

# NUMERISCHE UNTERSUCHUNG VON TURBULENZ UND TEILCHENTRANSPORT IN DER HELIOSPHÄRE

DISSERTATION ZUR ERLANGUNG DES NATURWISSENSCHAFTLICHEN DOKTORGRADES  
DER JULIUS-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT WÜRZBURG

VON

MARTINA WISNIEWSKI



LEHRSTUHL FÜR ASTRONOMIE

INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK UND ASTROPHYSIK  
BAYERISCHE JULIUS-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT WÜRZBURG

WÜRZBURG, FEBRUAR 2011

## Kurzbeschreibung

Hochenergetische solare Teilchen werden bei ihrem Transport durch die Heliosphäre an turbulenten Magnetfeldern gestreut. Für das Verständnis dieses Streuprozesses ergeben sich aus heutiger Sicht zwei wesentliche Hindernisse:

- Bei der Streuung hochenergetischer Teilchen an turbulenten Magnetfeldern handelt es sich um einen nichtlinearen Prozess, der durch analytische Theorien kaum zu beschreiben ist.
- Der Streuprozess hängt stark von den tatsächlichen Magnetfeldern und somit auch von der Magnetfeldturbulenz ab. Unser bisheriges Verständnis der heliosphärischen Turbulenz ist leider aufgrund spärlicher experimenteller Daten deutlich eingeschränkt, was eine qualifizierte Umsetzung in analytischen und numerischen Ansätzen deutlich erschwert. Dies machte in der Vergangenheit künstliche Annahmen für die Modellerstellung notwendig.

In dieser Arbeit wird der Teilchentransport mit Hilfe der Simulation von Testteilchen in einem turbulenten, magnetohydrodynamischen Plasma untersucht. Durch die Testteilchen werden auch die nichtlinearen Streuprozesse korrekt wiedergegeben, wodurch das erste hier genannte Hindernis überwunden wird. Dies wurde auch bereits in früheren numerischen Untersuchungen erfolgreich angewendet. Die Modellierung der Turbulenz für den Fall des Teilchentransports erfolgt in dieser Arbeit erstmalig auf Grundlage der magnetohydrodynamischen Gleichungen. Dabei handelt es sich um die mathematisch korrekte Wiedergabe der Magnetfeldturbulenz unterhalb der Ionen-Gyrofrequenz mit nur geringen numerischen Einschränkungen. Darüber hinaus erlaubt ein auf das physikalische Szenario anpassbarer Turbulenztreiber eine noch realistischere Simulation der Turbulenz. Durch diesen universell gültigen, numerischen Ansatz können für das zweite hier angegebene Hindernis jegliche künstlichen Annahmen vermieden werden. Die drei im Rahmen dieser Arbeit erstmals zusammengeführten Methoden (Testteilchen, magnetohydrodynamische Turbulenz, Turbulenztreiber) ermöglichen somit eine Untersuchung und Analyse von Transport- und Turbulenzphänomenen mit herausragender Qualität, die insbesondere für den Fall des Teilchentransports einen **direkten** Anschluss an experimentelle Ergebnisse ermöglichen.

Wichtige Ergebnisse im Rahmen dieser Arbeit sind

- der Nachweis der Drei-Wellen-Wechselwirkung für schwache und einsetzende starke

Turbulenz.

- eine Analyse der Anisotropie der Turbulenz im Bezug auf das Hintergrundmagnetfeld in Abhängigkeit vom Treibmodell. Insbesondere die Anisotropie ist experimentell bislang kaum erfassbar.
- eine Untersuchung der Auswirkung der Gyroresonanzen auf die Diffusionskoeffizienten hochenergetischer solarer Teilchen in allgemeiner Form.
- die Simulation des Teilchentransports in der Heliosphäre auf Grundlage experimenteller Messdaten. Die genauere Analyse der Simulationsergebnisse ermöglicht insgesamt einen Zugang zum Verständnis des Transports, der durch experimentelle Untersuchungen nicht erfassbar ist. Bei der Simulation wurden lediglich die Magnetfeldstärke sowie die untersuchte Teilchenenergie vorgegeben. Aus der Analyse der Simulationsergebnisse ergibt sich dieselbe mittlere freie Weglänge, wie sie auch durch andere Verfahren direkt aus den Messergebnissen gewonnen werden konnte. Auch die vorwiegende Ausrichtung der hochenergetischen Teilchen parallel und antiparallel zum Hintergrundmagnetfeld in der Simulation entspricht experimentellen Untersuchungen. Es zeigt sich, dass diese allein aus den resonanten Streuprozessen der Teilchen mit den Magnetfeldern resultiert. Des Weiteren werden die Art der Diffusion, der Energieverlust der Teilchen während des Transportprozesses sowie die Gültigkeit der quasilinearen Theorie untersucht.

# Abstract

High energetic solar particles are scattered during their transport through the heliosphere due to turbulent magnetic fields. Our today's understanding is mainly limited by two obstacles:

- The scattering of high energetic particles due to turbulent magnetic fields is a nonlinear process and can therefore hardly be described by analytical theories.
- The scattering process additionally depends on the actual magnetic fields and accordingly on the magnetic turbulence. Our today's understanding of the heliospheric turbulence, however, is considerably restricted due to sparse experimental data, which complicates the implementation of analytical and numerical theories. This fact necessitated artificial assumptions for the modeling in the past.

In this work particle transport is investigated with simulations of test particles in turbulent magnetohydrodynamic plasmas. Due to the test particles the nonlinear scattering processes are expressed correctly. So we overcome the firstly mentioned obstacle. This test particle approach has already successfully been used in earlier numerical works. In this work the modelling of the turbulence was for the first time implemented on the basis of the magnetohydrodynamic equations for particle transport studies. This is the mathematical accurate description for magnetic field turbulence below the ion gyro-frequency with only small numerical limitations. Additionally the turbulence driver is adjustable to the physical scenario which allows an even more realistic simulation of the turbulence. With this universally valid numerical approach we can avoid any artificial assumptions for the secondly mentioned obstacle. In this work the three methods (test particles, magnetohydrodynamic turbulence, turbulence driver) have been combined for the first time. This makes it possible to investigate and analyse transport- and turbulence phenomena with outstanding quality. Especially for the particle transport simulations a **direct** link to experimental data is possible.

The most important results of this work are

- the detection of three wave interaction in weak and evolving strong magnetohydrodynamic turbulence.
- the detailed analysis of turbulence anisotropy with respect to the mean background magnetic field depending on the actual driving model. Especially the anisotropy is hardly ascertainable in experiments up to now.

- an investigation of the effect of the gyro-resonances on the diffusion coefficients of high energetic solar particles in general.
- the simulation of particle transport in the heliosphere on the basis of experimental measurements. The detailed analysis of these simulation results allows an overall insight into particle transport which is inaccessible for experimental investigations. The only input parameter for these simulations are both the magnetic field strength and the investigated particle energy. The analysis of the simulation findings results in the same value for the mean free path as it is directly found by the measured data with different methods. The predominant orientation parallel and anti-parallel to the mean background magnetic field in the simulation also corresponds to experimental findings. It is shown that this is only a result of resonant particle scattering with the background magnetic fields. Furthermore the type of scattering, the energy loss of the particles during their transport and the validity of the quasilinear theory in this context are explored.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>5</b>
2.1	MHD-Theorie . . . . .	6
2.1.1	Herleitung der magnetohydrodynamischen Gleichungen aus der Boltzmann-Gleichung . . . . .	7
2.2	Turbulenz . . . . .	11
2.2.1	Hydrodynamische Turbulenz: Kolmogorov-Theorie . . . . .	14
2.2.2	Inkompressible Turbulenzmodelle der MHD von Iroshnikov und Kraichnan sowie von Goldreich und Sridhar . . . . .	15
2.2.3	Schwache Turbulenz und Drei-Wellen-Wechselwirkung . . . . .	18
2.2.4	Turbulenz in der Heliosphäre . . . . .	19
2.3	Transport der kosmischen Strahlung in turbulenten Plasmen . . . . .	24
2.3.1	Herleitung der Fokker-Planck-Gleichung . . . . .	26
2.3.2	Berechnung und Messung der parallelen mittleren freien Weglänge . . . . .	29
2.3.3	Weiterentwicklungen seit Einführung der QLT . . . . .	32
2.3.4	Hochenergetische Teilchen in der Heliosphäre . . . . .	35
2.4	Bewertung der Gültigkeit des Teilchen-MHD-Hybridcodes für Simulationen in der Heliosphäre . . . . .	37
<b>3</b>	<b>Numerik</b>	<b>41</b>
3.1	Simulationsablauf und Struktogramm . . . . .	41
3.2	CWENO . . . . .	44
3.3	Turbulenztreiber . . . . .	46
3.4	Berechnung der turbulenten Spektren . . . . .	49
3.5	Splines . . . . .	51
3.6	Runge-Kutta-Verfahren dritter Ordnung . . . . .	54

3.7	Numerische Berechnung der FP-Koeffizienten . . . . .	55
3.8	Normierung . . . . .	56
3.9	Parallelisierung . . . . .	59
<b>4</b>	<b>Ergebnisse</b>	<b>62</b>
4.1	Schwache Turbulenz . . . . .	64
4.1.1	Nachweismöglichkeiten der Drei-Wellen-Wechselwirkung . . . . .	65
4.1.2	Inverse Kaskade . . . . .	68
4.1.3	Abhängigkeit der Intensität der durch Drei-Wellen-Wechselwirkung erzeugten Moden von der Treibstärke . . . . .	71
4.1.4	Übergang zum Regime der starken Turbulenz . . . . .	76
4.2	Turbulenzentwicklung . . . . .	79
4.2.1	kurze Zeitskalen: Entstehung der ersten Wellen . . . . .	80
4.2.2	Zeitliche Entwicklung der Turbulenz . . . . .	91
4.2.3	Gesättigtes Spektrum . . . . .	97
4.3	Welle-Teilchen-Resonanz . . . . .	106
4.3.1	Gyroresonanz als anspruchsvoller Testfall für die numerische Sta- bilität der Teilchensimulation . . . . .	106
4.3.2	Teilchenstreuung mit wenigen Wellen . . . . .	107
4.4	Simulation der mittleren freien Weglänge in der Heliosphäre - Vorarbeiten	118
4.4.1	Einführendes zur Messung: Spektren und mittlere freie Weglänge	118
4.4.2	numerische Testfälle zur Festlegung der Simulationsparameter . .	120
4.4.3	Diskussion über passendes Treibszenario . . . . .	125
4.5	Simulation der mittleren freien Weglänge in der Heliosphäre: Felder . . .	127
4.5.1	1D-Spektren . . . . .	127
4.5.2	Anisotropie der Spektren . . . . .	127
4.5.3	Kompressibilität der Spektren . . . . .	128
4.6	Simulation der mittleren freien Weglänge in der Heliosphäre: Teilchen . .	130
4.6.1	parallele mittlere freie Weglänge . . . . .	130
4.6.2	Der Fokker-Planck-Koeffizient $D_{\mu\mu}(\mu)$ . . . . .	133
4.6.3	Gültigkeit der QLT . . . . .	134
4.6.4	Art der Diffusion . . . . .	135
4.6.5	Energieverlust . . . . .	135
4.6.6	Umverteilung der Teilchen im $\mu$ -Raum . . . . .	137

*Inhaltsverzeichnis*

4.6.7 Vergleich mit früheren Simulationen . . . . .	139
<b>5 Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>143</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>165</b>
<b>Lebenslauf</b>	<b>166</b>
<b>Publikationsliste</b>	<b>167</b>
<b>Danksagung</b>	<b>168</b>
<b>Eigenständigkeitserklärung</b>	<b>169</b>



## *Inhaltsverzeichnis*

# 1 Einleitung

Im Jahr 1912 lieferte Victor Hess durch Messungen der elektrischen Leitfähigkeit der Luft in Abhängigkeit von der Flughöhe den Beweis dafür, dass hochenergetische, geladene Teilchen aus dem Weltraum auf die Atmosphäre der Erde treffen und dabei Luftmoleküle ionisieren.

Seit damals konnte durch diverse Experimente ein ganzes Spektrum dieser Teilchen über weite Energiebereiche gemessen werden (siehe Abbildung 1.1). Die Teilchen im niederenergetischen Bereich bis etwa  $10^{10}$  eV stammen im Wesentlichen von der Sonne (solar energetic particles: SEPs). Sie werden seit den 70er Jahren durch verschiedene Satellitenexperimente direkt gemessen und können mit solaren Ereignissen wie z.B. Flares oder koronalen Masseneruptionen direkt in Verbindung gebracht werden. Die Teilchen im mittleren Energiebereich von etwa  $10^{10}$  eV bis  $10^{15}$  eV stellen die galaktische Komponente des Spektrums dar und wurden vermutlich in Supernovae und Supernovaüberresten beschleunigt. Die Teilchen bei den höchsten Energien von etwa  $10^{15}$  eV bis  $10^{21}$  eV stammen vermutlich aus extragalaktischen Quellen wie z.B. aktiven Galaxienkernen oder Pulsaren. Die Teilchen des mittleren und oberen Energiebereichs werden auch als kosmische Strahlung (cosmic rays: CRs) bezeichnet.

Ihre tatsächlichen Quellen sind nicht sicher bekannt, da sie bei ihrem Transport zwischen Quelle und unseren Messinstrumenten stark gestreut werden und somit aus ihren Auftreffwinkeln nicht direkt auf die eventuell sehr weit entfernten Quellen geschlossen werden kann. Aufgrund der Nähe der Sonne fällt die Zuordnung der SEPs trotz der stärkeren Streuung bei niedrigen Teilchenenergien deutlich leichter. Unsere Annahmen über die Quellen der kosmischen Strahlung kommen lediglich aus der Überlegung, welche astrophysikalischen Szenarien überhaupt dazu in der Lage sind, geladene Teilchen zu diesen gewaltigen Energien zu beschleunigen.

Als potentielle Streumechanismen beim Transport kommen grundsätzlich Coulombstöße mit anderen Teilchen, aber auch die Wechselwirkung mit den turbulenten Magnetfeldern

## 1 Einleitung

des interstellaren Mediums sowie des Plasmas der Heliosphäre in Frage. Allerdings sind die mittleren freien Weglängen aufgrund von Coulombstößen bei hochenergetischen Teilchen in diesen dünnen Plasmen viel zu groß, um eine Rolle zu spielen. Dementsprechend kommt als einzig relevanter Streumechanismus die Wechselwirkung mit den turbulenten Magnetfeldern in Betracht.

Neben dem Interesse an diesem Transportprozess als eigenem physikalischen Prozess ist man in erster Linie an den Quellen interessiert. Die kosmische Strahlung stellt neben den Photonen und Neutrinos den einzigen Informationsträger in der Astrophysik dar und kann grundsätzlich wichtige Hinweise über die physikalischen Prozesse ihrer Quellen liefern. Da allerdings bei dem Transport der ursprüngliche Teilchenimpuls verfälscht wird, ist unser Kenntniserwerb aus der kosmischen Strahlung erheblich limitiert. Mit einem besseren Verständnis des Teilchentransports gehen somit tiefgreifende Weiterentwicklungen unseres Wissens über Prozesse der Astro- und Hochenergiephysik einher. Selbst unsere Kenntnisse über die Physik der Sonne könnten durch ein besseres Verständnis des Teilchentransports deutlich weiterentwickelt werden. Insbesondere die Physik der Korona, der Sonnenoberfläche sowie der Magnetfelder der Heliosphäre stellen hierbei wichtige Forschungsbereiche dar, die von den hochenergetischen, solaren Teilchen als Informationsträger wesentlich profitieren könnten. Da strömende, geladene Teilchen neben Schocks als wichtige Erzeugungsmechanismen der Turbulenz astronomischer Magnetfelder erachtet werden, ergeben sich aus einem besseren Verständnis des Transportprozesses für diesen Forschungsbereich ebenfalls Weiterentwicklungsmöglichkeiten.

Es stellt sich hierbei die Frage, in welchem Kontext am besten ein Erkenntniserwerb des Transportprozesses entwickelt werden kann. Sicherlich sollte neben ganz grundsätzlichen Überlegungen die Untersuchung des Transports der hochenergetischen, solaren Teilchen im Mittelpunkt der Betrachtung stehen, da hier die hochenergetischen Teilchen und die Turbulenz der Magnetfelder direkt gemessen werden können und dementsprechend unsere Kenntnisse über das physikalische System am fundiertesten sind (vgl. hierzu Kapitel 2.2.4 und 2.3.4).

Da der Teilchentransport grundsätzlich nichtlinear ist, sind analytische Theorien zu seiner Beschreibung insbesondere bei starker Streuung nur bedingt geeignet, da hierbei nur Näherungen der nichtlinearen Terme miteinbezogen werden können. Deshalb sind hier numerische Untersuchungen, die nicht dieser Limitierung unterworfen sind, durchaus sinnvoll. Allerdings lassen sich hierdurch keine geschlossenen Ausdrücke für die Beschreibung des Transports finden. Folglich ist eine gegenseitige Ergänzung numerischer und

## 1 Einleitung

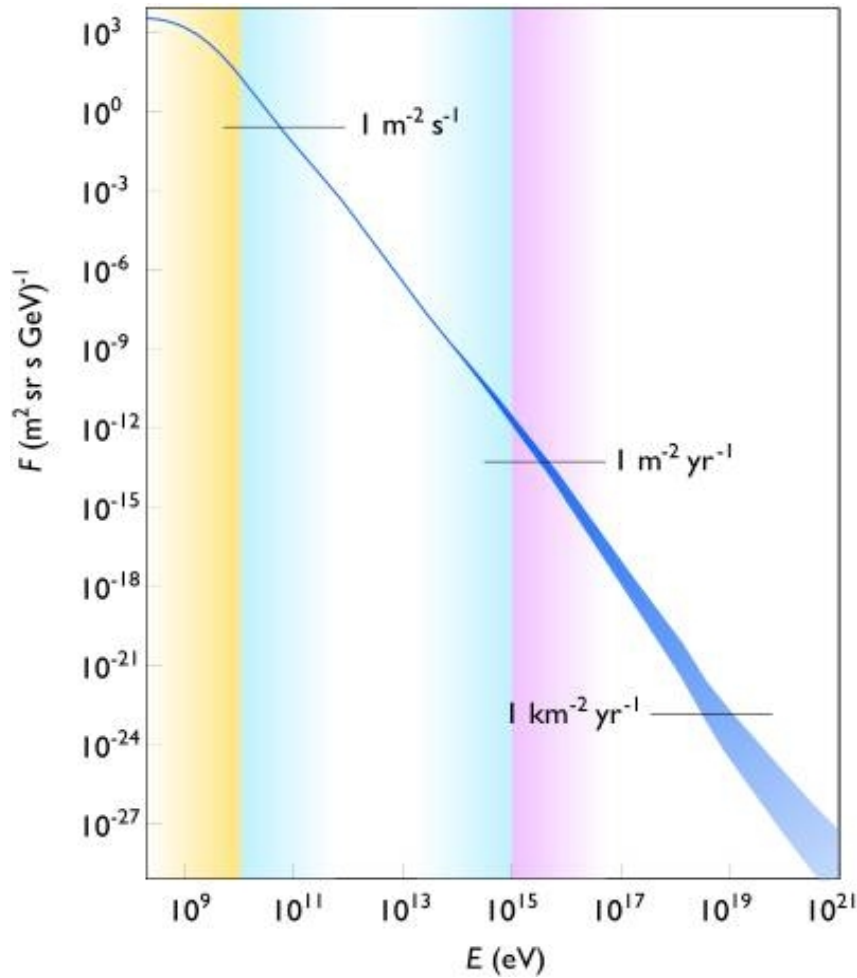
analytischer Modelle notwendig, um mit Hilfe der Messergebnisse neue Erkenntnisse zum Teilchentransport zu generieren.

Da die Streuung direkt von der Turbulenz abhängt, kann jede numerische oder analytische Untersuchung des Transports nur dann aussagekräftig sein, wenn die Modellierung der Sonnenwindturbulenz möglichst korrekt umgesetzt wird. Leider ist selbst in der Heliosphäre unser Kenntnisstand über die Magnetfeldturbulenz stark eingeschränkt. Da eine korrekte Modellierung also fragwürdig bleibt, muss jede Untersuchung des Teilchentransports auch eine genaue Analyse des angenommenen Turbulenzmodells, das die Realität so gut wie möglich abbilden soll, beinhalten.

Mit dieser Arbeit werden ebenfalls numerische Untersuchungen zur Erforschung des Teilchentransports durchgeführt. Eine wesentliche Neuerung gegenüber früheren Simulationen stellt die Simulation der Turbulenz durch die magnetohydrodynamischen Gleichungen (MHD-Gleichungen) dar. Zusätzlich wurde für diese Arbeit ein spezieller Turbulenztreiber entwickelt, mit dem unterschiedliche Turbulenzerzeugungsmechanismen in die Simulation einbezogen werden können (vgl. Kapitel 3.3). Hierdurch werden die turbulenten Felder deutlich besser als in der Vergangenheit modelliert (vgl. Kapitel 2.3.3). Da die Turbulenz vom Treibmechanismus abhängt und den Teilchentransport bestimmt, werden im Rahmen dieser Arbeit auch die gesamte Turbulenzerzeugung und -entwicklung explizit untersucht und die relevanten physikalischen Prozesse identifiziert. Da die schwache bzw. nicht vollständig entwickelte, starke Turbulenz eine gute Beschreibung der Verhältnisse in der direkten Umgebung der Quellen hochenergetischer Teilchen (z.B. in der Korona) darstellen kann, steht diese Untersuchung im direkten Zusammenhang mit dem Teilchentransport.

Die Teilchen zur Untersuchung des Transports werden wie bei anderen, dieser Arbeit vorausgegangenen Simulationen auch mit Testteilchen implementiert, wobei auf eine hochqualitative Interpolation der MHD-Felder Wert gelegt und die Gültigkeit der Simulation auch durch physikalisch relevante Testfälle validiert wird. Neben allgemeinen Untersuchungen zur Teilchenstreuung werden Simulationen zur Reproduktion von Messergebnissen aus der Heliosphäre durchgeführt.

Die folgende Arbeit ist in drei Teile gegliedert: Zunächst werden in Kapitel 2 die theoretischen Grundlagen zum Verständnis der Turbulenz und des Teilchentransports gelegt. Darüber hinaus enthält dieses Kapitel eine Einführung in den momentanen Kenntnisstand der heliosphärischen Turbulenz und der hochenergetischen, solaren Teilchen. Außerdem erfolgt ein kurzer Abriss einiger wichtiger Transporttheorien und numerischer



**Abbildung 1.1:** Die Abbildung zeigt eine Messung des Spektrums hochenergetischer, solarer Teilchen (SEPs) sowie der kosmischen Strahlung. Die Teilchen des niedrigen Energiebereichs (in der Abbildung gelb) stammen vorwiegend aus der Sonne. Die Teilchen des mittleren bzw. hohen Energiebereichs (in der Abbildung blau bzw. lila) stammen aus galaktischen bzw. extragalaktischen Quellen und werden auch als kosmische Strahlung bezeichnet. Die Abbildung wurde aus Lafebvre (2007) entnommen.

Untersuchungen. Im anschließenden Kapitel 3 werden der speziell für diese Arbeit entwickelte Code in seinem strukturellen Ablauf vorgestellt sowie einige der wichtigsten numerischen Verfahren erläutert. In Kapitel 4 werden die Ergebnisse zur Turbulenzentstehung, -entwicklung und -konvergenz sowie die Simulationen zum Teilchentransport dargestellt und eingeordnet.

## 2 Theorie

In diesem Kapitel sollen die grundlegenden analytischen Theorien, die für diese Arbeit relevant sind, erläutert und ihr Geltungsbereich definiert werden. Darüber hinaus soll ein grober Überblick über die bisherigen, für diese Arbeit relevanten Entwicklungen analytischer Theorien, numerischer Untersuchungen und experimenteller Messungen in der Heliosphäre gegeben werden. Dabei wird kein Anspruch auf Vollständigkeit erhoben, vielmehr soll hierdurch das Forschungsgebiet grob skizziert und die hier vorgestellte Arbeit eingeordnet werden.

Das in dieser Arbeit untersuchte physikalische System besteht grundsätzlich aus zwei Komponenten, die zwar miteinander wechselwirken, aber aufgrund ihrer unterschiedlichen mathematischen Beschreibung dennoch einzeln betrachtet werden müssen. Die Rede ist hierbei zum einen von dem Hintergrundmedium der Heliosphäre bzw. des interstellaren Mediums (ISM), das sich als magnetohydrodynamisches, turbulentes Plasma beschreiben lässt (siehe Kapitel 2.2), und zum anderen von den geladenen, relativistischen Teilchen, die an den turbulenten Magnetfeldern des Hintergrundmediums gestreut werden. Diese beiden Komponenten werden im Folgenden unabhängig von einander betrachtet:

In Kapitel 2.1 erfolgt zunächst die Definition eines magnetohydrodynamischen Plasmas (MHD-Plasma). Anschließend werden die MHD-Gleichungen aus der Boltzmann-Gleichung in der bei dieser Arbeit verwendeten Form abgeleitet. Da die beschriebenen Hintergrundmedien Turbulenzen aufweisen können, die insbesondere für den Teilchen-transport relevant sind, wird im folgenden Kapitel 2.2 eine Einführung in die wichtigsten Theorien der starken und schwachen Turbulenz vorgenommen. Hierzu werden die Kolmogorov-Theorie (KT, siehe Kapitel 2.2.1) als relevante hydrodynamische Turbulenztheorie und die magnetohydrodynamischen, rein inkompressiblen Theorien von Kraichnan und Iroshnikov (IK, siehe 2.2.2) sowie von Goldreich und Sridhar (GS, siehe 2.2.2) eingeführt. Im anschließenden Kapitel wird auf die schwache Turbulenz und

die Theorie der Drei-Wellen-Wechselwirkung kurz eingegangen. Danach wird in Kapitel 2.2.4 unser heutiges Verständnis über die Zusammenhänge der Sonnenwindturbulenz als dem für diese Untersuchungen relevanten turbulenten System betrachtet.

In Kapitel 2.3 werden die wichtigsten Grundlagen für das Verständnis des Teilchentransports gelegt. Zunächst wird hierfür die allgemeine Fokker-Planck-Gleichung aus rein statistischen Annahmen hergeleitet und anschließend auf den speziellen Fall des Teilchentransports in turbulenten Plasmen im Rahmen der Quasilinearen Theorie (QLT) umformuliert (siehe 2.3.1). Darüber hinaus wird der Zusammenhang zwischen dem Fokker-Planck-Koeffizienten  $D_{\mu\mu}$ , der die Pitchwinkelstreuung beschreibt, und der mittleren freien Weglänge angegeben. (Die genauen Definitionen der erwähnten Größen erfolgen ebenfalls in Kapitel 2.3.) Außerdem wird erklärt, inwiefern hierdurch der so wichtige Vergleich zwischen Simulation und Experiment durchgeführt werden kann (siehe 2.3.2). In Kapitel 2.3.3 wird schließlich ein historischer Abriss über Weiterentwicklungen seit Einführung der QLT gegeben. Dieser bezieht sich sowohl auf analytische als auch numerische Untersuchungen. Darüber hinaus werden hier einige wichtige Beobachtungsdaten über hochenergetische Sonnenwindteilchen (SEPs) im Speziellen wiedergegeben.

Im darauf folgenden Kapitel 2.4 wird schließlich diskutiert, inwiefern der im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Code für Simulationen von Sonnenwindturbulenz und SEP-Transport geeignet ist.

## 2.1 MHD-Theorie

Die Heliosphäre und das ISM enthalten ein sehr dünnes, teilweise ionisiertes Gas, dessen Dynamik durch seine geladenen Teilchen bestimmt wird. Solche Medien bezeichnet man als Plasmen. Eine wichtige Größe, um zu klären, ob ein ionisiertes Gas die Dynamik eines Plasmas aufweist, ist die Debye-Länge. Im Gegensatz zum Vakuum, bei dem die Reichweite der elektrostatischen Wechselwirkung eines geladenen Teilchens unendlich groß ist, schirmen in Plasmen die umgebenden, geladenen Teilchen diese elektrostatischen Felder ab, wodurch deren Reichweite auf einen endlichen Wert, auf die sogenannte Debye-Länge, reduziert wird. Im dreidimensionalen Raum ergibt sich um jedes geladene Teilchen somit eine Debye-Sphäre, also eine Kugel mit einem Radius von einer Debye-Länge, innerhalb der es mit den umgebenden, geladenen Teilchen wechselwirken kann. Voraussetzung dafür, dass die Dynamik eines ionisierten Gases durch die geladenen

Teilchen bestimmt wird, ist somit, dass innerhalb dieser Debye-Sphäre möglichst viele Ladungsträger vorzufinden sind, mit denen dieses Teilchen über das elektrostatische Feld wechselwirken kann. Sind nur sehr wenige oder keine Teilchen in der Debye-Sphäre enthalten, so spielen die geladenen Teilchen für die Dynamik des Gases keine Rolle und die Dynamik entspricht im Wesentlichen der eines neutralen Gases (Details zur Definition und Berechnung der Größen siehe Weiß (2007)).

Ist die mittlere freie Weglänge eines Gases, also der mittlere Abstand, den ein Teilchen zwischen zwei Stößen zurücklegt, kleiner als die Größenskala, auf der sich die makroskopischen Fluidgrößen wie z.B. Dichte oder Temperatur ändern, so kann ein Gas durch die Fluidgleichungen, im Fall eines Plasmas durch die MHD-Gleichungen, beschrieben werden (Details siehe Weiß (2007)). Hieraus ergibt sich ein wesentlicher Vorteil: Statt die Wechselwirkung jedes Teilchens mit allen anderen berechnen zu müssen (der Rechenaufwand steigt hierbei quadratisch mit der Anzahl der Teilchen), müssen nur noch wenige makroskopische Variablen des Gesamtsystems, die sich aus dem gemittelten Verhalten der einzelnen Teilchen ergeben, berechnet werden, wodurch sich der notwendige Informationsgehalt wesentlich reduziert. Voraussetzung für die Mittelwertbildung ist dabei, dass die Verteilungsfunktion  $f_a$  jeder Teilchensorte  $a$  bekannt ist. Die Abhängigkeit der Verteilungsfunktion von den unabhängigen Variablen  $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{v}$ ,  $t$  wird durch die Boltzmann-Gleichung beschrieben (Herleitung siehe Weiß (2007)). Aus ihr lässt sich durch die Berechnung der Geschwindigkeitsmomente ein unendliches, gekoppeltes System an Fluidgleichungen ableiten, wobei die Gleichung des  $k$ -ten Geschwindigkeitsmoments auch immer das  $(k + 1)$ -te Geschwindigkeitsmoment enthält. Da die Berechnung dieses gekoppelten, unendlich langen Gleichungssystems allerdings in der Praxis nicht durchführbar ist, wird das Gleichungssystem durch eine physikalische Annahme für eines der Momente abgeschlossen, wodurch ein endliches, gekoppeltes Gleichungssystem hervorgeht. Durch das Zusammenfassen der Gleichungen jeder einzelnen Teilchensorte  $a$  ergeben sich schließlich die MHD-Gleichungen als Einfluidmodell.

### 2.1.1 Herleitung der magnetohydrodynamischen Gleichungen aus der Boltzmann-Gleichung

Ausgangspunkt ist die Boltzmann-Gleichung; sie beschreibt die zeitliche Entwicklung der Verteilungsfunktion  $f_a$  der Teilchensorte  $a$  im sechsdimensionalen Phasenraum  $(x, y, z,$



$p_x, p_y, p_z$ ):

$$\left( \frac{\partial f_a}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla f_a(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) + \mathbf{a} \nabla_v f_a(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) \right) = \left( \frac{\delta f_a(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)}{\delta t} \right)_{coll} \quad (2.1)$$

Auf der rechten Seite der Gleichung steht der Stoßterm. Die genaue Form des Stoßterms ist abhängig vom verwendeten Modell. Er beschreibt den Nettogewinn oder -verlust an Teilchen im Zeitintervall  $\delta t$  innerhalb eines Volumenelements, wobei angenommen wird, dass diese Teilchen aufgrund von Stößen aus dem Volumenelement heraus- oder in es hineingestreut werden. Aus der Boltzmann-Gleichung lassen sich durch Momentenbildung die MHD-Gleichungen ableiten. Die ersten drei Momente der Boltzmann-Gleichung sind die Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls und Energie (vgl. Kissmann (2006)):

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_a \mathbf{u}_a) = S_a \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial \rho_a \mathbf{u}_a}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_a \mathbf{u}_a \mathbf{u}_a) + \nabla P_a - n_a \langle \mathbf{F} \rangle_a = \mathbf{M}_a \quad (2.3)$$

$$\frac{1}{\gamma - 1} \frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \frac{1}{\gamma - 1} \nabla p_a \mathbf{u}_a + (P_a \nabla) \mathbf{u}_a + \nabla \mathbf{q}_a = E_a, \quad (2.4)$$

wobei die in diesen Fluidgleichungen verwendeten makroskopischen Größen durch  $f_a$  mit

$n_a(\mathbf{r}) \equiv \int_v f_a(\mathbf{r}, \mathbf{v}) d^3v$	Anzahldichte
$\mathbf{u}_a(\mathbf{r}) \equiv \frac{1}{n_a} \int_v \mathbf{v} f_a(\mathbf{r}, \mathbf{v}) d^3v$	Flussgeschwindigkeit
$P_a(\mathbf{r}) \equiv \rho_a \int_v (\mathbf{v} - \mathbf{u}_a(\mathbf{r})) (\mathbf{v} - \mathbf{u}_a(\mathbf{r})) f_a(\mathbf{r}, \mathbf{v}) d^3v$	Drucktensor
$p_a(\mathbf{r}) \equiv \frac{1}{3} \sum_i P_{a_{ii}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{3} \rho_a \int_v  \mathbf{v} - \mathbf{u}_a(\mathbf{r}) ^2 f_a(\mathbf{r}, \mathbf{v}) d^3v$	skalärer Druck
$\mathbf{q}_a(\mathbf{r}) \equiv \frac{1}{2} \rho_a(\mathbf{r}) \int_v  \mathbf{v} - \mathbf{u}_a(\mathbf{r}) ^2 (\mathbf{v} - \mathbf{u}_a(\mathbf{r})) f_a(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d^3v$	Wärmestrom

definiert sind. Für die Quellterme von Masse ( $S_a$ ), Impuls ( $\mathbf{M}_a$ ) und Energie ( $E_a$ ) gilt außerdem

$$S_a \equiv \int_v \left( \frac{\delta f_a(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)}{\delta t} \right)_{coll} \quad (2.5)$$

$$\mathbf{M}_a \equiv m_a \int_v \mathbf{v} \left( \frac{\delta f_a(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)}{\delta t} \right)_{coll} \quad (2.6)$$

$$E_a \equiv \frac{1}{2} m_a \int_v |\mathbf{v} - \mathbf{u}_a(\mathbf{r})|^2 \left( \frac{\delta f_a(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)}{\delta t} \right)_{coll} \quad (2.7)$$

Sie beschreiben Quellen und Senken der Dichte, Teilchenimpulse und Energien aufgrund von Stoßprozessen wie z.B. Ionisation und Rekombination. Das Gleichungssystem muss

außerdem noch geschlossen werden (siehe unten). Für jede Teilchenspezies  $a$  ergibt sich damit eine eigene Fluidgleichung. Die Dynamik des Gesamtplasmas wird aber zumindest von zwei Teilchenspezies, den Elektronen und den Protonen, bestimmt. Andere Spezies sind im Allgemeinen zu selten, um hierbei eine relevante Rolle zu spielen. Dieses System aus zwei Fluidgleichungen soll nun aber in ein Einfluidmodell (die MHD-Gleichungen) überführt werden, indem die beiden Fluide zu einem einzigen Fluid wie folgt zusammengefasst werden:

$$\begin{aligned}
 \rho &= m_e n_e + m_p n_p && \text{Massendichte} \\
 \rho^c &= en_p - en_e && \text{Ladungsdichte} \\
 \mathbf{u} &= \frac{\rho_e \mathbf{u}_e + \rho_p \mathbf{u}_p}{\rho_e + \rho_p} && \text{mittlere Fluidgeschwindigkeit} \\
 \mathbf{J} &= en_p \mathbf{u}_p - en_e \mathbf{u}_e && \text{Stromdichte}
 \end{aligned}$$

Aufgrund der Annahme einer hohen elektrischen Leitfähigkeit in der Heliosphäre oder dem interstellaren Medium lässt sich die Bedingung der Quasineutralität stellen:

$$n = n_p = n_e \quad (2.8)$$

Damit ergibt sich für die Fluidgeschwindigkeiten des Protonen- und Elektronenfluids:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{u}_p &= \mathbf{u} + \frac{m_e}{e\rho} \mathbf{J} \\
 \mathbf{u}_e &= \mathbf{u} + \frac{m_p}{e\rho} \mathbf{J}
 \end{aligned} \quad (2.9)$$

In den folgenden Abschnitten werden die Einzelfluidgleichungen in die MHD-Gleichungen überführt.

### Kontinuitätsgleichung

Durch einfaches Aufaddieren der Kontinuitätsgleichungen des Protonen- und Elektronenfluids erhält man mit den oben genannten Bedingungen die Kontinuitätsgleichung des MHD-Fluids

$$\frac{\partial(\rho_p + \rho_e)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_p \mathbf{u}_p + \rho_e \mathbf{u}_e) = S_p + S_e. \quad (2.10)$$

bzw.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0. \quad (2.11)$$

Ionisation und Rekombination werden an dieser Stelle vernachlässigt.

### Impulsgleichung

Eine genaue Herleitung der verwendeten Impulsgleichung findet sich in Kissmann (2006). Es soll hier nur angemerkt werden, dass das Zusammenfassen der Impulsgleichungen der Einzelspezies dadurch erschwert wird, dass die Summe der Drucktensoren im Allgemeinen nicht dem gesamten Drucktensor entspricht. Ein weiteres Hindernis ergibt sich aus den Quelltermen, die die Impulsgleichungen der verschiedenen Teilchenspezies miteinander verknüpfen. Hierfür werden nur elastische Stöße und Ladungsaustauschreaktionen betrachtet, die beide durch Wechselwirkungsterme der selben Form beschrieben werden.

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) + \nabla P + \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} \times \mathbf{B} (\nabla \times \mathbf{B}) = -\nu_n \rho (\mathbf{u} - \mathbf{u}_n) - \frac{\mu}{e} (\nu_{in} - \nu_{en}) \mathbf{J}. \quad (2.12)$$

### Induktionsgleichung

Da in der MHD die Impulsgleichung das Magnetfeld enthält, muss hier noch ein Ausdruck für die zeitliche Entwicklung des Magnetfeldes gefunden werden. Diese ergibt sich aus dem Faraday'schen Gesetz

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E}. \quad (2.13)$$

Unter Verwendung des Ohmschen Gesetzes

$$\eta \mathbf{J} = \mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}, \quad (2.14)$$

ergibt sich hieraus

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) - \nabla \times (\eta \mathbf{J}). \quad (2.15)$$

Mit Hilfe des Ampéreschen Gesetzes lässt sich  $\mathbf{J}$  durch ein magnetisches Wirbelfeld ausdrücken. Der Verschiebungsstrom wird dabei aufgrund der hohen elektrischen Leitfähigkeit vernachlässigt. Außerdem wird angenommen, dass die Resistivität  $\eta$  verschwindend gering ist, was der Annahme der idealen MHD genügt. Hiermit ergibt sich für Gleichung 2.15

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla(\mathbf{u} : \mathbf{B} - \mathbf{B} : \mathbf{u}). \quad (2.16)$$

Die zeitliche Entwicklung des Magnetfeldes hängt also nur von der Strömungsgeschwindigkeit und vom Magnetfeld selbst ab.

### Schließen des Gleichungssystems

Es wird noch eine weitere Gleichung zum Schließen der MHD-Gleichungen benötigt. Dafür kann man entweder eine Zustandsgleichung oder eine Gleichung der lokalen Energieerhaltung verwenden. Hier wird exemplarisch die zeitliche Entwicklung der lokalen Energiedichte des Systems betrachtet. Die Energiedichte setzt sich dabei aus kinetischer, magnetischer und innerer Energie zusammen:

$$e = \frac{\rho |\mathbf{u}^2|}{2} + \frac{\rho |\mathbf{B}^2|}{2\mu_0} + \frac{p}{\gamma - 1}. \quad (2.17)$$

Für die zeitliche Entwicklung der Energiedichte ergibt sich damit:

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \nabla \cdot \left( \left( e + \frac{\mathbf{B}}{2\mu_0} + P \right) \mathbf{u} + \mathbf{q} - \frac{1}{\mu_0} (\mathbf{u}\mathbf{B})\mathbf{B} + \eta \mathbf{J} \times \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} \right) = -S. \quad (2.18)$$

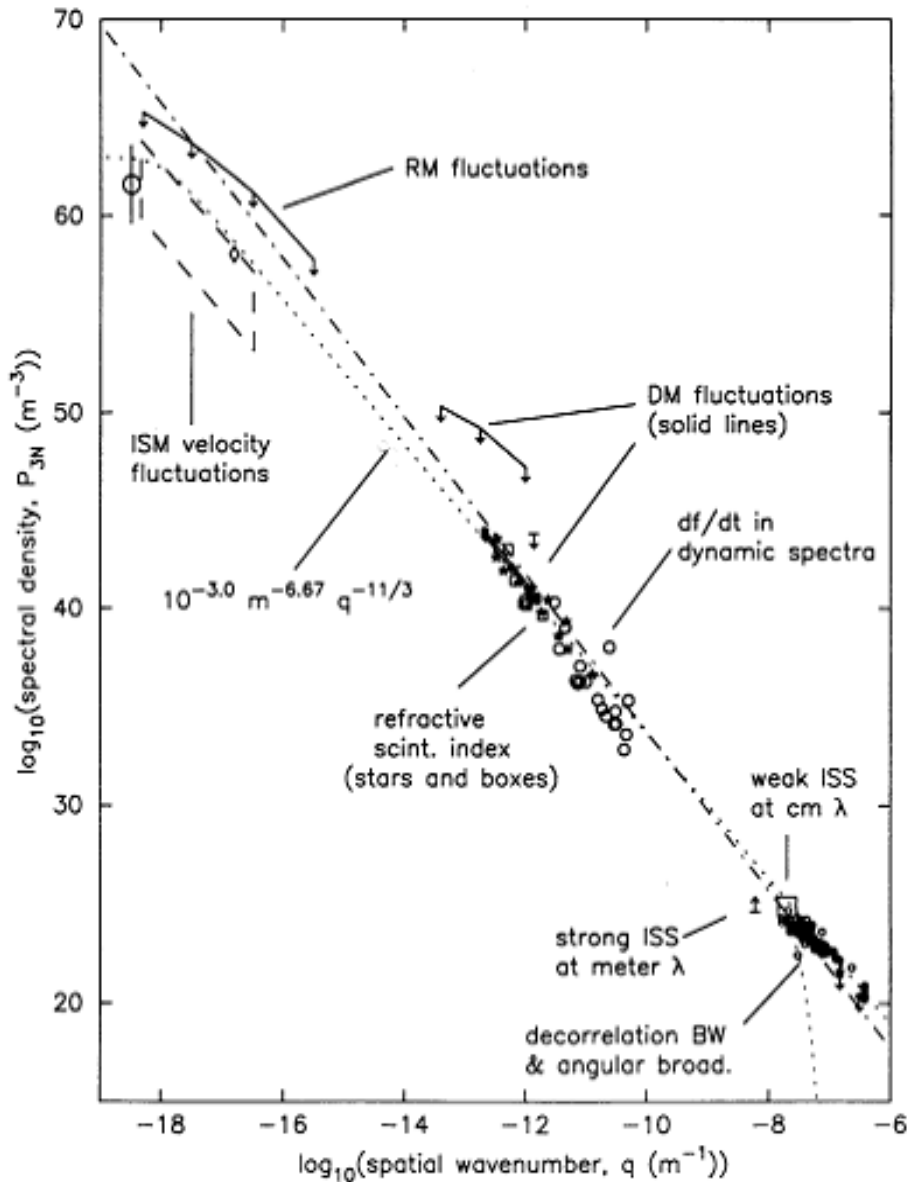
Die Herleitung von Gleichung 2.18 sowie die genaue Form des Stoßterms  $S$  kann in Kissmann (2006) im Detail nachgelesen werden.

## 2.2 Turbulenz

Plasmen, in denen Stöße einen dominanten Prozess darstellen, können durch Fluidgleichungen beschrieben werden, wobei die MHD-Gleichungen nur das bekannteste Beispiel sind. Wird dieses System gestört, so werden Turbulenzen in den Fluidgrößen erzeugt. Bei starken, nichtlinearen Fluktuationen führt dies zu einem nichttrivialen Gleichungssystem. In diesem Fall der **“starken Turbulenz”** folgen die Fluktuationen im Wellenzahlenraum einem Potenzgesetz, dessen Exponent z. B. durch die Kolmogorov-Theorie oder auch die IK-Theorie bestimmt werden kann. Insbesondere durch die GS-Theorie können auch Anisotropien berücksichtigt werden. Allerdings beziehen sich diese Theorien nur auf rein inkompressible Turbulenz (vgl. Kapitel 2.2.1 und 2.2.2). Falls die Amplituden der Magnetfeldstörungen allerdings klein sind im Vergleich zum Hintergrundfeld, wie es z.B. bei Plasmawellen der Fall ist, so kann dieses System vereinfacht werden. In diesem Fall handelt es sich um die sogenannte **“schwache Turbulenz”** (siehe Chin u. Wentzel (1972)). Die Vereinfachung der Gleichungen wird durch die Zerlegung der Plasma-Wechselwirkung in die von einzelnen Wellen erreicht, wobei die 2-Wellen-Wechselwirkung einen linearen Prozess und die Drei-Wellen-Wechselwirkung den nichtlinearen Prozess niedrigster Ordnung darstellen. Sind die Amplituden der Fluktuationen klein genug,

kann man die Wechselwirkungen höherer Ordnung vernachlässigen. Beide Beschreibungen, sowohl MHD als auch die Drei-Wellen-Wechselwirkung, wurden ausgiebig untersucht und durch die Herleitung der Interaktionsraten der Drei-Wellen-Wechselwirkung miteinander verknüpft. Eine detaillierte Ausführung der Unterschiede zwischen schwacher und starker Turbulenz findet sich in Galtier (2009). Eine kurze Einführung in die Theorie der Drei-Wellen-Wechselwirkung der schwachen Turbulenz wird in Kapitel 2.2.3 gegeben.

Im Folgenden liegt der Fokus aber zunächst auf der **voll entwickelten, starken, im Gleichgewicht befindlichen Turbulenz** (siehe Kapitel 2.2.1 und 2.2.2). Unter Gleichgewicht versteht man, dass dem turbulenten System genauso viel Energie auf großen Skalen zugeführt wie gleichzeitig auf kleinen Skalen durch Dissipation abgebaut wird, also einen Zustand, in dem die gesamte Energie in den Turbulenzen zeitlich erhalten bleibt. Das turbulente Spektrum lässt sich in drei Teilbereiche untergliedern (vgl. hierzu Abbildung 2.1): Die größten Skalen des turbulenten Spektrums werden als Treibbereich bezeichnet. Hier wird dem System direkt Energie zugeführt und dadurch Turbulenz angeregt. Diese großskalige Turbulenz zerfällt dann in turbulente Strukturen auf kleineren Skalen. Dieser Zerfall findet im sog. Inertialbereich statt. Bei den turbulenten Strukturen kann es sich z.B. um hydrodynamische Wirbel oder auch Alfvénwellenpakete handeln. Unabhängig vom tatsächlichen Modell gibt es Größen in turbulenten Strömungen (z.B. die zeitliche Entwicklung der Gesamtenergie oder die Momente der Zweipunkte-Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktionen), die sich im Inertialbereich invariant gegenüber Skalentransformationen verhalten, wodurch sich für diese Größen ein Potenzgesetz der Form  $f(x) \propto x^a$  ableiten lässt. Der Exponent  $a$  lässt sich dabei phänomenologisch ermitteln, was in den einzelnen Theorien in unterschiedlicher Form durchgeführt wird. Im dritten Bereich des Spektrums wird die Energie in den turbulenten Strukturen schließlich durch Dissipation wieder abgebaut (siehe Edith Falgarone (2003), Niemeyer (2003) und Frisch (2006)). Als zentrale Theorie turbulenter Strömungen wird in Kapitel 2.2.1 das Spektrum der Kolmogorov-Theorie abgeleitet. Obgleich es sich dabei streng genommen um eine rein hydrodynamische Theorie handelt, spielt sie auch in magneto-hydrodynamischen Systemen eine wichtige Rolle. Tatsächlich findet man insbesondere im Sonnenwind eine Turbulenz, die sich weder durch ein hydrodynamisches noch durch ein magnetohydrodynamisches Modell geeignet beschreiben lässt (siehe 2.2.4). Diese zentrale Turbulenztheorie der Hydrodynamik wurde nicht nur von Kolmogorov, sondern von



**Abbildung 2.1:** Der Graph zeigt das Spektrum der Elektronendichtefluktuationen als Funktion der Wellenzahl. Die Proportionalität betragt hier  $k^{-\frac{11}{3}} d^3k = 4\pi k^2 dk = k^{-\frac{5}{3}} dk$  und entspricht damit der der Kolmogorov-Turbulenz. Das Spektrum wurde von Armstrong (1995) erstellt. Es war damit das erste über weite Skalenbereiche aufgenommene Turbulenzspektrum des interstellaren Mediums.

einigen weiteren bekannten Wissenschaftlern unabhängig von einander entdeckt. Eine kleine Einführung zu diesem Thema findet sich u.a. bei Frisch (2006). In der MHD-Physik gibt es bislang leider nur inkompressible Modelle, d.h. Modelle, die sich nur auf die Existenz von Alfvénwellen stützen und kompressible Moden oder Strukturen gänzlich vernachlässigen (siehe 2.2.2). Die relative Gültigkeit dieser Modelle lässt sich dennoch plausibilisieren, da kompressible Moden sehr viel stärker gedämpft werden (siehe Bruno u. Bavassano (1993), Tu u. Marsch (1995), Barnes (1979)). Da allerdings auch kompressible Strukturen und lokal entstehende kompressible Moden im Sonnenwind beobachtet werden (siehe 2.2.4), muss die generelle Gültigkeit rein inkompressibler Turbulenzmodelle für die Heliosphäre dennoch in Frage gestellt werden. Nach einer kurzen Einführung in die Theorie der Drei-Wellen-Wechselwirkung in Kapitel 2.2.3 wird schließlich in 2.2.4 auf spezielle Eigenschaften der Sonnenwindturbulenz eingegangen.

### 2.2.1 Hydrodynamische Turbulenz: Kolmogorov-Theorie

Im Folgenden wird das Energiespektrum der Kolmogorov-Theorie abgeleitet. Das turbulente Geschwindigkeitsfeld wird als Überlagerung turbulenter Strukturen (Wirbel) betrachtet. Diese Wirbel werden durch die räumliche Skala  $\mathbf{l}$  und dem damit verbundenen Geschwindigkeitsfeldinkrement  $\delta\mathbf{v}_1 = [\mathbf{v}(\mathbf{r} + \mathbf{l}) - \mathbf{v}(\mathbf{r})] \cdot \mathbf{l}/l$  charakterisiert. Aufgrund der zusätzlichen Annahme von statistischer Isotropie hängen die Geschwindigkeitsfeldinkremente nur von  $\mathbf{l}$  ab, wodurch sich die charakteristische Wirbelgeschwindigkeit  $v_l$  mit

$$v_l = \langle \delta v_l^2 \rangle^{1/2} \quad (2.19)$$

definieren lässt. Aus Experimenten wissen wir, dass sich die Strukturfunktionen der Ordnung  $p$  mit

$$S_p^v(l) = \langle \delta v_l^p \rangle \quad (2.20)$$

einem Potenzgesetz in  $l$  mit konstantem  $p$ -abhängigen Exponenten  $\alpha_p$  folgen. Da die Strukturfunktionen direkt mit den Momenten der Zwei-Punkte-Wahrscheinlichkeitsverteilung des betrachteten Turbulenzfeldes zusammenhängen, lassen sich hieraus statistische Größen der Turbulenz ableiten, z.B. ist  $S_2^v(l)$  direkt mit dem eindimensionalen Energiespektrum verknüpft. Die Kolmogorov-Theorie macht für den Grenzfall unendlicher Reynoldszahlen eine Vorhersage für den Wert von  $\alpha_p$ . Die Energiekaskade im Inertialbereich verteilt die Energie der zerfallenden Strukturen dissipationsfrei auf andere Skalen, wobei eine Richardson-Kaskade angenommen wird, bei der nur Wirbel ähnlicher

Größenordnung miteinander wechselwirken. Der Energietransport  $\mathbf{e}$  ist dabei von der Größenordnung  $v_l^2/\tau_l$  mit der charakteristischen Zeit  $\tau_l = l/v_l$  für eine Wirbelumdrehung. In der voll entwickelten, konvergierten Turbulenz ist der Energietransport  $e$  im Inertialbereich genauso groß wie die Energiedissipation  $\epsilon$ . Damit gilt:

$$\begin{aligned}\epsilon &\sim \frac{v_l^2}{\tau_l} = \frac{v_l^3}{l} \\ \rightarrow v_l &\sim (\epsilon l)^{1/3} \\ \rightarrow S_p^v(l) &\sim (\epsilon l)^{p/3}.\end{aligned}\tag{2.21}$$

Für  $p = 2$  erhält man somit für die Strukturfunktion 2. Ordnung:  $S_2^v \sim \epsilon^{2/3} l^{2/3}$ . Ihre Fouriertransformierte skaliert wie das eindimensionale Energiespektrum, das mit

$$E(k) = \frac{1}{2} \int dk_2 \int dk_3 \mathbf{v}(\mathbf{k}) \cdot \mathbf{v}^*(\mathbf{k})\tag{2.22}$$

definiert ist, wobei  $k_i = 2\pi/l_i$  gilt. Für isotrope Turbulenz betrachtet man normalerweise das winkelintegrierte Energiespektrum.

$$E(k) = \int d\Omega E(\mathbf{k})\tag{2.23}$$

mit  $E(\mathbf{k}) = \frac{1}{2} |\mathbf{v}(\mathbf{k})|^2$ . Dem Realraumexponenten  $\alpha_2$  entspricht im Fourierraum ein Skalierungsexponent von  $-(1 + \alpha_2)$ , woraus sich das auch experimentell vielfach bestätigte Kolmogorov-Energiespektrum mit

$$E(k) = C_K = \epsilon^{2/3} \cdot k^{-5/3}\tag{2.24}$$

mit der Kolmogorovkonstanten  $C_K \approx 1.6$  ergibt (siehe Kolmogorov (1941), Edith Falgarone (2003), Frisch (2006)).

## 2.2.2 Inkompressible Turbulenzmodelle der MHD von Iroshnikov und Kraichnan sowie von Goldreich und Sridhar

### Iroshnikov-Kraichnan-Theorie

Analog zu Kapitel 2.2.1 wird im Folgenden das Energiespektrum der IK-Theorie abgeleitet. Die IK-Theorie (Iroshnikov (1963)) stellt eine direkte Übertragung der Kolmogorov-Ergebnisse auf die MHD-Theorie dar. Dabei wird die Interaktion von Alfvénwellenpaketen,



die sich entlang des lokalen Magnetfeldes  $B_0$  ausbreiten, betrachtet. Die spektrale Energieumverteilung findet während des Streuprozesses der kollidierenden Alfvénwellenpakete statt. Im Folgenden bezeichnet  $z^\pm$  Alfvénwellepakete, die sich entlang der Richtung des Hintergrundmagnetfeldes mit entgegengesetzten Richtungen ausbreiten. Bei  $z^\pm$  handelt es sich um die Elsässer-Variablen, die für eine kompakte Schreibweise der inkompressiblen MHD oft Verwendung finden (Details siehe: Edith Falgarone (2003)). Die Größe  $z_l$  wird in der MHD in analoger Weise wie  $v_l$  im hydrodynamischen Fall verwendet. Man nimmt an, dass die Störungen  $\delta v$  und  $\delta B$  klein sind im Vergleich zu  $B_0$ . Für Alfvénwellen lässt sich damit nähern, dass  $\delta v$  und  $\delta B$  von der gleichen Größenordnung sind. Für zwei interagierende Alfvénwellenpakete der Größe  $l$  ist die Interaktionszeit, während der es zum Energieaustausch kommt, durch  $\tau_A = l/B_0$  mit  $\mathbf{v}_a = \mathbf{B}_0/(4\pi\rho_0)^{1/2}$  gegeben. Da  $B_0 \gg B_l$  ist diese Zeit deutlich kürzer als die entsprechende Kolmogorov-Zeitskala  $\tau_l = l/z_l$ . Deshalb verlängert sich die Zeitspanne  $\tau_*$ , in der Energiefluss  $z_l^2/\tau_*$  übertragen wird, um den Faktor  $\tau_l/\tau_A$  im Vergleich zum Kolmogorov-Fall. Mit den gerade erklärten Transformationen

$$\begin{aligned} v_l &\rightarrow z_l \\ \tau_l &\rightarrow \frac{\tau_l}{\tau_A} \tau_l \end{aligned} \quad (2.25)$$

lässt sich für das Skalenverhalten der Elsässer-Variablen und der Strukturfunktionen

$$\begin{aligned} \epsilon &\sim \frac{z_l^2}{\tau_l^2} \tau_A = \frac{z_l^2 \cdot z_l^2 l}{l^2 B_0} \rightarrow z_l \sim (\epsilon B_0 l)^{1/4} \\ S_p^z(l) &\sim (\epsilon B_0 l)^{p/4} \end{aligned} \quad (2.26)$$

ableiten. Mit dem analogen Vorgehen wie in Kapitel 2.2.1 erhält man für das Energiespektrum

$$E(k) = C_{IK} (\epsilon B_0)^{1/2} k^{-3/2}. \quad (2.27)$$

### Goldreich-Sridhar-Theorie

Bei den oben beschriebenen Theorien von Kolmogorov und IK werden die turbulenten Strukturen durch eine einzige Längenskala  $l$  charakterisiert. Für die Turbulenztheorie der MHD von IK ergibt sich aus dieser Isotropieannahme ein offensichtlicher Widerspruch, da die Bedingung der Isotropie durch ein Magnetfeld gebrochen wird. Goldreich und Sridhar erweitern die Turbulenztheorie der MHD von IK, indem sie die Anisotropie aufgrund des

## 2 Theorie

Magnetfeldes berücksichtigen und ein anisotropes Spektrum ableiten, was hier ebenfalls kurz durchgeführt wird. Im Folgenden bezeichnet  $\lambda$  die Ausdehnung in Richtung von  $B_0$  sowie  $\tau_\lambda$  die Interaktionszeit der Wechselwirkung in Magnetfeldrichtung, wohingegen  $l^*$  die Ausdehnung senkrecht zum Magnetfeld mit der Interaktionszeit  $\tau_{l^*}$  bezeichnet. Für die Interaktionszeiten gilt dabei:

$$\tau_\lambda \sim \lambda/B_0 \ll \tau_{l^*} \sim l^*/z_l^*, \quad (2.28)$$

wodurch der Energiefluss parallel zum Hintergrundmagnetfeld gehemmt wird. Das Goldreich-Sridhar-Modell (GS) besteht aus drei Teilen. Der erste Teil, GS1 (Sridhar u. Goldreich (1994)), ist ein Formalismus für schwache Turbulenz (Vier-Wellen-Wechselwirkung), der um einige Annahmen erweitert wurde. Da dieser Teil der GS-Theorie bis heute kontrovers diskutiert wird, wird hier auf weitere Details verzichtet. Der zweite Teil der Theorie, GS2 (Goldreich u. Sridhar (1995)), der sich mit intermediärer Turbulenz beschäftigt, macht sich die in Formel 2.28 definierten, unterschiedlichen Interaktionszeiten mit dem resultierenden unterdrückten Energiefluss parallel zum Hintergrundmagnetfeld zu Nutze, um ein rein senkrechtetes Spektrum abzuleiten. Wie beim Übergang der Kolmogorov-Theorie zur IK-Theorie werden hierzu (vgl. Gleichung 2.25) die charakteristischen Geschwindigkeiten und Zeitskalen transformiert. Es gilt

$$\begin{aligned} \tau_l &\rightarrow \frac{\tau_l^*}{\tau_\lambda} \tau_{l^*} \\ \epsilon \sim \frac{z_l^2}{\tau_l} &\rightarrow \epsilon \sim \frac{z_l^{*2}}{\tau_l^*} = \frac{z_l^{*2} \tau_\lambda}{\tau_l^{*2}} = \frac{z_l^{*4} \lambda}{B_0 l^{*2}} \rightarrow z_l^* = (\epsilon B_0 / \lambda)^{1/4} l^{*1/2} \end{aligned} \quad (2.29)$$

mit  $z_l^{*2} \sim k_l^* E(k_l^*)$  und  $k_l^* \sim l^{*-1}$  sowie  $k_\lambda \sim \lambda^{-1}$ , womit für das senkrechte Energiespektrum

$$E(k_l^*) \sim (\epsilon B_0 k_\lambda)^{1/2} k_l^{*-2} \quad (2.30)$$

folgt. Da die parallele Kaskade unterdrückt wird, ist  $k_\lambda$  bei Variation von  $k_l^*$  bis auf eine Größenordnung konstant. Beim dritten Teil der Theorie, GS3 (Goldreich u. Sridhar (1997)), handelt es sich um ein Modell für starke Turbulenz. Bei den Theorien von IK und GS2 wurde angenommen, dass die Störungen durch die Interaktionen der turbulenten Strukturen klein sind im Vergleich zu den Amplituden der turbulenten Strukturen selbst. Auf kleinen Skalen werden nichtlineare Effekte der Wechselwirkung turbulenter Strukturen allerdings verstärkt, was GS2 für diesen Bereich unbrauchbar macht. GS3

lässt sich aus GS2 ableiten, wenn man annimmt, dass die charakteristischen Zeitskalen paralleler und senkrechter Interaktionen von der gleichen Größenordnung sind. Goldreich und Sridhar bezeichnen diese Annahme als “kritische Balance”. Für die Transformationsgleichungen (siehe Gleichung 2.30) bedeutet das:

$$\begin{aligned}\tau_l &\rightarrow \tau_l^* \sim l^*/z_l^* \sim \lambda/B_0 \\ z_l &\rightarrow z_l^* \sim (\epsilon l^*)^{1/3}.\end{aligned}\tag{2.31}$$

Für die Strukturfunktionen gilt damit:

$$S_p^z(l^*) \sim (\epsilon l^*)^{p/3}.\tag{2.32}$$

Daraus ergeben sich ein Kolmogorov-artiges, senkrechtes Spektrum

$$E(k_l^*) \sim \epsilon^{2/3} k_l^{*-5/3}\tag{2.33}$$

sowie eine Energiekaskade parallel zu  $B_0$  mit

$$E(k_\lambda) \sim (\epsilon^3 B_0^{-5})^{1/2} k_\lambda^{-5/2}.\tag{2.34}$$

Mit der Annahme der kritischen Balance findet man zusammen mit Gleichung 2.31 einen Zusammenhang zwischen paralleler und senkrechter Ausdehnung der turbulenten Strukturen

$$\lambda \sim \epsilon^{-1/3} B_0 l^{2/3}.\tag{2.35}$$

Mit kleiner werdenden Skalen werden diese Strukturen immer weiter entlang des Hintergrundmagnetfeldes ausgedehnt.

