

Interviewtranskript Sommersemester 2015, Heike(7) und Florian(8)

Interviewer: Könnt ihr mir vielleicht kurz erzählen, was wir im Kurs gemacht haben?
#00:01:19-3#

Heike: Also wir haben angefangen mit 1-fach-Origami, also dadurch, dass wir gesagt haben, wir falten so, dass pro Faltung genau ein Falz entsteht und haben dann bestimmte Konstruktionen gefaltet und sind dann übergegangen, das dann mathematisch aufzuschreiben. Zu gucken was man also den Gegensatz zwischen Origami und Zirkel&Lineal-Konstruktionen rauszufinden und Gemeinsamkeiten und sind dann eben auf die Axiome des 1-fach-Origami gekommen und haben am Schluss dann über euklidische Geometrie und deren Axiome und Flachfaltbarkeit geredet. #00:01:57-9#

Florian: Genau. Ich glaube wir hatten nur 1-2 Ausnahmen, wo wir mal nicht 1-fach-Origami angeschaut haben [**Heike:** ja] [**Interviewer: (unverständlich)**] Wir hatten immer 1-fach-Origami, wir hatten uns auf 1-fach-Origami beschränkt außer bei 2-3 Blättern, die du uns ausgeteilt hast oder Anleitungen, was war das? Fünfeck? Irgendwas hatten wir mal [**Heike:** ja, das Fünfeck] was eben nicht mit 1-fach-Origami zu falten war nach der Anleitung, ansonsten hatten wir uns auf 1-fach-Origami beschränkt. #00:02:23-6#

Interviewer: Das habt ihr jetzt ein paar Mal erwähnt. Könnt ihr mir kurz sagen, was das ist? Dieses 1-fach-Origami? Oder kurz beschreiben, was ihr darunter versteht?
#00:02:32-1#

Florian: Dass ein Falz entsteht. #00:02:32-9#

Heike: Ja, ein Falz. Also pro Faltung genau ein Falz. Und nach dem Falten wirds wieder entfaltet. #00:02:39-5#

Interviewer: (nicht wichtig) Wie würdet ihr das beurteilen oder wie würdet ihr das sagen: Hat dieser Kurs eure Art, über Mathematik zu denken, verändert? #00:03:00-7#

Heike: Also bei mir auf jeden Fall. Weil wenn man so jetzt grad dieses Beispiel mit euklidischer Geometrie, wenn man da dran denkt, diese Axiome, Parallelenaxiom und so, das knallt man ja einfach hin. Und ich fand das schon, kriegt man hingeknallt und man versteht erst mal nicht, wie man das irgendwie herleiten kann. Da fand ich das schon richtig gut, dass wir das wirklich selber mal durchgezogen haben und dann eben anhand von einfachen Sachen, darin auf Gesetzmäßigkeiten gestoßen sind. Also das auf jeden Fall. Anfangs in diesem ersten Fragebogen war ja auch mit Axiomatisieren oder Axiomatik da gefragt. Da wusste ich auch nicht recht, was ich hinschreiben soll. Und so im Nachhinein denke ich mir, hm, eigentlich ist das ja doch ganz einfach. #00:03:52-5#
Es hat sich irgendwie verdeutlicht. #00:03:56-2#

Interviewer: Ich frag nach. Mir ist nicht ganz klar. Also erstens, ich habe zwei Sachen

nicht ganz verstanden: Das heißt, du sagst, man knallt das hin [**Heike:** ja]. Was heißt, wo wie? [**Florian:** Vorlesung] [**Heike:** Genau. Mathevorlesungen] [**Florian:** im üblichen Kursapparat kriegst du Definitionen hin geklatscht, dass sie die 5 Axiome] [**Heike:** So, das ist es und Punkt] Ist das euch öfter passiert. Könnt ihr mir vielleicht ein Beispiel? #00:04:21-2#

Heike: Ja, zum Beispiel Algebra. Gruppenaxiome [**Florian:** (**lacht**) Gruppen ist, was ich als erstes gesagt hätte] #00:04:28-9#

Florian: Gruppenaxiome, Ringaxiome. [**Heike:** Vektorraum] (**nicht wichtig**) In LinA bei Oliver Roth hatten wir ein bisschen eher in deine Richtung gemacht, also dass wir erst mal ausprobiert haben und (**unverständlich**) erst mal verschiedene Sachen gerechnet und dann danach so Gemeinsamkeiten festgestellt, aber wir waren ein bisschen langsamer als der Kurs, der dann Semester später angefangen hat, aber ich muss sagen, aus Linearer Algebra habe ich nachhaltig am meisten mitgenommen. Vielleicht auch eben deswegen, weil wir da wirklich die Axiome erst zusammen (**kurze Pause**) erst erarbeitet haben und dann am Ende, es war wirklich (**kurze Pause**) die Gruppenaxiome hatten wir in LinA auch schon mal ganz kurz. In der vorletzten (**kurze Pause**) Semesterwoche haben wir dann erst wirklich die Axiome formuliert, womit normalerweise die Leute anfangen und sagen das sind die Axiome, die 4. Und wir haben gesagt, ok, jetzt überlegen wir noch mal alle Gruppen, was haben die denn alle gemeinsam und das ist fürs Lernen finde ich sehr angenehm [**Heike:** das war fürs lernen sehr sinnvoll, ja] #00:05:34-7#

Florian: Das hilft. Ich finde das sehr angenehm, wenn man das so rum macht. Ich weiß, dass es vielleicht ein bisschen mehr Zeit braucht, aber es bleibt vielleicht mehr hängen, als wenn diese 4 Zeilen (**kurze Pause**) prüfs nach (**unverständlich**) ja, generell meine Sicht auf Origami hat sich ein bisschen verändert. Ich meine, Origami klar, **das weißt du vielleicht ein bisschen**, mit Falten hat das was zu tun und (**kurze Pause**) ok, das kommt vielleicht aus dem Asiatischen so was, (**nicht wichtig**) ich wusste vielleicht selber, dass es aus dem Japanischen kommt und so was, aber dass so eine Mathematik dahinter steht, da hätte ich im Leben nicht dran gedacht. [**Heike:** ja] Also für mich ist das Falten gewesen. Falten tust du [**Heike:** ein bisschen Basteln] ein bisschen Basteln und dann hast du einen Kranich oder halt nix, wenn du es nicht hinbekommst (**lacht**) eins von den beiden Möglichkeiten haste. Und dass so viel Mathematik dahinter steht, hätte ich nicht gedacht, und das fand ich wirklich interessant. #00:06:33-3#

Interviewer: Ich muss bei dir noch kurz nachfragen, das ist mir immer noch nicht ganz klar geworden. Ich habe die Frage so formuliert: Wie würdet ihr sagen, ob eure Art zu denken über Mathematik sich geändert hat und du (zu Heike) hast gesagt bei dir auf jeden Fall und kannst du mir das kurz erklären wie du das meinst? Du hast gesagt weil wir das und das gemacht haben #00:06:57-7#

Heike: Ich habe das so gemeint: Vor dem Kurs wars so, du kriegst in Mathe eine Definition und arbeitest alles was du machst an dieser Definition eben runter, also das läuft alles nach Schema F ab und hat alles seine Regeln. Und jetzt ist es so, es ist wirklich ein anderer Blickwinkel da, so man kann sich selber was erschließen, nicht im

Sinn von Beweisen, sondern wirklich eine neue Theorie. Neu in Anführungszeichen aufstellen und das dann auch begründen. Also dass der Blickwinkel in die Richtung auf jeden Fall da ist. #00:07:29-4#

Florian: Da war eben Überprüfen, ob dann) wir haben gesagt das könnte vielleicht ein Axiom sein [**Heike:** ja] und dann haben geguckt, können wir das mit was anderem ausdrücken? Ist das überhaupt was neues? oder ist das nicht zwei Mal angewandt von ersten auf den zweiten und dann sind wir wieder da. #00:07:49-4# Das ist ja was neueres, also unbekannteres. #00:07:55-1#

