

**Kopplung von kollektiven Anregungen  
in einlagigen und doppelagigen  
quasi-zweidimensionalen Elektronensystemen**

Dissertation zur Erlangung des  
naturwissenschaftlichen Doktorgrades  
der Bayerischen Julius-Maximilians-Universität  
Würzburg

vorgelegt von

Matthias Rösch

aus Würzburg

Würzburg 2003

Eingereicht am: 22. Oktober 2003  
bei der Fakultät für Physik und Astronomie

1. Gutachter: Prof. Dr. E. Batke  
2. Gutachter: Prof. Dr. J. Geurts  
der Dissertation

1. Prüfer: Prof. Dr. E. Batke  
2. Prüfer: Prof. Dr. G. Reents  
der mündlichen Prüfung

Tag der mündlichen Prüfung: 10. Februar 2004

Doktorurkunde ausgehändigt am:

# Inhaltsverzeichnis

<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>1 Quasi-zweidimensionale Elektronengase</b>	<b>5</b>
1.1 GaAs/AlGaAs-Heterostrukturen . . . . .	5
1.2 Selbstkonsistente Berechnung des Grundzustandes . . . . .	8
1.2.1 Grundlagen . . . . .	8
1.2.2 Die Einfachheterostruktur . . . . .	10
1.2.3 Die Doppelheterostruktur mit 40 nm Trogbreite . . . . .	13
<b>2 Kollektive Anregungen quasi-zweidimensionaler Elektronengase</b>	<b>19</b>
2.1 Einführung . . . . .	19
2.2 Quasi-zweidimensionale Plasmonen . . . . .	22
2.2.1 Theoretische Grundlagen . . . . .	22
2.2.2 Kopplung von quasi-zweidimensionalen Plasmonen an optische Phononen . . . . .	25
2.2.3 N-Subband-Modell der Anregungsenergien und langwellige Näherung . . . . .	28
2.2.4 Plasmon- und Plasmon-LO-Phonon-Energien in Einfachheterostrukturen . . . . .	31
2.2.5 Plasmon- und Plasmon-LO-Phonon-Energien in einer Doppelheterostruktur mit 40 nm Trogbreite . . . . .	35
2.3 Quasi-zweidimensionale Plasmon-Polaritonen . . . . .	39
2.3.1 Theoretische Grundlagen . . . . .	39
2.3.2 N-Subband-Modell der transversal-magnetischen Moden . . . . .	42
<b>3 Optische Eigenschaften quasi-zweidimensionaler Elektronengase</b>	<b>45</b>
3.1 Elektrodynamik von Vielschicht-Systemen mit Gitter . . . . .	45
3.1.1 Einführung . . . . .	45
3.1.2 Transfermatrix-Methode für Vielschicht-Systeme mit zweidimensionalem Gitterkoppler	50
3.1.2.1 Grenzfläche zwischen Superstrat und oberster Schicht . . . . .	51
3.1.2.2 Grenzfläche zwischen homogenen Schichten . . . . .	53
3.1.3 Die externen Felder und deren Matrixelemente im Bereich des quasi-zweidimensionalen Elektronengases bei Einfach- und Doppelheterostrukturen . . . . .	54
3.2 Die Absorption quasi-zweidimensionaler Elektronengase . . . . .	57
3.2.1 N-Subband-Modell der Absorption quasi-zweidimensionaler Elektronengase . . . . .	57
3.2.2 Mechanismen der Linienverbreiterung von Intra- und Intersubband-Plasmonen . . . . .	60
3.3 Absorptions-Spektren quasi-zweidimensionaler Elektronengase mit Gitterkoppler . . . . .	63
3.3.1 Durchführung und Konvergenz der Absorptions-Rechnungen . . . . .	63
3.3.2 Die Effizienz des Gitterkopplers . . . . .	66

3.3.3	Absorptions-Spektren im Energiebereich der Rayleigh-Anomalie des Gitters . . . . .	69
3.3.4	Der Einfluß der Retardierung auf die Absorptions-Spektren . . . . .	71
3.3.5	Der Einfluß der Intersubband-Kopplung auf die Absorption in Einfachheterostrukturen . . . . .	72
3.3.6	Der Einfluß der Plasmon-3D-LO-Phonon-Kopplung auf die Absorption in Einfachheterostrukturen . . . . .	75
<b>4</b>	<b>Experimentelle Grundlagen</b>	<b>79</b>
4.1	Transmissions-Spektroskopie im ferninfraroten Spektralbereich . . . . .	79
4.1.1	Fourier-Transformations-Spektroskopie . . . . .	79
4.1.2	Versuchsaufbau . . . . .	80
4.1.3	Theoretische Beschreibung und Auswertung der Transmissions-Spektren . . . . .	82
4.2	Messungen zur Bestimmung der Subband-Besetzung . . . . .	89
4.3	Probenpräparation . . . . .	92
<b>5</b>	<b>Experimentelle Ergebnisse</b>	<b>95</b>
5.1	Kollektive Anregungen des zweilagigen Elektronengases in einer breiten Doppelheterostruktur . . . . .	95
5.1.1	Magnetotransport-Messungen zur Bestimmung der Subband-Besetzung . . . . .	96
5.1.2	Vorbetrachtungen zu den kollektiven Moden in den verschiedenen Regime des quasi-zweidimensionalen Elektronengases . . . . .	100
5.1.3	Intrasubband-Anregungen des zweilagigen Elektronengases . . . . .	104
5.1.4	Kollektive Intersubband-Moden des zweilagigen Elektronengases . . . . .	110
5.2	Elektron-Phonon- und Intersubband-Kopplung der Plasmon-Anregungen in Einfachheterostrukturen . . . . .	123
5.2.1	Temperaturabhängigkeit der Intrasubband-Plasmon-Anregung . . . . .	123
5.2.2	Elektron-LO-Phonon-Kopplung der Intersubband-Plasmon-Moden . . . . .	127
5.2.3	Kopplung zwischen Intersubband-Plasmon-Moden . . . . .	133
5.3	Intersubband-Plasmon-Moden im Energiebereich der Rayleigh-Anomalie . . . . .	139
	<b>Zusammenfassung</b>	<b>145</b>
	<b>A Materialparameter</b>	<b>149</b>
	<b>B Green-Funktion und Green-Tensor</b>	<b>150</b>
	<b>C Das Programm ceqt</b>	<b>155</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>159</b>
	<b>Publikationsliste</b>	<b>167</b>
	<b>Danksagung</b>	<b>169</b>

# Einleitung

Quasi-zweidimensionale Elektronengase sind charakterisiert durch die freie Bewegung von Ladungsträgern in einer Ebene und die Quantisierung der Energien zur dritten Raumrichtung in diskrete Subband-Zustände. Moderne Wachstums- und Strukturierungsverfahren ermöglichen auf Basis der Halbleiter-Materialien GaAs und AlGaAs die maßgeschneiderte Realisierung solcher künstlicher Quantensysteme mit verschiedensten Subband-Quantisierungsenergien, steuerbaren Ladungsträgerdichten und hohen Elektronenbeweglichkeiten. Aufgrund dieser Eigenschaften eignen sich quasi-zweidimensionale Elektronengase einerseits hervorragend zur Untersuchung prinzipieller quantenmechanischer Fragestellungen, andererseits bilden sie die Grundlage für die Konzeption leistungsfähiger elektronischer und opto-elektronischer Bauelemente. So führte das intensive Studium dieser dimensionsreduzierten Elektronensysteme in den vergangenen drei Jahrzehnten sowohl zur Entdeckung zahlreicher neuer physikalischer Phänomene wie dem integralen Quanten-Hall-Effekt [Kli80] und dem fraktionalen Quanten-Hall-Effekt [Tsu82] als auch zur Entwicklung der HEMT<sup>1</sup>-Strukturen, [Hiy82] der Intersubband-Detektoren [Lev87] sowie des Quanten-Kaskaden-Lasers. [Fai94b]

Eine besondere Motivation für die vielfältige experimentelle und theoretische Grundlagenforschung auf dem Gebiet der quasi-zweidimensionalen Elektronengase ist die häufige und oft unerwartete Manifestation von Vielteilchen-Effekten in den Systemen. Neben der hohen erzielbaren Probenqualität von GaAs/AlGaAs-Heterostrukturen und der Möglichkeit einer breiten Variation der Ladungsträgerdichte begünstigt vor allem die Zunahme der Wechselwirkungen im Elektronengas bei reduzierter Dimensionalität [And82b] die Beobachtung dieser Phänomene. Detaillierte Informationen über die Wechselwirkungs-Mechanismen in quasi-zweidimensionalen Elektronensystemen liefern deren kollektive Ladungsdichte-Anregungen, die Plasmonen. Diese kollektiven Plasma-Oszillationen treten in Elektronengasen aufgrund der langreichweitigen Beiträge zur Coulomb-Wechselwirkung auf. [Pin63] Als Folge der Größenquantisierung ist das Spektrum der kollektiven Moden quasi-zweidimensionaler Elektronensysteme aufgeteilt in Intrasubband-Plasmonen, welche die kohärente Ladungsträgerbewegung innerhalb der Subbänder widerspiegeln, und Intersubband-Plasmonen, die mit der elektronischen Anregung zwischen Subbändern verbunden sind. Die als Intersubband-Kopplung bezeichnete Wechselwirkung der quasi-zweidimensionalen Plasmonen untereinander führt im allgemeinen zu einem hybridartigen Anregungsspektrum. Durch die Einbettung des Elektronengases in das polare Halbleiter-Material GaAs koppeln die Plasmon-Anregungen zusätzlich an die longitudinal-optischen- und die Grenzflächen-Phononen der Schichtstrukturen. [Wen87]

Zur experimentellen Untersuchung der kollektiven Moden quasi-zweidimensionaler Elektronengase steht in der Ferninfrarot-Spektroskopie eine exzellente Methode zur Verfügung. Die direkte Anregung der Ladungsdichte-Oszillationen mit Hilfe elektromagnetischer Strahlung im ferninfraroten Spektralbereich hat gegenüber der ebenfalls erfolgreich zum Studium niederdimensionaler Elektronengase eingesetzten inelastischen Lichtstreuung [Pin89a] den Vorteil, daß die Systeme in der Umgebung ihres thermischen Gleichgewichts studiert werden können. Die Ankopplung der Ferninfrarot-Strahlung an die Plasmonen quasi-zweidimensionaler Elek-

---

<sup>1</sup>High Electron Mobility Transistor

tronengase erfordert allerdings spezielle experimentelle Verfahren, da sich die Dispersionsrelationen der kollektiven Moden und sich frei ausbreitender elektromagnetischer Wellen nicht überlagern. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit findet in diesem Zusammenhang die Gitterkoppler-Technik Anwendung, bei welcher die Ferninfrarot-Strahlung mit der Periodizität einer auf die Probenoberfläche präparierten metallischen Streifenstruktur moduliert wird. Da die resultierende elektromagnetische Feldverteilung einen zusätzlichen Wellenzahlvektor-Übertrag  $q$  parallel zur Ebene des Elektronengases vermittelt und eine elektrische Feldkomponente senkrecht zu dieser Ebene enthält, ermöglicht der Gitterkoppler eine effiziente Ankopplung des Strahlungsfeldes an die Intra- und Intersubband-Plasmonen des Elektronensystems.

Ferninfrarot-spektroskopische Untersuchungen quasi-zweidimensionaler Elektronengase in GaAs/AlGaAs-Schichtsystemen mit Gitterkoppler wurden zuerst an Einfachheterostrukturen mit dreiecksförmigem Quantisierungspotential durchgeführt [Bat85, Bat86, Bat91] und später auf Doppelheterostrukturen ausgedehnt, [Fri96b] welche mit einem rechteckigen Potentialeinschluß verbunden sind. Auf diese Weise konnten unter anderem der Einfluß verschiedener Effekte auf die Dispersion der Intrasubband-Plasmon-Mode studiert [Bat86] und die kollektiven Beiträge zu den Intersubband-Anregungsenergien durch Messungen in parallelen und verkippten Magnetfeldern bestimmt werden. [Bat91] Experimente an einer Doppelheterostruktur mit 20 nm Trogbreite erlaubten die Untersuchung der Wechselwirkung von Intersubband-Moden mit den Phononen in GaAs/AlGaAs-Schichtstrukturen. [Fri96b] Die Mechanismen der Ankopplung der durch das Gitter vermittelten elektromagnetischen Feldkomponenten an die quasi-zweidimensionalen Plasmonen sowie Retardierungseffekte wurden durch Messungen der Intersubband-Anregung in Abhängigkeit von der Gitterperiode studiert [Wen97] und mit Hilfe einer komplexen Theorie der Optik von Schichtsystemen mit Gitterkoppler [Wen99a, Wen99b] erfolgreich beschrieben. Während Wechselwirkungs-Phänomene zwischen Intra- und Intersubband-Anregungen quasi-zweidimensionaler Elektronengase in Si [Oel86] sowie in gekoppelten GaAs/AlGaAs-Doppelheterostrukturen [Boo03] experimentell nachgewiesen und für verschiedene weitere Systeme theoretisch untersucht wurden, [Jai87, Wen88b] sind bislang keine experimentellen Ergebnisse zur Mischung verschiedener Intersubband-Plasmonen quasi-zweidimensionaler Elektronensysteme publiziert. Ein detailliertes Verständnis des Kopplungsverhaltens zwischen Intersubband-Übergängen ist jedoch nicht nur aus Sicht der Grundlagenforschung interessant, sondern erlaubt im Prinzip auch die Möglichkeit der maßgeschneiderten Optimierung von Absorption bzw. Verstärkung in entsprechenden Bauelementen.

Ziel dieser Arbeit ist eine umfassende spektroskopische Untersuchung und theoretische Modellierung verschiedener Kopplungs-Mechanismen der kollektiven Anregungen quasi-zweidimensionaler Elektronensysteme in GaAs/AlGaAs-Heterostrukturen. Neben der Plasmon-Phonon-Kopplung und der Wechselwirkung der Ladungsdichte-Moden mit dem durch den Gitterkoppler modifizierten elektromagnetischen Strahlungsfeld steht dabei besonders die Intersubband-Kopplung verschiedener Plasmon-Anregungen des Elektronengases im Mittelpunkt des Interesses. Voraussetzung für die resonante Wechselwirkung zwischen verschiedenen Intersubband-Übergängen ist eine energetische Entartung der ungestörten Moden, welche allerdings in Einfachheterostrukturen und in schmalen Doppelheterostrukturen nicht auftritt. In Experimenten an solchen Proben konnte die Mischung von Intersubband-Moden daher bislang nicht beobachtet werden. Zur Untersuchung des Kopplungseffektes bietet sich jedoch das in hinreichend breiten GaAs/AlGaAs-Doppelheterostrukturen [Sue91] realisierbare elektronische Zweilagensystem an, welches eine gezielte Variation der Subbandabstände sowie der Wechselwirkung zwischen den Elektronenlagen zuläßt. Solche doppellagigen Elektronensysteme erweckten in den letzten zehn Jahren großes Interesse, weil das Zusammenspiel von Coulomb- und Tunnel-Kopplung der Schichten in ähnlicher Weise wie ein senkrecht zur Ladungsträgerebene angelegtes Magnetfeld die kinetische Energie der Elektronen weitgehend kompensieren kann und somit die Beobachtung von Vielteilchen-Effekten stark begünstigt. Einflüsse der Intersubband-Kopplung auf die Intra- und Intersubband-Plasmonen sind jedoch auch für Elektronengase in Einfachheterostrukturen zu erwarten und sollten im Rahmen

dieser Arbeit hier erstmals detailliert studiert werden. An diesen Systemen war zudem als Ergänzung zu den Ergebnissen für die 20 nm-Doppelheterostruktur [Fri96b] die Wechselwirkung der quasi-zweidimensionalen Plasmonen mit den Phononen der Halbleiter-Schichtstruktur zu untersuchen. Ein weiteres interessantes Thema bildet das Resonanzverhalten der Intersubband-Plasmon-Anregung im Regime der Ankopplung an strahlende Gitter-Moden. Geeignete Experimente zur Klärung dieser an vorherige Arbeiten [Wen97, Wen99a] anknüpfenden Fragestellung sind dichte- und temperaturabhängige Messungen der Intersubband-Anregung im Energiebereich der sogenannten Rayleigh-Anomalie des Gitterkopplers.