### 2.2.3 Schwache Turbulenz und Drei-Wellen-Wechselwirkung

Wie bereits in der Einführung zu Kapitel 2.2 erklärt, kann im Fall der schwachen Turbulenz (d.h. falls die Amplituden der Magnetfeldstörungen klein genug sind) die Plasma-Wechselwirkung in die von einzelnen Wellen zerlegt werden, wobei alle höheren Ordnungen als die der Drei-Wellen-Wechselwirkung als vernachlässigbar klein angenommen werden. Der Prozess der Drei-Wellen-Wechselwirkung lässt sich sehr einfach zusammenfassen: Zwei Wellen des Types B und C können eine Welle vom Typ A bilden und umgekehrt kann eine Welle vom Typ A in zwei Wellen vom Typ B und C zerfallen.

$$A \leftrightarrow B + C\tag{2.36}$$

Für diese Reaktion gilt dabei Energie- und Impulserhaltung:

$$\begin{aligned}\omega_A &= \omega_B + \omega_C \\ \mathbf{k}_A &= \mathbf{k}_B + \mathbf{k}_C\end{aligned}\tag{2.37}$$

Die Drei-Wellen-Wechselwirkung lässt sich aus den Fluidgleichungen ableiten. Es handelt sich dabei allerdings um einen semi-klassischen Ansatz, denn die  $\omega$ s und  $\mathbf{k}$ s aus den Gleichungen 2.37 können auch als die Energien und Impulse von drei Quanten interpretiert werden. Hieraus ergibt sich, dass bei dieser Wechselwirkung Energie und Impuls innerhalb dieses elementaren Prozesses erhalten bleiben, bei dem ein Quant in zwei andere zerfällt oder zwei Quanten zusammen ein drittes Quant bilden. Dementsprechend bleibt die gesamte Energie in Form von Wellen erhalten.

Der Energietransfer bei dieser Wechselwirkung entspricht also einem Austausch von Energiequanten, der wiederum durch Differentialgleichungen der Besetzungszahlen  $N$  der verschiedenen energetischen Zustände beschrieben werden kann (siehe hierzu Chin u. Wentzel (1972) bzw. Kapitel 4.1).

Die schwache Turbulenz spielt insbesondere für die Prozesse der inneren Heliosphäre und in der Nähe der Korona eine wichtige Rolle, da hier im Vergleich zum Hintergrundmagnetfeld die Fluktuationen klein sind (vgl. Tu u. Marsch (1996) und Rappazzo (2010)). Dementsprechend wird in Kapitel 4.1 die Drei-Wellen-Wechselwirkung als wichtiger Prozess in Plasmen bei der anfänglichen Anregung von Turbulenz nachgewiesen. Hierfür muss auch ein Fingerabdruck für die Drei-Wellen-Wechselwirkung erarbeitet werden, der es ermöglichen soll, diese in der MHD-Simulation zu identifizieren. Hieraus ergibt sich für den Leser sicherlich noch ein etwas detaillierteres Bild zur Theorie der Drei-Wellen-Wechselwirkung.

### 2.2.4 Turbulenz in der Heliosphäre

In den vorherigen Kapiteln wurden die theoretischen Grundlagen einiger wichtiger moderner Turbulenztheorien gelegt. Da unsere Untersuchungen sich in erster Linie auf das turbulente Hintergrundmedium der Heliosphäre beziehen, sollen nun seine wichtigsten Eigenschaften auf der Basis unseres heutigen Kenntnisstands abgehandelt werden. Nach einer kurzen Übersicht folgt in den anschließenden Unterkapiteln eine detaillierte Einführung in die verschiedenen Themengebiete der heliosphärischen Turbulenz.

Die Heliosphäre wird vom Sonnenwind dominiert, einem turbulenten, inhomogenen, su-

personischen und superalfvénischen Plasmafluss, der sich von der Sonne aus in die Heliosphäre ausbreitet. Die Mechanismen zur Turbulenzerzeugung sind dabei nur zum Teil verstanden. Die Energiekaskade erweist sich als beliebig kompliziert, was unter anderem durch Effekte der Windexpansion sowie das großskalige, inhomogene Magnetfeld der Heliosphäre (Parkerspirale) ausgelöst wird. Es kann also nicht beliebig passgenau mit den in Kapitel 2.2.2 und Kapitel 2.2.1 erläuterten Turbulenzmodellen beschrieben werden (siehe unten). Man unterscheidet zwischen schnellem und langsamem Sonnenwind, die an unterschiedlichen Regionen der Sonne produziert werden, unterschiedliche Eigenschaften aufweisen und vermutlich auf unterschiedlichen Erzeugungsmechanismen beruhen. Der Sonnenwind ist leicht kompressibel, abhängig vom Frequenzbereich und Windtypus; insbesondere Interaktionen zwischen schnellem und langsamem Wind bei der Expansion tragen zur Erhöhung der Kompressibilität des Mediums bei (Bruno u. Carbone (2005)).

Der Sonnenwind ist für uns das am leichtesten erreichbare Labor sowohl für die Untersuchung von Turbulenz astronomischer Plasmen als auch für den Transport hochenergetischer Teilchen. Unsere Kenntnisse über die Heliosphäre und den Sonnenwind beziehen sich in erster Linie auf Raumsondenmessungen. Dabei konnten bislang nur Punktmessungen durchgeführt werden, beziehungsweise Messungen des selben Plasmaflusses bei unterschiedlichen heliosphärischen Abständen durch Helios2 (siehe Bruno u. Carbone (2005)). Hierdurch ist bislang eine genauere Kenntnis über die Anisotropie nur bedingt zugänglich (siehe unten). Eine sehr detaillierte Ausführung verschiedener Messungen ist in Tu u. Marsch (1995) zu finden. Grob zusammengefasst wurden in den 1970er und 1980er Jahren nur Beobachtungen innerhalb der Äquatorialebene der Sonne durchgeführt. Seit dem Ulysses-Raumsondenexperiment von 1990 sind auch Untersuchungen der Polarregion möglich, wodurch uns ein dreidimensionales Bild der Heliosphäre eröffnet wurde. Ein Überblick über das Ulysses-Experiment findet sich in Horbury u. Tsurutani (2001).

### **Schneller und langsamer Sonnenwind**

Der Sonnenwind lässt sich in zwei Typen unterscheiden:

- **Schneller Sonnenwind:** Er entsteht an den solaren Polen in offenen Magnetfeldregionen, die durch koronale Löcher identifiziert werden. Während des solaren Maximums findet man ihn ausschließlich an den Polen, während des Minimums dehnt er

sich bis zur Äquatorebene aus (siehe Forsyth et al. (1997), Forsyth u. Breen (2002), Balogh et al. (1999)). Hier kann es dann zu abwechselnden Überlagerungen von schnellem und langsamem Wind kommen mit starken kompressiblen Merkmalen, wodurch sich Protonendichte, Temperatur und Magnetfeld vergrößern. Durch die SOHO/SUMER Messungen konnten Ausflussgeschwindigkeiten bis 10 km/s identifiziert werden (siehe Hassler et al. (1999)). Im Vergleich zum langsamen Sonnenwind ist der schnelle Sonnenwind weniger dicht, aber heißer, die Anzahldichte der Protonen und die Magnetfeldstärke unterliegen weniger Fluktuationen. Die Turbulenz im schnellen Sonnenwind ist hochgradig alfvénwellendominiert (siehe Belcher u. Davis (1971), Belcher u. Solodyna (1975)). Die Korrelationen bauen sich sehr viel schneller ab als beim langsamen Sonnenwind. Hier gibt es vermutlich einen sehr effizienten Dekorrelationsmechanismus von Alfvénwellen (siehe Matthaeus et al. (1990)). Dabei handelt es sich vermutlich hauptsächlich um Slab-Korrelationen.

- **Langsamer Sonnenwind:** Er entsteht in der Äquatorialzone der Sonne und strömt aus koronalen Strukturen (Helmets). In diesen Regionen werden außerdem ab und zu durch abrupte Phänomene ebenfalls Sonnenwindteilchen emittiert. Langsamer Sonnenwind ist kompressibler als der schnelle Sonnenwind. Die Korrelationslänge ist deutlich größer als beim schnellen Wind. Es handelt sich vermutlich vorwiegend um 2D Korrelationen (siehe Bruno u. Carbone (2005)).

### **Kompressibilität, radiale Turbulenzentwicklung und Spektrum**

Die Heliosphäre ist leicht kompressibel, deshalb können grundsätzlich auch kompressible Moden angeregt werden. Allerdings werden sowohl schnelle als auch langsame magnetosonische Wellen schnell weggedämpft (siehe Bruno u. Carbone (2005), Tu u. Marsch (1995), Barnes (1979)). Das Maß der Inkompressibilität ist abhängig von der Art des Windes und von der Größenskala. Insbesondere im mittleren Frequenzbereich ist die Heliosphäre am wenigsten kompressibel. Hier finden wir eine von Alfvénwellen dominierte Turbulenz. Für größer werdende heliosphärische Abstände nimmt die Kompressibilität allerdings vermutlich zu (siehe Bruno u. Bavassano (1991), Bruno u. Bavassano (1993), Klein et al. (1993)), was mit der radialen Entwicklung der Turbulenz zu tun hat. Für die Ausbreitung der Fluktuationen von schnellem Sonnenwind konnte aus den von der Ulysses-Raumsonde aufgenommenen Daten gezeigt werden, dass diese sich bis zu einem heliosphärischen Abstand von mindestens 4 Astronomischen Einheiten kontinuier-

lich weiterentwickeln (siehe Horbury et al. (1995) und Forsyth et al. (1996)). Die radiale Turbulenzentwicklung konnte auch vom Helios2-Experiment untersucht werden. Hiermit konnte der Plasmafluss aus der selben Quelle bei zwei unterschiedlichen Abständen auch für den langsamen Sonnenwind gemessen werden (siehe Bruno u. Carbone (2005)). Auch wenn die genauen Mechanismen der Turbulenzentwicklung im schnellen und langsamen Sonnenwind nicht bekannt sind, so wird aus den Daten deutlich, dass sich die Turbulenz während der radialen Ausdehnung weiterentwickelt und dass die turbulenten Moden vermutlich nicht nur in der Korona, sondern auch im Sonnenwind selbst erzeugt werden. Man findet im Turbulenzspektrum zwei verschiedene Steigungen mit Knie (Bruch im spektralen Verlauf), das während der Windexpansion zu immer niedrigeren Frequenzen wandert, sodass ein immer größerer Teil des Spektrums Teil des Inertialbereichs wird. Der spektrale Verlauf der Turbulenz im Sonnenwind kann grob in drei Teilbereiche untergliedert werden: Bis zu einer Frequenz von  $10^{-4}$  Hz verhält sich das Spektrum proportional zu  $f^{-1}$ , im mittleren Frequenzbereich, d.h. von  $10^{-4}$  Hz bis  $10^{-1}$  Hz finden wir meist einen spektralen Verlauf, der in etwa  $f^{-1.6}$  entspricht, im hochfrequenten Bereich verhält sich das Spektrum proportional zu  $f^{-2}$ . Es kann also nicht eindeutig geklärt werden, ob hier ein Kolmogorov-Spektrum oder ein IK-Spektrum, also ob ein  $5/3$ - oder  $3/2$ -Potenzgesetz vorliegt, da der Wert von ca. 1.6 ziemlich genau in der Mitte liegt. Grundsätzlich muss man allerdings davon ausgehen, dass insbesondere im niederfrequenten Bereich die Beschreibung durch die MHD besonders geeignet ist, da mit der Parkerspirale ein starkes Magnetfeld die Dynamik dominiert und eine Vorzugsrichtung definiert, die anisotrope Spektren erst ermöglicht (siehe Kraichnan (1965), Biskamp (1993), Tu u. Marsch (1995), Biskamp (2003)). Oberhalb der Ionen-Zyklotron-Frequenz muss natürlich auf eine kinetische Beschreibung zurückgegriffen werden.

### Anisotropie

Zur Untersuchung der Anisotropie wurden unterschiedliche Verfahren entwickelt, z. B. wurde von Bieber et al. (1996) angenommen, dass das Spektrum aus einer Überlagerung transversaler Fluktuationen zweier unterschiedlicher Typen zusammengesetzt ist mit:

- Slab Turbulenz: Dabei handelt es sich um Wellen, die sich parallel oder antiparallel zum Hintergrundmagnetfeld ausbreiten (d.h.  $\mathbf{k} \parallel \mathbf{B}_0$ ). Die Fluktuationen des Magnetfeldes  $\delta B$  stehen senkrecht zu  $B_0$ . Die Slab-Turbulenz wird mit parallel bzw. antiparallel laufenden Alfvénwellen assoziiert.

- 2D Turbulenz: Für die Fluktuationen der 2D Turbulenz gilt, dass alle drei Vektoren  $\mathbf{k}$ ,  $\mathbf{B}_0$  und  $\delta\mathbf{B}(\mathbf{k}_\perp)$  senkrecht aufeinander stehen mit  $k_\parallel = 0$ .

Dabei haben Bieber et al. (1996) Tests für die Auswertung von Beobachtungsdaten formuliert, um zwischen der Slab- und der 2D-Komponente zu unterscheiden. Für den Inertialbereich haben sie damit eine Zusammensetzung von 74% 2D- und 26% Slab-turbulenz gefunden. Die Schätzungen des Verhältnisses von Slab und 2D Turbulenz variieren allerdings stark abhängig vom Datensatz, dem Modell und den in den jeweiligen Modellen angenommenen Anfangsparametern. Ein weiterer Test wurde aus der Machzahlskalierung abgeleitet, die mit der “nearly incompressible theory” (siehe Zank u. Matthaeus (1992)) zusammenhängt, woraus sich eine Zusammensetzung von 80% 2D- und 20 % Slab-Anteil für die Sonnenwindturbulenz ergibt. Die Daten für diese Untersuchung stammen allerdings aus Magnetfeldmessungen von Helios, die alle während Eruptionen hochenergetischer Sonnenteilchen aufgenommen wurden. Da sich die gesamten Daten auf Messungen im langsamen Sonnenwind beziehen (siehe hierzu Wanner u. Wibberenz (1993)), muss man außerdem davon ausgehen, dass mit diesen Untersuchungen nicht die gesamte Turbulenz im Sonnenwind abgebildet wird. Tatsächlich wurde von Smith (2003) auf Basis von Ulysses-Daten ein etwa gleich großes Verhältnis von 2D- und Slab-Anteil in der Turbulenz abgeleitet. Da diese Messungen bei höheren Breitengraden durchgeführt wurden, muss man davon ausgehen, dass die Slab-Komponente zur Äquatorialebene hin abnimmt. Mit ihren rein theoretischen Arbeiten haben Tu u. Marsch (1991) und Ghosh et al. (1998) auf Grundlage von kompressiblen Modellen gezeigt, dass die Anisotropie stark von den von ihnen gewählten Anfangsbedingungen abhängt.

### **Zusammensetzung und Erzeugungsmechanismen der Turbulenz**

Die Zusammensetzung der Sonnenwindturbulenz hängt vom betrachteten Frequenzbereich ab. Im hochfrequenten Bereich vermutet man eine Überlagerung von nach außen (d.h. in Richtung größerer Abstände zur Sonne) und nach innen (d.h. in Richtung Sonne) laufenden Alfvénwellen und schallwellenähnlichen Fluktuationen, wobei die meisten Moden nach außen wandern (siehe Bruno u. Carbone (2005)). Im niederfrequenten Bereich finden wir nach außen laufende Alfvénwellen sowie durch Konvektion bei der Sonnenwindausbreitung mitgeführte statische Strukturen (z.B. Magnetic Field Directional Turnings, MFDT, vgl Jokipii (1966)), die die Inhomogenitäten des Hintergrundplasmas ausmachen. Die Turbulenzen im Sonnenwind werden vermutlich zu einem wesentlichen



Teil in der direkten Sonnenumgebung erzeugt. Wichtig sind hierbei Instabilitäten, die insbesondere bei koronalen Massenauswürfen (siehe Lee (2005)), bei SEP-Events (siehe Vainio (2003), Vainio u. Laitinen (2008)) oder in Grenzgebieten zwischen schnellem und langsamem Sonnenwind (Bruno u. Carbone (2005)) entstehen bzw. angeregt werden. Neben den Turbulenzen, die in der Nähe der Korona erzeugt werden, entstehen zusätzliche Turbulenzen während der Sonnenwindexpansion. Insbesondere die nach innen, in Richtung Sonne, laufenden Moden entstehen erst während des Expansionsprozesses. Sie könnten z.B. durch Ausdehnungseffekte entstehen. Dabei wurde von Velli et al. (1990) ein Modell erstellt, in dem die nach außen laufenden Moden durch Expansionseffekte an Inhomogenitäten zurückgestreut werden, wodurch nach innen laufende Moden entstehen. Ein alternativer Erzeugungsmechanismus, der parametrische Zerfall, wurde von Tu et al. (1989) vorgeschlagen: Dabei zerfallen großskalige Alfvénmoden in zwei sekundäre Alfvénwellen mit entgegengesetzter Ausbreitungsrichtung und eine schallwellenartige Mode, die sich in Richtung der Pump-Welle bewegt. Der größte Teil der Energie der ursprünglichen Welle wird dabei auf die Schallwelle und die zurücklaufende Welle übertragen (siehe auch Zanna (2001)). Auch bei der Erzeugung der polaren Alfvénwellenturbulenz kann dieser Prozess eine Rolle spielen. Diese entwickelt sich zwar grundsätzlich ähnlich wie in der Ekliptik, aber sehr viel langsamer. Da es hier weder ausgeprägte Scherungen der Geschwindigkeitsfelder noch kompressible Phänomene gibt, müssen die Turbulenzen andere Ursachen haben. Numerische Simulationen (siehe Bavassano et al. (2000), Malara et al. (2000), Malara et al. (2001), Malara et al. (2002) und Primavera et al. (2003)) haben gezeigt, dass der parametrische Zerfall als möglicher Mechanismus für die lokale Turbulenzerzeugung im polaren Sonnenwind angesehen werden kann. Allerdings sprechen die Turbulenzcharakteristiken für hohe  $\beta$  ( $\beta = 2$ ) von schnellem Sonnenwind aus der Polarregion beim solaren Minimum, wie sie von Ulysses beobachtet wurden, gegen eine relevante Rolle der parametrischen Instabilität bei der Entstehung von Sonnenwind-Turbulenz.

## 2.3 Transport der kosmischen Strahlung in turbulenten Plasmen

Hochenergetische, geladene Teilchen, wie sie zum Beispiel von der Sonne emittiert werden (solar energetic particles, SEPs) oder solche aus innergalaktischen und extragalaktischen

Quellen (cosmic rays, CRs), werden bei ihrem Transport an den turbulenten Magnetfeldern der Heliosphäre bzw. des interstellaren Mediums (ISM) gestreut. Hierdurch gehen wichtige Informationen über ihren Ursprung und ihre ursprüngliche Geschwindigkeit verloren, was unsere Kenntnis über ihre Quellen und deren Beschleunigungsmechanismen limitiert. Ein besseres Verständnis des Transports stellt somit eine wichtige Voraussetzung für die zukünftige Astrophysik dar. Seit Einführung der quasilinearen Theorie (QLT) durch Jokipii (1966) wird der Transport hochenergetischer, geladener Teilchen in turbulenten Plasmen durch die Fokker-Planck-Gleichung und ihre Koeffizienten beschrieben. Diese Gleichung existiert allerdings nicht nur im Rahmen der Transporttheorie hochenergetischer Teilchen. Vielmehr folgt sie aus grundsätzlichen Annahmen über stochastische Prozesse, wobei ein stochastischer Prozess die mathematische Beschreibung von zeitlich geordneten, zufälligen Vorgängen ist. Sie beschreibt dabei in ihrer allgemeinsten Form die zeitliche Änderung der Wahrscheinlichkeitsdichte für eine stochastische Variable  $X$ , den Wert  $x$  (in unserem Fall Ort  $\mathbf{x}(\mathbf{t})$  und Geschwindigkeit  $\mathbf{v}(\mathbf{t})$  eines kosmischen Strahlungsteilchens) zur Zeit  $t$  zu finden unter der Voraussetzung, dass ein Markow-Prozess (Definition siehe 2.3.1) vorliegt. Die gesamte Physik des Streuprozesses steckt dabei in den Fokker-Planck-Koeffizienten. Mit ihrer Bestimmung ist der Transport der kosmischen Strahlung vollständig beschrieben. Darüber hinaus ermöglicht die Bestimmung der Koeffizienten die wichtige Verknüpfung zwischen analytischen Theorien und numerischen Simulationen mit experimentellen Messungen. Ein wichtiger Teil dieser Arbeit ist deshalb die numerische Bestimmung von Fokker-Planck-Koeffizienten sowie der daraus resultierenden parallelen mittleren freien Weglänge als indirekte Messgröße. Im folgenden Kapitel 2.3.1 wird die Fokker-Planck-Gleichung unter der Annahme, dass es sich bei Streuprozessen um zeitlich geordnete, zufällige Vorgänge handelt, hergeleitet und anschließend auf den Fall des Transports hochenergetischer Teilchen in turbulenten Plasmen adaptiert. Des Weiteren wird die verwendete Formulierung der Fokker-Planck-Koeffizienten angegeben. In Kapitel 2.3.2 wird der Zusammenhang dieser Koeffizienten mit der parallelen mittleren freien Weglänge aufgezeigt und erklärt, wie diese aus den Messdaten gewonnen werden kann. Darüber hinaus werden die Diskrepanzen zwischen den Vorhersagen der QLT und den aus den Messergebnissen gewonnenen parallelen mittleren freien Weglängen aufgezeigt. In Kapitel 2.3.3 werden die theoretischen Weiterentwicklungen seit Einführung der QLT anhand einiger Beispiele aufgezeigt. Darüber hinaus wird in diesem Kapitel auch auf einige dieser Arbeit vorausgegangene numerische Untersuchungen eingegangen. Kapitel 2.3.4 beschäftigt sich schließlich mit den

hochenergetischen Teilchen in der Heliosphäre. Hier wird eine Klassifizierung der verschiedenen Beschleunigungsmechanismen und die Wahl eines geeigneten Teilchenevents für die Simulation durchgeführt.

### 2.3.1 Herleitung der Fokker-Planck-Gleichung

Bei Streuprozessen hängt die Wahrscheinlichkeitsdichte  $p_1(x_1, t_1; x_0, t_0)$ , den Wert  $x_1$  für eine stochastische Variable  $X$  zur Zeit  $t_1$  zu finden, vom Wert  $x_0$  zur früheren Zeit  $t_0$  ab. Allgemeiner hängt die Wahrscheinlichkeitsdichte  $p_n$ , nach  $n$  Streuprozessen den Wert  $x_n$  zu finden, von allen vorherigen Werten der stochastischen Variablen  $X$  ab. Es gilt also

$$p_n(x_n, t_n; x_{n-1}, t_{n-1}; \dots; x_0, t_0). \quad (2.38)$$

Es ergibt sich hieraus also eine ganze Hierarchie von Wahrscheinlichkeitsdichten, denn  $p_n(x_n, t_n)$  ist grundsätzlich von allen Wahrscheinlichkeitsdichten aller vorherigen Streuprozesse abhängig. Da die Bestimmung aller  $p_n$  nicht möglich ist, beschränkt man sich hier auf eine Näherung.

Zur Beschreibung stochastischer Prozesse muss man zwischen untereinander korrelierten (abhängigen) und nicht korrelierten (unabhängigen) Ereignissen unterscheiden. Für unkorrelierte Prozesse setzt sich die Gesamtwahrscheinlichkeitsdichte aus dem Produkt der einzelnen Wahrscheinlichkeiten zusammen:

$$p_n(x_n, t_n; \dots; x_0, t_0) = \prod_{i=0}^n p(x_i, t_i) \quad (2.39)$$

Bei Diffusionsprozessen kann man davon ausgehen, dass die Orte korreliert sind, wenn die betrachteten Zeitpunkte nahe genug bei einander liegen. Daraus ergibt sich die Definition der bedingten Wahrscheinlichkeit

$$p_n(x_n, t_n \mid x_{n-1}, t_{n-1}; \dots; x_0, t_0). \quad (2.40)$$

Sie gibt die Wahrscheinlichkeitsdichte an, zur Zeit  $t_n$  den Wert  $x_n$  zu finden, falls zur Zeit  $t_{n-1}$  der Wert  $x_{n-1}$ , zur Zeit  $t_{n-2}$  der Wert  $x_{n-2}$ , usw. und zur Zeit  $t_0$  der Wert  $x_0$  gefunden wurde. Sie wird auch als Übergangswahrscheinlichkeit bezeichnet. Damit ergibt sich für die Gesamtwahrscheinlichkeitsdichte korrelierter Prozesse statt Gleichung 2.39

$$p_n(x_n, t_n; \dots; x_0, t_0) = p_n(x_n, t_n \mid x_{n-1}, t_{n-1}; \dots; x_0, t_0) \cdot p_{n-1}(x_{n-1}, t_{n-1}; \dots; x_0, t_0). \quad (2.41)$$

## 2 Theorie

Eine gute Näherung für Diffusionsprozesse stellt die Beschreibung durch einen Markow-Prozess dar. Dieser ist dadurch definiert, dass die bedingte Wahrscheinlichkeit, den Wert  $x_n$  zur Zeit  $t_n$  zu finden, nur vom Wert  $x_{n-1}$  zur Zeit  $t_{n-1}$  abhängt. Damit gilt:

$$p_n(x_n, t_n \mid \dots; x_0, t_0) = \prod_{i=1}^n p(x_i, t_i \mid x_{i-1}, t_{i-1}) \cdot p(x_0, t_0) \quad (2.42)$$

Für  $n = 2$  folgt daraus:

$$p_2(x_2, t_2; x_1, t_1; x_0, t_0) = p(x_2, t_2 \mid x_1, t_1) \cdot p(x_1, t_1 \mid x_0, t_0) \cdot p(x_0, t_0) \quad (2.43)$$

Integration über  $x_1$  ergibt mit  $p_2(x_2, t_2; x_0, t_0) = p(x_2, t_2; x_0, t_0) \cdot p_0(x_0, t_0)$ :

$$p(x_2, t_2 \mid x_0, t_0) \cdot p_0(x_0, t_0) = \int dx_1 p(x_2, t_2 \mid x_1, t_1) \cdot p(x_1, t_1 \mid x_0, t_0) \cdot p(x_0, t_0) \quad (2.44)$$

bzw.

$$p(x_2, t_2 \mid x_0, t_0) = \int dx_1 p(x_2, t_2 \mid x_1, t_1) \cdot p(x_1, t_1 \mid x_0, t_0) \quad (2.45)$$

Bei dieser Gleichung handelt es sich um die Chapman-Kolmogorov-Gleichung. Aus dieser Integralgleichung für die Übergangswahrscheinlichkeiten eines Markow-Prozesses kann eine Differentialgleichung (die Fokker-Planck-Gleichung) abgeleitet werden (siehe hierzu Schlickeiser (2009) und Chandrasekhar (1943)). Für die Fokker-Planck-Gleichung für die Wahrscheinlichkeitsverteilung  $p(x, t)$  folgt somit:

$$\frac{\partial p(x, t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}(a_1(x, t)p(x, t)) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2}(a_2(x, t)p(x, t)) \quad (2.46)$$

Für den Fall einer multidimensionalen Zufallsvariablen  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , wie bei der Streuung im  $\mathbf{v}$ - $\mathbf{x}$ -Phasenraum, ergibt sich für die allgemeine Fokker-Planck-Gleichung

$$\frac{\partial p(x, t)}{\partial t} = -\sum_{i=1}^N \frac{\partial}{\partial x_i}(A_i(x, t)p(x, t)) + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^N \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j}(D_{ij}(x, t)p(x, t)) \quad (2.47)$$

mit dem Koeffizienten-Driftvektor

$$A_i(x, t) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \left( \frac{\langle \Delta x_i \rangle}{\tau} \right) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\tau} \int dy (y_i - x_i) p(y, t + \tau \mid x, t) \quad (2.48)$$

und dem Diffusionstensor

$$D_{ij}(x, t) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \left( \frac{\langle \Delta x_i \Delta x_j \rangle}{\tau} \right) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\tau} \int dy (y_i - x_i)(y_j - x_j) p(y, t + \tau \mid x, t). \quad (2.49)$$

Die Fokker-Planck-Gleichung ist also eine Differentialgleichung, die die zeitliche Entwicklung der Wahrscheinlichkeitsdichte eines Markow-Prozesses beschreibt. Für die Beschreibung des Transports der kosmischen Strahlung wird diese Gleichung an die Streuprozesse von hochenergetischen Teilchen in turbulenten Magnetfeldern angepasst. Die zeitliche Änderung von Ort und Impuls der relativistischen Teilchen wird durch die turbulenten elektromagnetischen Felder in Form der Lorentzkraft bestimmt:

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{p}}{dt} &= q \left( \mathbf{E}_T(\mathbf{x}, t) + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B}_T(\mathbf{x}, t) \right) \\ \frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{v} = \frac{\mathbf{p}}{m\gamma}\end{aligned}\tag{2.50}$$

Die turbulenten magnetischen und elektrischen Felder  $E_T$  und  $B_T$  setzen sich aus einem homogenen Anteil  $B_0$  und  $E_0$  und einem turbulenten Anteil  $\delta B$  und  $\delta E$  zusammen. Wegen der hohen Leitfähigkeit astronomischer Plasmen kann  $E_0$  allerdings vernachlässigt werden. Da die Gyration im zeitlichen Mittel keinen Einfluss auf den Transport hat, wird nicht die tatsächliche Bewegung des Teilchens, sondern die Bewegung des Führungszentrums  $(X, Y, Z)$  untersucht. Dabei handelt es sich um die Projektion der Ortskoordinaten des Teilchens auf die Magnetfeldlinie. Im Impulsraum geht man zu einem sphärischen Koordinatensystem über  $(p, \mu, \Phi)$ , wobei  $\mu$  definiert ist durch

$$\mu = \cos \theta,\tag{2.51}$$

und als ‘Pitchwinkel’ bezeichnet wird. Daraus ergibt sich für das neue Koordinatensystem:

$$\begin{aligned}X &= x + \frac{c}{qB_0} p_y \\ Y &= y - \frac{c}{qB_0} p_x \\ Z &= z \\ p &= \sqrt{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2} \\ \mu &= \frac{p_z}{\sqrt{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}} \\ \Phi &= \arctan \frac{p_y}{p_x}\end{aligned}\tag{2.52}$$

Die zeitlichen Ableitungen dieser neuen Koordinaten werden als ‘generalisierte Kräfte’  $g_{x_\sigma}$  bezeichnet. Statt der Wahrscheinlichkeitsdichte  $p(X, Y, Z, p, \mu, \Phi, t)$  wird über mehrere Realisierungen der Verteilungsfunktion  $f(X, Y, Z, p, \mu, \Phi, t)$  gemittelt, wodurch die

Fokker-Planck-Gleichung nicht mehr die zeitliche Änderung der Wahrscheinlichkeitsdichte, sondern die zeitliche Änderung der über viele Realisierungen der turbulenten Felder  $B_T$  und  $E_T$  gemittelten Verteilungsfunktion  $F(X, Y, Z, p, \mu, \Phi, t)$  mit

$$F(X, Y, Z, p, \mu, \Phi, t) = \langle f(X, Y, Z, p, \mu, \Phi, t) \rangle \quad (2.53)$$

angibt. Darüber hinaus wird berücksichtigt, dass eine Verteilungsfunktion sich auch durch den Zu- und Abfluss von Teilchen verändern kann. Dementsprechend wird die Fokker-Planck-Gleichung durch die Quellfunktion  $S_a(X, t)$  ergänzt. Um die endgültige Form der Fokker-Planck-Gleichung zu finden, werden außerdem einige vereinfachende Annahmen gemacht: Die Fluktuation  $\delta B$  und  $\delta E$  werden als homogen angenommen, die einzelnen Verteilungsfunktionen  $f$  sollen nur wenig von der gemittelten Verteilungsfunktion  $F$  abweichen. Der Gyrationradius soll sehr viel kleiner sein als die charakteristische Länge des Systems. Integrationen werden außerdem entlang der ungestörten Teilchenbahn, also der Teilchenbahn im homogenen Magnetfeld, durchgeführt. Diese Näherung ist Grundlage der Quasilinearen Theorie (QLT). (Details zu den Näherungen siehe Schlickeiser (2002).) Damit ergibt sich für die Fokker-Planck-Gleichung im Rahmen der QLT die folgende Form

$$\frac{\partial F}{\partial t} + v\mu \frac{\partial F}{\partial Z} - \Omega \frac{\partial F}{\partial \phi} = S_a + \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial X_\sigma} (p^2 D_{X_\sigma X_\nu} \frac{\partial F}{\partial X_\nu}) \quad (2.54)$$

mit den Fokker-Planck-Koeffizienten

$$D_{X_\sigma X_\nu}(X, t) = \Re \int_0^\infty d\xi \langle g(x_\sigma(t)) g_\nu^*(t + \xi) \rangle \quad \text{bzw} \quad (2.55)$$

$$D_{X_\sigma X_\nu}(X, t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{(\Delta x_\sigma \Delta x_\nu)}{2 \cdot t}. \quad (2.56)$$

Auch diese Integration wird im Rahmen der QLT entlang der ungestörten Teilchenbahnen durchgeführt. Durch die Testteilchensimulationen kann allerdings über die exakten Teilchenbahnen integriert werden, womit die in dieser Arbeit vorgestellten Ergebnisse nicht auf die Näherung der QLT limitiert sind.

### 2.3.2 Berechnung und Messung der parallelen mittleren freien Weglänge

Ein wichtiger Berührungspunkt zwischen analytischen Theorien bzw. numerischen Modellen und der Messung stellt die Berechnung der mittleren freien Weglänge dar, bei der

es sich um eine indirekte Messgröße handelt. Um die Qualität der Modelle zu überprüfen muss demnach ein Vergleich zu den Messergebnissen anhand dieser Größe erfolgen. Wie die mittlere freie Weglänge aus der Simulation ermittelt bzw. aus der Messung gewonnen werden kann, wird im Folgenden erklärt.

Ausgangspunkt ist der Fokker-Planck-Koeffizient  $D_{\mu\mu}$ , der die Pitchwinkelstreuung beschreibt

$$D_{\mu\mu} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{(\Delta\mu)^2}{2 \cdot t}. \quad (2.57)$$

$$(2.58)$$

Dieser lässt sich direkt aus den Teilchenbahnen im Laufe der Simulation ermitteln. Mit ihm lässt sich die parallele mittlere freie Weglänge  $\lambda_{\parallel}$  bestimmen

$$\lambda_{\parallel}(v) = \frac{3v}{8} \int_{-1}^1 d\mu \frac{(1 - \mu^2)^2}{D_{\mu\mu}(\mu)}, \quad (2.59)$$

die zum Vergleich zwischen den Simulationsergebnissen und den Messdaten herangezogen wird. Die parallele mittlere freie Weglänge ist selbst allerdings keine experimentelle Messgröße. Die Satellitenexperimente messen lediglich die Intensitäts- und Anisotropieprofile, wobei die Intensität mit

$$I(s, t) = \int_{-1}^1 d\mu f(s, \mu, t) \quad (2.60)$$

und die Anisotropie mit

$$A(s, t) = \frac{3 \cdot \int_{-1}^1 d\mu f(s, \mu, t) \mu}{\int_{-1}^1 d\mu f(s, \mu, t)} \quad (2.61)$$

definiert ist. Dabei ist  $f(s, \mu, t)$  die Phasenraumdicke der Teilchen, wobei  $s$  die Entfernung entlang der Magnetfeldlinie und  $t$  die Zeit bezeichnen. Durch Fitten von Lösungen der Transportgleichung für fokussierten Transport (vgl. Roelof (1969))

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mu v \frac{\partial f}{\partial s} + \frac{1 - \mu^2}{2L} v \frac{\partial f}{\partial \mu} - \frac{\partial}{\partial \mu} (D_{\mu\mu}(\mu) \frac{\partial f}{\partial \mu}) = q(s, \mu, t) \quad (2.62)$$

an gleichzeitig beobachtete Intensitäts- und Anisotropieprofile von Teilchenereignissen kann schließlich  $D_{\mu\mu}$  bestimmt werden. Bei der Näherung des fokussierten Transports wird angenommen, dass der Teilchentransport aus zwei Bestandteilen zusammengesetzt ist. Zum einen bewegen sich die Teilchen adiabatisch entlang den glatten Magnetfeldlinien, darüber hinaus erfahren sie eine Pitchwinkelstreuung durch Störungen

im Magnetfeld. Die systematischen Kräfte werden durch die Fokussierungslänge  $L(z) = B(z)/(\partial B/\partial z)$  im divergierenden Magnetfeld charakterisiert, die stochastischen Kräfte, die die Pitchwinkelstreuung verursachen, werden durch den Fokker-Planck-Koeffizienten  $D_{\mu\mu}$  bestimmt. Bei  $q(s, \mu, t)$  handelt es sich um den Quellterm, der die Injektion der Teilchen in der Sonnenumgebung beschreibt (siehe Dröge u. Kartavykh (2009)). Analytische Lösungen von Gleichung 2.62 sind nicht bekannt, stattdessen wird diese Auswertung mittels numerischer Methoden wie Finite Differenzen Verfahren durchgeführt (siehe Ng u. Wong (1979), Schlüter (1985) und Ruffolo (1991)). Die Transportgleichung des fokussierten Transports lässt sich auch in eine stochastische Differentialgleichung umformen (siehe Gardiner (1983)), die dann mit Monte-Carlo-Simulationen gelöst werden kann. Beide Methoden wurden erweitert, indem Konvektionseffekte und Energieverlust durch adiabatische Abkühlung im expandierenden Sonnenwind miteinbezogen wurden (vgl. Ruffolo (1995), Kocharov et al. (1998), Dröge et al. (2006) und Qin et al. (2006)). Die mittlere freie Weglänge wird im Allgemeinen nicht als Funktion der Geschwindigkeit  $v$ , sondern als Funktion der Steifigkeit  $r$  aufgetragen (vgl. hierzu Abbildung 4.29(b)). Die Steifigkeit ist durch

$$r = \frac{cp}{|q|} \quad (2.63)$$

definiert, wobei  $c$  die Lichtgeschwindigkeit,  $p$  den Teilchenimpuls und  $q$  die elektrische Ladung der Teilchen bezeichnet. Der funktionale Verlauf von  $\lambda_{\parallel}$  in Abhängigkeit von der Steifigkeit ist bei allen Messungen sehr ähnlich. Die unterschiedlichen Absolutwerte, die sich für die verschiedenen Messungen ergeben, kommen dadurch zu Stande, dass die Messung an unterschiedlichen Orten und zu unterschiedlichen Zeiten durchgeführt werden. Dabei sind das Plasma und die Turbulenz bei jedem Ereignis anders, womit das Streuverhalten der Teilchen sich ebenfalls ändert. Eine Zusammenfassung mehrerer in Erdnähe gemessener  $\lambda_{parallel}$  ist in Palmer (1982) zu finden. Es zeigt sich, dass  $\lambda_{\parallel}$  meistens zwischen 0.08 und 0.3 AU für einen weiten Steifigkeitsbereich liegt.

Zwischen den aus den Beobachtungen gewonnenen Daten und den Vorhersagen der QLT ergeben sich Diskrepanzen, die in drei Problemkreise eingeteilt werden können:

- Magnitudenproblem: Die mit Hilfe der Messung von Intensitäts- und Anisotropieprofilen gefittete parallele mittlere freie Weglänge ist etwa um einen Faktor 10 größer als die aus der QLT abgeleitete (siehe Bieber et al. (1994)).
- Flatness-Problem: Die QLT ergibt eine falsche Steifigkeitsabhängigkeit für die parallele mittlere freie Weglänge insbesondere bei kleinen Steifigkeiten (siehe Bieber



et al. (1994)).

- Variance-Problem: Das Magnitudenproblem ist unterschiedlich stark ausgeprägt. Zum Teil weichen Theorie und Experiment um einen Faktor 20 bis 30 voneinander ab, wobei die Theorie die Werte zu niedrig schätzt. Bei manchen Messungen erweisen sich die Vorhersagen der Theorie allerdings als korrekt.

### 2.3.3 Weiterentwicklungen seit Einführung der QLT

Seit der Einführung der QLT wurden einige Weiterentwicklungen bei der Beschreibung des Transports hochenergetischer Teilchen erarbeitet. Eine möglichst genaue Abbildung der physikalischen Gegebenheiten sowohl in analytischen Theorien als auch in numerischen Simulationen ist dabei eine Grundvoraussetzung für eine realistische Modellierung des Teilchentransports. Im Fokus sollte dabei immer ein Vergleich zwischen den Modellen und den im Sonnenwind durchgeführten Messungen stehen, um die Modelle validieren und weiterentwickeln zu können. Einige wichtige Eigenschaften der Sonnenwindturbulenz sind in Kapitel 2.2.4 zusammengefasst. Bislang werden allerdings sowohl bei der Herleitung der theoretischen Modelle als auch bei der Erstellung der Simulationen zentrale Aspekte der Turbulenz nicht miteinbezogen und andere vereinfachende Annahmen gemacht. In Kapitel 2.4 soll eine Einschätzung erfolgen, welche der Sonnenwindeigenschaften im Rahmen dieser Arbeit deutlich besser als bisher modelliert werden können und welche Gesichtspunkte der Sonnenwindturbulenz nicht korrekt zu simulieren sind. Die in Kapitel 2.3.1 hergeleitete Quasilineare Theorie, die den Teilchentransport auf Grundlage der Fokker-Planck-Gleichung mit den dazugehörigen Fokker-Planck-Koeffizienten beschreibt, ist in erster Linie durch die Annahme ungestörter Führungszentren limitiert, was vor allem bei starken Fluktuationen nicht richtig ist. Insbesondere für die Senkrechtdiffusion werden durch diese Annahme ganz falsche Ergebnisse erzielt. Darüber hinaus wurde die Turbulenz in der ursprünglichen Arbeit von Jokipii (1966) als Überlagerung rein magnetostatischer Störungen angenommen, die in das Sonnenwindplasma eingefroren sind und von diesem durch Konvektionseffekte an den Raumsonden vorbeigetragen werden. Da es damals noch keine Magnetfeldmessungen oberhalb von einem 1 Hz gab, wurde außerdem angenommen, dass auch bei hohen Wellenzahlen das Fluktuationspektrum noch dem gleichen Potenzgesetz folgt, wie dies bei niedrigeren Frequenzen im Inertialbereich der Fall ist (vgl. 2.2.4, siehe Dröge (2000)). Diese Limitierungen der QLT zeigen sich auch in den in Kapitel 2.3.2 beschriebenen Diskrepanzen zwischen Mes-

sungen der mittleren freien Weglänge in der Heliosphäre und den Vorhersagen der QLT (siehe Dröge (2000)).

Die eingeschränkte Gültigkeit der QLT durch die Annahme eines ungestörten Führungszentrums wird von späteren Theorien durch das Miteinbeziehen höherer Ordnungen des gestörten Führungszentrums teilweise aufgehoben. Bei diesen nichtlinearen Theorien handelt es sich z.B. um die “Field-Line-Random-Walk-Theorie” (FLRW-Theorie, vgl. Matthaeus et al. (1995)), die “BAM-Theorie” (vgl. Bieber u. Matthaeus (1997)), die “CC & RR-Theorie” (vgl. Rechester u. Rosenbluth (1978) , Stix (1978)), die “nonlinear-guiding-center-Theorie” (NLGC, vgl. Matthaeus et al. (2003)) sowie die “weakly-nonlinear-Theorie” (WNLT, vgl. Shalchi et al. (2004a)). Insbesondere die WNLT liefert durch Korrekturterme des ungestörten Führungszentrums, die aus der Quasilinearen Theorie entwickelt werden, deutlich bessere Ergebnisse als die Quasilineare Theorie. Die Qualität der Beschreibung des Teilchentransports durch ein ungestörtes Führungszentrum wie in der QLT hängt von der Stärke der Streuung ab. Nach Dröge (2000) gilt als Bedingung für die Gültigkeit der QLT, dass sich der Pitchwinkel eines Teilchens während einer Gyration nur wenig ändern darf. D. h., eine signifikante Änderung des Pitchwinkels darf sich erst nach vielen Gyrationen ergeben. Die Streuung erfolgt durch resonante Welle-Teilchen-Wechselwirkung.

Neben der Verbesserung durch die Berücksichtigung höherer Ordnungen des gestörten Führungszentrums wurde die QLT durch eine bessere Beschreibung des Plasmas bzw. der Magnetfeldturbulenz weiterentwickelt. Dabei gab es z.B. den Versuch, die QLT um den Mirroreffekt an Fluktuationen des Magnetfeldes (siehe Goldstein et al. (1975)) oder durch die korrekte Wiedergabe der Wellenausbreitung (siehe Schlickeiser (1988)) zu erweitern. Von Bieber et al. (1988) wurde außerdem der Effekt des abknickenden Dissipationsbereichs auf die Teilchenstreuung untersucht. Eine wichtige Erweiterung der Theorie betrifft die Untersuchung der Resonanzverbreiterung bei der Wechselwirkung zwischen Teilchen und Turbulenz (siehe z.B. Bieber u. Matthaeus (1991), Dröge u. Schlickeiser (1993) und Schlickeiser u. Dröge (1993)). Durch das Berücksichtigen des Dissipationsbereichs, der Dekorrelation und Dämpfung der Wellen sowie der dreidimensionalen Geometrie der Turbulenz wie in der DQL-Theorie (dynamische QLT) wurden viele Aspekte der Beobachtungen besser erklärt, allerdings zeigen Untersuchungen von Shalchi et al. (2006), dass insbesondere für die Senkrechtdiffusion nichtlineare Theorien für die Beschreibung nötig sind, die für den Transport parallel zum Magnetfeld andere Ergebnisse

als die DQL-Theorie liefern (siehe Dröge u. Kartavykh (2009)).

Wesentliche Turbulenzeigenschaften wie die Intermittenz (d.h. der Raum ist nicht vollständig durch turbulente Strukturen ausgefüllt) oder eine korrekte Wiedergabe der Korrelationsfunktionen werden bei diesen Theorien allerdings nicht miteinbezogen. Die Rückwirkung der Teilchen auf das Plasma kann von diesen Theorien ebenfalls nicht miteinbezogen werden.

Seit den 1970er Jahren wurden verschiedene Simulationen zur Untersuchung der Diffusion entwickelt. Dabei wurde die Turbulenz von Kaiser et al. (1978) und Michałek u. Ostrowsky (1996) als eindimensionales, statisches Phänomen betrachtet, Giacalone u. Jokipii (1999) simulierten Teilchentransport mit 2500 Teilchen in einer statischen *Composite-Turbulenz*. Von Qin et al. (2002) wurde die Turbulenz durch ein magneto-statisches Modell mit Wellenmoden über mehrere Größenordnungen im Wellenzahlraum simuliert. Michałek (2001) berücksichtigte dynamische Effekte von Plasmawellen, wobei 768 Wellen überlagert wurden, die sich entsprechend ihrer Phasengeschwindigkeit fortbewegen. Allerdings wird durch die Vernachlässigung der Wellendämpfung die zeitliche Korrelation verfälscht wiedergegeben. Diese verfälschte Wiedergabe der Korrelationsfunktionen sowie die Vernachlässigung der räumlichen Korrelation durch die Annahme unabhängiger Wellenmoden hat sicherlich einen direkten Einfluss auf die resultierenden Fokker-Planck-Koeffizienten, die direkt von den Korrelationsfunktionen abhängen, und damit auf die gesamte Transporttheorie. Auch bei den Simulationen fehlt somit bislang eine realistische Beschreibung der Turbulenz. Ein wesentlicher Vorteil gegenüber analytischen Modellen liegt allerdings in der Möglichkeit, die exakten Teilchenbahnen zu bestimmen, anstatt auf Näherungslösungen des gestörten Führungszentrums angewiesen zu sein.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass trotz wesentlicher Weiterentwicklungen seit Einführung der QLT das Hauptproblem bei der Beschreibung des Teilchentransports in der Heliosphäre unsere mangelnde Kenntnis der dreidimensionalen Struktur der Magnetfeldturbulenz ist (vgl. Dröge (2000)). Bislang existieren lediglich gemessene Zeitreihen der Magnetfeldvektoren entlang einer Linie, weshalb durchaus unterschiedliche Abschätzungen über die Anisotropie der Turbulenz in der Heliosphäre koexistieren (vgl. 2.2.4). Ob die Abweichungen zwischen den Experimenten und den verschiedenen Theorien durch eine unzureichende Beschreibung der Turbulenz oder durch die Näherung ungestörter Führungszentren verursacht wird, kann deshalb letztlich nicht geklärt werden.

Auch wenn aufgrund mangelnder Messdaten nicht klar ist, ob die dreidimensionale Struk-

tur der Magnetfeldturbulenz bei den in dieser Arbeit durchgeführten Simulationen der Heliosphäre entspricht, so handelt es sich vermutlich dennoch um die bislang realistischste numerische Beschreibung des Teilchentransports, da die Magnetfelder nicht auf bestimmten, vielleicht inkorrekten Annahmen beruhen, sondern auf Grundlage der MHD-Gleichungen in Zusammenhang mit einem realistischen Turbulenztreiber simuliert werden (Details siehe Kapitel 2.4).

### 2.3.4 Hochenergetische Teilchen in der Heliosphäre

Innerhalb der inneren Heliosphäre stellen die hochenergetischen Teilchen aus der Sonne (Solar Energetic Particles: SEPs) die wichtigste hochenergetische Teilchenspezies dar. Im Vergleich zur kosmischen Strahlung sind diese Teilchen deutlich niederenergetischer. Dabei können die Sonnenwindteilchen in mehrere Klassen unterteilt werden (vgl Reames (1999)):

- SEPs aus Flares: Der relevante Prozess bei der Beschleunigung von Sonnenwindteilchen in Flares ist die resonante Welle-Teilchen-Wechselwirkung (siehe Fisk (1978) und Temerin u. Roth (1992)). Dabei gibt es einige analytische und numerische Untersuchungen der resonanten Wechselwirkung von hochenergetischen Teilchen aus Flares mit unterschiedlichen Plasmawellentypen, z.B. mit elektromagnetischen Ionenzyklotronwellen (siehe Roth u. Temerin (1997), Miller u. Vinas (1993)) und mit Alfvénwellen (siehe Miller u. Vinas (1993), Miller u. Roberts (1995)). Da bei den in dieser Arbeit vorgestellten Untersuchungen Welle-Teilchen-Wechselwirkungen direkt simuliert werden, stellen SEPs aus Flares besonders geeignete Kandidaten für einen Vergleich zwischen Experiment und Simulation dar. Bei der Zusammensetzung der Teilchenpopulationen aus Flares findet man ein 1000-fach erhöhtes Verhältnis von  ${}^3\text{He}/{}^4\text{He}$  (vgl. Reames et al. (1988), Reames (1999)) sowie mehr schwere Ionen, denen durch die heiße Flareumgebung ihre Elektronen aus den Orbitalen entrissen wurden (vgl. Reames (1999)).
- SEPs aus CMEs (koronale Massenauswürfe): Bei koronalen Massenauswürfen werden die hochenergetischsten SEPs erzeugt. Diese hohen Energien werden durch Beschleunigung an Schockwellen erreicht, die durch CMEs hervorgerufen werden. Auch hier spielt die Welle-Teilchen-Wechselwirkung indirekt eine wichtige Rolle: Die langsam strömenden Sonnenwindteilchen erzeugen resonante Wellen, die

diese Teilchen in der Nähe des Schocks einsperren, wodurch die Beschleunigungsrate der Teilchen extrem erhöht wird. Der Energiegewinn selbst findet durch das Vor- und Zurückstreuen zwischen der Up- und Downstream-Region eines Schocks statt. U.a. konnte von Vainio u. Laitinen (2008) durch Monte-Carlo-Simulationen gezeigt werden, dass hochenergetische Teilchen durch diffusive Schockbeschleunigung in selbstgenerierter Alfvénwellenturbulenz effektiv beschleunigt werden. Die Zusammensetzung der Teilchenspezies aus CMEs sowie deren Temperatur entsprechen dem durchschnittlichen, ungeheizten Material aus der Korona (vgl. Reames (1999)). Die meisten Flares finden ohne begleitende CMEs statt, sie können aber auch gleichzeitig vorkommen (siehe “Big Flare Syndrom”, Kahler (1982)). Genaueres über die Beziehung von Flares und CMEs findet sich in Kahler (1992) und Webb (1995).

- SEPs aus CIRs (corotating interaction regions): Diese Regionen bilden sich beim Aufeinandertreffen von schnellem und langsamem Sonnenwind. Die Teilchen werden an Schockwellen, die sich in den CIRs bilden, beschleunigt.
- ACRs (anomalous cosmic rays): Diese Komponente des Sonnenwindes entsteht aus interstellaren, neutralen Atomen, die, sobald sie die Heliosphäre erreichen, ionisiert werden. Die ionisierten Teilchen werden schließlich vom Sonnenwind zum Termination Shock der Heliosphäre befördert, wo sie dann beschleunigt werden.
- Hochenergetische Teilchen können in der Nähe von Planeten z.B. an planetaren Bow Shocks beschleunigt werden (siehe z.B. Lee (1982)).

Relevant für den Transport von SEPs in der Heliosphäre ist vor allem die resonante Welle-Teilchen-Wechselwirkung. Eine Abgrenzung zwischen dem Beschleunigungs- und Transportprozess ist aber nicht ohne Weiteres möglich. Z.B. kann eine räumliche Verteilung hochenergetischer Ionen aus einer räumlich ausgedehnten Quelle stammen. Die gleiche Verteilung könnte aber auch durch den Transportprozess von Teilchen erzeugt werden, die aus einer kompakten Quelle stammen. Nur durch Messungen mit mehreren Raumsonden können diese zeitlichen und räumlichen Variationen überhaupt unterschieden werden (vgl. Reames (1999)). Bei Flares basieren aber sowohl der Beschleunigungs- als auch der Transportprozess auf der resonanten Welle-Teilchen-Wechselwirkung, was die SEPs aus Flares für unsere Untersuchungen zusätzlich interessant macht.

Mit der Ausnahme von Gammastrahlung aus Flares können all diese heliosphärischen Quellen hochenergetischer Ionen nicht mit Photonen beobachtet werden, sondern nur

durch direkte Messung der Ionen selbst. Dies liegt daran, dass die Teilchen in Gebieten mit geringer Dichte beschleunigt werden, in denen es nur wenige Wechselwirkungen gibt und damit die Photonenintensitäten zu gering sind, als dass wir sie messen könnten. Deshalb müssen wir davon ausgehen, dass die astronomischen Quellen von CRs außerhalb der Heliosphäre im Allgemeinen auch nicht gesehen werden können. Bei Flares kommt es zur thermischen Emission des heißen Plasmas und im Fall von Röntgenstrahlung oder Radio-Bursts wird die Strahlung durch nichtthermische Photonen erzeugt. Darüber hinaus wurden in den letzten Jahren auch Gamma-Strahlung und Neutronen beobachtet, die aus durch Kernreaktionen beschleunigten Ionen stammen (siehe Ramaty et al. (1979), Chupp (1984), Evenson et al. (1990), Muraki et al. (1992) und Yoshimori et al. (1994)).

## 2.4 Bewertung der Gültigkeit des Teilchen-MHD-Hybridcodes für Simulationen in der Heliosphäre

Im Folgenden werden die Stärken und Schwächen des verwendeten Codes im Bezug auf die Simulation der Turbulenz und des Teilchentransports in der Heliosphäre diskutiert und die durchgeführten Untersuchungen kurz aufgelistet.

Der Sonnenwind wird in dieser Arbeit in Form eines dynamischen, kompressiblen MHD-Plasmas simuliert. Hieraus ergeben sich im Vergleich zu früheren numerischen Untersuchungen wesentliche Vorteile:

- Im Rahmen der MHD-Theorie ergibt sich eine mathematisch und physikalisch korrekte, realistische Darstellung der Wellen bzw. der Turbulenz im simulierten Plasma. Z.B. findet man für MHD-Plasmen eine korrekte Wiedergabe der Korrelationsfunktionen sowie der Intermittenz, also Bereiche im Plasma, die frei von turbulenten Strukturen sind (vgl. hierfür Edith Falgarone (2003)). In den bisherigen analytischen oder numerischen Modellen wurde dies noch weitgehend vernachlässigt (vgl. 2.3.3).
- Für die Simulationen werden die kompressiblen MHD-Gleichungen verwendet. Da man sich über die tatsächliche Zusammensetzung kompressibler und inkompressibler Wellen und Strukturen in der Heliosphäre nicht völlig im Klaren ist, aber sowohl die lokale Erzeugung kompressibler Moden als auch das Mitführen kom-

pressibler Strukturen stark diskutiert wird (vgl. 2.2.4), sollte trotz der Dämpfung kompressibler Moden die Simulation des Sonnenwindes durch die Entwicklung der kompressiblen MHD-Gleichungen angemessener sein als durch die Entwicklung der inkompressiblen MHD-Gleichungen. Eine kleine Einschränkung muss allerdings hier gemacht werden: Bei der Simulation der kompressiblen MHD-Gleichungen ist der Inertialbereich durch die numerische Dissipation deutlich verkürzt. Man muss davon ausgehen, dass er nur etwa eine Größenordnung im Spektrum einnimmt (vgl. Bruno u. Carbone (2005)), was nicht der Realität im Sonnenwind entspricht. Durch Simulation der inkompressiblen MHD-Gleichungen würde die numerische Dissipation deutlich unterdrückt.

- Die MHD-Simulationen sind in der Lage, realistische, anisotrope Spektren zu erzeugen. Die selbe Anisotropie, wie sie von der inkompressiblen GS-Turbulenztheorie (vgl. 2.2.2) vorhergesagt wurde, kann in dieser kompressiblen Simulation nicht erwartet werden. Da die Heliosphäre allerdings grundsätzlich ein leicht kompressibles Medium ist, liefert die Simulation der kompressiblen MHD-Gleichungen vermutlich eine realistischere Anisotropie, als man es von inkompressiblen Modellen erwarten würde, da hier andere physikalische Prozesse möglich sind als in einem rein inkompressiblen Medium. Die Anisotropie im Dissipationsbereich, der bei Simulationen kompressibler MHD einen wesentlichen Teil des Spektrums einnimmt, unterscheidet sich allerdings von der Anisotropie im Inertialbereich, wodurch die hier simulierte Anisotropie vermutlich leicht verfälscht wiedergegeben wird. Da der tatsächliche Grad der Anisotropie in der Heliosphäre nicht bekannt ist (vgl. 2.2.4), ist eine klare Aussage über die Gültigkeit der Spektren nicht möglich.
- Eine Besonderheit dieser Arbeit liegt in der hohen Variabilität des Treibmodells. Hiermit können sowohl kompressible als auch inkompressible Fluktuationen angeregt werden, wodurch unterschiedliche Turbulenzerzeugungsmechanismen in der Simulation abgebildet werden können (vgl. 2.2.4).

Allerdings können nicht alle relevanten Eigenschaften der Sonnenwindturbulenz durch die Simulation wiedergegeben werden:

- Kinetische Effekte im Plasma können im Rahmen der MHD-Simulation nicht berücksichtigt werden. Die Grenze wird durch die Ionen-Zyklotron-Frequenz bestimmt (vgl. 2.2.4).
- Im Sonnenwind finden wir eine eindeutige Vorzugsrichtung. Der Sonnenwind strömt

von der Sonne in die Heliosphäre. Auch die Turbulenzen werden hauptsächlich bei der Sonne erzeugt. Dies führt insbesondere dazu, dass die meisten Fluktuationen sich radial von der Sonne weg bewegen. Ein kleinerer Teil dieser Fluktuationen läuft zurück in Richtung Sonne. Diese Vorzugsrichtung kann durch die Simulation nicht nachvollzogen werden, vielmehr treibt der Turbulenztreiber die Fluktuationen im Plasma rein isotrop und darüber hinaus homogen an.

- Die Magnetfeldsymmetrie der Parkerspirale wird in der Simulation nicht modelliert. Die Vorzugsrichtung des Magnetfeldes liegt entlang einer karthesischen Koordinate.

Für die Simulation der Teilchen bieten sich im Vergleich zu früheren Modellen einige gravierende Vorteile:

- Bei der Simulation der Teilchen ist man auf keine wie auch immer geartete Näherung eines ungestörten Führungszentrums beschränkt, da die physikalisch korrekte, gestörte Teilchenbahn simuliert wird.
- Die Teilchentransportsimulationen werden mit  $10^4$  bis  $10^5$  Teilchen durchgeführt, wodurch diese Simulationen eine wesentlich bessere Statistik aufweisen, als dies bei den bisherigen Simulationen der Fall war.

Einige wichtige Effekte können allerdings von der Simulation nicht berücksichtigt werden:

- Die Rückwirkung der Teilchen auf das Plasma wird vernachlässigt. Insbesondere Teilchen, die Resonanzen unter einem bestimmten Winkel zum Hintergrundmagnetfeld aufweisen, sollten einen wesentlichen Effekt auf das Plasma und die Turbulenz im Plasma haben.

**In der hier vorgestellten Arbeit** werden die folgenden physikalischen Effekte untersucht:

- Besonders viel Aufmerksamkeit widmet diese Arbeit der Untersuchung der Turbulenz, da der Teilchentransport direkt von ihr abhängt. Darüber hinaus ist diese Untersuchung wichtig, um die Abhängigkeit der Turbulenz vom Treibmechanismus zu untersuchen.
  - Es zeigt sich, dass die Turbulenz zu Beginn des Treibprozesses, während ihrer Entwicklung und auch nach Erreichen der Konvergenz stark davon abhängt, ob sie kompressibel oder inkompressibel getrieben wird. Dies wird im De-



tail untersucht, um eine Vorstellung der Turbulenz in Abhängigkeit von den Turbulenzgenerierungsprozessen entwickeln zu können.