Interviewer: Ich finde das sehr interessant, dass diesen Pretest erwähnst, also mit dieser Axiomatik, hast du gesagt. Ich wollte tatsächlich das auch fragen: Wenn du das jetzt schon erwähnst, dann frage ich das nochmal. Also ich habe diese Frage nochmal mitgebracht. Ich zitiere: »In den Empfehlungen für die Ausbildung der Mathematiklehrenden steht: Die Studierenden beschreiben Axiomatik und Konstruktion als Wege für eine formale Grundlegung der euklidischen Geometrie.« Du sagst du hast da nicht viel gewusst, was [**Heike:** ja] du drauf antworten sollst, wie interpretierst du das? Wie interpretiert ihr das? Was wollen die von euch? #00:08:34-1#

Heike: Also Axiomatik an sich bedeutet erst mal ich habe Axiome, die mir ein Axiomensystem bilden und da ich halt das Modell, was weiß ich, \mathbb{R}^2 mit Skalarprodukt in der euklidischen Geometrie hab und darauf wende ich das dann an. (...) Ich finds immer noch schwer, den Satz verständlich zu beschreiben. Es ist auf jeden Fall in meinem Kopf klarer geworden #00:09:03-5# als ich das erste Mal davor saß, aber ich finds immer noch schwer, das anständig in Worte zu fassen. Wie gehts dir da? (zu Florian) #00:09:09-5#

Florian: Auf jeden Fall ähnlich. Also das war, wenn ich mich an diesen Einstiegstest, an diesen Einstiegsbogen erinnere, ist das (**kurze Pause**) die Frage, die mir im Gedächtnis geblieben ist, wo ich auf jeden Fall die schwammigste von allen Antworten gegeben habe, weil ich nicht wirklich was griffiges beschreiben konnte, wo ich sage, ok, klar. Axiomatik, weißte, das und das ist das. Und ich habe dann sicherlich mehr über Konstruktion geschrieben. Weil das noch eher ein Begriff ist, der gängig ist. #00:09:43-9#

Interviewer: Wenn du sagst Axiomatik weiß man. Kannst du mir kurz erklären, was du unter Axiomatik verstehst? #00:09:53-4#

Florian: Das ist nur so: Du hörst diesen Begriff Axiomensystem und sowas und du weißt, Axiome das sind irgendwelche Regeln oder so was [**Heike:** ja], was in meinem Kopf abgespeichert: Axiom ist eine Regel oder Gesetz, so was, was du nicht hinterfragst. Oder erst mal nicht hinterfragen solltest, weil normalerweise kriegst du fertige Axiome, die da schon seinen Sinn haben, dass sie so sind und (**kurze Pause**) aber das ist nicht sehr mathematisch. Also wenn ich hinschreibe – Axiom ist eine Regel, die feststeht oder so was. Dann weiß ich selber, wenn ich mir überlege, was ich im Mathestudium schon gemacht habe, dass es keine besonders schöne Formulierung ist. [**Heike:** ja] #00:10:34-3#

Interviewer: Kannst du das besser (**kurze Pause**) ich meine was wäre für dich eine schönere Formulierung? #00:10:37-6#

Florian: Ja das (...) #00:10:46-2#

Interviewer: Also mir ist nicht ganz klar. Ich verstehe das Problem jetzt so: Du sagst, du kannst nicht ganz verstehen, was da steht – kann ich nachvollziehen. Und dann sagst du, ok, Axiomatik verstehe ich ja. Dann frage ich, was verstehst du unter Axiomatik? und du sagst, ok, das sind Regeln und sonst noch was. Das scheint dir klar zu sein und dann sagst du – gefällt mir aber nicht. Und deswegen frage ich nur: Wie würde es dir besser gefallen? #00:11:10-9#

Florian: Wir haben (**kurze Pause**) ein bisschen am Ende kam da mit euklidischer Geometrie, was wir haben, das ist ein Punkt, das ist eine Gerade und (**kurze Pause**) dass wir bestimmte Begriffe haben und die sind fix und aus denen versuchen wir dann eben [**Heike:** Aussagen abzuleiten] genau, Aussagen abzuleiten oder eben dann darauf zu kommen, was wir dann machen können, wenn wir dann den Punkt mit einer Geraden verbinden und #00:11:40-4#

Heike: Handwerkszeug vielleicht [**Interviewer:** wie bitte?] Handwerkszeug, also so was wie Hammer und Nagel für einen Schreiner. Also damit arbeitet man ja und (..) natürlich ist das irgendwie die Grundlage von (**kurze Pause**) grade in Geometrie: Punkt, Strecke, Gerade, Kreis. (..) #00:12:10-3#

Florian: Ich bin auch nicht sicher, inwiefern du uns da sagen kannst, was die anderen geschrieben haben, aber es ging dann hoffentlich allen ähnlich, oder? #00:12:21-2#

Interviewer: Sagen wir so: Viele haben irgendwas dazu geschrieben. [**Florian:** Ok. So was in die Richtung dachte ich mir schon] #00:12:27-3#

Interviewer: Springen wir kurz zurück, vergessen wir diese Frage. Ich habe gefragt, ob ihr sagen würdet, dass die Art, wie ihr über Mathematik denkt, sich verändert hat. Jetzt frage ich so: Würdet ihr sagen, dass sich die Art, über Zirkel&Lineal Konstruktionen, geändert hat. Nach dem Kurs. Wie würdet das beurteilen? #00:12:57-1#

Florian: Ich fands überraschend, ehrlich, dass wir mit Falten mehr können als mit Zirkel&Lineal. Weil Zirkel&Lineal ist so, das was ich aus der Schule – in der Uni macht man ja nicht wirklich was damit – aber das, was ich aus der Schule mitbekommen habe oder im Kopf hatte, war mehr oder weniger: Den Winkel können wir konstruieren und den und den auch, und da können wir **mit irgendwelchen Konstruktionen Parallelen verschieben und** also Zirkel war immer besser als Falten oder sonst was wir hatten [**Heike:** Ja!] das war non plus ultra. Zirkel. War besser als Geodreieck und viel mathematischer, weil viel genauer und alles [**Heike:** ja, genau] und jetzt sind wir quasi zurückgegangen und haben gesagt, ja, aber Falten (**kurze Pause**) damit können wir mehr machen. Und das war wirklich überraschend für mich. [**Heike:** ja] #00:13:48-5#

Heike: Auch das Lösen kubischer Gleichungen, was wir da hatten. Oder dritte Wurzel aus zwei konstruieren, das ist auch was, das funktioniert mit Zirkel&Lineal nicht. Da ist ja ein regelmäßiges Fünfeck zu konstruieren schon schwer eigentlich. **(lacht)** #00:14:06-4#

Interviewer: Wie würdet ihr sagen, was ist eure Erfahrung. Habt ihr eigentlich mit Menschen außerhalb des Kurses so über Axiome oder so was geredet in der Geometrie. Würdet ihr sagen, wir haben Eltern gefragt, Freunde gefragt, mit denen ein bisschen geredet. Wie ist es bei euch? #00:14:27-4#

Heike: Ich habe meinen Papa gefragt. Also der hat auch studiert. Und dann meinte er, er kann mir das nicht so genau sagen. Warum? Ja, er versteht nicht, worauf ich raus will. [

Interviewer: Was hast du ihn?..] Ich habe ihn gefragt, was verstehst du eigentlich unterm Axiom? Und dann meinte er, hm, Moment. Und dann saß er erst mal fünf Minuten da und hat nichts gesagt. Und dann habe ich gesagt, irgendwas, was nicht bewiesen werden muss oder so. »Ja, das ist schon klar! Aber da muss noch mehr dahinter stecken.« Also daraus schließe ich, dass er sich auch seinen Kopf darüber macht, über die Gegebenheiten eigentlich, die aufm Blatt stehen, grade wenn man mit Geometrie oder Algebra zu tun hat. Was es eigentlich ist. #00:15:13-9#

Florian: Wir hatten das als Hausaufgabe. [**Heike:** Ja] Du hast uns das als Hausaufgabe gegeben »Fragt doch mal Menschen, die ihr kennt, nicht unbedingt Mathestudenten, aber Leute, mit denen ihr was zu tun habt. Was sie denn unter einem Axiom verstehen.« Und wenn ich keine Mathestudenten gefragt habe, waren vollkommen überfordert oder konnten mir gar nichts geben: »Axiom, ja, hm, habe ich vielleicht schon mal gehört.« Aber genauer wurde es auf jeden Fall nicht. Und als ich dann Mathestudenten gefragt habe, **(nicht wichtig)** da kam eine konkrete Antwort nie wirklich, sondern auch schon so was, was wir beschrieben hatten: Wie eine Regel, Axiome gibts in einem Axiomensystem, aber [**Heike:** Immer so eine Umschreibung und nie irgendwas konkretes.] genau, immer eine Umschreibung gewesen. Die eine hat gemeint, die müssen nicht bewiesen werden oder so was. Das war bei uns im Kurs eine der ersten Antworten, die wir hatten. Und das war dann schon das höchste der Gefühle **(lacht)**, was ich bekommen habe. #00:16:28-4#

