichs zeigen würde #00:44:33-9#

Hans: Ich meine, das ist ein Drachenviereck, keine Raute. Da halbieren sich die Diagonalen auch nicht. Aber (..) was ist eine Raute? #00:44:53-1#

Niko: Alle Seiten gleich groß, ne gell? #00:44:56-2#

Hans: Nein, nein-nein-nein, ich glaube, #00:44:58-9#

Niko: Nur, dass es nicht 90 Grad, sondern halt was auch immer. #00:45:00-9#

Hans: Nein, die müssen nicht 90 Grad sein. #00:45:04-5#

Niko: Es muss einen Unterschied geben zwischen (**unverständlich**) und einer Raute. #00:45:04-7#

Hans: Ja oder sind alle Seiten gleich groß? Es könnte sein. Ich tappe im Dunkeln, ehrlich gesagt. Eigentlich sollte man das wissen, aber (..) #00:45:22-9#

Niko: Man liest einmal drüber und dann weiß man das ja. #00:45:27-4#

Hans: Na ja klar. #00:45:28-3#

Niko: Aber so aus dem Kopf, ich glaube das tatsächlich alle gleich sind, sonst kanns beliebiges Drachenviereck sein (**Hans:** ja) und es muss einen Unterschied zwischen Drachenviereck und Raute geben (**Hans:** ja). #00:45:38-7#

Niko: Die Seiten waren gleich lang und die Winkel doch nicht 90 Grad, ich glaube das ist der Unterschied (**Hans:** Ich glaube auch, dass es ist) #00:45:42-1#

Interviewer: Ok, sollen wirs einloggen? #00:45:50-4#

(lacht) #00:45:51-7#

Interviewer: Springen wir noch weiter. Ich habe euch noch so kleine Zettelchen mitgebracht. Das ist jetzt tatsächlich eine Frage aus dem Pretest, ich bitte euch das nochmal kurz durchzulesen und euch darüber Gedanken zu machen. Es geht um ein Viereck. Und dieses Viereck kann drei verschiedene Eigenschaften haben. Und dann habe ich fünf Aussagen gemacht. Ich bitte euch kurz zu überlegen, welche der Aussagen stimmen, welche nicht stimmen und dann diskutieren wir darüber.
#00:46:25-1#

(lesen) #00:47:44-6#

Hans: Ich bin jetzt selber ein wenig (**unverständlich**) #00:47:46-7#

Interviewer: Lasst uns auf irgendwas einigen. #00:47:49-3#

Hans: Ich habe, dass alles falsch ist. #00:47:49-9#

Hans: komisch. Ich kann ja mal anfangen. (..) Es hat gleichlange Diagonalen, daraus folgt, dass es ein Quadrat ist, das ist ein Schmarrn. (**Niko:** ja) Man kann ja ein Rechteck nehmen. Oder? #00:48:14-7#

Niko: Stimmt, das ist zumindest nicht eindeutig. Ich habe das jetzt so aufgefasst. Wenn die Diagonalen gleich lang, dann weil es nur diese drei Eigenschaften gibt, ja, dann kann es ein Quadrat sein und wenns (**unverständlich**) Quadrat, dann auch Rechteck, ja stimmt. #00:48:25-1#

Hans: Aber dadraus soll folgen #00:48:29-4#

Niko: Aber das ist nicht eindeutig. #00:48:28-5#

Hans: Ne, es ist falsch. Und ein Quadrat ist ein Rechteck, das stimmt. Aber die erste Aussage ist falsch. #00:48:41-2#