- Darüber hinaus wird die Turbulenzentwicklung in Abhängigkeit von  $\beta$  untersucht, um ein möglichst breites Verständnis der relevanten physikalischen Prozesse auch für unterschiedliche Plasmaumgebungen entwickeln zu können.
  - Ein besonderes Augenmerk wird dabei der Untersuchung der Spektren sowie ihrer Anisotropie gewidmet, die sich nicht durch ein bekanntes Turbulenzmodell vorhersagen lässt.
- Bei der Untersuchung des Teilchentransports werden
    - zum einen die Gyroresonanzen in Plasmen mit nur wenigen Wellenmoden untersucht und deren Effekte auf  $D_{\mu\mu}$  gezeigt.
    - zum anderen wird die Messung der mittleren freien Weglänge der Teilchen eines Flares vom 9. Juli 1996 um 18:00 Uhr Weltzeit bis zum 10. Juli 12:00 Uhr Weltzeit durch das Wind-3DP-Experiment mit dem Hybridcode nachsimuliert und der Teilchentransport im Detail untersucht.

## 3 Numerik

In diesem Kapitel werden die numerischen Verfahren, die zum grundlegenden Verständnis des Testteilchen-MHD-Hybridcodes notwendig sind, erklärt. Der Hybridcode besteht dabei aus einem MHD-Code mit einem variabel einsetzbaren Turbulenztreiber und Routinen zur gleichzeitigen Simulation der Testteilchentrajektorien. Der MHD-Code zur zeitlichen Entwicklung der Felder basiert auf einem CWENO-Verfahren 2. Ordnung kombiniert mit einem Runge-Kutta-Verfahren 3. Ordnung und wurde nach dem Vorbild eines MHD-Codes, der von Dr. Ralf Kissmann im Rahmen seiner Promotion erstellt wurde (vgl. Kissmann (2006)), aufgebaut. Darüber hinaus wurde der Code um einen Turbulenztreiber ergänzt, der sowohl rein kompressibles als auch rein inkompressibles Treiben der Turbulenz erlaubt, um verschiedenen Treibszenarien in der Heliosphäre sowie im ISM Rechnung zu tragen. Zur Adaption der Testteilchenroutinen an den MHD-Code wurde ein dreidimensionaler, kubischer Spline in Kombination mit einem Runge-Kutta-Verfahren 3. Ordnung implementiert. Insgesamt lässt sich hiermit der Teilchentransport unter unterschiedlichen physikalischen Randbedingungen untersuchen.

In Kapitel 3.1 wird der Simulationsablauf auf Grundlage eines Struktogramms erläutert und an den dafür relevanten Stellen auf die verschiedenen Unterkapitel zur detaillierten Erklärung der numerischen Verfahren verwiesen. Hierdurch soll eine bessere Vorstellung des Zusammenspiels der einzelnen numerischen Verfahren und somit des Gesamtkonzepts der in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen vermittelt werden.

### 3.1 Simulationsablauf und Struktogramm

In diesem Kapitel wird der grundsätzliche Aufbau der Simulation dargelegt. Ausgangspunkt dieser Arbeit ist der Wunsch der gleichzeitigen Simulation von Teilchen und realistischer magnetohydrodynamischer Turbulenz. Hierzu wurde ein Code entwickelt,

in dem Testteilchen und magnetohydrodynamische Turbulenz gleichzeitig zeitlich entwickelt werden können. Der vorgestellte Code ist aufgrund der sehr rechenaufwändigen Untersuchungen vollständig parallelisiert, wodurch die Simulationen auf Großrechnern mit einer großen Anzahl an Prozessoren mit getrennten Arbeitsspeichern durchgeführt werden können (Details zur Parallelisierung siehe Kapitel 3.9).

In Abb. 3.1 ist der zeitliche Ablauf einer Simulation in Form eines Struktogramms aufgetragen. Dieser soll im Folgenden diskutiert werden. Zu **Beginn der Simulation** werden die Felder auf einem dreidimensionalen kubischen Gitter erzeugt. Die Werte hierfür können entweder im Code direkt gesetzt oder aus bereits simulierten Felder-Ausgaben wieder eingelesen werden. Die Teilchen werden zu Beginn der Simulation neu initialisiert. Ihre Simulation ist dabei allerdings nicht obligatorisch. Das Programm kann auch einfach als reine MHD-Simulation verwendet werden. Zu Beginn der Simulation werden außerdem wichtige Parameter gesetzt bzw. aus einer Datei eingelesen, um die MHD-Simulationen dem untersuchten physikalischen Milieu (z.B. Heliosphäre bei 1AU oder ISM) anzupassen (siehe hierzu auch Kapitel 3.8) und den genauen Ablauf der Simulation festzulegen (z.B. Turbulenztreiber an/aus, Häufigkeit des Treiberaufrufs).

Danach beginnt die **zeitliche Entwicklung**, die für eine vorgegebene Anzahl von Zeitschritten durchgeführt wird. Jeder Zeitschritt lässt sich dabei grob in drei nacheinander ablaufende Programmteile untergliedern: Zunächst wird der Zeitschritt für die Felder durchgeführt, anschließend für die Teilchen. Am Ende des Zeitschritts kann eine Ausgabe der Felder in eine HDF5-Datei erfolgen, um später einen Neustart durchführen zu können bzw. um die Felder und ihre Turbulenz durch eine dafür speziell im Rahmen dieser Arbeit programmierten Software auszuwerten (siehe Kapitel 3.4). Dieser Schritt ist optional und wird immer nur nach längeren Simulationsetappen durchgeführt, um die Datenflut auf ein Minimum zu begrenzen. Danach ist der Zeitschritt abgeschlossen. Er wird so lange wiederholt, bis die vorgegebene Anzahl von Zeitschritten simuliert wurde. Im Anschluss wird das **Programm beendet**.

Im Folgenden wird die zeitliche Entwicklung von Feldern und Teilchen genauer erläutert. Der genaue Ablauf der Felderentwicklung hängt hierbei von den zu Beginn eingelesenen Parametern ab. Soll während der Simulation die Turbulenz getrieben werden, so wird zunächst die hierfür implementierte Treiberoutine aufgerufen. Soll z.B. nur bei jedem zehnten Zeitschritt turbulente Energie injiziert werden, wird diese Routine dementsprechend für neun Zeitschritte übersprungen, nachdem sie einmal aufgerufen wurde. Soll überhaupt keine turbulente Energie injiziert werden, so wird die MHD-Entwicklung di-

rekt aufgerufen. Details zur Treiberoutine sind in Kapitel 3.3 zu finden. Die MHD-Entwicklung beruht auf einem CWENO-Verfahren (Centerally Weighted Essentially Non Oszillatory) 2. Ordnung in Kombination mit einem RK-Verfahren 3. Ordnung (siehe Kapitel 3.2 und 3.6). Am Ende jedes RK-Schritts werden die Ränder zwischen den Prozessoren ausgetauscht. Damit ist die zeitliche Entwicklung der Felder abgeschlossen.

Bei der anschließenden zeitlichen Entwicklung der Teilchen berechnet jeder Prozessor für jedes der in seinem Simulationsgebiet befindlichen Teilchen vor jedem RK-Schritt die auf sie wirkende Lorentzkraft mithilfe eines dreidimensionalen, kubischen Splines (siehe hierzu Kapitel 3.5 und 3.6). Dann wird auf Grundlage der Lorentzkraft der RK-Schritt für die Teilchen durchgeführt, womit sich sowohl eine neue Teilchengeschwindigkeit als auch ein neuer Ort für das Teilchen ergeben. Am Ende jedes RK-Schritts muss analysiert werden, welche der Teilchen das Simulationsgebiet des Prozessors verlassen haben und deshalb an den entsprechenden Prozessor verschickt werden müssen. Nach den drei RK-Schritten kann eine Ausgabe der Teilcheninformationen erfolgen, aus der sich die Fokker-Planck-Koeffizienten sowie die mittlere freie Weglänge mithilfe der dafür eigens designten Software bestimmen lassen (vgl. Kapitel 3.7).

Von zentraler Bedeutung für die vielschichtigen Untersuchungen dieser Arbeit ist die sehr variable Einsetzbarkeit des Codes, was sich durch die unterschiedlichen Simulationsvarianten ergibt.

- Bei jeder Simulation kann festgelegt werden, ob **nur MHD-Felder oder auch zusätzlich Testteilchen** miteinbezogen werden. Dies ist insbesondere wichtig, um den Teilchentransport in voll entwickelter Turbulenz untersuchen zu können. Hierbei werden zunächst die turbulenten Felder in einer reinen MHD-Simulation bis zu ihrer Konvergenz entwickelt. Erst dann werden die Teilchen in die Simulationsumgebung injiziert. Damit wird vermieden, dass die Teilchen bereits in der noch nicht vollständig entwickelten Turbulenz gestreut werden. Darüber hinaus findet abhängig von der Teilchenenergie und der Turbulenzstärke die zeitliche Entwicklung der Testteilchen eventuell bei viel kleineren Zeitskalen statt. Dementsprechend kann in vielen Fällen eine Konvergenz der Turbulenz auf Zeitskalen, die für die Teilchen relevant sind, nicht erreicht werden.
- Da der Teilchentransport in voll entwickelter Turbulenz simuliert werden soll, ist es erforderlich, einen **Neustart der Felder** durchführen zu können, da für die Simulation der Teilchenbewegung neue Simulationsparameter gesetzt werden müssen

(wie z.B. ein anderer Zeitschritt) und dementsprechend die Teilchen nicht einfach im späteren Verlauf der Simulation eingefügt werden können.

- Die Verwendung des **Turbulenztreibers ist optional**. Es kann also z.B. auch einfach eine MHD-Welle angeregt und deren Wechselwirkung mit den Testteilchen untersucht werden.
- Der Turbulenztreiber lässt sowohl die Turbulenzgenerierung durch Injektion **rein kompressibler oder auch rein inkompressibler Fluktuationen** zu. Hierdurch ist es möglich, den Teilchentransport abhängig vom physikalischen Szenario zu simulieren. Darüber hinaus ergibt sich hier auch die interessante Möglichkeit, die Turbulenzgenerierung selbst für die verschiedenen Treibmodelle zu analysieren.

## 3.2 CWENO

Das CWENO-Schema (Centrally Weighted Essentially Non Oscillatory) ist ein Verfahren zur numerischen Lösung konservativer Differentialgleichungssysteme der Form

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla F(\mathbf{u}) = 0, \quad (3.1)$$

wobei  $\mathbf{u}$  die zu untersuchende Größe und  $F(\mathbf{u})$  ihren Fluss bezeichnen. Bei der zeitlichen Entwicklung von Gleichungen dieses Typs kann es zur Bildung von Schocks kommen, die aus mathematischer Sicht eine Unstetigkeit darstellen. In der Numerik werden sie als "Riemann-Problem" bezeichnet. Die numerisch exakte Lösung eines Riemann-Problems mit einem Godunov-Löser ist mit einem sehr hohen Rechenaufwand verbunden. Diese direkte Lösung des Riemann-Problems wird mit dem CWENO-Schema hingegen umgegangen, indem über geeignete Zellgebiete gemittelt wird und außerdem bei der Rekonstruktion Oszillationen weitgehend unterdrückt werden. Damit ergibt sich ein sehr schneller und leistungsfähiger Algorithmus zur Entwicklung der MHD-Felder. In dieser Arbeit wurde ein CWENO-Algorithmus 2. Ordnung verwendet. Details zur direkten Umsetzung finden sich in Weiß (2007) bzw. Kissmann (2006). Eine allgemeinere mathematische Einführung findet sich z.B. in Kurganov u. Levy (2000).

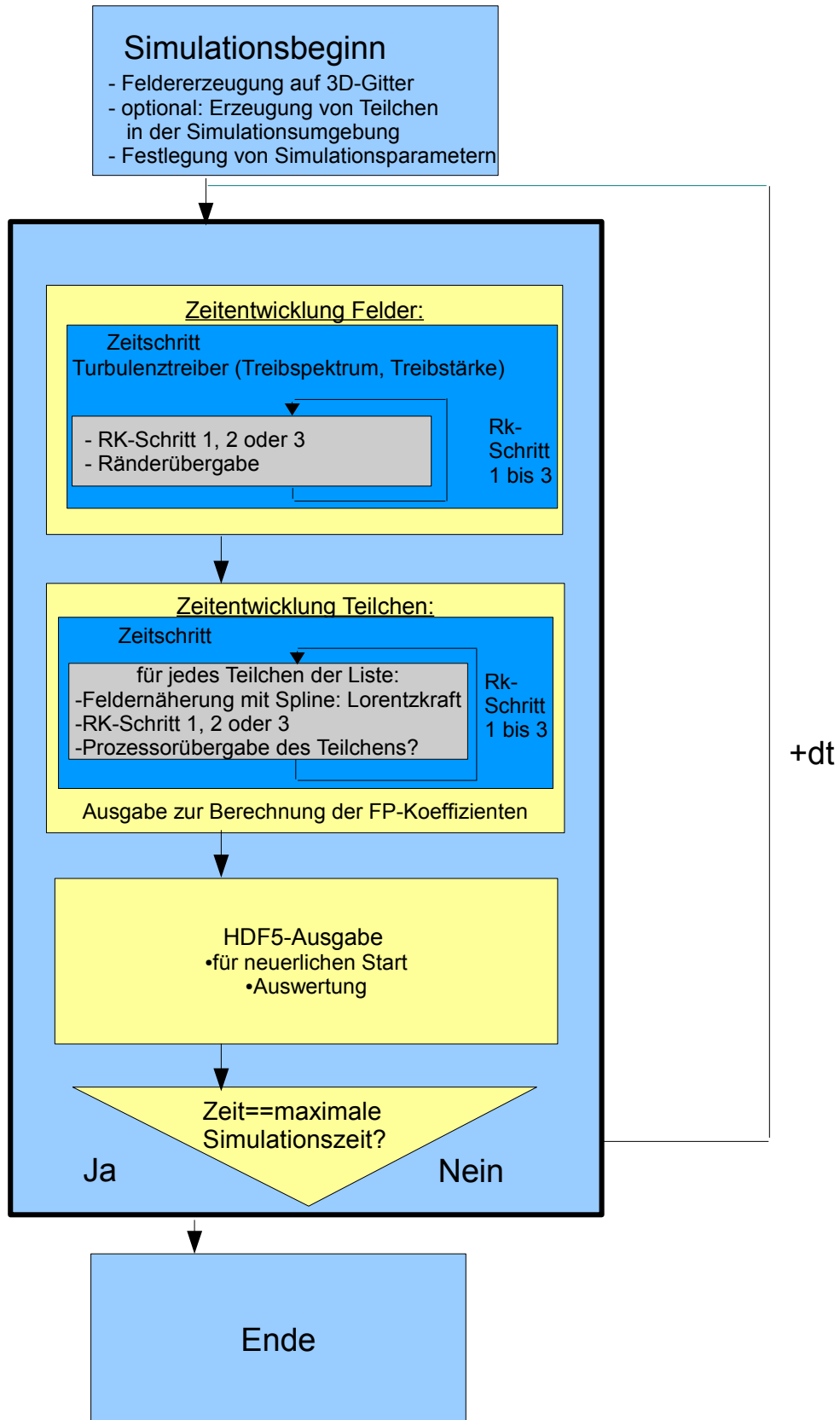


Abbildung 3.1: Struktogramm des Testteilchen-MHD-Hybridcodes

### 3.3 Turbulenztreiber

Der Turbulenztreiber ist eine Routine des MHD-Teilchen-Hybridcodes, der Fluktuationen erzeugt und diese dem bestehenden Geschwindigkeitsfeld zufügt. Erst durch die MHD-Entwicklung entstehen dann auch Fluktuationen im Magnetfeld. Dies entspricht den angenommenen Treibszenarien, bei denen z.B. Schockwellen von Supernovae oder CMEs (kompressibel) bzw. Teilchenströme (inkompressibel) eine kinetische Energiezufuhr in das Medium darstellen.

Es stellt sich dabei die Frage, welche Bedingungen an die Fluktuationen, die dem Geschwindigkeitsfeld zugeführt werden, gestellt werden müssen und wie sie im Detail zu berechnen sind. Im Folgenden werden die Anforderungen an das Treibspektrum in Abhängigkeit von den betrachteten Skalen analysiert, das Treibspektrum aus diesen Bedingungen abgeleitet und schließlich die Funktionsweise des Turbulenztreibers im seinem zeitlichen Ablauf erläutert.

Hierfür muss zunächst die Frage geklärt werden, auf welchen **Skalen** die Turbulenz getrieben werden soll. Werden Simulationen auf den Skalen durchgeführt, auf denen tatsächlich turbulente Energie durch ein physikalisches Ereignis wie eine Supernovaexplosion dem Medium zugeführt wird, sollten die Fluktuationen diesem Ereignis auch entsprechen. Im Fall von Supernovae kann die Energieinjektion vermutlich gut durch eine Sedov-Explosion (Sedov (1959)) modelliert werden. Da in der Heliosphäre die genauen Treibszenarien nicht ganz verstanden sind, ist eine Modellierung des physikalischen Treibszenarios in den meisten Fällen problematisch. Leichter fällt dies, wenn die Simulationen sich nicht direkt auf den Produktionsbereich, sondern auf einen Abschnitt des Inertialbereichs beziehen, der durch die Turbulenzkaskade dominiert wird. In diesem Bereich ist bekannt, dass die Turbulenz aus Fluktuationen bei größeren Skalen gespeist wird. Dementsprechend sollten in diesem Fall die Fluktuationen, die vom Treiber injiziert werden, selbst einem Kolmogorov- oder GS-Spektrum entsprechen.

Diese Arbeit nimmt als Treibspektrum ein kolmogorov-artiges Spektrum an. Der Produktionsbereich selbst wird durch diese Annahme nicht beliebig zufriedenstellend wiedergegeben, hierfür müsste eigentlich, abhängig vom tatsächlich stattfindenden physikalischen Szenario, ein individuelles Treibspektrum erarbeitet werden. Auch für Bereiche, die bei sehr viel kleineren Skalen als dem Produktionsbereich liegen, sind diese Simulationen problematisch. Da die Ereignisse, die zur Turbulenzentstehung beitragen, in dieser Arbeit in kompressible und inkompressible Phänomene unterteilt werden, müssen sich die

durchgeführten Untersuchungen zumindest auf Skalen in der Nähe des Produktionsbereichs beziehen, da sonst die Kompressibilität der Kaskade und nicht des physikalischen Ereignisses darüber entscheidet, ob kompressibel oder inkompressibel getrieben wird. Die genaue Form des Treibspektrums hat nach Erreichen der Konvergenz einen relativ geringen Einfluss auf die Spektren. Vorsichtig muss man hingegen bei der Interpretation der Turbulenzerzeugung zu frühen Zeiten sein. Dementsprechend wird der tatsächlichen Form der Spektren in Kapitel 4.1 und 4.2.1 im Wesentlichen nur Aufmerksamkeit im Hinblick auf den Nachweis bestimmter physikalischer Wechselwirkungen gewidmet.

Um die Anforderungen an das Treibspektrum, wie z.B. den spektralen Verlauf in Form eines Kolmogorov-Spektrums, möglichst einfach festlegen zu können, wird es im Fourierraum definiert. Dabei wird als weitere **Bedingung an das Treibspektrum**  $f_k$  angenommen, dass die Fluktuationen  $u_k$  zufällig sein und dabei einer Normalverteilung genügen sollen, wobei  $f_k$  im Mittel isotrop ist. Demnach besteht  $f_k$  aus den Moden  $u_k$ , die normalverteilt um Null liegen und eine beliebige Phase aufweisen. Diese Fluktuationen werden natürlich bei den größten Skalen injiziert.

Zur **Bestimmung des Treibspektrums**  $f_k$  muss nun noch die Breite der Normalverteilung festgelegt werden. Diese bzw. die Varianz der Verteilung ist allerdings abhängig von  $k$  und muss für die Definition von  $f_k$  noch bestimmt werden. Aus der Definition der Varianz von  $u_k$  ergibt sich

$$\sigma_u^k = \int \mathbf{u}^2 G_{\mathbf{u},k} d^3u \equiv \langle \mathbf{u}(\mathbf{k})^2 \rangle, \quad (3.2)$$

wobei  $G_{\mathbf{u},k}$  die Normalverteilung von  $u_k$  angibt. Für die kinetische Energie der Turbulenzen gilt im statistischen Mittel:

$$E(\mathbf{k}) \propto \langle \mathbf{u}(\mathbf{k})^2 \rangle = \sigma_u^k. \quad (3.3)$$

Hieraus muss nun noch das richtungsunabhängige Energiespektrum abgeleitet werden, indem dieses Spektrum über den Raumwinkel unter der Annahme der Isotropie aufintegriert wird, wodurch die  $k$ -Abhängigkeit des Spektrums um einen zusätzlichen Faktor  $k^2$  modifiziert wird. Es gilt:

$$E(k) \propto \sigma_u^k k^2. \quad (3.4)$$

Dieses Spektrum soll einem Potenzgesetz mit der Potenz  $-s$  genügen. Für ein Kolmogorov-Spektrum ergibt sich die Forderung  $s = 5/3$ . Damit gilt für  $\sigma_u^k$

$$\begin{aligned} \sigma_u^k k^2 &\propto k^{-5/3} \\ \sigma_u^k &\propto \sqrt{k^{-11/3}} \approx k^{-1.8}, \end{aligned} \quad (3.5)$$



womit die Breite der Normalverteilung eindeutig festgelegt ist. Damit kann  $f_k$  wie folgt festgelegt werden:

$$f_k = f(k) = s \cdot k^{-1.8} \exp(2\pi ip), \quad (3.6)$$

wobei “ $s$ ” eine normalverteilte Zufallszahl und “ $p$ ” gleichverteilte Zufallszahl zwischen Null und Eins sind. Durch den Faktor  $k^{-1.8}$  wird die Breite der Zufallsverteilung, mit der “ $s$ ” generiert wird, in geeigneter Weise  $k$ -abhängig modifiziert. Durch den Faktor  $\exp(2\pi ip)$  bekommen alle generierten Wellen zusätzlich eine beliebige Phase. Das Treibspektrum ist in Abbildung 3.2 gezeigt. Dabei ist die spektrale Energie  $P_K$  (Definition: siehe Kapitel 3.4) in Abhängigkeit von der parallelen (Abszisse) und senkrechten Komponente (Ordinate) des Wellenvektors aufgetragen. Sowohl die Wellenzahlabhängigkeit als auch die zufällige Streuung der Fluktuationen ist deutlich zu erkennen. Wird das Treibspektrum über mehrere Realisierungen gemittelt, ergibt sich ein glattes und isotropes Spektrum.

Im Folgenden wird die **Funktionsweise des Turbulenztreibers in seinem zeitlichen Ablauf** erklärt.

Im Turbulenztreiber wird zunächst eine Treibfunktion  $f(\mathbf{k})$  für kompressibles Treiben bzw.  $\mathbf{f}(\mathbf{k})$  für inkompressibles Treiben im Fourierraum definiert, wobei die einzelnen Komponenten von  $\mathbf{f}(\mathbf{k})$  von einander unabhängig sind und genau wie  $f(\mathbf{k})$  Gleichung 3.6 genügen. Diese Funktionen haben zunächst sowohl einen kompressiblen als auch einen inkompressiblen Anteil. Durch die Bedingungen

$$\nabla \cdot f(\mathbf{x}) \rightarrow \mathbf{k} \cdot f(\mathbf{k}) \quad (3.7)$$

für kompressibles Treiben, bzw.

$$\nabla \times \mathbf{f}(\mathbf{x}) \rightarrow \mathbf{k} \times \mathbf{f}(\mathbf{k}) \quad (3.8)$$

für inkompressibles Treiben lassen sich die Funktionen auf ihren kompressiblen bzw. inkompressiblen Anteil reduzieren. An diesen beiden Rechenoperationen ist auch zu erkennen, warum  $f(\mathbf{k})$  für kompressibles Treiben als skalare Funktion und  $\mathbf{f}(\mathbf{k})$  für inkompressibles Treiben als vektorwertige Funktion definiert werden muss. Anschließend wird die Funktion durch den Betrag von  $\mathbf{k}$  dividiert, damit die spektrale Form von  $f(\mathbf{k})$  bzw.  $\mathbf{f}(\mathbf{k})$  durch diese Operation nicht verfälscht wird. Gleichzeitig wird darauf geachtet, dass die resultierende Funktion hermitesch ist. Dies führt dazu, dass im Realraum bei der

späteren Fouriertransformation rein reellwertige Fluktuationen erzeugt werden. Die so gewonnenen Funktionen werden durch die Intel-MKL-Cluster-Fouriertransformation in Fluktuationen im Realraum überführt. Bevor die Fluktuationen auf die Geschwindigkeitsfelder aufaddiert werden, wird ihr Impulsübertrag bestimmt und abgezogen, damit durch den Treiber kein Nettoimpuls auf die Geschwindigkeitsfelder übertragen wird. Außerdem werden die so gewonnenen Fluktuationen noch auf den gewünschten Energieinhalt, der injiziert werden soll, normiert. Hierfür gibt es grundsätzlich zwei Möglichkeiten, da sich die Energienormierung entweder auf das Treibszenario oder das resultierende Spektrum beziehen kann. Die injizierte Energie kann also z.B. der Energiedichte entsprechen, die durch SN-Explosionen dem ISM zugeführt wird. Dies ist insbesondere eine gute Arbeitshypothese, wenn sich die Untersuchungen auf physikalische Prozesse im ISM beziehen. Die andere Möglichkeit besteht darin, die injizierte Energie so anzupassen, dass das resultierende Spektrum im Konvergenzbereich die gewünschte Energie beinhaltet. Diese Vorgehensweise wurde insbesondere in Kapitel 4.4 angewendet, um das gemessene Spektrum für die Teilchensimulation erstellen zu können. Schließlich können die Fluktuationen dem Geschwindigkeitsfeld zugefügt werden. Da  $f_k$  im Fourierraum definiert wird, gelten für das Spektrum automatisch periodische Randbedingungen.

### 3.4 Berechnung der turbulenten Spektren

Bei der Auswertung der Felder werden in erster Linie der Grad der Magnetisierung und die Kompressibilität der Felder untersucht. Hierfür muss das Verhältnis aus der Energie der magnetischen Fluktuationen ( $P_B$ ) und der kinetischen Energie der Turbulenzen ( $P_K$ ), bzw. aus der Energie der kompressiblen Moden ( $P_{Comp}$ ) und der Energie der inkompressiblen Moden ( $P_{Shear}$ ) analysiert werden.

Die Energien der kompressiblen bzw. inkompressiblen Moden sind wie folgt definiert:

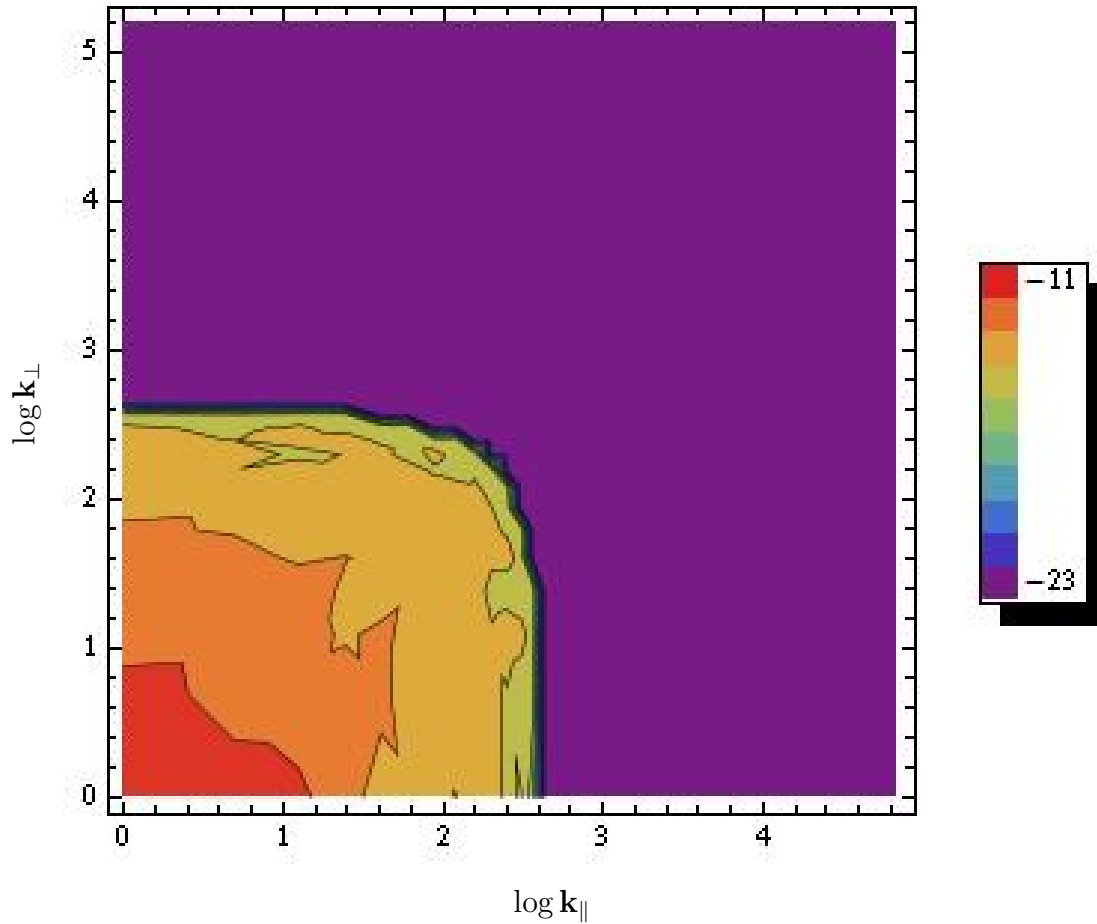
$$P_{Comp}(\mathbf{k}) = \rho \cdot \|\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}(\mathbf{k})\|^2 / 2 \quad (3.9)$$

$$P_{Shear}(\mathbf{k}) = \rho \cdot \|\mathbf{k} \times \mathbf{v}(\mathbf{k})\|^2 / 2. \quad (3.10)$$

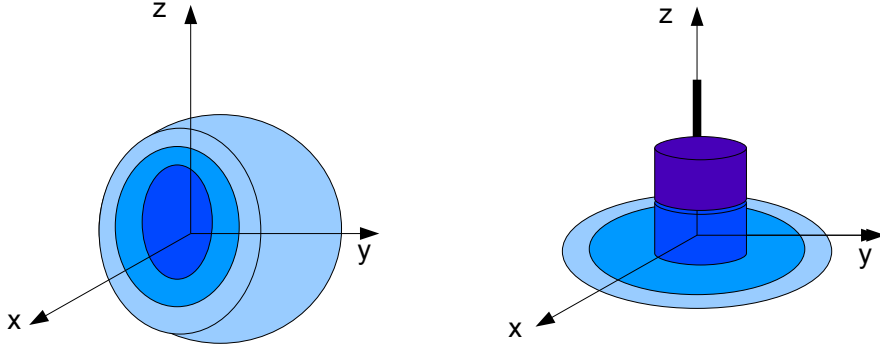
Für die kinetische Gesamtenergie gilt

$$P_K(\mathbf{k}) = \rho \cdot v^2(k) / 2, \quad (3.11)$$

wobei die Summe aus  $P_{Comp}(\mathbf{k})$  und  $P_{Shear}(\mathbf{k})$  die Gesamtenergie  $P_K(\mathbf{k})$  ergibt. Während  $P_K(\mathbf{k})$  sich auf die kinetische Energie der Turbulenzen der MHD-Felder bezieht, bezeich-



**Abbildung 3.2:** Treibspektrum: Die spektrale Energie  $P_K^*$  ist in Abhängigkeit von der parallelen (Abszisse) und senkrechten Komponente (Ordinate) des Wellenvektors aufgetragen. Sowohl die Wellenzahlabhängigkeit als auch die zufällige Streuung der Fluktuationen ist deutlich zu erkennen. Wird das Treibspektrum über mehrere Realisierungen gemittelt, ergibt sich ein glattes und isotropes Spektrum.



**Abbildung 3.3:** Abbildung zur Verdeutlichung der Berechnung der ein- und zweidimensionalen turbulenten Spektren ( $P(k)$  und  $P(\mathbf{k}_{\parallel}, \mathbf{k}_{\perp})$ ) aus  $P(\mathbf{k})$ . Die Vorzugsrichtung in Richtung der  $z$ -Achse ist durch das Hintergrundmagnetfeld definiert. Um  $P(k)$  zu erhalten, werden die Werte im dreidimensionalen Fourierraum in Form von Kugelschalen aufsummiert, denn  $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}$ . Für die Berechnung der zweidimensionalen Spektren werden die turbulenten Spektren in Form von Zylindermänteln aufsummiert, denn es gilt  $\mathbf{k}_{\parallel} = \mathbf{k}_z$  und  $\mathbf{k}_{\perp} = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ .

net  $P_K^*$  die turbulente kinetische Energie des Treibspektrums. Für das Energiespektrum der Magnetfelder gilt:

$$P_B(\mathbf{k}) \equiv \delta B^2(k)/2\bar{\rho}. \quad (3.12)$$

Für die Berechnung dieser Energien werden die Felderausgaben der Simulation zunächst in den Fourierraum transformiert und anhand der Gleichungen 3.9 bis 3.12 ausgewertet, wodurch sich  $P_{Shear}(\mathbf{k})$ ,  $P_{Comp}(\mathbf{k})$ ,  $P_K(\mathbf{k})$ ,  $P_B(\mathbf{k})$  ergeben. Um daraus die ein- bzw. zweidimensionalen Spektren, d.h. die Spektren in Abhängigkeit von  $k$  bzw. von  $\mathbf{k}_{\parallel}$  und  $\mathbf{k}_{\perp}$  zu erhalten, werden die dreidimensionalen Fourierfelder in Form von Kugelschalen bzw. Zylindermänteln aufsummiert (vgl. Abbildung 3.3). Um die Gesamtenergien zu erhalten, werden die turbulenten Energien in jedem Punkt des Fourierraums aufsummiert.

## 3.5 Splines

Für die möglichst genaue Simulation der Teilchenbewegung ist es von zentraler Bedeutung, die auf die Teilchen wirkende Lorentzkraft und damit die MHD-Felder entlang der

Teilchentrajektorie genau zu kennen. Die Felder am Ort der Teilchen sind allerdings nicht genau bekannt, vielmehr sind sie nur auf einem dreidimensionalen, kubischen Gitter in Form von Zellmittelwerten gespeichert. Das Nähern der Felder am Ort eines Testteilchens durch die Zellmittelwerte der Zelle, in dem sich dieses Teilchen gerade befindet, führt allerdings zu völlig instabilen Teilchenbahnen. Dies gilt übrigens ganz unabhängig von der verwendeten Gittergröße, da an den Zellgrenzen die Zellmittelwerte Unstetigkeiten aufweisen. Darüber hinaus ist die Verfeinerung des Gitters auch wegen des damit verbundenen immensen zusätzlichen Rechenaufwands keine praktikable Lösung. Offensichtlich müssen die Felder für die Simulation des Teilchentransports in geeigneter Weise genähert werden. In Weiß (2007) wurde schon im Detail untersucht, dass lineare Näherungsverfahren bereits für sehr einfache Testfälle deutliche Abweichungen von den analytischen Lösungen aufweisen, wohingegen ein dreidimensionaler kubischer Spline ein geeignetes Näherungsverfahren für diese Problemstellung darstellt. Im Folgenden wird der dreidimensionale kubische Spline kurz vorgestellt. In Kapitel 4.3.1 wird ein geeigneter, physikalisch relevanter Testfall zur Untersuchung der Validität der verwendeten Teilchenroutinen und damit auch des kubischen Splines formuliert und dessen Ergebnisse mit analytischen Vorhersagen verglichen.

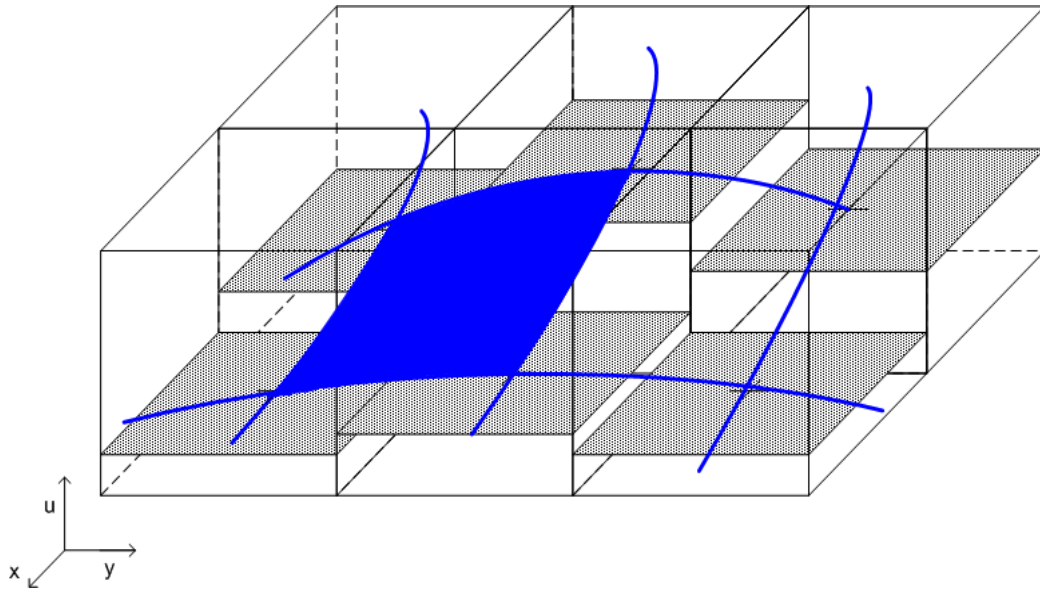
Bei einem kubischen Spline werden die Felder zwischen zwei Punkten mit einem Polynom dritter Ordnung genähert. Dabei wird angenommen, dass das Feld im Zentrum der Zelle dem Zellmittel entspricht. Die Zentren der einzelnen Gitterzellen werden somit als Stützstellen für den Spline verwendet. In einer Dimension ist der Spline mit

$$F(x) = c_{000} + c_{001} \cdot x + c_{002} \cdot x^2 + c_{003} \cdot x^3 \quad (3.13)$$

definiert. Um diese Funktion zu bestimmen, müssen allerdings vier Randbedingungen gefunden werden, die es ermöglichen, die vier Koeffizienten eindeutig festzulegen. Hierfür verwendet man die Feldwerte und deren Steigungen in den beiden Stützstellen, zwischen denen der Spline bestimmt werden soll. Um ein kubisches Polynom im Dreidimensionalen eindeutig festzulegen, müssen insgesamt  $4^3$ , also insgesamt 64 Koeffizienten bestimmt werden. Für das Feld am Ort des Teilchens ergibt sich damit:

$$F(x, y, z) = \sum_{i,j,k=0}^3 c_{ijk} x^i y^j z^k. \quad (3.14)$$

Um all diese Koeffizienten zu bestimmen, müssen in allen acht Zellzentren der zum Teilchen benachbarten Zellen nicht nur die absoluten Werte der Felder, sondern auch sowohl



**Abbildung 3.4:** Darstellung eines kubischen Splines in zwei Dimensionen. Man erkennt, dass in jeder Gitterzelle nur die Zellmitten gespeichert werden. Aus den Zellmitten der Nachbarzellen sowie den Ableitungen entlang der verschiedenen Raumrichtungen kann der kubische Spline bestimmt werden.

deren Ableitungen in  $x$ ,  $y$  und  $z$ - Richtung als auch die gemischten Ableitungen in  $xy$ -,  $xz$ -,  $yz$ , und  $xyz$ -Richtung als Randbedingungen berechnet werden. Das Gleichsetzen der Funktionswerte und Ableitungen entspricht der Forderung einer stetig differenzierbaren Näherungsfunktion. Der so gewonnene Spline (vergleiche Abbildung 3.4) schmiegt sich glatt an die Zellmittelwerte an, was der Stabilität der Teilchenbahnen zugute kommt. Das so gewonnene Gleichungssystem zur Bestimmung der Koeffizienten mit den Absolutwerten und den Ableitungen lässt sich als Matrixgleichung zusammenfassen:

$$\hat{A} \cdot \mathbf{c} = \mathbf{b} \quad (3.15)$$

Hierbei ist  $\mathbf{c}$  der zur Konstruktion des dreidimensionalen Splines nach Gleichung 3.14 gesuchte Koeffizientenvektor,  $\mathbf{b}$  beinhaltet die Werte der Funktion und ihrer Ableitung in den acht Gitterpunkten und  $\hat{A}$  ist eine  $64 \times 64$  Matrix mit 4096 Einträgen. Die genaue Struktur von  $\hat{A}$  ergibt sich aus der expliziten Reihenfolge und dem Aufbau der einzelnen Gleichungen im Gleichungssystem. Um den Koeffizientenvektor und damit den gesuchten

Spline bestimmen zu können, muss also das Gleichungssystem

$$\mathbf{c} = \hat{A}^{-1} \cdot \mathbf{b} \quad (3.16)$$

für jeden Zellbereich, in dem sich Teilchen befinden, gelöst werden. spline. Da  $\hat{A}$  unabhängig von der tatsächlichen Größe der zu mittelnden Felder ist und nur von der Struktur und Reihenfolge des Gleichungssystems abhängt, muss diese Matrix nur ein einziges Mal berechnet werden. Deshalb wurde  $\hat{A}$  in einem C++-Programm bestimmt und mithilfe von Mathematica invertiert. Das so gewonnene  $\hat{A}^{-1}$  muss nur einmal in den Testteilchencode eingelesen werden und kann fortan zur Mittelung der Felder verwendet werden. In jedem Runge-Kutta-Schritt müssen jetzt nur noch der Vektor  $\mathbf{b}$  bestimmt und das Gleichungssystem gelöst werden. Anschließend ergibt sich das gemittelte Feld am Ort des Teilchens aus Gleichung 3.14.

### 3.6 Runge-Kutta-Verfahren dritter Ordnung

Für die Zeitintegration der MHD-Gleichungen und der Teilchenbahnen wurde ein Runge-Kutta-Verfahren dritter Ordnung verwendet. Ausschlaggebend für die Wahl gerade dieses Verfahrens ist die niedrige Belastung des Arbeitsspeichers bei vergleichsweise hoher numerischer Genauigkeit. Die einzelnen Teilschritte sind bei diesem Verfahren wie folgt definiert:

$$u_1 = u^n + \Delta t \cdot f(u^n) \quad (3.17)$$

$$u_2 = \frac{3}{4}u^n + \frac{1}{4}u_1 + \frac{1}{4}\Delta t \cdot f(u_1) \quad (3.18)$$

$$u^{n+1} = \frac{1}{3}u^n + \frac{2}{3}u_2 + \frac{2}{3}\Delta t \cdot f(u_2), \quad (3.19)$$

mit

$$f(u) = \partial_t u. \quad (3.20)$$

Man erkennt, dass der Algorithmus aus drei Teilschritten besteht, die jeweils nur auf die direkt zuvor berechneten Zwischenwerte und  $u^n$  zurückgreifen. Deshalb muss hier zur zeitlichen Entwicklung der Felder nur der Speicherplatz für ein zusätzliches Hilfsfeld für jede zeitlich zu entwickelnde Größe zur Verfügung gestellt werden. Der Speicher kann dabei für jeden Runge-Kutta-Schritt wieder überschrieben werden, da immer nur

auf die direkt zuvor berechnete Hilfsgröße zugegriffen werden muss. Dies gilt sowohl für die MHD-Felder als auch für die Teilchen. Deshalb können mit diesem im Vergleich zum Eulerverfahren viel stabileren Algorithmus deutlich arbeitsspeicherplatzschonendere Berechnungen durchgeführt werden als dies mit anderen Runge-Kutta-Verfahren der Fall ist.

### 3.7 Numerische Berechnung der FP-Koeffizienten

In diesem Kapitel werden Details zur Berechnung der Fokker-Planck-Koeffizienten aus den Informationen der Teilchentrajektorien vorgestellt. Dies wird hier anhand von  $D_{\mu\mu}$  durchgeführt, kann aber allgemein auf alle Koeffizienten, egal ob im Impuls oder Ortsraum, ohne zusätzliche Komplikationen erweitert werden.

Aus Kapitel 2.3.2 ist bekannt, dass die Fokker-Planck-Koeffizienten der Einzelteilchen aus den Trajektorien wie folgt bestimmt werden können

$$D_{\mu\mu,Single\ particle} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{(\Delta\mu)^2}{2 \cdot t}, \quad (3.21)$$

was sich zu

$$D_{\mu\mu,Single\ particle} = \frac{(\mu_{Ende} - \mu_{Beginn})^2}{2\Delta t} \quad (3.22)$$

umformulieren lässt.

Für nur kleine Streuungen sowie unter der Annahme, dass die zeitlichen Korrelationsfunktionen der generalisierten Kräfte nur von der Zeitdifferenz und nicht von den absoluten Zeiten abhängen und dass es eine endliche Korrelationszeit gibt, kann statt Gleichung 3.22 auch eine weitere Formulierung für  $D_{\mu\mu}$  verwendet werden:

$$D_{\mu\mu,Single\ particle} = \int_0^t ds \dot{\mu}(s) \dot{\mu}(t). \quad (3.23)$$

Diese Formulierung wird als ‘‘Kubo-Formalismus’’ bezeichnet (vgl. Kubo (1957)). Da die hierfür notwendigen Annahmen nicht unbedingt gültig sind, wurde für die spätere Auswertung von  $D_{\mu\mu}$  Gleichung 3.22 verwendet.

Zur Bestimmung der Koeffizienten nach 3.22 müssen die Pitchwinkel  $\mu$  zu Beginn und am Ende der Simulation des Teilchens genauso bekannt sein wie die Simulationsdauer.



Bei der Simulation werden die Trajektorien möglichst vieler Teilchen berechnet. In erster Linie dient dies einer möglichst feinen Abrasterung der turbulenten Felder, an denen die Teilchen gestreut werden. Aus der Mittelung der  $D_{\mu\mu}$  der Einzelteilchen kann damit dann  $D_{\mu\mu}$  für das Gesamtsystem bestimmt werden.

Die Koeffizienten sind dabei Funktionen der sechs Phasenraumkoordinaten  $X_\sigma = (X, Y, Z, p, \mu, \phi)$ . Über den Winkel  $\phi$ , der mit  $\tan \phi = p_y/p_x$  definiert ist, wird dabei gemittelt, da  $p_x$  und  $p_y$  und damit auch  $\phi$  nicht eindeutig definiert sind. Dies begründet sich dadurch, dass die einzige Vorzugsrichtung durch das Magnetfeld  $B_0$ , das die z-Richtung festlegt, gegeben ist. Analog kann auch der Ortsraum nur in einen Anteil senkrecht und parallel zum Hintergrundmagnetfeld aufgeteilt werden. Somit wird auch nicht zwischen  $x$  und  $y$  unterschieden.

Um die Fokker-Planck-Koeffizienten in Abhängigkeit der Phasenraumkoordinaten zu simulieren, findet keine Mittelung über alle Teilchen statt. Stattdessen werden z.B. zur Berechnung von  $D_{\mu\mu}(\mu, p)$  die Teilchen in mehrere  $\Delta\mu$ - $\Delta p$ -Bereiche eingeordnet und nur die Teilchen bei der Mittelung miteinbezogen, die im betrachteten Intervall von  $\mu$  und  $p$  liegen (vgl. Abbildung 3.5).

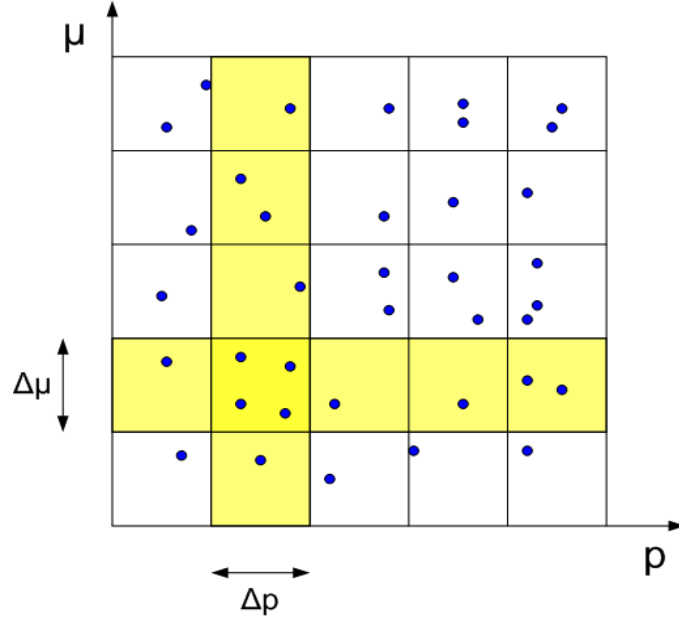
Anhand des zeitlichen Konvergenzverhaltens von  $D_{\mu\mu}$  lässt sich die Art der Diffusion bestimmen. Dabei gilt im Grenzfall unendlich langer Simulationszeit

$$\langle \Delta\mu^2 \rangle \propto t^\alpha. \quad (3.24)$$

Der Exponent  $\alpha$  bestimmt dabei die Art der Diffusion. Hierbei wird zwischen superdiffusivem Verhalten ( $\alpha > 1$ ), normaldiffusivem Verhalten ( $\alpha = 1$ ) und subdiffusivem Verhalten ( $0 < \alpha < 1$ ) unterschieden.

### 3.8 Normierung

Zur Normierung der Größen und auch der Gleichungen des physikalischen Systems wird jede verwendete Variable in einen dimensionslosen Anteil der Größenordnung 1 und eine Normierungskonstante zerlegt. Die Berechnung im Code erfolgt mit der dimensionslosen Größe. Dieser Vorgang soll in erster Linie zur Stabilität der numerischen Berechnung beitragen. Zum anderen dient es aber auch der Übersichtlichkeit und der schnellen Anpassung des Codes auf unterschiedliche physikalische Gegebenheiten. Die Herleitung der normierten MHD-Gleichungen kann in Kissmann (2006) im Detail nachgelesen werden.



**Abbildung 3.5:** Darstellung des diskretisierten  $\mu$ - $p$ -Phasenraums. Die Teilchen (blaue Punkte) werden nur im betrachteten Teilgebiet  $\Delta\mu \times \Delta p$  in die Mittlung von  $D_{\mu\mu}(\Delta\mu, \Delta p)$  miteinbezogen.

Hierfür werden vier unabhängige Variablen verwendet: Die Kantenlänge des Simulationsgebiets  $L$ , die Masse  $m_0$  des Wasserstoffatoms sowie deren Anzahldichte  $n_0$  und die Temperatur des Systems, die direkt mit der Schallgeschwindigkeit verknüpft ist. Die restlichen Größen und ihre Normierung sind in Tabelle 3.1 angegeben.

Zusätzlich zu den MHD-Gleichungen müssen für den Hybridcode die Bewegungsgleichungen der Testteilchen normiert werden. Die physikalischen Formen der verwendeten Gleichungen sind

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{v} \quad (3.25)$$

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{\mathbf{F}}{m}. \quad (3.26)$$

Für die Kraft  $\mathbf{F}$  ergibt sich dabei unter Verwendung des ohmschen Gesetzes bei vernachlässigbarer Resistivität

$$\mathbf{E} = -\mathbf{u} \times \mathbf{B} \quad (3.27)$$

### 3 Numerik

Variable					Normierungskonstante
Länge	$\mathbf{x}$	$=$	$L\tilde{\mathbf{x}}$	$L$	[m]
Protonenmasse	$m$	$=$	$m_0\tilde{m}$	$m_0$	[kg]
Anzahldichte	$n$	$=$	$n_0\tilde{n}$	$n_0$	[m <sup>3</sup> ]
Temperatur	$T$	$=$	$T_0\tilde{T}$	$T_0$	[K]
Dichte	$\rho$	$=$	$\rho_0\tilde{\rho}$	$\rho_0$	[kg/m <sup>3</sup> ] = $m_0n_0$
Gasdruck	$P$	$=$	$P_0\tilde{P}$	$P_0$	[Pa] = $n_0k_B T_0$
Geschwindigkeit	$\mathbf{u}$	$=$	$u_0\tilde{\mathbf{u}}$	$u_0$	[m/s] = $c_s = \sqrt{k_B T_0 / mp}$
Zeit	$t$	$=$	$\tau\tilde{t}$	$\tau$	[s] = $L/u_0 = L/c_s$
Magnetfeld	$\mathbf{B}$	$=$	$B_0\tilde{\mathbf{B}}$	$B_0$	[T] = $\sqrt{\mu_0\rho_0}c_s$
Stromdichte	$\mathbf{J}$	$=$	$J_0\tilde{\mathbf{J}}$	$J_0$	[Cm <sup>-2</sup> s <sup>-1</sup> ] = $B_0/(L\mu_0) = c_s/L\sqrt{\mu_0\rho_0}$
Energiedichte	$e$	$=$	$e_0\tilde{e}$	$e_0$	[Jm <sup>-3</sup> ] = $\rho_0c_s^2$
Energiezufuhr	$S^e$	$=$	$S_0^e\tilde{S}^e$	$S_0^e$	[Jm <sup>-3</sup> s <sup>-1</sup> ] = $e_0/\tau = \rho_0c_s^3/L$

Tabelle 3.1: Normierungskonstanten des Hybridcodes. Die vier unabhängigen Variablen werden hier zuerst angegeben. Im Anschluss werden die restlichen Variablen in Abhängigkeit von den unabhängigen Variablen definiert.

die folgende Gleichung:

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) = q(-\mathbf{u} \times \mathbf{B} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (3.28)$$

Unter Einbeziehung der normierten Größen ergibt sich:

$$\tilde{\mathbf{F}} F_0 = \tilde{q} \left( -\tilde{\mathbf{u}} \times \tilde{\mathbf{B}} + \tilde{\mathbf{v}} \times \tilde{\mathbf{B}} \right) q_0 u_0 B_0. \quad (3.29)$$

In normierter Form lautet die Lorentzkraft also:

$$\tilde{\mathbf{F}} = \tilde{q} \left( -\tilde{\mathbf{u}} \times \tilde{\mathbf{B}} + \tilde{\mathbf{v}} \times \tilde{\mathbf{B}} \right) \quad (3.30)$$

mit den Normierungskonstanten

$$F_0 = q_0 u_0 B_0. \quad (3.31)$$

Die Form der Lorentzkraft ändert sich also durch die Normierungskonstante nicht. Für 3.26 gilt mit 3.31 und  $t_0 = L_0/u_0$ :

$$\frac{d(\tilde{\mathbf{v}} u_0)}{d(\tilde{t} t_0)} = \frac{\tilde{\mathbf{F}} F_0}{\tilde{m} m_0} \quad (3.32)$$

$$\Leftrightarrow \frac{d\tilde{\mathbf{v}}}{d\tilde{t}} = \frac{\tilde{\mathbf{F}} q_0 B_0 L_0}{\tilde{m} m_0 u_0}. \quad (3.33)$$

Gleichung 3.26 hat also durch die Normierung einen zusätzlichen Faktor erhalten. Dies muss bei der Umsetzung im Testteilchencode berücksichtigt werden. Für 3.25 gilt schließlich:

$$\frac{d(\tilde{\mathbf{x}} x_0)}{(d\tilde{t} t_0)} = \tilde{\mathbf{v}} u_0. \quad (3.34)$$

Die normierte Form ist also

$$\frac{d\tilde{\mathbf{x}}}{d\tilde{t}} = \tilde{\mathbf{v}} \quad (3.35)$$

mit der Normierungskonstanten

$$x_0 = u_0 t_0 = u_0 \frac{L_0}{u_0} = L_0. \quad (3.36)$$

### 3.9 Parallelisierung

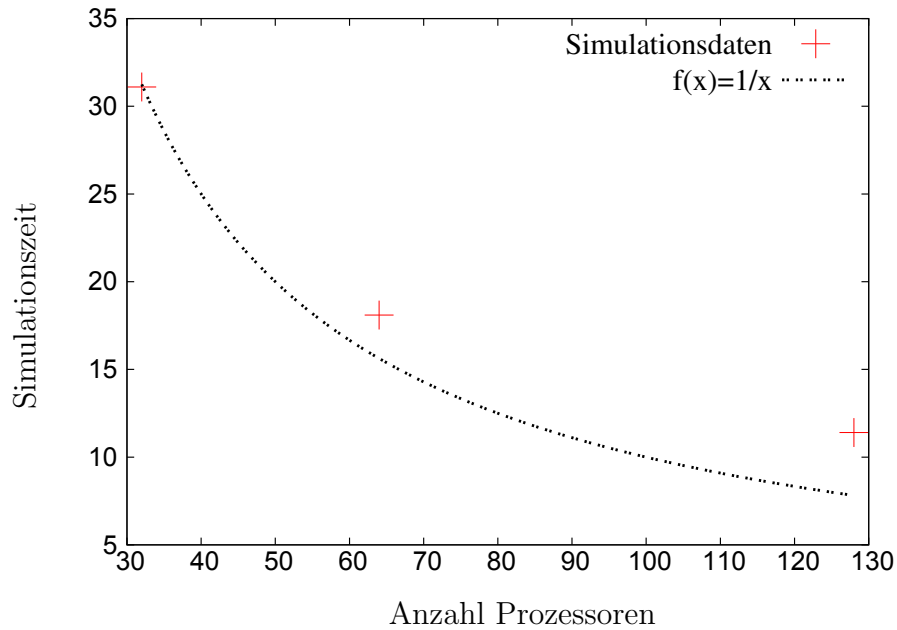
Die in dieser Arbeit durchgeführten Simulationen sind mit einem sehr hohen Rechenaufwand und immensen Belastungen des Arbeitsspeichers verbunden. Zum einen ist für die Simulation eines realistischen Spektrums, das sich über einen möglichst großen Skalenbereich erstreckt, eine hohe Gitterauflösung unbedingt notwendig. Darüber hinaus ist für die Untersuchung der Teilchenstreuung eine gute Statistik von großem Interesse.

Um dies bewerkstelligen zu können, wurde der Code für Teilchen und Felder vollständig mit MPI parallelisiert. Dabei wird der simulierte Raum in mehrere gleich große Teilbereiche untergliedert und jeder Prozessor berechnet die zeitliche Entwicklung der Felder und Teilchen eines dieser Teilbereiche. Nach jedem Runge-Kutta-Schritt werden von allen Prozessoren die Felderinformationen der Ränder an die Prozessoren, die die Nachbargebiete berechnen, verschickt. Auch die Teilchen, die das Simulationsgebiet während eines Runge-Kutta-Schritts verlassen, werden auf dem Prozessor gelöscht und auf dem jeweiligen Nachbarprozessor neu erzeugt.

Normalerweise wird hierbei darauf geachtet, dass der Kommunikationsaufwand zwischen den Prozessoren minimiert wird, was mit einer Minimierung der Grenzflächen gleichzusetzen ist. Durch die Fouriertransformation des Turbulenztreibers ist es allerdings notwendig, die Unterteilung des gesamten Simulationsgebietes nur entlang einer Achse zu erlauben. Hierdurch entstehen nicht optimal kleine Grenzflächen, was den Kommunikationsaufwand etwas erhöht. Es kann also bei einer Verdopplung der Prozessoranzahl

keine Halbierung der Simulationszeit erreicht werden. Die Limitierung an die Raumenterteilung zwischen den Prozessoren ist bei jeder Fouriertransformation in dieser Weise vorgegeben und kann nicht umgangen werden, ohne Qualitätseinbußen beim Turbulenztreiber in Kauf nehmen zu müssen. Da die klare Unterscheidung von kompressiblem und inkompressiblem Treiben und der daraus entstehenden Turbulenz bei dieser Arbeit einen hohen Stellenwert einnimmt, sollen die Ergebnisse auf keinen Fall durch numerische Effekte verfälscht werden. Deshalb wird der etwas höhere numerische Aufwand zu Gunsten einer besseren Numerik in Kauf genommen. Durch die hohe Effizienz der Intel-MKL hält sich der Gesamtaufwand allerdings im Rahmen.

Die Grafik 3.6 zeigt die benötigte Rechenzeit eines Testfalls auf einem Gitter der Größe  $512^3$  in Abhängigkeit von der Prozessoranzahl. Im Idealfall müsste sich die Rechenzeit in Abhängigkeit der Anzahl an verwendeten Prozessoren  $x$  wie  $1/x$  verhalten. Aufgrund der Limitierungen bei der Zerlegung der Felder durch die Fouriertransformation kann dieser Wert allerdings nicht erreicht werden. Je geringer die Gitterauflösung ist, umso günstiger verhält sich der Code bei der Parallelisierung, da die Grenzflächen mit höher werdender Gitterauflösung überproportional ansteigen. Da die im Ergebnisteil vorgestellten Simulationen für eine Gitterauflösung von  $256^3$  bzw.  $512^3$  durchgeführt sind, stellt der angegebene Testfall sogar eine eher pessimistische Abschätzung der Parallelisierungseffizienz dar.



**Abbildung 3.6:** Die Abbildung zeigt einen Vergleich zwischen den verschiedenen Simulationszeiten in Abhängigkeit von der verwendeten Prozessoranzahl auf einem Gitter der Auflösung  $512^3$ . Man sieht, dass beim Übergang von 32 auf 64 Prozessoren die Simulationszeit auf 58% reduziert wird. Eine Erweiterung auf 128 Prozessoren reduziert die Simulationszeit auf 36% im Vergleich zu 32 Prozessoren. Der Idealfall, bei dem sich die Rechenzeit in Abhängigkeit der Anzahl an verwendeten Prozessoren  $x$  wie  $1/x$  verhält, bzw. eine Reduktion auf 50% bzw. 25% der ursprünglichen Simulationszeit erreicht wird, kann aufgrund der für die Fouriertransformation notwendigen Aufteilung des Simulationsgebiets entlang nur einer Achse nicht erreicht werden.

## 4 Ergebnisse

Im Folgenden werden die Ergebnisse dieser Arbeit, die sich aus mehreren Teilbereichen der Turbulenzanalyse und Teilchentransportuntersuchungen zusammensetzen, präsentiert. Die Resultate beziehen sich zwar in erster Linie auf Grund der leichteren Validierbarkeit auf die Verhältnisse in der Heliosphäre, da aber im interstellaren Medium (ISM) vermutlich dieselben oder zumindest ähnliche Mechanismen bei Turbulenz und Teilchentransport dominieren, können einige Ergebnisse auch als relevant für das ISM erachtet werden. In dieser Einleitung soll der Zusammenhang der einzelnen Fragestellungen, denen sich diese Arbeit widmet, verdeutlicht werden.

Selbstverständlich muss jede Untersuchung des Teilchentransports eine ausführliche Analyse der Turbulenz beinhalten, da der Transport direkt von den turbulenten Magnetfeldern des Plasmas abhängt. Ein ausgesprochen wichtiges Ziel dieser Arbeit ist eine möglichst realistische Modellierung des turbulenten Plasmas für die Simulation des Teilchentransports, die hier in diesem Zusammenhang erstmals auf Grundlage der MHD-Gleichungen erfolgt. Hiermit setzt sie sich deutlich von vorherigen Simulationen ab.