Da die resonante Wechselwirkung zwischen kollektiven Moden in Festkörpern sich im allgemeinen in einem starken Austausch von Oszillatorstärke manifestiert, erfordert die theoretische Beschreibung der Kopplungs-Prozesse neben der selbstkonsistenten Berechnung der Energien auch eine Modellierung des optischen Antwortverhaltens der quasi-zweidimensionalen Plasmonen. Zur Analyse der Transmissions-Messungen war daher auf der Grundlage verschiedener Ansätze für die Absorption durch Intersubband-Anregungen [And77, Yi 83, Mar93] und einer komplexen Theorie der Optik von Schichtsystemen mit Gitterkoppler [Kra96, Wen99b] im Rahmen des Stromantwort-Formalismus [Dah77, Wen93] ein geeignetes Modell für das optische Antwortverhalten einlagiger und doppellagiger quasi-zweidimensionaler Elektronengase zu entwickeln. Dieses Schema sollte unter Einbeziehung der durch den Gitterkoppler induzierten elektromagnetischen Feldverteilung die in der lokalen optischen Theorie von Schichtsystemen mit Gitter [Wen96, Wen99b] nicht behandelbare Wechselwirkung sämtlicher Intra- und Intersubband-Plasmonen untereinander sowie an die Phononen des Schichtsystems berücksichtigen. Ein solches Modell ist dann dazu geeignet, neben allen Einflüssen der Intersubband-Kopplung auch die Auswirkungen der Plasmon-Phonon-Wechselwirkung und der Kopplung der Ladungsdichte-Anregungen an strahlende Gitter-Moden auf die optischen Spektren zu simulieren.

Zu Beginn der vorliegenden Arbeit werden zunächst die grundlegenden Eigenschaften quasi-zweidimensionaler Elektronengase diskutiert und die selbstkonsistente Bestimmung der Subband-Energien und Subband-Wellenfunktionen in Einfach- und Doppelheterostrukturen beschrieben (Kapitel 1). Zusätzlich wird die Dichte- und Temperaturabhängigkeit des elektronischen Grundzustandes für die Einfachheterostruktur und die in dieser Arbeit untersuchte Doppelheterostruktur mit 40 nm Trogbreite berechnet. Kapitel 2 ist den kollektiven Anregungen der quasi-zweidimensionalen Elektronensysteme gewidmet. Nach einer Einführung in das Konzept und die Theorie der kollektiven Plasma-Moden wird die Methode des selbstkonsistenten Feldes [Ehr59] zur Berechnung der Plasmon-Anregungsenergien im Dichteantwort-Schema erläutert und die Wechselwirkung der Plasmonen mit den Phononen in polaren Halbleiter-Heterostrukturen diskutiert. Einer Beschreibung des hier für die numerische Bestimmung der Anregungsenergien gekoppelter kollektiver Moden verwendeten N-Subband-Modells folgt die Berechnung der Dichte- und Temperaturabhängigkeit der Plasmon- und Plasmon-Phonon-Energien des einlagigen Elektronengases in einer Einfachheterostruktur und des elektronischen Zweilagigen-Systems in der 40 nm-Doppelheterostruktur. Abschließend wird in Kapitel 2 das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte N-Subband-Modell des Stromantwort-Schemas vorgestellt, welches als Grundlage der Rechnungen im nächsten Kapitel dient. Im Mittelpunkt dieses Kapitels 3 steht das optische Antwortverhalten der kollektiven Anregungen im Ferninfrarot-Transmissions-Experiment. Zur theoretischen Modellierung der Absorption quasi-zweidimensionaler Elektronengase mit Gitterkoppler wird zunächst mit Hilfe eines Transfermatrix-Verfahrens die vom Gitter vermittelte elektromagnetische Feldverteilung berechnet und dann im N-Subband-Modell des Stromantwort-Schemas ein Ausdruck für die normierte Absorption wechselwirkender Plasmon- und Plasmon-Phonon-Moden hergeleitet. Am Beispiel der theoretischen Absorptions-Spektren des quasi-zweidimensionalen Elektronengases in einer Einfachheterostruktur lassen sich anschließend die Einflüsse einer Variation verschiedener Proben- und Gitterparameter ebenso studieren wie die Effekte von Retardierung, Wechselwirkung mit strahlenden Gitter-Moden, Intersubband-Kopplung und Plasmon-Phonon-Kopplung. Kapitel 4 enthält eine Erläuterung des experimentellen Verfahrens der Ferninfrarot-Spektroskopie sowie der Auswertung

der gemessenen Transmissions-Spektren, wobei ein Bezug der Transmission zu der in Kapitel 3 berechneten Absorption des Elektronengases hergestellt wird. Es folgt eine Beschreibung der Probencharakterisierung mittels Magnetotransport-Messungen sowie der Probenpräparation. In Kapitel 5 stehen die experimentellen Resultate der Magnetotransport- und Transmissions-Messungen im Vordergrund. Die Ergebnisse werden mit den selbstkonsistent berechneten Anregungsenergien und Absorptions-Spektren verglichen und so die Einflüsse verschiedener Kopplungs-Mechanismen auf die quasi-zweidimensionalen Plasmonen diskutiert. Einen breiten Raum nimmt dabei zunächst das Studium der gekoppelten Plasmon-Moden einer Doppelheterostruktur mit 40 nm Trogbreite ein, bevor Experimente an Einfachheterostrukturen im Regime der Intersubband-Kopplung, der Plasmon-Phonon-Kopplung sowie der Rayleigh-Anomalie des Gitters vorgestellt werden. Nach einer Zusammenfassung der experimentellen und theoretischen Resultate findet man im Anhang die Materialparameter von GaAs und AlGaAs, die zur Berechnung der kollektiven Anregungen benötigte Elektrostatik und Elektrodynamik von Schichtsystemen sowie eine Beschreibung des in der Programmiersprache FORTRAN entwickelten Programmes zur selbstkonsistenten Berechnung der Anregungsenergien und Absorptions-Spektren. Sämtliche Gleichungen und Ergebnisse sind in dieser Arbeit im SI-Einheitensystem angegeben.



# Kapitel 1

## Quasi-zweidimensionale Elektronengase

Im Mittelpunkt der vorliegenden Arbeit steht die spektroskopische Untersuchung der kollektiven Ladungsdichte-Anregungen des quasi-zweidimensionalen Elektronengases (Q2DEG), der Intra- und Intersubband-Plasmonen, mit Hilfe der Gitterkoppler-Technik. Das quantitative Verständnis dieser Experimente erfordert eine Berechnung sowohl der Energien als auch der optischen Manifestation der kollektiven Anregungsmoden.

Voraussetzung hierfür ist zunächst die Kenntnis des Grundzustandes des Q2DEG. Nach einer phänomenologischen Einführung in die untersuchten GaAs/AlGaAs Heterostrukturen wird daher im folgenden die selbstkonsistente Bestimmung der Subband-Energien und Subband-Wellenfunktionen erläutert.

### 1.1 GaAs/AlGaAs-Heterostrukturen

Elektronische Systeme, die sich im Modell des quasi-zweidimensionalen Elektronengases beschreiben lassen, können in Heterostrukturen realisiert werden, welche auf den Halbleitermaterialien GaAs und  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  basieren. GaAs ist ein Halbleiter mit direkter Bandlücke, während  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  nur bis zu einem Al-Gehalt von  $x = 0.405$  [Lee80] einen direkten Bandübergang aufweist. In diesem Fall gilt für den energetischen Abstand  $E_g$  von Valenz- und Leitungsband die Beziehung [Men86]

$$E_g(x) = (1.5177 + 1.30x) \text{ eV}. \quad (1.1)$$

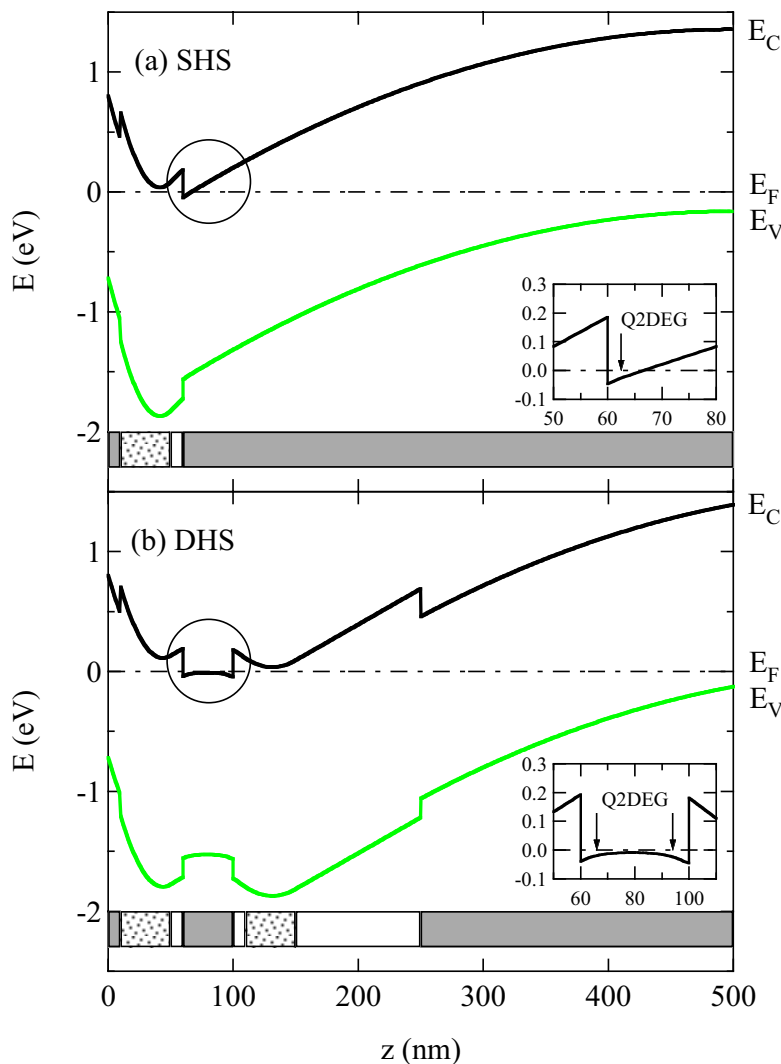
Das System GaAs/ $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  ist sehr gut gitterangepasst, da sich die Gitterkonstanten von GaAs und AlAs um weniger als 0.1% unterscheiden. [Bla82] Mit Hilfe moderner Epitaxieverfahren, etwa der Molekularstrahl-Epitaxie (MBE)<sup>1</sup>, können daher abrupte Heteroübergänge zwischen GaAs und  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  von atomarer Präzision hergestellt werden. Es entstehen sogenannte Typ I-Strukturen, bei denen die Bandlücke von GaAs vollständig innerhalb der Bandlücke von  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  liegt, wobei die Leitungsbandkanten um 70% und die Valenzbandkanten um 30% der Bandlückendiskontinuität gegeneinander verschoben sind. [Men86, Hir90]

Im Rahmen dieser Arbeit wurden zwei verschiedene Arten von Heterostrukturen untersucht, welche als Einzel- und Doppelheterostrukturen bezeichnet werden. Einzelheterostrukturen (SHS)<sup>2</sup> bestehen aus nur einer Grenzfläche, an der sich durch gezielte Dotierung während des epitaktischen Wachstums ein Q2DEG synthetisieren läßt. Bei diesem Modulationsdotierung [Din78] genannten Verfahren werden im Barrierenmaterial  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  bis zu einem Abstand  $d_s$  zur Grenzfläche, der sogenannten Spacer-Dicke, Donatoratome wie z. B. Si eingebracht. Aus den flachen Donatoren diffundieren Elektronen bis zum Erreichen des thermodynamischen Gleichgewichts in energetisch tieferliegende Zustände im intrinsisch immer leicht p-dotierten GaAs,

---

<sup>1</sup>Molecular Beam Epitaxy

<sup>2</sup>Single Heterostructure

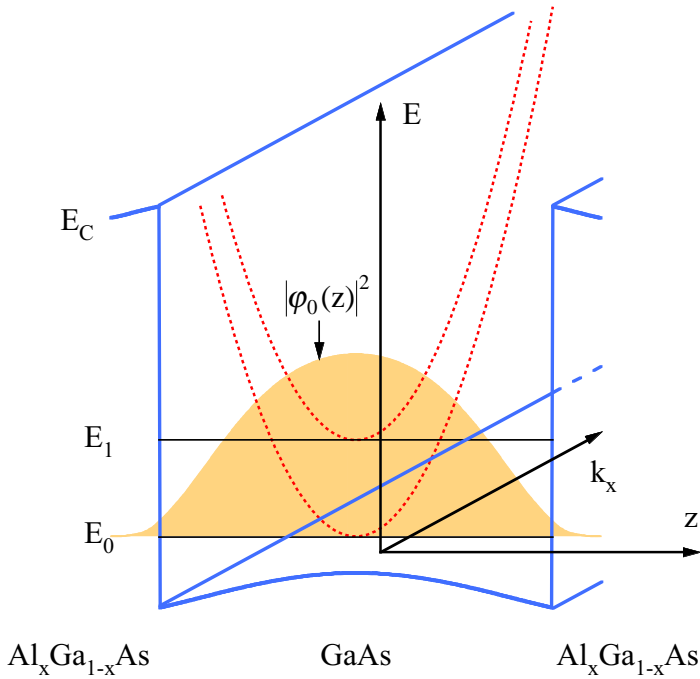


**Abbildung 1.1:** Bandkantenverlauf und Schichtfolge in modulationsdotierten GaAs/ $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -Systemen entlang der Wachstumsrichtung  $z$  für (a) eine Einfachheterostruktur und (b) eine Doppelheterostruktur. Die Energien  $E_c$  der Leitungsbandkante (dunkel) und  $E_v$  der Valenzbandkante (hell) sind mit je einer breiten Volllinie gekennzeichnet. Die Lage der Fermi-Energie  $E_F$  ist durch eine Strichpunktlinie dargestellt. In dem jeweils durch einen Kreis hervorgehobenen aktiven Bereich der Strukturen, welcher zusätzlich vergrößert eingezeichnet ist, kommt es zur Ausbildung des Q2DEG. Die unter dem jeweiligen Bandkantenverlauf eingetragenen Schichtfolgen beginnen an der Oberfläche (links) mit einer grau skizzierten GaAs-Deckschicht, auf welche die  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  Barriere (weiß) folgt, wobei die Bereiche der n-Dotierung darin gepunktet gekennzeichnet sind. Doppelheterostrukturen enthalten hinter der aktiven GaAs-Schicht eine weitere  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  Barriere, welche ebenfalls dotiert sein kann.

wobei hier zunächst die vorhandenen Lochzustände aufgefüllt werden und eine sogenannte Verarmungs-Schicht entsteht. Anschließend bildet sich am Heteroübergang eine durch den Bandlückensprung und das entstehende Raumladungspotential gebundene Elektronen-Inversionsschicht aus. Aufgrund der räumlichen Distanz zu den positiv geladenen Donatorrümpfen und der damit verbunden reduzierten Störstellenstreuung sind sehr hohe Elektronenbeweglichkeiten von über  $10^7 \text{ cm}^2/\text{Vs}$  realisierbar. [Uma97]

Schichtfolge und Bandkantenverlauf einer typischen GaAs/ $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -SHS sind in Abb. 1.1 (a) für den Fall  $x=0.3$  dargestellt. Der aktive Bereich der Struktur, in welchem sich das Q2DEG ausbildet, ist durch einen Kreis gekennzeichnet und zusätzlich vergrößert abgebildet. Durch die räumliche Trennung von Donatorrümpfen und Inversionselektronen kommt es zur Bandverbiegung im Bereich der GaAs/ $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  Grenzfläche. Zur Oberfläche hin werden die Bandkanten durch die Absättigung von Oberflächenzuständen angehoben, im GaAs Volumenmaterial nähert sich die Valenzbandkante aufgrund der leichten p-Hintergrunddotierung asymptotisch einem Wert nahe der Fermi-Energie. Doppelheterostrukturen (DHS)<sup>3</sup> entstehen, wenn eine dünne Lage GaAs zwischen zwei Schichten  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  eingebettet wird. Systeme mit diesem trogförmigen Einschluß können ein- oder beidseitig modulationsdotiert sein. Je nach Trogbreite und Elektronendichte kommt es zur Ausbildung von ein- oder zweilagigen Elektronengasen. [Sue91] In Abb. 1.1 (b) sind Bandkantenverlauf und Schichtfolge für eine beidseitig modulationsdotierte DHS mit 40 nm Trogbreite skizziert.

<sup>3</sup>Double Heterostructure



**Abbildung 1.2:** Schematische Veranschaulichung der Größenquantisierung in einer GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As-DHS. Die Bewegung der Ladungsträger in der Wachstumsrichtung  $z$  ist durch das Einschlusspotential  $E_c$  (breite Vollinie) eingeschränkt, was eine Quantisierung der Elektronen-Energien in diskrete Subbänder mit den Bandkantenenergien  $E_j$ ,  $j = 0, 1, 2, \dots$  (dünne Volllinien) und den Subband-Wellenfunktionen  $\varphi_j(z)$  zur Folge hat. Das Betragsquadrat der Wellenfunktion zum untersten Subband,  $|\varphi_0(z)|^2$ , ist hier schattiert eingezeichnet. Die zu den Energieniveaus  $E_0$  und  $E_1$  gehörenden, gepunktet dargestellten Subband-Parabeln über der Wellenzahlvektor-Komponente  $k_x$  beschreiben die quasi-freie Bewegung der Elektronen senkrecht zur Wachstumsrichtung.