Niko: Stimmt, das ist nicht eindeutig. #00:48:39-2#

Hans: Bei der zweiten, was würdest du sagen? #00:48:45-0#

Niko: Ja, das ist falsch. #00:48:43-2#

Interviewer: Warum? #00:48:46-1#

Niko: Rechteck ist kein Quadrat. #00:48:56-1#

Hans: c ist falsch, weil (..) #00:49:02-3#

Niko: also das hätte ich jetzt #00:49:03-0#

Hans: Vielleicht habe ich mich vertan, warte. (..) Qudrat => Rechteck stimmt, (**Niko:** jedes Quadrat ist ein Rechteck und jedes Rechteck hat gleich lange Diagonalen) ja,

ich glaube das stimmt. Da habe ich mich jetzt vertan. #00:49:14-9#

Interviewer: Warum ist das so? #00:49:13-7#

Niko: Aber (**unverständlich**) ? #00:49:18-0#

Hans: Ne, ich bin jetzt danach selber verwirrt, warum ich das als falsch angekreidet habe. #00:49:23-2#

Interviewer: Und warum soll das richtig sein? Jedes Rechteck hat gleichlange Diagonalen? #00:49:31-2#

(...) (zeichnen und überlegen) #00:49:46-7#

Niko: Im Prinzip müsste das so sein, wenn mans sich vorher überlegt. #00:49:45-7#

Hans: Ja. #00:49:48-8#

Niko: Weil die, die gegenüberliegen sind auch gleich lang. Also das ist praktisch. (..) Du teilst das in zwei Dreiecke durch die Diagonale und die Dreiecke sind gleich groß, wenn du die jetzt ausschneiden würdest. (...) müsste man das sehen. #00:50:08-9#

Hans: Ich glaube auch, dass es stimmt jetzt. #00:50:11-2#

Interviewer: Warum? #00:50:13-9#

Hans: Ich glaube (..) dass das hier wieder an dem rechten Winkel liegt. (..) Dass ich die dadurch (..) die Diagonalen, dass die gleich lang sind. Aber das ist jetzt natürlich ein scharfes Kriterium, das mit dem rechten Winkel. Und das hat wirklich (..) (**nicht wichtig**) vielleicht kann man das auch anders folgern, (..) aber (...) durch die Seiten ist das nicht festgelegt #00:51:08-7#

Niko: Ne, durch die Seiten nicht. Du hast die Raute noch da (..) das muss zusammen durch Seiten und durch Winkel. Zusammenspielt. Die Winkel alle 90 und die Seiten gegenüberliegend gleich, dann kommt raus, dass es gleichlang. #00:51:22-0#

Hans: Ich glaube, dass das mit den Winkeln reicht. #00:51:27-5#

Niko: Ja stimmt, wenn die Winkel alle 90 Grad sind, dann ist das Rechteck oder Quadrat. #00:51:31-4#

Interviewer: Ja gut. Wie ist das mit d und e? #00:51:35-9#

Niko: Da war ich mir ein bisschen unsicher, wenn (..) einzeln genommen (..) ne, stimmt. Dieses diag Quadrat das ist nicht eindeutig. #00:51:49-9#

Hans: Ja, genau. Weil wenn gleichlange Diagonalen könnte auch ein Rechteck sein. Da nach der Logik. #00:52:08-2#

Interviewer: und e? #00:52:09-3#

Hans: e sag ich jetzt ist auch falsch, weil recht auf quadrat ist auch Schmarrn.
#00:52:14-9#

Interviewer: Ok, ja gut. Haben wirs geklärt. (...) Jetzt habe ich noch ein paar lustige Fragen. Sagen wir mal so. Könnt ihr vielleicht ein Fünfeck zeichnen? Irgendwas, was euch am besten gefällt. Und dann stelle ich meine Frage dazu. #00:52:41-3#

(zeichnen) #00:52:51-3#

Interviewer: Was würdet ihr sagen, wie viele Diagonalen hat ein Fünfeck?
#00:52:58-3#

(...) (zählen) #00:53:10-0#

Hans: fünf #00:53:14-6#

Niko: yep. #00:53:13-8#

Interviewer: Wenn wir jetzt weitergehen würden, zu Sechsecken, Siebenecken, Siebzehneck und so weiter. Was würdet ihr sagen: Wie viele Diagonalen hat ein allgemeines n-Eck? #00:53:29-0#