Darüber hinaus wird ein besonderes Augenmerk auf die komplexen Erzeugungsmechanismen heliosphärischer bzw. astrophysikalischer Turbulenz gelegt. Dabei sind die tatsächlichen Erzeugungsmechanismen der Turbulenz nicht ganz geklärt. Grundsätzlich lassen sie sich aber in drei Typen unterscheiden: Die Turbulenz kann entweder durch rein kompressible Störungen, rein inkompressible Störungen oder einem Gemisch aus kompressiblen und inkompressiblen Störungen angetrieben werden. Da Schocks, wie sie z.B. im Zusammenhang mit CMEs und CIRs in der Heliosphäre (vgl. Kapitel 2.3.4) bzw. Supernovae oder Supernovaüberresten im ISM entstehen, ein kompressibles Phänomen sind, muss man davon ausgehen, dass diese im umgebenden Plasma hauptsächlich kompressible Störungen anregen. Auf der anderen Seite konnte gezeigt werden, dass insbesondere strömende, hochenergetische, geladene Teilchen, also die SEPs bzw. CRs selbst, inkompressible Alfvénwellen erzeugen können (vgl. z.B. Skilling (1975)). Dass ganz unter-

schiedliche Kombinationen aus schockähnlichen Phänomenen und strömenden Teilchen die Turbulenz in den verschiedenen Regimen erzeugen können, ist dabei selbstverständlich. Diesen unterschiedlichen Erzeugungsmechanismen wird durch zwei verschiedene Einstellungsmöglichkeiten des Turbulenztreibers Rechnung getragen. Dieser lässt es zu, dass die Fluktuationen entweder rein kompressibel oder rein inkompressibel angeregt werden, was es ermöglicht, die Grenzbereiche der unterschiedlichen Erzeugungsmechanismen grob abzustecken. Da insbesondere in der Heliosphäre Teilchen bei der Messung normalerweise einem Ereignis zugeordnet werden können, kann hier auch der vermutete Turbulenzerzeugungsmechanismus direkt angewendet werden. Es zeigt sich, dass die Turbulenz vom Treiben der ersten Moden, während ihrer Entwicklung und sogar nach Erreichen der Konvergenz stark vom angenommenen Erzeugungsmechanismus abhängt. Deshalb sind eine Berücksichtigung der unterschiedlichen Erzeugungsmechanismen bei der Modellierung des Turbulenztreibers sowie eine ausführliche Untersuchung der Turbulenz in Abhängigkeit vom Erzeugungsmechanismus wesentliche Teile dieser Arbeit. Kapitel 4.1 beschäftigt sich mit den physikalischen Prozessen der Turbulenzerzeugung zu frühen Zeiten unter der Annahme, dass nur kleine, energiearme Störungen in das Plasma injiziert werden (schwache Turbulenz). In Kapitel 4.2 wird die Entwicklung der Turbulenz bei mittelstarkem Antreiben der Turbulenz von der ersten Energie-Injektion bis zur konvergierten Turbulenz untersucht (entstehende starke Turbulenz).

Im Anschluss folgt die Untersuchung des Teilchentransports. Hier wird zunächst in Kapitel 4.3 der Teilchentransport in Plasmen untersucht, die nur wenige Moden mit relevanter Energie aufweisen. Es wird gezeigt, dass der Transport von der Welle-Teilchen-Wechselwirkung dominiert wird und wie sich die Resonanzen dieser Wechselwirkung auf die Fokker-Planck-Koeffizienten und somit auf den Transport für kompressibles und inkompressibles Treiben der Turbulenz auswirken. In Kapitel 4.4 erfolgt schließlich ein Vergleich zwischen Simulation und Experiment. Dabei werden in den Simulationen die Turbulenzen der Magnetfelder in derselben Weise aufgebaut, wie sie beim einem Flare, gemessen durch das Wind-3DP-Experiment vom 9. Juli 1996 um 18:00 Uhr UTC bis zum 10. Juli 12:00 Uhr UTC, vorgeherrscht haben. Die simulierten mittleren freien Weglängen werden hierbei mit den gefitteten Daten der Messung verglichen. Darüber hinaus werden weitere Untersuchungen des simulierten Transports durchgeführt.

Eine Abschätzung des Fehlers ist bei den nachfolgend dargestellten Ergebnissen sowohl für die Turbulenz als auch für den Teilchentransport nicht ohne weiteres möglich, da beide von nichtlinearen Prozessen dominiert werden und dementsprechend ein Vergleich



mit analytischen Ergebnissen nicht möglich ist. Dennoch lassen sich indirekte Aussagen generieren:

Im Fall der Turbulenz wird bei jedem Treiben das Treibspektrum durch eine neue Wahl von Zufallszahlen modifiziert. Demensprechend findet bereits nach kurzer Zeit eine statistische Mittelung bei den injizierten Spektren statt. Eine andere Kombination von Zufallszahlen (z.B. durch eine Änderung der Saaten der Zufallszahlengeneratoren) hat keinen Effekt auf die tatsächliche Ausprägung der Turbulenz. Der spektrale Verlauf des Treibspektrums kann insbesondere zu frühen Zeiten die Turbulenz beeinflussen. Da dieser allerdings Kolmogorov-artig definiert wurde, stellt er insgesamt eine sehr vernünftige Wahl dar. Bei den verwendeten Gittergrößen von  $256^3$  bzw.  $512^3$  ist der Inertialbereich zwar etwas verkürzt dargestellt, dennoch sind auch für höhere Gitterauflösungen nur relativ geringe Veränderungen zu erwarten.

Beim Teilchentransport lässt sich die hohe Validität indirekt durch die Welle-Teilchen-Resonanz und die hohe Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen belegen. Gleichzeitig wird in Kapitel 4.4.2 auch das Konvergenzverhalten der Simulationsergebnisse untersucht. Die Resultate dieser Untersuchung sind ebenfalls sehr vielversprechend. Insgesamt lässt sich hieraus schließen, dass insbesondere bei den Transportuntersuchungen der Fehler als sehr gering einzuschätzen ist.

### 4.1 Schwache Turbulenz

Die Theorie der schwachen Turbulenz spielt in der inneren Heliosphäre und in der Nähe der Korona eine wichtige Rolle, da hier die Fluktuationen im Vergleich zum Hintergrundmagnetfeld klein sind (vgl. Tu u. Marsch (1996) und Rappazzo (2010)). Ob die Verhältnisse im ISM denen der schwachen Turbulenz entsprechen, ist hingegen nicht ganz klar (vgl. Elmegreen u. Scalo (2004); Scalo u. Elmegreen (2004)). Da also insbesondere bei der Turbulenzerzeugung in der Heliosphäre und Korona die Bedingungen für schwache Turbulenz und somit für einen dominanten Drei-Wellen-Wechselwirkungsprozess gegeben sind, soll im Folgenden untersucht werden, ob Drei-Wellen-Wechselwirkungen zu Beginn des Treibprozesses in den MHD-Simulationen nachgewiesen werden können und wie dies mit den möglichen Treibszenarien zusammenhängt.

Um dies zu ermöglichen, wird in Kapitel 4.1.1 ein Fingerabdruck für die Drei-Wellen-Wechselwirkung erarbeitet, der es ermöglichen soll, diese in der MHD-Simulation zu iden-

tifizieren. In den folgenden Kapiteln 4.1.2, 4.1.3 und 4.1.4 erfolgt schließlich der Nachweis anhand der zuvor hergeleiteten Identifizierungsmerkmale. Soweit nichts anderes angegeben ist, werden im Folgenden normierte Einheiten verwendet. Die Simulationen wurden auf einem Gitter die Größe  $512^3$  durchgeführt.

### 4.1.1 Nachweismöglichkeiten der Drei-Wellen-Wechselwirkung

#### **Inverse Kaskade:**

Aus der Energie und Impulserhaltung der Drei-Wellen-Wechselwirkung (vgl. Gleichung 2.37) kann man die möglichen Wechselwirkungen ableiten. Da die Reaktion 2.36 in beide Richtungen ablaufen kann, können aufgrund der Impulserhaltung sowohl Wellen mit größerem als auch mit kleinerem Wellenvektor aus einer solchen Reaktion hervorgehen. Eine durch eine injizierte Störung im Plasma angeregte Welle könnte also sowohl zu kleineren als auch zu größeren Wellenvektoren durch Drei-Wellen-Wechselwirkung überführt werden. Der Fall, dass eine turbulente Struktur zu größeren Wellenzahlen kaskadiert, ist auch aus der Hydrodynamik bekannt und stellt im Inertialbereich des Spektrums den relevanten physikalischen Prozess dar. Die umgekehrte Richtung, bei der Störungen mit großen Wellenzahlen in solche mit kleinen Wellenzahlen umgewandelt werden, findet in der Hydrodynamik aus Entropiegründen im Dreidimensionalen allerdings nicht statt. Dieser Prozess wird als “inverse Kaskade” bezeichnet. Sie ist ein deutlicher Hinweis auf Drei-Wellen-Wechselwirkung. Im Folgenden soll erklärt werden, wie der Nachweis einer inversen Kaskade erfolgen kann.

In warmen Plasmen befinden sich grundsätzlich schnelle und langsame magnetosonische Wellen (kompressibel) und Alfvénwellen (inkompressibel). Durch das Injizieren rein kompressibler Fluktuationen können zunächst nur magnetosonische Wellen und durch das Injizieren inkompressibler Fluktuationen zunächst nur Alfvénwellen angeregt werden (siehe hierzu Kapitel 4.2.1). Die folgende Argumentation wird anhand des inkompressiblen Treibszenarios durchgeführt. Für kompressibles Treiben gelten analog die gleichen Überlegungen. Führen die direkt angetriebenen Alfvénwellen eine Drei-Wellen-Wechselwirkung durch und zerfallen in andere Moden, so sollte dabei eine inverse Kaskade entstehen. Da das Treibspektrum aber, wie in Kapitel 3.3 gezeigt, zu größeren Wellenvektoren hin exponentiell abfällt, werden sowieso hauptsächlich Wellen mit kleinem Wellenvektor angeregt. Sollten dennoch Moden mit größerem Wellenvektor in Moden mit kleinem Wellenvektor übergehen, würde dies von den direkt angeregten Wellen

komplett überdeckt werden. Eine inverse Kaskade kann also im Spektrum nicht ohne Weiteres nachgewiesen werden. Hierfür ist es notwendig, die direkt von dem Treiber angeregten Wellen von denen, die durch Drei-Wellen-Wechselwirkung erzeugt werden, trennen zu können. Dies ist möglich, indem das Spektrum in einen kompressiblen und einen inkompressiblen Anteil zerlegt wird. Bei inkompressiblem Treiben werden nur Alfvénwellen, die im inkompressiblen Teil des Spektrums nachgewiesen werden können, angeregt. Erst nach einigen Simulationsschritten entstehen auch Moden im Spektrum der kompressiblen Fluktuationen. Sollten sich diese kompressiblen Moden durch Drei-Wellen-Wechselwirkung aus den getriebenen Alfvénwellen gebildet haben, so sollte im Spektrum der kompressiblen Fluktuationen eine inverse Kaskade nachzuweisen sein. Der Nachweis einer inversen Kaskade erfolgt also, indem das Spektrum in einen kompressiblen und einen inkompressiblen Anteil zerlegt wird. Der nicht getriebene Anteil des Spektrums sollte dann eine inverse Kaskade aufweisen.

**Abhängigkeit von der durch den Treiber injizierten Energie:**

Die auf Grundlage der Gleichungen 2.36 bis 2.37 möglichen Wechselwirkungen sind im Allgemeinen wegen einer zu großen Anzahl an Freiheitsgraden nicht festzulegen. Bei dem Spezialfall von Wellen, die sich ausschließlich parallel zum mittleren Hintergrundmagnetfeld ausbreiten, wurden hingegen von Vainio u. Spanier (2005) die folgenden möglichen Interaktionen bestimmt.

$$A^\pm + S^\mp \leftrightarrow A^\mp \quad \beta \ll 1 \tag{4.1}$$

$$A^\pm + A^\mp \leftrightarrow S^\pm \quad \beta \gg 1 \tag{4.2}$$

Dabei steht  $A$  für eine Alfvénwelle und  $S$  für eine Schallwelle bzw. eine magnetosonische Welle. Die hochgestellten Plus- und Minuszeichen geben die Ausbreitungsrichtungen der Wellen an. Es gibt also für ein gegebenes  $\beta$  nur zwei mögliche Interaktionen bei der Drei-Wellen-Wechselwirkung. Obwohl diese Gleichungen streng genommen nur für rein parallel laufende Wellen gültig sind, lässt sich dieses Verhalten dennoch im Mittel auch auf den dreidimensionalen Fall übertragen. Da es sich hierbei um einen semi-klassischen Ansatz handelt, werden diese Wechselwirkungen in Form eines Austauschs von Energiequanten beschrieben, die wiederum durch Besetzungszahlen ausgedrückt werden. Um den Energietransfer bei diesem Prozess abzuschätzen, kann man Differentialgleichungen

## 4 Ergebnisse

für die Besetzungszahlen herleiten (siehe hierzu Chin u. Wentzel (1972)):

$$\frac{dN_A^+}{dt} = -\frac{4\pi}{v_A + c_s} |V|^2 \mathfrak{N} \quad (4.3)$$

$$\frac{dN_A^-}{dt} = +\frac{4\pi}{v_A - c_s} |V|^2 \mathfrak{N} \quad (4.4)$$

$$\frac{dN_S^+}{dt} = +\frac{2\pi}{v_A} |V|^2 \mathfrak{N} - \nu_S N_S^+ \quad (4.5)$$

$$\mathfrak{N} = N_A^+ N_A^- + N_A^+ N_S^+ - N_A^- N_S^+ \quad (4.6)$$

$$|V|^2 = \frac{v_A}{4\pi\rho c_s^2} \omega_A^+ \omega_A^- \omega_S^+ \quad (4.7)$$

Man sieht also, dass der zeitliche Zuwachs der Besetzungszahlen und somit die Energie einer bestimmten Mode abhängig ist von der Größe  $\mathfrak{N}$ , also von der Summe der Produkte der Besetzungszahlen der verschiedenen Moden im System. Diese Tatsache lässt sich als Nachweis für Drei-Wellen-Wechselwirkung ausbauen. Verändert man in der Simulation z.B. die Besetzungszahlen  $N_A^\pm$ , indem man die Treibstärke im inkompressiblen Treibfall variiert, so werden sich auch die Besetzungszahlen von  $N_S^\pm$  gemäß Gleichung 4.5 ändern und damit auch die Intensität der kompressiblen Energie. Diese Abhängigkeit von der Treibstärke der durch Drei-Wellen-Wechselwirkung erzeugten Wellen wird in Kapitel 4.1.3 im Detail für kompressibles und inkompressibles Treiben mit  $\beta \ll 1$  bzw.  $\beta \gg 1$  untersucht.

### Übergang zum Regime der starken Turbulenz:

Die hier vorgestellte Theorie der Drei-Wellen-Wechselwirkung basiert grundlegend auf der schwachen Turbulenz. Damit ist zu erwarten, dass der Prozess der Drei-Wellen-Wechselwirkung nicht mehr dominiert, sobald das Regime der schwachen Turbulenz verlassen wird. Ein guter Indikator hierfür ist das Verhältnis injizierter Energie zur Hintergrundenergie. In diesem Fall ist das die Energie des Hintergrundmagnetfeldes. Der Übergang zwischen schwacher und starker Turbulenz ist zu erwarten, sobald etwa genauso viel Energie zur Turbulenzanregung injiziert wurde wie Hintergrundmagnetfeldenergie in dem System enthalten ist. Dieser Übergang zwischen schwacher und starker Turbulenz wird in Kapitel 4.1.4 untersucht.

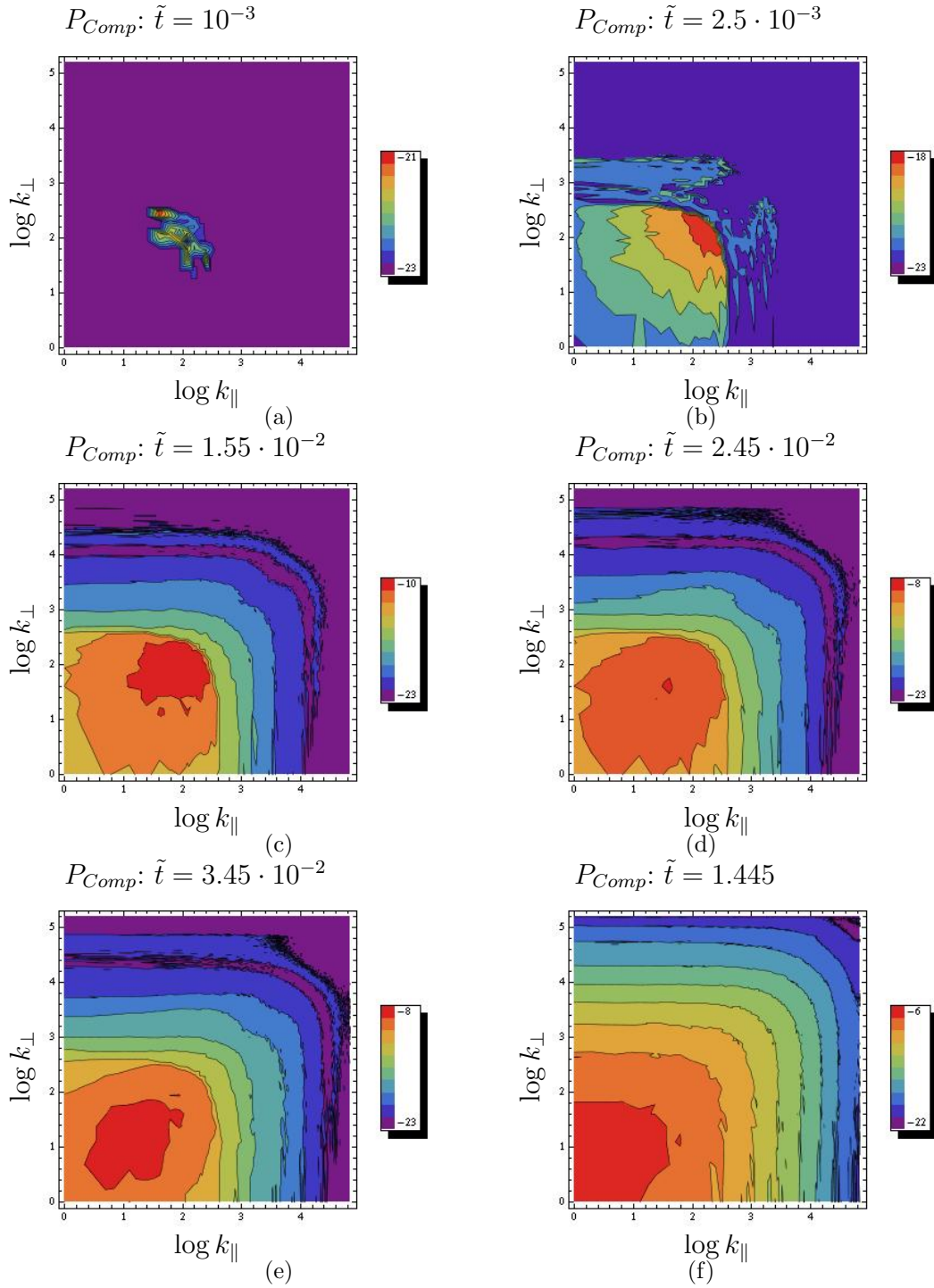
### 4.1.2 Inverse Kaskade

Die folgende Untersuchung bezieht sich auf den Spezialfall des inkompressiblen Treibens mit  $\beta = 0.22$ , kann analog aber auch für andere Werte von  $\beta$  bzw. auch für kompressibles Treiben durchgeführt werden. Zu Beginn der Simulation wird ein ruhendes Plasma ohne Störungen im homogenen Hintergrundmagnetfeld oder im Geschwindigkeitsfeld eingestellt. Zu jedem Zeitschritt wird dann ein Spektrum von inkompressiblen Fluktuationen mit vordefinierter Energie in jede Komponente des Geschwindigkeitsfelds injiziert, wie dies bereits in Kapitel 3.3 erläutert wurde. Nach jedem Zeitschritt nach der ersten Injektion von inkompressiblen Störungen werden die ein- und zweidimensionalen Spektren der kompressiblen Fluktuationen der Geschwindigkeitsfelder des Plasmas berechnet.

Betrachten wir zunächst die zweidimensionalen Spektren der kompressiblen Fluktuationen in Abbildung 4.1(a) bis 4.1(f), die bei der Simulation nach unterschiedlich langer Simulationszeit entstehen. Zu Beginn befindet sich noch keine kompressible Energie in den Feldern, aber nach  $\tilde{t} = 10^{-3}$  entstehen bereits kompressible Fluktuationen (siehe Abbildung 4.1(a)). Nach  $\tilde{t} = 2.5 \cdot 10^{-3}$  bildet sich ein über weite Bereiche im Wellenzahlenraum ausgedehntes Spektrum mit einem Maximum bei kleinen Wellenlängen aus (siehe Abbildung 4.9(a)). Im weiteren Simulationsverlauf wandert dieses Maximum von großen Wellenvektoren  $\mathbf{k}$  zu kleinen  $\mathbf{k}$  (siehe Abbildung 4.1(c) bis 4.1(f)). Es zeigt sich also eine inverse Kaskade. Des Weiteren wird auch das eindimensionale Spektrum der kompressiblen Fluktuationen berechnet (siehe Abbildung 4.2). Es entspricht dem zweidimensionalen Spektrum, das in Abbildung 4.1(a) bis 4.1(f) nach  $\tilde{t} = 2.5 \cdot 10^{-3}$ ,  $\tilde{t} = 3.45 \cdot 10^{-2}$  und  $\tilde{t} = 1.445$  gezeigt wird. Zur Zeit  $\tilde{t} = 2.5 \cdot 10^{-3}$  befindet sich das Maximum des Spektrums bei den höchsten Wellenzahlen des Treibspektrums. Danach bewegt sich das Maximum wieder zu kleineren  $\mathbf{k}$ .

Offensichtlich wird zu Beginn ein Großteil der spektralen Energie bei großen Wellenvektoren erzeugt und wandert dann von großen zu kleinen Wellenzahlen, was man sowohl im zeitlichen Verlauf der eindimensionalen und auch zweidimensionalen Spektren sehen kann. Unter der Annahme, dass die Fluktuationen bei kleinen Wellenzahlen aus denen mit großen Wellenzahlen hervorgehen, ist dies eine inverse Kaskade. Die inverse Kaskade ist, wie bereits in Kapitel 4.1.1 erklärt, ein starker Hinweis auf Drei-Wellen-Wechselwirkung. 4-Wellen-Wechselwirkung kann ausgeschlossen werden, da laut Goldreich u. Sridhar (1995) sich hierbei nur die senkrechten Komponenten ändern würden, was unseren Ergebnissen widerspricht. Noch höhere Ordnungen können auf Grund der

## 4 Ergebnisse



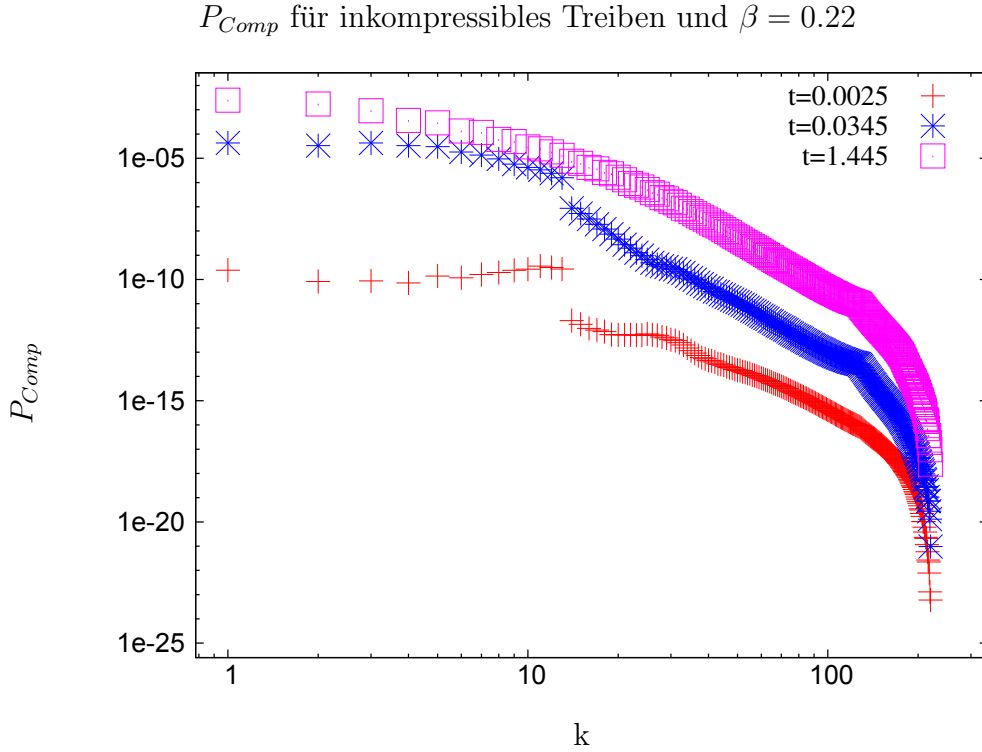
**Abbildung 4.1:** Inverse Kaskade:  $P_{Comp}$  für inkompressibles Treiben und  $\beta = 0.22$

geringen Energiemenge, die zu diesen frühen Simulationszeiten ins System injiziert wurden, ausgeschlossen werden.

Man sieht also bei den hier gezeigten ein- und zweidimensionalen Spektren (Abbildung

## 4 Ergebnisse

4.2 sowie Abbildung 4.1(a) bis 4.1(f), dass sich auch für größere Wellenzahlen außerhalb des Treibbereichs Fluktuationen bilden. Dies kann als vorwärts gerichtete Kaskade interpretiert werden, was sich auch durch Drei-Wellen-Wechselwirkung erklären lässt.



**Abbildung 4.2:** Die Abbildung zeigt die logarithmische Auftragung der Energie der kompressiblen Fluktuationen bei inkompressiblem Treiben mit  $\beta = 0.22$ . Nach  $\tilde{t} = 2.5 \cdot 10^{-3}$  findet man das Maximum des Spektrums bei den größten getriebenen Wellenvektoren. Danach wandert das Maximum zu kleineren  $|\mathbf{k}|$ . Bei  $|\mathbf{k}|=13$  findet man außerdem eine Unstetigkeit in der kompressiblen Energie des Spektrums, die dadurch zustande kommt, dass die Turbulenz nur für Wellenvektoren bis  $|\mathbf{k}|=13$  getrieben wird. Die kompressible Energie bei höheren Wellenzahlen wird durch eine vorwärts gerichtete Kaskade erzeugt. Dieser Prozess benötigt einige Zeit, um die Unstetigkeit bei  $|\mathbf{k}| > 13$  abzubauen und ein glattes Spektrum zu erzeugen, wie dies zu späteren Simulationszeiten der Fall ist.

### 4.1.3 Abhängigkeit der Intensität der durch Drei-Wellen-Wechselwirkung erzeugten Moden von der Treibstärke

Da durch den Nachweis der inversen Kaskade ein starker Hinweis auf Drei-Wellen-Wechselwirkung vorliegt, soll hier eine genauere Untersuchung des Umwandlungsprozesses von kompressibler in inkompressible Fluktuationen und umgekehrt erfolgen. Deshalb soll bei der hier vorgestellten Untersuchung die Abhängigkeit der Energie kompressibler Moden von der Treibstärke der inkompressiblen Moden und umgekehrt für  $\beta = 0.22$  und  $\beta = 10$  ermittelt werden. Im Folgenden werden zunächst der Simulationsaufbau und die Auswertung erläutert. Anschließend werden die Ergebnisse im Zusammenhang vorgestellt und danach getrennt für inkompressibles und kompressibles Treiben erläutert.

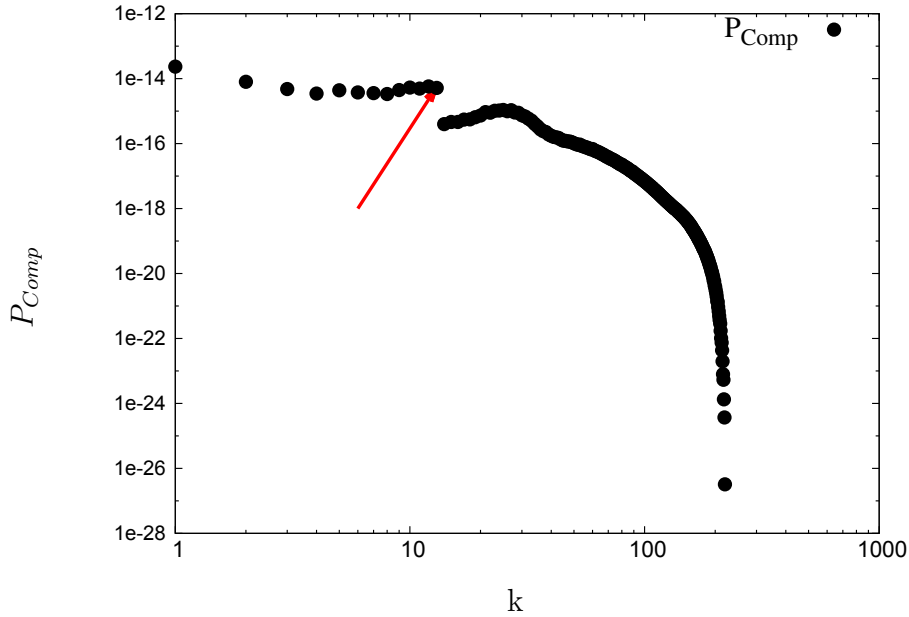
Der Versuchsaufbau ist prinzipiell der gleiche wie in Kapitel 4.1.2: In ein zunächst ruhendes Plasma ohne Fluktuationen im Hintergrundmagnetfeld oder dem Geschwindigkeitsfeld wird entweder ein Spektrum mit kompressiblen Fluktuationen oder ein Spektrum mit inkompressiblen Fluktuationen injiziert. Im Gegensatz zu der vorherigen Untersuchung in Kapitel 4.1.2 berechnen wir hier die Spektren nur zu einem bestimmten Zeitschritt und führen mehrere Simulationen mit unterschiedlicher Treibstärke durch. Dabei wird die Energie beim Wellenvektor  $k_{first}$ , der im folgenden Abschnitt definiert wird, aus den Spektren ausgelesen und für verschiedene Treibstärken nach der gleichen Simulationszeit verglichen.

Der Wellenvektor  $k_{first}$  ist dabei derselbe, bei dem sich zu Beginn der Simulation die ersten Moden im nicht getriebenen Teil des Spektrums bilden (siehe Maximum in Abbildung 4.3). Hierdurch wird sichergestellt, dass ausschließlich die Energieabhängigkeit des Umwandlungsprozesses untersucht wird. Würde z.B. die kompressible Energie bei inkompressiblem Treiben für kleinere  $|\mathbf{k}|$  gemessen werden, so könnte die kompressible Energie auch einfach durch die inverse Kaskade aus kompressiblen Moden mit größerem  $|\mathbf{k}|$  hervorgegangen sein und müsste nicht aus dem Umwandlungsprozess von inkompressibler zu kompressibler Energie entstanden sein. Dasselbe gilt natürlich auch für das Messen der Energie für  $|\mathbf{k}| > |\mathbf{k}_{first}|$  und den möglichen Energietransport durch den Wellenzahlenraum durch die vorwärts gerichtete Kaskade. Ein Maximum, wie wir es in Abbildung 4.3 sehen, kann allerdings nicht durch eine Kaskade entstehen. Hier sieht man den direkten Umwandlungsprozess der Energie zwischen kompressiblen und inkompressiblen Moden.



#### 4 Ergebnisse

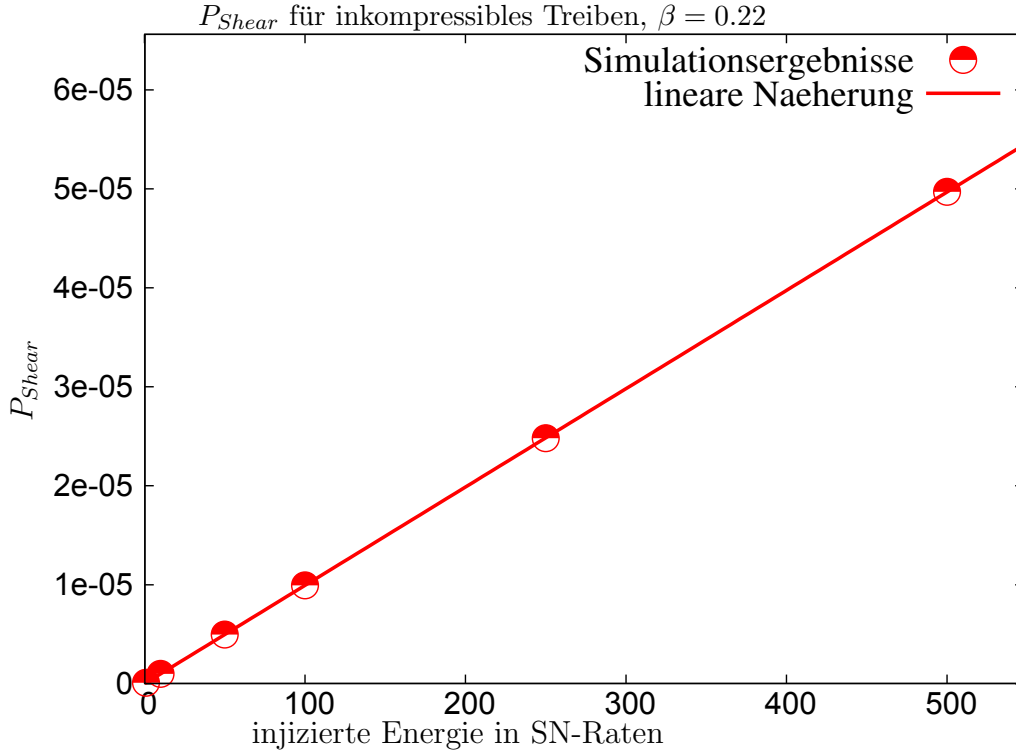
$P_{Comp}$  für inkompressibles Treiben,  $\beta = 0.22$



**Abbildung 4.3:** Die Abbildung zeigt die Energie der kompressiblen Fluktuationen nach  $\tilde{t} = 5 \cdot 10^{-4}$  bei inkompressiblem Treiben und  $\beta = 0.22$  in Abhängigkeit von der Wellenzahl. Das lokale Maximum wird durch einen Pfeil bei  $k = 13$  markiert. Diese Moden wurden offensichtlich nicht durch eine Kaskade der Energie der kompressiblen Fluktuationen generiert und müssen deshalb direkt aus inkompressiblen Moden hervorgegangen sein.

Die durch den Treiber injizierte Energie wird im Folgenden in Einheiten von Supernova-Raten (SN-Raten) angegeben. Dabei entspricht eine SN-Rate der Energiezufuhr in die Simulationsumgebung, die dem ISM im Mittel durch Supernovae injiziert wird.

Für beide  $\beta$  wächst die Energie der inkompressiblen Fluktuationen, im Fall des inkompressiblen Treibens der Turbulenz, bei  $k_{first}$  natürlich linear mit wachsender inkompressibler Treibenergie an (siehe Abbildung 4.4). Im Gegensatz dazu zeigt die Energie der kompressiblen Moden ein anderes Verhalten. Abbildung 4.6(a) zeigt die Energie der kompressiblen Moden bei inkompressiblem Treiben und  $\beta = 0.22$  für unterschiedliche Treibstärken. Bei der Näherungsfunktion handelt es sich in diesem Fall um eine Parabel mit  $f(x) = a \cdot (x - b)^2 + c$ . Dasselbe ist für  $\beta = 10$  in Abbildung 4.6(b) gezeigt. Auch hier handelt es sich bei der Näherungsfunktion wieder um eine Parabel. Die gleiche Untersuchung wurde auch für kompressibles Treiben für beide  $\beta$  durchgeführt. Die Energie der kompressiblen Fluktuationen, mit der auch getrieben wird, wächst bei  $k_{first} = 13$  für beide  $\beta$  natürlich linear mit der Treibstärke. Für  $\beta = 0.22$  zeigt aber auch die Energie



**Abbildung 4.4:** Energie der inkompressiblen Moden bei inkompressiblem Treiben in Abhängigkeit von der Treibenergie. Die injizierte Energie ist in Abhängigkeit von Supernova-Raten (SN-Raten) angegeben. Eine SN-Rate entspricht der Energiezufuhr in die Simulationsumgebung, die dem ISM im Mittel durch Supernovae injiziert wird.

der inkompressiblen Fluktuationen ein lineares Verhalten (siehe Abbildung 4.7(a)). Für  $\beta = 10$  handelt es sich bei der Näherungsfunktion hingegen wieder um eine Parabel (vgl. Abbildung 4.7(b)). Die Näherungsparameter sowie deren absolute Fehler sind in Tabelle 4.1 angegeben.

Im Folgenden werden nun diese Ergebnisse interpretiert. Zunächst werden die Ergebnisse für **inkompressibles Treiben** untersucht. In diesem Fall werden nur inkompressible Fluktuationen in das zu Beginn ruhende Plasma injiziert, die dann Alfvénwellen anregen, da diese den inkompressiblen Anteil der MHD-Moden ausmachen. Durch das Ändern der Treibenergie wird einfach die Besetzungszahl  $N_A$  der Alfvénwellen im Medium erhöht. Schnelle und langsame magnetosonische Wellen machen neben den hydrodynamischen Schallwellen den kompressiblen Anteil der MHD-Moden aus. Sie werden durch die In-

jektion kompressibler Fluktuationen angeregt, womit folglich ihre Besetzungszahl  $N_s$  für inkompressibles Treiben zu Beginn der Simulation verschwindend gering ist im Vergleich zu  $N_A$ . Es gilt somit  $N_s \ll N_A$ . Für  $\beta = 0.22 \ll 1$  wird dieses Szenario durch Gleichung 4.1 beschrieben. Da  $N_s$  vernachlässigt werden kann, findet diese Reaktion hauptsächlich von der rechten Seite der Reaktionsgleichung in die linke Richtung der Gleichung statt. Aus den Gleichungen 4.3 bis 4.7 ergibt sich, dass die entsprechende Interaktionsrate proportional zu  $N_A^+(k_A) \cdot N_A^-(k_A)$  ist, da  $N_S$  zu Beginn der Simulation vernachlässigt werden kann. Damit hängt die Besetzungszahl der kompressiblen Moden, die durch Drei-Wellen-Wechselwirkung erzeugt wird, und folglich auch die Energie der kompressiblen Fluktuationen quadratisch von der Besetzungszahl der Alfvénwellen und somit von der Treibstärke ab. Wie man an Abbildung 4.6(a) sieht, finden wir diese quadratische Abhängigkeit auch bei unserer Simulation wieder. In Tabelle 4.1 sind, wie bereits erwähnt, die Näherungsparameter gegeben. Hieran kann man die klare quadratische Abhängigkeit des  $N_A^+(k_A) \cdot N_A^-(k_A)$ -Terms ebenfalls eindeutig belegen.

Für  $\beta = 10 \gg 1$  wird die Drei-Wellen-Wechselwirkung durch Gleichung 4.2 beschrieben. In diesem Fall ist die Rate ebenfalls proportional zu  $N_A^+(k_A) \cdot N_A^-(k_A)$ , wobei wiederum angenommen wurde, dass die Besetzungszahl der kompressiblen Moden  $N_S$  zu Beginn der Simulation sehr klein ist (siehe hierzu Gleichung 4.3 bis 4.7). Unsere Simulation zeigt ebenfalls dieses quadratische Verhalten (siehe Abbildung 4.6(b) und Tabelle 4.1).

Für **kompressibles Treiben** injizieren wir nur kompressible Fluktuationen, die schnelle und langsame magnetosonische Wellen anregen. Für  $\beta = 0.22 \ll 1$  und kompressibles Treiben ergibt sich mit den Gleichungen 4.3 bis 4.7, dass wir für eine Reaktion neben den Schallwellen auch Alfvénwellen benötigen. Deshalb brauchen wir zunächst einen anderen Mechanismus, der diese Alfvénwellen erzeugt, bevor dann die Drei-Wellen-Wechselwirkung als dominanter Prozess einsetzen kann.

Grundsätzlich ist es möglich, dass Alfvénwellen auch durch spontane Emission generiert werden, wobei die Wahrscheinlichkeit der spontanen Emission von Alfvénwellen vom Grad der Magnetisierung des Plasmas abhängt. Im hydrodynamischen Grenzfall gibt es natürlich überhaupt keine spontane Emission von Alfvénwellen. Für ein Plasma im stark magnetisierten Zustand, wie das für  $\beta = 0.22$  der Fall ist, kann die spontane Emission hingegen nicht vernachlässigt werden. Unter der Annahme, dass die ersten Alfvénwellen durch spontane Emission generiert werden, muss man davon ausgehen, dass die ersten Alfvénwellen bei geringen Energien im Spektrum zu finden sind. Abbildung 4.5(a) und

## 4 Ergebnisse

4.5(b) zeigen die Spektren der inkompressiblen Fluktuationen für  $\beta = 0.22$  und  $\beta = 10$ . Die Besetzungszahl der Alfvénwellen für  $\beta = 0.22$  bei kleinen Energien  $\hbar \cdot k$  ist sehr viel größer als für  $\beta = 10$ . Deshalb kann davon ausgegangen werden, dass für  $\beta = 0.22$  die ersten Alfvénwellen durch spontane Emission entstehen und im Anschluss daran Drei-Wellen-Wechselwirkung als dominanter Prozess einsetzen kann.

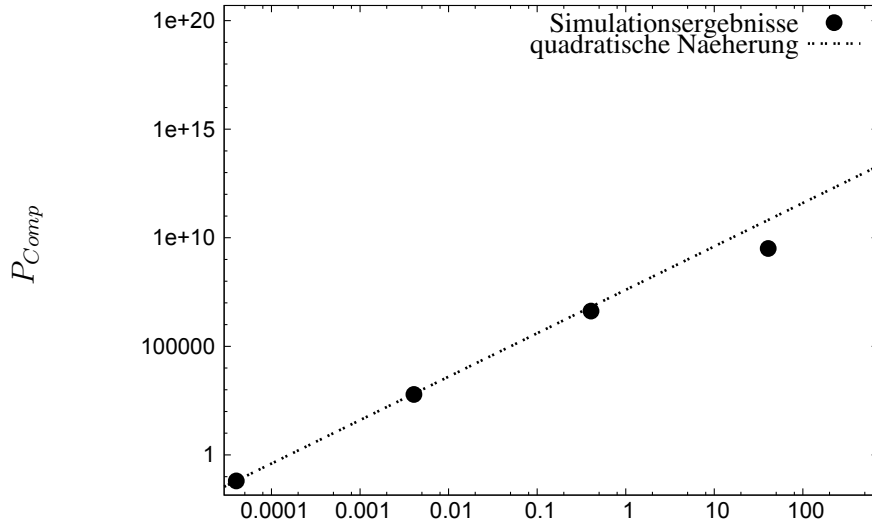
An dieser Stelle ist nicht ganz klar, wie die lineare Treibenergieabhängigkeit zustande kommt. Vermutlich handelt es sich aber auch hier um Drei-Wellen-Wechselwirkung mit nur wenigen Saat-Alfvénwellen. Da die Rate der spontanen Emission sehr niedrig ist und damit  $N_S \gg N_A$ , wäre der führende Term in Gleichung 4.3 bis 4.7  $N_A^+ \cdot N_S^+ - N_A^- \cdot N_S^+$ . Dieser Term hängt linear von  $N_S$  ab, was dem Simulationsergebnis (siehe Abbildung 4.7(a)) entspricht. Wenn man davon ausgeht, dass die Rate der spontanen Emission durch die Magnetfeldstärke und nicht durch die Treibenergie dominiert wird und somit keine zusätzliche Abhängigkeit von  $N_A$  oder  $N_S$  auf die Reaktionsrate entsteht, dann stützt auch dieses Ergebnis die Annahme der Drei-Wellen-Wechselwirkung. Die Interaktionsrate sowie die Energie der inkompressiblen Fluktuationen sind sehr viel niedriger als dies umgekehrt für die Energie der kompressiblen Fluktuationen bei inkompressiblem Treiben der Fall ist. Auch dieses Ergebnis unterstützt die Annahme, dass Drei-Wellen-Wechselwirkung bei diesem Testfall der dominante Prozess ist, der durch das anfängliche Fehlen von Alfvénwellen behindert wird.

Im Fall  $\beta = 10$  und kompressiblem Treiben der Turbulenz (siehe Gleichung 4.2) können magnetosonische Wellen in Alfvénwellen zerfallen. Die genaue Analyse der Gleichungen 4.3 bis 4.7 zeigt jedoch, dass die Interaktionsrate Null ist, solange keine Alfvénwellen im System sind. Also wird auch hier ein weiterer Mechanismus benötigt, um Alfvénwellen zu erzeugen, bevor Drei-Wellen-Wechselwirkung einsetzen kann. Wie zuvor gezeigt wurde, findet man in diesem hydrodynamischen Fall keine spontane Emission von Alfvénwellen. Abbildung 4.7(b) zeigt die Treibenergieabhängigkeit dieses Prozesses. Verglichen mit den drei anderen Simulationen haben wir hier die mit Abstand niedrigste Reaktionsrate. Insbesondere im Vergleich zu  $\beta = 0.22$  und kompressiblem Treiben fehlt hier ein bedeutender Beitrag der spontanen Emission von Alfvénwellen, der die Drei-Wellen-Wechselwirkungsreaktion, wie sie in Gleichung 4.2 gegeben ist, ermöglichen könnte. Der genaue Mechanismus für den Energieumwandlungsprozess ist hier nicht bekannt. Diese Simulation zeigt allerdings, dass der Energieumwandlungsprozess sehr viel ineffizienter verläuft, wenn die Drei-Wellen-Wechselwirkung unterdrückt wird, wie das für  $\beta = 10$  und kompressibles Treiben der Fall ist.









Verhältnis der Energiedichten von  
Magnetfeldturbulenz und Hintergrundmagnetfeld

**Abbildung 4.8:**  $P_{Comp}$  für inkompressibles Treiben und  $\beta = 0.22$  in Abhängigkeit vom Verhältnis der Energiedichten von Magnetfeldturbulenz und Hintergrundmagnetfeld. Man sieht deutlich, dass ab einem Verhältnis von ungefähr eins die quadratische Abhängigkeit, wie sie für schwache Turbulenz vorhergesagt wird, verloren geht.

## 4.2 Turbulenzentwicklung

Im Folgenden wird die Turbulenzentwicklung bei mittelstarkem Antreiben der Turbulenz untersucht. Das Ziel ist hierbei die Analyse der Turbulenz in Abhängigkeit vom angenommenen Treibszenario (d.h. kompressibles oder inkompressibles Treiben bei unterschiedlich starken Magnetisierungen des Systems).

Hierzu wird, ähnlich wie in Kapitel 4.1, in ein zunächst ruhendes Plasma bei jedem Zeitschritt Energie in die Geschwindigkeitsfelder injiziert. Insgesamt wird hierbei dem System durch den Turbulenztreiber eine Energie von etwa 3000 Supernovaratzen zugeführt (vgl. Kapitel 4.1).

Dieses Kapitel lässt sich in drei Teilbereiche untergliedern: Zunächst wird in Kapitel 4.2.1 die Entstehung der ersten Wellen untersucht. Im anschließenden Kapitel 4.2.2 wird die zeitliche Entwicklung der Turbulenz und schließlich in Kapitel 4.2.3 das gesättigte



Spektrum analysiert.

Die folgenden Untersuchungen werden hauptsächlich auf Grundlage der zweidimensionalen Spektren von  $P_B$ ,  $P_K$ ,  $P_{Shear}$  und  $P_{Comp}$  durchgeführt. Da diese Untersuchungen auch immer im Zusammenhang mit unterschiedlichen Erzeugungsmechanismen der Turbulenz zu sehen sind, ist der Treibbereich hierbei von großem Interesse. Um diesen auch im Detail untersuchen zu können, nimmt der Treibbereich im gesamten Kapitel 4.2 einen sehr großen Teil des Spektrums ein. Dies ist auch in Kapitel 4.1 der Fall, was nötig ist, um z.B. die inverse Kaskade im Detail untersuchen zu können. In den späteren Kapiteln, die sich mit der Teilchenstreuung auseinandersetzen, wird der Treibbereich zugunsten des Inertialbereichs deutlich reduziert.

Ein besonderes Augenmerk wird auf die Untersuchung der Anisotropie in Abhängigkeit vom Treibszenario gelegt. Diese kann durch die Schnittpunkte der Höhenlinien in den zweidimensionalen Spektren mit den  $k_{\perp}$ - und  $k_{\parallel}$ -Achsen festgelegt werden. Ist das Spektrum anisotrop, so ergibt sich eine Vorzugsrichtung in den zweidimensionalen Spektren: Schneiden die Höhenlinien die Achsen bei größeren Werten von  $k_{\parallel}$  als  $k_{\perp}$ , so hat das Spektrum eine parallele Vorzugsrichtung. Finden sich die Schnittpunkte bei größeren Werten von  $k_{\perp}$  als  $k_{\parallel}$ , so hat das Spektrum eine senkrechte Vorzugsrichtung.

Soweit nichts anderes angegeben ist, werden im Folgenden wieder normierte Einheiten verwendet.

### 4.2.1 kurze Zeitskalen: Entstehung der ersten Wellen

In diesem Kapitel werden die ersten MHD-Wellen, die sich während der Simulation bilden, in Abhängigkeit vom Treibszenario im Detail untersucht. Die in diesem Kapitel vorgestellten Untersuchungen beziehen sich auf eine Simulationszeit von  $\tilde{t} = 5 \cdot 10^{-3}$ .

Da durch den Treiber dem Geschwindigkeitsfeld turbulente Fluktuationen zugeführt werden, lässt sich die Entstehung dieser ersten Wellen durch die Induktionsgleichung beschreiben. Außerdem finden sich zu sehr frühen Simulationszeiten einige Charakteristika der schwachen Turbulenz, obwohl deutlich stärkere Fluktuationen in das Plasma injiziert werden als in Kapitel 4.1. Insbesondere der Umwandlungsmechanismus zwischen kompressiblen und inkompressiblen Moden lässt sich wieder durch den Prozess der Drei-Wellen-Wechselwirkung erklären.

Für beide Mechanismen, also für die Anregung der Wellen auf Grundlage der Induktionsgleichung sowie für den Umwandlungsprozess zwischen kompressiblen und inkompress-

siblen Moden durch die Drei-Wellen-Wechselwirkung, werden zunächst die erwarteten Vorzugsrichtungen in den Spektren in Abhängigkeit vom Treibszenario hergeleitet. Im Anschluss werden die zweidimensionalen Spektren von  $P_B$ ,  $P_K$ ,  $P_{Shear}$  und  $P_{Comp}$  im Detail auf ihre Vorzugsrichtungen hin analysiert, um die angenommenen Prozesse nachzuweisen.

### Anregung von MHD-Wellen durch kompressible oder inkompressible Fluktuationen im Geschwindigkeitsfeld

In diesem Kapitel wird untersucht, welche Wellenmoden im Allgemeinen durch das Anregen von kompressiblen und inkompressiblen Fluktuationen in den Geschwindigkeitsfeldern angeregt werden.

Zunächst soll die isotrope Injektion **kompressibler Störungen** in das Geschwindigkeitsfeld untersucht werden. Durch diese werden die Magnetfeldlinien verzerrt und somit Plasmawellen erzeugt. Aus der Induktionsgleichung lässt sich ablesen, welche Wellen dabei angeregt werden können. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit wird für die folgende Herleitung angenommen, dass das Hintergrundmagnetfeld entlang der x-Achse ausgerichtet ist. Für die Induktionsgleichung folgt damit:

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E} = \nabla \times (\delta \mathbf{v} \times B \cdot \mathbf{e}_x), \quad (4.8)$$

wobei für das elektrische Feld  $\mathbf{E} = -\delta \mathbf{v} \times \mathbf{B}$  verwendet wurde, was für die Annahme eines idealen Plasmas gültig ist. Falls die kompressiblen Störungen entlang der x-Achse ausgerichtet sind, wird keine Störung ins Magnetfeld injiziert, da  $(\delta v \cdot \mathbf{e}_x \times B \cdot \mathbf{e}_x) = 0$ . Wird hingegen senkrecht zur x-Richtung gestört (z.B.  $\delta \mathbf{v} = \delta v \cdot \mathbf{e}_y$ ), so wird auch eine Magnetfeldstörung in x-Richtung angeregt.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= k \cdot \mathbf{e}_y \times (\delta v \cdot \mathbf{e}_y \times B \cdot \mathbf{e}_x) \\ \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= k \cdot \mathbf{e}_y \times -\delta v \cdot B \cdot \mathbf{e}_z \\ \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= -\mathbf{e}_x \cdot k \cdot \delta v \cdot B \end{aligned} \quad (4.9)$$

Hierbei wurde  $\nabla = k \cdot \mathbf{e}_y$  verwendet, da für kompressible Wellen gilt, dass  $\mathbf{k}$  und  $\delta \mathbf{v}$  parallel zueinander ausgerichtet sind. Für den Fall  $\delta \mathbf{v} = v \cdot \mathbf{e}_z$  findet man ebenfalls eine Störung des Magnetfeldes in x-Richtung:

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \mathbf{e}_x \cdot k \cdot \delta v \cdot B \quad (4.10)$$

Daraus ergeben sich also kompressible Wellen im Plasma, die sich vorzugsweise senkrecht zum Hintergrundmagnetfeld ausbreiten. Da langsame magnetosonische Wellen sich nicht senkrecht zum Hintergrundmagnetfeld ausbreiten können, kann hieraus gefolgert werden, dass es sich bei den ersten Wellen, die sich durch kompressibles Stören des Geschwindigkeitsfeldes auf Grundlage der Induktionsgleichung bilden, um schnelle magnetosonische Wellen handeln muss.

Bei der isotropen Injektion von **inkompressiblen Störungen** in das Geschwindigkeitsfeld kann man vermuten, dass Alfvénwellen angeregt werden, da diese den einzigen inkompressiblen Wellentyp in MHD-Plasmen ausmachen. Damit ergibt sich für die Magnetfeldstörung

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = k \cdot \mathbf{e}_x \times (\delta v \cdot \mathbf{e}_y \times B \cdot \mathbf{e}_x) = \mathbf{e}_y \cdot k \cdot \delta v \cdot B \quad (4.11)$$

oder

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = k \cdot \mathbf{e}_x \times (\delta v \cdot \mathbf{e}_z \times B \cdot \mathbf{e}_x) = \mathbf{e}_z \cdot k \cdot \delta v \cdot B, \quad (4.12)$$

wobei hierfür  $\nabla = k \cdot \mathbf{e}_x$  verwendet wurde. Diese Annahme ergibt sich unter Berücksichtigung der Definition inkompressibler Fluktuationen, nach der  $\mathbf{k}$  senkrecht zu  $\delta \mathbf{v}$  ausgerichtet ist. Damit ergibt sich für eine Störung  $\delta \mathbf{v}$  in y-Richtung grundsätzlich die Möglichkeit, dass  $\mathbf{k}$  in der gesamten x-z-Ebene ausgerichtet sein kann. Da die Größe  $\delta v \cdot \mathbf{e}_y \times B \cdot \mathbf{e}_x$  entlang der z-Richtung ausgerichtet ist, ergibt sich als einzige mögliche Lösung  $\nabla = k \cdot \mathbf{e}_x$ . Dasselbe gilt analog für eine Störung  $\delta \mathbf{v}$  in z-Richtung.

Da die Störung des Magnetfeldes senkrecht zu  $\mathbf{k}$  liegt, folgen hieraus Alfvénwellen, die sich parallel im Bezug auf das Hintergrundmagnetfeld ausbreiten.

Es lässt sich also zusammenfassend feststellen, dass für isotropes, kompressibles Treiben zunächst schnelle magnetosonische Wellen gebildet werden, die sich senkrecht zum Hintergrundmagnetfeld ausbreiten, während für isotropes, inkompressibles Treiben Alfvénwellen angeregt werden, die sich parallel zum Hintergrundmagnetfeld ausbreiten.

### Drei-Wellen-Wechselwirkung

Obwohl in Kapitel 4.2 die Turbulenzentwicklung für starkes Treiben und damit große Amplituden in den Fluktuationen untersucht wird, muss man davon ausgehen, dass zu sehr frühen Simulationszeiten noch die Bedingungen für schwache Turbulenz gegeben sind. Nach Kapitel 4.1 sollte insbesondere der Umwandlungsmechanismus zwischen kompressibler und inkompressibler Turbulenz durch Drei-Wellen-Wechselwirkung dominiert

## 4 Ergebnisse

werden.

Ausgehend von der Untersuchung in Kapitel 4.2.1 soll hier berechnet werden, welche Vorzugsrichtungen sich für Alfvénwellen ergeben, die aus schnellen magnetosonischen Wellen mit Ausbreitungsrichtung senkrecht zum Hintergrundmagnetfeld, wie sie für kompressibles Treiben vorhergesagt wurden, hervorgehen, wenn es sich beim Umwandlungsprozess um Drei-Wellen-Wechselwirkung handelt. Die Berechnung der Umwandlung von Alfvénwellen, die sich parallel zum Hintergrundmagnetfeld ausbreiten, in schnelle magnetosonische Wellen kann auf Grundlage der Drei-Wellen-Wechselwirkung analog durchgeführt werden.

Im Prinzip können Alfvénwellen durch die folgenden beiden Drei-Wellen-Wechselwirkungsprozesse aus schnellen magnetosonischen Wellen erzeugt werden (vgl. Gleichung 4.1 bis 4.2), wobei hier lediglich für die Schallwellen schnelle magnetosonische Wellen ausgewählt werden:

$$A^+ + F^- \rightarrow A^\pm \quad (4.13)$$

$$A^+ + A^- \leftarrow F^\pm \quad (4.14)$$

Die weitere Herleitung beschränkt sich auf den für diese Untersuchung relevanten Testfall mit schnellen magnetosonischen Wellen, die sich senkrecht zum Hintergrundmagnetfeld ausbreiten und  $\beta \ll 1$ . Für die Phasengeschwindigkeit der Welle findet man damit (vgl. Bittencourt (2004)):

$$v_{ph} \approx (\sqrt{1 + \beta})v_A \quad (4.15)$$

Für diesen Fall liefert die Reaktionsgleichung 4.15 keine gültige Lösung, wenn man die Resonanzbedingung (d.h. die Energieerhaltungsgleichung) berechnet. Für Gleichung 4.14 ergeben sich jedoch die folgende Resonanzbedingung sowie die Impulserhaltungsgleichungen für die senkrechten und parallelen Komponenten der Wellenvektoren:

$$\omega_A^+ + \omega_A^- = \omega_F^\pm \quad (4.16)$$

$$k_{A,\parallel}^+ - k_{A,\parallel}^- = \pm k_{F,\parallel}^\mp \quad (4.17)$$

$$k_{A,\perp}^+ + k_{A,\perp}^- = \pm k_{F,\perp}^\mp \quad (4.18)$$

## 4 Ergebnisse

Zusammen mit Gleichung 4.15 ergibt sich hieraus für die parallele Komponente der Alfvénwelle

$$v_A(k_{A,\parallel}^+ + k_{A,\parallel}^-) = v_A(\sqrt{1 + \beta})k_F^\pm \quad (4.19)$$

$$v_A(k_{A,\parallel}^+ + k_{A,\parallel}^-) = v_A(\sqrt{1 + \beta})((k_{A,\parallel}^+ - k_{A,\parallel}^-)^2 + k_{F,\perp}^\pm)^{0.5} \quad (4.20)$$

$$4k_{A,\parallel}^+ \cdot k_{A,\parallel}^- = (1 + \beta)k_{F,\perp}^2 \quad (4.21)$$

$$k_{A,\parallel}^+ = \frac{1}{2}\sqrt{1 + \beta}k_{F,\perp}. \quad (4.22)$$

Hierbei wurde  $k_{A,\parallel}^+ = k_{A,\parallel}^-$  verwendet, da sich die schnelle magnetosonische Welle senkrecht zum Hintergrundmagnetfeld ausbreitet und somit  $k_{F,\parallel} = 0$  gilt. Für die senkrechte Komponente der Alfvénwelle ergibt sich:

$$\langle k_{A,\perp}^\pm \rangle = \frac{1}{2}k_F \quad (4.23)$$

Daraus folgt

$$\tan \theta = \frac{k_{A,\parallel}}{k_{A,\perp}} = \frac{\frac{1}{2}k_F\sqrt{1 + \beta}}{\frac{1}{2}k_F} = \sqrt{1 + \beta}. \quad (4.24)$$

Da  $\beta \ll 1$  gilt, kann man daraus folgern, dass  $\tan \theta \approx 1$ . Daraus ergibt sich eine Vorzugsrichtung der Alfvénwellen nahe an  $\theta = 45$  Grad.

Es zeigt sich also, dass aus schnellen magnetosonischen Wellen, die sich senkrecht zum Hintergrundmagnetfeld ausbreiten, durch Drei-Wellen-Wechselwirkung Alfvénwellen hervorgehen, die sich entlang eines 45 Grad Winkels zum Hintergrundmagnetfeld ausbreiten. Die bisherigen Voruntersuchungen werden nun auf die Spektren von  $P_B$ ,  $P_K$ ,  $P_{Shear}$  und  $P_{Comp}$  angewendet, um die Annahme, dass zu frühen Zeiten die physikalischen Prozesse durch die Induktionsgleichung sowie durch Drei-Wellen-Wechselwirkung dominiert werden, zu beweisen.

### **Energie des turbulenten Magnetfeldes: $P_B$**

Abbildung 4.10(a) bis 4.10(d) zeigen die zweidimensionalen Spektren von  $P_B$ . Sowohl für kompressibles als auch für inkompressibles Treiben der Turbulenz wurden ein stark magnetischer Testfall mit  $\beta = 0.01$  und ein fast hydrodynamischer Testfall mit  $\beta = 10$  simuliert. Für alle vier Treiberszenarien zeigen sich zu Beginn der Simulation stark anisotrope Spektren innerhalb der Treibregion.