Während die Elektronenbewegung senkrecht zur Wachstumsrichtung einer GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As Heterostruktur quasi-frei ist, wird sie in Wachstumsrichtung  $z$  durch das eindimensionale Einschlusspotential eingeschränkt (Abb. 1.2). Üblicherweise ist die Breite dieses Kanals von der Größenordnung der de Broglie-Wellenlänge der Elektronen und für niedrige Temperaturen viel kleiner als deren mittlere freie Weglänge. In diesem Fall kommt es zu einer Größenquantisierung der Ladungsträgerbewegung senkrecht zu den Grenzflächen, und das Spektrum der Einteilchen-Energien  $E_j(\mathbf{k})$  der Elektronen besteht aus diskreten Subbändern:

$$E_j(\mathbf{k}) = E_j + \frac{\hbar^2}{2m^*} \mathbf{k}^2 . \quad (1.2)$$

Die Subband-Energien  $E_j$ ,  $j = 0, 1, 2, \dots$ , charakterisieren die Quantisierung der Elektronen in Wachstumsrichtung. Zu jedem Energieniveau  $E_j$  gehört eine Subband-Parabel der quasi-freien Bewegung entlang der Grenzflächen über dem zweidimensionalen Wellenzahlvektor  $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$ . Da im Rahmen dieser Arbeit keine spinpolarisierten Systeme betrachtet werden, ist der Elektronenspin hier nicht explizit angegeben. Spinsummen werden jedoch im weiteren, wenn nötig, ausgeführt. Die effektive Masse  $m^*$  ist in isotroper und parabolischer Näherung ein Maß für die Krümmung des Leitungsbandes im Zentrum der Brillouinzone. Für die Bandkanten-Elektronenmasse in Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As gilt dabei folgende Abhängigkeit von der freien Elektronenmasse  $m_e$ : [Ada85]

$$m^*(x) = (0.06624 + 0.083 x) m_e . \quad (1.3)$$

Die dem Energiezustand  $E_j(\mathbf{k})$  entsprechende elektronische Wellenfunktion lautet

$$\Psi_{j,\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{A}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{s}} \varphi_j(z) , \quad (1.4)$$

wobei  $\mathbf{r} = (x, y, z)$  und  $\mathbf{s} = (x, y)$  den drei- bzw. zweidimensionalen Ortsvektor benennen, und  $A$  eine Einheitsfläche in der  $x$ - $y$ -Ebene bezeichnet. Die Subband-Wellenfunktionen  $\varphi_j(z)$  und die Subband-Energien  $E_j$  hängen von der Form des Einschlusspotentials ab und sind im allgemeinen selbstkonsistent zu bestimmen.

Die Zustandsdichte  $D_j(E)$  in einem zweidimensionalen Subband ist in parabolischer Näherung von der Energie unabhängig, d. h. innerhalb eines Subbandes konstant:

$$D_j(E) = \frac{m^*}{\pi \hbar^2} \Theta(E - E_j) , \quad (1.5)$$

mit der Heavyside-Sprungfunktion  $\Theta(E - E_j)$ .

Der sogenannte elektronische Quantengrenzfall ist erfüllt, wenn nur der energetisch niedrigste Zustand  $j = 0$  des Q2DEG besetzt ist. Bei Besetzung höherer Subbänder nimmt das System einen zunehmend dreidimensionalen Charakter an.

## 1.2 Selbstkonsistente Berechnung des Grundzustandes

### 1.2.1 Grundlagen

Zur Berechnung der Subband-Energien  $E_j$  und Subband-Wellenfunktionen  $\varphi_j(z)$ , d. h. des Grundzustandes eines Q2DEG, werden eine effektive Einteilchen-Schrödinger-Gleichung (Kohn-Sham-Gleichung) und die Poisson-Gleichung, welche das elektrostatische Raumladungspotential liefert, selbstkonsistent gelöst. [And76, Ste84, Hur85] Die effektive Einteilchen-Gleichung folgt dabei im Rahmen der Dichtefunktionaltheorie aus einem Variationsprinzip. [Hoh64, Koh65] Bei der Näherung eines effektiven Einteilchenproblems setzt man die Gültigkeit der Effektive-Masse-Näherung [Bur92] und der Envelope-Funktionen-Näherung [Bas81] voraus.

Die effektive Einteilchen-Kohn-Sham-Gleichung läßt sich dann schreiben als: [And76, Ste84, Ull98]

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2} \frac{d}{dz} \left( \frac{1}{m^*(z)} \frac{d}{dz} \right) + V(z) \right] \varphi_j(z) = E_j \varphi_j(z) , \quad (1.6)$$

wobei die Form des Operators der kinetischen Energie durch die Abhängigkeit der effektiven Elektronenmasse  $m^*$  von  $z$  bedingt ist. [Zhu83] Das Einteilchen-Potential  $V(z)$  setzt sich aus folgenden Beiträgen zusammen:

$$V(z) = V_b(z) + V_H(z) + V_{xc}(z) . \quad (1.7)$$

In Gl. (1.7) ist  $V_b(z)$  das nackte Barrierenpotential, welches aus den Leitungsband-Diskontinuitäten an den Heterogrenzflächen resultiert.  $V_H(z)$  bezeichnet das elektrostatische Hartree-Potential, das von der Ladungsdichte  $-eN_s(z)$  der freien Elektronen im Q2DEG sowie von den Raumladungsdichten  $-eN_A(z)$  und  $eN_D(z)$  ionisierter Akzeptoren bzw. Donatoren hervorgerufen wird. Es erfüllt die Poisson-Gleichung:

$$\frac{d}{dz} \left( \varepsilon_s(z) \frac{d}{dz} V_H(z) \right) = -\frac{e^2}{\varepsilon_0} [N_s(z) + N_A(z) - N_D(z)] . \quad (1.8)$$

Aufgrund des schichtförmigen Aufbaus der betrachteten Halbleiterstrukturen ist deren statische Dielektrizitätskonstante  $\varepsilon_s$  von der Wachstumsordinate  $z$  abhängig, d. h. gegeben durch  $\varepsilon_s(z) = \varepsilon_s^{(\nu)}$ ,  $\nu = 1, 2, 3, \dots$ . Dies hat Bildladungs-Effekte zur Folge, die im allgemeinen klein sind und bei der Berechnung der Grundzustandseigenschaften vernachlässigt werden können. [Ste84] Der letzte Term in Gl. (1.7) ist das Austausch-Korrelations-Potential  $V_{xc}(z)$ , welches die aus dem Pauli-Prinzip folgende Austausch-Wechselwirkung der Elektronen sowie die Korrelationsenergie berücksichtigt, d. h. die Beiträge zur direkten Coulomb-Wechselwirkung jenseits der Hartree-Näherung. [Koh65, Fet71] Eine in vielen Fällen sehr gute Beschreibung der Austausch-Korrelations-Energie gelingt mit Hilfe der Lokaldichte-Näherung (LDA)<sup>4</sup>. [Dre90] Hierbei wird die unbekannte Austausch-

---

<sup>4</sup>Local Density Approximation

Korrelations-Energie pro Teilchen im betrachteten inhomogenen System durch den sehr genau berechenbaren entsprechenden Ausdruck für ein homogenes System mit der jeweiligen lokalen Dichte am Punkt  $z$  ersetzt. In dieser Arbeit wurde die Parametrisierung der lokalen Potentialfunktion von Gunnarsson und Lundqvist verwendet: [Gun76]

$$V_{xc}(z) = -\frac{2}{\pi\alpha r_s(z)} \left[ 1 + 0.0545 r_s(z) \ln \left( 1 + \frac{11.4}{r_s(z)} \right) \right] R_y^* , \quad (1.9)$$

wobei neben der Abkürzung  $\alpha = (4/9\pi)^{1/3}$  die effektive Rydberg-Konstante

$$R_y^* = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0\epsilon_s a_0^*} \quad (1.10)$$

und der dimensionslose Wigner-Seitz-Radius

$$r_s(z) = \left( \frac{4\pi}{3} a_0^{*3} N_s(z) \right)^{-\frac{1}{3}} \quad (1.11)$$

eingeführt wurde, welcher ein Maß für den Teilchenabstand im Elektronengas ist. In den obigen Gleichungen benennt  $a_0^*$  den effektiven Bohr-Radius

$$a_0^* = \left( \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon_s\hbar^2}{m^*e^2} \right) . \quad (1.12)$$

Die Dichte pro Einheitsfläche der Inversionselektronen im Grundzustand ist gegeben durch

$$N_s(z) = \sum_j N_s^j |\varphi_j(z)|^2 , \quad (1.13)$$

wobei die Besetzungszahl  $N_s^j$  die Zahl der Elektronen im  $j$ -ten Subband pro Einheitsfläche bei der Temperatur  $T$  angibt, und sich unter Verwendung der Zustandsdichte  $D_j(E)$  [Gl. (1.5)] und der Fermi-Dirac-Verteilungsfunktion  $f(E)$  [Hua63] zu

$$N_s^j = \int_{-\infty}^{+\infty} dE D_j(E) f(E) = \frac{m^*k_B T}{\pi\hbar^2} \ln \left[ 1 + \exp \left( \frac{\mu(T) - E_j}{k_B T} \right) \right] \quad (1.14)$$

berechnet. Die Größe  $k_B$  bezeichnet hier die Boltzmann-Konstante und  $\mu(T)$  das chemische Potential. Die gesamte Zahl der Elektronen im Q2DEG pro Einheitsfläche, die zweidimensionale Elektronendichte  $N_s$ , erhält man aus Gl. (1.13) durch Integration über  $z$ :

$$N_s = \int_{-\infty}^{\infty} dz N_s(z) = \sum_j N_s^j . \quad (1.15)$$

Zur Bestimmung des Grundzustandes eines Q2DEG werden nun das Hartree-Potential  $V_H(z)$  aus Gl. (1.8) und die Subband-Energien  $E_j$  und Subband-Wellenfunktionen  $\varphi_j(z)$  mit Hilfe von Gl. (1.6) so lange alternierend berechnet, bis eine ausreichende Konvergenz zwischen beiden Resultaten erreicht ist. Im folgenden werden für Einfach- und Doppelheterostruktur die Randbedingungen zur Lösung der Poisson-Gleichung (1.8) festgelegt und selbstkonsistente Ergebnisse für die Subband-Energien  $E_j$  und Subband-Wellenfunktionen  $\varphi_j(z)$  vorgestellt. In der untersuchten Doppelheterostruktur mit 40 nm Trogbreite kommt es dabei zur Ausbildung eines doppelagigen Q2DEG.

## 1.2.2 Die Einfachheterostruktur

Die Einfachheterostruktur ist schematisch in Abb. 1.1 (a) dargestellt. Das nackte Barrierenpotential ist durch  $V_b(z) = \Delta E_c \Theta(-z)$  gegeben, wobei  $\Delta E_c$  der Sprung der Leitungsbandkante am Heteroübergang  $z = 0$  ist. Das Hartree-Potential  $V_H(z)$  ergibt sich nach zweifacher Integration und nochmaligem partiellen Integrieren aus Gl. (1.8) zu

$$V_H(z) = -\frac{e^2}{\varepsilon_0 \varepsilon_s} \int_{z_0}^z dz' (z - z') [N_s(z') + N_A(z') - N_D(z')] + \left. \frac{dV_H}{dz} \right|_{z=z_0} (z - z_0) + V_H(z_0) . \quad (1.16)$$

Zur Lösung von Gl. (1.16) nimmt man an, daß sich im dotierten Bereich der  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -Barriere ionisierte Donatoren der konstanten Raumladungsdichte  $eN_D$  und im GaAs bis zu einer Ausdehnung  $z_d$ , der sogenannten Verarmungslänge, ionisierte Akzeptoren der konstanten Raumladungsdichte  $-eN_A$  befinden. Das Hartree-Potential enthält die zwei Integrationskonstanten  $(dV_H/dz)|_{z_0}$  und  $V_H(z_0)$ , und ist mit den hier gewählten Randbedingungen

$$\left. \frac{dV_H}{dz} \right|_{z=z_0} = \frac{e^2}{\varepsilon_0 \varepsilon_s} (N_s + N_d) \quad (1.17)$$

und

$$V_H(0) = 0 \quad (1.18)$$

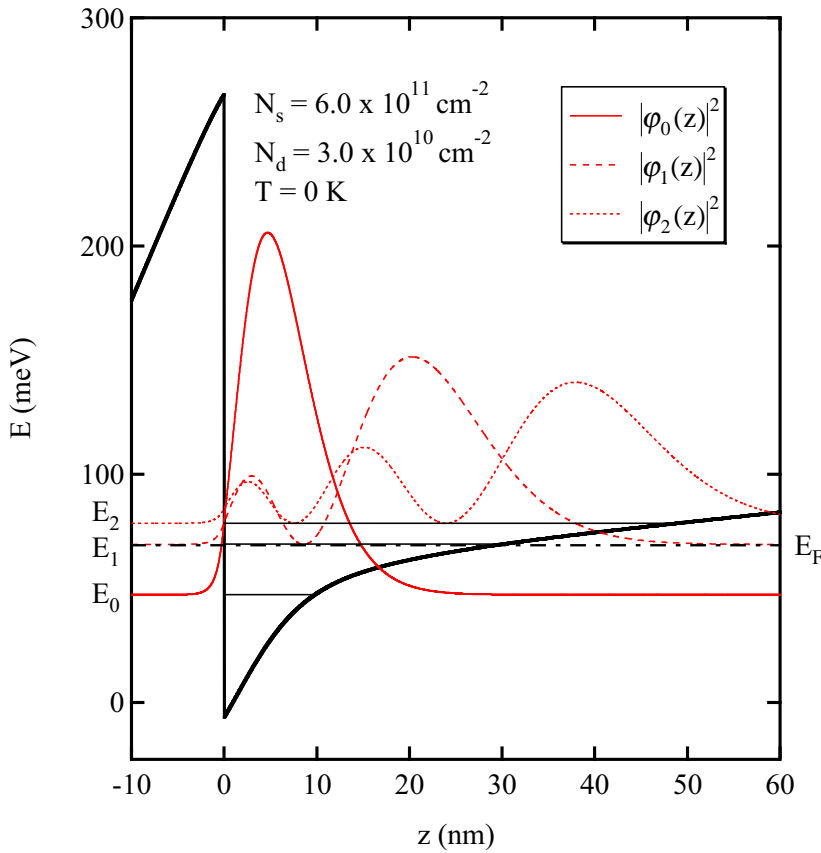
eindeutig bestimmt, wobei die untere Integrationsgrenze  $z_0$  an einem raumladungsfreien Punkt in der Spacer-Schicht liegt. Für die Herleitung der Bedingung (1.17) geht man davon aus, daß links der Dotierungszone im  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  die Bänder flach verlaufen und nutzt die Ladungsneutralität der Gesamtstruktur aus. Die näherungsweise durch

$$z_d = \left( \frac{2\varepsilon_0 \varepsilon_s E_g}{e^2 N_A} \right)^{1/2} \quad (1.19)$$

gebende Verarmungslänge ist im allgemeinen viel größer als die Ausdehnung der Inversionsschicht und bestimmt die Verarmungslänge zu  $N_d = N_A z_d$ . Diese wird in den numerischen Berechnungen bei fest vorgegebenem  $N_s$  als Anpassungsparameter verwendet, da in realen Strukturen die Bandverbiegung oft durch Grenzflächen-Zustände am Schicht-Substrat-Übergang bestimmt wird [Kam93] und auf diesem Wege simuliert werden kann. Das Hartree-Potential einer Einfachheterostruktur läßt sich somit schließlich in folgender Form schreiben:

$$V_H(z) = \frac{e^2}{\varepsilon_0 \varepsilon_s} \left\{ \sum_j N_s^j \left[ z \left( 1 - \int_{z_0}^0 dz' |\varphi_j(z')|^2 \right) + \int_0^z dz' (z' - z) |\varphi_j(z')|^2 \right] + \left( z - \frac{z^2}{2z_d} \right) N_d \right\} . \quad (1.20)$$

In Abb. 1.3 ist der selbstkonsistent berechnete Verlauf der Leitungsbandkante  $E_c$ , d. h. des effektiven Potentials  $V(z)$ , einer  $\text{GaAs}/\text{Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As}$ -SHS mit einer Elektronendichte von  $N_s = 6.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  bei der Temperatur  $T = 0 \text{ K}$  dargestellt. Eingezeichnet sind die untersten drei Subband-Energien  $E_j$  sowie die Betragsquadrate  $|\varphi_j(z)|^2$  der zugehörigen Wellenfunktionen und die Fermi-Energie  $E_F = \mu(0)$ . Aufgrund der Energieabsenkung durch die Beiträge von Austausch und Korrelation liegt das Minimum von  $V(z)$  bei  $z = 0$  unterhalb des Nullpunktes. Die der Rechnung unterliegenden Materialparameter von GaAs und  $\text{Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As}$  sind in Tab.