Interviewer: Darf ich nachfragen (zu Heike): Hat dein Papa Mathematik studiert? #00:16:33-5#

Heike: Ne. Er hatte zwar Physikleistungskurs, aber er hat Maschinenbau studiert. #00:16:40-4#

Interviewer: Vielleicht könnt ihr mir das kurz erklären. Er sagt, Menschen antworten – was ist ein Axiom? – die antworten dann: ja, etwas, was nicht bewiesen werden muss. So wie ich das verstehe, sagt ihr, dass sie eher schwammig antworten. [**Heike: und Florian:** Ja] wie würdet ihr darauf antworten? Was ist ein Axiom? #00:17:00-8#

Heike: Ja, ich glaube auch nicht besser. **(lacht)** Etwas, was feststeht, nicht weiter ableitbar ist. Also aus dem ich Sachen ableiten kann (..) aber dasselbe an sich minimal ist. (...) Eine minimale Aussage vielleicht, die alles notwendige beinhaltet, die ich nicht

weiter reduzieren kann. Wenn ich was hinzufüge, dann ist das vielleicht was neues oder ich kanns direkt daraus folgern. #00:17:39-0#

Interviewer: Florian, willst du irgendwas dazu ?.. #00:17:45-9#

Florian: Du kannst nichts wegnehmen von der Aussage, weil dann fehlt irgendwas [**Heike:** ja] wenn du was dazu machst, veränderst du die Aussage auch. Du kannst nicht was kürzen, du kannst nicht sagen, ok, das brauchen wir das doppelt-gemoppelt, weil das haben wir schon. Das geht auch nicht. Und wir haben nur (...) Begriffe oder Handwerk verwendet, das wirklich können, das wirklich kennen und wo wir sagen können das ist ein Punkt und Gerade und wir sagen nicht wir haben 90 Grad Winkel, weil wir wissen nicht, wo der herkommt. Sondern wir sagen nur mit den einfachsten Bauteilen, die wir haben, was wir machen wollen oder was die Aussage beinhaltet. Und sobald wir irgendwas komplexeres machen, brauchen wir wahrscheinlich noch ein anderes Axiom oder irgendwas, was wir verbinden können. Aber das Axiom heißt nicht, wir haben 90 Grad Winkel so-und-so, sondern es ist aufgebaut aus verschiedenen anderen (..) Der Satz des Thales ist ein Axiom – sagen wir nicht, sondern wir sagen halt wir haben einen Punkt und einen Halbkreis, und jeder Punkt, der auf dem Halbkreis liegt, hat dann einen 90 Grad Winkel. #00:19:05-0#

Interviewer: Wie seht ihr das? Warum scheint es so kompliziert zu sein, darauf zu antworten? Warum tut man sich schwer? Was glaubt ihr? #00:19:16-0#

Florian: Ich glaube, es wird dir nie erklärt. [**Heike:** Ja, (...) doch] (**lacht**) Ich müsste natürlich lügen, aber ich glaube nicht, dass mir mal jemand in den mittlerweile acht Semestern, die ich Mathematik studieren, schon mal erklärt hat, [**Heike:** was ein Axiom ist.] was ein (**kurze Pause**) oder guck an, das ist ein Axiom. Orientiert euch dran. #00:19:41-3#

Heike: Genau. Das liest man dann, Kolmogoroff-Axiome. Aja, gut, drei Sätzchen, ok, lernt man. Aber man setzt sich nicht wirklich aktiv damit auseinander. Das kam jetzt auch erst in dem Kurs, so dass wirklich der Gedanke da ist, (..) was bedeutet das eigentlich. Also ich habe immer noch keine Antwort gefunden, was das genau bedeutet. Wie gesagt, ich finde es einfach schwer, das ist schwammig zu fassen. Ich habe immer das Gefühl, wenn ichs grade so habe – wutsch. weg. (**lacht**) #00:20:14-7#

Florian: So ein paar basics kriegst du ja (..) vielleicht könnte das im Vorkurs angebracht werden, ich finde da hat man sehr viel gemacht oder sehr viel versucht, einem beizubringen. Von den wichtigen Begriffen, die ihr unbedingt lernen müsst, weil ihr die unbedingt können müsst. [**Heike:** ja genau] halt injektiv, surjektiv und #00:20:40-5#

Heike: Wenn du daran denkst, das ist ja eigentlich auch so ein Axiomen-ding. Das wird dann auch einfach vorausgesetzt. So, das ist das und das heißt dann so. #00:20:49-4#

Florian: Aber es wird nicht so benannt quasi. (**lacht**) #00:20:53-7#

Heike: Doch das stimmt. In der Schule kam dann nur so, das muss man nicht beweisen.

#00:21:04-0#

Interviewer: Interessant, dass du das sagst. Habt ihr eigentlich Erfahrungen gemacht, kamen auch Axiome in der Schule bei euch? Habt ihr da mit Axiomen gearbeitet?

#00:21:14-2#

Heike: Das einzige war bei mir in Stochastik. Und in Geometrie mit zwei parallele Geraden existieren in der Ebene und so. Das schon. Oder zu einem Punkt und einer gegebenen Geraden gibt es eine Gerade, die auf der zweiten senkrecht steht und so was. Das schon. Also das wendet man schon an, aber ich glaube (**kurze Pause**) ich kann mich nicht erinnern, dass wir das konkret benannt haben. [**Florian:** Wir haben das nicht als Axiom benannt. Merksatz, Regel.] Genau. Also der Begriff »Axiom« fällt glaube ich im Allgemeinen in der Schule gar nicht. (...) Und wenn dann nur ja das ist so und Punkt. [**Florian:** ja] #00:21:58-8#

Interviewer: Das klingt negativ irgendwie. #00:22:01-7#

Heike: Naja, ich glaube es zu erklären ist an sich schon schwer und das zu verstehen ist nochmal ein anderer Schuh. (..) Ich glaube als Schüler checkt man da nicht durch, wenn dann der Begriff kommt, ja, das ist etwas, das ist minimal und das basiert nur auf basics, wie du gesagt hast. Da kam sich nicht wirklich viel darunter vorstellen, sondern da will man immer ein konkretes Beispiel haben. Und darum, wenn man das dann als Regel oder so betitelt, ist es einfacher aufzufassen. Also so ist meine Meinung. #00:22:38-6#

Florian: Ich weiß nicht, ob ich den Begriff des Axioms in der Schule machen würde. Wenn dann höchstens in höheren in Oberstufe [**Heike:** Ja, so elfte-zwölfte Klasse] und dann hast du deine Profile noch, ob das ein mathematisches Gymnasium ist und die, die Mathezweig gewählt haben, wo du schon ausgehen kannst, dass sie vielleicht Interesse an der Materie haben. Dann kannst du da vielleicht einsteigen, aber der Großteil, den interessiert glaube ich nicht. Ok, das ist eine Regel, mach weiter. #00:23:20-3#

Interviewer: Das heißt, wenn ich die Frage so formulieren würde: Welche Rolle Axiome oder Axiomatik in der Schule spielen sollte? Wie würdet ihr das in dieser Formulierung beantworten? #00:23:33-7#

Florian: Ich glaube schon, dass es eine wichtige Rolle spielt, aber nicht unter dem Begriff. #00:23:36-8#

Heike: Ja. So eher vielleicht als Spielregel. Also wir halten uns irgendwie daran, dass wenn ein Punkt und eine Gerade, dass der Punkt nicht darauf liegt, dass es dann genau eine Gerade gibt, die darauf senkrecht steht. So was zum Beispiel. Also dass man das einfach (**kurze Pause**) nicht unter dem Begriff Axiomatik oder Axiom formuliert, sondern einfach anders [**Interviewer:** Anderen Namen gibt] genau, es ist natürlich das Grundlegende, also darauf baue ich auf [**Florian:** ja, auf jeden Fall] #00:24:06-4#