Die zweidimensionalen Spektren für  $\beta = 10$  sind auf Grundlage der Vorüberlegungen

## 4 Ergebnisse

zur Vorzugsrichtung der ersten Wellen auf Basis der Induktionsgleichung einfach zu verstehen. Durch das isotrope Treiben der Störungen kann das Magnetfeld gestört werden und es bilden sich Wellen. Auf Grundlage der Induktionsgleichung wurde gezeigt, dass bei inkompressiblem Treiben Alfvénwellen parallel zum Hintergrundmagnetfeld angeregt werden. Mit den Gleichungen 4.11 und 4.12 ergibt sich für die Höhenlinie:

$$| \mathbf{B}_1 | \propto k_{\perp} \cdot v \quad (4.25)$$

$$| \mathbf{B}_1 | \propto k_{\perp} \left( \sqrt{k_{\perp}^2 + k_{\parallel}^2} \right)^{-1.75} \quad (4.26)$$

wobei  $| \mathbf{B}_1 |$  der Betrag der Störung des Magnetfeldes ist und die Störungen der Geschwindigkeitsfelder durch das Treiberspektrum mit  $v(k) \propto k^{-1.75}$  vorgegeben sind. Für kompressibles Treiben wurde hingegen gezeigt, dass sich schnelle magnetosonische Wellen bilden, die sich senkrecht zum Hintergrundmagnetfeld ausbreiten. Mit den Gleichungen 4.9 und 4.10 ergibt sich für die Höhenlinie

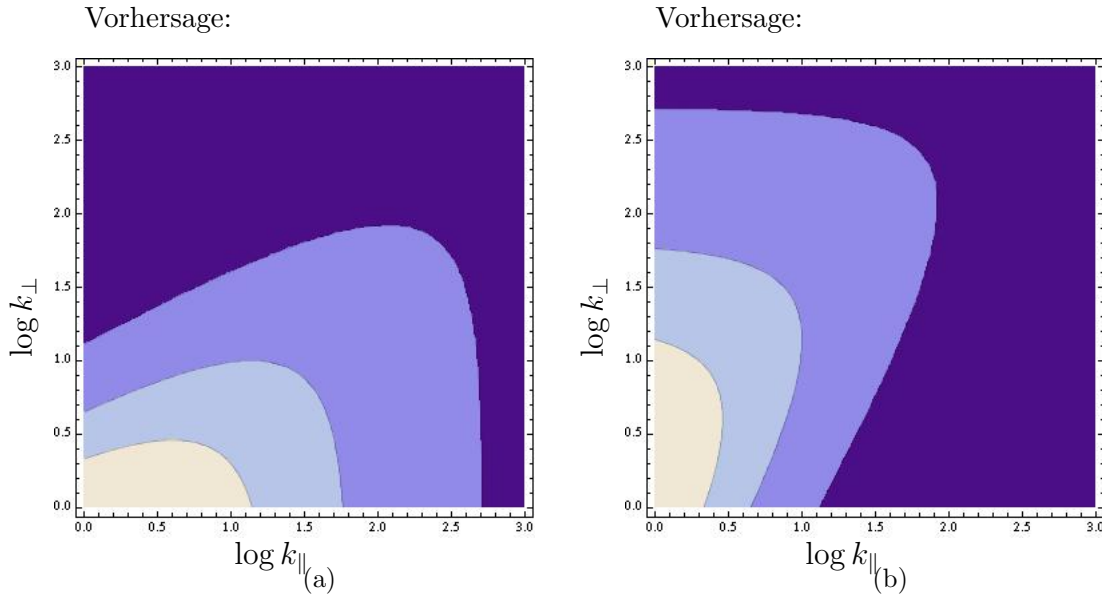
$$| \mathbf{B}_1 | \propto k_{\parallel} \cdot v \quad (4.27)$$

$$| \mathbf{B}_1 | \propto k_{\parallel} \left( \sqrt{k_{\perp}^2 + k_{\parallel}^2} \right)^{-1.75} . \quad (4.28)$$

Für die leichtere Vergleichbarkeit dieser Resultate mit den Simulationsergebnissen sind die Spektren, wie sie sich aus Gleichung 4.26 und 4.28 ergeben, in Abbildung 4.9 dargestellt. Diese Resultate passen sehr gut zu den Ergebnissen in Abbildung 4.10(c) und 4.10(d). Nach einer nur kurzen Simulationszeit zeigt sich für  $\beta = 10$  damit ein zweidimensionales Spektrum, wie es von der Induktionsgleichung in Verbindung mit dem hier verwendeten Treiberspektrum vorhergesagt wird.

Für  $\beta = 0.01$  ist die Situation etwas komplizierter. Wie anhand der Abbildungen 4.10(a) bis 4.10(d) zu erkennen ist, befindet sich unabhängig von der Treibart für  $\beta = 0.01$  bereits deutlich mehr magnetische Energie im System als für  $\beta = 10$ . Deshalb kann man davon ausgehen, dass hier andere physikalische Prozesse stattfinden. Man sieht beispielsweise, dass für  $\beta = 10$  das Spektrum am Rande des Treiberspektrums stärker abfällt als für  $\beta = 0.01$ . Außerdem unterscheidet sich die Ausrichtung der Höhenlinie für die beiden  $\beta$ , wobei für  $\beta = 0.01$  die Höhenlinie innerhalb des Treibereichs etwas isotroper zu sein scheint als dies für  $\beta = 10$  der Fall ist. Da aber die Vorhersagen über die Anregung der ersten Wellen auf Grundlage der Induktionsgleichung für beide  $\beta$  dieselben sind, werden die Spektren für  $\beta = 0.01$  offensichtlich durch einen weiteren physikalischen Prozess beeinflusst.

## 4 Ergebnisse



**Abbildung 4.9:** Berechnete Spektren aus den Vorhersagen der Gleichungen 4.26 und 4.28

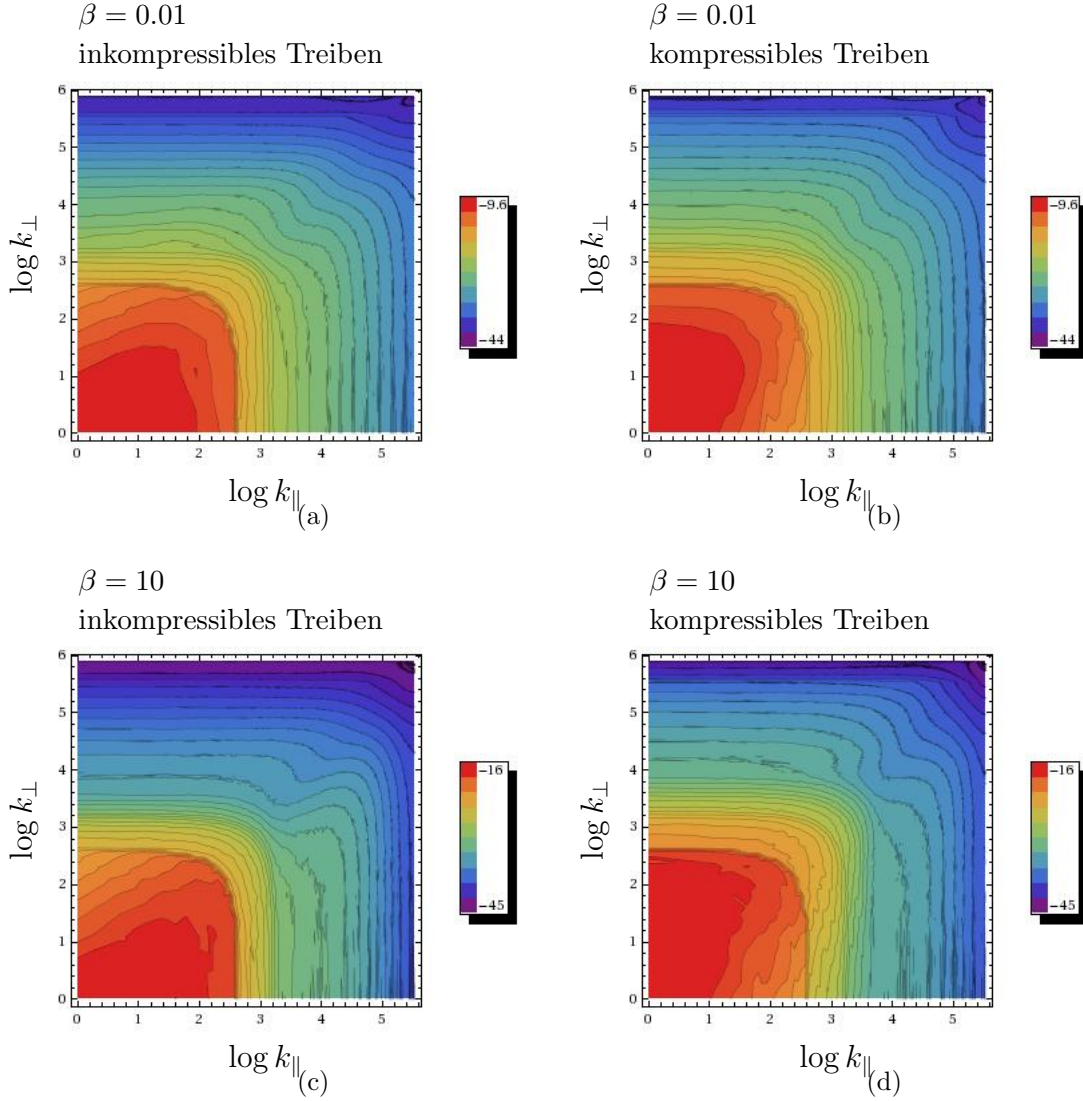
An dieser Stelle wird vorweggenommen, dass die magnetischen Spektren für  $\beta = 0.01$  aus einer Überlagerung von Alfvénwellen und schnellen magnetosonischen Wellen zusammengesetzt sind, wobei die jeweils nicht getriebene Komponente durch Drei-Wellen-Wechselwirkung aus der getriebenen Komponente hervorgeht, was insgesamt zu einer Isotropisierung von  $P_B$  führt. Dies wird anhand der Spektren von  $P_{Comp}$  und  $P_{Shear}$  noch bewiesen.

Die Tatsache, dass schwach magnetische Systeme für sehr frühe Zeiten im Treibbereich einen stärkeren Grad an Anisotropie aufweisen als Systeme mit starken Magnetfeldern, ist dabei absolut bemerkenswert und sollte bei der Bildung von Turbulenzerzeugungsmodellen berücksichtigt werden.

### **Energie des turbulenten Geschwindigkeitsfeldes: $P_K$**

Die Abbildungen 4.11(a) bis 4.11(d) zeigen die zweidimensionalen Spektren von  $P_K$  für  $\beta = 0.01$  und  $\beta = 10$  für inkompressibles und kompressibles Treiben. Für  $\beta = 0.01$  und inkompressibles Treiben erkennt man innerhalb des Treibbereichs von  $P_K$  eine senkrechte Vorzugsrichtung der Höhenlinien, wohingegen für kompressibles Treiben eine parallele Vorzugsrichtung der Höhenlinien vorherrscht, obwohl das Treibspektrum  $P_K^*$  in beiden Fällen isotrop ist. Für  $\beta = 10$  sieht man sowohl für kompressibles als auch für inkom-

## 4 Ergebnisse



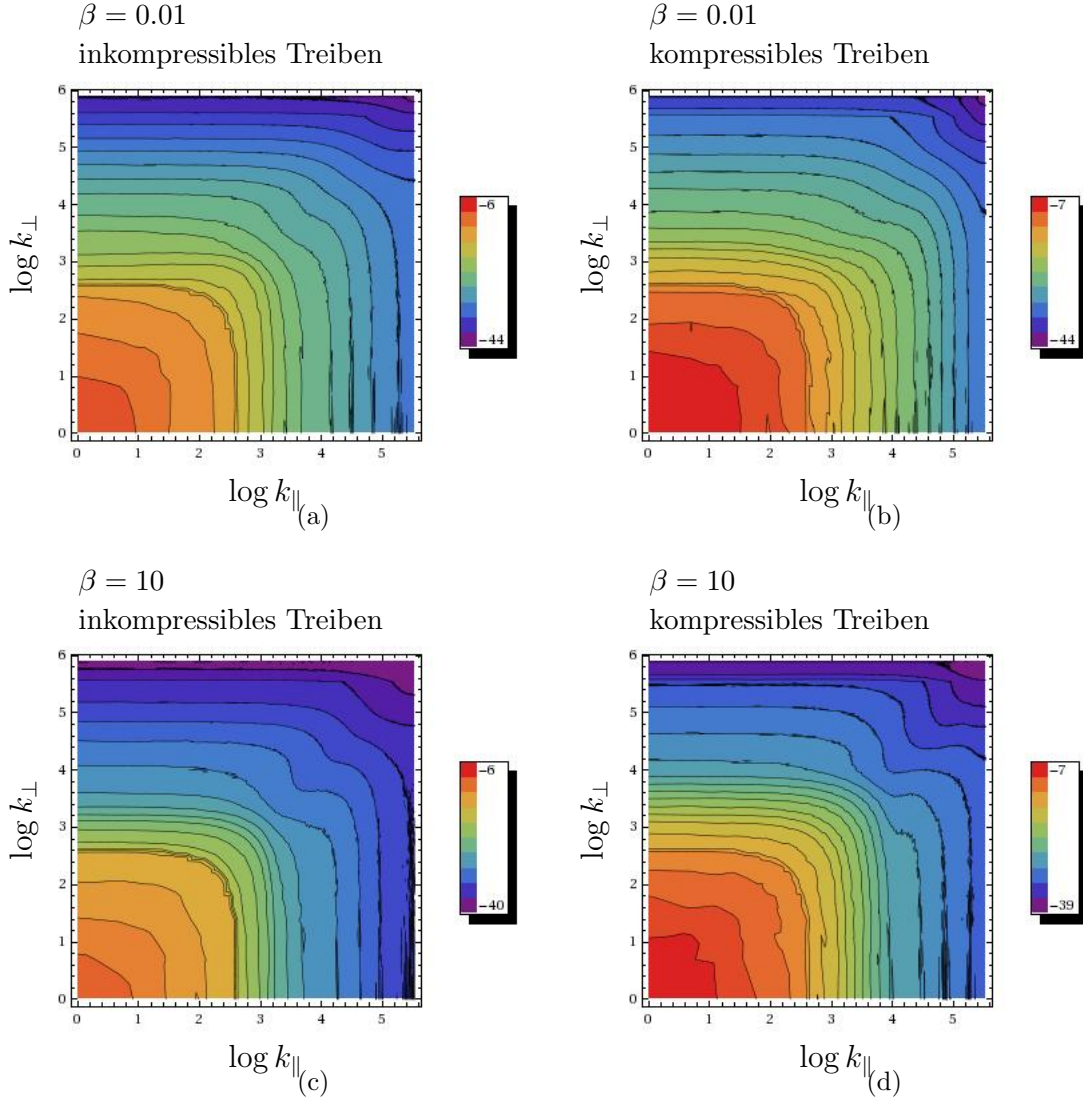
**Abbildung 4.10:** Turbulente Magnetfeldspektren  $P_B$  nach einer Simulationszeit von  $\tilde{t} = 5 \cdot 10^{-3}$  bei einer Auflösung von  $512^3$  Gitterpunkten.

pressibles Treiben ein sehr isotropes Spektrum.

Dies lässt sich folgendermaßen verstehen: Die Turbulenz wird durch die Injektion von kompressiblen und inkompressiblen Fluktuationen in das Geschwindigkeitsfeld getrieben. Hierdurch werden MHD-Wellen im Treibbereich angeregt, wodurch Energie aus dem Geschwindigkeitsfeld in das Magnetfeld transferriert wird. In der Richtung bevorzugter Wellenanregung fehlt somit die Energie im Geschwindigkeitsfeld und damit in  $P_K$ . Deshalb gilt für den Fall  $\beta = 0.01$ , bei dem Alfvénwellen angeregt werden, die sich parallel zum Magnetfeld ausbreiten, eine senkrechte Vorzugsrichtung in  $P_K$ . Für



## 4 Ergebnisse



**Abbildung 4.11:** Spektren der Geschwindigkeitsfelder  $P_K$  nach einer Simulationszeit von  $\tilde{t} = 5 \cdot 10^{-3}$  bei einer Auflösung von  $512^3$  Gitterpunkten.

kompressibles Treiben werden schnelle magnetosonische Wellen senkrecht zum Hintergrundmagnetfeld angeregt, wodurch sich eine parallele Vorzugsrichtung in  $P_K$  ergibt. Für die Treibszenarien mit  $\beta = 10$  sollte derselbe Prozess stattfinden, da allerdings bei den hier viel schwächeren Magnetfeldern weniger Wellen angeregt und damit weniger Energie von  $P_K$  in  $P_B$  transferriert wird, ist dieser Effekt kaum oder überhaupt nicht sichtbar.

### Energien $P_{Shear}$ und $P_{Comp}$

Abbildung 4.12(a) bis 4.13(d) zeigen die zweidimensionalen Spektren von  $P_{Comp}$  und  $P_{Shear}$  zur normierten Zeit  $\tilde{t} = 5 \cdot 10^{-3}$ . Zu diesem sehr frühen Zeitpunkt dominiert die Treibart die Energie des Geschwindigkeitsfeldes.

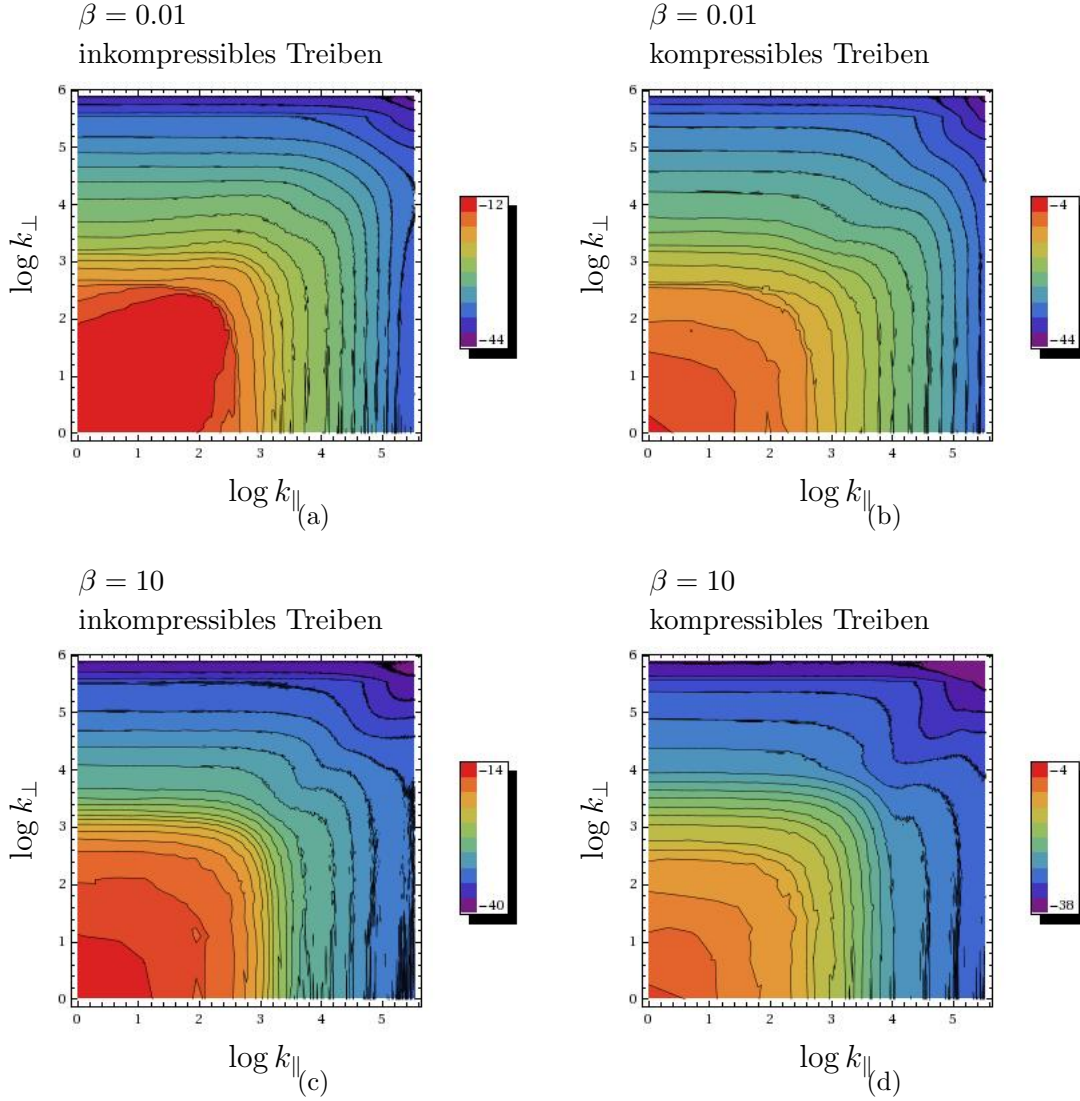
Für  $\beta = 0.01$  zeigt demnach die **getriebene Komponente** natürlich dasselbe Verhalten wie  $P_K$  für  $\beta = 0.01$ . Man findet also für kompressibles Treiben auch eine parallele Vorzugsrichtung in  $P_{Comp}$ , da für diesen Fall magnetosonische Wellen mit senkrechter Ausbreitungsrichtung im Bezug auf das Hintergrundmagnetfeld angeregt werden und diese Energie den Geschwindigkeitsfeldern entzogen wird. Für  $P_{Shear}$  ergibt sich eine senkrechte Vorzugsrichtung für inkompressibles Treiben, da in diesem Fall Alfvénwellen mit paralleler Ausbreitungsrichtung angeregt werden.

Die zweidimensionalen Spektren der **nichtgetriebenen Komponente** von  $P_K$ , also  $P_{Comp}$  für inkompressibles Treiben und  $P_{Shear}$  für kompressibles Treiben, zeigen sowohl eine Spiegelsymmetrie als auch eine Ausdehnung entlang der Winkelhalbierenden. Zu Beginn von Kapitel 4.2.1 wurde gezeigt, dass sich aus schnellen magnetosonischen Wellen mit senkrechter Ausbreitungsrichtung im Bezug auf das Hintergrundmagnetfeld durch Drei-Wellen-Wechselwirkung Alfvénwellen bilden können, die mit einem Winkel von 45 Grad zum Hintergrundmagnetfeld propagieren. Diese Vorhersagen passen sehr gut zu den zweidimensionalen Spektren von  $P_{Shear}$  für kompressibles Treiben. Dieselbe Winkelabhängigkeit ergibt sich auch für  $P_{Comp}$  bei inkompressiblem Treiben. Daraus kann man schließen, dass der Energietransfer zwischen kompressiblen und inkompressiblen Moden zu diesen frühen Zeiten bei starken Magnetfeldern wieder auf dem Mechanismus der Drei-Wellen-Wechselwirkung beruht.

Für  $\beta = 10$  ergibt sich bei der Auswertung von  $P_{Comp}$  und  $P_{Shear}$  die gleiche Limitierung wie für die Auswertung von  $P_K$  in Kapitel 4.2.1: Wegen der schwachen Magnetfelder werden nur wenige Wellen erzeugt und deshalb nur wenig Energie von  $P_K$  in  $P_B$  übertragen. Dies gilt für die getriebene Komponente genauso wie für  $P_K$ . Da die nicht getriebene Komponente absolut isotrop ist, kann allerdings hier keine Aussage über die vorherrschenden physikalischen Prozesse gemacht werden.

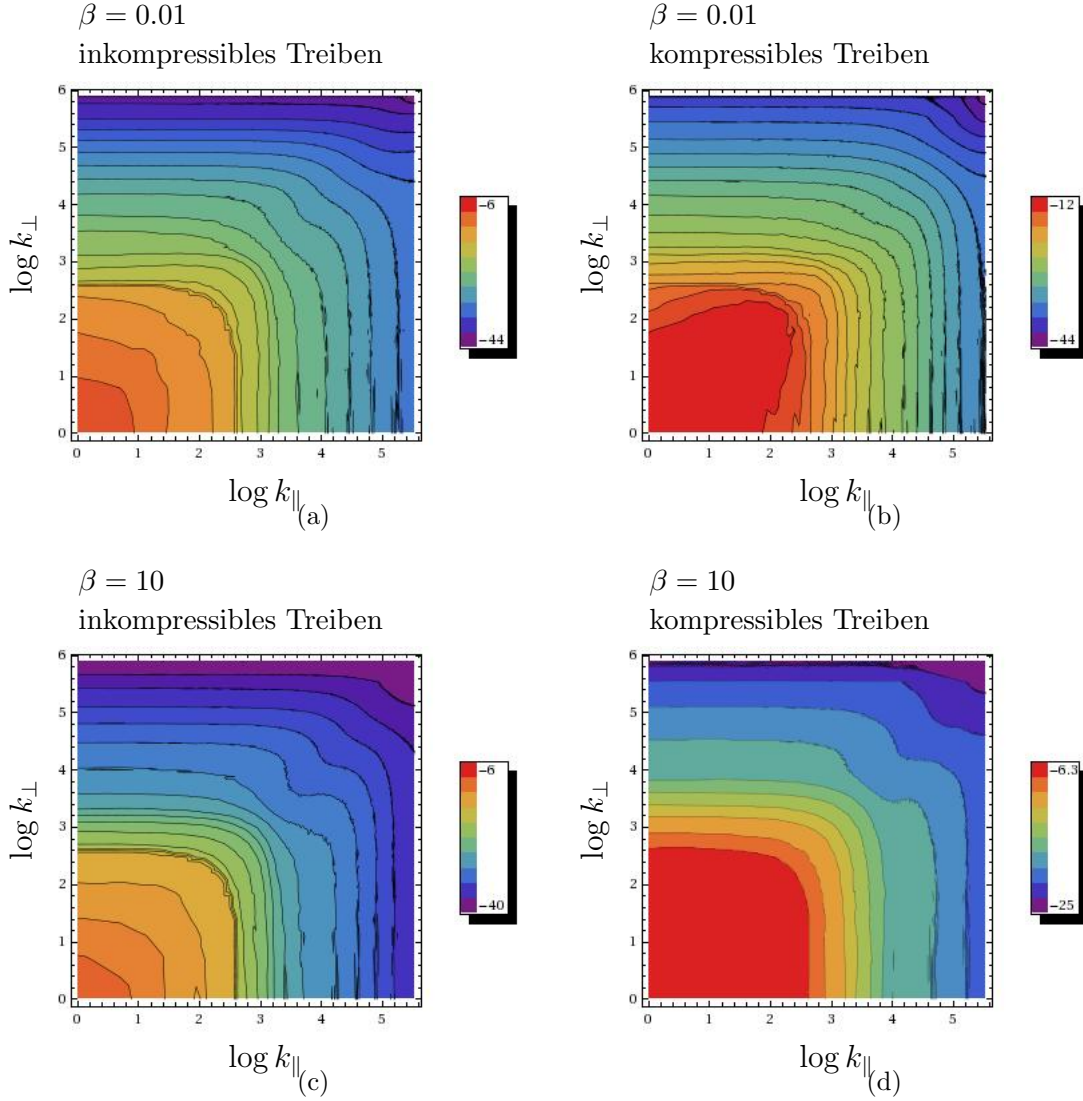
Es existieren bereits einige Untersuchungen zur schwachen Turbulenz, die mit den hier gezeigten Analysen im direkten Zusammenhang stehen und eine hohe Übereinstimmung aufweisen. Zum einen wurden von Chandran (2005) für den Grenzfall  $\beta \ll 1$  im schwache Turbulenzregime der Übergang zwischen Alfvén- und schnellen magnetosoni-

## 4 Ergebnisse



**Abbildung 4.12:** Spektren der kompressiblen Fluktuationen  $P_{Comp}$  nach einer Simulationszeit von  $\tilde{t} = 5 \cdot 10^{-3}$  bei einer Auflösung von  $512^3$  Gitterpunkten.

schen Wellen durch analytische Berechnungen nachgewiesen. Dabei wurde allerdings auf die langsamen magnetosonischen Wellen explizit verzichtet, die nicht grundsätzlich bei der Untersuchung vernachlässigt werden dürfen. Darüber hinaus wurden von Kuznetsov (2001) analytische Untersuchungen zur schwachen Turbulenz in stark magnetisierten Plasmen durchgeführt und dabei als wesentlicher Mechanismus die resonante Streuung zwischen schnellen magnetosonischen Wellen und Alfvénwellen nachgewiesen. Beide Untersuchungen haben sich dabei auf die schwache Turbulenz beschränkt, ein Übergang zur starken Turbulenz wurde hierbei nicht analysiert. Die Anisotropie zu frühen Zeiten

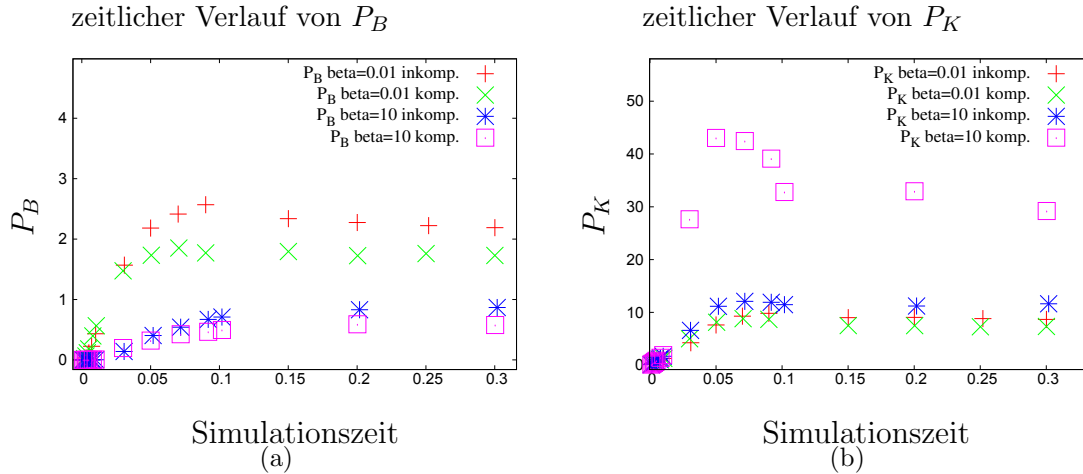


**Abbildung 4.13:** Spektren der inkompressiblen Fluktuationen  $P_{Shear}$  nach einer Simulationszeit von  $\tilde{t} = 5 \cdot 10^{-3}$  bei einer Auflösung von  $512^3$  Gitterpunkten.

ist vielleicht nicht beobachtbar, aber es ist durchaus möglich, dass die anisotropen Magnetfeldfluktuationen die Beschleunigung und sowie die Aufenthaltsdauer der Teilchen in der Beschleunigungsregion (z.B. in der Umgebung eines Schocks) beeinflussen.

### 4.2.2 Zeitliche Entwicklung der Turbulenz

Im folgenden Kapitel wird die zeitliche Entwicklung der Gesamtenergien  $P_K, P_{Comp}, P_{Shear}$  und  $P_B$  für die vier verschiedenen Treibszenarien ( $\beta = 0.22$  sowie  $\beta = 10$  mit kompres-



**Abbildung 4.14:** Energien  $P_K$  und  $P_B$  in Abhängigkeit von der Simulationszeit

siblem oder inkompressiblem Treiben) untersucht. Man erkennt am zeitlichen Verlauf der Energien (siehe Abbildung 4.14(a) und 4.14(b) sowie 4.15(a) und 4.15(b)), dass zu Beginn der Simulation keine Energie in den Feldern steckt und allmählich durch die kontinuierliche Injektion von Fluktuationen die Energie ansteigt, bis schließlich eine Sättigung erreicht wird, sobald die Treibenergie durch die numerische Dissipation ausgeglichen wird. Eine detaillierte Analyse des Sättigungsbereichs wird in Kapitel 4.2.3 vorgenommen. Dieses Kapitel beschäftigt sich hingegen hauptsächlich damit, welche physikalischen Prozesse das Plasma dominieren, bevor eine Sättigung der Turbulenz erreicht wird.

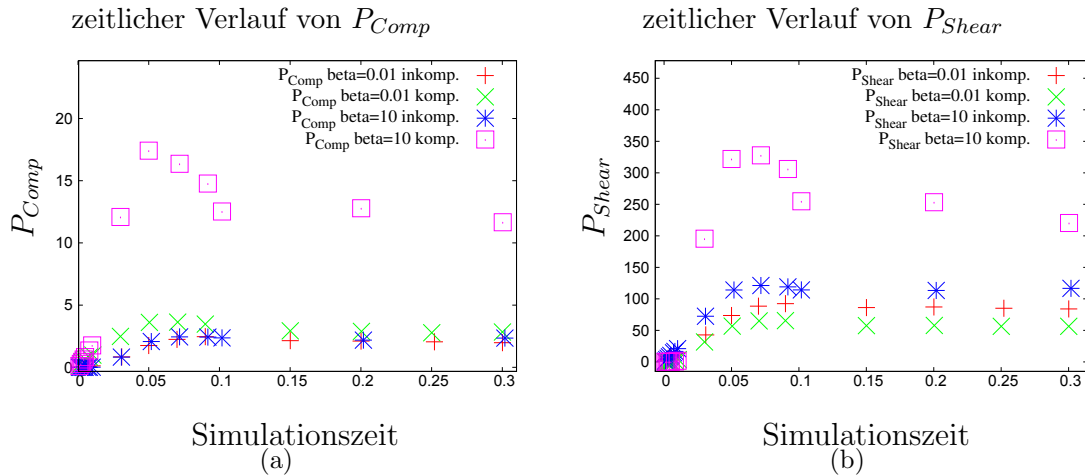
### Energie des turbulenten Geschwindigkeitsfeldes $P_K$

Die zeitliche Entwicklung von  $P_K$  hängt ganz grundsätzlich davon ab, ob die Turbulenz kompressibel oder inkompressibel angetrieben wird (siehe Abbildung 4.14(b)). Dies wird vor allem für  $\beta = 10$  deutlich. Hier zeigt sich bei kompressiblem Treiben ein deutliches Maximum im zeitlichen Verlauf von  $P_K$  bei  $\tilde{t} \simeq 0.05$ . Danach verringert sich die Energie, bevor schließlich das Spektrum saturiert. Bei inkompressiblem Treiben der Turbulenz findet man hingegen kein Maximum. Im Folgenden werden die Bildung des Maximums im Detail diskutiert und die Zusammenhänge anhand weiterführender Auswertungen der Magnetfelder aufgezeigt.

## 4 Ergebnisse

Das Spektrum der turbulenten Moden saturiert, sobald dem System auf kleinen Skalen genauso viel Energie durch Dissipation entzogen, wie ihm gleichzeitig durch den Treiber auf großen Skalen zugeführt wird. Voraussetzung dafür ist allerdings, dass die Energie, die auf großen Skalen injiziert wird, auch zu diesen kleineren Skalen hin kaskadiert, bei denen die Dissipation stattfindet. Ein Maximum im zeitlichen Verlauf von  $P_K$  kann immer dann entstehen, wenn die Kaskade zunächst unwirksam bleibt, so dass Energie im System auf großen Skalen akkumuliert wird. Setzt später der Kaskadierungsprozess wirksam ein, so kann die bei großen Skalen angestaute Energie zu kleineren Skalen abtransportiert werden und schließlich durch Dissipation in Wärme übergehen, wodurch die Gesamtenergie im System wieder abgebaut wird.

Wie man anhand der unterschiedlichen zeitlichen Verläufe der Energien in 4.14(b) sieht, hat die Art des Treibszenarios einen wesentlichen Effekt auf die Effizienz der Energiekaskade. Aus den vorliegenden Daten ist ersichtlich, dass durch **kompresibles Treiben** senkrechte Fluktuationen angeregt werden, die in paralleler Richtung zerfallen (vgl. Kapitel 4.2.1), was nach und nach zu einem isotropen Spektrum führt. Um dies zu ermöglichen, brauchen sie eine Fluktuationskomponente parallel zum magnetischen Hintergrundfeld. Ist das Magnetfeld deutlich gewunden, haben die Fluktuationen auch eine lokale parallele Komponente und können zerfallen. Bei **inkompressiblem Treiben** werden parallele Fluktuationen angeregt, die in senkrechter Richtung zerfallen können (vgl.



**Abbildung 4.15:** Energien  $P_{Comp}$  und  $P_{PShear}$  in Abhängigkeit von der Simulationszeit

Kapitel 4.2.1). Deshalb wird hier eine senkrechte Fluktuationskomponente benötigt und dementsprechend können auch sie nur in einem gewundenen magnetischen Hintergrund zerfallen, in dem auch lokal senkrechte Fluktuationskomponenten vorzufinden sind.

Die Ausbildung eines Maximums im zeitlichen Verlauf von  $P_K$  kommt demnach immer dann zustande, wenn die Treibenergie die Magnetfeldlinien nur unzureichend krümmt und sich damit für eine längere Zeit keine effiziente Kaskade ausbildet. Verwirbelt hingegen das Treiben die Magnetfeldlinien bereits zu Beginn deutlich genug, dann entsteht auch zu sehr frühen Zeiten eine effiziente Kaskade. Hierdurch wird erst gar keine Energie angestaut und dementsprechend kann sich kein Maximum ausbilden.

Dies lässt sich auch anhand der Magnetfelddaten belegen. Die magnetischen Feldlinien sind zum Zeitpunkt des Maximums ( $\tilde{t} = 0.05$ ) und nachdem die Sättigung der Turbulenz im System erreicht wurde in Abbildung 4.17(a) bis 4.17(d) gezeigt. An den Feldlinienbildern erkennt man, dass für kompressibles Treiben die magnetischen Feldlinien beim Maximum noch ziemlich glatt wirken, wohingegen sie im Konvergenzbereich ziemlich stark verworren sind. Für inkompressibles Treiben sind sie jedoch bereits zum Zeitpunkt  $\tilde{t} = 0.05$  stark verwirbelt.

Dies kann man gut verstehen, wenn man beachtet, wie das Treiben mit kompressiblen und inkompressiblen Fluktuationen in den Geschwindigkeitsfeldern das Fluid beeinflusst. Für inkompressibles Treiben werden im Fluid Scherströmungen erzeugt, die das Magnetfeld effizient verwirbeln können. Durch kompressibles Treiben werden nur Störungen entlang der Magnetfeldlinie erzeugt, wodurch die Magnetfeldlinien nur unzureichend verkrümmt werden. Da die Verwirbelung der Magnetfeldlinien durch inkompressibles Treiben deutlich stärker ausgeprägt ist, findet man für  $\beta = 10$  und inkompressibles Treiben bereits sehr früh ein stark verwirbeltes Magnetfeld und damit eine effiziente Kaskade, so dass sich keine Energie anstauen kann. Folglich entwickelt sich in diesem Fall kein Maximum.

Diese Verwirbelung der Magnetfeldlinien lässt sich auch quantifizieren. Hierfür wird das räumliche Mittel des Anordnungsparameters  $a$  berechnet mit:

$$a = 1 - 2\mu^2, \quad (4.29)$$

wobei  $\mu$  der cos vom Winkel zwischen lokalem Magnetfeld und dem anfänglichen Magnetfeld ist. Dieser Parameter gibt die Ausrichtung der lokalen Magnetfelder im Bezug auf das ursprüngliche Magnetfeld an, wobei  $a = -1$  bedeutet, dass im Mittel das lo-

kale Magnetfeld genauso ausgerichtet ist wie das Magnetfeld zu Beginn der Simulation. Im Gegensatz dazu bedeutet  $a = 1$ , dass das lokale Magnetfeld senkrecht zum anfänglichen Magnetfeld ausgerichtet ist. Da für die senkrechte Richtung der Freiheitsgrad höher ist als für die parallele Richtung, entspricht ein Wert von  $a = 1/3$  einer isotropen Ausrichtung der Feldlinien. Mit diesen Vorüberlegungen als Grundlage werden nun die Simulationsergebnisse im Detail besprochen.

Für  $\beta = 10$  zeigt sich zum Zeitpunkt  $\tilde{t} = 0.05$ , zu dem der Peak im kompressiblen Treibszenario bei der zeitlichen Entwicklung am deutlichsten ausgeprägt ist, eine beinahe isotrope Verteilung mit  $a = 0.296$  für inkompressibles Treiben, wohingegen für kompressibles Treiben für  $a$  ein Wert von  $-0.158576$  ermittelt wird. Beide Simulationen weisen allerdings im Sättigungsbereich bei  $t = 0.3$  eine isotrope Verteilung auf. Bei der Simulation mit  $\beta = 0.01$  überschreitet Anordnungsparameter  $a$  selbst im saturierten Bereich des Spektrums zur Zeit  $t = 0.3$  nicht den Wert  $-0.9$ , womit die Feldlinien immer noch nahezu parallel ausgerichtet sind. Somit handelt es sich bei der Simulation mit kompressibler Treibart und  $\beta = 10$  um die einzige, bei der sich die Krümmung der Feldlinien signifikant zwischen  $\tilde{t} = 0.05$  und dem saturierten Bereich des Spektrums ändert. Die geringere Krümmung der Feldlinien für kompressibles in Vergleich zu inkompressiblem Treiben und die damit verbundene ineffizientere Kaskade könnte eventuell zum Nachweis der Treibart unterschiedlicher Treibszenarien verwendet werden, da hierdurch das Plasma weniger aufgeheizt wird. Auf Basis der Beobachtung der Temperaturentwicklung sollte es also möglich sein, die Treibart zu bestimmen.

### **Energie des turbulenten Magnetfeldes $P_B$**

Im Folgenden wird die zeitliche Entwicklung von  $P_B$  auf Grundlage von Abbildung 4.14(a) und Tabelle 4.2 diskutiert.

Zu frühen Zeiten weist  $P_B$  für kompressibles Treiben höhere Absolutwerte auf als für inkompressibles Treiben. Dies lässt sich dadurch erklären, dass durch inkompressibles Treiben Alfvénwellen, die sich entlang der  $x$ -Richtung fortbewegen, erzeugt werden, während bei kompressiblem Treiben schnelle magnetische Wellen mit einer senkrechten Ausbreitungsrichtung angeregt werden, denen die gesamte  $y$ - $z$ -Ebene zur Verfügung steht. Die magnetosonischen Wellen haben somit einen zusätzlichen Freiheitsgrad bei ihrer Erzeugung, weshalb mehr schnelle magnetosonische Wellen als Alfvénwellen bei gleicher Treibstärke und Simulationszeit erzeugt werden. Wie man an den Werten für



das gesättigte Spektrum in Tabelle 4.2 sieht, geht dieser Effekt im Laufe der Simulation verloren.

Während der gesamten Simulation wird für kleine  $\beta$  mehr Energie aus dem Geschwindigkeitsfeld in magnetische Energie umgewandelt als für große  $\beta$ . Dies liegt an der größeren Magnetfeldstärke des Hintergrundfeldes für kleine  $\beta$ , was zu stärkeren magnetischen Fluktuationen beim Stören der Geschwindigkeitsfelder führt.

Bei manchen Simulationsläufen zeigt auch  $P_B$  ein Maximum vor Erreichen eines saturierten Zustands des Spektrums (z.B. für  $\beta = 0.01$  und inkompressibles Treiben bei  $\tilde{t} = 0.09$  in Abbildung 4.14(a)). Für  $P_B$  hängt die Ausbildung eines Maximums im zeitlichen Energieverlauf allerdings nur wenig von der Treibart, sondern vielmehr von  $\beta$  ab. Dies liegt daran, dass die Rate, mit der magnetische Energie aus  $P_K$  in  $P_B$  transformiert wird, mit dem Grad der Magnetisierung des Systems zusammenhängt. Für  $\beta = 10$  ist die Übertragungsrate ohnehin so gering, dass bereits eine noch ziemlich ineffiziente Kaskade völlig ausreicht, um genug Energie aus dem System zu entfernen, dass sich kein Maximum ausbilden kann. Für kleine  $\beta$  wird die Energie hingegen so schnell überführt, dass grundsätzlich auch ein Maximum im Energie-Zeit-Verlauf entstehen kann. Da für inkompressibles Treiben im saturierten Zustand mehr Energie übertragen wird, ist das Maximum sogar etwas stärker ausgeprägt (siehe Abbildung 4.14(b) für  $\beta = 0.01$  bei inkompressiblem Treiben bei  $\tilde{t} = 0.09$  und für  $\beta = 0.01$  bei kompressiblem Treiben bei  $\tilde{t} = 0.075$ ).

Die Bildung eines Maximums im zeitlichen Verlauf von  $P_B$  könnte einen direkten Einfluss auf die Beschleunigung niederenergetischer Teilchen in noch nicht vollständig entwickelter Turbulenz haben, da diese mit Wellen großer Wellenzahl resonant wechselwirken. Durch eine verzögerte Kaskade könnten diese Teilchen somit erst sehr spät zu hohen Impulsen beschleunigt werden.

### Energien $P_{Shear}$ und $P_{Comp}$

Die zeitlichen Verläufe von  $P_{Comp}$  und  $P_{Shear}$  sind in Abbildung 4.15(a) bzw. 4.15(b) sowie in Abbildung 4.16(a) bis 4.16(d) im Zusammenhang mit der Gesamtenergie des Geschwindigkeitsfeldes  $P_K$  gezeigt. In Tabelle 4.3 sind die Energien der aufintegrierten Spektren zu den normierten Zeiten  $\tilde{t} = 0.05$  und nach Erreichen der Sättigung der Turbulenz aufgelistet.

Zu Beginn der Simulation ist die Energie der **getriebenen Komponente** für  $\beta = 10$

## 4 Ergebnisse

	Treiber	$\beta$	PB	PK	$\frac{PB}{PK}$
norm. Zeit: 0.05	inkomp.	0.01	$9.2769 \cdot 10^{-3}$	0.6986	0.0133
norm. Zeit: 0.05	komp.	0.01	0.014504	0.70617	0.0205
norm. Zeit: 0.05	inkomp.	10	$1.9613 \cdot 10^{-5}$	0.81475	$2.407 \cdot 10^{-5}$
norm. Zeit: 0.05	komp.	10	$5.042 \cdot 10^{-5}$	0.828	$6.089 \cdot 10^{-5}$
Sättigung	inkomp.	0.01	0.177	8.84	0.02
Sättigung	komp.	0.01	0.1383	7.363	0.0188
Sättigung	inkomp.	10	0.0675	11.42	$5.913 \cdot 10^{-3}$
Sättigung	komp.	10	0.0465	31.05	$1.502 \cdot 10^{-3}$

Tabelle 4.2: Magnetisierung des Systems

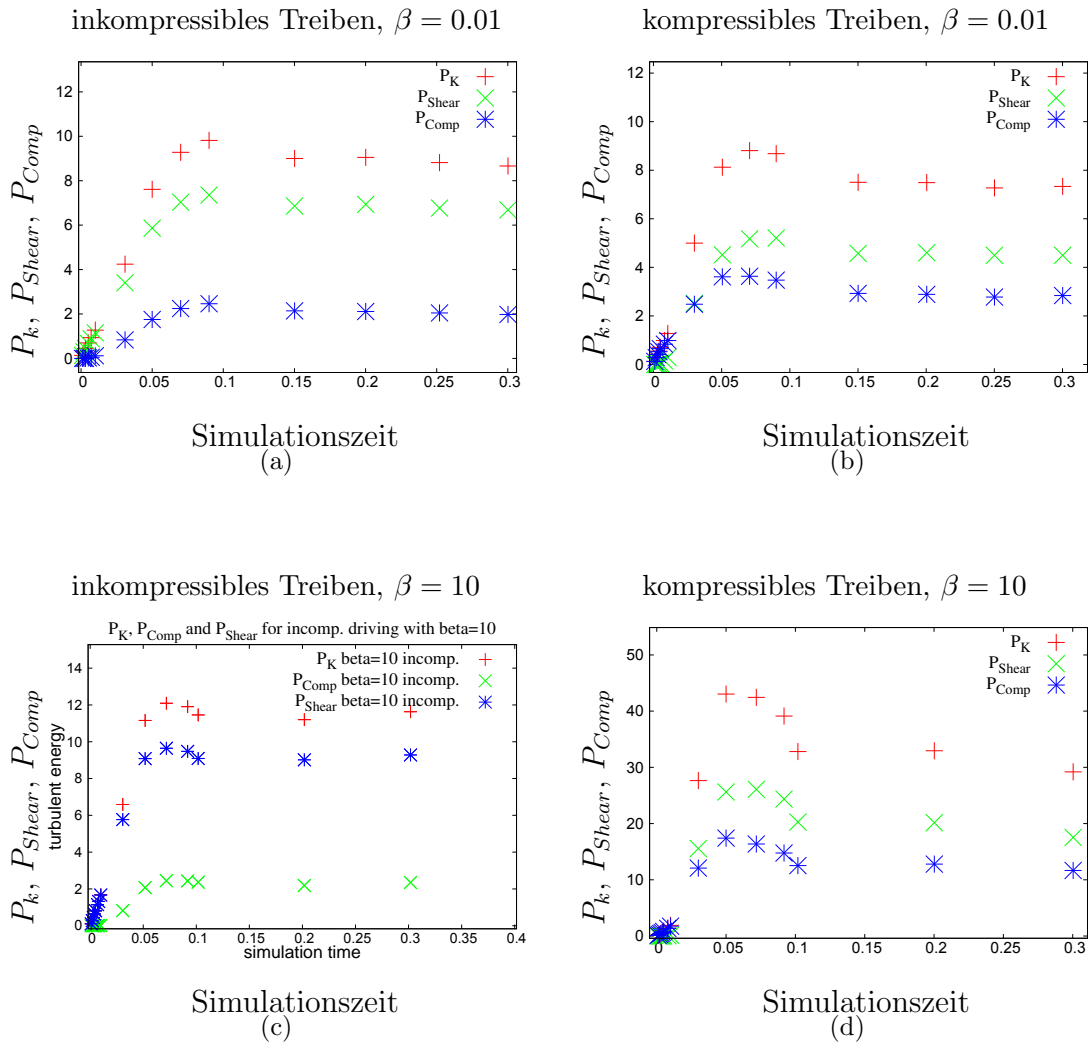
größer als für  $\beta = 0.01$ , da für größere  $\beta$  kleinere Magnetfelder vorliegen und deshalb weniger Wellen generiert werden. Damit wird auch weniger Energie der Treibkomponente in die Magnetfelder überführt, um somit als Energie in den turbulenten Strukturen der Treibkomponente zu fehlen. Außerdem ist auch die **nicht getriebene Komponente** für  $\beta = 10$  kleiner als für  $\beta = 0.01$ , da weniger Wellen gebildet werden, die dann in andere Moden zerfallen können, um somit Energie aus den kompressiblen in die inkompressible Moden und umgekehrt zu überführen.

Während die Treibkomponente  $P_K$  zu Beginn der Simulation noch das Geschwindigkeitsfeld beherrscht, ist die Energie der inkompressiblen Moden unabhängig von der Treibart und von  $\beta$  im saturierten Bereich des Spektrums dominant. Dies könnte durch eine effizientere Umwandlung von Energie der kompressiblen in inkompressible Moden, als es umgekehrt der Fall ist, hervorgerufen werden. Die saturierten Ergebnisse, wie sie in Kapitel 4.2.3 diskutiert werden, unterstützen diese Annahme. Außerdem ist es möglich, dass dieser Effekt durch eine effizientere Dämpfung der kompressiblen Moden hervorgerufen oder zumindest verstärkt wird (vgl. Kapitel 2.2).

### 4.2.3 Gesättigtes Spektrum

In diesem Kapitel werden die zweidimensionalen Spektren für den saturierten Zustand der Turbulenz präsentiert. Dabei werden zunächst für  $\beta = 0.01$  die zweidimensionalen Spektren von  $P_K$ ,  $P_{Shear}$ ,  $P_{Comp}$  und von  $P_B$  diskutiert. Im Anschluss daran wird auf die Ergebnisse für  $\beta = 10$  eingegangen. Die Simulationen wurden für  $\beta = 10$  auf einem

## 4 Ergebnisse

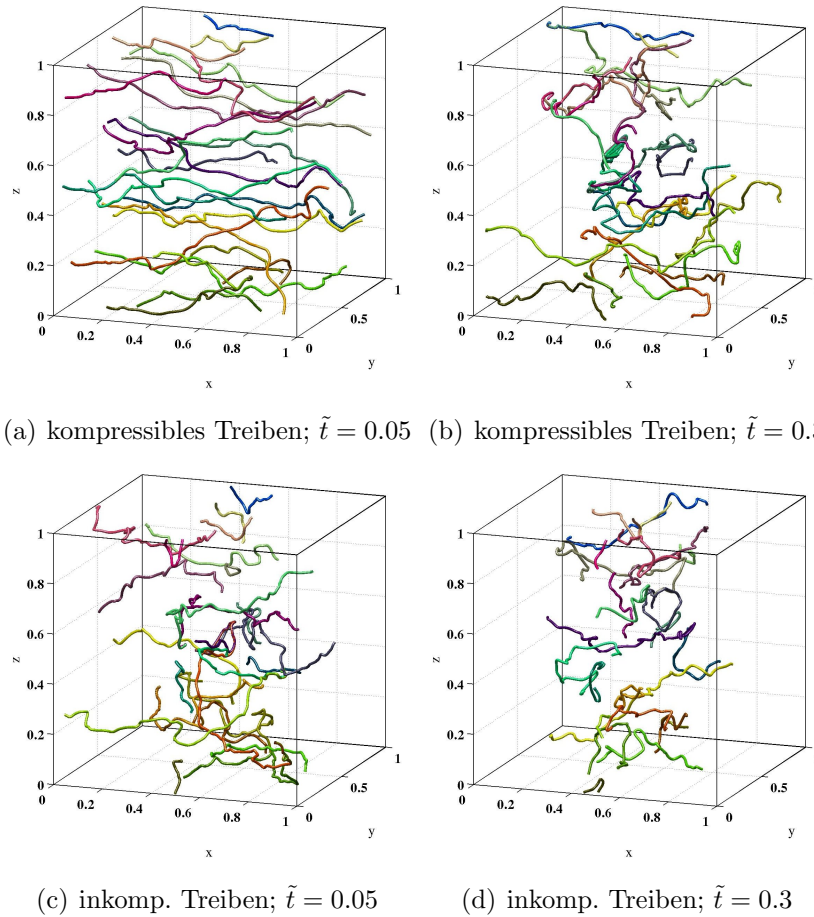


**Abbildung 4.16:**  $P_K, P_{Comp}$  und  $P_{Shear}$  in Abhängigkeit von der Simulationszeit

## 4 Ergebnisse

	Treiber	$\beta$	$P_{Shear}$	$P_{Comp}$	$\frac{P_{Comp}}{P_{Shear}}$
norm. Zeit 0.05	inkomp.	0.01	0.676	0.022	$3.25 \cdot 10^{-2}$
norm. Zeit 0.05	komp.	0.01	0.0521	0.654	12.55
norm. Zeit 0.05	inkomp.	10	0.814	$3.19 \cdot 10^{-4}$	$3.92 \cdot 10^{-4}$
norm. Zeit 0.05	komp.	10	$6.47 \cdot 10^{-3}$	0.822	127.0
Sättigung	inkomp.	0.01	6.80	2.03	0.30
Sättigung	komp.	0.01	4.53	2.82	0.62
Sättigung	inkomp.	10	9.14	2.27	0.25
Sättigung	komp.	10	18.86	12.2	0.65

Tabelle 4.3: Energie der kompressiblen und inkompressiblen Flukutationen im System



**Abbildung 4.17:** Magnetfeldlinien für  $\beta = 10$  bei kompressiblem und inkompressiblem Treiben

## 4 Ergebnisse

Gitter der Größe  $512^3$  und für  $\beta = 0.01$  auf einem Gitter der Größe  $256^3$  durchgeführt. Für  $\beta = 0.01$  bei kompressibler Treibart haben sowohl  $P_K$ ,  $P_{Shear}$  als auch  $P_{Comp}$  eine klare parallele Vorzugsrichtung (siehe Abbildungen 4.19(b), 4.20(b) und 4.21(b)). Für das inkompressible Treibszenario entwickeln sowohl  $P_K$  als auch  $P_{Shear}$  eine senkrechte Vorzugsrichtung (siehe Abbildungen 4.19(a) und 4.20(a)), wie dies auch von Goldreich u. Sridhar (1995) vorhergesagt wurde, wohingegen  $P_{Comp}$  weitgehend isotrop ist (siehe Abbildung 4.21(a)). Es zeigt sich also anhand der Ergebnisse, dass das Spektrum im saturierten Zustand eine anisotrope Kaskade ausbildet, die vom Treibszenario abhängt. Diese Resultate beziehen sich auf das Regime der starken Turbulenz, die auf vollständig nichtlinearen Wechselwirkungen basiert.

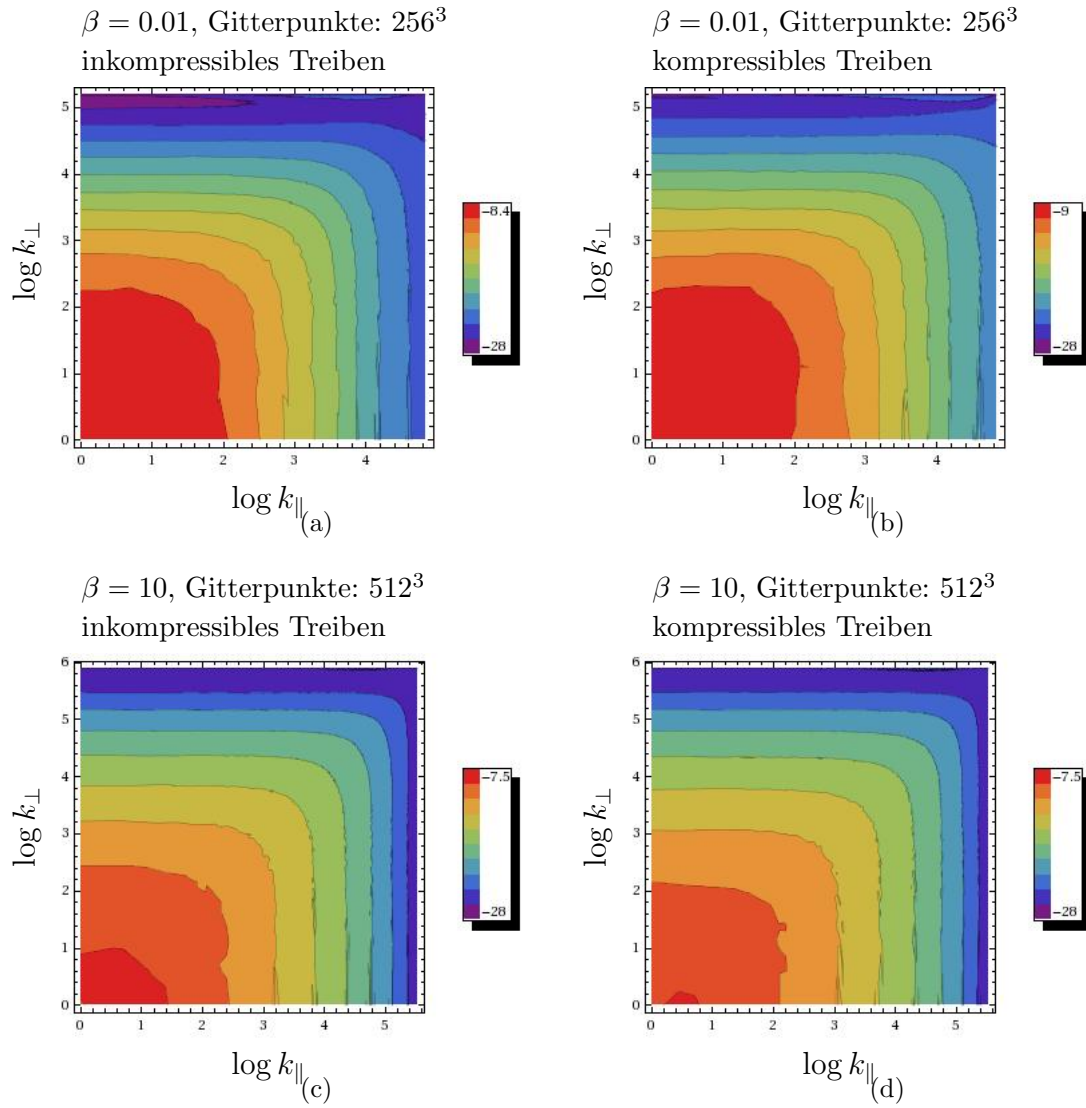
Wie bereits in Kapitel 4.2.2 angemerkt, lässt sich aus diesen Resultaten schließen, dass der Umwandlungsprozess von kompressiblen in inkompressible Moden sehr viel effizienter verläuft als von inkompressiblen in kompressible Moden, da für kompressibles Treiben  $P_{Shear}$  dieselbe parallele Anisotropie aufweist wie  $P_{Comp}$ . Eigentlich sollten die inkompressiblen Moden eine senkrechte Kaskade aufbauen, wie das an den Resultaten in den Abbildungen 4.19(a) und 4.20(a) für inkompressibles Treiben zu sehen ist, was auch den Vorhersagen von Goldreich u. Sridhar (1995) zur inkompressiblen Turbulenz entspricht. Da  $P_{Shear}$  allerdings bei kompressiblem Treiben aus den kompressiblen Moden hervorgeht, wird der Kaskade der inkompressiblen Moden dieselbe Vorzugsrichtung aufgezwungen wie  $P_{Comp}$ . Im Gegensatz dazu hat im Fall vom inkompressiblen Treiben  $P_{Comp}$  nicht dieselbe Vorzugsrichtung wie  $P_{Shear}$ . Damit lässt sich schlussfolgern, dass die Transformation von inkompressiblen in kompressible Moden weniger effizient verläuft. Hierdurch ergibt sich eine Überlagerung der Anisotropien der Kaskaden der kompressiblen und inkompressiblen Moden, wodurch ein weitgehend isotropes Spektrum entsteht. Für  $\beta = 0.01$  weist  $P_B$  für inkompressibles Treiben dieselbe senkrechte Vorzugsrichtung auf wie  $P_K$  und  $P_{Shear}$  (siehe Abbildung 4.36(a)), wohingegen für kompressibles Treiben keine Vorzugsrichtung im Spektrum von  $P_B$  zu sehen ist (siehe Abbildung 4.36(b)). Aus Abbildung 4.16(a) geht hervor, dass bei inkompressiblem Treiben viel mehr inkompressible als kompressible Moden erzeugt werden. Aufgrund der geringen Kompressibilität wird deshalb auch eine senkrechte Kaskade erwartet. Für kompressibles Treiben weist das System nur unwesentlich mehr inkompressible als kompressible Moden auf (vgl. Abbildung 4.16(b)), weshalb in diesem Fall die magnetische Energie sowohl in parallele als auch senkrechte Richtung kaskadiert. Eine wichtige Voraussetzung dafür ist natürlich, dass die magnetische und kinetische Energie in unterschiedlicher Weise kaskadieren dürfen, was

allerdings aus den Spektren hervorzugehen scheint.

Für  $\beta = 10$  erweisen sich alle zweidimensionalen Spektren als ziemlich isotrop, wie man das für diesen weitgehend hydrodynamischen Testfall auch vermuten würde (siehe Abbildungen 4.36(c), 4.36(d), 4.19(c), 4.19(d), 4.20(c), 4.20(d), 4.21(c) und 4.21(d)).