Niko: Das ist aufsteigend, je nach Anzahl der Ecken. #00:53:29-0#

Hans: Ja, aber es kann ja nicht sein, zum Beispiel bei (..) es wäre ein Trugschluss, wenn ich jetzt sagen würde, Fünfeck fünf Diagonalen, Sechseck – sechs. Weil Quadrat (**Niko:** hat nur zwei) ja eben. Vierecke haben nur zwei, ja richtig.
#00:53:45-6#

Niko: Man könnte ausprobieren, ob (..) man kann jetzt ein Sechseck zeichnen, dann ein Siebeneck kannst ja nachrechnen. wenn du siehst, es geht immer um drei höher
#00:53:58-4#

Hans: Ich glaube das ist mehr als drei höher. #00:53:56-8#

Niko: Um einen gewissen Faktor #00:53:58-1#

Hans: Ich glaube gar nicht, dass es um Faktor geht. Ich glaube #00:54:03-9#

Niko: Die Frage ist wirds regelmäßig #00:54:07-3#

Hans: Ich glaube eben nicht. Ich glaube, dass es schnell immer mehr werden.
#00:54:13-4#

Interviewer: Wie würde man sowas angehen? #00:54:18-4#

Niko: Wenn es immer mehr kann ja dann auch eine Regelmäßigkeit folgen.

#00:54:16-8#

Hans: Natürlich. (..) Wie würde ich das jetzt machen. #00:54:29-8#

Niko: Ich würde jetzt versuchen, also einfach ein Sechseck, ein Siebeneck zeichnen, dann zählen und vielleicht noch ein Achteck sogar (**Hans:** ja, ja, auf jeden Fall) dann sehen, ok, es wird dann immer (..) mit der Anzahl der Ecken nimmt das immer um drei, vier oder irgendwas mehr (**Hans:** Muss das beweisen, aber die Frage ist wie) und dann Induktion versuchen. Entweder das klappt oder es kommt ein Widerspruch raus. #00:54:52-7#

Niko: Erstmal eine Annahme treffen und dann versuchen (..) entweder ich habe eine falsche Annahme oder die Induktion versemzelt. #00:55:04-2#

Interviewer: Könnt ihr damit irgendwas anfangen: Ich sage euch bei Dreiecken gibts Null Diagonalen, bei Vierecken zwei, bei Fünfecken fünf, bei Sechsecken neun, bei Siebenecken gibts 14. #00:55:27-6#

(überlegen) #00:55:38-8#

Niko: Eins mehr als die Differenz. #00:55:41-1#

Hans: ? #00:55:41-1#

Niko: Naja, von zwei auf fünf sinds drei, von fünf auf neun sinds vier, von neun auf vierzehn sinds fünf. (**Hans:** Aha!) #00:55:55-1#

Hans: Moment, was hast du da gemacht? Bei Dreieck sind doch nur zwei. #00:56:02-5#

Niko: Ja, ich habe nur die Differenzen drüber geschrieben. #00:56:06-8#

Hans: Verstehe schon. #00:56:08-7#

Niko: Dann müsste theoretisch beim nächsten 20 und dann (**Hans:** wahrscheinlich) kann man irgendwie rausfinden, ob das wirklich #00:56:15-7#

Hans: (unverständlich) ne, Schmarrn, das weiß ich jetzt nicht. Aber es könnte schon gut sein. #00:56:23-2#

Interviewer: Ok, Induktion und dann irgendwie gucken. Ok, lassen wir das. Dann stelle ich noch meine letzte Frage zu diesen ganzen n-Ecken. Folgendes: Ein Parallelogramm versteht man meistens so: Ein Viereck mit zwei Paaren paralleler Geraden oder sowas. Und dann habe ich neulich eine andere Definition gelesen, wo drin stand, ein Parallelogramm ist ein Viereck, so dass je zwei nebeneinander liegende Winkel in der Summe 180 Grad ergeben. Was würdet ihr sagen, ist das dasselbe? Oder ist das eine andere Definition, die falsch ist, oder sowas oder sind sie äquivalent oder wie oder was? #00:57:07-4#