Interviewer: Das verstehe ich nicht ganz. Was baust du darauf auf? #00:24:09-8#

Heike: Naja, meine ganzen Konstruktionen, zum Beispiel. **(kurze Pause)** Also wenn ich einen 90-Grad-Winkel konstruieren will, brauche ich den Satz des Thales, zum Beispiel. Den kann ich mir auch aus den Axiomen erschließen. Und das muss ich dann irgendwie geschickt verpacken. #00:24:25-3#

Interviewer: Ich verstehe das nicht ganz. Grade habt ihr gesagt, Axiome oder Regeln sollte man vielleicht nicht allzu früh machen. Also vielleicht in der Oberstufe und so. Aber diese ganzen Konstruktionen willst du vielleicht schon in der 5., 6., 7. machen. Wie muss man das da lösen? #00:24:45-9#

Interviewer: Ich glaube du (zu Florian) hast es eher so gemeint, dass man den Begriff Axiom [**Florian:** ja, genau] erst später einführt #00:24:54-4#

Florian: Also ähnliche Fragen wie wir jetzt was ist ein Axiom, was gehört zu einem Axiomensystem, wie stellt sich das auf? Das Minimale und das, was wir versucht haben mit der euklidischen Geometrie, die wir dann am Ende, wo du uns Auszüge gegeben hast, geguckt das und das und so und so – so was kann ich mir vorstellen. Aber wenn wir jetzt den Satz des Thales, müsste ich lügen, vielleicht ist das in der 7. Klasse – ich habs in der 7. Klasse gemacht – du braucht man natürlich auch solche Spielregeln [**Heike:** Ja] klar, weil wir sagen, wenn der Punkt auf der Halbkreislinie ist, dann ist das 90-Grad. Da musst du nicht nachmessen, das haben wir festgelegt [**Heike:** das ist so] und dann brauchen wir auch diese Spielregeln. Aber ich würde sie nicht Axiome nennen. #00:25:45-4#

Interviewer: Wie würdet ihr das sagen: Welche Spielregeln nehmen wir dann? Wie soll man das festlegen? Und wann vor allem? Wie würdet ihr das machen? #00:25:53-3#

Heike: Wenn ich mich erinnere wir haben Anfang Gymnasium angefangen mit Koordinatensystem und erst mal Punkte Markieren. Also dann wird dir ein bisschen klar, was ist ein Punkt. Dann definierst du ein bisschen was ist eine Strecke, eine Verbindungsgerade, Verbindung von zwei Punkte mit Abschluss. Dann machst du eine Gerade. Da hast du halt die ganzen Grundbegriffe oder wichtige basics, dann eben fürs Axiom erst mal kennenlernenst. Und dann im Nachhinein kommt ja auf, ok, was passiert, wenn sich jetzt zwei Geraden schneiden? Dann entsteht ein kleines Teil und ein großes Teil und das kriegt halt den Namen Winkel und so. Also es baut alles auf den Begriff Punkt auf. So nacheinander. Ich glaube anhand von dessen ist dann auch logisch den Satz von Thales da aufzubauen, wenn wir schon bei diesem Beispiel sind. Dass du eben genau sagst, das ist ein Kreis, das ist der Durchmesser und dass sie dann eben selber ausprobieren sollten Punkte auf dem Halbkreis und dann nachmessen. #00:26:56-7#

Florian: Ich finde genau so was (..) #00:26:59-0#

Heike: Also dass man das selbst überprüfen kann, erst mal. Ob das überhaupt stimmt, was es ist und ob das immer gültig ist für verschiedene Radien. Bevor man das als allgemein gültig ansieht. #00:27:09-7#

Florian: Das ist zum Beispiel so ein Punkt, wo man vielleicht tatsächlich arbeiten kann,

dass die Kinder selber drauf kommen. Wir lassen sie (**kurze Pause**) wir haben verschiedene Dreiecke, die Kinder wissen nicht von diesem Satz von Thales Hintergrund und wir lassen sie erst mal Winkel ausmessen [**Heike**: genau] und dann könnte der eine oder andere vielleicht, naja, der Winkel bei 10, wenn mans im mathematischen Sinne formulieren, ist immer um die 90 (**nicht wichtig**) aber da könnten dann tatsächlich auf so eine Art Regel kommen oder dass es was damit zu tun hat und nicht Zufall sein wird. #00:27:50-8#

Interviewer: Das finde ich sehr interessant wie ihr das beschreibt. Vielleicht frage ich einen kleinen Teil nochmal: Wie entscheidet man sich für diese Regeln? Welche Regeln sollen es sein? Wenn ihr euch erinnert, mein Problem ist ein bisschen. Bzw. worauf sollen diese Spielregeln abzielen? Wie seht ihr das? Was ist das Ziel? #00:28:23-3#

Florian: Das Ziel ist immer, dass wir klar formulieren können, was wir machen. Was wir schon kennen [**Heike**: ja] Und dass jetzt nicht, dass jedem klar ist, dass er dieselbe Grundlage hat, und dass jeder sagen kann, ok, wir wissen jetzt, dass da 90 Grad Winkel ist, weil wir haben eben diese Regel aufgestellt. Und nicht dass der eine sich eine eigene Regel ausdenkt und sagt, na, bei mir ist aber der 90 Grad Winkel da unten, bei Punkt B. Weil das auch ein 90 Grad Winkel in einem Dreieck, aber woanders. Dass wir alle von dem gleichen Gegenstand reden können und die Sache eindeutig wird. Und #00:29:03-4#

Heike: Dass man sich austauschen kann darüber. #00:29:06-7#

Florian: Dass so was eben gegeben ist. Auf welche Regeln man hinaus will, ist glaube ich relativ vorgegeben, weil [**Interviewer**: von wem?] also ich meine, der Lehrplan schreibt in der sechsten Klasse vor, Besprechung oder Hinführung [**Heike**: Kreisfläche] genau, Kreisfläche und Hinführung zum Satz des Thales oder da gibts ja verschiedene wie es halt im Lehrplan so schön formuliert ist. Und dahingehend arbeitest du dann denk ich hin. Du kannst bestimmt auch verschiedene andere, wenn du sagst (**kurze Pause**) mir ist der Satz des Thales wichtiger als dass sie erst die Kreisfläche berechnen können, dann kannst du das sicherlich schieben und das irgendwie sinnvoll verwenden, aber du kannst jetzt nicht sagen, ich mach (**kurze Pause**) ich will erst die Strahlensätze besprechen. Weil das über Winkel und Parallelen ist grade naheliegender, als über die Kreisfläche zu machen. So viel Freiheit hast du glaube ich nicht. (**lacht**) #00:30:04-7#

Heike: Ich glaube, gerade in Geometrie ist es ja so, man braucht irgendwie wirklich das Handwerkszeugs und die Begriffe, um sich austauschen zu können, wie du eben das gesagt hast. Und dass das ganze eben aufeinander aufbaut, also ich kann nicht einen Thaleskreis konstruieren, ohne zu wissen, was ein Kreis ist. Ohne vorher das gemacht zu haben. Oder Strahlensätze, ohne zu wissen, was sind parallele Geraden. Also von dem her, baut das schon aufeinander auf. Die Berechnungen, die man da dann durchführen kann, werden ja mit zunehmendem (..) je mehr Axiome ich verwenden muss, ich nenns mal jetzt so, desto schwieriger werden die Berechnungen eigentlich. Also relativ gesehen von den Schülern. (**unverständlich**) #00:30:56-1#

Interviewer: Kannst du das nochmal sagen: Je mehr #00:30:58-7#

Heike: Je mehr Axiome ich einbringe oder je mehr Begriffe da drin stecken, zum Beispiel Strahlensatz, desto komplizierter wird dann von dem Schüler her wohl die Auswertung. Die Kreisfläche berechnen sie jetzt einfach als das Verhältnis der gegebenen Strecken dann auszurechnen. **(nicht wichtig)** #00:31:23-7#

Interviewer: Was folgt für dich daraus? Wenn in einer Aussage, wie du sagst, viele Begriffe stecken, dann ist das komplizierter für die Schüler. Du sagst das »weil«? Mir ist nicht ganz klar, worauf zielst du ab? #00:31:38-8#

Heike: Naja, weil halt mehr Grundbegriffe bekannt sein müssen, wenn man diese Begriffe noch nicht kennt. Wie du (Florian) grad gesagt hast, wenn man Strahlensätze in der sechsten Klasse machen würde, wären sie total überfordert, weil sie noch nicht damit vertraut damit sind. Und es braucht so seine Zeit, um sich damit auseinander zu setzen. Intensiv. Um das zu verstehen. #00:32:03-2#

Florian: Du machst auch konkretere Sachen. (Wir lernen) Im Verlauf der Schulzeit lernst du mehr und mehr Regeln, Beispiele, Axiome, wenn wir sie so nennen wollen. Oder Spielregeln, Merksätze, Definition. Und kannst dadurch dann viel konkretere oder, nennen wirs mal verrücktere Konstruktionen, wirklich durchführen und nicht mehr dein Dreieck, wo halt ein Winkel 90 Grad ist. Und das verhältnismäßig einfacher ist. Und du hast dann mehr Regeln und das ist eigentlich eindeutiger, aber für die Schüler kommt es schwieriger vor, einfach weil sie davor den Umfang noch nicht kannten [**Heike:** ja] ich meine, wenn ich nur über Dreiecke rede, kann ich auch da verrückte Sachen machen, aber macht mal halt in der Schule nicht. #00:32:53-7#

(...)