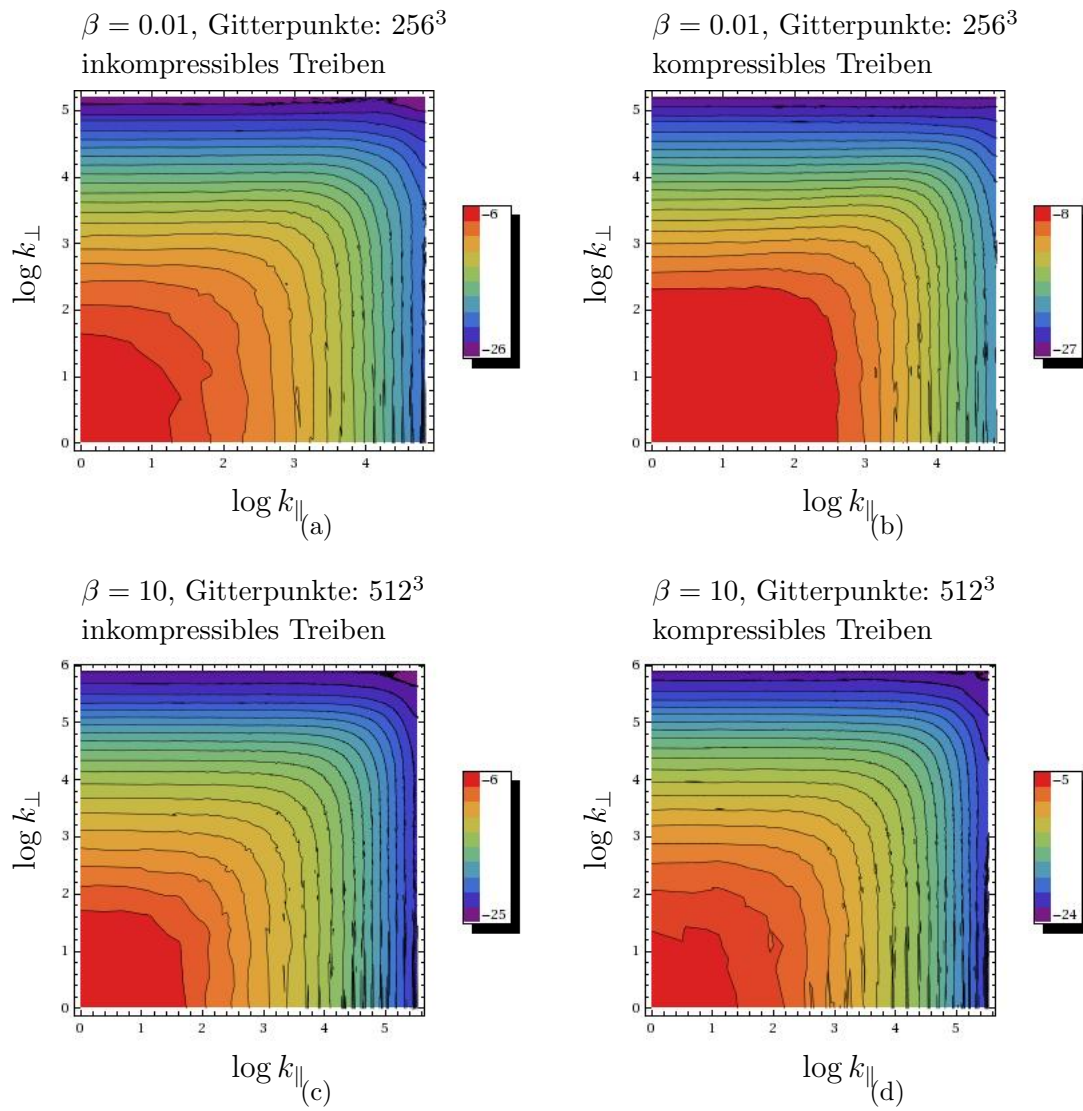
In Federrath et al. (2008) und Federrath et al. (2010) wurde eine zu dieser Arbeit sehr ähnliche Untersuchung durchgeführt. Dabei wurde ebenfalls die Abhängigkeit von einem rein kompressiblen oder rein inkompressiblen Treibszenario untersucht, allerdings für den Fall der Hydrodynamik. Die hier vorgestellten Untersuchungen stellen in vielerlei Hinsicht eine Erweiterung dieser Arbeit auf die MHD dar. Die Untersuchungen des gesättigten Spektrums stehen im direkten Zusammenhang mit den Analysen von Cho u. Lazarian (2002), die für inkompressibles Treiben MHD-Simulationen mit anschließenden Anisotropieuntersuchungen für  $\beta \ll 1$  durchgeführt haben. In Cho u. Lazarian (2003) wurden auch Untersuchungen für große  $\beta$ -Werte, allerdings wiederum nur für inkompressibles Treiben, durchgeführt. Von Vestuto et al. (2003) wurden der Einfluss des Treibers auf die zweidimensionalen Spektren für inkompressibles Treiben im Konvergenzbereich untersucht. Die Anisotropieergebnisse dieser Arbeit stimmen für inkompressibles Treiben mit unseren Resultaten überein. Die Untersuchungen von  $P_{Comp}$  sind aufgrund der Kontinuitätsgleichung vergleichbar mit der Arbeit von Kowal et al. (2007), die die Dichtefluktuationen für inkompressibles Treiben in MHD-Simulationen untersucht haben.

## 4 Ergebnisse



**Abbildung 4.18:**  $P_B$  im saturierten Zustand der Turbulenz bei einer Gitterauflösung von  $256^3$  und  $512^3$ .

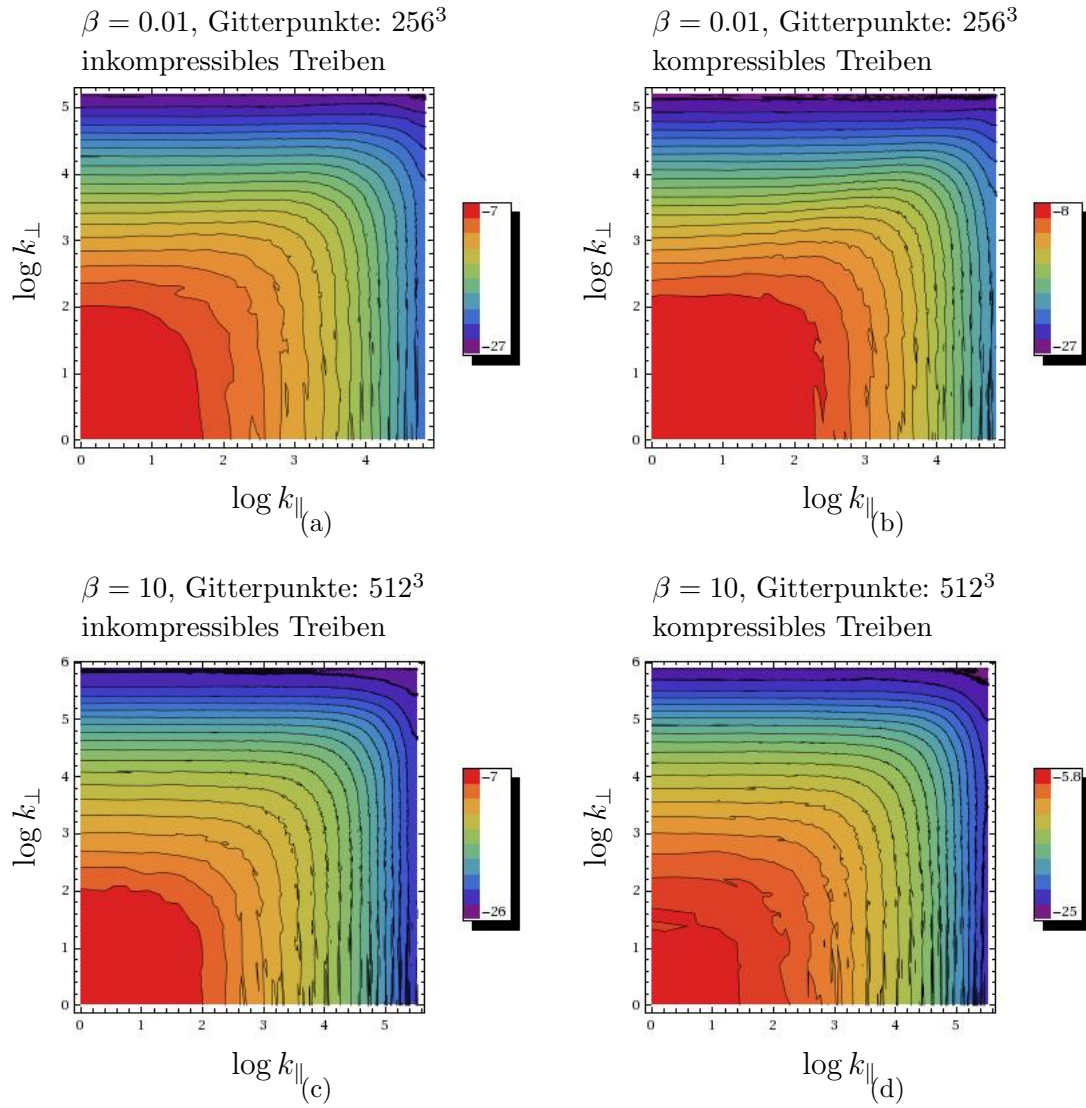
## 4 Ergebnisse



**Abbildung 4.19:**  $P_K$  im saturierten Zustand der Turbulenz bei einer Gitterauflösung von  $256^3$  und  $512^3$ .

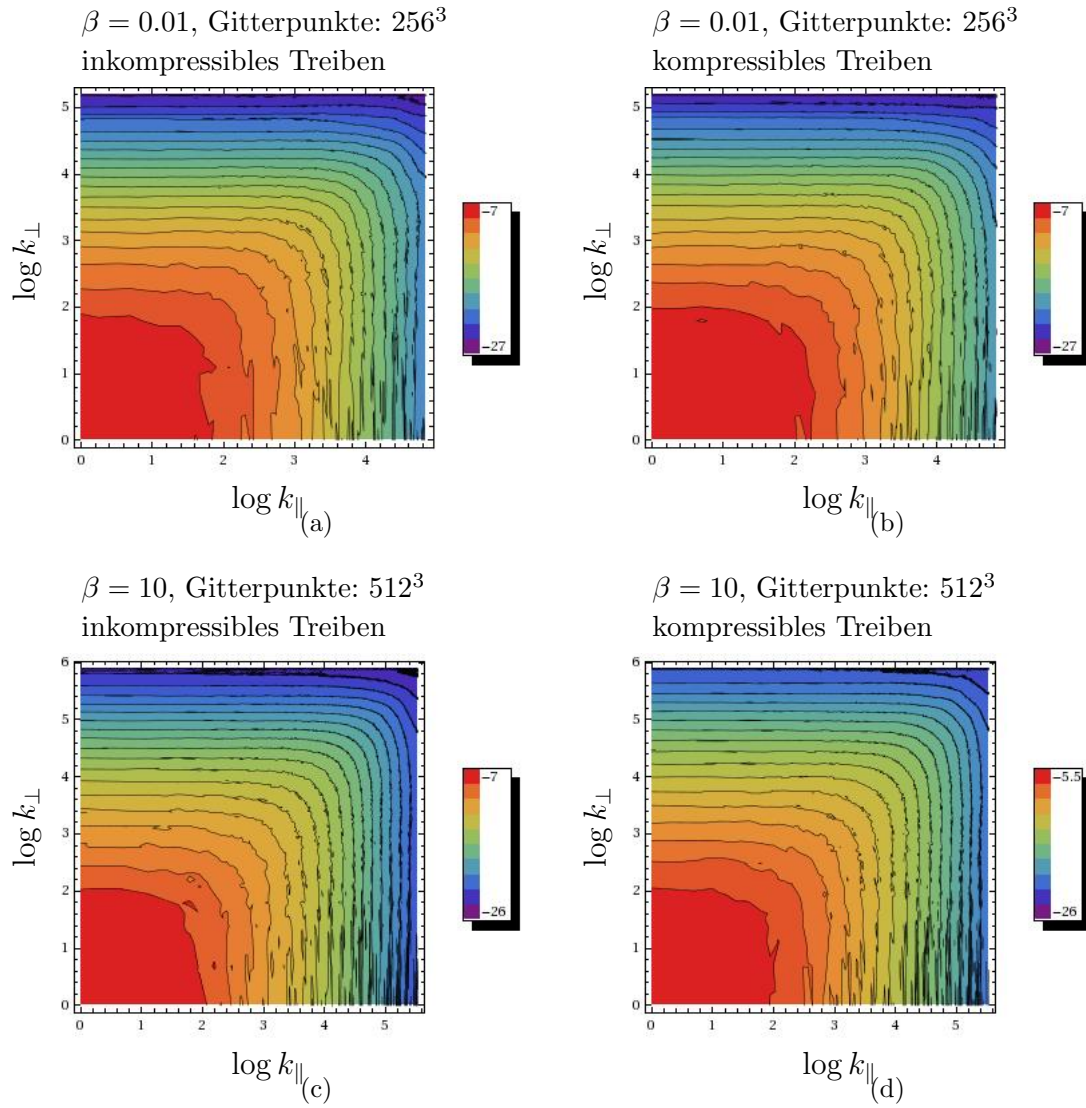


## 4 Ergebnisse



**Abbildung 4.20:**  $P_{Shear}$  im saturierten Zustand der Turbulenz bei einer Gitterauflösung von  $256^3$  und  $512^3$ .

## 4 Ergebnisse



**Abbildung 4.21:**  $P_{Comp}$  im saturierten Zustand der Turbulenz bei einer Gitterauflösung von  $256^3$  und  $512^3$ .

## 4.3 Welle-Teilchen-Resonanz

In diesem Kapitel wird der relevante physikalische Streuprozess der Welle-Teilchen-Wechselwirkung untersucht. Kapitel 4.3.1 beschäftigt sich dabei mit der Validierung der Teilchenalgorithmen. In Kapitel 4.3.2 wird untersucht, wie sich die Welle-Teilchen-Wechselwirkung auf die Fokker-Planck-Koeffizienten und somit auf den Teilchentransport auswirkt.

### 4.3.1 Gyroresonanz als anspruchsvoller Testfall für die numerische Stabilität der Teilchensimulation

Vor der Simulation von Teilchenstreuprozessen sollte man sich bewusst machen, dass der physikalisch korrekte Streuprozess nicht ohne weiteres von einer Teilchenstreuung unterschieden werden kann, die entsteht, wenn Teilchen auf Grund einer schlechten Numerik ihre physikalischen Teilchenbahnen verlassen. So wird z.B. ein Teilchen, das sich in einem störungsfreien Magnetfeld entlang einer Schraubenbahn bewegt, bei einem zu großen Zeitschritt zu stark beschleunigt und wird deshalb allmählich die Schraubenbahn durch eine Vergrößerung des Gyrationradius verlassen. Diese “numerische Streuung” des Teilchens ist allerdings unphysikalisch und muss auf jeden Fall vermieden werden. Während dieser Effekt bei einem störungsfreien Magnetfeld leicht zu identifizieren ist, fällt das bei turbulenten Feldern deutlich schwerer. Tatsächlich ist auch der Testfall im störungsfreien Magnetfeld für die Untersuchung der Stabilität irrelevant, da die Teilchenstreuung in erster Linie von den Turbulenzen abhängt. Numerische Stabilität bei nur kleinen Fluktuationen wird demnach bei anderen Zeitschritten erreicht, als dies bei starken Fluktuationen der Fall ist, selbst wenn das Hintergrundmagnetfeld dasselbe ist. Ein aussagefähiger Testfall muss demnach den relevanten physikalischen Streuprozess auf seine numerische Stabilität hin überprüfen, um zu beweisen, dass bei der Simulation physikalisch und nicht numerisch gestreut wird.

Die Streuung der Teilchen wird im turbulenten Plasma in erster Linie durch eine Wechselwirkung der geladenen Teilchen mit den Plasmawellen hervorgerufen. Die Bewegung eines geladenen Teilchens, das mit einer Welle wechselwirkt, wird jedoch durch ein gekoppeltes, nichtlineares Gleichungssystem beschrieben (Lorentzkraft) und kann analytisch nicht gelöst werden. Allerdings weist diese Wechselwirkung zwischen Wellen und

Teilchen Resonanzen auf, die durch die Bedingung

$$\omega - \mathbf{v}_{\parallel} \cdot \mathbf{k}_{\parallel} = n\Omega \quad (4.30)$$

$$\omega - v \cdot k \cdot \cos[\theta] = \frac{neB}{m} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad n \in \mathbb{N} \quad (4.31)$$

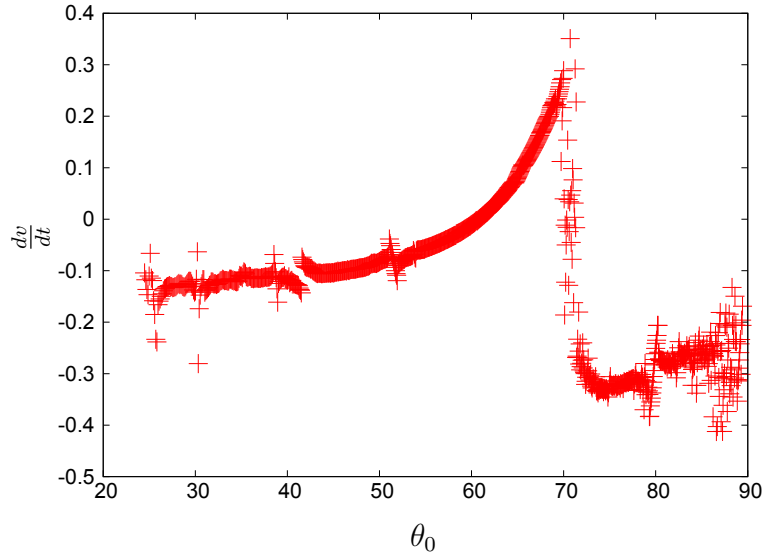
gegeben sind, wobei in Gleichung 4.31 angenommen wird, dass die Welle sich parallel zum Hintergrundmagnetfeld ausbreitet. Sollte bei der Simulation physikalisch korrekt gestreut werden, so müsste man die Winkel, unter denen nach Gleichung 4.31 resonant gestreut wird, in den Simulationsergebnissen einwandfrei identifizieren können. Dabei ist es nicht notwendig, die exakte Beschleunigung zu kennen.

Hierfür wurde ein Testfall entwickelt, bei dem Protonen mit einer Alfvénwelle wechselwirken, die sich entlang des Magnetfeldes fortbewegt. Das Magnetfeld ist bei dieser Simulation mit  $B = 5.6 \cdot 10^{-10}$  T und der Betrag des Wellenvektors mit  $k = 2 \cdot \pi \cdot 10^6$  m<sup>-1</sup> festgelegt. Die Alfvéngeschwindigkeit beträgt  $v_A = 2.7 \cdot 10^4$  m/s. Die Teilchen werden bei der Simulation mit einer festen Geschwindigkeit  $v = 5.6 \cdot 10^4$  m/s, aber mit unterschiedlichen Winkeln zum Hintergrundmagnetfeld und damit zur Alfvénwelle in das Plasma eingebracht. Hiermit bleibt als einzige Unbekannte in der Resonanzbedingung 4.31 der Streuwinkel  $\theta$ . Für die Teilchen, die bei einem Winkel in das Plasma eingebracht werden, für den eine Resonanz zwischen Welle und Teilchen vorhergesagt wird, wird also eine deutliche Beschleunigung im Vergleich zu den anderen Teilchen erwartet. Bei Alfvénwellen ergeben sich nur Resonanzen für  $|n| > 0$ . Aus Gleichung 4.31 ergeben sich für  $n = 1$  und  $n = 2$  bei den angegebenen Parametern Resonanzen für die Pitchwinkel  $\theta = 70.3$  bzw.  $\theta = 79.4$ .

Die Ergebnisse dieser Simulation sind in Abbildung 4.22 gezeigt, wobei hierzu der Effekt des Hintergrundmagnetfeldes abgezogen wurde, um die Resonanzen noch deutlicher zeigen zu können. In der Abbildung ist die Beschleunigung der Teilchen gegen ihren ursprünglichen Winkel aufgetragen, der sich während der kurzen Simulationszeit nur wenig ändert. Die anhand von Gleichung 4.31 vorhergesagten Resonanzen bei  $\theta = 70.3$  bzw.  $\theta = 79.4$  sind deutlich zu sehen.

### 4.3.2 Teilchenstreuung mit wenigen Wellen

Nachdem in Kapitel 4.3.1 die Validität der Teilchenroutinen belegt wurde, wird im Folgenden der Effekt dieser für den Teilchentransport so relevanten Welle-Teilchen-Wechselwirkung auf den Fokker-Planck-Koeffizienten  $D_{\mu\mu}$  überprüft. Hierzu wird  $D_{\mu\mu}$

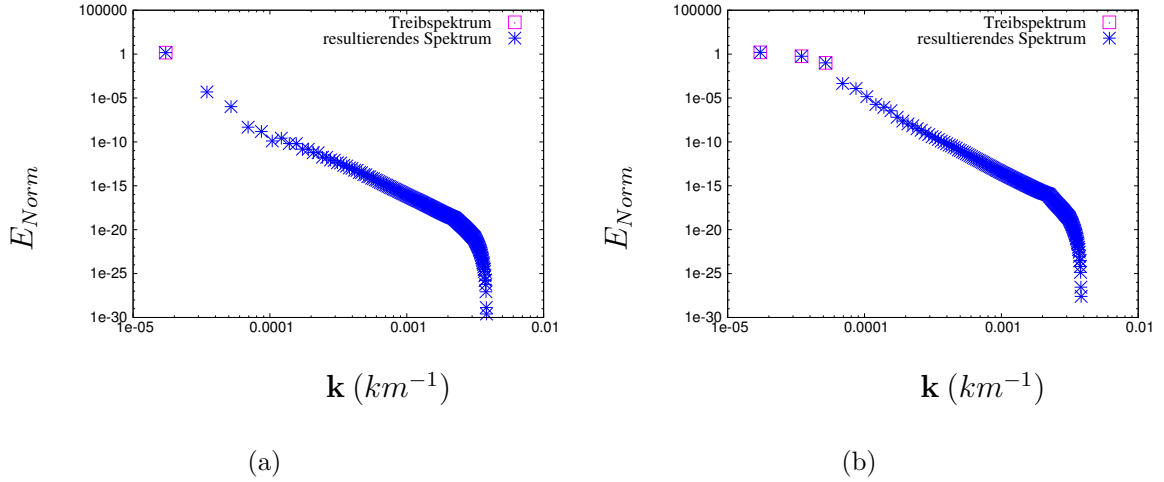


**Abbildung 4.22:** Die Abbildung zeigt die simulierte Teilchenbeschleunigung in Abhängigkeit vom Pitch-Winkel für die Wechselwirkung zwischen Protonen und einer Alfvénwelle. Der Effekt der Teilchengyration um das konstante Hintergrundmagnetfeld wurde von diesem Ergebnis abgezogen. Die Teilchen werden in der Umgebung der durch Gleichung 4.31 vorhergesagten Resonanzwinkel signifikant beschleunigt. Insbesondere für  $n = 1$  ergibt sich dabei eine deutliche Resonanz bei  $\theta = 70.3$  Grad, aber auch für  $n = 2$  ist die Resonanz bei  $\theta = 79.4$  Grad noch klar erkennbar.

für den Transport in Spektren mit nur wenigen Alfvénwellen bzw. magnetosonischen Wellen berechnet. Dabei wurde ein Treibspektrum mit  $k = 1$  bzw. mit  $k = 1, 2, 3$  verwendet. Hierbei sind die  $k$  in numerischen Einheiten angegeben (vgl. hierzu die pink umrandeten Punkte in den Abbildungen 4.23(a) und 4.23(b)). Allerdings wurden die Teilchensimulationen durchgeführt, bevor ein signifikanter Anteil der Energie in die anderen Moden transferiert wurde. Es werden also nur wenige, genau definierte, langwellige Moden generiert, an denen die Teilchen streuen können. Deshalb lassen sich die Resonanzen in  $D_{\mu\mu}$  deutlich von einander trennen und unabhängig von einander untersuchen. Da allerdings auch in den Moden bei höheren Wellenvektoren  $\mathbf{k}$  etwas Energie vorhanden ist, wird zusätzlich ein leichtes Hintergrundrauschen in  $D_{\mu\mu}$  erzeugt (vgl. Abbildung 4.23).

Dieses Kapitel dient in ersten Linie dazu, ein besseres Verständnis des Streuprozesses zu entwickeln, was dann auch für die Interpretation der Simulationsergebnisse für den Fall

## 4 Ergebnisse



**Abbildung 4.23:** Spektren für ein Treibspektrum bis  $k = 1$  (4.23(a)) bzw.  $k = 1, 2, 3$  (4.23(b)). Man erkennt eindeutig, dass nur wenig turbulente Energie aus den direkt getriebenen Moden in die mit größerem Wellenvektor übergegangen ist.

der Heliosphäre wichtig wird. Durch die wenigen von einander abgrenzbaren Resonanzen bei nur geringen Fluktuationsamplituden lassen sich die Resultate dieses Testfalls deutlich leichter interpretieren als dies in einem voll entwickelten Spektrum mit z.T. durchaus energiereichen Fluktuationen der Fall ist. Die Ergebnisse weichen hier allerdings auch von den typischen analytischen Untersuchungen der QLT ab. Dies liegt allerdings daran, dass hier kein breites Spektrum mit einem weit reichenden Inertialbereich simuliert, sondern lediglich eine Untersuchung mit nur wenigen Moden durchgeführt wurde, was für die hier genannten Anforderungen allerdings sinnvoller ist. Als realistisch sind die hier verwendeten Spektren mit gewissen Einschränkungen für Turbulenzentstehungsgebiete zu werten, in denen auch noch kein vollständig entwickeltes Spektrum, sondern nur einzelne Wellen, die direkt getrieben werden, vorliegen. Da auch strömende Teilchen in Turbulenzentstehungsgebieten zusammen mit diesen ersten Wellen an der Turbulenzerzeugung mitwirken, ist die resonante Streuung, wie sie hier untersucht wird, für die Weiterentwicklung damit verbundener Theorien durchaus relevant (vgl. z.B. Vainio u. Laitinen (2008)).

Im Folgenden werden die Testfälle in den verschiedenen Spektren präsentiert und anschließend noch eine genauere Analyse der Streuung für einen der hier vorgestellten Testfälle durchgeführt. Für  $k = 1$  wurde nur ein Testfall mit inkompressiblem Treiben simuliert, wohingegen für  $k = 1, 2, 3$  sowohl kompressibel als auch inkompressibel getrieben wurde.

## 4 Ergebnisse

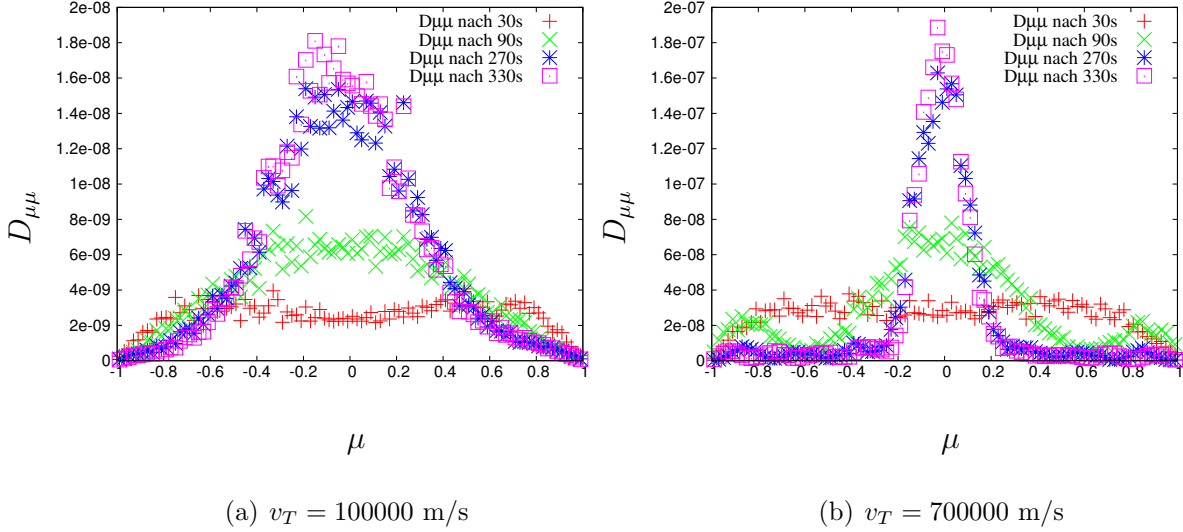
<b>resonante Wellen:</b>	Wellentyp	<b>k</b>
	magnetosonische Welle	(1,1,1)
<b>Resonanzen:</b>		
Welle	$v_T(m/s)$	$\mu$
(1,1,1) schnelle ms. Welle	100 000	$\pm 0.5$
(1,1,1) langsame ms. Welle	”	$\pm 0.09$
(1,1,1) schnelle ms. Welle	700 000	$\pm 0.07$
(1,1,1) langsame ms. Welle	”	$\pm 0.02$

Tabelle 4.4: Die Tabelle zeigt die resonanten Wellen und die Winkel, unter denen Resonanzen auftreten für inkompressibles Treiben der Mode  $k = 1$  und Teilchen der Geschwindigkeit  $v_1$  und  $v_2$ . Im oberen Bereich der Tabelle werden die resonanten Wellen aufgeführt. Die einzige Welle, die mit den Teilchen der betrachteten Energie Resonanzen aufweist, ist hier eine magnetosonische Welle mit  $\mathbf{k} = (1, 1, 1)$ . Im unteren Bereich der Tabellen werden die Resonanzen aufgeführt, wobei hier für schnelle und langsame magnetosonische Wellen die Resonanzen einzeln angegeben werden. Man erkennt, dass für die höheren Teilchengeschwindigkeiten bei beiden Wellentypen die Resonanzen näher an  $\mu = 0$  vorhergesagt werden. Diese Vorhersage passt gut zu den Resultaten in Abbildung 4.24.

Diese Untersuchung wird also in Abhängigkeit von zwei unterschiedlichen Parametern durchgeführt, wodurch sich für die weitere Analyse drei Testfälle ergeben. Abhängig von der Treibart und der Breite des Treibspektrums im  $k$ -Raum werden unterschiedliche Moden angeregt, die jeweils unterschiedliche Resonanzen hervorrufen können. Diese Moden sowie die vorhergesagten Pitchwinkel, bei denen Resonanzen auftreten sollen, sind in Kombination mit den untersuchten Teilchengeschwindigkeiten in den Tabellen 4.4, 4.5 und 4.6 zusammengestellt. Die Moden wurden durch einen Analyse der Spektren  $P_B$ ,  $P_{Comp}$  und  $P_{Shear}$  im  $k$ -Raum identifiziert. Bei dieser Analyse kann allerdings nicht zwischen schnellen und langsamen magnetosonischen Wellen unterschieden werden.

Die Abbildungen 4.24, 4.25 und 4.26 zeigen  $D_{\mu\mu}$  für die verschiedenen Treiberszenarien bei beiden Teilchengeschwindigkeiten  $v_1 = 100000m/s$  und  $v_2 = 700000m/s$ . Die Resonanzen, wie sie bei der Analyse in den Tabellen 4.4, 4.5 und 4.6 vorhergesagt wurden, sind deutlich zu erkennen. Im Gegensatz zur Untersuchung in Kapitel 4.3.1 breiten sich

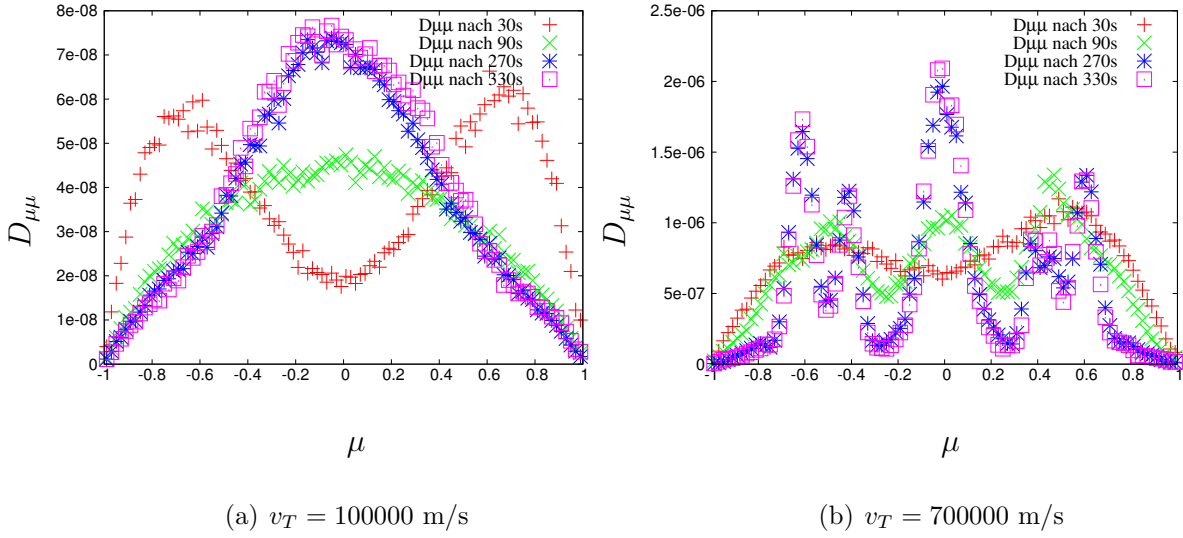
## 4 Ergebnisse



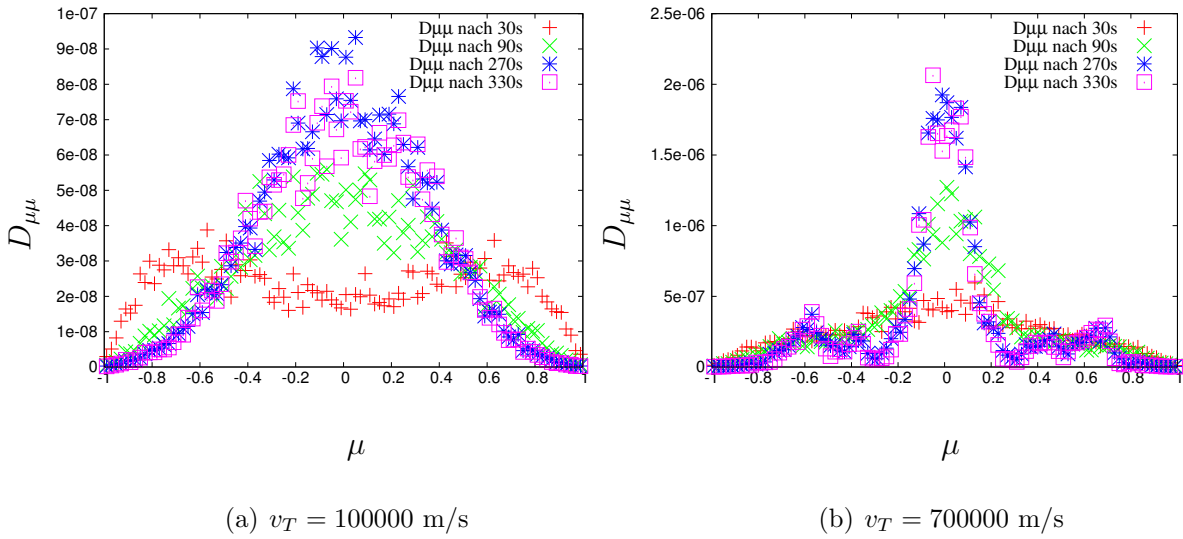
**Abbildung 4.24:** Fokker-Planck-Koeffizient  $D_{\mu\mu}(\mu)$  für inkompressibles Treiben mit  $k = 1$ . Bei der für die betrachteten Teilchenenergien einzigen resonanten Mode handelt es sich um eine magnetosonische Welle mit  $\mathbf{k} = (1, 1, 1)$ . Die Resonanzwinkel sind in Tabelle 4.4 aufgeführt. Die verschiedenen Farben repräsentieren die berechneten Koeffizienten nach unterschiedlich langen Simulationszeiten. Es wird deutlich, dass die Resonanzen erst nach längerer Simulationszeit in den Koeffizienten sichtbar werden. Eine zeitliche Konvergenz der Koeffizienten kann hier allerdings nicht erwartet werden, da die Turbulenz nicht voll entwickelt ist und deshalb bei jedem Zeitschritt zusätzliche Energie in das System injiziert wird.



## 4 Ergebnisse



**Abbildung 4.25:**  $D_{\mu\mu}(\mu)$  für inkompressibles Treiben mit  $k = 1, 2, 3$ . Die in Tabelle 4.5 angegebenen Resonanzen sind gut zu identifizieren. Ansonsten gelten die gleichen Annahmen, wie sie bereits für Abbildung 4.24 formuliert wurden.



**Abbildung 4.26:**  $D_{\mu\mu}(\mu)$  für kompressibles Treiben mit  $k = 1, 2, 3$ . Die resonanten Winkel sind in Tabelle 4.6 angegeben. Sie stimmen mit den Simulationsergebnissen überein. Ansonsten gelten die gleichen Annahmen, wie sie bereits für Abbildung 4.24 formuliert wurden.

## 4 Ergebnisse

die Wellen in beliebiger Raumrichtung aus. Für die richtige Zuordnung der Gyroresonanzen muss zwischen dem Winkel  $\delta$ , der durch die Ausbreitungsrichtungen von Welle und Teilchen definiert ist, bei dem eine resonante Wechselwirkung vorhergesagt wird, und dem Pitchwinkel  $\mu = \cos(\theta)$  zwischen Teilchenimpuls und Hintergrundmagnetfeld unterschieden werden. Dies ist in Abbildung 4.27 gezeigt. Der Winkel  $\theta$  ergibt sich aus der Summe des Resonanzwinkels  $\delta$  und des Winkels  $\alpha$  zwischen Ausbreitungsrichtung der Welle und dem Hintergrundmagnetfeld. Die Resonanzwinkel sind in den Tabellen 4.4, 4.5 und 4.6 angegeben.

Für inkompressibles Treiben mit  $k = 1$  (siehe Abbildung 4.24 sowie Tabelle 4.4) gibt es nur eine resonante, kompressible Mode für die betrachteten Teilchengeschwindigkeiten mit signifikanter Energie. Diese Welle erfüllt mit  $\mathbf{k} = (1, 1, 1)$  die Resonanzbedingung für  $n = 0$  bei den beiden Teilchengeschwindigkeiten. Sowohl für schnelle als auch langsame magnetosonische Wellen wird die Resonanz für die schnelleren Teilchen näher an  $\mu = 0$  vorhergesagt. Dies führt zu unterschiedlich breiten Resonanz-Peaks für die zwei Teilchengeschwindigkeiten.

Für inkompressibles Treiben der Moden  $k = 1, 2, 3$  (vgl. Abbildung 4.25 und Tabelle 4.5)

<b>resonante Wellen:</b>	Wellentyp	<b><math>\mathbf{k}</math></b>
	magnetosonische Welle	(1,1,2)
	magnetosonische Welle	(1,2,1)
	Alfvénwelle	(2,1,0)
	Alfvénwelle	(3,1,0)
<b>Resonanzen:</b>		
Welle	$v_T(m/s)$	$\mu$
(1,1,2)/(1,2,1) schnelle ms. Welle	100 000	$\pm 0.7$
(1,1,2)/(1,2,1) langsame ms. Welle	"	$\pm 0.09$
(1,1,2)/(1,2,1) schnelle ms. Welle	700 000	$\pm 0.1$
(1,1,2)/(1,2,1) langsame ms. Welle	"	$\pm 0.01$
(2,1,0) Alfvénwelle	"	$\pm 0.6$
(3,1,0) Alfvénwelle	"	$\pm 0.4$

Tabelle 4.5: Diese Tabelle entspricht Tabelle 4.5 für inkompressibles Treiben und  $k = 1, 2, 3$ .

## 4 Ergebnisse

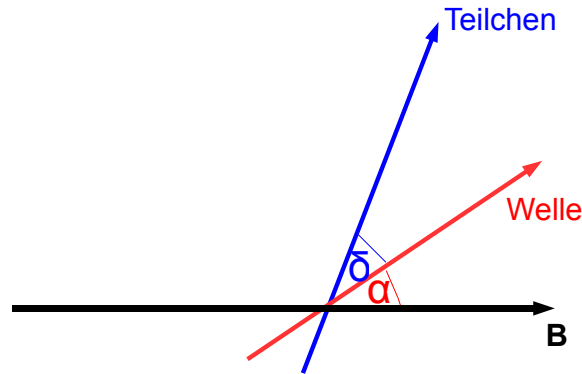
<b>resonante Welle:</b>	Wellentyp	<b>k</b>
	magnetosonische Welle	(1,0,2)
	magnetosonische Welle	(1,1,0)
	magnetosonische Welle	(1,2,0)
	magnetosonische Welle	(2,1,0)
	Alfvénwelle	(3,0,1)
<b>Resonanzen:</b>		
Welle	$v_T$ (m/s)	$\mu$
(1,0,2)/(1,2,0)schnelle ms. Welle	100 000	$\pm 0.6$
(1,0,2)/(1,2,0)langsame ms. Welle	"	$\pm 0.09$
(1,1,0)schnelle ms. Welle	"	$\pm 0.4$
(1,1,0)langsame ms. Welle	"	$\pm 0.09$
(2,1,0)schnelle ms. Welle	"	$\pm 0.3$
(2,1,0)langsame ms. Welle	"	$\pm 0.09$
(2,1,0)schnelle ms. Welle <b>n=1</b>	"	$\pm 0.6$
(2,1,0)schnelle ms. Welle <b>n=1</b>	700 000	$\pm 0.6$
(1,0,2)/(1,2,0)schnelle ms. Welle	"	$\pm 0.09$
(1,0,2)/(1,2,0)langsame ms. Welle	"	$\pm 0.02$
(1,1,0)schnelle ms. Welle	"	$\pm 0.05$
(1,1,0)langsame ms. Welle	"	$\pm 0.02$
(2,1,0)schnelle ms. Welle	"	$\pm 0.05$
(2,1,0)langsame ms. Welle	"	$\pm 0.02$
(3,0,1) Alfvénwelle	"	$\pm 0.4$

Tabelle 4.6: Diese Tabelle entspricht Tabelle 4.5 für kompressibles Treiben und  $k = 1, 2, 3$ .

## 4 Ergebnisse

enthält das Spektrum für Teilchen der Geschwindigkeit  $v_1$  zwei resonante kompressible Moden, die eine Resonanz beim selben Pitchwinkel hervorrufen. Dies liegt daran, dass im betrachteten System die x-Richtung die einzige Vorzugsrichtung (festgelegt durch das Hintergrundmagnetfeld) darstellt. Somit führen die beiden Moden  $\mathbf{k}=(1,1,2)$  und  $\mathbf{k}=(1,2,1)$  zu den selben Resonanzwinkeln. Für schnelle magnetosonische Wellen wird die Resonanz bei  $\mu = \pm 0.7$  und für die langsame magnetosonische Welle bei  $\mu = \pm 0.1$  vorhergesagt. Aus den Simulationsergebnissen lässt sich schließen, dass in diesem Fall sowohl schnelle als auch langsame magnetosonische Wellen enthalten sind. Für die Teilchen mit einer Geschwindigkeit von  $v_2$  wird eine Resonanz für  $n = 0$  mit den kompressiblen Moden bei  $\mu = \pm 0.1$  bzw.  $\mu = \pm 0.01$  vorhergesagt. Darüber hinaus finden sich bei  $\mu = \pm 0.6$  und  $\mu = \pm 0.4$  Resonanzen für  $n = 1$  mit Alfvénwellen.

Für  $k = 1, 2, 3$  und kompressibles Treiben (siehe Abbildung 4.26 und Tabelle 4.6) lassen sich für die Teilchen der Geschwindigkeit  $v_1$  vier resonante magnetosonische Wellen vorhersagen. Im Simulationsergebnis können die einzelnen Resonanzpeaks nicht von einander getrennt untersucht werden. Stattdessen ergibt sich ein weit ausgedehnter Resonanzbereich. Für die Teilchen der Geschwindigkeit  $v_2$  ergibt sich eine Resonanz mit einer magnetosonischen Welle bei  $\mu = 0$  und eine Resonanz für  $n = 1$  mit Alfvénwellen bei  $\mu = \pm 0.4$ . Zusätzlich ergibt sich noch eine Resonanz für  $n = 1$  bei  $\mu = 0.6$  mit einer magnetosonischen Welle.



**Abbildung 4.27:** Abbildung zur Verdeutlichung der verschiedenen Winkel im System: Die Resonanzwinkel, wie sie in den Tabellen angegeben und in den Simulationsdaten aufgetragen sind, beziehen sich auf den Pitchwinkel  $\mu = \cos(\theta)$ , wobei gilt:  $\delta + \alpha = \theta$ .

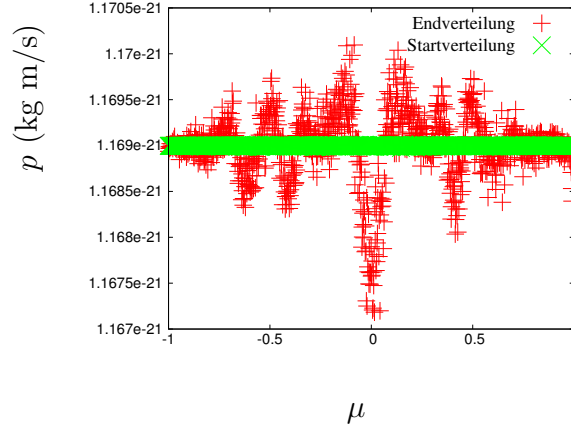
Die Amplituden der turbulenten Fluktuationen sind ziemlich klein in diesen Testfällen. Deshalb werden die Teilchen nur geringfügig in  $\mu$  gestreut. Auf die Streuung soll hier

noch einmal detaillierter eingegangen werden. Für die weitere Analyse wird der Testfall mit kompressiblem Treiben der Moden  $k = 1, 2, 3$  bei der Teilchengeschwindigkeit  $v_2$  genauer analysiert.

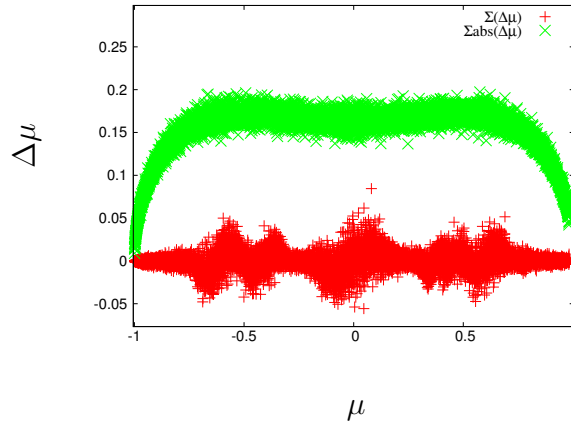
In Abbildung 4.28(a) ist der Teilchenimpuls zu Beginn und am Ende der Simulation aufgetragen. Jeder Punkt in der Abbildung ergibt sich aus der Mittelung mehrerer Teilchen in einem bestimmten  $\Delta\mu$ -Abschnitt. Es zeigt sich deutlich, dass es in der Nähe der Resonanzen zu einem deutlichen Energieaustausch kommt. Die effektive Energieänderung der Summe aller Teilchen ist dabei extrem gering.

In Abbildung 4.28(b) wurde in Rot für jedes Teilchen die Summe der Änderungen in  $\mu$  aller Zeitschritte gegen das ursprüngliche  $\mu$  des Teilchens aufgetragen. Jeder Punkt repräsentiert hierbei genau ein Teilchen. In Grün ist für jedes Teilchen die Summe der Absolutwerte der Änderung in  $\mu$  aller Zeitschritte gegen das ursprüngliche  $\mu$  aufgetragen. Es wird also deutlich, dass die Teilchen durchaus gestreut werden, dass aber sowohl zu größeren als auch kleineren  $\mu$ -Werten hin gestreut wird, wodurch insgesamt die Teilchen ihre ursprüngliche  $\mu$ -Umgebung kaum verlassen. Lediglich in der Nähe der Resonanzen werden die Teilchen auch in andere  $\mu$ -Bereiche gestreut. Während der Simulation haben die Teilchen sechs Gyrationen ausgeführt. Bedingung für die Gültigkeit der QLT ist, dass die Teilchen während einer Gyration nur wenig gestreut werden. Die Summe der Absolutwerte der Streuung liegt knapp unter  $\Delta\mu = 0.2$ , d.h. während einer Gyration werden die Teilchen um  $\Delta\mu = 0.033$  gestreut. Somit sind die Bedingungen der QLT hier sicher gegeben. Hierbei stellt sich natürlich die Frage, ob diese Auswertung nicht mit  $\sum |\Delta\mu|$  statt mit  $\sum \Delta\mu$  hätte durchgeführt werden müssen. Immerhin gibt die Größe  $\sum \Delta\mu$  an, wie weit die Teilchen tatsächlich ihren ursprünglichen  $\mu$ -Bereich verlassen haben. Allerdings muss man sich an dieser Stelle bewusst machen, dass  $\sum \Delta\mu$  maximal einen Wert von 2 annehmen kann, z.B. wenn ein Teilchen, das ursprünglich bei  $\mu = 1$  injiziert wurde, sich am Ende der Simulation bei  $\mu = -1$  aufhält. Simuliert man nur lange genug, so wird das Verhältnis  $\sum \Delta\mu / \text{Gyrationenzahl}$  sehr klein, ganz unabhängig davon, ob das Teilchen während einer sehr langen Simulation nur einmal oder sehr oft den Weg von  $\mu = 1$  bis  $\mu = -1$  im  $\mu$ -Raum durchlaufen hat. Somit ist für diese Analyse nicht  $\sum \Delta\mu$ , sondern  $\sum |\Delta\mu|$  die relevante Vergleichsgröße.

## 4 Ergebnisse



(a)



(b)

**Abbildung 4.28:** Weiterführende Analyse der Streuung für kompressibles Treiben der Moden  $k = 1, 2, 3$  bei der Teilchengeschwindigkeit  $v_2$ . Abbildung 4.28(a) zeigt den Teilchenimpuls zu Beginn und am Ende der Simulation, wobei die Impulse über mehrere Teilchen innerhalb eines  $\Delta\mu$ -Abschnitts im  $\mu$ -Raum gemittelt wurden. Es zeigt sich, dass bei den Resonanzen Energie zwischen Teilchen und den Wellen ausgetauscht wird. Abbildung 4.28(b) zeigt die Summe der Streuung in  $\mu$ , also  $\sum \Delta\mu$ , bzw. die Summe der Absolutwerte der Streuung in  $\mu$ , also  $\sum |\Delta\mu|$ . Es zeigt sich, dass die Teilchen durchaus deutlich gestreut werden, aber offensichtlich genauso oft zu größeren als auch zu kleineren  $\mu$ -Werten, so dass effektiv die Teilchen ihre direkte  $\mu$ -Umgebung nicht wesentlich verlassen. Nur in der Nähe der Resonanzen werden die Teilchen etwas deutlicher in andere  $\mu$ -Umgebungen gestreut.

## 4.4 Simulation der mittleren freien Weglänge in der Heliosphäre - Vorarbeiten

### 4.4.1 Einführendes zur Messung: Spektren und mittlere freie Weglänge

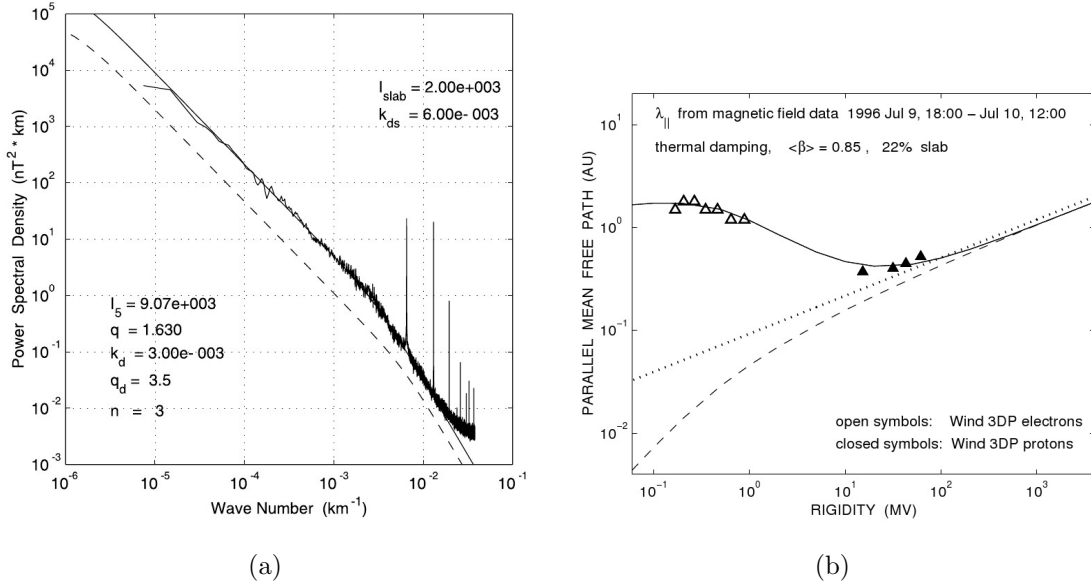
In Kapitel 4.3.1 wurde gezeigt, dass mit dem Hybrid-Code die resonante Welle-Teilchen-Wechselwirkung, die den wesentlichen Transportmechanismus in turbulenten Plasmen darstellt, korrekt simuliert werden kann. Es stellt sich allerdings die Frage, ob mit diesen Simulationen auch die Teilchenstreuung in der Heliosphäre nachvollzogen werden kann, obwohl sich die Eigenschaften dieser Magnetfelder als durchaus komplex erweisen (vgl. hierzu Kapitel 2.2.4).

Im Folgenden soll die mittlere freie Weglänge hochenergetischer Teilchen für den Fall der Heliosphäre simuliert und mit Messdaten verglichen werden. Es zeigt sich, dass diese Messdaten durch die Simulation mit hoher Genauigkeit reproduziert werden können. Aufgrund dieser guten Übereinstimmung werden die Simulationen als aussagekräftig gewertet. Deshalb sollen hier auch weiterführende Analysen der Teilchenstreuung erfolgen. Da grundsätzlich bei der Simulation alle Informationen von Teilchen und Magnetfeldern während des gesamten Transports zur Verfügung stehen, werden hiermit Untersuchungen möglich, die auf Grundlage experimenteller Messungen im Weltraum nicht durchführbar sind.

Im Folgenden wird zunächst das Experiment, das zum Vergleich dient, definiert und seine Messergebnisse vorgestellt. Anschließend wird eine Teilchenenergie, bei der die Simulation durchgeführt werden soll, festgelegt. Danach wird der für diese Teilchenenergie resonante Bereich des Spektrums berechnet und der grundlegende Simulationsaufbau erläutert. Im anschließenden Unterkapitel werden numerische Testfälle formuliert, um die Simulationsparameter festzulegen. Danach werden die Spektren, insbesondere ihre Anisotropie und Kompressibilität sowie die angemessene Treibart diskutiert. Dann werden die Simulationsergebnisse der mittleren freien Weglänge präsentiert. Schließlich wird eine weiterführende Analyse der Teilchenstreuung durchgeführt. Darüber hinaus findet ein Vergleich mit ähnlichen numerischen Untersuchungen des Teilchentransports in der Heliosphäre statt.

Die in diesem Kapitel vorgestellte Untersuchung bezieht sich auf die solaren Teilchen

## 4 Ergebnisse



**Abbildung 4.29:** Die Abbildungen wurden aus Dröge (2003) entnommen. Dabei zeigt 4.29(a) die gemessene Senkrechtkomponente des Spektrums während eines solaren Flares, der durch das Wind-3DP-Experiment vom 9. Juli 1996 um 18:00 Uhr UTC bis zum 10. Juli 12:00 Uhr UTC gemessen wurde. Der durch die gestrichelte Linie zusätzlich in der Abbildung eingefügte Slab-Anteil der Turbulenz ergibt sich aus einer Schätzung. Abbildung 4.29(b) zeigt die aus den Messergebnissen der Intensitäts- und Anisotropieprofilen gefittete mittlere freie Weglänge für Protonen und Elektronen zusammen mit Fitfunktionen, die sich aus analytischen Modellen ergeben (Details siehe Dröge (2003)).

eines Flares, die durch das Wind-3DP-Experiment vom 9. Juli 1996 um 18:00 Uhr UTC bis zum 10. Juli 12:00 Uhr UTC gemessen wurden. In Abbildung 4.29(a) ist das gemessene senkrechte Spektrum gezeigt, die gestrichelte Linie stellt eine Schätzung des Slab-Anteils der Turbulenz dar. Abbildung 4.29(b) zeigt die aus den Intensitäts- und Anisotropieprofilen gefittete mittlere freie Weglänge von Protonen und Elektronen bei definierten Energien in Form von Messpunkten. Die Fitfunktionen ergeben sich aus analytischen Modellen (Details hierzu finden sich in Dröge (2003)).

Für die Untersuchung werden Protonen mit einer Steifigkeit von 17 MV gewählt, was in etwa dem niederenergetischsten Messpunkt der Protonen in Abbildung 4.29(b) entspricht. Die Steifigkeit ist dabei mit

$$r = \frac{cp}{|q|} \quad (4.32)$$



## 4 Ergebnisse

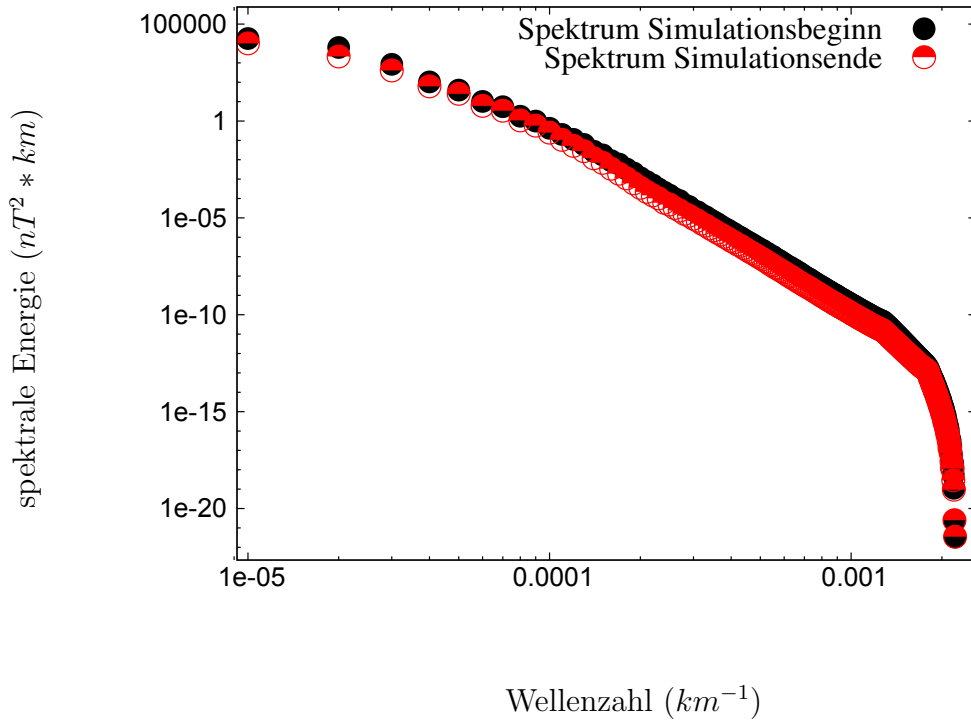
definiert, wobei  $c$  die Lichtgeschwindigkeit,  $p$  der Teilchenimpuls und  $q$  die Ladung des Teilchens angeben. Für die folgende Untersuchung wurde ein turbulentes Magnetfeld erzeugt, dessen Senkrechteil des Spektrums dem der Messung entspricht und das gleichzeitig die resonanten Wellen für Teilchen der Steifigkeit 17 MV enthält. Diese Wellen findet man mit der Resonanzbedingung, es gilt

$$\begin{aligned} \omega - \mathbf{v}_{\parallel} \cdot \mathbf{k}_{\parallel} &= n\Omega \\ \omega - v \cdot \cos[\delta + \alpha] \cdot k \cdot \cos[\alpha] &= \frac{enB}{m} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \end{aligned} \quad (4.33)$$

Hierbei ist  $\delta$  der Winkel zwischen Teilchen und Welle, während  $\alpha$  sich auf den Winkel zwischen Welle und dem Hintergrundmagnetfeld bezieht. Die Plasmaparameter der Messung finden sich in Dröge (2003). Für diese gilt:  $B = 3.7310^{-9}$  T,  $n = 5.27$ ,  $T = 59.116$  K,  $v_A = 36300$  m/s,  $\beta = 0.85$ . Es zeigt sich, dass für Teilchen der Steifigkeit 17 MV quasi für alle Winkelkombinationen aus  $\alpha$  und  $\delta$  die Resonanzen für Wellenzahlen knapp oberhalb von  $k = 2 \cdot \pi \cdot 10^{-8}$  1/m einsetzen. Bei kleineren Wellenzahlen finden sich keine Resonanzen mehr. Das resonante Spektrum wurde auf Feldern mit einer äußeren Skala von  $L_{skal} = 10^8$  m erzeugt. Bei einer Gitterauflösung von  $256^3$  ergeben sich Wellenmoden der Größenordnung  $k = 2 \cdot \pi \cdot 10^{-8}$  1/m bis  $k = 256 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 10^{-8}$  1/m. Das eindimensionale Spektrum zur Simulation der Teilchen bei  $r = 17$  MV ist in Abbildung 4.30 zu Beginn und am Ende der Simulation gezeigt. In das Plasma mit voll entwickelter Turbulenz werden dann die Teilchen mit  $r = 17$  MV isotrop und homogen injiziert und ihr Streuverhalten anhand ihrer Trajektorien analysiert.