Niko: Kannst du nochmal kurz. #00:57:07-6#

Interviewer: Ein Viereck, so dass je zwei nebeneinanderliegende Winkel 180 Grad ergeben in der Summe. #00:57:22-7#

(überlegen) #00:57:28-5#

(nicht wichtig) #00:57:52-3#

Niko: Also für Rechtecke und Quadrate, die auch ein Spezialfall für Parallelogramme sind, ist das äquivalent. (..) Oder sagen wir so: Es folgt eher daraus. (**Hans: mhm (bejahend)**) Das ist nicht äquivalent, ich glaube eher, dass gerade bei (**unverständlich**) ich glaube das folgt dann eher daraus, (**unverständlich**) Rechteck ist ja ein Parallelogramm mit rechten Winkeln praktisch, glaube ich, dass das folgt, dass dann nebeneinanderliegende Winkel 180 sind. Für den Spezialfall jetzt, beim Allgemeinen bin ich mir jetzt nicht sicher, ob das jetzt daraus folgt oder (...) nicht. #00:58:30-5#

Hans: Ich auch nicht. #00:58:29-7#

Niko: Da müsste das und das (überlegt) #00:58:42-9#

(...) #00:59:19-6#

Hans: Ja bestimmt. Wenn ich jetzt hier ein Lot mache (...) dann habe ich hier auch ein Lot, das sind zwei parallele Seiten. Das war das Thema, was wir vorhin hatten. Wenn ich jetzt hier irgendeinen Winkel habe und natürlich könnte das Lot auch so liegen, dass ich da das Parallelogramm schon so hab, aber dann habe ich hier 90 Grad und 90 Minus das hier und hier habe ich eben diese (..) Wenn ich mir einen Winkel vorgebe, dann kann ichs praktisch ausdrücken. Wenn ich jetzt sage alpha (..) also wir wollen ja die andere Richtung, gell? (**nicht wichtig**) #01:00:13-9#

Niko: Ich habe das zumindest mal ausprobiert, dass es für Nichtparallelogramme nicht gilt. Ich habe das beim Trapez gezeigt, das ist das Gegenbeispiel. (..) So jetzt ist die Frage, ist das äquivalent oder folgt das daraus? #01:00:28-4#

Hans: Dass die Richtung gilt, sind wir uns wohl einig. **Niko:** ja. #01:00:32-7#

Interviewer: Welche Richtung jetzt? #01:00:34-2#

Hans: Parallelogramm daraus folgt das. Aber obs jetzt die Richtung gilt? Benachbarte Winkel sind 180 Grad, ist ein Parallelogramm? Diese Richtung würde jetzt noch ausstehen. #01:00:55-7#

Niko: Genau, für die Äquivalenz dann. So rum folgt, jetzt fehlt nur noch die Rückrichtung auch. #01:01:03-4#

Hans: (überlegt) #01:01:24-6#

Interviewer: Vielleicht könnt ihr einfach einschätzen, was glaubt ihr? #01:01:28-4#

Hans: Ich glaube es stimmt. #01:01:29-6#

Niko: ja, ich glaube auch. #01:01:33-2#

Hans: Ich glaube das stimmt. #01:01:35-0#

Niko: Eine Äquivalenz. #01:01:39-0#

Interviewer: Ok, dann müssen wir vielleicht ein bisschen länger nachdenken, lassen wir das jetzt. #01:01:43-4#

Hans: Ich glaube, da wird keiner sagen, oh, das ist ein Parallelogramm. #01:01:57-8#

Niko: Ja, ich glaube, wenn du nur die Definition nimmst, wird dir keiner sagen, ah genau, da kommt genau das (**unverständlich**)