Florian: Bei der Geometrie ist das am deutlichsten für Schüler nachzuvollziehen, dass es aufeinander aufbaut. Dass du eben erst wissen musst, wie du einen Kreis bildest oder dass du deine basics wirklich bei der Hand hast und nicht also die Mathematik an sich ist ja aufbauend gestaltet, von der fünften bis zu zwölften Klasse. Allerdings ist das, wenn du Brüche lernst, nicht so nachvollziehbar, dass ist eventuell wieder bräuchstest [**Heike:** warum brauche ich das irgendwann mal wieder?] dass du Brüche lernen musst, bevor du irgendwas mit Stochastik machst [**Heike:** oder bevor du irgendwelche Kreissektoren berechnen sollt] genau, so was ist halt schwieriger nachzuvollziehen, als ok wir machen jetzt ein Dreieck und **(unverständlich)** du musst erst das Dreieck können, um Fünfeck können zu müssen. Weil Dreieck eine einfachere Struktur hat, weil Dreieck hat drei Ecken, Fünfeck fünf Ecken. Und das ist wesentlich leichter ist, nachzuvollziehen. Oder aus Schülersicht nachzuvollziehen, als jetzt was haben jetzt die Brüche mit Kreissegment oder der Berechnung zu tun. Was mach ich denn damit. #00:34:30-0#

Interviewer: So wie ich dich verstehe, du sagst, in der Schule haben Kinder irgendwie sozusagen was Axiome oder Aufbau betrifft, die haben ein Problem der Motivation, also wozu brauche ich das [beide: ja] und der Komplexitätsgrad, dass es für die zu schwer ist. Verstehe ich dich richtig? #00:34:53-1#

Florian: Ja der Komplexitätsgrad nimmt zu und das ist für die Kinder nachvollziehbar,

dass sie nicht mit einem Fünfeck anfangen können. Wir können nicht gleich ein Fünfeck bauen, wenn wir nicht die Einzelteile kennen. Und ich glaube das ist großer Vorteil der Geometrie, dass es eben anschaulich ist, und dadurch bei den Kindern eine gewisse Vorstellung entstehen kann, dass das Sinn macht, was der Lehrer macht. Dass wir erst über einfachere Strukturen reden, als über das Riesensiebzehneck oder bei Körpern, dass wir erst mal uns ein Quadrat anschauen oder Quader und dann später auf Oktaeder kommen. Dass wir das eben so, den Oktaeder in einfacherere Teile zergliedern können oder auf das einfachere, was wir schon gelernt haben, zurückführen können. Und da eben zu den basics zurückgehen. Was dann vielleicht so was wie eine Regel ist oder ein Axiom. Dass wir eben wissen **(kurze Pause)** oder bei der Innenwinkelsumme von Dreieck oder von Vielecken, dass wir die wieder zurückrechnen auf Dreiecke. Dass du halt deine $n-2$ mal 180 Grad Formel/Axiom, so berechnest du die. Aber dafür musst du erst mal wissen, wo kommen diese 180 Grad her. Warum $n-2$! Da brauchst du erst mal Dreieck, da kannst du dann ganz schön machen. Und davor wenn du halt ein Siebeneck sieht, bist du erst mal [**Heike:** voll überfordert] mit deinem Geodreieck dran zu messen, wie viel da rauskommt. Plus Minus 10 Grad und keiner weiß, was richtig los ist. **(kurze Pause)** So meinte ich das. #00:36:35-4#

Interviewer: Das heißt also, würdet ihr das so sagen: Angenommen, ich bin ein guter Lehrer, ich gehe in die Schule und versuche sozusagen Kindern alles zu erklären, ich versuche die zu motivieren; und angenommen ich würde damit das Problem der Motivation lösen, also ich würde denen warum wir das alles machen und die würden das nachvollziehen. Und angenommen, ich würde mit Kindern arbeiten, die vielleicht von Haus aus schon motiviert sind und vielleicht auch diese Verständnisschwierigkeit nicht haben oder weniger haben. Würde ich dann mit denen **(kurze Pause)** das heißt diese zwei Probleme wäre dann für mich gelöst. Die hätte ich nicht. Würdet ihr dann sagen, dass ich diesen Aufbau in der Schule anders machen könnte, dass ich mit Axiomen anfangen könnte, weil die ja verstehen wozu das gut ist und keine Verständnisprobleme haben. Das ist vielleicht eine länger gestellte Frage: Wie würdet ihr das beurteilen? Wenn ich diese zwei Probleme nicht hätte, könnte ich dann so wie in der Universität mit Axiomen anfangen, sollte ich das tun? Wie würdet ihr das sehen? #00:37:48-2#

Heike: Ich finde, wenn man mit Axiomen anfängt, dann fehlt halt irgendwie die ganze Herleitung und die Anschaulichkeit, die dabei dahinter steckt. Also es benötigt weniger Zeit, ich kann damit gleich **Strahlensätze** behandeln in der sechsten Klasse. Wenn ich das denen als gegeben hinstelle. Aber dann fehlt die wie gesagt also die haben wenig Eigenanteil und wenig Ausprobieren und ich finde, das ist das was Lernen ausmacht, dass man was selber ausprobiert und auch selber auf was drauf kommt, weil mans überprüfen kann. Also ich finde das nicht richtig immer etwas als gegeben hinzustellen und zu sagen, so ist das, daran halten wir uns, wir machen das so und nicht anders, sondern man soll Freiraum schaffen, dass man selber wirklich aktiv werden kann und mal ein bisschen darüber nachdenken kann. Auch falsche Thesen dann aufstellen soll **(kurze Pause)** weil man da draus lernen kann, weil man mit anderen darüber diskutieren kann. #00:38:49-0#

Florian: Rein vom Wissensgewinn oder vom **(kurze Pause)** wenn wir uns anschauen, was jetzt an Gewinn rauskommt, was die Schüler können und was sie wirklich