### 4.4.2 numerische Testfälle zur Festlegung der Simulationsparameter

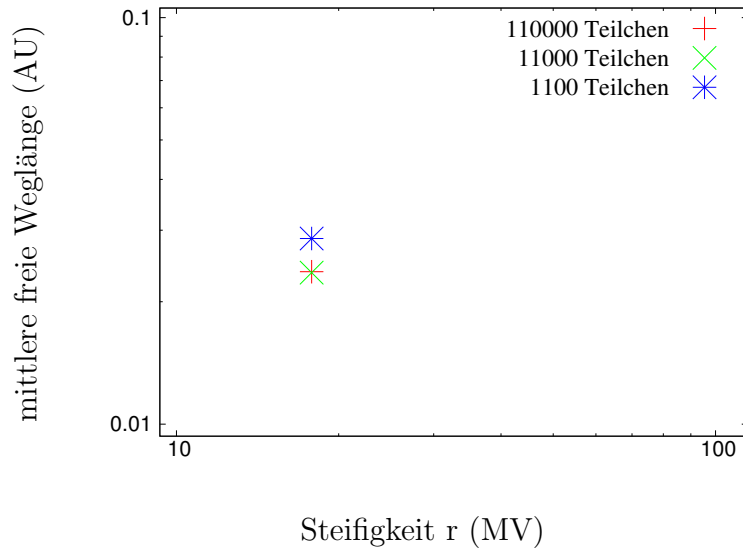
In diesem Kapitel werden Tests durchgeführt, um die minimale Teilchenanzahl, die minimale Gittergröße und den maximalen Zeitschritt bei der Simulation zu bestimmen. Ziel hierbei ist es, qualitativ hochwertige Ergebnisse mit einem möglichst geringen Simulationsaufwand zu erhalten. Hierfür wird das Konvergenzverhalten der parallelen mittleren freien Weglänge und des Teilchenimpulses in Abhängigkeit von der Teilchenanzahl, der Gittergröße und des Zeitschritts untersucht.



**Abbildung 4.30:** Spektrum der turbulenten Felder für die Simulation des Teilchentransports in der Heliosphäre zu Beginn und am Ende der Simulation. Man erkennt, dass die Fluktuationen während der Simulation nur geringfügig abgebaut werden. Das Spektrum muss im Zusammenhang mit dem gemessenen Spektrum in Abbildung 4.29(a) gesehen werden.

### Teilchenanzahl

Zunächst wird die notwendige Teilchenanzahl bei der Simulation festgelegt. Hiefür wurde eine Simulation mit 1100, 11000 und 110000 Teilchen in den bereits oben angegebenen turbulenten Feldern durchgeführt und die mittlere freie Weglänge sowie die mittlere Steifigkeit nach einer bestimmten Simulationszeit berechnet. Die dabei erzielten Ergebnisse sind zeitlich nicht konvergiert, dementsprechend ist der Absolutwert der berechneten Größen nicht von Relevanz. Von Interesse ist bei dieser Simulation lediglich, wie stark die Abweichungen dieser Größen für die verschiedenen Teilchenzahlen sind. Die Ergebnisse sind in Abbildung 4.31 gezeigt. Es zeigt sich eine deutliche Abweichung der



**Abbildung 4.31:** Parallele mittlere freie Weglänge für die Simulation mit 1100, 11000 und 110000 Teilchen. Die Ergebnisse konvergieren ab 11000 Teilchen.

parallelen mittleren freien Weglänge bei der Simulation mit 1100 Teilchen von denen, die bei höherer Teilchenaufösung durchgeführt wurden. Offensichtlich ist das Ergebnis allerdings bei 11000 Teilchen bereits konvergiert. Ein Effekt auf die mittlere Teilchensteifigkeit ist nicht festzustellen. Bei der späteren Simulation werden 11000 Teilchen in das Plasma eingespeist.

### Resonanzbereich der Moden

In diesem Abschnitt wird die Teilchenstreuung in Abhängigkeit von den in den turbulenten Feldern enthaltenen Moden festgelegt. Wichtig ist hierbei die Fragestellung, ob bei der untersuchten Teilchenenergie alle relevanten resonanten Wellen zum Streuen der Teilchen zur Verfügung stehen. Dies hängt u.a. auch mit der Breite der Resonanzfunktion der Welle-Teilchen-Wechselwirkung zusammen, denn je breiter die Resonanz, umso mehr Moden müssen hier miteinbezogen werden. Sollten resonante Wellen fehlen, so würden bei der Simulation die Teilchen zu wenig gestreut. Dies hätte einen direkten Effekt auf die simulierte mittlere freie Weglänge.

Für diese Untersuchung wurde das Spektrum aus Abbildung 4.30 im Fourierraum so zurecht geschnitten, dass es nur noch die Moden enthält, die auf einem Gitter der Auflösung  $128^3$ ,  $64^3$  sowie  $32^3$  Platz finden. In Abbildung 4.32(a) werden die abgeschnittenen Spek-

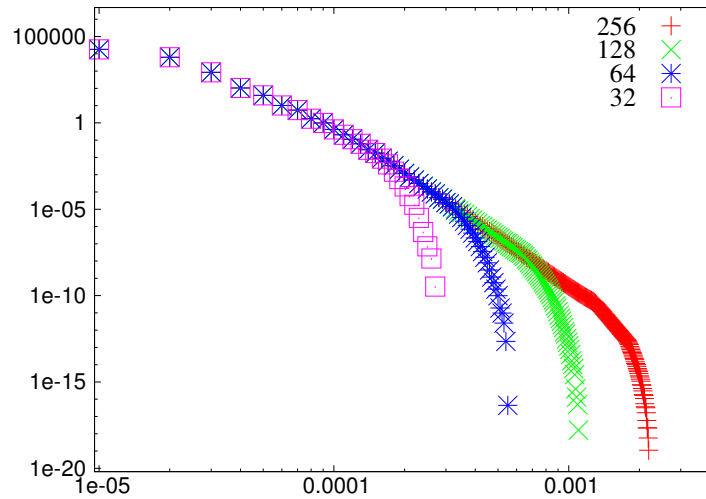
tren zusammen mit dem ursprünglich bei einer Gitterauflösung von  $256^3$  simulierten Spektrum gezeigt. Man sieht, dass die Energien, die die Moden bei kleinen Wellenzahlen  $k$  enthalten, für die unterschiedlichen Gitterauflösungen immer identisch sind. Der einzige Unterschied in den Spektren ergibt sich durch die zusätzlichen Moden bei höheren Gitterauflösungen. Eine Simulation des Teilchentransports auf den unterschiedlichen Gittern sollte somit zeigen, ob alle relevanten Moden mitsimuliert werden. Dies wird auch noch einmal in Abbildung 4.32(b) verdeutlicht. Abgebildet sind hier zwei Resonanzfunktionen mit unterschiedlicher Breite im  $k$ -Raum. Abhängig von der Gitterauflösung und der Breite der Resonanzfunktion wird diese zum Teil abgeschnitten und somit die Streuung nicht korrekt wiedergegeben.

Die parallele mittlere freie Weglänge dieser Untersuchung ist in Abhängigkeit von der Teilchensteifigkeit in Abbildung 4.33 für die verschiedenen Gitterauflösungen aufgetragen. Man erkennt, dass das Ergebnis bereits bei sehr geringen Gitterauflösungen konvergiert.

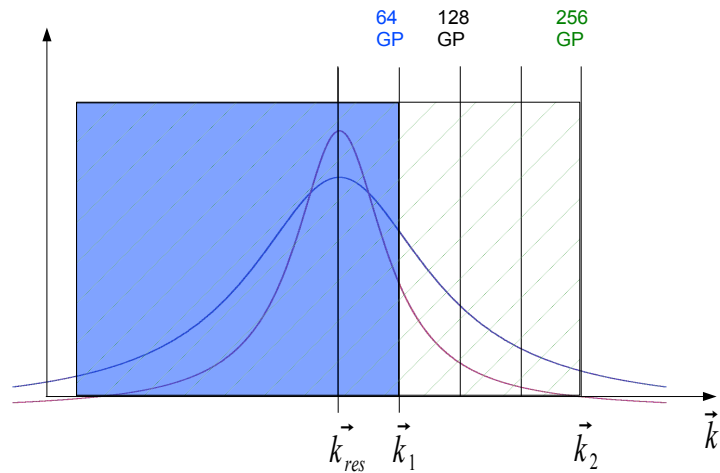
Diese Ergebnisse dürfen nicht fehlinterpretiert werden. Aus den Daten folgt nicht, dass die Simulationen auch auf einem Gitter der Auflösung  $64^3$  oder sogar  $32^3$  durchgeführt werden können. Es bedeutet lediglich, dass die relevanten resonanten Moden inklusive ihrer wie auch immer gearteten Resonanzfunktionen im Spektrum bei kleinen  $k$  liegen und dementsprechend in der Simulation auf einem Gitter der Auflösung  $256^3$  abgebildet werden. Ein Gitter mit einer geringeren Auflösung ist für die Simulation dennoch nicht besonders gut geeignet, denn bei sehr geringen Gitterauflösungen kann man keinen Inertialbereich im Spektrum erwarten. Eine höhere Gitterauflösung ist immer sinnvoll, auch wenn die numerische Dissipation bei kompressibler MHD auch bei sehr hohen Gitterauflösungen die Felder noch stark beeinflusst. Aufgrund des damit verbundenen deutlich höheren Simulationsaufwands wird die Simulation aber auf einem  $256^3$  Gitter durchgeführt, obwohl auch bei dieser Auflösung nur ein relativ kurzer Inertialbereich simuliert werden kann.

Dank dieser Untersuchung kann davon ausgegangen werden, dass die relevanten Moden zumindest enthalten sind, auch wenn sie bei manchen Wellenzahlen vermutlich eine zu geringe Energie aufweisen, da aus numerischen Gründen bei geringeren Gitterauflösungen die Spektren nur einen kurzen Inertialbereich haben.

## 4 Ergebnisse

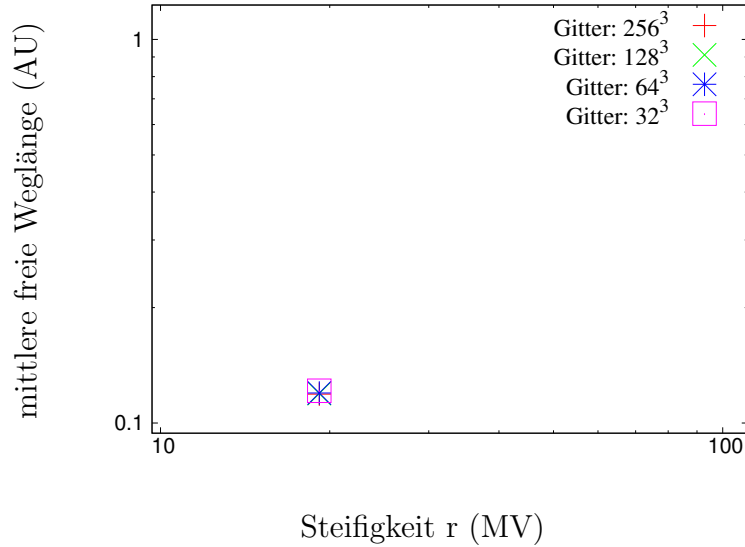


(a)



(b)

**Abbildung 4.32:** Abbildung 4.32(a) zeigt die Spektren bei einer Gitterauflösung von  $32^3$ ,  $64^3$ ,  $128^3$  und  $256^3$ . Diese Spektren wurden durch das Abschneiden der Moden bei größeren Wellenzahlen hergestellt. Abbildung 4.32(b) zeigt eine Darstellung zweier verschiedener Resonanzfunktionen der Welle-Teilchen-Wechselwirkung mit unterschiedlicher Breite (rot und blau). Bei größerer Gitterauflösung tragen zusätzliche Moden zur Teilchenstreuung bei. Für ein Gitter der Auslösung  $64^3$  werden alle Moden bis  $\mathbf{k}_1$  (Bereich mit blauem Hintergrund) und für eine Gitterauflösung von  $256^3$  alle Moden bis  $\mathbf{k}_2$  (Bereich mit grüner Schraffierung) aufgelöst. Die minimale Gitterauflösung hängt von der Breite der Resonanzfunktion bei den verschiedenen  $\mathbf{k}_{res}$  ab.



**Abbildung 4.33:** Simulierte parallele mittlere freie Weglänge für ein Gitter der Auflösung  $32^3$ ,  $64^3$ ,  $128^3$  bzw.  $256^3$ . Offensichtlich konvergieren die Ergebnisse sogar schon bei den kleinsten Gitterauflösungen.

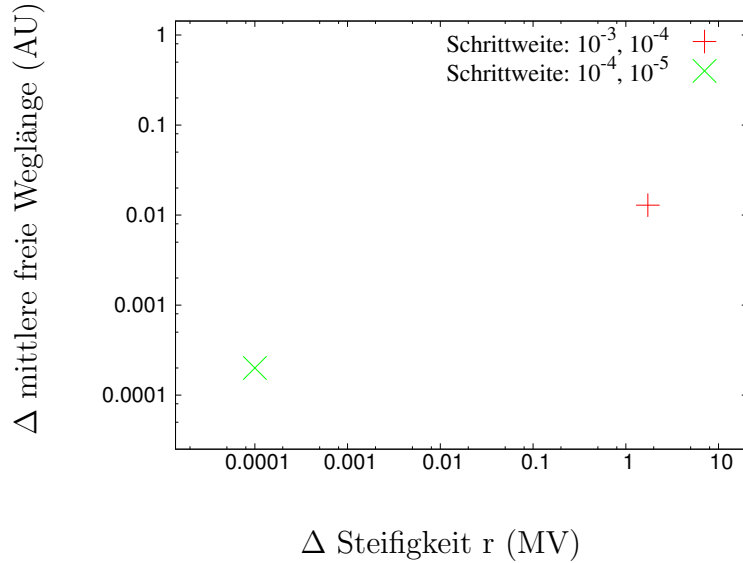
### Zeitschritt

In diesem Kapitel soll der maximale Zeitschritt für die Simulation festgelegt werden. Hierfür wird die parallele mittlere freie Weglänge in Abhängigkeit von der Teilchensteifigkeit für jeweils zwei Simulationen nach derselben physikalischen Zeit verglichen, die allerdings mit unterschiedlich großen Zeitschritten simuliert wurden. Das Ergebnis dieser Untersuchung wird in Abbildung 4.34 gezeigt. Man erkennt hier ein Konvergenzverhalten für die parallele mittlere freie Weglänge sowie für die Teilchensteifigkeit ab einem normierten Zeitschritt von  $10^{-4}$ , was einem physikalischen Zeitschritt von 0.45 Sekunden entspricht. Dieser Zeitschritt wurde auch für die folgende Simulation gewählt.

### 4.4.3 Diskussion über passendes Treibszenario

Wie in Kapitel 2.2.4 und 2.3.3 diskutiert, gibt es in der Heliosphäre vermutlich unterschiedliche Mechanismen, die die Turbulenz antreiben. Diese Erzeugungsmechanismen lassen sich grundsätzlich in vorwiegend kompressible bzw. inkompressible Phänomene unterteilen. Da in diesem Kapitel der Teilchentransport in Rahmen eines Flares untersucht werden soll, werden die turbulenten Felder durch das Antreiben inkompressibler Fluktuationen erzeugt. Die Teilchen werden erst in das turbulente Plasma injiziert, so-

## 4 Ergebnisse



**Abbildung 4.34:** Die Abbildung zeigt die Differenz der Steifigkeiten aufgetragen über die Differenz der parallelen mittleren freien Weglänge zweier Simulationen, die bis zur selben physikalischen Zeit, allerdings mit unterschiedlich großem Zeitschritt simuliert wurden. Offensichtlich konvergieren die Ergebnisse für kleine Zeitschritte. Wird der Zeitschritt zu groß gewählt, so führt das zu einem zu großen Teilchenimpuls und zu einer zu kleinen parallelen mittleren freien Weglänge.

bald die Turbulenz der Geschwindigkeits- und Magnetfelder weitgehend gesättigt ist. Für den weiteren Verlauf der Simulation ist nun zu entscheiden, ob die Turbulenz nach der Injektion der Teilchen weiter angetrieben wird oder ob sie fortan zerfallen soll. Hierfür muss man berücksichtigen, dass in der Heliosphäre die Turbulenzen vermutlich hauptsächlich in der Nähe der direkten Koronaumgebung gebildet werden. Während des Transports werden die Turbulenzen vermutlich nur noch wenig weiter getrieben. Für die Simulation bei sehr kleinen Wellenvektoren  $\mathbf{k}$ , wie sie für die Teilchen bei 17 MV auf Grund der Resonanzbedingung relevant sind, werden die Turbulenzen demnach während des Transports nicht mehr getrieben. Für Simulationen von Teilchen, die mit größeren Wellenzahlen resonant sind, sollte auch während des Teilchentransports die Turbulenz weitergetrieben werden, da die Fluktuationen bei großen Wellenzahlen aus denen bei kleinen Wellenzahlen gespeist werden.

## 4.5 Simulation der mittleren freien Weglänge in der Heliosphäre: Felder

In diesem Kapitel werden die MHD-Felder, in denen die Teilchen gestreut werden, untersucht. Sie sind das Resultat einer mathematisch korrekten Beschreibung eines kompressiblen Plasmas im untersuchten Frequenzbereich, da sie durch die kompressiblen MHD-Gleichungen in Kombination mit einem weitgehend realistischen Treiberszenario entwickelt wurden. Deshalb kann davon ausgegangen werden, dass die MHD-Felder dieser Simulation in vielerlei Hinsicht durchaus physikalisch sind. Im Folgenden werden der spektrale Verlauf, die Anisotropie der Felder sowie ihre Kompressibilität untersucht. Die wichtigste Einschränkung ist vermutlich durch numerische Effekte gegeben, da mit der Entwicklung der kompressiblen MHD-Gleichungen eine starke Ausweitung des Dissipationsbereichs einhergeht. Wie deutlich sich das an den einzelnen Unterpunkten bemerkbar macht, ist nicht ganz klar. Es soll aber auf jeden Fall angegeben werden, welche Eigenschaften die Felder aufweisen, in denen der Teilchentransport betrachtet wird. Da die Moden des Dissipationsbereichs relativ wenig Energie tragen, sollte durch diese numerischen Einschränkungen der Teilchentransport selbst nicht wesentlich beeinflusst werden. Für diesen sind hauptsächlich die energiereichen Moden bei kleinen Wellenzahlen  $k$  relevant.

### 4.5.1 1D-Spektren

In Abbildung 4.30 ist das eindimensionale Spektrum zu Beginn und am Ende der Simulation aufgetragen. Offensichtlich bleibt das Spektrum im Laufe der Simulation weitgehend konstant. Es muss im Zusammenhang mit dem gemessenen Spektrum in Abbildung 4.29(a) gesehen werden. Die Moden bei kleiner Wellenzahl  $k$  enthalten in beiden Spektren fast dieselbe Energie, allerdings fällt das simulierte Spektrum etwas stärker ab.

### 4.5.2 Anisotropie der Spektren

Zur Untersuchung der Anisotropie sind die zweidimensionalen Felder in Abbildung 4.35 zu Beginn der Simulation und in Abbildung 4.36 am Ende der Simulation gezeigt. Man sieht, dass in beiden Fällen die Felder weitgehend isotrop sind. Im Inertialbereich, der etwa im Bereich um  $\log(k) = 2$  liegt, weisen sie allerdings eine leicht senkrechte Vor-



## 4 Ergebnisse

	Beginn ( $P_{B_{\perp}}:P_{B_{\parallel}}$ )	Ende ( $P_{B_{\perp}}:P_{B_{\parallel}}$ )
$P_B$	50:50	52:48
$P_K$	51:49	56:44
$P_{Shear}$	51:49	58:42
$P_{Comp}$	51:49	53:47

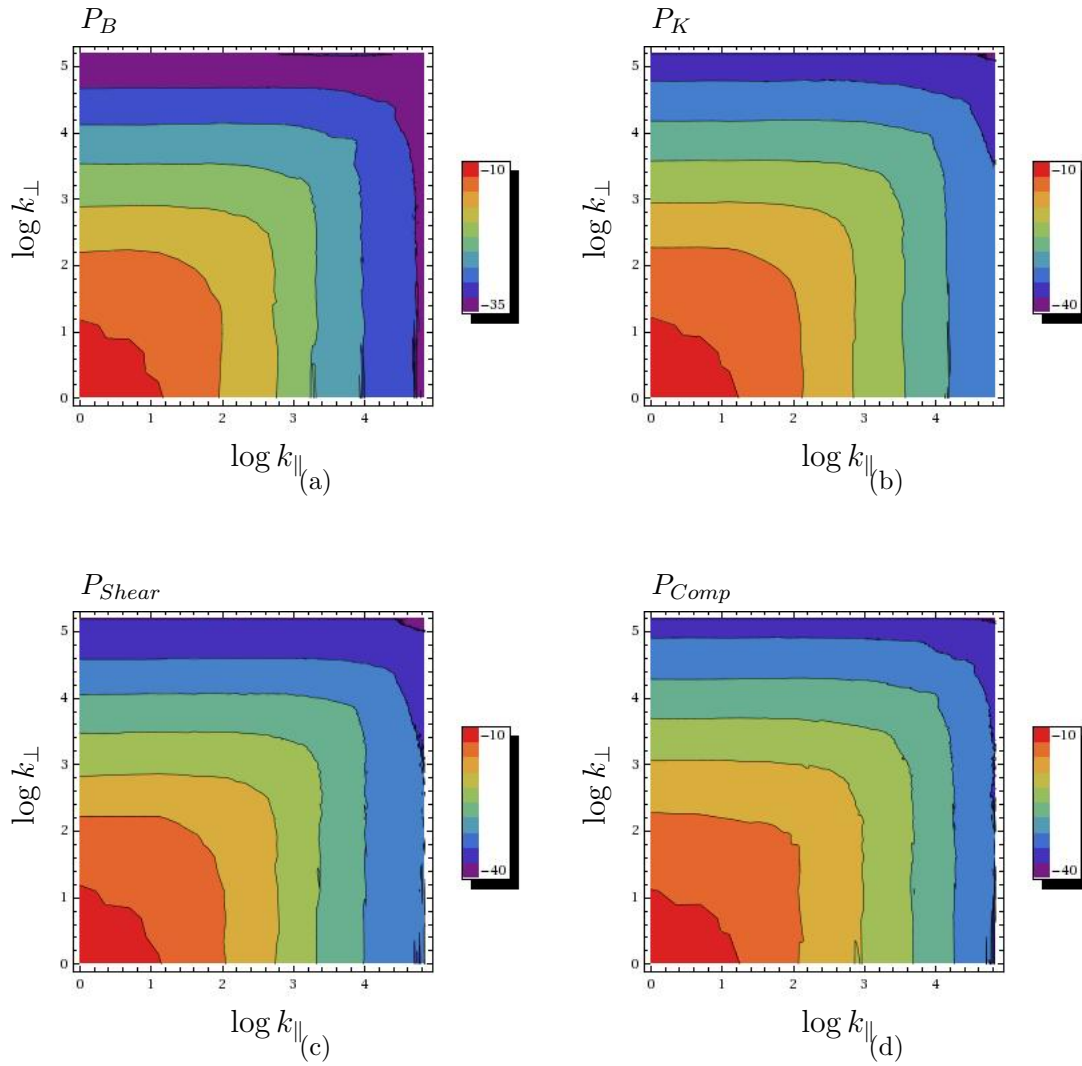
Tabelle 4.7: In der Tabelle sind die Verhältnisse aus den senkrechten und parallelen Anteilen von  $P_B$  zu Beginn sowie am Ende der Simulation (siehe Abbildung 4.35 und 4.36) angegeben. Zu Beginn der Simulation sind die Spektren sehr isotrop, allerdings nimmt die Anisotropie im Laufe der Simulation zu.

zugsrichtung auf. Der Treibbereich wurde hier sehr viel kleiner gewählt als in Kapitel 4.1 bzw. 4.2. Während dort der Treibbereich in den zweidimensionalen doppellogarithmischen Plots bis  $\log(k) = 2.6$  reichte, erstreckt er sich in dieser Simulation nur bis  $\log(k) = 1.7$ .

Die gängigen Theorien gehen von einem Verhältnis von 20 Prozent Slab und 80 Prozent 2D Turbulenz aus. Ein Vergleich zu den hier gezeigten Simulationen kann nicht direkt gezogen werden, da die etwas künstliche Zerlegung der Turbulenz in einen Slab- und einen 2D-Anteil davon ausgeht, dass die Turbulenz nur aus einem rein parallelen und einem rein senkrechten Anteil besteht. In der Simulation, wie auch in der Natur, laufen die Wellen allerdings in alle Raumrichtungen. Hier kann man höchstens eine Zerlegung der Form  $P_{B_{\parallel}} = P_{B_z}$  und  $P_{B_{\perp}} = \sqrt{P_{B_x}^2 + P_{B_y}^2}$  vornehmen. Diese wurde für die Felder aus Abbildung 4.35 und 4.36 durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 4.7 zu sehen. Hierbei werden der hohe Grad an Isotropie sowie die leichte Zunahme der Anisotropie im Laufe der Simulation deutlich.

### 4.5.3 Kompressibilität der Spektren

Man geht davon aus, dass die Turbulenz im interstellaren Medium weitgehend inkompressibel ist, wobei der Grad der Kompressibilität sich bei den einzelnen Teilchenereignissen durchaus deutlich unterscheiden kann und insbesondere auch abhängig vom Frequenzbereich und dem heliosphärischen Abstand ist (vgl. Kapitel 2.2.4). Für die Turbulenz wurde hier ein inkompressibles Treibszenario angenommen. Da sich allerdings auch aus



**Abbildung 4.35:** 2-D-Spektren zu Beginn der Simulation

inkompressiblen Moden kompressible Moden bilden können, soll in diesem Abschnitt die Kompressibilität der MHD-Felder untersucht werden. Abbildung 4.37 zeigt die relativen Anteile von  $P_{Comp}$  und  $P_{Shear}$  an  $P_K$  im zeitlichen Verlauf der Teilchensimulation. Wie man sieht, sind etwa 20 Prozent der Moden kompressibel, 80 Prozent sind hingegen inkompressibel, wobei die Anteile sich im Laufe der Simulation nur unwesentlich verändern.

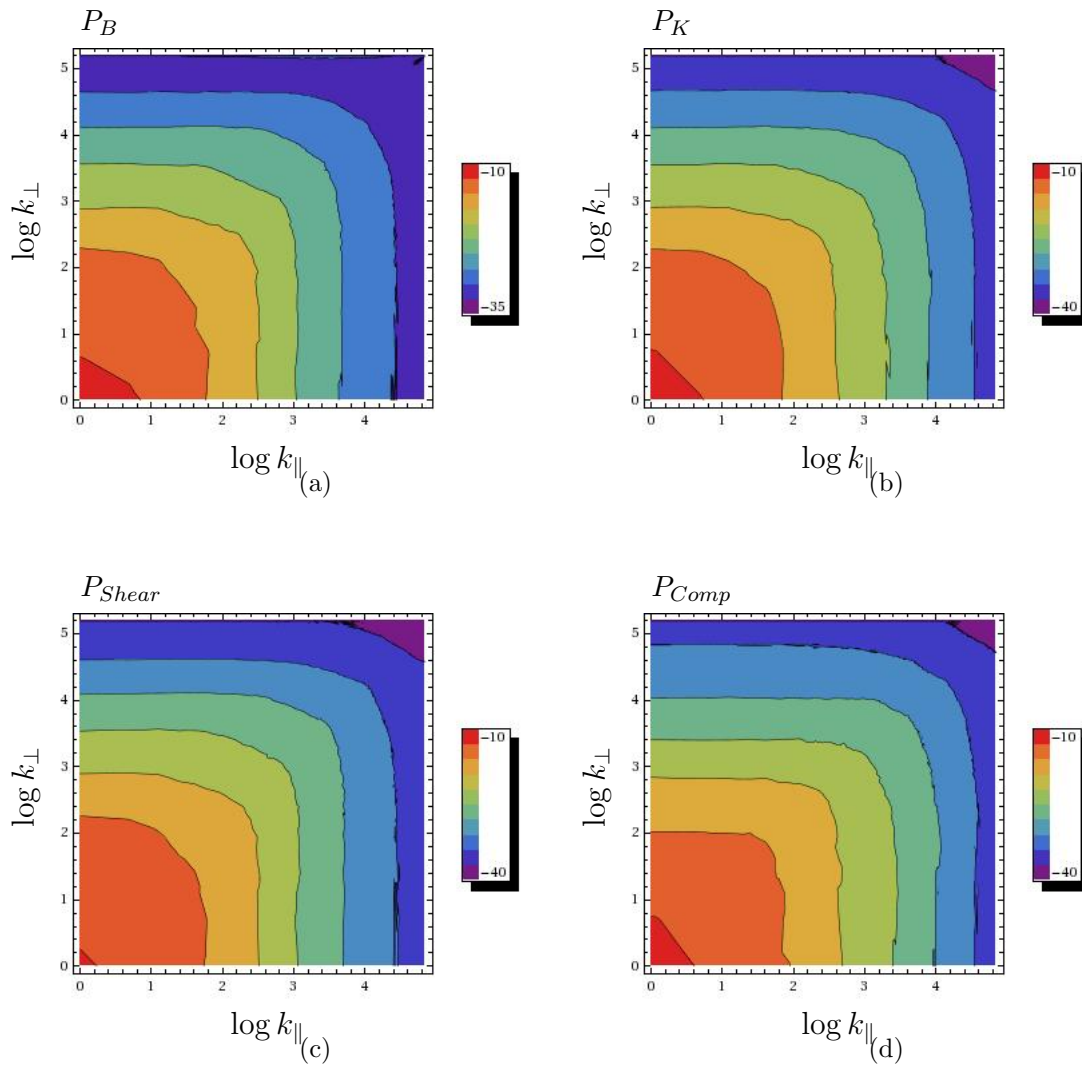
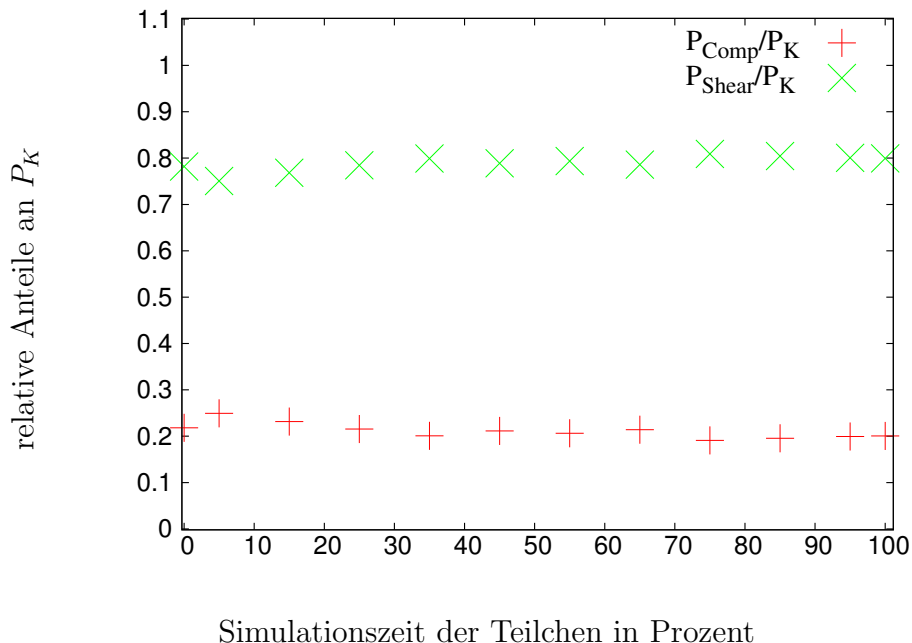


Abbildung 4.36: 2-D-Spektren am Ende der Simulation.

## 4.6 Simulation der mittleren freien Weglänge in der Heliosphäre: Teilchen

### 4.6.1 parallele mittlere freie Weglänge

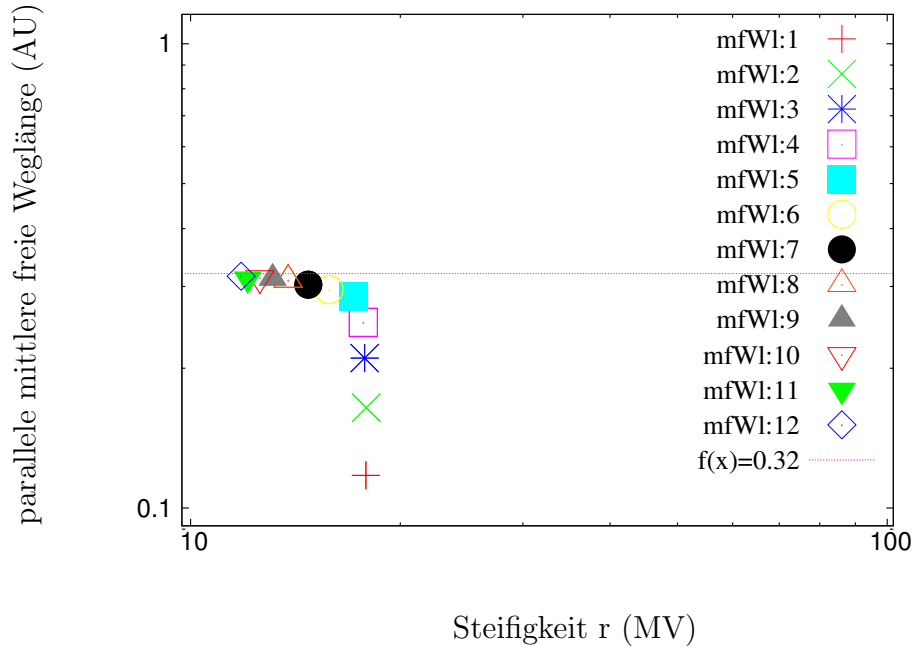
Zunächst werden hier die Ergebnisse für die parallele mittlere freie Weglänge vorgestellt (vgl. Kapitel 2.3.2 sowie Kapitel 3.7). Dieser wichtige Transportparameter wurde nach unterschiedlich langen Simulationszeiten berechnet, um sein zeitliches Konvergenzverhalten untersuchen zu können. Die Ergebnisse dieser Analyse sind nach ihrer zeitlichen



**Abbildung 4.37:** Die Abbildung zeigt die Anteile von  $P_{Comp}$  und  $P_{Shear}$  an  $P_K$  im Laufe der Teilchensimulation. Man sieht, dass während des gesamten Streuprozesses etwa 80 Prozent der Moden inkompressibel und 20 Prozent kompressibel sind.

Reihenfolge von “mfWl:1” bis “mfWl:12” in Abbildung 4.38 aufgetragen. Man erkennt deutlich ein zeitliches Konvergenzverhalten der parallelen mittleren freien Weglänge gegen einen Wert von etwa 0.32 AU. Gleichzeitig wird deutlich, dass die Teilchen im Laufe der Simulation abgebremst werden. Beim Vergleich dieser Simulationsdaten mit denen aus der Messung (siehe hierzu Abbildung 4.29(b)) fällt sofort die gute Übereinstimmung der Daten auf. Dieses Ergebnis ist absolut bemerkenswert, denn die Simulationen sind frei von künstlichen Annahmen. Grundlage sind lediglich die Interpretation der Turbulenzentwicklung in Flares durch ein inkompressibles Treibszenario, die Entwicklung der Felder durch die MHD-Gleichungen sowie der Teilchentransport basierend auf der Lorentzkraft. Der hohe Grad an Übereinstimmung zwischen Simulation und experimentellen Daten beweist die hohe Qualität und die absolute Eignung des MHD-Teilchen-Hybridcodes für die Simulation des Teilchentransports.

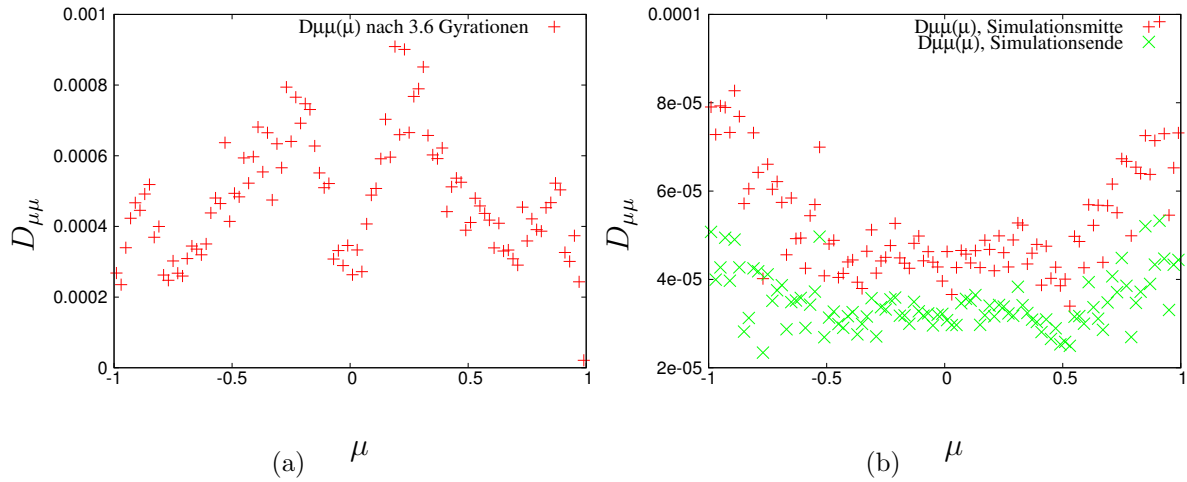
Dieses Resultat wird zum Anlass genommen, den Teilchentransport detaillierter zu analysieren. Dabei stehen grundsätzlich alle Informationen über Teilchen und Felder während des gesamten Streuprozesses zur Verfügung, wodurch Analysen vorgenommen werden können, die dem Experiment unzugänglich sind. Hierfür wird im Folgenden der



**Abbildung 4.38:** Parallele mittlere freie Weglänge aufgetragen gegen die Teilchensteifigkeit nach unterschiedlich langen, äquidistanten Simulationszeiten. Die letzte Ausgabe “mfWl:12” wurde nach einer Simulationszeit von 700 Periodendauern der Teilchengyratation ausgewertet. Man erkennt, dass die parallele mittlere freie Weglänge gegen einen Wert konvergiert, wie er auch aus der Messung hervorgeht. Gleichzeitig werden die Teilchen während der Simulation deutlich abgebremst.

Fokker-Planck-Koeffizient  $D_{\mu\mu}(\mu)$  nach verschieden langen Simulationszeiten untersucht. Das anschließende Kapitel widmet sich der Fragestellung, ob die Bedingung einer nur schwachen Streuung, wie sie für die Gültigkeit der QLT gefordert wird, in diesem Fall gegeben ist. Kapitel 4.6.4 analysiert dann, welche Art der Diffusion, also ob subdiffusives, diffusives oder superdiffusives Verhalten vorliegt. Danach wird der offensichtliche Energieverlust während der Simulation genauer analysiert. Dann wird untersucht, wie sich die Teilchenanzahl in Abhängigkeit vom Pitchwinkel im Laufe der Simulation entwickelt. Im Anschluss werden der Code und die Vorgehensweise mit bereits bekannten numerischen Untersuchungen verglichen.

## 4 Ergebnisse



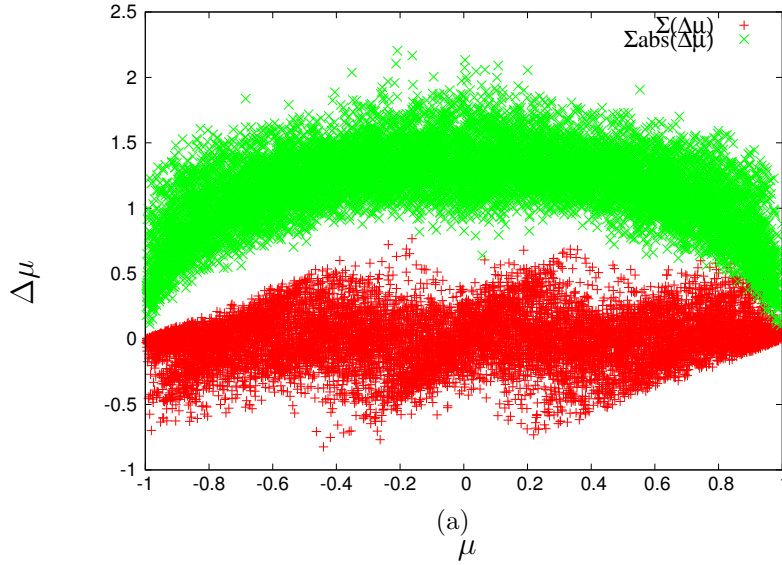
**Abbildung 4.39:**  $D_{\mu\mu}(\mu)$  nach 3.6 Gyrationen (siehe Abbildung 4.39(a)) sowie nach der Hälfte der Simulationszeit, also nach 305 Gyrationen und am Ende der Simulation, d.h. nach 700 Gyrationen (Abbildung 4.39(b))

### 4.6.2 Der Fokker-Planck-Koeffizient $D_{\mu\mu}(\mu)$

Die gesamte Simulationsdauer entspricht der Zeit, die die Teilchen brauchen, um 700 Gyrationen zu durchlaufen. Die verschiedenen mittleren freien Weglängen in Abbildung 4.38 wurden nach äquidistanten Zeitabschnitten ausgewertet. Das erste hier präsentierte Ergebnis bezieht sich auf einen sehr viel früheren Zeitpunkt als der erste Wert für  $\lambda_{\parallel}$ . In Abbildung 4.39(a) ist  $D_{\mu\mu}(\mu)$  nach nur 3.6 Teilchengyrationen gezeigt. Es sind deutlich Resonanzen zu sehen, wie sie bereits in Kapitel 4.3.2 gezeigt wurden. Da hier ein voll entwickeltes Spektrum statt eines mit nur wenigen Wellen vorliegt, sind die Moden, die diese Resonanzen erzeugen, nicht eindeutig zu identifizieren. Abbildung 4.39(b) zeigt  $D_{\mu\mu}(\mu)$  nach der Hälfte sowie zum Ende der Simulation. Die Struktur von  $D_{\mu\mu}(\mu)$  bei kleinen  $|\mu|$  wird zunehmend abgebaut. Bei  $\mu = \pm 1$  wächst  $D_{\mu\mu}(\mu)$  hingegen deutlich an. Durch den Energieverlust der Teilchen können sich natürlich die Resonanzen in  $D_{\mu\mu}(\mu)$  zu anderen  $\mu$ -Werten verschieben. Gleichzeitig könnte aber auch eine starke Streuung die Resonanzen in  $D_{\mu\mu}(\mu)$  im Laufe der Simulation verwischen, sollten die Teilchen durch ihren Transport aus den Resonanzbereichen herausgestreut werden. Vermutlich spielen beide Effekte hierbei eine Rolle.

### 4.6.3 Gültigkeit der QLT

In diesem Kapitel soll untersucht werden, ob für den hier untersuchten Teilchentransport die Bedingungen für die Gültigkeit der QLT gegeben sind. Voraussetzung ist dabei, dass die Teilchen während einer Gyration nur wenig gestreut werden. Analog zur Analyse in Kapitel 4.3.2 werden hierfür die Summe der Streuung in  $\mu$ , d.h.  $\sum(\Delta\mu)$  während der Simulation sowie die Summe der Absolutwerte von der Streuung in  $\mu$ , also  $\sum|\Delta\mu|$  untersucht. Um eine Vergleichbarkeit mit Kapitel 4.3.2 herzustellen und um die Abhängigkeit der Streuung von  $\mu$  noch besser erkennen zu können, wird diese Analyse zu einem sehr frühen Zeitpunkt, nämlich wiederum nach nur 3.6 Gyrationen durchgeführt. Das Ergebnis ist in Abbildung 4.40 zu sehen. Dieses Ergebnis wird im Zusammenhang mit Abbildung 4.28(b) sowie Abbildung 4.39(a) detaillierter analysiert. Genau wie in Abbildung 4.28(b) ist eindeutig zu sehen, dass die Teilchen insgesamt deutlich gestreut werden, da  $\sum|\Delta\mu|$  einen Wert von bis zu 1.7 annimmt. In Abbildung 4.28(b) hat sich, abgesehen von den Resonanzen, allerdings insgesamt keine Vorzugsrichtung bei dieser Streuung gezeigt, d.h. die Teilchen wurden zu größeren und kleineren  $\mu$ -Werten gestreut und haben effektiv ihre direkte  $\mu$ -Umgebung kaum verlassen. Lediglich bei den Resonanzen wurden die Teilchen effektiv von ihrem ursprünglichen  $\mu$  weggestreut. Zwar sind auch in Abbildung 4.40 die Resonanzen, wie sie in Abbildung 4.39(a) bereits identifiziert wurden, eindeutig zu erkennen, diese scheinen allerdings nach nur 3.6 Gyrationen schon stark zu verwischen. In fast jedem  $\mu$ -Bereich werden manche Teilchen um  $\Delta\mu = 0.5$  von ihrem ursprünglichem  $\mu$  weggestreut. Aus der Summe der Absolutwerte von  $\Delta\mu$  lässt sich, wie bereits in Kapitel 4.3.2 im Detail diskutiert, klären, ob die QLT für diese Simulationen noch eine geeignete Theorie darstellt. Aus Abbildung 4.40 geht hervor, dass die Teilchen im Mittel während einer Gyration um etwa  $\mu = 1/3.6 \approx 0.28$  gestreut werden, wobei hier ein Mittelwert von ca. 1 für den Absolutwert geschätzt wurde. Bei Winkeln nahe bei  $\mu = 0$  werden die Teilchen sogar um ca.  $\mu = 1.3/3.6 = 0.36$  gestreut. Offensichtlich werden die Teilchen also durchaus auch während nur einer Gyration deutlich gestreut. Die Bedingung einer nur schwachen Streuung als Voraussetzung für die Gültigkeit der QLT ist hier also eher nicht erfüllt.



**Abbildung 4.40:** Die Abbildung zeigt die Summe der Streuungen in  $\mu$  bzw. die Summe der Absolutwerte der Streuung in  $\mu$  nach 3.6 Gyrationen. Die Resonanzen sind zu diesem frühen Zeitpunkt eindeutig zu identifizieren, allerdings sind sie deutlich schlechter von resonanzfreien  $\mu$ -Bereichen abzugrenzen als dies in Abbildung 4.28(b) der Fall ist. Es zeigt sich, dass die Streuung hier ziemlich stark ausgeprägt ist und insgesamt die Annahmen der QLT als eher problematisch zu sehen sind.

#### 4.6.4 Art der Diffusion

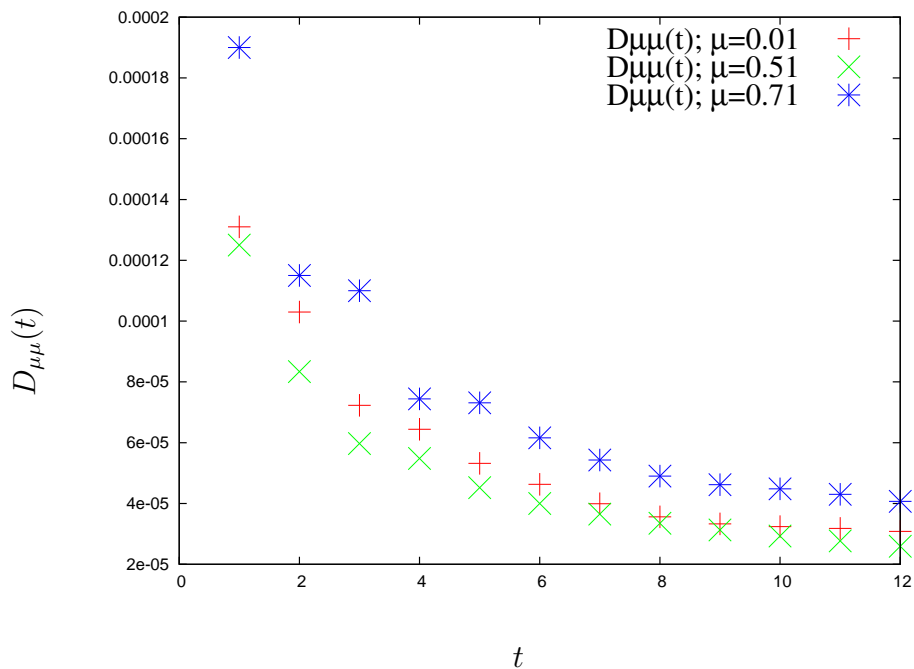
In diesem Kapitel soll untersucht werden, ob die Teilchen subdiffusiv, diffusiv oder superdiffusiv gestreut werden. Nach Kapitel 3.7 muss hierfür das zeitliche Konvergenzverhalten von  $\langle \Delta\mu^2 \rangle$  untersucht werden. In Abbildung 4.41 ist  $D_{\mu\mu}(t) \propto \langle \Delta\mu^2 \rangle / t$  in Abhängigkeit von der Simulationszeit mit der gleichen zeitlichen Einteilung wie in Abbildung 4.38 gezeigt. Es zeigt sich, dass  $D_{\mu\mu}(t)$  gegen einen konstanten Wert konvergiert, d.h. es gilt  $\lim_{t \rightarrow \infty} D_{\mu\mu}(t) \propto const$  und folglich  $\langle \Delta\mu^2 \rangle \propto t$ . Es liegt also ein diffusives Verhalten bei der Teilchenstreuung vor.

#### 4.6.5 Energieverlust

Wie bereits aus Abbildung 4.38 hervorgeht, werden die Teilchen im Lauf der Simulation deutlich abgebremst. Dieses Verhalten soll nun genauer untersucht werden. Hierfür wird analysiert, wie die Teilchen im  $\mu$ - $p$ -Phasenraum im Laufe der Simulation abgebremst

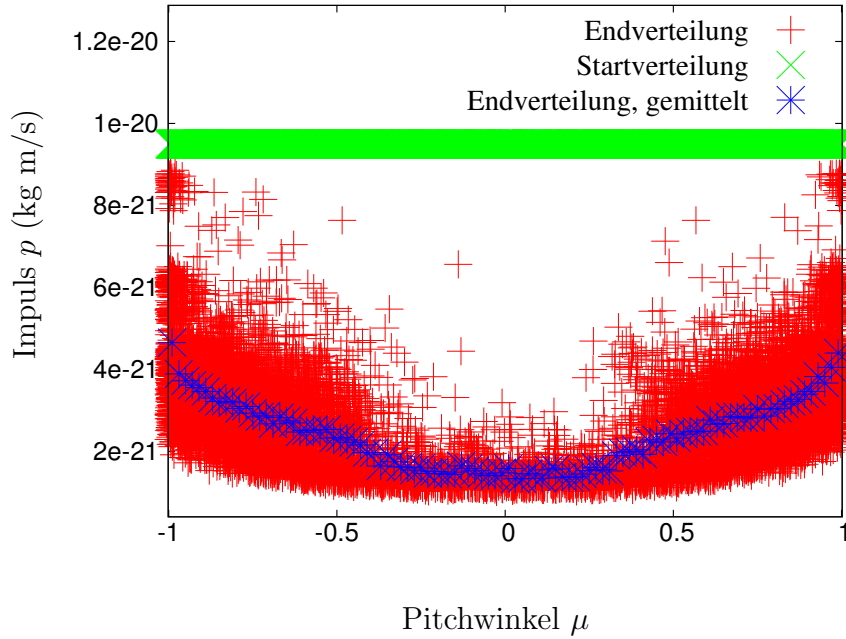


## 4 Ergebnisse



**Abbildung 4.41:** Die Abbildung zeigt  $D_{\mu\mu}(t)$  für  $\mu = 0.01$ ,  $\mu = 0.51$  sowie  $\mu = 0.71$  nach unterschiedlich langen Simulationszeiten, wobei die zeitliche Einteilung der von Abbildung 4.38 entspricht. Man erkennt deutlich ein Konvergenzverhalten gegen einen weitgehend konstanten Wert. Hiermit lässt sich auf ein diffusives Streuverhalten schließen.

werden. Dies ist in Abbildung 4.42 gezeigt. Jeder grüne Punkt gibt den Aufenthaltsort eines Teilchens im  $\mu$ - $p$ -Phasenraum zu Beginn der Simulation an. Da diese mit unterschiedlichen Winkeln, aber einer festen Energie injiziert wurden, liegen alle Punkte auf einer horizontalen Linie im  $\mu$ - $p$ -Plot. Am Ende der Simulation wird jedes Teilchen durch einen roten Punkt repräsentiert. Man sieht, dass die meisten Teilchen im Laufe der Simulation deutlich abgebremst werden, wobei die Abbremsung vom Winkel  $\mu$  der Teilchen abhängt. Da die Abbremsung in Abhängigkeit vom Winkel einer starken Streuung unterworfen ist, wird der  $\mu$ -Raum noch in 100 Abschnitte unterteilt und der Impuls aller Teilchen eines Teilabschnitts gemittelt. Daraus ergeben sich die blauen Punkte in Abbildung 4.42. Es wird deutlich, dass die Teilchen vor allem in der direkten  $\mu$ -Umgebung der Resonanzen, wie sie zu Beginn der Simulation in Abbildung 4.39(a) deutlich zu sehen sind, abgebremst werden. Da bereits in Kapitel 4.3.2 gezeigt wurde, dass bei den Resonanzen effektiv Energie zwischen Welle und Teilchen ausgetauscht wird, lässt sich

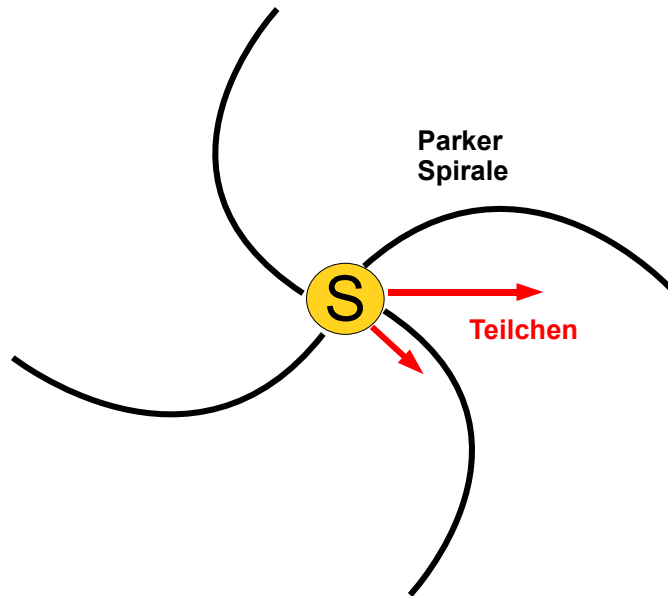


**Abbildung 4.42:** Die Abbildung zeigt die Verteilung der Teilchen im  $\mu$ - $p$ -Phasenraum zu Beginn und am Ende der Simulation. Man erkennt deutlich, dass die Teilchen im Laufe der Simulation Energie verlieren, was vor allem bei Winkeln in der Nähe von  $\mu = 0$  in ausgeprägter Form stattfindet. Die Abbremsung ist einer starken Streuung unterworfen, weshalb zusätzlich die gemittelte Endverteilung der Teilchen in Blau dargestellt wurde.

daraus schließen, dass das auch in diesem Fall geschieht.

#### 4.6.6 Umverteilung der Teilchen im $\mu$ -Raum

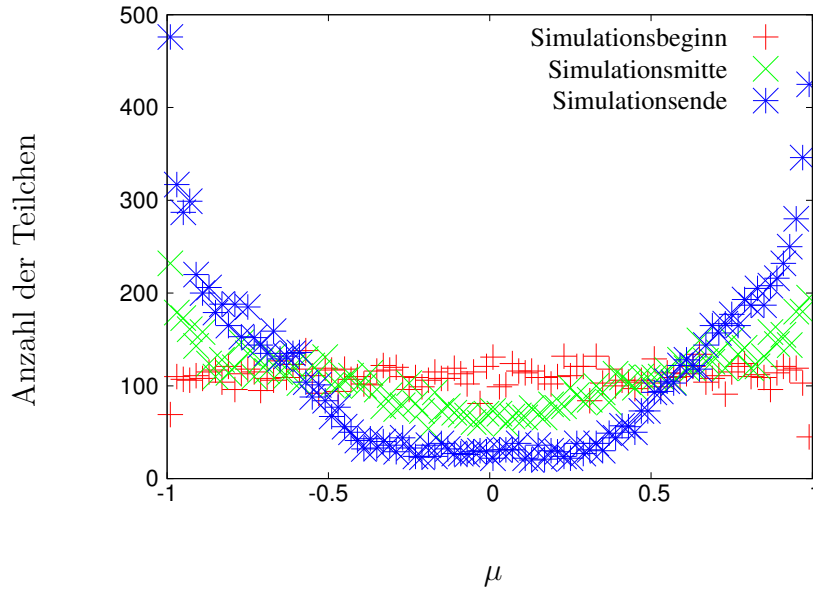
In Abbildung 4.44 ist die Anzahl der Teilchen pro  $\mu$ -Abschnitt zu Beginn, nach der Hälfte sowie am Ende der Simulation aufgetragen, wobei der  $\mu$ -Raum in 100 Teilabschnitte zerlegt wurde. Man erkennt deutlich, dass die Bereiche zwischen  $\mu = -0.5$  und  $\mu = 0.5$  im Laufe der Simulation entleert werden. Die Teilchen, die sich zunächst weitgehend senkrecht zum Hintergrundmagnetfeld bewegen, werden also alleine durch den Streuprozess zu einer parallelen bzw. antiparallelen Vorzugsrichtung hingestreut. Es zeigt sich also, dass sich die Teilchen unabhängig von ihrem Injektionswinkel im Bezug auf das Magnetfeld der Parkerspirale (vgl. Abbildung 4.43) mit wachsendem heliosphärischen Abstand parallel bzw. antiparallel zum Magnetfeld ausrichten und dass die Teilchen nicht erst weit außen, sondern auch schon zu frühen Zeiten des Transports



**Abbildung 4.43:** Die Abbildung zeigt eine Darstellung der Parkerspirale. Man sieht, dass die Sonnenwindteilchen mit unterschiedlicher Geschwindigkeit und unterschiedlichem Winkel zum Magnetfeld der Parkerspirale injiziert werden.

in Richtung Sonne zurückgestreut werden können. Diese vorzugsweise parallele bzw. antiparallele Ausbreitungsrichtung der hochenergetischen Sonnenwindteilchen ist ebenfalls experimentell bestätigt (vgl. z.B. Dröge (2000)) und kann als weiterer Beweis für die Validität der Simulation interpretiert werden.

Dieser Effekt wird in den Abbildungen 4.45, 4.46 und 4.47 in Abhängigkeit vom Injektionswinkel untersucht. Hierbei wurden die Teilchen, die zwischen  $\mu = 0$  und  $\mu = 0.2$  zu Beginn der Simulation injiziert wurden, aus den Daten extrahiert und ihre Verteilung im  $\mu$ -Raum nach einer nur kurzen Simulation von 3.6 Gyrationen, nach der Hälfte und am Ende der Simulationszeit in Abbildung 4.46 aufgetragen. Das Gleiche wurde analog für die Teilchen, die zwischen  $\mu = 0.4$  und  $\mu = 0.6$  (siehe Abbildung 4.46) bzw. zwischen  $\mu = 0.8$  und  $\mu = 1$  (siehe Abbildung 4.47) injiziert wurden, durchgeführt. Man erkennt, dass unabhängig von der Vorzugsrichtung der Injektion am Ende der Simulation fast keine Teilchen mit einer vorwiegend senkrechten Vorzugsrichtung im System sind. Gleichzeitig werden selbst bei einer fast parallelen Injektion im Laufe der Simulation Teilchen mit antiparalleler Vorzugsrichtung erzeugt. Das Verhältnis aus der Anzahl der Teilchen mit vorwiegend paralleler und vorwiegend antiparalleler Vorzugsrichtung



**Abbildung 4.44:** Die Abbildung zeigt die Anzahl der Teilchen in Abhängigkeit von  $\mu$  zu unterschiedlichen Simulationszeiten. Hierzu wurden der  $\mu$ -Raum in 100  $\Delta\mu$ -Abschnitte unterteilt und die darin befindlichen Teilchen aufsummiert. Offensichtlich sind die Teilchen zu Beginn der Simulation gleichmäßig verteilt, allerdings nehmen sie im Verlauf der Simulation vorzugsweise eine parallele oder antiparallele Vorzugsrichtung zum Hintergrundmagnetfeld ein.

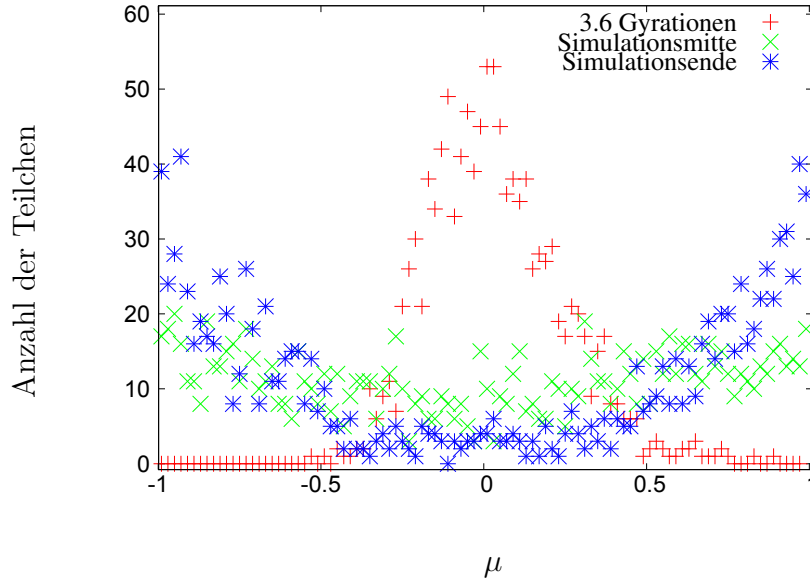
ist also abhängig vom Injektionswinkel und der Simulationszeit.