Hans: Und das ist wieder sowas, wo du sagst, das ist alles irgendwie (..) kommt halt drauf an (..) es gibt immer mehrere Sichtweisen. #01:02:12-7#

(**nicht wichtig**) #01:02:18-4#

Interviewer: Springen wir zum Schluss nochmal zum Papierfalten. Gab es im Kurs irgendeine Konstruktion im Kurs, die euch besonders gut gefallen hat? Die ihr auch vorzeigen könntet? #01:02:33-2#

Hans: Jetzt auf Anhieb? (..) Was fand ich denn cool? (**nicht wichtig**) Wir haben viele schöne Sachen gemacht. Aber (..) #01:02:54-3#

Niko: Besonders cool fand ich, kann leider nicht wiederholen, die Faltung, wo diese Parabel rauskommt; das fand ich richtig cool. #01:03:03-4#

Hans: Ich fand eigentlich das schön, diese Vorgehensweise, um jede rationale Zahl zu falten. Fand ich eigentlich schön, aber ich weiß es nicht mehr wie sie geht. #01:03:22-2#

Interviewer: Vielleicht kannst du dich an Spezialfälle erinnern. Also wenn ich jetzt zum Beispiel sagen würde: Könntet ihr vielleicht eine Strecke in fünf gleiche Teile teilen? Mit 1-fach-Origami. Würdet ihr das hinkriegen? Wüsstet ihr wie man das macht? #01:03:35-8#

(..) #01:03:40-2#

Niko: Wir hatten zumindest für Drei die Faltung. (**nicht wichtig**) #01:03:51-6#

Hans: Ich würds spontan nicht hinkriegen. #01:03:52-2#

Niko: Ich denke, ein Fünftel, das müsste auch möglich sein. Ich meine (**nicht**

wichtig) #01:04:11-8#

Interviewer: Hans sagte ja gerade, dass wir jede rationale Zahl falten können, also insbesondere dann auch #01:04:14-5#

Hans: Aber wie du das jetzt genau machen würdest (..) dadrum gehts. #01:04:25-3#

Hans: Es ist gar nicht so easy. #01:04:29-4#

Niko: (skizziert den Anfang des Vorgehens) #01:04:40-0#

Hans: Mag sein. Wir haben halt wirklich viel gemacht. (..) Ich finde es ist schwierig zu merken. Diese Vorgehensweise. So gehts mir persönlich. #01:04:54-7#

Interviewer: Warum? #01:04:57-0#

Hans: Ich glaube da fehlt einfach die Übung. #01:05:05-0#

Niko: So gehts irgendwie los. #01:05:07-8#

Hans: Es kann sein. Aber es fehlt einfach bei Zirkel&Lineal wie gesagt hatte ich jahrelang in der Schule Erfahrung und hier (..) wenn man das jetzt (..) schon in der Schule gemacht hätte, dann wäre das selbstverständlich, aber so (..) es ist irgendwie dadurch, dass es neues Gebiet ist sage ich jetzt mal, ist es schwierig sich zu merken diese Schritte. Die sind dann nicht so (..) intuitiv. (**Niko:** ja) obwohl das Ergebnis an sich schon schöner ist als bei Zirkel&Lineal. Aber man müsste das einüben. Glaube ich. Das fehlt. #01:06:02-1#

Interviewer: Du sagst, würden wir das mehr einüben, würdest du das wahrscheinlich besser beherrschen. #01:06:05-5#

Hans: Ja, jaja! #01:06:06-7#

Niko: Ja. Wenn wir uns das ausführlicher angeschaut hätten. #01:06:11-8#

Niko: Nochmal mehr trainieren #01:06:14-9#

Hans: Ja, ich bin für üben. #01:06:31-0#

Niko: So, dass es einbrennt. #01:06:30-9#

Hans: Ja klar. Du musst das öfters, wenn du das einmal machst, das reicht nicht. #01:06:37-9#