verstanden haben, hoffe ich, dass es so wie es grade ist, mehr bringt, aber ich glaube, wenn man Schülern die Axiome vorgibt, könnte man wesentlich mehr Wissen an die Schüler bringen [**Heike:** das auf jeden Fall] weil wir dieses Trial-und-Error Versuch und Irrtum-Geschichte das kürzen wir zusammen, wenns überhaupt noch da ist. Dann machen wir Stoff. Wenns so wie in der Uni ist, könnte da tatsächlich (**kurze Pause**) ich bin mir sicher, dass man mehr Stoff machen könnte, auch interessantere Themen vielleicht, aber ich würde es auf den Versuch ankommen lassen, wenn du zwei Klassen hast wie die abschneidet und wie die andere abschneidet, was dann am Ende wirklich hängen bleibt. Weil, klar, ich würde auch sagen, dass das Ausprobieren eine wichtige Phase ist, allerdings sind auch beide matheaffiner, und haben dann eher einen Zugang dazu und sagen, dass es interessant wäre. Wenn er sagt, es ist mir egal, ob ich jetzt erst ausprobiere mit diesen Dreiecken, sondern gleich die Regel sagt, das gibts das gabs bei mir in der Klasse auch schon, du versuchst irgendwas und machst irgendwas und dann am Ende der Stunde sagt der Lehrer dir oder nach zwei-drei Stunden sagt der Lehrer dir – das sind die Regeln. Dann kommt aus der Klasse: Warum sagst du uns die Regeln dann nicht gleich? Du kennst die Regeln, also wir erfinden hier nichts neues, sondern warum versuchen wir erst drei Stunden rauszufinden, weiß nicht mehr genau bei welchem Beispiel, aber warum machen wir das erst so, wenn du die Regeln schon kennst, warum sagst du uns die Regeln nicht gleich und wir verwenden die Regeln. Also das kann schon durchaus, man muss vielleicht ein Mittelmaß [**Heike:** einen Mittelweg finden] An die Szene erinnere ich mich auf jeden Fall, weil da hat der Lehrer uns auch so eine Textaufgabe gestellt von wegen wir mussten rausfinden, ob also ich glaube er hatte glaube ich eine Gehaltserhöhung versprochen bekommen nach so und so viel Monaten und der Arbeitgeber hat gesagt das machen wir nicht, aber du kriegst einmalig Weihnachtsgeld und dann sollten wir ausrechnen, welches von beiden in einem besseren Verhältnis steht und das über einem längeren Zeitraum. Und am Ende hat der Lehrer etwas provokant gefragt, wer verarscht denn jetzt den anderen? (**nicht wichtig**) Und dann am Ende der Rechnung kam dann raus, dass es genau das gleiche ist. (**nicht wichtig**) und dann kann von den Schülern auch: naja, wenn wir ehrlich sind, hat weder der Arbeitgeber noch Arbeitnehmer den anderen beschissen, sondern Sie uns und unsere Zeit, weil wir jetzt die ganze Zeit so gerechnet haben, aber keinen Gewinn hatten, weil nichts neues dabei herum kam. Ich war auf einem Mathegymnasium und auf einem Mathezweig und vielleicht mathebegeisterter – das mag sein, aber (**kurze Pause**) das gibts schon auch, dass dieses Ausprobierenwollen mit dem Alter auf jeden Fall nachlässt [**Heike:** abnimmt] Dann könnte es tatsächlich die Regel am Anfang schon Sinn machen. #00:42:14-2#

Interviewer: Wenn wir das fortsetzen würden und dann Richtung Uni gehen, dann würde deine These darauf führen, dass in der Uni gar nichts ausprobiert werden sollte, weil ja Studierende kein Interesse haben daran. #00:42:28-9#

Florian: Das weiß ich nicht. In der Uni finde ich das wiederum (**kurze Pause**) du hast in der Schule viele Fächer, nicht nur Mathematik (**nicht wichtig**) und wenn du dich dann wieder auf eine Sache fokussieren kannst, finde ich bist du eher wieder [**Heike:** bereit] so ein bisschen am Anfang. Wo du wieder was neues machen möchtest, ich sehe eher in der Uni wieder nicht in dem 5-Klässler-Stand, aber es ist was neues, es ist ein neuer Abschnitt, wie das neue am Gymnasiumsein, das neue an der Unisein und da wieder voll

Lust hast, irgendwas zu machen. Aber die Regel ist eigentlich, dass du halt was vorgesetzt kriegst und dann mit der Motivation der Studenten wieder bergab geht. Also ich finde da ist viel Potenzial verspielt. Vielleicht noch in den Didaktikfächern, wo du mal ausprobieren kannst, wo irgendwelche Aufgaben gestellt werden, wo du wirklich was ausprobieren kannst (**kurze Pause**) im Vergleich zu den normalen Kursen. #00:43:33-3#

Heike: Ich hatte mal eine Didaktikveranstaltung, um auf das gerade einzugehen, da war so, der Dozent hat uns die ganze Zeit vorgerechnet, wir durften nie was selber machen und ich finde grad eigentlich in der Didaktik wichtig, dass man (**kurze Pause**) wir wollen das später ja machen, wir wollen ja später Stunden selber ausarbeiten und dass wir da gar keine Übung drin haben und er einfach hinschreibt, wir machen das jetzt so und genau so und man fragt dann dazwischen aber man könnte doch, nein können Sie nicht, wir machen das jetzt so. Das finde ich schon bisschen schade, dass da Ideen ausgebremst werden und dass es grad auch in Mathe so eigentlich wenig Seminare gibt, wo man selber was machen darf. Sondern es ist oft so: Ja Repetitorium und das ist nochmal den Vorlesungsstoff nochmal durchkauen (**kurze Pause**) da fand ich dein Seminar wirklich cool (..) das war so, endlich machen wir was, was mir später wirklich was bringt. Doch wirklich. #00:44:40-1#

Florian: Ich weiß nicht, vielleicht ist es bei den nichtvertieften Studenten etwas besser, weil die haben eigene Vorlesungen, also ich stelle mir das besser vor. Weil wir sitzen ja bei den Bachelorleuten mit drin und da kann ich schon nachvollziehen, dass wir nichts machen, was für die Schule relevant ist oder nicht so arg relevant ist, weil mindestens 50 Prozent von den Leuten, die in der Vorlesung sitzen, wollen nicht in die Schule. Also die haben gar kein Interesse daran, irgendwas zu machen. Und eine Vorlesung zu halten für zwei Gruppen, die komplett unterschiedlich sind, ist schwierig. Und dann sollte das vielleicht die Didaktik auffangen, aber die kann das nicht auffangen mit drei Vorlesungen [**Interviewer:** Schwierige Diskussion, da wollen wir gar nicht darauf eingehen.]

#00:45:32-4#

Interviewer: Ihr habt mir ganz am Anfang gesagt, dass ihr durchaus schon Axiome in der Uni kennengelernt habt, also damit gearbeitet habt. Ich habe davor gefragt, welche Rolle Axiome in der Schule spielen sollen, jetzt frage ich mal, wie würdet ihr das beurteilen: Welche Rollen sollen Axiome in der Uni spielen? Also in eurer Ausbildung. Wie würdet ihr darauf antworten? #00:46:03-5#

Florian: Die Uni ist ein anderes Niveau an Mathematik als in der Schule, das auf jeden Fall. Und ich glaube, dass man Axiome relativ am Anfang haben muss oder wissen muss, was man damit macht, oder wo sie herkommen oder wie sie heißen, weil du sonst einfach viele Gedankengänge gar nicht kommst [**Heike:** ja] wie du auch uns gesagt hast, diese Axiome sind über Jahrhunderte/Jahrtausende gewachsen, wo sie jetzt sind. Und das alles nachzuarbeiten, diese zwei Hundert, zwei Tausend Jahre Geschichte – das waren ja sehr kluge Köpfe – also Schritt für Schritt nachzuvollziehen, bis du dann bei dem Punkt bist, wo du eigentlich anfangen willst [**Heike:** reicht dir ein Semester nicht] auf gar kein Fall, (**nicht wichtig**) und da muss es zusammengekürzt sein. #00:46:58-7#

Heike: Da ist es ja so: Da wird einem damit das Handwerkszeug mitgegeben. Und damit

wird gearbeitet. Und von dem her ist das schon wichtig. Natürlich sollte zwischendrin mal Freiraum sein, um wenn etwas trivial ist selber zu erschließen oder verschiedene Wege aufzuzeigen, aber auf jeden Fall, hat Axiomatik in der Uni einen deutlich höheren Stellenwert als in der Schule. [**Interviewer:** Warum?] Weil das eben das Handwerkszeug ist, auf das es alles aufbaut. Und wie Florian schon gesagt hat, weils viel zu lang dauert sonst. #00:47:36-8#

Interviewer: Aber wie seht ihr das? Grade haben wir über die Schule gesprochen und da sagt ihr: Da ist es wichtig, die Axiome selber zu finden und so wie ich das verstehe, sowohl in der Schule als auch in der Geometrie wollen wir ja über die euklidische Geometrie reden. Könnt ihr mir das genauer erklären, ich verstehe das nicht ganz: In der Uni hat man keine Zeit, um diese Axiome zu entwickeln, aber in der Schule schon. Oder verstehe ich euch falsch? #00:48:05-8#