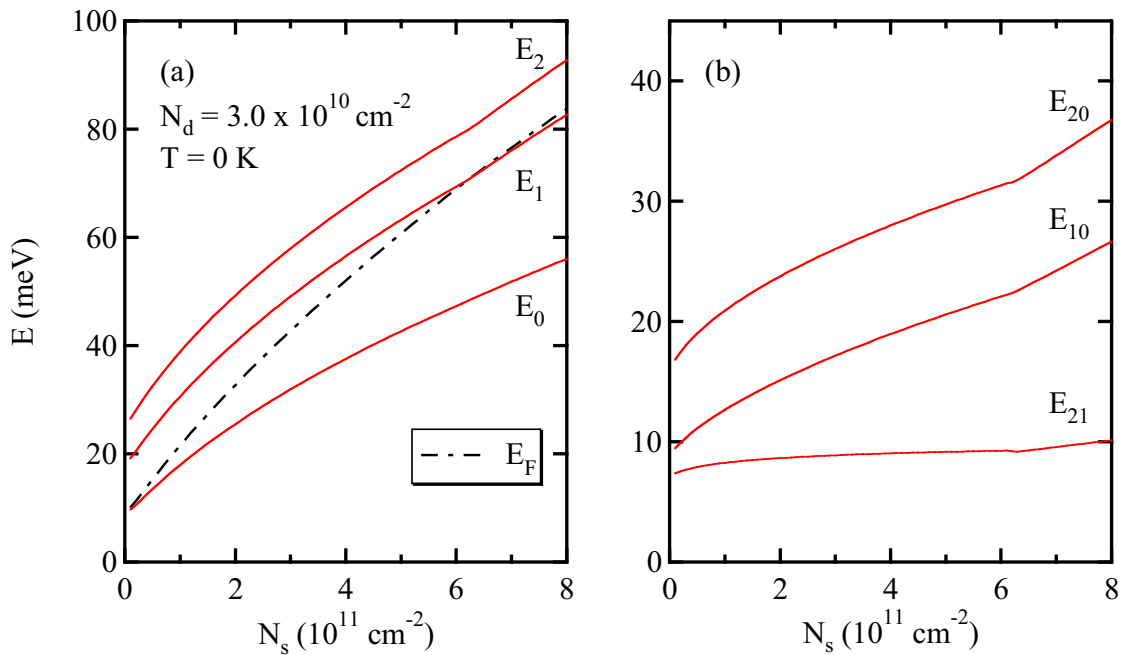


**Abbildung 1.3:** Potentialverlauf und Subband-Quantisierung in einer GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As-SHS mit der Elektronendichte  $N_s = 6.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  und einer Verarmungsladungsdichte von  $N_d = 3.0 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$  bei der Temperatur  $T = 0 \text{ K}$ . Das selbstkonsistente Potential  $V(z)$  ist mit einer starken durchgezogenen Linie gekennzeichnet, die ersten drei Subband-Niveaus  $E_j$  sind jeweils durch eine dünne Volllinie skizziert, die entsprechenden Betragsquadrate der Subband-Wellenfunktionen werden in der Legende zugeordnet. Die als Strichpunktlinie dargestellte Fermi-Energie  $E_F$  liegt knapp unterhalb des ersten angeregten Subbandes, so daß der elektronische Quantengrenzfall erfüllt ist. Die verwendeten Materialparameter sind Tab. A.1 im Anhang A zu entnehmen.

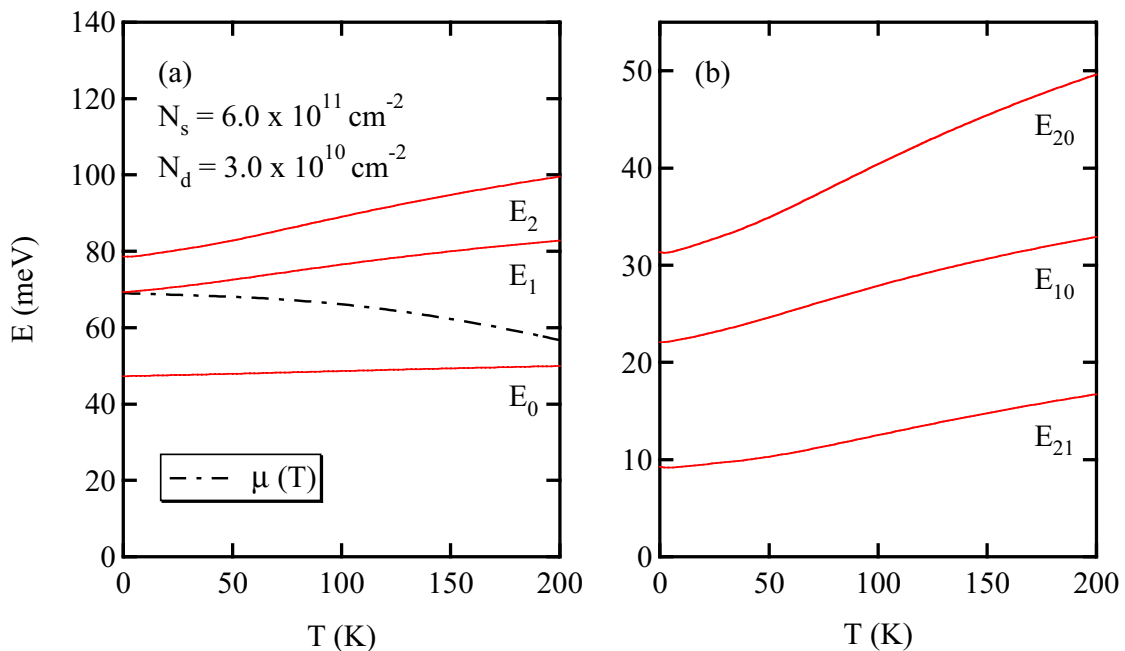
A.1 (Anhang A) zusammengestellt. Eine detaillierte Untersuchung der Energieniveaus in GaAs-Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As-Einfachheterostrukturen zeigt, daß die hier nicht berücksichtigten Einflüsse der Bildladungs-Wechselwirkung und von Grenzflächen-Rauigkeiten eine sehr geringe Auswirkung auf die Subband-Energien haben. [Ste84]

Die Abhängigkeit der Subband-Energien  $E_j$  von der Elektronendichte  $N_s$  ist in Abb. 1.4 (a) dargestellt. Mit zunehmender Dichte steigt die Energie aller Subband-Niveaus an, da der Verlauf des selbstkonsistenten Potentials  $V(z)$  im Bereich der Inversionsschicht steiler, d. h. das mittlere elektrische Feld im Gebiet des Q2DEG stärker wird. Dieses Verhalten ist für die beiden angeregten Subbänder aufgrund deren deutlich höherer räumlicher Ausdehnung (Abb. 1.3) besonders ausgeprägt. Bei einer vorgegebenen Verarmungsladungsdichte von  $N_d = 3.0 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$  wird bei der Temperatur  $T = 0 \text{ K}$  ab einer Elektronendichte von  $N_s = 6.2 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  der erste angeregte Zustand besetzt. Die Fermi-Energie  $E_F$  verläuft dann nahezu parallel zur Unterkante des ersten angeregten Subbandes, da dessen Besetzung nach Gl. (1.5) mit einer Zunahme der elektronischen Zustandsdichte im Q2DEG verbunden ist. [And82a, And82b] Abb. 1.4 (b) ist zu entnehmen, daß mit steigender Elektronendichte auch die Subband-Abstände  $E_{jk} = E_j - E_k$  anwachsen. In der Dichteabhängigkeit der Subband-Abstände zeigt sich an diesem Punkt aufgrund der abrupt erhöhten Zustandsdichte eine deutliche Diskontinuität. [And82a]

Bei endlichen Temperaturen kommt es nach Gl. (1.14) zu einer thermischen Umbesetzung der Elektronen im Q2DEG. Werden in einer Inversionsschicht mit steigender Temperatur höhere Subbänder besetzt, in denen die Envelope-Funktion  $\varphi_j(z)$  der Elektronen eine größere Ausdehnung besitzt, ändert sich die Form des selbstkonsistenten Potentials  $V(z)$ . Bei konstanter Elektronendichte  $N_s$  wird das Hartree-Potential mit zunehmender Temperatur steiler, was zu einem Anwachsen der Subband-Energien führt [Abb. 1.5 (a)]. Dieser Effekt ist für das unterste Subband am schwächsten und für die höheren stärker, und bewirkt eine Zunahme der Subband-Abstände mit steigender Temperatur. [Abb. 1.5 (b)].



**Abbildung 1.4:** Abhängigkeit der (a) Subband-Energien und (b) Subband-Abstände einer GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As-SHS von der Elektronendichte  $N_s$  bei einer Verarmungsladungsdichte von  $N_d = 3.0 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$  und der Temperatur  $T = 0 \text{ K}$ . Subband-Energien und Subband-Abstände sind durch Volllinien, der Wert der Fermi-Energie  $E_F$  ist als Strichpunktlinie dargestellt.



**Abbildung 1.5:** Temperaturabhängigkeit der (a) Subband-Energien und (b) Subband-Abstände einer GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As-SHS mit einer Elektronendichte von  $N_s = 6.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  und der Verarmungsladungsdichte  $N_d = 3.0 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ . Subband-Energien und Subband-Abstände sind durch Volllinien, der Wert des chemischen Potentials  $\mu(T)$  ist als Strichpunktlinie eingezeichnet.



### 1.2.3 Die Doppelheterostruktur mit 40 nm Trogbreite

Für eine Doppelheterostruktur, wie sie in Abb. 1.1 (b) skizziert ist, läßt sich das Barrierenpotential schreiben als  $V_b(z) = \Delta E_c \Theta(|z| - d/2)$ , wobei  $d$  die Breite des GaAs-Quantentrogges bezeichnet. Da diese in der Regel sehr viel geringer ist als die Ausdehnung  $z_d$  der Verarmungszone, kann in einer DHS der Beitrag der Verarmungsladung  $N_d$  zum Gesamtpotential vernachlässigt werden, d. h.  $N_A(z') = 0$  in Gl. (1.16). Unter den gleichen Annahmen wie im Fall der SHS erhält man mit den Randbedingungen

$$\left. \frac{dV_H}{dz} \right|_{z=z_0} = b \frac{e^2}{\varepsilon_0 \varepsilon_s} N_s \quad (1.21)$$

und

$$V_H\left(-\frac{d}{2}\right) = 0 \quad (1.22)$$

das Hartree-Potential einer DHS zu

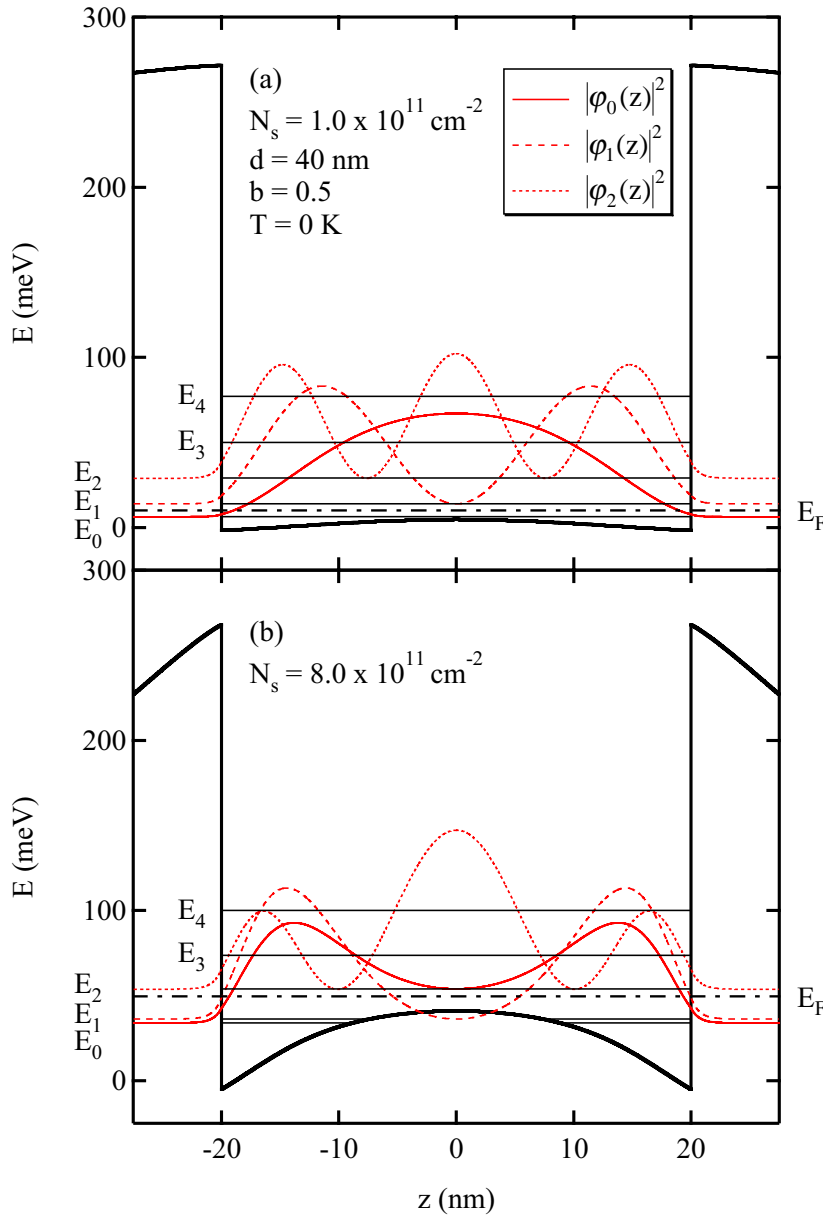
$$V_H(z) = \frac{e^2}{\varepsilon_0 \varepsilon_s} \left\{ \sum_j N_s^j \left[ \left( z + \frac{d}{2} \right) \left( b - \int_{z_0}^{-\frac{d}{2}} dz' |\varphi_j(z')|^2 \right) + \int_{-\frac{d}{2}}^z dz' (z' - z) |\varphi_j(z')|^2 \right] \right\}, \quad (1.23)$$

wobei die untere Grenze  $z_0$  der Integration an einem raumladungsfreien Punkt in der linken Barriere liegt. Der Wert des Parameters  $0 \leq b \leq 1$  hängt von der Symmetrie der Barrierendotierung ab. Bei symmetrischer Dotierung gilt  $b = 0.5$ , während die einseitige Dotierung der linken (rechten) Barriere den Wert  $b = 1$  ( $b = 0$ ) liefert.

Der selbstkonsistent berechnete Verlauf des effektiven Potentials  $V(z)$  einer GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As-DHS mit 40 nm Trogbreite und einer Elektronendichte von  $N_s = 1.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  mit der Randbedingung  $b = 0.5$  bei  $T = 0 \text{ K}$  ist in Abb. 1.6 (a) dargestellt. Es sind die niedrigsten fünf Subband-Energien  $E_j$  sowie die Betragsquadrate  $|\varphi_j(z)|^2$  der untersten drei Wellenfunktionen eingezeichnet. Während in Einfachheterostrukturen die Subband-Abstände nur schwach mit der Barrierenhöhe variieren, hängt die Differenz der Subband-Niveaus in Doppelheterostrukturen stark von der Barrierenhöhe  $\Delta E_c$  und der Trogbreite  $d$  ab. [Fis83]

Aufgrund der Symmetrie des Potentials  $V(z)$  bezüglich  $z = 0$  lassen sich im Fall  $b = 0.5$  die Lösungen der effektiven Einteilchen-Gleichung (1.6) in symmetrische Wellenfunktionen  $\varphi_0(z), \varphi_2(z), \varphi_4(z), \dots$  und antisymmetrische Wellenfunktionen  $\varphi_1(z), \varphi_3(z), \varphi_5(z), \dots$  klassifizieren. Die entsprechenden Zustände bezeichnet man auch als symmetrische Zustände (Zustände gerader Parität) und antisymmetrische Zustände (Zustände ungerader Parität).