Interviewer: Aber Niko, gibts jetzt eine Entscheidung? #01:06:45-0#

(diskutieren; Hans sagt Satz von Haga) #01:06:51-3#

Interviewer: Zur Not kann man das nachschauen. #01:06:53-6#

Hans: Jaja, das auf jeden Fall. #01:06:56-8#

Interviewer: Wie würdet ihr sagen: Wenn ihr das jemandem erklären solltet, was ist der wesentliche Unterschied zwischen Zirkel&Lineal und 1-fach-Origami ? Was würdet ihr sagen? #01:07:17-3#

Hans: Dass ich mit Origami (..) mehr (..) mehr konstruieren kann. »Mehr« ist wieder (..) müsste man nochmal ausführen. »Mehr« ist jetzt relativ. Aber #01:07:45-5#

Niko: Für mich persönlich, der Hauptvorteil beim Origami ist einfach, dieses Anschauliche. **(nicht wichtig)** Hier nehme ich das wirklich in die Hand und macht das mit meinen Händen selbst. Für mich persönlich ist das, wenn man das auch noch öfters macht, einprägsamer, weil das (..) ja ich habe das in der Hand, ich mache das selber mit nur ein Stück Blatt. (..) Es ist einfach ein Stück Papier und daraus kann ich ein Drittel, ein Sechstel, ein Siebtel, ein Irgednwastel falten und das für mich viel anschaulicher als wenn ich einfach meinen Zirkel oder Geodreieck irgendwie hin und her verschiebe. #01:08:25-1#

Hans: Du brauchst eigentlich keine Hilfsmittel, das ist auch noch, auf jeden Fall erwähnenswert. #01:08:33-1#

Niko: Stimmt, da kommen keine Sachen mehr wie »ich habe meinen Zirkel vergessen, Herr Lehrer« **(lacht)** #01:08:43-5#

Interviewer: Ich will euch nicht lange quälen, ich habe noch zwei Kleinigkeiten, die ich euch fragen wollte. Jetzt ganz woanders: Davon habt ihr über Axiome erzählt und Axiomatisieren. Kennt ihr diese (..) haben diese zwei Wörter: Axiomatisieren und Axiomatik für euch eine Bedeutung? Und wenn ja, wie unterscheidet ihr diese Wörter? Und wenn nicht, dann ist auch ok. #01:09:02-7#

Hans: Ja, das, was wir vorhin gesagt haben. Oder meinst du jetzt den Unterschied zwischen denen? #01:09:06-6#

Interviewer: Ja, was versteht ihr unter diesen Wörtern? #01:09:09-3#

Hans: Axiome, das haben wir schon gesagt (**Niko:** ja, das haben wir schon definiert) und Axiomatisieren ist die Vorgehensweise, wie ich zu Axiomen gelange. #01:09:16-6#

Niko: Wie man auf diese Behauptungen kommt, die dann gewisse Sachen beschreiben. Wie wir das gemacht haben: Wir haben rumexperimentiert #01:09:27-1#

Hans: Wir haben uns die einzelnen Sachen angeguckt (**Niko:** und Gemeinsamkeiten festgestellt) , also Sätze und dann haben wir zurückgeführt auf die Axiome. Das ist das Axiomatisieren. Und das Axiom ist das, was rauskommt. Schon was unterschiedliches. #01:09:42-5#

Interviewer: Also nicht Axiom – Axiomatisieren, sondern Axiomatisieren und Axiomatik. #01:09:46-4#

Hans: Achso, Axiomatik ist das Axiomensystem. Also die Menge aller Axiome. #01:09:53-5#

Niko: Ja, das würde ich auch sagen. (..) Genau, Existenz von Axiomen, irgendwie so ein Oberbegriff. Axiomatik: Es gibt Axiome und Axiomatisieren ist die Tätigkeit wie man sie #01:10:04-9#