Florian: In der Schule ist das einfacher, also du hast ganz andere Sphären vielleicht, die du in der Uni betreten möchtest, oder wo du in der Uni drauf hinaus möchtest und das glaube ich kostet zu viel Zeit, dass du dahin wirklich hinarbeiten kannst. Ich hatte bei LinA I und II wo wir das anders gemacht haben oder zumindest so einen alternativen Weg gemacht haben – den fand ich sehr schön – und wir haben auf jeden Fall weniger Stoff durchbekommen, als vergleichsweise andere Dozenten in diesen zwei Semestern. Was ich nicht wirklich schlecht fand, weil das besser hängen geblieben ist [**Heike: (unverständlich)**] weiß ich immer noch. Oder mir fällt immer noch was ein, wenn ich das und das höre, dann habe da schon mal gehört, oder da ist eine Querverbindung. (..) Das wäre sehr schön, wenn das immer so ist, allerdings muss der (**kurze Pause**) glaube ich, dass es wesentlich mehr Aufwand, wesentlich höherer Mehraufwand für den Dozenten [**Heike:** ja, das auf jeden Fall] #00:49:07-8#

Interviewer: Gut, das sparen wir uns: Der Dozent kann das schon verkraften. Aber wie würdet ihr das dann beurteilen? Wenn du sagst, das ist doch schön, das so zu machen, selber zu entwickeln und dann gleichzeitig sagst du, Heike, das ist das Instrumentarium. Wie sollte man das lösen? Wie wäre es denn am besten? Wie würdet ihr das sehen? #00:49:30-7#

Heike: Dass man vielleicht ein paar Gegebenheiten vorgibt. [**Florian:** Also wir fangen nicht bei Null an, sondern] sondern wir geben ein gewissen Level vor, und ab diesem Level arbeiten wir bis zu einem gewissen Punkt wieder selbstständig und entwickeln das dahin. [**Florian:** ja, genau.] Alle auf den gleichen Standpunkt einsammelt und das wieder in Form von Axiomen festhält. #00:49:57-2#

Florian: Also realistische Schritte, die man vollziehen kann. Wir sagen nicht, das ist ein Punkt und das eine Gerade und jetzt macht mal, probiert zwei Monate aus, und am Ende haben wir dann [**Heike:** Ein Blatt voller Punkte] irgendwas ganz tolles und **so, dass jetzt** nur die letzten Schritte fehlen in der Rechnung und du trotzdem noch glaubhaftes Gefühl hast, dass du das selber gemacht hast, wenn du den Kindern nur die Rechnung vorgibst und die dürfen das selber ausrechnen, merken die Kinder das ist jetzt nicht viel von meiner Leistung gewesen, weil die Leistung war eigentlich schon da. [**Interviewer:** redest du von der Schule oder von der Uni?] Das war jetzt die Schule, aber bei der Uni

kann ich mir das ähnlich vorstellen, wenn der Student relativ schnell merkt, dass da eigentlich gar nicht viel Eigenleistung dabei war, dann fühlt er sich wieder ein bisschen auf den Arm genommen, weil da kann er mir gleich die Lösung sagen, wenn es sowieso nur noch der allerallerletzte Schritt ist, dann brauche ich diese Zergliederung nicht nochmal machen #00:50:57-8#

Interviewer: Damit ich euch noch besser verstehe: Dieses Ausprobieren und dann Axiome festhalten, würdet ihr sagen, dass wir das so gemacht haben, oder ist es doch ein anderes Vorgehen? #00:51:13-8#

Heike: Ne, ich meine das genauso. Also wir haben auch zuerst rumprobiert, bisschen gebastelt und dann eben gesagt, ja, ok, dann muss so sein, weil. #00:51:21-5#

Florian: Und dann haben wir gesagt: Was wissen wir? Punkt auf Punkt, Punkt auf (**kurze Pause**) diese. Wir haben immer wieder aufgeschrieben, das und das können wir schon, das und das wissen wir und das und das ist es. Oder diese vier Arten kennen wir [**Heike:** Und dann gings weiter zu gucken, finden wir was Neues? Also das war ja dann diese Ausprobierphase und dann eben: Kann man die anderen ineinander überführen? Geht das? So was, erst mal ausprobieren und dann kommt man wieder zu dem Punkt, aja, ok, wir finden wieder was neues. Oder, nein, wir finden nichts Neues. Also so meinte ich das. #00:51:56-6#

Florian: Du kannst nicht immer durch Ausprobieren darauf kommen. Weil auf das siebte? Da hätten wir noch Stunden [**Heike:** zwei Jahre] ausprobieren können und da wären wir im Leben nicht drauf gekommen. Aber wie gesagt, da muss man realistisch sein, ok, die haben wir jetzt gefunden, aber es gibt noch das und das. Und die Regel gibts auch noch. Die sag ich euch, weil das macht keinen Sinn, das wir das ausprobieren. Etappenweise. #00:52:32-4#

Interviewer: Wie sind jetzt ziemlich tief in diesem Kurs, Papierfalten. Ich stelle vielleicht ein paar Fragen dazu. (..) Was würdet ihr sagen, gibts eine Konstruktion, die euch im Kopf geblieben ist? Hat euch etwas besonders gefallen an Konstruktionen? #00:52:53-0#

Heike: Ich fand die Flachfaltbarkeit schön, die wir am letzten Termin gemacht haben. Also das mit dem Quadrat. Das fand ich schon cool zu sehen, dass, wenn dort drei Punkte gegeben hat, die selber nicht flachfaltbar sind, dass es global flachfaltbar ist [Das ist falsch bzw. ergibt keinen Sinn] Das fand ich schon cool. (...) Einfach mal zu gucken, wenn man ein Blatt Papier platt kriegen will, dass es nicht ein komisches Muster gibt, sondern das es auch schön geht. (..) Oder was mich auch fasziniert hat, war das mit der Parabel. Dass wir uns einen Punkt vorgeben und die untere Gerade auf den Punkt falten. Das fand ich auch schön, weil man das für jeden möglichen Abschnitt ausprobiert. Das man das dann wirklich schön sieht. #00:53:51-0#

Florian: Auch so ein überraschender Moment. Dass dieser Punkt also das hat auch eine ganze Weile gedauert. Wir haben das drei Mal gefaltet und haben wir da ein Punkt, da ein Punkt und da ein Punkt und da war ich nicht dabei, dass es eine Parabel ist. [**Heike:**

wenn du das wirklich kleinschrittig machst!] Wenn man den Punkt wirklich wandern sieht, ohne Geogebra bemühen zu müssen. **(nicht wichtig)** #00:54:32-3#

Interviewer: Wie würdet ihr das sagen: So im Vergleich zwischen diesem 1-fach-Origami, das was ihr am Anfang erwähnt habt, und Zirkel&Lineal Konstruktionen. Was würdet ihr als wesentliche Unterschiede sehen? Also du hast davor gesagt, du fandest das sehr interessant, dass Papierfalten stärker ist, also mehr kann. Welche Unterschiede würdet ihr da sehen? #00:55:00-2#

Heike: Ich glaube, erst mal für den Schüler an sich, oder allgemein für den Menschen an sich, gängiger mit Zirkel&Lineal zu arbeiten. Weil so mit einem Stück Papier erst mal was zu falten, klingt für die meisten so, hä, was machen die da, basteln die irgendwas? Das schaut nicht nach Mathematik aus im ersten Moment. #00:55:26-2#

Florian: Ok, wenn du das so meinst, verstehe ich was du sagst. Wenn ich denke an Mathematik, ok, dann nehme ich Zirkel&Lineal. Wenn du mir die Auswahl gibst zwischen Zirkel&Lineal und einem Blatt, nehme ich das Blatt und falte lustig irgendwas zusammen. Weil mit einem Zirkel&Lineal weiß ich gar nicht, was ich machen soll. Ok, auf Mathematik bezogen [**Interviewer:** wenn ich das mathematisch meine, Konstruktionen mit 1-fach-Origami und Konstruktionen mit Zirkel&Lineal. Könnt ihr da irgendwelche Unterschiede feststellen. Konstruktionen nennen, die einen wesentlichen Unterschied ausmachen?] #00:56:02-9#

Heike: Ja, eben mit 1-fach-Origami ist es möglich, kubische Gleichungen zu lösen. Das kann ich mit Zirkel und Lineal nicht. (...) Mir fällt gerade noch eine Konstruktion ein, wo wir [**Interviewer:** Kannst ruhig irgendwas machen.] so gefaltet haben [faltet] und dann war hier ein Streckenabschnitt und hier entsprechend der andere [erklärt den Satz von Haga], dass man die ganzen Stammbrüche falten kann. Das finde ich mit Zirkel&Lineal schwer eine Strecke zu fünfteln. #00:56:44-9#