Mit zunehmender Elektronendichte  $N_s$  wird der Einfluß des Hartree-Potentials auf den Verlauf von  $V(z)$  stärker, so daß der beim nackten Barrierenpotential ursprünglich flache Topfboden immer deutlicher gekrümmt wird. Mit dem Einschlußpotential ändert sich auch die Form der Wellenfunktion  $\varphi_0(z)$ , welche ab einer Dichte von etwa  $N_s = 1.8 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  zwei um  $z = 0$  symmetrisch liegende Maxima besitzt. Da bei dieser Ladungsträgerdichte in der betrachteten Struktur mit  $d = 40 \text{ nm}$  gerade das erste angeregte Subband besetzt wird, teilt sich das einlagige Q2DEG in zwei über den quantenmechanischen Tunnel-Effekt gekoppelte Elektronenlagen. Bei der Elektronendichte  $N_s = 8.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  ist diese Situation deutlich zu beobachten [Abb. 1.6 (b)]. Die beiden energetisch niedrigsten Wellenfunktionen des zweilagigen Q2DEG sind hier delokalisierte Elektronenzustände, welche durch die Tunnel-Kopplung gemischt werden. Der symmetrische Zustand  $\varphi_0(z)$  zeigt dabei ebenso wie der antisymmetrische Zustand  $\varphi_1(z)$  eine geringe Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Elektronen im Bereich um  $z = 0$ . Der antisymmetrische Zustand zeichnet sich jedoch dadurch aus, daß die Amplitude bei  $z = 0$  einen Nulldurchgang aufweist, was sich in Abb. 1.6 (b) im Verschwinden von  $|\varphi_1(z)|^2$  an diesem Punkt



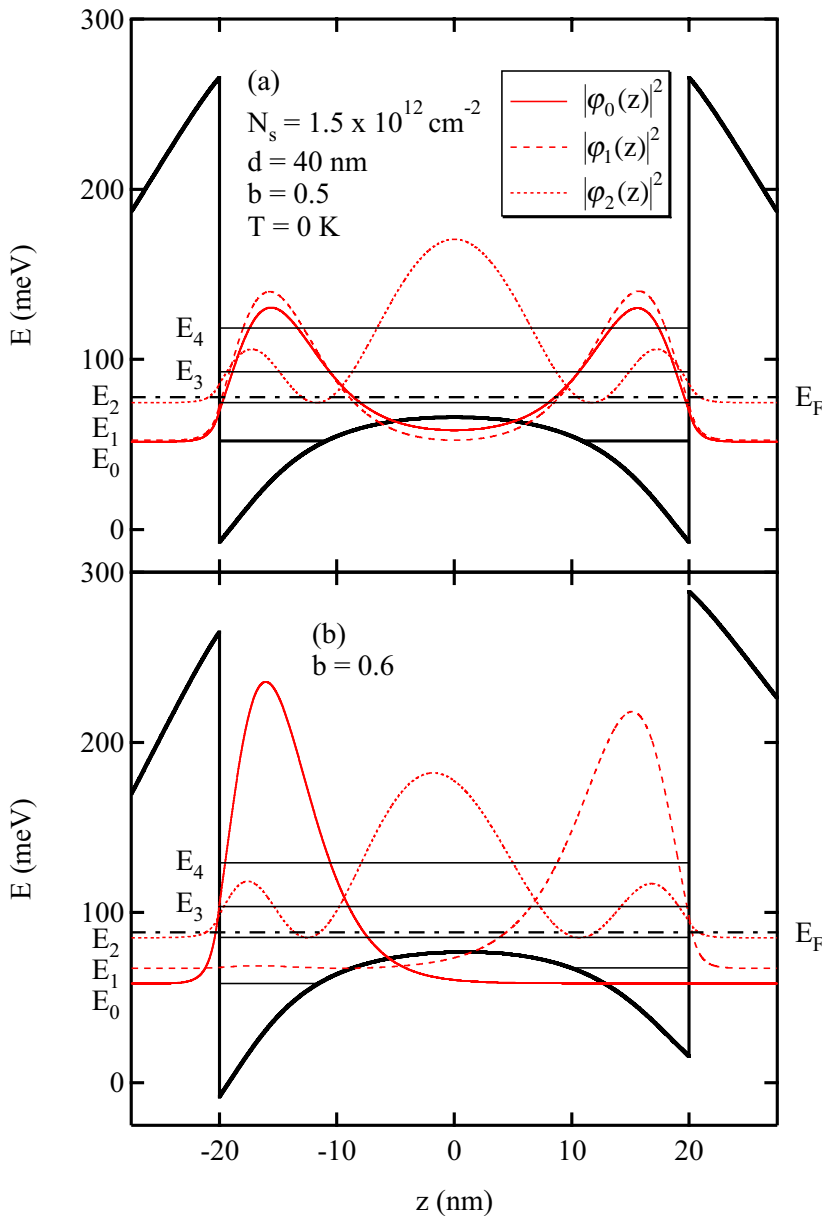
**Abbildung 1.6:** Bandkantenverlauf und Subband-Quantisierung in einer GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As-DHS mit 40 nm Trogbreite und einer Elektronendichte von (a)  $N_s = 1.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  bzw. (b)  $N_s = 8.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  bei der Randbedingung  $b = 0.5$  und der Temperatur  $T = 0 \text{ K}$ . Das selbstkonsistente Potential  $V(z)$  ist mit einer starken durchgezogenen Linie gekennzeichnet, die ersten fünf Subband-Niveaus  $E_j$  sind durch je eine dünne Vollinie skizziert. Die eingetragenen Betragsquadrate der Subband-Wellenfunktionen werden in der Legende zugeordnet, die Lage der Fermi-Energie  $E_F$  ist durch eine Strichpunktlinie repräsentiert. Mit der Erhöhung der Elektronendichte geht das ursprünglich einlagige System in ein Doppellagen-System über, dessen zwei niedrigste Zustände durch eine Energielücke  $\Delta_{SAS}$  getrennt sind, welche ein Maß für deren Kopplung über den quantenmechanischen Tunnel-Effekt darstellt. Die verwendeten Materialparameter sind Tab. A.1 im Anhang A zu entnehmen.

äußert. Das Betragsquadrat des symmetrischen Zustandes,  $|\varphi_0(z)|^2$ , besitzt dagegen bei  $z = 0$  einen endlichen Wert, welcher ein Maß für die Tunnel-Kopplung der beiden Elektronenlagen darstellt. Die Kopplung der beiden Schichten über den Tunnel-Effekt bestimmt den energetischen Abstand

$$\Delta_{SAS} = E_{10} = E_1 - E_0 \quad (1.24)$$

zwischen dem antisymmetrischen Zustand  $\varphi_1(z)$  und dem symmetrischen Zustand  $\varphi_0(z)$ , welcher mit wachsender Elektronendichte  $N_s$  abnimmt [Abb. 1.7 (a)] und bei verschwindender Tunnel-Kopplung zu null wird. Eine zunehmende Ladungsträgerdichte bewirkt dabei gleichzeitig ein Anwachsen des Abstandes der beiden elektronischen Lagen, da die elektrostatische Abstoßung der Elektronen diese in zunehmendem Maße in die Nähe der Potentialwände der DHS drückt.

GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As-DHS mit symmetrischem Potentialverlauf zeichnen sich ab einer bestimmten Trogbreite also dadurch aus, daß mit einer Erhöhung der Ladungsträgerdichte  $N_s$  das einlagige System in ein Doppellagen-System übergeht, dessen Kopplung über den Tunnel-Effekt sich bei steigendem  $N_s$  reduziert.

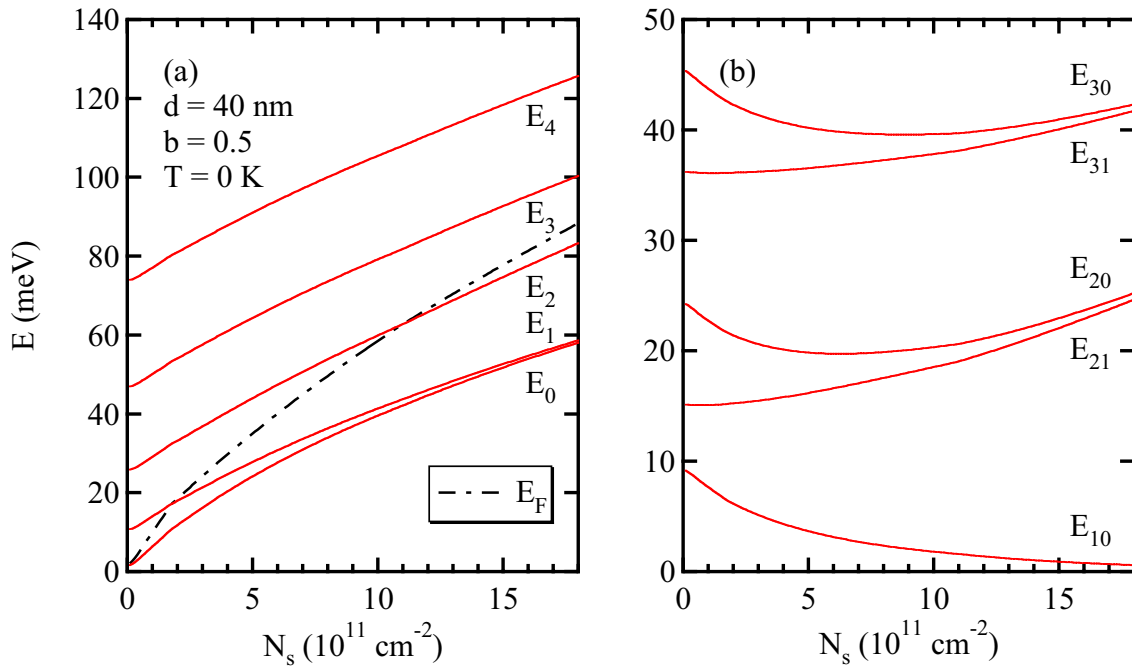


**Abbildung 1.7:** Bandkantenverlauf und Subband-Quantisierung in einer GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As-DHS mit 40 nm Trogbreite und einer Elektronendichte von  $N_s = 1.5 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$  für die Randbedingung (a)  $b = 0.5$  bzw. (b)  $b = 0.6$  bei  $T = 0 \text{ K}$ . Das selbstkonsistente Potential  $V(z)$  ist mit einer starken durchgezogenen Linie gekennzeichnet, die ersten fünf Subband-Niveaus  $E_j$  sind durch je eine dünne Vollinie skizziert, wobei in (a) der Abstand der beiden niedrigsten Niveaus geringer als die Strichstärke ist und nicht mehr aufgelöst werden kann. Die eingetragenen Betragsquadrate der Subband-Wellenfunktionen werden in der Legende zugeordnet, die Lage der Fermi-Energie  $E_F$  ist durch eine Strichpunktlinie repräsentiert. Nach dem Übergang vom symmetrischen (a) in das nicht-symmetrische Regime (b) weisen die Zustände keine definierte Parität mehr auf. Die zwei energetisch niedrigsten Wellenfunktionen sind dann auf je einer der beiden Seiten der DHS lokalisiert.

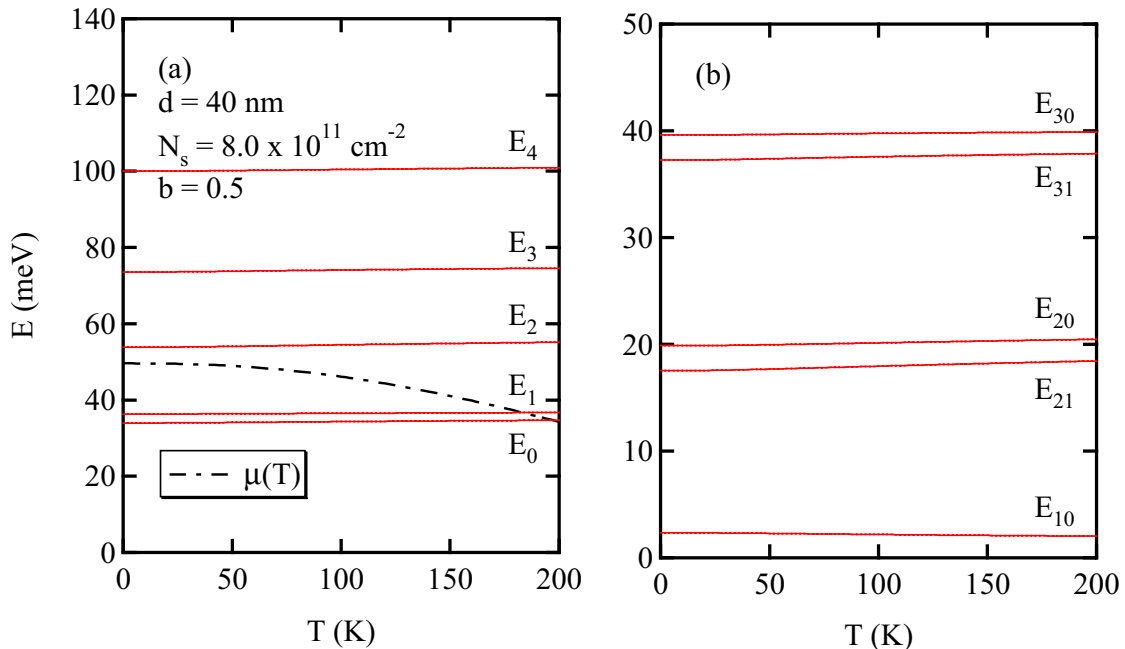
In realen Strukturen ist die Variation der Elektronendichte  $N_s$  mit Hilfe einer Gate-Elektrode meist mit einer Änderung der Randbedingung Gl. (1.17), d. h. des Parameters  $b$  verbunden, welcher bei Verarmung des Q2DEG dann auch Werte  $b < 0$  und bei Anreicherung des Q2DEG Werte  $b > 1$  annehmen kann. Ein symmetrischer Potentialverlauf liegt in diesem Fall nur für eine bestimmte Gate-Spannung  $V_g$  vor. Die Beobachtung des oben beschriebenen Übergangs vom einlagigen zum zweilagigen Q2DEG durch Erhöhung der Elektronendichte in einer im gesamten Dichtebereich symmetrischen Struktur erfordert daher einen speziellen Probenaufbau. [Wil01]

Bei einem asymmetrischen Verlauf des effektiven Potentials  $V(z)$  sind die Wellenfunktionen  $\varphi_0(z)$  und  $\varphi_1(z)$  im Gegensatz zum symmetrischen Fall weitgehend auf einer der beiden Seiten der DHS lokalisiert, was mit einem gleichzeitigen Anwachsen der Energielücke  $E_{10}$  verbunden ist [Abb. 1.7 (b)]. Die elektronischen Zustände weisen dann keine definierte Parität bezüglich der Trogmitte mehr auf. Die Tunnel-Kopplung der Wellenfunktionen  $\varphi_0(z)$  und  $\varphi_1(z)$  wird somit auch stark von der räumlichen Symmetrie des effektiven Potentials  $V(z)$  beeinflusst.

In Abb. 1.8 (a) ist die Abhängigkeit der Subband-Energien  $E_i$  der 40 nm-DHS von der Elektronendichte



**Abbildung 1.8:** Abhängigkeit der (a) Subband-Energien und (b) Subband-Abstände einer GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As-DHS mit 40 nm Trogbreite bei der Randbedingung  $b = 0.5$  von der Elektronendichte  $N_s$  bei der Temperatur  $T = 0$  K. Subband-Energien und Subband-Abstände sind durch Vollenlinien, der Wert der Fermi-Energie  $E_F$  ist als Strichpunktlinie dargestellt.



**Abbildung 1.9:** Abhängigkeit der (a) Subband-Energien und (b) Subband-Abstände einer GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As-DHS mit 40 nm Trogbreite und der Randbedingung  $b = 0.5$  von der Temperatur  $T$  bei der Elektronendichte  $N_s = 8.0 \times 10^{11}$  cm<sup>-2</sup>. Subband-Energien und Subband-Abstände sind durch Vollenlinien, der Wert des chemischen Potentials  $\mu(T)$  ist als Strichpunktlinie eingezeichnet.

$N_s$  dargestellt. Mit zunehmender Dichte nimmt die Krümmung des Topfbodens im Potential  $V(z)$  der DHS zu und die Subband-Energien steigen an. Ab einer Dichte von etwa  $N_s = 1.8 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  wird das erste angeregte Subband, ab  $N_s = 1.1 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$  der zweite angeregte Zustand besetzt. Durch die Besetzung des ersten angeregten Subbandes bildet sich mit immer stärkerer Ausprägung aus einem einlagigen ein zweilagiges Elektronensystem. Mit wachsender Dichte  $N_s$  nimmt dabei die gegenseitige Tunnel-Kopplung beider Systeme und somit auch die Energielücke  $E_{10} = \Delta_{SAS}$  ab [Abb. 1.8 (b)]. Im Grenzfall verschwindender Kopplung sind diese beiden Zustände energetisch entartet und in je einer der beiden Lagen lokalisiert. Die Subband-Abstände zwischen den beiden untersten Niveaus und den höheren Zuständen gruppieren sich zu Paaren, welche mit steigendem  $N_s$  energetisch immer weiter zusammenrücken [Abb. 1.8 (b)].