#### 4.6.7 Vergleich mit früheren Simulationen

Die hier vorgestellte Simulation der mittleren freien Weglänge auf Grundlage der Fokker-Planck-Koeffizienten in einem MHD-Plasma - insbesondere im Zusammenhang mit den Messergebnissen eines Teilchenereignisses wie dem solaren Flare, der vom Wind-3DP-Experiment vom 9. Juli 1996 um 18:00 Uhr UTC bis zum 10. Juli 12:00 Uhr UTC gemessen wurde - ist bisher einmalig. Es gibt allerdings zwei Gruppen von Simulationen, die in eine ähnliche Richtung weisen:

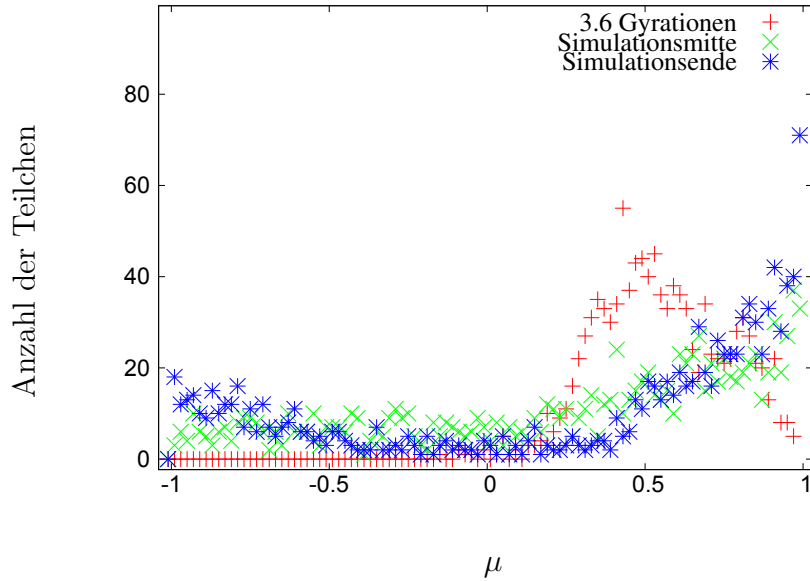
- Es gibt durchaus Simulationen, die sich mit dem Transport solarer Teilchen durch die Heliosphäre beschäftigen. Dabei werden meistens Teilchen aus CMEs modelliert. Viele dieser Modelle setzen sich dabei aus mehreren Teilmodellen zusammen: Es werden dabei unterschiedliche Annahmen zur Schockgeometrie, den Beschleu-

## 4 Ergebnisse



**Abbildung 4.45:** Anzahl der Teilchen pro  $\mu$ -Abschnitt nach 3.6 Gyrationen, nach der Hälfte sowie am Ende der Simulation bei einer ursprünglich gleichverteilten Teilcheninjektion zwischen  $\mu = 0$  und  $\mu = 0.2$ . Man erkennt, dass sich die Teilchen, die zu Beginn der Simulation eine vorwiegend senkrechte Ausbreitungsrichtung im Bezug auf das Hintergrundmagnetfeld aufweisen, im Laufe der Simulation vorwiegend parallel bzw. antiparallel zum Hintergrundmagnetfeld ausrichten.

nigungsmechanismen im Schock (z.B. Fermi-Beschleunigung) und zum anschließenden Transport der Teilchen bis zur Messsonde (z.B. Bewegung entlang der Magnetfeldlinien mit oder ohne zufälliges Streuen senkrecht zu den Feldlinien, oder Gleichung zum fokussierten Transport, usw.) gemacht. Das Resultat dieser Simulationen sind zumeist die Intensitätsprofile der Teilchen, die mit den Messungen direkt, ohne den Umweg über die Berechnung der mittleren freien Weglänge, verglichen werden können. Damit können schließlich bestimmte Annahmen in der Simulation, wie z.B. die Schockgeometrie, geeicht, bzw. Aussagen über wahrscheinliche Modellparameter generiert werden. Dabei kommen unterschiedliche Verfahren, z.B. Monte-Carlo-Simulationen oder aber auch MHD-Simulationen, zum Einsatz. Ein wesentlicher Nachteil dieser Simulationen besteht darin, dass viele Annahmen in die Simulation eingebracht werden müssen, die zumindest zum momentanen Zeitpunkt nicht problemlos belegbar sind. Das Hauptaugenmerk gilt bei diesen Simulationen allerdings der Untersuchung der Beschleunigungsmechanismen und

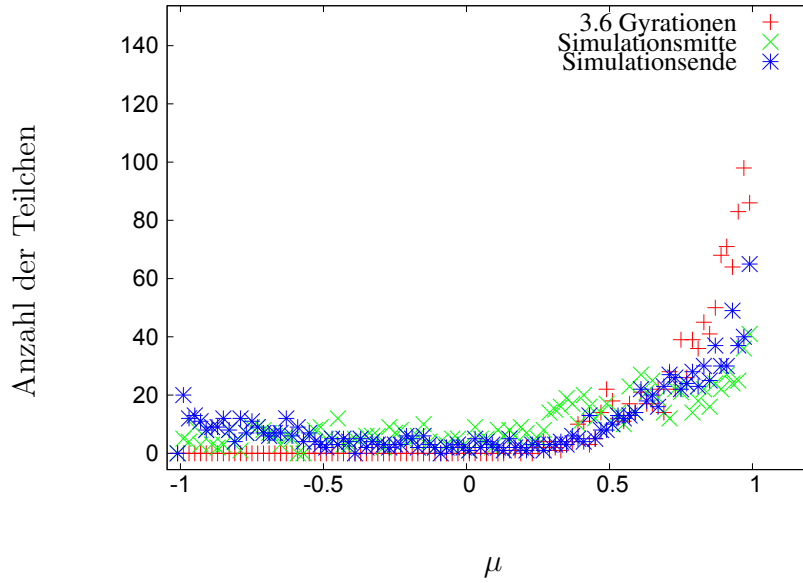


**Abbildung 4.46:** Anzahl der Teilchen pro  $\mu$ -Abschnitt nach 3.6 Gyrationen, nach der Hälfte sowie am Ende der Simulation bei einer ursprünglich gleichverteilten Teilcheninjektion zwischen  $\mu = 0.4$  und  $\mu = 0.6$ . Man erkennt, dass sich die Teilchen im Laufe der Simulation vorwiegend parallel und zu einem wesentlichen Teil auch antiparallel zum Hintergrundmagnetfeld ausrichten. Teilchen mit vorwiegend senkrechter Ausbreitungsrichtung sind am Ende der Simulation kaum noch vorhanden.

weniger des Transports. Insofern sind diese Untersuchungen auch nur bedingt mit der hier präsentierten Arbeit vergleichbar. Beispiele für diese Gruppe von Simulationen sind Luhmann et al. (2007), Roth et al. (2007) und Verkhoglyadova et al. (2009).

- Es existieren des Weiteren Simulationen, die ähnlich wie in dieser Arbeit das Transportverhalten anhand der Fokker-Planck-Koeffizienten und der mittleren freien Weglänge untersuchen und insofern besser mit dieser Arbeit verglichen werden können (vgl. hierzu Kapitel 2.3.3). Diese Untersuchungen konzentrieren sich im Allgemeinen auf das Streuverhalten in Abhängigkeit unterschiedlicher Turbulenzmodelle bzw. auf eine angemessene Modellierung der von der QLT schlecht erfassten Prozesse wie z.B. der Senkrechtstreuung. Das Experiment wird dabei vor allem dazu verwendet, über einen Vergleich mit den Simulationsergebnissen Erkenntnisse z.B. über die Turbulenzzusammensetzung zu generieren (vgl. z.B. Shalchi u. Schlickeiser (2004), Qin et al. (2002) und Shalchi et al. (2004b)). Bislang existieren

## 4 Ergebnisse



**Abbildung 4.47:** Anzahl der Teilchen pro  $\mu$ -Abschnitt nach 3.6 Gyrationen, nach der Hälfte sowie am Ende der Simulation bei einer ursprünglich gleichverteilten Teilcheninjektion zwischen  $\mu = 0.8$  und  $\mu = 1$ . Man erkennt, dass aus der ursprünglich parallelen Vorzugsrichtung im Laufe der Zeit auch Teilchen mit einer antiparallelen Vorzugsrichtung hervorgehen. Teilchen mit vorwiegend senkrechter Ausbreitungsrichtung sind am Ende der Simulation hingegen kaum vorhanden.

allerdings keine Simulationen in einem dynamischen MHD-Plasma, die sich auf die Messergebnisse eines Experiments beziehen und außer den direkten Messergebnissen der Magnetfelder, der kompressiblen MHD-Näherung des Plasmas mit einem rein inkompressiblen Treibmodell keine weiteren Annahmen einfließen lassen.

## 5 Zusammenfassung und Ausblick

Nachfolgend werden die wichtigsten Ergebnisse der Untersuchung der Turbulenz und anschließend des Transports zusammengefasst und darüber hinaus ein kurzer Ausblick für mögliche künftige Entwicklungen gegeben.

Ziel der hier gezeigten **Turbulenzuntersuchung** war es, den Einfluss von kompressiblem und inkompressiblem Treiben auf die sich entwickelnde Turbulenz zu analysieren. Dies entspricht den angenommenen Treibszenarien, bei denen z.B. Schockwellen von Supernovae oder CMEs (kompressibel) bzw. Teilchenströme (inkompressibel) eine kinetische Energiezufuhr in das Medium darstellen. Die Frage nach der angemessenen Treibart hängt also direkt vom Turbulenzerzeugungsmechanismus ab. In der Vergangenheit wurden Simulationen der kompressiblen MHD weitgehend durch das Treiben inkompressibler Fluktuationen modelliert. Wenn man die Möglichkeit ernst nimmt, dass Turbulenzen durch Supernovae, Supernovaüberreste oder CMEs getrieben werden können, muss eine ausführliche Untersuchung der Turbulenz auch für kompressible Treibszenarien vorgenommen werden. Der Effekt auf die einsetzende, sich entwickelnde und konvergierte Turbulenz wurde dabei in Abhängigkeit von der Treibart und dem Grad der Magnetisierung untersucht und gegenübergestellt.

- **schwaches Treiben der Turbulenz:** In Kapitel 4.1 wird die Drei-Wellen-Wechselwirkung als dominanter Prozess des Energietransfers zwischen kompressiblen und inkompressiblen Moden sowie umgekehrt nachgewiesen. Hierzu wurde zunächst in Kapitel 4.1.2 eine inverse Kaskade im Verlauf der Turbulenzentwicklung als typisches Merkmal der Drei-Wellen-Wechselwirkung aus den Simulationsergebnissen extrahiert. Anschließend wurde in Kapitel 4.1.3 die Abhängigkeit der Energie der kompressiblen Moden bei inkompressiblem Treiben und umgekehrt die Abhängigkeit der Energie der inkompressiblen Moden bei kompressiblem Treiben von der Treibenergie mit den Interaktionsraten der Drei-Wellen-Wechselwirkung verglichen. Außer für  $\beta = 10$  und kompressibles Treiben konnte hierbei die Drei-Wellen-



Wechselwirkung nachgewiesen werden. Anschließend wurde in 4.1.4 der Übergang zum starken Turbulenzregime simuliert und die damit verbundene plausible Änderung der Interaktionsraten aufgezeigt. Dieser Mechanismus des Energietransfers erweist sich als äußerst effizient insbesondere bei der Umwandlung von inkompressiblen in kompressible Moden.

- **starkes Treiben der Turbulenz; entstehende Turbulenz:** In Kapitel 4.2.1 konnte gezeigt werden, dass die ersten Wellen für kompressibles Treiben der Turbulenz schnelle magnetosonische Wellen mit senkrechter Ausbreitungsrichtung im Bezug auf das Hintergrundmagnetfeld sind, wohingegen für inkompressibles Treiben zunächst Alfvénwellen angeregt werden, die sich parallel zum Hintergrundmagnetfeld ausbreiten. Die Entstehung der ersten Wellen kann dabei durch die Induktionsgleichung vorhergesagt werden. Hieraus kann gefolgert werden, dass für sehr frühe Zeiten die Anisotropie eines Treibenszenarios, z.B. die Vorzugsrichtung einer Schockwelle in Turbulenzentstehungsmodellen (siehe z.B. Vainio u. Laitinen (2008)), nicht von Bedeutung ist, da unabhängig von dieser Vorzugsrichtung nur Wellen unter ganz bestimmten Winkeln angeregt werden können. Allerdings sollte die bevorzugte Ausrichtung dieser Wellen soweit erforderlich ebenfalls berücksichtigt werden. Des Weiteren konnte auch für sehr frühe Zeiten bei starkem Treiben der Turbulenz die Drei-Wellen-Wechselwirkung als relevanter Prozess für den Energietransfer zwischen kompressiblen und inkompressiblen Moden nachgewiesen werden. Dies führt auch zu einer Isotropisierung der Magnetfeldspektren. Die Anisotropie zu frühen Zeiten ist vielleicht nicht beobachtbar, aber es ist durchaus möglich, dass sie den Teilchentransport und damit die Teilchenbeschleunigung und ihr Verlassen der Beschleunigungsregion beeinflussen.
- **starkes Treiben der Turbulenz; zeitliche Entwicklung der Turbulenz:** Auch der Verwirbelungsgrad der Magnetfeldlinien hängt vom angenommenen Treibenszenario ab. Für inkompressibles Treiben zeigt sich deutlich früher eine starke Verwirbelung der Magnetfeldlinien. Es wird deutlich, dass eine effektive Turbulenzkaskade nur in verwirbelten Magnetfeldern einsetzen kann. Setzt die Kaskade erst zu späteren Simulationszeiten ein, so findet sich ein Maximum im zeitlichen Verlauf von  $P_K$ , da Energie bei den großskaligen turbulenten Strukturen angestaut wird. Die Bildung eines Maximums im zeitlichen Verlauf von  $P_B$  hängt mit dem Grad der Magnetisierung zusammen und könnte einen direkten Einfluss auf die

Beschleunigung niederenergetischer Teilchen in noch nicht vollständig entwickelter Turbulenz haben, da diese mit Wellen großer Wellenzahl resonant wechselwirken. Durch eine verzögerte Kaskade könnten diese Teilchen somit erst sehr spät zu hohen Impulsen beschleunigt werden. Darüber hinaus konnte nachgewiesen werden, dass zu frühen Zeiten unabhängig von der Treibart mehr kompressible Moden im System vorzufinden sind, was mit der höheren Anzahl an Freiheitsgraden aufgrund der senkrechten Ausbreitungsrichtung der kompressiblen Moden im Vergleich zu den nur parallel laufenden Alfvénwellen zusammenhängt. Langfristig befindet sich allerdings mehr Energie in der inkompressiblen Komponente der Turbulenz. Dies kann sowohl mit stärkeren Dämpfungseffekten der kompressiblen Komponente zusammenhängen als auch mit einer effizienteren Umwandlung von kompressibler in inkompressible Turbulenz als dies umgekehrt der Fall ist.

- **starkes Treiben der Turbulenz; Sättigungsbereich der Turbulenz:** Die Anisotropie der Spektren im Sättigungsbereich der Turbulenz hängt für starke Magnetfelder deutlich vom Treiberszenario ab. Für Systeme mit schwachen Magnetfeldern erweisen sich die Spektren hingegen als äußerst isotrop. Für inkompressibles Treiben bestätigen sich im Wesentlichen die Vorhersagen einer senkrechten Vorzugsrichtung in  $P_K, P_{Shear}$  und  $P_B$  von Goldreich u. Sridhar (1995).  $P_{Comp}$  ist weitgehend isotrop. Für kompressibles Treiben zeigen die Spektren von  $P_K, P_{Shear}, P_{Comp}$  eine parallele Vorzugsrichtung, wohingegen  $P_B$  weitgehend isotrop ist. Hieraus lässt sich schlussfolgern, dass die Transformation von inkompressiblen in kompressible Moden weniger effizient verläuft. Für konvergierte Spektren wurde der Einfluss des Treibers auf die Spektren für inkompressibles Treiben im Konvergenzbereich bereits von Vestuto et al. (2003) untersucht. Diese Ergebnisse stimmen mit den hier gezeigten überein.

In der Vergangenheit wurden die meisten Turbulenzuntersuchungen auf Grundlage der inkompressiblen MHD simuliert. Dafür gibt es zwei wichtige Gründe: Zum einen beziehen sich die heute gängigen Turbulenzmodelle auf rein inkompressible Turbulenz (GS, IK), darüber hinaus leiden die Simulationen der inkompressiblen MHD deutlich weniger an Dissipation, die eine vernünftige Untersuchung des Inertialbereichs erheblich erschwert. Die Simulationen der kompressiblen MHD-Gleichungen weisen zumeist inkompressible Treibmodelle auf, was für voll entwickelte, starke Turbulenz gut geeignet ist, da die turbulente Kaskade als weitgehend inkompressibel gilt (vgl. Maron u. Gold-

reich (2001)). Somit kann selbst bei kompressiblen Phänomenen wie Schocks in einiger Entfernung von den direkt getriebenen Turbulenzen im Wellenzahlenraum eine Dominanz der inkompressiblen, turbulenten Strukturen gefunden werden. Da allerdings in der inneren Heliosphäre und in der Nähe der Korona die Fluktuationen im Vergleich zum Hintergrundmagnetfeld klein sind und somit das Regime der schwachen Turbulenz vorherrscht (vgl. Tu u. Marsch (1996) und Rappazzo (2010)), ist die Annahme einer vorwiegend inkompressiblen Kaskade in diesem Zusammenhang unzulässig. Die in dieser Arbeit vorgestellten Untersuchungen zeigen einen deutlichen Energietransfer auch von inkompressiblen zu kompressiblen Moden und somit, dass die kompressible Komponente nicht vernachlässigt werden kann. Die starke Abhängigkeit der Resultate vom angenommenen Treibmodell stützt diese These. Da die gesamte Turbulenzentwicklung stark vom Treibszenario abzuhängen scheint, sollte die angemessene Simulation der Turbulenzerzeugungsmechanismen in Zukunft deutlich detaillierter diskutiert werden. Vermutlich wäre hierfür auch eine geeignete Kombination von kinetischen Modellen und MHD-Simulationen zielführend. Hieraus könnte endlich ein realistischeres Verständnis der Prozesse astrophysikalischer Turbulenz hervorgehen und eine Überwindung der heutigen, rein inkompressiblen Turbulenzmodelle erfolgen.

Die hier gezeigten **Transportsimulationen** grenzen sich von früheren Untersuchungen vor allem durch eine realistischere Modellierung des turbulenten Plasmas ab. Dieses wurde durch die Simulation der kompressiblen MHD-Gleichungen in Kombination mit einem dem Szenario angemessenen Turbulenztreiber erreicht. Im Vergleich mit früheren Simulationen, bei denen die Turbulenz entweder rein statisch oder durch die etwas künstliche Überlagerung von 2D- und Slab-Turbulenz berechnet wurde, stellt dies sicherlich eine deutliche Verbesserung dar. Problematisch bei der Simulation oder auch der analytischen Untersuchung des Teilchentransports ist und bleibt allerdings unsere limitierte Kenntnis der tatsächlichen dreidimensionalen Struktur heliosphärischer Turbulenz. Die Untersuchungen des Teilchentransports dieser Arbeit zeigen dennoch ein hohes Maß an Übereinstimmung mit dem Experiment und untermauern somit trotz der offensichtlichen Limitierung die hohe Validität des Codes für die angenommene Problemstellung: Neben dem direkten Nachweis der Welle-Teilchen-Resonanz wurden auch einzelne Resonanzen in den Fokker-Planck-Koeffizienten nachgewiesen und das Streuverhalten im Detail analysiert. Darüber hinaus wurden auch die experimentellen Resultate für die mittlere freie Weglänge der Teilchen eines Flares mit großer Genauigkeit im Rahmen einer Simulation reproduziert und das Streuverhalten genauer analysiert. Es zeigt sich, dass die QLT für

diesen Fall eher keine geeignete Theorie darstellt, was auch in der Vergangenheit bereits zu der Entwicklung zahlreicher nichtlinearer Transporttheorien geführt hat (vgl. 2.3.3), die allerdings wiederum an einer mäßigen Modellierung der Turbulenz leiden. Die Teilchen weisen im Rahmen der Simulation ein diffusives Streuverhalten auf. Darüber hinaus zeigt sich ein deutlicher, winkelabhängiger Energieverlust, der vor allem in der Nähe der Resonanzen stark ausgeprägt ist. Ein besonders interessantes Ergebnis zeigt sich in der Umverteilung der Teilchen im  $\mu$ -Raum: Offensichtlich richten sich die Teilchen während ihres Transports vorzugsweise parallel bzw. antiparallel zum Hintergrundmagnetfeld aus. Dieses Ergebnis ist ebenfalls experimentell bestätigt.

Insgesamt erweist sich der hier vorgestellte Code als äußerst effizientes Werkzeug zur Simulation des Teilchentransports. In der Zukunft sollten weitere Untersuchungen und vielleicht auch eine Erweiterung auf Teilchen aus CMEs vorgenommen werden. Insbesondere die genaue Analysefähigkeit des Transportverhaltens der Teilchen im Vergleich zum Experiment könnte auch für die analytische Modellierung wesentliche Impulse geben. Außerdem bietet sich die Möglichkeit, analytische Modelle direkt mit der Simulation zu vergleichen, um weitere Erkenntnisse für den Transport zu gewinnen. Gerade besonders umstrittene Fragestellungen wie beispielsweise im Bereich des Senkrechttransports könnten davon deutlich profitieren.

Zukünftige, leistungsfähigere Rechner werden sowohl für Turbulenz- als auch Transportuntersuchungen nützlich sein. Zum einen wird sich dann ein breiterer Inertialbereich simulieren lassen, was beiden Forschungsrichtungen zugute kommt. Zugleich stünden damit insbesondere beim Teilchentransport mehr Wellen für die resonante Welle-Teilchen-Wechselwirkung zur Verfügung.

# Literaturverzeichnis

[Armstrong 1995]

ARMSTRONG: Electron density power spectrum in the local interstellar medium. In: *Astrophys. J.* 443 (1995), April, S. 209–221. <http://dx.doi.org/10.1086/175515>.  
– DOI 10.1086/175515

[Balogh et al. 1999]

BALOGH, A. ; FORSYTH, R. J. ; LUCEK, E. A. ; HORBURY, T. S. ; SMITH, E. J.: Heliospheric magnetic field polarity inversions at high heliographic latitudes. In: *Geophys. Res. Lett.* 26 (1999), März, S. 631–634. <http://dx.doi.org/10.1029/1999GL900061>.  
– DOI 10.1029/1999GL900061

[Barnes 1979]

BARNES, A. ; PARKER, E. N., KENNEL, C. F., & LANZEROTTI, L. J. (Hrsg.): *Hydromagnetic waves and turbulence in the solar wind*. 1979. – 249–319 S

[Bavassano et al. 2000]

BAVASSANO, B. ; PIETROPAOLO, E. ; BRUNO, R.: On the evolution of outward and inward Alfvénic fluctuations in the polar wind. In: *J. Geophys. Res.* 105 (2000), Juli, S. 15959–15964. <http://dx.doi.org/10.1029/1999JA000276>. – DOI 10.1029/1999JA000276

[Belcher u. Davis 1971]

BELCHER, J. W. ; DAVIS, L.: Large-amplitude Alfvén waves in the interplanetary medium, 2. In: *J. Geophys. Res.* 76 (1971), S. 3534–3563. <http://dx.doi.org/10.1029/JA076i016p03534>. – DOI 10.1029/JA076i016p03534

[Belcher u. Solodyna 1975]

BELCHER, J. W. ; SOLODYNA, C. V.: Alfvén waves and directional discontinuities

- in the interplanetary medium. In: *J. Geophys. Res.* 80 (1975), Januar, S. 181–186. <http://dx.doi.org/10.1029/JA080i001p00181>. – DOI 10.1029/JA080i001p00181
- [Bieber u. Matthaeus 1991]  
BIEBER, J. W. ; MATTHAEUS, W. H.: Cosmic Ray Pitch Angle Scattering in Dynamical Magnetic Turbulence. In: *International Cosmic Ray Conference* Bd. 3, 1991, S. 248–+
- [Bieber u. Matthaeus 1997]  
BIEBER, J. W. ; MATTHAEUS, W. H.: Perpendicular Diffusion and Drift at Intermediate Cosmic-Ray Energies. In: *Astrophys. J.* 485 (1997), August, S. 655–+. <http://dx.doi.org/10.1086/304464>. – DOI 10.1086/304464
- [Bieber et al. 1994]  
BIEBER, J. W. ; MATTHAEUS, W. H. ; SMITH, C. W. ; WANNER, W. ; KALLENRODE, M.-B. ; WIBBERENZ, G.: Proton and electron mean free paths: The Palmer consensus revisited. In: *Astrophys. J.* 420 (1994), Januar, S. 294–306. <http://dx.doi.org/10.1086/173559>. – DOI 10.1086/173559
- [Bieber et al. 1988]  
BIEBER, J. W. ; SMITH, C. W. ; MATTHAEUS, W. H.: Cosmic-ray pitch-angle scattering in isotropic turbulence. In: *Astrophys. J.* 334 (1988), November, S. 470–475. <http://dx.doi.org/10.1086/166851>. – DOI 10.1086/166851
- [Bieber et al. 1996]  
BIEBER, J. W. ; WANNER, W. ; MATTHAEUS, W. H.: Dominant two-dimensional solar wind turbulence with implications for cosmic ray transport. In: *J. Geophys. Res.* 101 (1996), Februar, S. 2511–2522. <http://dx.doi.org/10.1029/95JA02588>. – DOI 10.1029/95JA02588
- [Biskamp 1993]  
BISKAMP, D. ; BISKAMP, D. (Hrsg.): *Nonlinear magnetohydrodynamics*. 1993
- [Biskamp 2003]  
BISKAMP, D. ; BISKAMP, D. (Hrsg.): *Magnetohydrodynamic Turbulence*. 2003

[Bittencourt 2004]

BITTENCOURT, J. A.: *Fundamentals of Plasma Physics*. Berlin Heidelberg New York : Springer, 2004. – ISBN 0–387–20975–1

[Bruno u. Bavassano 1991]

BRUNO, R. ; BAVASSANO, B.: Origin of low cross-helicity regions in the inner solar wind. In: *J. Geophys. Res.* 96 (1991), Mai, S. 7841–7851. <http://dx.doi.org/10.1029/91JA00144>. – DOI 10.1029/91JA00144

[Bruno u. Bavassano 1993]

BRUNO, R. ; BAVASSANO, B.: Cross-helicity depletions in the inner heliosphere, and magnetic field and velocity fluctuation decoupling. In: *Planet. Space Sci.* 41 (1993), September, S. 677–685. [http://dx.doi.org/10.1016/0032-0633\(93\)90052-4](http://dx.doi.org/10.1016/0032-0633(93)90052-4). – DOI 10.1016/0032-0633(93)90052-4

[Bruno u. Carbone 2005]

BRUNO, R. ; CARBONE, V.: The Solar Wind as a Turbulence Laboratory. In: *Living Reviews in Solar Physics* 2 (2005), September, S. 4–+

[Chandran 2005]

CHANDRAN, B. D. G.: Weak Compressible Magnetohydrodynamic Turbulence in the Solar Corona. In: *Physical Review Letters* 95 (2005), Dezember, Nr. 26, S. 265004–+. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.95.265004>. – DOI 10.1103/PhysRevLett.95.265004

[Chandrasekhar 1943]

CHANDRASEKHAR, S.: Stochastic Problems in Physics and Astronomy. In: *Reviews of Modern Physics* 15 (1943), Januar, S. 1–89. <http://dx.doi.org/10.1103/RevModPhys.15.1>. – DOI 10.1103/RevModPhys.15.1

[Chin u. Wentzel 1972]

CHIN, Y.-C. ; WENTZEL, D. G.: Nonlinear Dissipation of Alfvén Waves. In: *Astrophys. Space. Sci.* 16 (1972), Juni, S. 465–477. <http://dx.doi.org/10.1007/BF00642346>. – DOI 10.1007/BF00642346

[Cho u. Lazarian 2002]

CHO, J. ; LAZARIAN, A.: Compressible Sub-Alfvénic MHD Turbulence in Low- $\beta$

Plasmas. In: *Physical Review Letters* 88 (2002), Juni, Nr. 24, S. 245001–+. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.88.245001>. – DOI 10.1103/PhysRevLett.88.245001

[Cho u. Lazarian 2003]

CHO, J. ; LAZARIAN, A.: Compressible magnetohydrodynamic turbulence: mode coupling, scaling relations, anisotropy, viscosity-damped regime and astrophysical implications. In: *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 345 (2003), Oktober, S. 325–339. <http://dx.doi.org/10.1046/j.1365-8711.2003.06941.x>. – DOI 10.1046/j.1365-8711.2003.06941.x

[Chupp 1984]

CHUPP, E. L.: High-Energy Neutral Radiations from the Sun. In: *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 22 (1984), S. 359–387. <http://dx.doi.org/10.1146/annurev.aa.22.090184.002043>. – DOI 10.1146/annurev.aa.22.090184.002043

[Dröge 2000]

DRÖGE, W.: Particle Scattering by Magnetic Fields. 93 (2000), Juli, S. 121–151. <http://dx.doi.org/10.1023/A:1026588210726>. – DOI 10.1023/A:1026588210726

[Dröge 2003]

DRÖGE, W.: Solar Particle Transport in a Dynamical Quasi-linear Theory. In: *Astrophys. J.* 589 (2003), Juni, S. 1027–1039. <http://dx.doi.org/10.1086/374812>. – DOI 10.1086/374812

[Dröge u. Kartavykh 2009]

DRÖGE, W. ; KARTAVYKH, Y. Y.: Testing Transport Theories with Solar Energetic Particles. In: *Astrophys. J.* 693 (2009), März, S. 69–74. <http://dx.doi.org/10.1088/0004-637X/693/1/69>. – DOI 10.1088/0004-637X/693/1/69

[Dröge et al. 2006]

DRÖGE, W. ; KARTAVYKH, Y. Y. ; KLECKER, B. ; MASON, G. M.: Acceleration and Transport Modeling of Solar Energetic Particle Charge States for the Event of 1998 September 9. In: *Astrophys. J.* 645 (2006), Juli, S. 1516–1524. <http://dx.doi.org/10.1086/504515>. – DOI 10.1086/504515

[Dröge u. Schlickeiser 1993]

DRÖGE, W. ; SCHLICKEISER, R.: The Effect of Thermal Resonance Broadening on



the Transport of Solar Energetic Particles: II. Comparison with Observations. In: *International Cosmic Ray Conference* Bd. 3, 1993, S. 199–+

[Edith Falgarone 2003]

EDITH FALGARONE, Thierry P.: *Turbulence and Magnetic Fields in Astrophysics*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2003

[Elmegreen u. Scalo 2004]

ELMEGREEN, B. G. ; SCALO, J.: Interstellar Turbulence I: Observations and Processes. In: *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 42 (2004), September, S. 211–273. <http://dx.doi.org/10.1146/annurev.astro.41.011802.094859>. – DOI 10.1146/annurev.astro.41.011802.094859

[Evenson et al. 1990]

EVENSON, P. ; KROEGER, R. ; MEYER, P. ; REAMES, D.: Solar neutron decay proton observations in cycle 21. In: *Astrophys. J., Suppl. Ser.* 73 (1990), Juni, S. 273–277. <http://dx.doi.org/10.1086/191462>. – DOI 10.1086/191462

[Federrath et al. 2008]

FEDERRATH, C. ; KLESSEN, R. S. ; SCHMIDT, W.: The Density Probability Distribution in Compressible Isothermal Turbulence: Solenoidal versus Compressive Forcing. In: *Astrophys. J., Lett.* 688 (2008), Dezember, S. L79–L82. <http://dx.doi.org/10.1086/595280>. – DOI 10.1086/595280

[Federrath et al. 2010]

FEDERRATH, C. ; ROMAN-DUVAL, J. ; KLESSEN, R. S. ; SCHMIDT, W. ; MAC LOW, M.-M.: Comparing the statistics of interstellar turbulence in simulations and observations. Solenoidal versus compressive turbulence forcing. In: *Astron. Astrophys.* 512 (2010), März, S. A81+. <http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361/200912437>. – DOI 10.1051/0004-6361/200912437

[Fisk 1978]

FISK, L. A.: He-3-rich flares - A possible explanation. In: *Astrophys. J.* 224 (1978), September, S. 1048–1055. <http://dx.doi.org/10.1086/156456>. – DOI 10.1086/156456

[Forsyth u. Breen 2002]

FORSYTH, B. ; BREEN, A.: Meeting report: The 3-D Sun and heliosphere at solar maximum. In: *Astronomy and Geophysics* 43 (2002), Juni, Nr. 3, S. 030000–3.

<http://dx.doi.org/10.1046/j.1468-4004.2002.43332.x>. – DOI 10.1046/j.1468-4004.2002.43332.x

[Forsyth et al. 1997]

FORSYTH, F. J. ; BALOGH, A. ; HORBURY, T. S. ; SMITH, E. J.: The heliospheric magnetic field at solar minimum as observed by ULYSSES. In: *Advances in Space Research* 19 (1997), Mai, S. 839–842. [http://dx.doi.org/10.1016/S0273-1177\(97\)00288-3](http://dx.doi.org/10.1016/S0273-1177(97)00288-3). – DOI 10.1016/S0273-1177(97)00288-3

[Forsyth et al. 1996]

FORSYTH, R. J. ; HORBURY, T. S. ; BALOGH, A. ; SMITH, E. J.: Hourly variances of fluctuations in the heliospheric magnetic field out of the ecliptic plane. In: *Geophys. Res. Lett.* 23 (1996), S. 595–598. <http://dx.doi.org/10.1029/96GL00416>. – DOI 10.1029/96GL00416

[Frisch 2006]

FRISCH, Uriel: *Turbulence*. Cambridge University press, 2006

[Galtier 2009]

GALTIER, S.: Wave turbulence in magnetized plasmas. In: *Nonlinear Processes in Geophysics* 16 (2009), Februar, S. 83–98

[Gardiner 1983]

GARDINER, C. W.: *Handbook of Stochastic Methods*. Berlin : Springer, 1983

[Ghosh et al. 1998]

GHOSH, S. ; MATTHAEUS, W. H. ; ROBERTS, D. A. ; GOLDSTEIN, M. L.: The evolution of slab fluctuations in the presence of pressure-balanced magnetic structures and velocity shears. In: *J. Geophys. Res.* 103 (1998), Oktober, S. 23691–23704. <http://dx.doi.org/10.1029/98JA02195>. – DOI 10.1029/98JA02195

[Giacalone u. Jokipii 1999]

GIACALONE, J. ; JOKIPII, J. R.: The Transport of Cosmic Rays across a Turbulent Magnetic Field. In: *Astrophys. J.* 520 (1999), Juli, S. 204–214. <http://dx.doi.org/10.1086/307452>. – DOI 10.1086/307452

[Goldreich u. Sridhar 1995]

GOLDREICH, P. ; SRIDHAR, S.: Toward a theory of interstellar turbulence. 2: Strong

- alfvenic turbulence. In: *Astrophys. J.* 438 (1995), Januar, S. 763–775. <http://dx.doi.org/10.1086/175121>. – DOI 10.1086/175121
- [Goldreich u. Sridhar 1997]  
GOLDREICH, P. ; SRIDHAR, S.: Magnetohydrodynamic Turbulence Revisited. In: *Astrophys. J.* 485 (1997), August, S. 680–+. <http://dx.doi.org/10.1086/304442>. – DOI 10.1086/304442
- [Goldstein et al. 1975]  
GOLDSTEIN, M. L. ; KLIMAS, A. J. ; SANDRI, G.: Mirroring in the Fokker-Planck coefficient for cosmic-ray pitch-angle scattering in homogeneous magnetic turbulence. In: *Astrophys. J.* 195 (1975), Februar, S. 787–799. <http://dx.doi.org/10.1086/153383>. – DOI 10.1086/153383
- [Hassler et al. 1999]  
HASSLER, D. M. ; DAMMASCH, I. E. ; LEMAIRE, P. ; BREKKE, P. ; CURDT, W. ; MASON, H. E. ; VIAL, J.-C. ; WILHELM, K.: Solar Wind Outflow and the Chromospheric Magnetic Network. In: *Science* 283 (1999), Februar, S. 810–+. <http://dx.doi.org/10.1126/science.283.5403.810>. – DOI 10.1126/science.283.5403.810
- [Horbury et al. 1995]  
HORBURY, T. S. ; BALOGH, A. ; FORSYTH, R. J. ; SMITH, E. J.: Observations of evolving turbulence in the polar solar wind. In: *Geophys. Res. Lett.* 22 (1995), S. 3401–3404. <http://dx.doi.org/10.1029/95GL03550>. – DOI 10.1029/95GL03550
- [Horbury u. Tsurutani 2001]  
HORBURY, T. S. ; TSURUTANI, B. ; BALOGH, A., MARSDEN, R. G., & SMITH, E. J. (Hrsg.): *Ulysses measurements of waves, turbulence and discontinuities*. 2001. – 167–227 S
- [Iroshnikov 1963]  
IROSHNIKOV, P. S.: Turbulence of a Conducting Fluid in a Strong Magnetic Field. In: *Astron. Zh.* 40 (1963), S. 742–+
- [Jokipii 1966]  
JOKIPII, J. R.: Cosmic-Ray Propagation. I. Charged Particles in a Random Magnetic Field. In: *Astrophys. J.* 146 (1966), November, S. 480–+. <http://dx.doi.org/10.1086/148912>. – DOI 10.1086/148912

[Kahler 1982]

KAHLER, S. W.: The role of the big flare syndrome in correlations of solar energetic proton fluxes and associated microwave burst parameters. In: *J. Geophys. Res.* 87 (1982), Mai, S. 3439–3448. <http://dx.doi.org/10.1029/JA087iA05p03439>. – DOI 10.1029/JA087iA05p03439

[Kahler 1992]

KAHLER, S. W.: Solar flares and coronal mass ejections. In: *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 30 (1992), S. 113–141. <http://dx.doi.org/10.1146/annurev.aa.30.090192.000553>. – DOI 10.1146/annurev.aa.30.090192.000553

[Kaiser et al. 1978]

KAISER, T. B. ; BIRMINGHAM, T. J. ; JONES, F. C.: Computer simulation of the velocity diffusion of cosmic rays. In: *Phys. Fluids* 21 (1978), März, S. 361–373

[Kissmann 2006]

KISSMANN, Ralf: *Dissertation*. Ruhr-Universität Bochum : Fakultät für Physik und Astronomie, 2006

[Klein et al. 1993]

KLEIN, L. ; BRUNO, R. ; BAVASSANO, B. ; ROSENBAUER, H.: Anisotropy and minimum variance of magnetohydrodynamic fluctuations in the inner heliosphere. In: *J. Geophys. Res.* 98 (1993), Oktober, S. 17461–17466. <http://dx.doi.org/10.1029/93JA01522>. – DOI 10.1029/93JA01522

[Kocharov et al. 1998]

KOCHAROV, L. ; VAINIO, R. ; KOVALTSOV, G. A. ; TORSTI, J.: Adiabatic Deceleration of Solar Energetic Particles as Deduced from Monte Carlo Simulations of Interplanetary Transport. In: *Sol. Phys.* 182 (1998), September, S. 195–215. <http://dx.doi.org/10.1023/A:1005040118200>. – DOI 10.1023/A:1005040118200

[Kolmogorov 1941]

KOLMOGOROV, A.: The Local Structure of Turbulence in Incompressible Viscous Fluid for Very Large Reynolds' Numbers. In: *Akademiia Nauk SSSR Doklady* 30 (1941), S. 301–305

[Kowal et al. 2007]

KOWAL, G. ; LAZARIAN, A. ; BERESNYAK, A.: Density Fluctuations in MHD Turbulence: Spectra, Intermittency, and Topology. In: *Astrophys. J.* 658 (2007), März, S. 423–445. <http://dx.doi.org/10.1086/511515>. – DOI 10.1086/511515

[Kraichnan 1965]

KRAICHNAN, R. H.: Inertial-Range Spectrum of Hydromagnetic Turbulence. In: *Physics of Fluids* 8 (1965), Juli, S. 1385–1387. <http://dx.doi.org/10.1063/1.1761412>. – DOI 10.1063/1.1761412

[Kubo 1957]

KUBO, R.: Statistical-Mechanical Theory of Irreversible Processes. I. In: *Journal of the Physical Society of Japan* 12 (1957), Juni, S. 570–+

[Kurganov u. Levy 2000]

KURGANOV, A. ; LEVY, D.: A Third-Order Semi-Discrete Central Scheme for Conservation Laws and Convection-Diffusion Equations. In: *ArXiv Mathematics e-prints* (2000), Februar

[Kuznetsov 2001]

KUZNETSOV, E. A.: Weak Magnetohydrodynamic Turbulence of a Magnetized Plasma. In: *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics* 93 (2001), November, S. 1052–1064. <http://dx.doi.org/10.1134/1.1427116>. – DOI 10.1134/1.1427116

[Lafebre 2007]

LAFEBRE, Sven: *cosmic ray spectrum*. [http://en.wikipedia.org/wiki/Cosmic\\_ray](http://en.wikipedia.org/wiki/Cosmic_ray), Januar 2007

[Lee 1982]

LEE, M. A.: Coupled hydromagnetic wave excitation and ion acceleration upstream of the earth's bow shock. In: *J. Geophys. Res.* 87 (1982), Juli, S. 5063–5080. <http://dx.doi.org/10.1029/JA087iA07p05063>. – DOI 10.1029/JA087iA07p05063

[Lee 2005]

LEE, M. A.: Generation of Turbulence at Shocks. In: G. LI, G. P. ZANK, & C. T. RUSSELL (Hrsg.): *The Physics of Collisionless Shocks: 4th Annual IGPP International Astrophysics Conference* Bd. 781, 2005, S. 240–245

[Luhmann et al. 2007]

LUHMANN, J. G. ; LEDVINA, S. A. ; KRAUSS-VARBAN, D. ; ODSTRCIL, D. ; RILEY, P.: A heliospheric simulation-based approach to SEP source and transport modeling. In: *Advances in Space Research* 40 (2007), S. 295–303. <http://dx.doi.org/10.1016/j.asr.2007.03.089>. – DOI 10.1016/j.asr.2007.03.089

[Malara et al. 2000]

MALARA, F. ; PRIMAVERA, L. ; VELTRI, P.: Nonlinear evolution of parametric instability of a large-amplitude nonmonochromatic Alfvén wave. In: *Physics of Plasmas* 7 (2000), Juli, S. 2866–2877. <http://dx.doi.org/10.1063/1.874136>. – DOI 10.1063/1.874136

[Malara et al. 2001]

MALARA, F. ; PRIMAVERA, L. ; VELTRI, P.: Parametric Instability of a Broad-band Alfvén Wave: Nonlinear Evolution and Saturation. In: P. BREKKE, B. FLECK, & J. B. GURMAN (Hrsg.): *Recent Insights into the Physics of the Sun and Heliosphere: Highlights from SOHO and Other Space Missions* Bd. 203, 2001, S. 511–+

[Malara et al. 2002]

MALARA, F. ; PRIMAVERA, L. ; VELTRI, P.: Parametric instability of Alfvénic fluctuations in high-latitude solar wind. In: H. SAWAYA-LACOSTE (Hrsg.): *Solspa 2001, Proceedings of the Second Solar Cycle and Space Weather Euroconference* Bd. 477, 2002, S. 309–312

[Maron u. Goldreich 2001]

MARON, J. ; GOLDRICH, P.: Simulations of Incompressible Magnetohydrodynamic Turbulence. In: *Astrophys. J.* 554 (2001), Juni, S. 1175–1196. <http://dx.doi.org/10.1086/321413>. – DOI 10.1086/321413

[Matthaeus et al. 1990]

MATTHAEUS, W. H. ; GOLDSTEIN, M. L. ; ROBERTS, D. A.: Evidence for the presence of quasi-two-dimensional nearly incompressible fluctuations in the solar wind. In: *J. Geophys. Res.* 95 (1990), Dezember, S. 20673–20683. <http://dx.doi.org/10.1029/JA095iA12p20673>. – DOI 10.1029/JA095iA12p20673

[Matthaeus et al. 1995]

MATTHAEUS, W. H. ; GRAY, P. C. ; PONTIUS, D. H. ; BIEBER, J. W.: Spatial

Structure and Field-Line Diffusion in Transverse Magnetic Turbulence. In: *Physical Review Letters* 75 (1995), September, S. 2136–2139

[Matthaeus et al. 2003]

MATTHAEUS, W. H. ; QIN, G. ; BIEBER, J. W. ; ZANK, G. P.: Nonlinear Collisionless Perpendicular Diffusion of Charged Particles. In: *Astrophys. J., Lett.* 590 (2003), Juni, S. L53–L56. <http://dx.doi.org/10.1086/376613>. – DOI 10.1086/376613

[Michalek 2001]

MICHALEK, G.: On the cosmic ray cross-field diffusion for solar wind turbulence. In: *Astron. Astrophys.* 376 (2001), September, S. 667–671. <http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361:20011013>. – DOI 10.1051/0004-6361:20011013

[Michalek u. Ostrowsky 1996]

MICHALEK, G. ; OSTROWSKY, M.: Cosmic ray momentum diffusion in the presence of nonlinear Alfvén waves. In: *Nonl. Proc. Geophys.* 3 (1996), S. 66–76

[Miller u. Roberts 1995]

MILLER, J. A. ; ROBERTS, D. A.: Stochastic Proton Acceleration by Cascading Alfvén Waves in Impulsive Solar Flares. In: *Astrophys. J.* 452 (1995), Oktober, S. 912–+. <http://dx.doi.org/10.1086/176359>. – DOI 10.1086/176359

[Miller u. Vinas 1993]

MILLER, J. A. ; VINAS, A. F.: Ion acceleration and abundance enhancements by electron beam instabilities in impulsive solar flares. In: *Astrophys. J.* 412 (1993), Juli, S. 386–400. <http://dx.doi.org/10.1086/172928>. – DOI 10.1086/172928

[Muraki et al. 1992]

MURAKI, Y. ; MURAKAMI, K. ; MIYAZAKI, M. ; MITSUI, K. ; SHIBATA, S. ; SAKAKIBARA, S. ; SAKAI, T. ; TAKAHASHI, T. ; YAMADA, T. ; YAMAGUCHI, K.: Observation of solar neutrons associated with the large flare on 1991 June 4. In: *Astrophys. J., Lett.* 400 (1992), Dezember, S. L75–L78. <http://dx.doi.org/10.1086/186653>. – DOI 10.1086/186653

[Ng u. Wong 1979]

NG, C. K. ; WONG, K.-Y.: Solar Particle Propagation Under the Influence of Pitch-Angle Diffusion and Collimation in the Interplanetary Magnetic Field. In: *International Cosmic Ray Conference* Bd. 5, 1979, S. 252–+

[Niemeyer 2003]

NIEMEYER, Jens: *Astrophysikalische Hydrodynamik*. 2003

[Palmer 1982]

PALMER, I. D.: Transport coefficients of low-energy cosmic rays in interplanetary space. In: *Reviews of Geophysics and Space Physics* 20 (1982), Mai, S. 335–351

[Perez u. Boldyrev 2008]

PEREZ, J. C. ; BOLDYREV, S.: On Weak and Strong Magnetohydrodynamic Turbulence. In: *Astrophys. J., Lett.* 672 (2008), Januar, S. L61–L64. <http://dx.doi.org/10.1086/526342>. – DOI 10.1086/526342

[Primavera et al. 2003]

PRIMAVERA, L. ; MALARA, F. ; VELTRI, P.: Parametric instability in the solar wind: numerical study of the nonlinear evolution. In: M. VELLI, R. BRUNO, F. MALARA, & B. BUCCI (Hrsg.): *Solar Wind Ten* Bd. 679, 2003, S. 505–508

[Qin et al. 2002]

QIN, G. ; MATTHAEUS, W. H. ; BIEBER, J. W.: Perpendicular Transport of Charged Particles in Composite Model Turbulence: Recovery of Diffusion. In: *Astrophys. J., Lett.* 578 (2002), Oktober, S. L117–L120. <http://dx.doi.org/10.1086/344687>. – DOI 10.1086/344687

[Qin et al. 2006]

QIN, G. ; ZHANG, M. ; DWYER, J. R.: Effect of adiabatic cooling on the fitted parallel mean free path of solar energetic particles. In: *Journal of Geophysical Research (Space Physics)* 111 (2006), August, Nr. A10, S. 8101–+. <http://dx.doi.org/10.1029/2005JA011512>. – DOI 10.1029/2005JA011512

[Ramaty et al. 1979]

RAMATY, R. ; KOZLOVSKY, B. ; LINGENFELTER, R. E.: Nuclear gamma-rays from energetic particle interactions. In: *Astrophys. J., Suppl. Ser.* 40 (1979), Juli, S. 487–526. <http://dx.doi.org/10.1086/190596>. – DOI 10.1086/190596

[Rappazzo 2010]

RAPPAZZO, A. F.: Nonlinear Processes in Coronal Heating and Slow Solar Wind Acceleration. In: *ArXiv e-prints* (2010), Januar



[Reames 1999]

REAMES, D. V.: Particle acceleration at the Sun and in the heliosphere. 90 (1999), Oktober, S. 413–491. <http://dx.doi.org/10.1023/A:1005105831781>. – DOI 10.1023/A:1005105831781

[Reames et al. 1988]

REAMES, D. V. ; DENNIS, B. R. ; STONE, R. G. ; LIN, R. P.: X-ray and radio properties of solar (He-3) rich events. In: *Astrophys. J.* 327 (1988), April, S. 998–1008. <http://dx.doi.org/10.1086/166257>. – DOI 10.1086/166257

[Rechester u. Rosenbluth 1978]

RECHESTER, A. B. ; ROSENBLUTH, M. N.: Electron heat transport in a Tokamak with destroyed magnetic surfaces. In: *Physical Review Letters* 40 (1978), Januar, S. 38–41

[Roelof 1969]

ROELOF, E. C.: Propagation of Solar Cosmic Rays in the Interplanetary Magnetic Field. In: H. ÖGELMAN & J. R. WAYLAND (Hrsg.): *Lectures in High-Energy Astrophysics*, 1969, S. 111–+

[Roth et al. 2007]

ROTH, I. ; LI, G. ; WANG, L. ; LIN, R.: Understanding transport of electrons in electron/He3 rich events using a direct Monte-Carlo approach. In: *AGU Fall Meeting Abstracts* (2007), Dezember, S. B6+

[Roth u. Temerin 1997]

ROTH, I. ; TEMERIN, M.: Enrichment of  $^3\text{He}$  and Heavy Ions in Impulsive Solar Flares. In: *Astrophys. J.* 477 (1997), März, S. 940–+. <http://dx.doi.org/10.1086/303731>. – DOI 10.1086/303731

[Ruffolo 1991]

RUFFOLO, D.: Interplanetary transport of decay protons from solar flare neutrons. In: *Astrophys. J.* 382 (1991), Dezember, S. 688–698. <http://dx.doi.org/10.1086/170756>. – DOI 10.1086/170756

[Ruffolo 1995]

RUFFOLO, D.: Effect of adiabatic deceleration on the focused transport of solar cosmic

- rays. In: *Astrophys. J.* 442 (1995), April, S. 861–874. <http://dx.doi.org/10.1086/175489>. – DOI 10.1086/175489
- [Scalo u. Elmegreen 2004]
- SCALO, J. ; ELMEGREEN, B. G.: Interstellar Turbulence II: Implications and Effects. In: *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 42 (2004), September, S. 275–316. <http://dx.doi.org/10.1146/annurev.astro.42.120403.143327>. – DOI 10.1146/annurev.astro.42.120403.143327
- [Schlickeiser 2009]
- SCHLICKEISER, Frank: Stochastische Prozesse und Diffusion. (2009)
- [Schlickeiser 1988]
- SCHLICKEISER, R.: On the interplanetary transport of solar cosmic rays. In: *J. Geophys. Res.* 93 (1988), April, S. 2725–2729. <http://dx.doi.org/10.1029/JA093iA04p02725>. – DOI 10.1029/JA093iA04p02725
- [Schlickeiser u. Dröge 1993]
- SCHLICKEISER, R. ; DRÖGE, W.: The Effect of Thermal Resonance Broadening on the Transport of Solar Energetic Particles: I. Theory. In: *International Cosmic Ray Conference* Bd. 3, 1993, S. 195–+
- [Schlickeiser 2002]
- SCHLICKEISER, Reinhard: *Cosmic Ray Astrophysics*. Berlin Heidelberg New York : Springer, 2002. – ISBN 3–540–66465–3
- [Schlüter 1985]
- SCHLÜTER, W: *Dissertation*, Universität Kiel, Diss., 1985
- [Sedov 1959]
- SEDOV, L. I. ; SEDOV, L. I. (Hrsg.): *Similarity and Dimensional Methods in Mechanics*. 1959
- [Shalchi et al. 2004a]
- SHALCHI, A. ; BIEBER, J. W. ; MATTHAEUS, W. H. ; QIN, G.: Nonlinear Parallel and Perpendicular Diffusion of Charged Cosmic Rays in Weak Turbulence. In: *Astrophys. J.* 616 (2004), November, S. 617–629. <http://dx.doi.org/10.1086/424839>. – DOI 10.1086/424839

[Shalchi et al. 2006]

SHALCHI, A. ; BIEBER, J. W. ; MATTHAEUS, W. H. ; SCHLICKEISER, R.: Parallel and Perpendicular Transport of Heliospheric Cosmic Rays in an Improved Dynamical Turbulence Model. In: *Astrophys. J.* 642 (2006), Mai, S. 230–243. <http://dx.doi.org/10.1086/500728>. – DOI 10.1086/500728

[Shalchi et al. 2004b]

SHALCHI, A. ; BIEBER, J. W. ; QIN, G. ; MATTHAEUS, W. H.: Nonlinear theories of parallel and perpendicular scattering of energetic particles. In: *AGU Spring Meeting Abstracts* (2004), Mai, S. A6+

[Shalchi u. Schlickeiser 2004]

SHALCHI, A. ; SCHLICKEISER, R.: The Parallel Mean Free Path of Heliospheric Cosmic Rays in Composite Slab/Two-dimensional Geometry. I. The Damping Model of Dynamical Turbulence. In: *Astrophys. J.* 604 (2004), April, S. 861–873. <http://dx.doi.org/10.1086/382065>. – DOI 10.1086/382065

[Skilling 1975]

SKILLING, J.: Cosmic ray streaming. III - Self-consistent solutions. In: *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 173 (1975), November, S. 255–269

[Smith 2003]

SMITH, C. W.: The Geometry of Turbulent Magnetic Fluctuations at High Heliographic Latitudes. In: M. VELLI, R. BRUNO, F. MALARA, & B. BUCCI (Hrsg.): *Solar Wind Ten Bd.* 679, 2003, S. 413–416

[Sridhar u. Goldreich 1994]

SRIDHAR, S. ; GOLDREICH, P.: Toward a theory of interstellar turbulence. 1: Weak Alfvénic turbulence. In: *Astrophys. J.* 432 (1994), September, S. 612–621. <http://dx.doi.org/10.1086/174600>. – DOI 10.1086/174600

[Stix 1978]

STIX, T. H.: Plasma transport across a braided magnetic field. In: *Nuclear Fusion* 18 (1978), März, S. 353–358

[Temerin u. Roth 1992]

TEMERIN, M. ; ROTH, I.: The production of He-3 and heavy ion enrichment in

- He-3-rich flares by electromagnetic hydrogen cyclotron waves. In: *Astrophys. J., Lett.* 391 (1992), Juni, S. L105–L108. <http://dx.doi.org/10.1086/186408>. – DOI 10.1086/186408
- [Tu u. Marsch 1991]  
TU, C.-Y. ; MARSCH, E.: A case study of very low cross-helicity fluctuations in the solar wind. In: *Annales Geophysicae* 9 (1991), Mai, S. 319–332
- [Tu u. Marsch 1995]  
TU, C.-Y. ; MARSCH, E.: MHD structures, waves and turbulence in the solar wind: Observations and theories. 73 (1995), Juli, S. 1–210. <http://dx.doi.org/10.1007/BF00748891>. – DOI 10.1007/BF00748891
- [Tu u. Marsch 1996]  
TU, C.-Y. ; MARSCH, E.: Energy spectrum transfer equations of solar wind turbulence. In: D. WINTERHALTER, J. T. GOSLING, S. R. HABBAL, W. S. KURTH, & M. NEUGEBAUER (Hrsg.): *American Institute of Physics Conference Series* Bd. 382, 1996, S. 233–238
- [Tu et al. 1989]  
TU, C.-Y. ; MARSCH, E. ; THIEME, K. M.: Basic properties of solar wind MHD turbulence near 0.3 AU analyzed by means of Elsasser variables. In: *J. Geophys. Res.* 94 (1989), September, S. 11739–11759. <http://dx.doi.org/10.1029/JA094iA09p11739>. – DOI 10.1029/JA094iA09p11739
- [Vainio 2003]  
VAINIO, R.: On the generation of Alfvén waves by solar energetic particles. In: *Astron. Astrophys.* 406 (2003), August, S. 735–740. <http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361:20030822>. – DOI 10.1051/0004-6361:20030822
- [Vainio u. Laitinen 2008]  
VAINIO, R. ; LAITINEN, T.: Simulations of coronal shock acceleration in self-generated turbulence. In: *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics* 70 (2008), Februar, S. 467–474. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jastp.2007.08.064>. – DOI 10.1016/j.jastp.2007.08.064
- [Vainio u. Spanier 2005]  
VAINIO, R. ; SPANIER, F.: Evolution of Alfvén waves by three-wave interactions

- in super-Alfvénic shocks. In: *Astron. Astrophys.* 437 (2005), Juli, S. 1–8. <http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361:20042433>. – DOI 10.1051/0004-6361:20042433
- [Velli et al. 1990]
- VELLI, M. ; GRAPPIN, R. ; MANGENEY, A.: Solar wind expansion effects on the evolution of hydromagnetic turbulence in the interplanetary medium. In: *Computer Physics Communications* 59 (1990), Mai, S. 153–162. [http://dx.doi.org/10.1016/0010-4655\(90\)90165-W](http://dx.doi.org/10.1016/0010-4655(90)90165-W). – DOI 10.1016/0010-4655(90)90165-W
- [Verkhoglyadova et al. 2009]
- VERKHOGLYADOVA, O. P. ; LI, G. ; ZANK, G. P. ; HU, Q. ; MEWALDT, R. A.: Using the Path Code for Modeling Gradual SEP Events in the Inner Heliosphere. In: *Astrophys. J.* 693 (2009), März, S. 894–900. <http://dx.doi.org/10.1088/0004-637X/693/1/894>. – DOI 10.1088/0004-637X/693/1/894
- [Vestuto et al. 2003]
- VESTUTO, J. G. ; OSTRIKER, E. C. ; STONE, J. M.: Spectral Properties of Compressible Magnetohydrodynamic Turbulence from Numerical Simulations. In: *Astrophys. J.* 590 (2003), Juni, S. 858–873. <http://dx.doi.org/10.1086/375021>. – DOI 10.1086/375021
- [Wanner u. Wibberenz 1993]
- WANNER, W. ; WIBBERENZ, G.: A study of the propagation of solar energetic protons in the inner heliosphere. In: *J. Geophys. Res.* 98 (1993), März, S. 3513–3528. <http://dx.doi.org/10.1029/92JA02546>. – DOI 10.1029/92JA02546
- [Webb 1995]
- WEBB, D. F.: Coronal mass ejections: The key to major interplanetary and geomagnetic disturbances. In: *Reviews of Geophysics* 33 (1995), S. 577–584. <http://dx.doi.org/10.1029/95RG00345>. – DOI 10.1029/95RG00345
- [Weiß 2007]
- WEISS, Martina: *Diplomarbeit*. Bayerische Julius-Maximilians-Universität Würzburg : Lehrstuhl für Astronomie, 2007
- [Yoshimori et al. 1994]
- YOSHIMORI, M. ; SUGA, K. ; MORIMOTO, K. ; HIRAOKA, T. ; SATO, J. ; KAWABATA,

K. ; OHKI, K.: Gamma-ray spectral observations with YOHKOH. In: *Astrophys. J., Suppl. Ser.* 90 (1994), Februar, S. 639–643. <http://dx.doi.org/10.1086/191885>. – DOI 10.1086/191885

[Zank u. Matthaeus 1992]

ZANK, G. P. ; MATTHAEUS, W. H.: Waves and turbulence in the solar wind. In: *J. Geophys. Res.* 97 (1992), November, S. 17189–+. <http://dx.doi.org/10.1029/92JA01734>. – DOI 10.1029/92JA01734

[Zanna 2001]

ZANNA, L. D.: Parametric decay of oblique arc-polarized Alfvén waves. In: *Geophys. Res. Lett.* 28 (2001), S. 2585–2588. <http://dx.doi.org/10.1029/2001GL012911>. – DOI 10.1029/2001GL012911

# Lebenslauf

## Persönliche Daten

Name: Martina Wisniewski, geb. Weiß  
Geburtstag: 06.10.1982  
Geburtsort: Bad Mergentheim  
Wohnort: Bamberg  
Staatsangehörigkeit: deutsch  
Familienstand: verheiratet

## Schulausbildung

09/1989 - 08/1993 Grundschole Oberwittstadt  
09/1993 - 08/2002 Ganztagsgymnasium Osterburken  
Abschluss: Abitur

## Hochschulausbildung

10/2002 - 05/2007 Universität Würzburg  
Fachrichtung: Diplom Physik  
05/2007 Abschluss als Diplom-Physikerin Univ.  
Thema der Diplomarbeit:  
"Bestimmung der Fokker-Planck-Koeffizienten  
in turbulenten Plasmen  
mit Testteilchensimulationen"  
06/2007 - 2/2011 Promotionsstudium an der Universität Würzburg

# Publikationsliste

- Spanier, F., Wisniewski, M.: *Simulation of Charged Particle Diffusion in MHD plasmas* In: *Astrophys. Space Sci. Trans.*, 7, 21 (2011)
- Wisniewski, M., Kissmann, R., Spanier, F.: *Three-wave interaction in simulations of MHD plasmas* Submitted to: *Astron.& Astroph*
- Wisniewski, M., Kissmann, R., Spanier, F.: *Turbulence evolution in MHD plasmas* Submitted to: *Mon. Not. Roy. Astron. Soc*
- Wisniewski, M., Kissmann, R., Spanier, F.: *Diffusion of energetic particles in turbulent MHD plasmas* in preparation



# Danksagung

- An dieser Stelle möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr. Karl Mannheim für die Möglichkeit, diese Arbeit an seinem Lehrstuhl anfertigen zu können sowie für die mir zur Verfügung gestellten Ressourcen ausdrücklich bedanken.
- Mein Dank gilt gleichermaßen Herrn Dr. Felix Spanier für die gute und stets zeitnahe Betreuung dieser Arbeit sowie meine lückenlose Versorgung mit geistiger und physischer Nahrung.
- Darüber hinaus möchte ich mich für die sehr gute und erfolgreiche Zusammenarbeit bei Herrn Dr. Ralf Kissmann bedanken.
- Mein Dank gilt weiterhin Herrn Dr. Timo Laitinen, Herrn Prof. Dr. Rami Vainio und Herrn Prof. Dr. Wolfgang Dröge, die in diversen Diskussionen meiner Arbeit wesentliche Impulse gegeben haben.
- Für die finanzielle und ideelle Förderung nach dem Bayerischen Eliteförderungs-gesetz sowie durch das Graduiertenkolleg 1147, die diese Arbeit erst möglich gemacht haben, möchte ich mich ausdrücklich bedanken. Ein besonderer Dank gilt dabei Herrn Gröner und Herrn Prof. Dr. Porod, die mich bei allen Belangen umgehend und ausführlich beraten und unterstützt haben.
- Meinen Freunden, meiner Familie und insbesondere meinem Mann möchte ich für die liebevolle Unterstützung und den Rückhalt ein ganz herzliches Danke sagen.

# Eigenständigkeitserklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit ohne unerlaubte fremde Hilfe angefertigt und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel und Quellen verwendet habe.

Würzburg, den 1. Januar 2011

Martina Wisniewski