Florian: Hast du eine Strecke gefünftelt mit Zirkel&Lineal? #00:56:47-7#

Heike: Ja oder zu dritteln. Zu dritteln ist nicht so schwer, aber es ist aufwendiger als das [zeigt auf die Faltung.] deutlich. [**Florian:** ja] #00:56:56-5#

Interviewer: Würdest du das hinkriegen, eine Strecke zu fünfteln, mit Papier? #00:57:00-4#

Heike: Mit Papier? #00:57:01-7#

Interviewer: Oder auch mit Zirkel&Lineal oder überhaupt? #00:57:03-6#

Heike: Keine Ahnung. Mit Zirkel&Lineal weiß ich gerade nicht. [**Interviewer:** Mit Papier?] Warte wie ging das? (...) [Erklärt die allgemeine Situation fast richtig.] #00:57:42-8#

(...) Oh Mann, ich stehe voll auf dem Schlauch! #00:59:05-5#

Interviewer: Tut euch keinen Zwang an, kein Problem. #00:59:08-1#

(...) [falten weiter] Dann sind das zwei Drittel. #00:59:49-2#

(...) Es will einfach kein Fünftel werden (**lacht**) wie ging denn das? #01:00:20-0#

Interviewer: Ist ja nicht so wichtig. #01:00:36-3#

Florian: Ist das die richtige Weise daran zu gehen? #01:00:37-7#

Interviewer: Du hast davor gesagt, wenn du 1 durch $n-1$ hast und dann auf der rechten Seite 1 durch n . Und dann hast du gesehen, dass da eigentlich $2/3$ rauskommen. Also ich glaube, wenn du $1/n-1$ auf der einen Seite, dann hast $2/n$ auf der anderen Seite. Und dann passt schon. Im Wesentlichen läuft das aufs Richtige raus. (...) Du hast davor auch gesagt »Lösen von kubischen Gleichungen« oder so was [**Heike:** ja] Wärest du in der Lage, das durchzusprechen oder durchzuführen? Du musst das jetzt nicht machen, nur die Einschätzung? #01:01:24-2#

Heike: Wenn ich mich nochmal reinvertiefe, dann vielleicht. Aber sicher »ja« sagen kann ich nicht. Das traue ich mir nicht ganz zu. Aber ausprobieren auf jeden Fall. #01:01:37-9#

Interviewer: Wie würdest du das sagen: Woran liegt das? War das schwer oder ist das zu lange her? #01:01:45-4#

Heike: Ich glaube eher, dass es zu lange her ist erst mal, und (..) ich war an dem Tag nicht, als wir das besprochen haben (**nicht wichtig**) hab versucht das nachzuarbeiten, daher war das noch ein bisschen anders. Ich glaube, wenn ich mich nochmal damit auseinander setze, dann müsste es schon #01:02:09-5#

Florian: Wir hatten das ja nicht drei Stunden lang vorbereitet, dass wir dann auf kubische Gleichungen zu lösen, sondern haben das dann als Konklusion oder am Ende der Stunde gehabt. Aber das dann schon so als ein Aha-Effekt als **ein: „was?“** also ich kann das auch nicht vormachen, aber sicher es ist nicht unmöglich sich da wieder reinzuversetzen. #01:02:45-4#

Interviewer: Ich stelle vielleicht zum Abschluss ein paar Fragen: Am Anfang habt ihr das Axiomatik und Axiom benutzt und wir haben im Kurs über das Wort Axiomatisieren gesprochen. Mir ist nicht ganz klar: wie stellt ihr euch das vor? Ist das für euch dasselbe: Axiomatik, Axiomatisieren oder sind das verschiedene Begriffe? Oder wie ist es im Kopf? #01:03:15-7#

Heike: Für mich sind das zwei verschiedene Begriffe, und zwar Axiomatik besteht für mich darin, ich bekomme Axiome und wende diese an und leite von mir aus von denen Aussagen ab, also arbeite mit denen erst mal weiter. Und Axiomatisieren heißt für mich: Ich finde diese Axiome erst mal, durch Überprüfen, Aufstellen von Thesen. #01:03:37-9#

Interviewer: Wie siehst du das Florian? #01:03:40-6#

Florian: Das ist kein blöder Gedanke. Also so hätte ich das nicht gemacht, ich hätte wahrscheinlich länger darüber nachdenken müssen, als die halbe Minute, die du dafür gebraucht hast. Aber das ist echt – find ich gut. #01:03:53-5#

Interviewer: Na gut, wenn ihr das gut findet, dann nehmen wir das. Wie würdet ihr das sagen: Was ist für euch die euklidische Ebene? #01:04:10-6#

Heike: Ein Blatt Papier ganz weit verlängert in beide Raumrichtungen? [**Florian: mhm (bejahend)**] Also etwas, das gerade ist und keine Kurven und Hügeln hat, sondern wirklich flach. #01:04:25-9#

Interviewer: Wenn ich sage »die euklidische Ebene« meine ich komischerweise das bestimmt, weil sonst würde ich sagen so wie »eine Gerade« »ein Punkt« würde ich sagen »eine euklidische Ebene«. Ist das falsch, was ich tue oder kann man das rechtfertigen? Wie seht ihr das? #01:04:46-9#

Florian: Also ich glaube, dass die Mehrheit unter euklidischer Ebene das versteht [**Heike:** was wir gesagt haben] genau, riesige Platte, Fläche. Oder das mathematisch 100% korrekt ist, muss es nicht sein. #01:05:10-4#

Heike: Ja, \mathbb{R}^2 mit Standardskalarprodukt, aber das ist ja auch nur das Model. Aber (...) #01:05:16-6#

Interviewer: Was meinst du mit dem Model? #01:05:24-1#

Heike: Na, ich habe für jedes Axiomensystem ein Modell und ich fange ja quasi (**kurze Pause**) wenn ich andere Axiome nehme, zum Beispiel wie George E. Martin baut auf den reellen Zahlen auf und Hilbert macht das glaube ich anders, aber sie kommen im Endeffekt doch aufs Gleiche. Also ist es quasi eine Bijektion zwischen den beiden (**lacht**) #01:05:54-5#

Interviewer: Kannst du mir das noch kurz erklären? Wie verknüpfst du diese Axiomensysteme mit Modellen? Und diesem unendlichen Blatt Papier? Das ist mir nicht ganz klar. #01:06:01-8#

Heike: Naja also, Axiomensystem sagt ja aus, da sind Axiome drin durch Relationen und ich kann da Aussagen ableiten, die entweder wahr oder falsch sind. Und in der euklidischen Ebene ist das so: entweder es stehen zwei Geraden aufeinander senkrecht oder eben nicht, also die Aussage ist dann entweder wahr oder falsch. Und das kann ich eben durch die Punkt-Gerade-Inzidenz eben festlegen, ob die Aussage jetzt wahr ist oder nicht. (..) Wie komm ich dann auf dieses große Blatt Papier? Naja, ein Punkt hat ja an sich keine Ausdehnung, sondern das ist ja quasi ein Partikel des Nichts. Also hat auf jeden Fall keine Höhe oder so, keine Breite. Und eine Strecke an sich ist ja auch was hat nur eine Dimension, in die sie sich ausdehnt. Und für den Fall, dass halt eine zweite Gerade ins Spiel kommt, kann ich das drehen und wenden wie ich will, entweder bin ich

dann so, wenn ich ein Blatt Papier bin [zeigt] oder so ein Blatt Papier oder so. Also dadurch, dass ich dann eben die Axiome anwende, stelle ich fest, ich bleibe immer im Flachen. #01:07:22-4#

Interviewer: Wie beurteilst du das, Florian? #01:07:31-0# Kaufen wir das? #01:07:35-6#

Florian: Das kann ich ja nicht jedes Mal sagen! (**lacht**) Sonst würde ich natürlich ja sagen [**Heike:** ok] Wir haben im Kurs auch gesagt, dass das Quadrat, das wir vor uns liegen haben, eben nur sinnbildlich als Quadrat zu sehen ist, sondern in jede Richtung auch noch unendlich weiter geht. Aber wir brauchen natürlich irgendwas, um das greifbar zu machen, um der Vorstellung nahe oder zumindest näher zu bringen. (...)