Im Regime sehr niedriger Elektronendichten ( $N_s < 0.5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ ) wurde für ähnliche zweilagige Tunnel-Strukturen von Radtke, Tamborenea und Das Sarma [Rad96] sowie von Reboredo und Proetto [Reb97, Reb98] die Existenz eines reichhaltigen Grundzustands-Phasendiagramms vorhergesagt. In Abhängigkeit von Elektronendichte  $N_s$  und Tunnel-Kopplung  $\Delta_{SAS}$  wurden als Resultat von Austausch-Effekten für symmetrische Strukturen ( $b = 0.5$ ) paramagnetische, ferromagnetische und antiferromagnetische Grundzustände und für asymmetrische Strukturen eine zusätzliche ferrimagnetische Phase berechnet.

Anders als in Einfachheterostrukturen sind die Subband-Energien [Abb. 1.9 (a)] und Subband-Abstände [Abb. 1.9 (b)] in Doppelheterostrukturen nahezu unabhängig von der Temperatur. Dies liegt daran, daß die Energieniveaus in Quantentrögen stark von der Trogbreite und -höhe bestimmt werden, und die thermische Umverteilung der Elektronen somit nur einen geringen Einfluß auf die Subband-Energien ausübt.

Ein Hauptvorteil der Realisierung eines zweilagigen Q2DEG in einer breiten DHS [Sue91, Sue92, Sue94, Man96] anstatt in dem häufig dazu verwendeten System aus zwei durch eine dünne Barriere getrennten Doppelheterostrukturen [Boe90, Boe92, Hol02a, Hol02b] besteht in der Minimierung der höheren Elektronenstreuung im Legierungsmaterial, da im vorliegenden Fall die beiden Lagen durch GaAs und nicht durch  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  getrennt sind. Weiterhin läßt sich durch Variation der Elektronendichte  $N_s$  an einer Probe im Prinzip sowohl die Tunnel-Kopplung ( $\Delta_{SAS}$ ) als auch der gegenseitige Abstand der Elektronenlagen verändern. Im Gegensatz zur beschriebenen breiten DHS können bei den durch eine dünne Barriere separierten Doppelheterostrukturen aufgrund der höheren Tunnel-Barriere mehrere Paare delokalierter symmetrischer und antisymmetrischer Zustände auftreten. [Wen96, Liu01]



## Kapitel 2

# Kollektive Anregungen quasi-zweidimensionaler Elektronengase

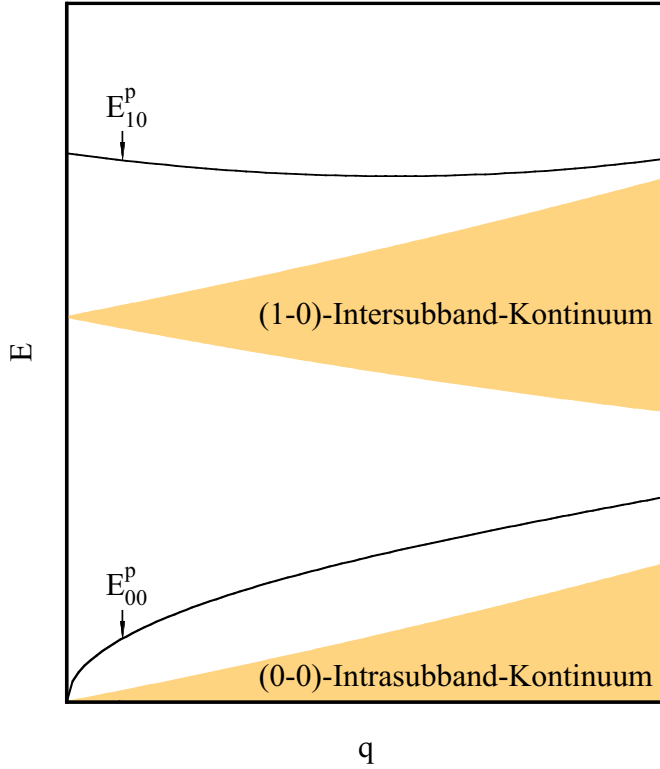
Die wichtigsten elementaren Anregungen eines Q2DEG sind dessen Ladungsdichte-Anregungen, d. h. die quasi-zweidimensionalen (Q2D) Plasmonen. In diesem Kapitel folgt in Abschnitt 2.1 zunächst eine qualitative Charakterisierung der Anregungen des Q2DEG. Anschließend werden die quasi-zweidimensionalen Plasmon-Moden und Plasmon-Phonon-Moden im Rahmen des Dichteantwort-Formalismus diskutiert. (Abschnitt 2.2) Als Grundlage zur Berechnung der optischen Absorption des Q2DEG dient die Darstellung der Plasmon-Polariton-Moden bzw. Plasmon-Phonon-Polariton-Moden im Stromantwort-Schema in Abschnitt 2.3.

### 2.1 Einführung

Die Anregungen eines Q2DEG lassen sich klassifizieren in Einteilchen-Anregungen und kollektive Anregungen. Die Einteilchen-Anregungen beschreiben Übergänge von besetzten Zuständen unterhalb der Fermi-Energie  $E_F$  in unbesetzte Niveaus oberhalb der Fermi-Energie. Durch die Kopplung der Elektronen über die direkte Coulomb-Wechselwirkung und die Austausch-Wechselwirkung werden bei der Gitterkoppler-Ferninfrarot-Spektroskopie die kollektiven Ladungsdichte-Moden des Q2DEG angeregt, welche sich im allgemeinen energetisch von den Einteilchen-Anregungen unterscheiden. [Che76, And77, Dah77]

Das kollektive Anregungsspektrum des Q2DEG ist aufgrund der Größenquantisierung aufgeteilt in  $(j-j)$ -Intrasubband-Plasmonen, welche mit der kollektiven (kohärenten) Elektronenbewegung innerhalb eines Subbandes  $j$  verbunden sind, und  $(j-k)$ -Intersubband-Plasmonen, die kollektive Elektronenübergänge vom Subband  $k$  in das Subband  $j$  darstellen. Im allgemeinen sind diese Moden nicht unabhängig voneinander, so daß die sogenannte Intersubband-Kopplung zwischen verschiedenen Anregungen zu einem hybridartigen Plasmon-Spektrum führt. Plasmonen im Q2DEG lassen sich als laterale Modulation der Elektronendichte beschreiben, welche mit einem Wellenzahlvektor-Übertrag  $\mathbf{q} = (q_x, q_y)$  in der Ebene des Elektronengases verbunden ist.

Abbildung 2.1 zeigt qualitativ die Dispersionsrelationen des (0-0)-Intrasubband- und des (1-0)-Intersubband-Plasmons eines Q2DEG in der  $E$ - $q$ -Ebene. Hier stellt  $E$  die Energie der Anregung dar, und  $\mathbf{q} = \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1$  steht für den Wellenzahlvektor-Übertrag parallel zur Ebene des Q2DEG, wobei  $\mathbf{k}_1$  ( $\mathbf{k}_2$ ) den zweidimensionalen Wellenzahlvektor des Ausgangszustandes (Endzustandes) bezeichnet. Eingezeichnet sind ferner die (0-0)- und (1-0)-Einteilchen-Kontinua, d. h. die Gesamtheit der möglichen (0-0)-Intrasubband- und (1-0)-Intersubband-Einteilchen-Übergänge für ein System mit zwei parabolischen Subbändern gleicher effektiver Masse  $m^*$  bei der Temperatur  $T = 0$  K. [Wen86] Innerhalb der Einteilchen-Kontinua sind die kollektiven Anregungen keine Eigenmoden mehr und damit auch nicht mehr Elementaranregungen des Systems. Sie werden Landau-gedämpft durch den Zerfall in unkorrelierte Elektron-Loch-Paare. [Lan46, Saw57, Wen88a, Pin89b, Kum94]



**Abbildung 2.1:** Dispersionsrelationen des (0-0)-Intrasubband-Plasmons und des (1-0)-Intersubband-Plasmons eines Q2DEG mit zwei parabolischen Subbändern gleicher effektiver Masse  $m^*$ . Während die Energie  $E_{00}^p$  der Intrasubband-Mode für kleine Werte des Wellenzahlvektors  $q$  proportional zu  $\sqrt{q}$  ist, weist die Intersubband-Mode ( $E_{10}^p$ ) hier nur eine schwache Dispersion auf. Die zugehörigen Einteilchen-Kontinua für  $T = 0$  K sind schattiert hervorgehoben, wobei für  $q = 0$  die Energie des (1-0)-Kontinuums der Einteilchen-Energiedifferenz  $E_{10}$  entspricht. Die Einteilchen-Kontinua stellen die Gesamtheit der möglichen Einteilchen-Übergangsennergien zwischen besetzten Zuständen innerhalb der Fermi-Kugel des Ausgangszustandes und unbesetzten Zuständen innerhalb der Fermi-Kugel des Endzustandes dar. Im Gebiet der Einteilchen-Kontinua werden kollektive Anregungen Landau-gedämpft durch den Zerfall in unkorrelierte Elektron-Loch-Paare.

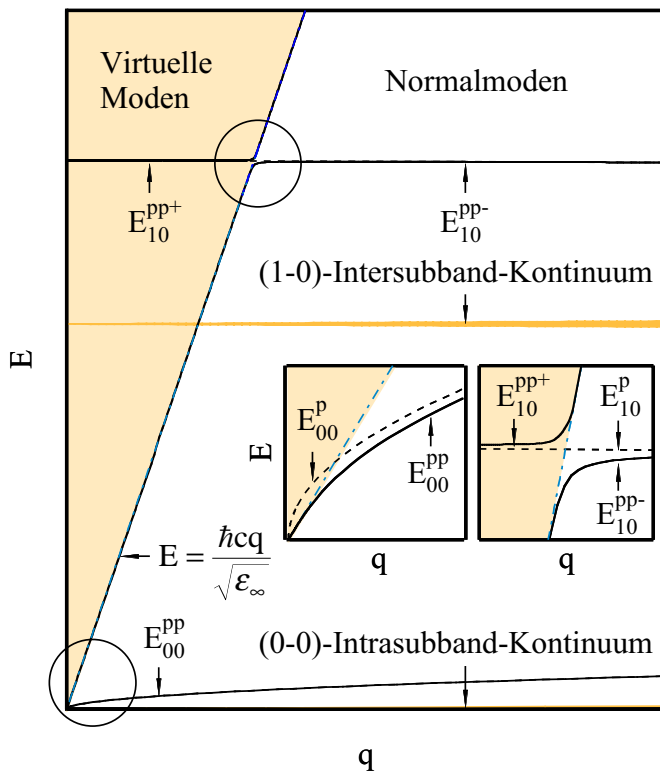
In Heterostrukturen, welche sich aus polaren Materialien wie GaAs und AlAs zusammensetzen, kommt es zu einer Kopplung der Plasmon-Moden an die longitudinal-optischen (LO) und Grenzflächen-Phononen des Systems. Die Plasmon-Phonon-Moden stellen dann die elementaren Anregungen des sogenannten quasi-zweidimensionalen Polarongases (Q2DPG) dar.

Während die Plasmonen eines dreidimensionalen Elektronengases rein longitudinale Felder und keine Magnetfeld-Komponenten aufweisen, und daher nicht mit elektromagnetischer Strahlung koppeln, haben Q2D-Plasmonen longitudinale und transversale elektrische Felder und ein transversales Magnetfeld. Sie koppeln deshalb direkt an das elektromagnetische Feld und sind immer durch Retardierungs-Effekte beeinflusst. [Dah77, Wen93, Wen99a, Kuk03] Die elementaren Anregungen des Q2DEG (Q2DPG) in Anwesenheit der Retardierung sind die Plasmon-Polaritonen (Plasmon-Phonon-Polaritonen). In typischen Experimenten zur Anregung von quasi-zweidimensionalen Plasmonen sind jedoch meist solche Bedingungen realisiert, bei denen die Retardierungs-Effekte vernachlässigbar klein sind.

Die Dispersionsrelationen des (0-0)-Intrasubband-Plasmons und des (0-0)-Intrasubband-Plasmon-Polaritons sowie des (1-0)-Intersubband-Plasmons und des (1-0)-Intersubband-Plasmon-Polaritons sind schematisch in Abb. 2.2 dargestellt. Aufgrund der Retardierung liegt (bei Vernachlässigung von Bildladungs-Effekten) die Energie  $E_{00}^{pp}$  des (0-0)-Intrasubband-Plasmon-Polaritons für alle Werte von  $q$  unterhalb der Lichtgeraden  $E = \hbar c q / \sqrt{\epsilon_\infty}$ , wobei  $\epsilon_\infty$  die dynamische Dielektrizitätskonstante benennt. [Kuk03] Im Gegensatz dazu schneidet die Dispersion  $E_{00}^p$  des (0-0)-Intrasubband-Plasmons (ohne Retardierung) die Lichtgerade. Die Dispersionskurve des (1-0)-Intersubband-Plasmon-Polaritons zeigt im Bereich des Schnittpunktes von Lichtgerade und Intersubband-Plasmon eine für den Polariton-Effekt typische Aufspaltung in je einen Zweig der Energie  $E_{10}^{pp+}$  links der Lichtgeraden und der Energie  $E_{10}^{pp-}$  rechts der Lichtgeraden. Diese ist Folge der im Gegensatz zum (0-0)-Intrasubband-Plasmon endlichen Nullpunkts-Energie  $E(q=0)$  der (1-0)-Intersubband-Mode.

Die Q2D-Plasmon-Polaritonen stellen nur für  $q > E \sqrt{\epsilon_\infty} / \hbar c$  (Bereich rechts der Lichtgeraden) Normalmoden des Systems dar, da nur in diesem Fall das elektromagnetische Feld von den Grenzflächen der Probe





**Abbildung 2.2:** Dispersionsrelationen des (0-0)-Intrasubband-Plasmon-Polaritons und des (1-0)-Intersubband-Plasmon-Polaritons (Bereich kleiner  $q$  in Abb. 2.1). Die durch Kreise hervorgehobenen Gebiete sind zusätzlich vergrößert dargestellt. Die Energien  $E_{00}^{pp}$  des (0-0)-Plasmon-Polaritons und  $E_{10}^{pp+}$  sowie  $E_{10}^{pp-}$  der Zweige des (1-0)-Plasmon-Polaritons sind durch Volllinien, die der zugehörigen nicht-retardierten Plasmon-Moden als gestrichelte Linien eingezeichnet. Die Lichtgerade  $E = \hbar cq / \sqrt{\epsilon_{\infty}}$  ist als Strichpunktlinie skizziert. Weiterhin sind die entsprechenden Einteilchen-Kontinua für  $T = 0$  K eingetragen. Nur in den Bereichen rechts der Lichtgeraden existieren die Normalmoden des Q2DEG, deren elektromagnetische Felder von den Grenzflächen der Probe in das Vakuum und in den Substratbereich hin abfallen. Die virtuellen Moden links der Lichtgeraden (hell schattierter Bereich) strahlen dagegen Energie in das Vakuum und das Substrat ab.

in das die Probe umgebende Vakuum und den Substratbereich abfällt. Im restlichen Gebiet ( $q < E \sqrt{\epsilon_{\infty}} / \hbar c$ ) hat das elektromagnetische Feld im Substrat, und für  $q < E / \hbar c$  auch im Vakuum außerhalb der Probe, einen oszillierenden Charakter, und es wird Energie von der kollektiven Anregung abgestrahlt. In diesem Gebiet der  $E$ - $q$ -Ebene existieren im strengen Sinn keine Eigenmoden des Q2DEG. Man spricht von virtuellen Moden, die strahlungsgedämpft und mit einer endlichen Linienbreite behaftet sind. [Wen93, Wen99b] Der linke Zweig  $E_{10}^{pp+}$  der Intersubband-Mode stellt somit keine Plasmon-artige Anregung, sondern eine sogenannte optische Intersubband-Resonanz oder auch Dimensions-Resonanz dar.

Da aufgrund der Retardierung der Betrag des Wellenzahlvektors der Q2D-Plasmonen immer größer als der von Licht ( $q = E \sqrt{\epsilon_{\infty}} / \hbar c$ ) ist, koppeln Q2D-Plasmonen nicht mit sich frei ausbreitenden elektromagnetischen Wellen. [Wen99a] Zur Anregung von Q2D-Plasmonen wurde in dieser Arbeit die Gitterkoppler-Technik [Pet80, Bat84, Wen99b] verwendet, welche in Kapitel 3 ausführlich beschrieben wird.

Die Dispersionsrelationen von Q2D-Plasmonen und Q2D-Plasmon-Polaritonen lassen sich mit der Methode des selbstkonsistenten Feldes (SCF)<sup>1</sup> berechnen. [Ehr59] Die Anregungsenergien der Plasmonen (Plasmon-Polaritonen) treten dabei an den Stellen auf, bei welchen die Dichte (Stromdichte) des Systems resonant auf ein externes Störpotential reagiert. Hauptannahme dieser Methode ist, daß das Elektronengas als nicht-wechselwirkendes System auf ein abgeschirmtes (selbstkonsistentes) Potential antwortet. Das zu berechnende abgeschirmte Potential setzt sich aus dem externen Potential und dem induzierten Potential zusammen, welches aus der Umverteilung der Elektronen in Anwesenheit des externen Potentials resultiert.