Hans: Vielleicht gehört das alles zu Axiomatik. Auf jeden Fall ist das dann Axiomatisieren (..) wie gesagt (..) ist dann auf jeden Fall ein Spezialfall davon. Aber (..) ich hätte jetzt gesagt, Axiomatik (..) ist halt (..) ist jetzt alle Axiome. Jetzt mal so salopp formuliert. Und Axiomatisieren ist auf jeden Fall ein Prozess. Axiomatik nicht. #01:10:34-4#

Niko: Ja, ich würde Axiomatik als Überschrift nehmen, dann (..) so als große Überschrift, dann halt drunter die ganzen Axiome, die Menge der Axiome, die es gibt. Und Axiomatisieren als wirklich (..) wie kommt man auf diese Axiome. Praktisch (..) man kann das nicht gleichsetzen in dieser Reihenfolge und als Begriff (?)
(**unverständlich**) Axiomatik als Oberbegriff für Axiome und Axiomatisieren wie Hans schon gesagt hat, dieser Prozess dieses Herstellen, das Herleiten (**Hans: mhm (bejahend)**) oder wie auch immer. #01:11:07-0#

Interviewer: Ich kann euch natürlich nicht gehen lassen, ohne diese eine Frage zu stellen: Die werde ich gleich stellen und es wäre vielleicht interessant, wenn ihr versucht, diese Frage auf drei verschiedene Weisen zu beantworten: Wie würdet ihr einen Begriff erklären in der Prüfung, einem Schüler und wie stellt ihr euch das selber vor? Und das ist natürlich die euklidische Ebene. Was würdet ihr sagen, was ist die euklidische Ebene? #01:11:30-1#

Hans: (lacht) #01:11:32-6#

Interviewer: Wie würdet ihr das in der Prüfung beschreiben, wie stellt ihr euch das selber vor und wie würdet ihr das einem Schüler erklären? Vielleicht ist das immer dieselbe Antwort, aber in diesen drei Situation, wie würdet ihr das beantworten? #01:11:40-3#

Hans: Also in der Prüfung würde ich sagen, würde ich immer noch sagen, ich weiß, dass ich das schon mal gesagt habe, das ist der Vektorraum R^2 mit dem Standardskalarprodukt. #01:11:59-2#

Niko: Ja, so haben wir das (**unverständlich**) #01:12:03-4#

Hans: Ja, das ist nicht anschaulich. #01:12:09-6#

Niko: Das ist wahrscheinlich, was im Skript steht. #01:12:07-7#

Hans: Ja klar. #01:12:11-8#

Niko: Und das kann man dem Prof um die Ohren schmeißen. (..) Oder wenn im Skript was anderes steht, dann würde ich das dem Prof um die Ohren schmeißen.
#01:12:21-1#

Hans: So, wie würde ich das dem Schüler sagen? (...) (überlegt) ich würde vielleicht (..) damit anfangen (..) dass ich (..) das ist jetzt schwierig. (..) die euklidische Ebene ist das (..) wo unsere ganzen (..) Annahmen, die für uns selbstverständlich sind, gelten. Zum Beispiel, dass die (..) Dreieck keine zwei 90 Grad Winkel haben kann. Diese (..) Ebene, schon wieder blöd für Schüler. (..) Dieser Bereich (..) #01:13:28-4#

Niko: Das Problem ist, ich kriege für mich selber jetzt nicht richtig formuliert, es ist schwer zu fassen. (..) Es würde mir SEHR SCHWER fallen, das für den Schüler (..) ich müsste mir das jetzt selber irgendwie (..) dass ich selber so halb (..) auch wenn wir das besprochen haben, immer noch schwer vorzustellen oder zu fassen, was jetzt genau diese #01:13:48-6#

Hans: Mir auch! #01:13:48-6#

Niko: Daher würde mir EXTREM schwer fallen, jetzt für einen Schüler, wenn ich selber noch nicht fassen kann, das einem Schüler zu erklären. #01:13:54-4#