Beim Dichteantwort-Formalismus nimmt man an, daß die Störung des Systems durch eine externe Ladungsdichte, d. h. durch ein skalares Potential, verursacht wird. Man erhält die Dispersionsrelation des frei oszillierenden Q2DEG, welche Intra- und Intersubband-Plasmonen beschreibt. Das Stromantwort-Schema geht davon aus, daß eine externe Stromdichte, also ein externes Vektorpotential, für die Störung verantwortlich ist. Es erlaubt die Berechnung der elementaren Anregungen des Q2DEG unter Berücksichtigung der Retardierung,

<sup>1</sup>Self Consistent Field

d. h. der Q2D-Plasmon-Polaritonen. [Wen93] Im Grenzfall  $q \gg E\sqrt{\varepsilon_\infty}/\hbar c$ , welcher bei den typischen Experimenten meist realisiert ist, liefert allerdings auch der Dichteantwort-Formalismus sehr genaue Resultate. Das Stromantwort-Schema dient jedoch als Grundlage für die Berechnung der Absorption des Q2DEG (Abschnitt 2.3) und wird daher im Anschluß an die Diskussion der Q2D-Plasmonen vorgestellt.

## 2.2 Quasi-zweidimensionale Plasmonen

### 2.2.1 Theoretische Grundlagen

Zur Bestimmung der Intra- und Intersubband-Plasmon-Energien im Rahmen des SCF-Verfahrens betrachtet man das im Grundzustand durch Gl. (1.6) beschriebene Q2DEG in Gegenwart eines abgeschirmten (selbstkonsistenten) skalaren Störpotentials  $V^{sc}(\mathbf{q}, z|\omega)$ . [Ste67, Dah77, Wen89, Wen96, Liu01] Dieses ist die Summe aus dem externen Potential  $V^{ext}(\mathbf{q}, z|\omega)$  und dem induzierten Potential  $V^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega)$ :

$$V^{sc}(\mathbf{q}, z|\omega) = V^{ext}(\mathbf{q}, z|\omega) + V^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega) . \quad (2.1)$$

Die durch die Störung induzierte Dichte im Q2DEG,

$$n^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega) = \int dz' P(\mathbf{q}; z, z'|\omega) V^{sc}(\mathbf{q}, z'|\omega) , \quad (2.2)$$

wird durch die irreduzible Polarisationsfunktion des freien Q2DEG,

$$P(\mathbf{q}; z, z'|\omega) = \sum_{l,m} P_{lm}(\mathbf{q}, \omega) \eta_l(z) \eta_m(z') , \quad (2.3)$$

beschrieben, wobei die Definition

$$\eta_{lm}(z) = \varphi_l(z) \varphi_m(z) \quad (2.4)$$

verwendet wurde und die sogenannte Matrix-Polarisationsfunktion  $P_{lm}(\mathbf{q}, \omega)$  gegeben ist durch [Wen86]

$$P_{lm}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{2}{\hbar} \lim_{\delta \rightarrow 0^+} \int \frac{d^2k}{2\pi^2} \frac{f[E_m(\mathbf{k} + \mathbf{q})] - f[E_l(\mathbf{k})]}{E_m(\mathbf{k} + \mathbf{q}) - E_l(\mathbf{k}) - \hbar(\omega + i\delta)} . \quad (2.5)$$

Die Herleitung der Gln. (2.2)-(2.5) erfordert zunächst die Berechnung des statistischen Operators der großkanonischen Gesamtheit wechselwirkungsfreier Elektronen. Man erhält die induzierte Elektronendichte nach Gl. (2.2) dann durch Bildung der Spur der in der Störung linearen Anteile des statistischen Operators mit dem Elektronendichte-Operator. [Wen89] Ferner nutzt man die Zeitunabhängigkeit des ungestörten Problems [Gl. (1.6)] aus, um die vorkommenden zeitabhängigen Größen im Raum der Fourier-Transformierten  $\omega$  (Kreisfrequenz,  $\omega = E/\hbar$ ) darzustellen, und kann aufgrund der Translations-Invarianz des Q2DEG in der  $x$ - $y$ -Ebene die Gleichungen im Raum der entsprechenden zweidimensionalen Fourier-Transformierten  $\mathbf{q}$  schreiben. In Gl. (2.5) bezeichnet  $\delta$  eine Dämpfung der kollektiven Anregungen, welche formal über das adiabatische Einschalten der externen Störung  $V^{ext}$  eingeführt wird.

Anhand Gl. (2.5) erkennt man, daß die Resonanzen der Dichteantwort auf das abgeschirmte Potential  $V^{sc}(\mathbf{q}, z|\omega)$  bei den Einteilchen-Energiedifferenzen auftreten. Die Anregungsenergien der kollektiven Moden des Q2DEG liegen dagegen bei den Resonanzen der Dichteantwort auf das äußere Potential  $V^{ext}(\mathbf{q}, z|\omega)$ . Die Intra- und Intersubband-Plasmon-Energien lassen sich somit ermitteln, indem das selbstkonsistente Potential aus dem externen Potential berechnet und in Gl. (2.2) durch dieses ausgedrückt wird. Hierbei sind im Fall

des reinen Q2DEG die Beiträge des durch die Störung induzierten Hartree-Potentials  $V_H^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega)$  sowie des induzierten Austausch-Korrelations-Potentials  $V_{xc}^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega)$  zu berücksichtigen, und bei der Behandlung des Q2DPG zusätzlich Terme der Elektron-Phonon-Wechselwirkung [ $V_{ep}^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega)$ ]:

$$V^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega) = V_H^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega) + V_{xc}^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega) + V_{ep}^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega) . \quad (2.6)$$

Unter Verwendung der beiden Maxwell-Gleichungen der Elektrostatik ergibt sich für den Beitrag des induzierten Hartree-Potentials  $V_H^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega)$  die Poisson-Gleichung, welche bei Anwendung der zweidimensionalen Fourier-Transformation durch

$$\left( \frac{d}{dz} \varepsilon_\infty(z) \frac{d}{dz} - \varepsilon_\infty(z) q^2 \right) V_H^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega) = \frac{e^2}{\varepsilon_0} n^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega) \quad (2.7)$$

gegeben ist. Für Heterostrukturen mit konstantem  $\varepsilon_\infty(z)$  in jeder Schicht,  $\varepsilon_\infty(z) = \varepsilon_\infty^{(\nu)}$ ,  $\nu = 1, 2, 3, \dots$ , kann man die Poisson-Gleichung mit Hilfe der elektrostatischen Green-Funktion  $D(\mathbf{q}; z, z')$  lösen, welche das elektrostatische Problem der Heterostruktur bei Abwesenheit des Q2DEG beschreibt. [Wen93] Die Green-Funktion der Poisson-Gleichung,  $D(\mathbf{q}; z, z') = D^{dir}(\mathbf{q}; z, z') + D^{im}(\mathbf{q}; z, z')$ , besteht bei Schichtstrukturen mit stückweise konstanter dielektrischer Funktion aus dem direkten Coulomb-Anteil

$$D^{dir}(\mathbf{q}; z, z') = \frac{1}{2\varepsilon_\infty q} e^{-q|z-z'|} \quad (2.8)$$

und dem Bildladungs-Anteil  $D^{im}(\mathbf{q}; z, z')$ , welcher in Anhang B für die Einfach- und die Doppelheterostruktur spezifiziert wird. Unter Verwendung der Green-Funktion lautet die Lösung der Poisson-Gleichung:

$$V_H^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega) = \frac{e^2}{\varepsilon_0} \int dz' D(\mathbf{q}; z, z') n^{ind}(\mathbf{q}, z'|\omega) . \quad (2.9)$$

Das induzierte Austausch-Korrelations-Potential  $V_{xc}^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega)$  läßt sich mit Hilfe der Annahme, daß das selbstkonsistente Potential mit der momentanen Dichte  $n(z)$  verknüpft ist, durch Linearisierung des statischen LDA-Austausch-Korrelations-Potentials bezüglich der Dichteänderung  $n^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega)$  in folgender Form angeben: [And77, Zan80, Wen89, Pet96]

$$V_{xc}^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega) = \left. \frac{d}{dn} V_{xc}[n] \right|_{n=N_s(z)} n^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega) . \quad (2.10)$$

In dieser als TDLDA<sup>2</sup> bezeichneten Näherung ist das induzierte Austausch-Korrelations-Potential ein einfaches lokales Potential und stellt eine Lokalfeld-Korrektur (Vertex-Korrektur) zum induzierten Hartree-Potential dar.

Das durch die Elektron-Phonon-Kopplung induzierte Potential  $V_{ep}^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega)$  kann mit Hilfe der Vielteilchen-Störungstheorie bestimmt werden. [Wen86] In formaler Analogie zum SCF-Formalismus läßt sich dieser Beitrag schreiben als

$$V_{ep}^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega) = \frac{2}{\hbar} \sum_n \frac{\omega_n(q)}{\omega^2 - \omega_n^2(q)} \int dz' \Gamma_n^{ep}(\mathbf{q}, z) \Gamma_n^{ep}(-\mathbf{q}, z') n^{ind}(\mathbf{q}, z'|\omega) . \quad (2.11)$$

Die Summe in Gl. (2.11) erstreckt sich über alle langwelligen optischen Phononen des Schichtsystems, welche an das Elektronengas ankoppeln. Dies sind die LO-Phononen und die Grenzflächen-Phononen der jeweiligen Dispersion  $\omega_n(q)$ . Die Elektron-Phonon-Kopplungsfunktion  $\Gamma_n^{ep}(\mathbf{q}, z)$  beschreibt die Wechselwirkung eines

<sup>2</sup>Time Dependent Local Density Approximation

Elektrons im Q2DEG mit dem longitudinalen elektrischen Feld eines Phonons des  $n$ -ten Dispersionszweiges. Die Elektron-Phonon-Wechselwirkung in Heterostrukturen wird im folgenden Abschnitt detailliert untersucht.

Zusammenfassend lautet das gesamte durch die externe Störung induzierte Potential:

$$V^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega) = \int dz' V(\mathbf{q}; z, z'|\omega) n^{ind}(\mathbf{q}, z'|\omega) , \quad (2.12)$$

mit dem Wechselwirkungs-Potential

$$V(\mathbf{q}; z, z'|\omega) = \frac{e^2}{\varepsilon_0} D(\mathbf{q}; z, z') + \left. \frac{d}{dn} V_{xc}[n] \right|_{n=N_s(z)} \delta(z - z') + \frac{2}{\hbar} \sum_n \frac{\omega_n(q)}{\omega^2 - \omega_n^2(q)} \Gamma_n^{ep}(\mathbf{q}, z) \Gamma_n^{ep}(-\mathbf{q}, z') . \quad (2.13)$$

Unter Verwendung der Gln. (2.1) und (2.2) folgt

$$V^{sc}(\mathbf{q}, z|\omega) = V^{ext}(\mathbf{q}, z|\omega) + \int dz' \int dz'' V(\mathbf{q}; z', z''|\omega) P(\mathbf{q}; z', z''|\omega) V^{sc}(\mathbf{q}, z''|\omega) . \quad (2.14)$$

Bildet man Matrixelemente von Gl. (2.14) mit Hilfe der Wellenfunktionen (1.4), so findet man unter Benutzung der Definition

$$\chi_{lm}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{P_{lm}(\mathbf{q}, \omega) + P_{ml}(\mathbf{q}, \omega)}{1 + \delta_{lm}} \quad (2.15)$$

die Beziehung

$$\sum_{\substack{l, m \\ l \geq m}} [\delta_{jl} \delta_{km} - V_{jklm}(\mathbf{q}, \omega) \chi_{lm}(\mathbf{q}, \omega)] V_{lm}^{sc}(\mathbf{q}, z|\omega) = V_{jk}^{ext}(\mathbf{q}, z|\omega) . \quad (2.16)$$

Die Matrixelemente  $V_{jklm}(\mathbf{q}, \omega)$  der Wechselwirkung ergeben sich als Summe aus den Beiträgen der Coulomb-Wechselwirkung [ $V_{jklm}^c(\mathbf{q})$ ], der Wechselwirkung über Austausch und Korrelation [ $V_{jklm}^{xc}(\mathbf{q})$ ] und der Elektron-Phonon-Kopplung [ $V_{jklm}^{ep}(\mathbf{q}, \omega)$ ],

$$V_{jklm}(\mathbf{q}, \omega) = V_{jklm}^c(\mathbf{q}) + V_{jklm}^{xc}(\mathbf{q}) + V_{jklm}^{ep}(\mathbf{q}, \omega) , \quad (2.17)$$

und beschreiben die Streuung eines Elektrons aus dem Subband  $k$  in das Subband  $j$  durch ein anderes Elektron, welches von  $m$  nach  $l$  gestreut wird. In Gl. (2.17) wurden die Coulomb-Matrixelemente

$$V_{jklm}^c(\mathbf{q}) = \frac{e^2}{\varepsilon_0} \int dz \int dz' \eta_{jk}(z) D(\mathbf{q}; z, z') \eta_{lm}(z') , \quad (2.18)$$

die Matrixelemente des induzierten Austausch-Korrelations-Potentials

$$V_{jklm}^{xc}(\mathbf{q}) = \int dz \eta_{jk}(z) \left. \frac{d}{dn} V_{xc}[n] \right|_{n=N_s(z)} \eta_{lm}(z) \quad (2.19)$$

und die Matrixelemente der Elektron-Phonon-Kopplung

$$V_{jklm}^{ep}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{2}{\hbar} \sum_n \frac{\omega_n(q)}{\omega^2 - \omega_n^2(q)} \int dz \int dz' \eta_{jk}(z) \Gamma_n^{ep}(\mathbf{q}, z) \Gamma_n^{ep}(-\mathbf{q}, z') \eta_{lm}(z') \quad (2.20)$$

eingeführt. In Gl. (2.16) sind ferner die Matrixelemente  $V_{jk}^{ext}(\mathbf{q}, \omega)$  des externen und  $V_{jk}^{sc}(\mathbf{q}, \omega)$  des selbstkon-

sistenten Potentials definiert:

$$\begin{aligned} V_{jk}^{ext}(\mathbf{q}, \omega) &= \int dz \eta_{jk}(z) V^{ext}(\mathbf{q}, z|\omega) , \\ V_{jk}^{sc}(\mathbf{q}, \omega) &= \int dz \eta_{jk}(z) V^{sc}(\mathbf{q}, z|\omega) . \end{aligned} \quad (2.21)$$

Mit Hilfe von Gleichung (2.16) lassen sich die Matrixelemente des abgeschirmten Potentials durch die Matrixelemente des externen Potentials ausdrücken und die Energien der kollektiven Moden des Q2DEG berechnen. Die kollektiven Moden des Systems sind die Anregungen, welche auch bei verschwindendem externen Potential existieren können, d. h.  $V^{sc} \neq 0$  bei  $V^{ext} = 0$ . Diese Bedingung wird durch die Säkulargleichung

$$\det[\delta_{jl}\delta_{km} - V_{jklm}(\mathbf{q}, \omega)\chi_{lm}(\mathbf{q}, \omega)] = 0 \quad (2.22)$$

beschrieben und liefert als Lösung die Dispersionsrelation  $\omega(\mathbf{q})$  der Q2D-Plasmonen bzw. der Q2D-Plasmon-Phononen.