Interviewer: Könntest du dir vorstellen, warum dir das schwer fällt? #01:13:57-7#

Niko: Puh. Ja, das ist halt so ein sehr komplexer (**unverständlich**) ich meine einfach Standardskalarprodukt und \mathbb{R}^2 das ist nicht unbedingt sehr anschaulich (**lacht**) das ist einfach nur was hingeklatshtes. Das ist halt, ja, wir haben darüber geredet, aber (..) wir haben auch ein paar Definitionen genannt, die waren alle – ja nicht Definitionen, so Vorstellungen – die waren alle so unterschiedlich, dass es einfach (..) worauf unsere Geometrie aufbaut. #01:14:29-7#

Hans: Das ist des, wo es eigentlich die Sachen gibt, wie Winkel und den Abstand in der Dimension, die wir uns vorstellen. #01:14:38-0#

Niko: Wobei das für mich nicht die ausreichende Definition ist (**Hans:** Nein, aber ich würds sagen, ich orientiere mich daran, was ich auch dem Schüler sagen würde)
#01:14:48-6#

Hans: Das ist praktisch der Bereich (..) der für uns immer selbstverständlich war, aber der natürlich nur ein kleiner Ausschnitt ist. Aus dem, was sein kann. Das heißt das ist jetzt nicht so, dass jetzt (..) wie gesagt, dass jetzt (..) dass immer so zwei 90 Winkel (..) dass es ein Dreieck (..) das ist es eben nicht. Aber es ist dieser Spezialfall, (..) ja, den wir immer eigentlich betrachtet haben. Für mich ist das jetzt was kleineres geworden aus dem ganz Großen. Und vorher gabs vielleicht nur des. Es gab nichts anderes. Aber es ist schwierig. #01:15:42-2#

Niko: Dadurch dass ich mir das nicht vorstellen kann, alle Erklärungen, die ich so habe, die lassen mich selbst (..) die machen mich selbst unzufrieden (**lacht**) weil (

Hans: das verstehe ich) selbst, wenn ich jetzt sage, so wie du jetzt gesagt hast, ja ok, verstehe ich, aber das wäre für mich selber total unzufriedenstellend, weil ich das einfach nicht (**unverständlich**) #01:16:01-5#

Hans: Ja, ja klar #01:16:03-9#

Niko: Selbst wenn ich erkläre, das ist der Bereich, wo es gilt, das macht mich trotzdem nicht zufrieden. Weil ich trotzdem nicht weiß, was es ist #01:16:09-2#

Hans: Bisschen zufrieden macht mich das schon. #01:16:11-1#

Niko: Es macht eine kleine Anschauung, aber das ist so, (**Hans:** das ist natürlich keine richtige Definition) das ist immer noch, was nicht fassbar ist. #01:16:13-8#

Hans: Klar, das ist fernab davon. #01:16:20-0#

Interviewer: Es bleibt spannend. Vielen Dank fürs Gespräch. Gibts noch irgendwas, was ihr noch unbedingt sagen wolltet? #01:16:45-6#

Hans: Also ich fand das gut. (**Niko: mhm (bejahend)**) Allgemein. Das hat schon die Sichtweise verändert. Dieses große Ganze. Und auch Origami als schönes Werkzeug. (..) Also der Kurs hat sich gelohnt. #01:17:02-3#

Niko: Finde ich auch. (..) Ich meine der hat gezeigt, dass selbst so einfache Dinge wie Punkt nicht so einfach sind, wie sie sind, (**nicht wichtig**) das hat die Sichtweise, das wirklich (..) dass es noch viel komplexer ist, als man überhaupt denkt. (..) Dadurch ist das schon echt cool, diese Einsicht. Ja wie gesagt, Origami noch als das Anschauliche noch dazu. (..) Also es hat schon sehr Spaß gemacht.