## 2.2.2 Kopplung von quasi-zweidimensionalen Plasmonen an optische Phononen

In polaren Halbleitermaterialien tritt eine Wechselwirkung der Elektronen mit dem longitudinalen Anteil des elektrischen Feldes der langwelligen optischen Phononen (Polarisations-Eigenmoden) auf. Verglichen mit den jeweiligen Volumenmaterialien weisen Heterostrukturen aus polaren Materialien wie GaAs und AlAs dabei zwei charakteristische Unterschiede im Verhalten der optischen Gitterschwingungen auf. Zum einen wird aufgrund der unterschiedlichen Kationenmassen die Bewegung der optischen Phononen auf die jeweilige Lage beschränkt. Dies führt zu einer Quantisierung des Phononen-Spektrums und einem System von diskreten Moden im jeweiligen Material. [Wen87, Wen90] Andererseits werden die diskreten Moden aufgrund der Schichtung von Halbleitern mit verschiedenen dielektrischen Funktionen von Grenzflächen-Effekten beeinflusst. Die sich entlang der Schichtgrenzen ausbreitenden Phononen werden als Grenzflächen-Phononen bezeichnet. [Fuc65, Soo85, Wen85, Wen87, Wen90, Mil99]

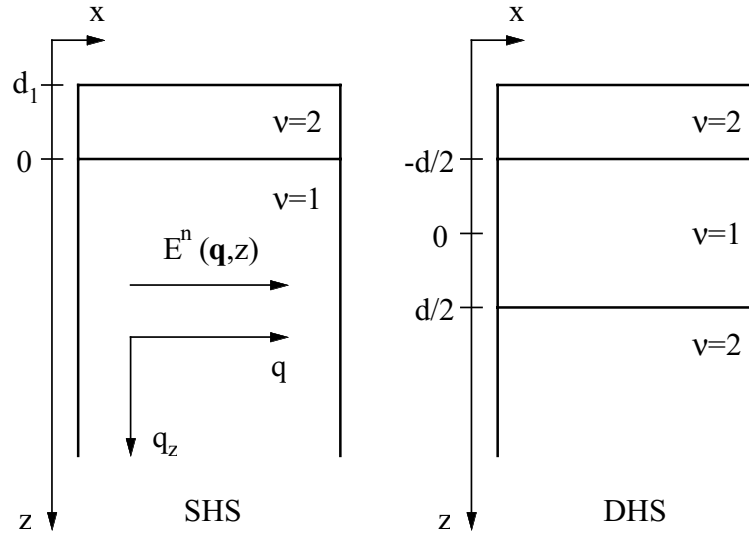
Bei der Behandlung der Elektron-Phonon-Wechselwirkung in polaren Halbleiter-Heterostrukturen sind somit die quantisierten LO-Phonon-Moden und die Grenzflächen-Phononen zu berücksichtigen. Da die transversal-optischen (TO) Phononen nicht mit dem Auftreten von Polarisationsladungen verbunden sind, kommt es zu keiner Ankopplung des Elektronensystems an die transversale Gitterbewegung. [Wen85] Die Elektron-Phonon-Wechselwirkung kann als eine über das Phonon vermittelte Elektron-Elektron-Wechselwirkung betrachtet werden, d. h. ein Elektron polarisiert das Kristallgitter und koppelt zusätzlich zur direkten Elektron-Elektron-Wechselwirkung über die Gitterpolarisation indirekt mit den anderen Elektronen.

Die Kopplungsfunktion eines Elektrons mit den langwelligen optischen Phononen des Schichtsystems ist gegeben durch [Wen85]

$$\Gamma_n^{ep}(\mathbf{q}, z) = -\frac{i}{q} \left( \frac{\varepsilon_0 e^2 \hbar}{2A\omega_n(\mathbf{q})} \right)^{1/2} E^n(\mathbf{q}, z) . \quad (2.23)$$

Die Größe  $\Gamma_n^{ep}(\mathbf{q}, z)$  beschreibt die Kopplungsstärke eines einzelnen Elektrons am Ort  $z$  mit der  $n$ -ten langwelligen Phononmode der Schichtstruktur mit der Dispersion  $\omega_n(\mathbf{q})$ .  $E^n(\mathbf{q}, z)$  bezeichnet in Gl. (2.23) den longitudinalen Anteil des elektrischen Feldes, welches die  $n$ -te langwellige optische Phonon-Mode begleitet.

Man findet diese elektrischen Feldanteile  $E^n(\mathbf{q}, z)$  durch Lösung der beiden Maxwell-Gleichungen der Elektrostatik unter Berücksichtigung der jeweiligen Randbedingungen des Schichtsystems, welche die Stetigkeit der Parallelkomponente des elektrischen Feldes und der Tangentialkomponente der dielektrischen Ver-



**Abbildung 2.3:** Schematische Darstellung von Aufbau und Schichtfolge bei Einfach- und Doppelheterostrukturen. Ein-gezeichnet sind die Komponenten  $q$  und  $q_z$  des dreidimensionalen Wellenzahlvektors  $\mathbf{q}_{3D}$  und der longitudinale Anteil  $E^n(\mathbf{q}, z)$  des elektrischen Feldes, welches die  $n$ -te langwellige optische Phonon-Mode begleitet.

schiebung fordern. [Wen85] Unter Verwendung der zweidimensionalen Fourier-Transformation erhält man aus der daraus resultierenden Laplace-Gleichung,

$$\left( \frac{d^2}{dz^2} - q^2 \right) \varepsilon_{ph}^{(\nu)}(\omega) \phi^n(\mathbf{q}, z) = 0, \quad (2.24)$$

das elektrostatische Potential  $\phi^n(\mathbf{q}, z)$  und somit die elektrischen Feldanteile  $E^n(\mathbf{q}, z) = -iq\phi^n(\mathbf{q}, z)$ . Im Rahmen eines dielektrischen Kontinuumsmodells werden die gitterdynamischen Eigenschaften der beiden Medien der Heterostruktur vollständig durch deren makroskopische dielektrische Funktion  $\varepsilon_{ph}^{(\nu)}(\omega)$  beschrieben, welche in den beiden Halbleitermaterialien  $\nu = 1, 2$  der Heterostruktur gegeben ist durch

$$\varepsilon_{ph}^{(\nu)}(\omega) = \varepsilon_{\infty}^{(\nu)} \frac{\omega_{LO\nu}^2 - \omega^2}{\omega_{TO\nu}^2 - \omega^2}. \quad (2.25)$$

Dabei benennt  $\omega_{LO\nu}$  ( $\omega_{TO\nu}$ ) die Frequenz des jeweiligen LO- (TO-) Phonons. Gl. (2.24) besitzt zwei verschiedene Klassen von Lösungen. Die Bedingung  $\varepsilon_{ph}^{(\nu)}(\omega) = 0$  zusammen mit den elektrostatischen Randbedingungen wird von den quantisierten LO-Phononen erfüllt, wobei deren Energien aus den jeweiligen Dispersionskurven der Volumenmaterialien bei den effektiven Wellenzahlvektoren [Wen87, Wen90]

$$q_m^{(\nu)} = \frac{\pi}{a} m, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (2.26)$$

folgen. Der Index  $m$  zählt dabei die quantisierten LO-Moden, und  $a$  ist die Quantisierungslänge, welche im Fall der SHS durch  $d_1$  und im Fall der DHS durch die Trogbreite  $d$  gegeben ist (Abb. 2.3). Die Gleichung  $[(d^2/dz^2) - q^2]\phi^n(\mathbf{q}, z) = 0$  liefert als Lösung die Feldverteilung und die Energie der Grenzflächen-Phononen.

Aus Gl. (2.24) und den Randbedingungen der Feldkomponenten an den Grenzflächen der Schichtstruktur findet man, daß das elektrische Feld der LO-Phononen  $\omega_{LO1}$  ( $\omega_{LO2}$ ) nur innerhalb des Materials  $\nu = 1$  ( $\nu = 2$ ) ungleich Null ist. [Wen85] Die LO-Phononen in den einzelnen Schichten bilden sich dabei aus den LO-

Phononen des jeweiligen Volumenmaterials, welche sich auf die Grenzflächen zu bewegen und von diesen reflektiert werden. An den Grenzflächen selbst verschwindet der Einfluß dieser Moden durch die Interferenz von einlaufenden und zurückgestreuten Wellen. Daher kommt es zu einer Diskretisierung der  $z$ -Komponente  $q_z$  des dreidimensionalen Wellenzahlvektors  $\mathbf{q}_{3D}$  im Medium 1. Aufgrund der Symmetrie der DHS und der damit verbundenen elektrischen Feldverteilung koppeln nur die LO-Phonon-Moden mit  $m = 1, 3, 5, \dots$  an die Intrasubband-Plasmonen und nur die LO-Phonon-Moden mit  $m = 2, 4, 6 \dots$  an die Intersubband-Plasmonen.

Für die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Einfachheterostrukturen und die Doppelheterostruktur mit 40 nm Trogbreite ist der Quantisierungs-Effekt auf die LO-Moden allerdings sehr klein und kann vernachlässigt werden. [Rue91] Die Kopplungsfunktion der näherungsweise als 3D-LO-Phononen behandelten Moden in einer SHS bzw. DHS hat dann die Form

$$\Gamma_{LO\nu}^{\epsilon p}(\mathbf{q}, q_z; z) = - \left[ \frac{e^2 \hbar \omega_{LO\nu}}{V_G \epsilon_0} \left( \frac{1}{\epsilon_\infty^{(\nu)}} - \frac{1}{\epsilon_s^{(\nu)}} \right) \right]^{1/2} \times \begin{cases} \frac{e^{iq_z z}}{\sqrt{q^2 + q_z^2}}; & \text{für eine SHS,} \\ \frac{e^{iq_z(z+d/2)}}{\sqrt{q^2 + q_z^2}}; & \text{für eine DHS,} \end{cases} \quad (2.27)$$

wobei  $V_G$  ein Einheitsvolumen benennt. Die Matrixelemente der Elektron-3D-LO-Phonon-Kopplung ergeben sich nach Einsetzen dieses Ausdrucks in Gl. (2.20) und Summierung über alle  $q_z$  zu

$$V_{jklm}^{LO\nu}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{\omega_{LO\nu}^2(q) - \omega_{TO\nu}^2(q)}{\omega^2 - \omega_{LO\nu}^2(q)} \frac{e^2}{\epsilon_0} \int dz \int dz' \eta_{jk}(z) D(\mathbf{q}; z, z') \eta_{lm}(z'), \quad (2.28)$$

mit  $D(\mathbf{q}; z, z') = D^{dir}(\mathbf{q}; z, z')$ . Der schichtförmige Aufbau der Heterostrukturen kann in Gl. (2.28) durch die zusätzliche Einbeziehung der Bildladungs-Anteile der Green-Funktion (Anhang B) gemäß  $D(\mathbf{q}; z, z') = D^{dir}(\mathbf{q}; z, z') + D^{im}(\mathbf{q}; z, z')$  berücksichtigt werden.

Die elektromagnetischen Felder der Grenzflächen-Phononen sind an den Schichtgrenzen lokalisiert und fallen senkrecht zu diesen exponentiell in die Schichten ab. Im Fall der Einfach-Heterostruktur findet man im Modell einer Geometrie aus zwei Halbräumen zwei dispersionslose Grenzflächen-Moden, deren Energien in der Mitte der Reststrahlen-Bande des jeweiligen Materials liegen. [Wen90] Aufgrund der räumlichen Symmetrie ist in einer DHS die Dispersionsrelation der Grenzflächen-Phononen aufgespalten in je zwei symmetrische Grenzflächen-Moden und zwei antisymmetrische Grenzflächen-Moden. [Wen87] Die Dispersionskurven starten für  $q = 0$  bei  $\omega = \omega_{TO1}, \omega_{LO1}, \omega_{TO2}$  und  $\omega_{LO2}$ , und nähern sich für große  $q$  asymptotisch den beiden Grenzflächen-Moden der SHS. Eine Kopplung findet nur zwischen den symmetrischen Grenzflächen-Phononen und den Intrasubband-Plasmonen sowie zwischen den antisymmetrischen Grenzflächen-Phononen und den Intersubband-Plasmonen der DHS statt.

Da die Energien der Grenzflächen-Phononen innerhalb der Reststrahlen-Banden der jeweiligen Halbleitermaterialien liegen, und bei den untersuchten Proben in der Gitterkoppler-Transmissions-Spektroskopie der Bereich der Reststrahlen-Bande von GaAs optisch nicht zugänglich ist, wurde im Rahmen dieser Arbeit die Kopplung der Q2D-Plasmonen an die Grenzflächen-Moden nicht untersucht. Zur Berechnung der Q2D-Plasmon-Phonon-Energien wurde daher nur die Wechselwirkung der Plasmon-Resonanzen mit den 3D-LO-Phononen betrachtet.

Die Ankopplung der Q2D-Plasmonen an die longitudinal-optischen Phononen von GaAs [Gl. (2.28)] bewirkt die Aufspaltung der einzelnen Moden in je einen Plasmon-artigen und einen LO-Phonon-artigen Anregungsweig, was mit einer energetischen Verschiebung der ungestörten Plasmon-Resonanzen verbunden ist. Im Energiebereich der LO-Phononen kommt es zu einer gegenseitigen Abstoßung, dem sogenannten Anticrossing, der beiden Anregungsweige. Sind die Energien der optischen Phononen allerdings groß gegenüber denen der

Q2D-Plasmonen, so schirmen diese die Q2D-Plasmonen nahezu statisch ab. In diesem Fall ist es möglich, den Einfluß der optischen Phononen auf die Plasmonen in der sogenannten  $\varepsilon_s$ -Näherung zu beschreiben. Hierbei verwendet man die statische Dielektrizitätskonstante  $\varepsilon_s$  des jeweiligen Halbleitermaterials in den induzierten Potentialen [Gln. (2.9) und (2.10)] und vernachlässigt den dynamischen Einfluß der Phononen nach Gl. (2.11). Im Rahmen dieser Arbeit wurden die Q2D-Plasmon-Energien in der  $\varepsilon_s$ -Näherung berechnet, während die Bestimmung der Energien von Q2D-Plasmon-LO-Phonon-Moden im Rahmen einer dynamischen Einbeziehung der Elektron-Phonon-Kopplung [Gl. (2.28)] erfolgte.

### 2.2.3 N-Subband-Modell der Anregungsenergien und langwellige Näherung

Ausgehend von Gl. (2.22) können mit Hilfe geeigneter Näherungen die Energien der Q2D-Plasmon- und Q2D-Plasmon-Phonon-Moden berechnet werden. In diesem Abschnitt wird zunächst das in der vorliegenden Arbeit verwendete N-Subband-Modell der Anregungsmoden vorgestellt. Anschließend folgt eine Diskussion der kollektiven Effekte im Rahmen der langwelligen Näherung.

Voraussetzung für die Lösung von Gl. (2.22) ist neben einer Kenntnis der Matrixelemente (2.18)-(2.20) die Berechnung der Elemente der Matrix-Polarisationsfunktion  $\chi_{lm}(\mathbf{q}, \omega)$  [Gln. (2.5) und (2.15)]. Bei der Gitterkoppler-Ferninfrarot-Spektroskopie der Q2D-Plasmonen ist meist der Grenzfall kleiner  $q$  realisiert, d. h.  $k_F \gg q \gg \omega/c$ . Man kann die Elemente von  $\chi_{lm}(\mathbf{q}, \omega)$  dann für kleine Werte von  $q$  entwickeln und findet in niedrigster Ordnung die Intrasubband-Komponenten zu [Ste67, Mal78]

$$\chi_{ll}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{q^2 N_s^l}{m^* \omega^2} \quad (2.29)$$

und die Intersubband-Elemente in der Form [Vin77, Vit81]

$$\chi_{lm}(\mathbf{q}, \omega) = 2(N_s^m - N_s^l) \frac{E_{lm}}{\hbar^2 \omega^2 - E_{lm}^2} \quad (2.30)$$

Durch die Einbeziehung der thermischen Besetzung über die temperaturabhängige Subband-Besetzungszahl  $N_s^j$  [Gl. (1.14)] lassen sich mit Hilfe dieser Ausdrücke auch Systeme bei endlichen Temperaturen beschreiben.

Zur Lösung der Dispersionsrelation (2.22) beschränkt man sich weiterhin auf eine endliche Anzahl von Subbändern. Da  $\chi_{lm}(\mathbf{q}, \omega) \rightarrow 0$  für  $|l - m| \rightarrow \infty$  gilt und typischerweise nur wenige Subbänder besetzt sind, ist die Beschränkung auf eine bestimmte Anzahl  $N$  von Subbändern  $j = 0, 1, \dots, N - 1$  eine gute Näherung. Man spricht von einem N-Subband-Modell. Die Dispersionsrelation der Q2D-Plasmonen eines Drei-Subband-Modells ist dann beispielsweise durch folgende Gleichung gegeben:

$$\begin{vmatrix} 1 - V_{0000}\chi_{00} & -V_{0011}\chi_{11} & -V_{0022}\chi_{22} & -V_{0010}\chi_{10} & -V_{0020}\chi_{20} & -V_{0021}\chi_{21} \\ -V_{1100}\chi_{00} & 1 - V_{1111}\chi_{11} & -V_{1122}\chi_{22} & -V_{1110}\chi_{10} & -V_{1120}\chi_{20} & -V_{1121}\chi_{21} \\ -V_{2200}\chi_{00} & -V_{2211}\chi_{11} & 1 - V_{2222}\chi_{22} & -V_{2210}\chi_{10} & -V_{2220}\chi_{20} & -V_{2221}\chi_{21} \\ -V_{1000}\chi_{00} & -V_{1011}\chi_{11} & -V_{1022}\chi_{22} & 1 - V_{1010}\chi_{10} & -V_{1020}\chi_{20} & -V_{1021}\chi_{21} \\ -V_{2000}\chi_{00} & -V_{2011}\chi_{11} & -V_{2022}\chi_{22} & -V_{2010}\chi_{10} & 1 - V_{2020}\chi_{20} & -V_{2021}\chi_{21} \\ -V_{2100}\chi_{00} & -V_{2111}\chi_{11} & -V_{2122}\chi_{22} & -V_{2110}\chi_{10} & -V_{2120}\chi_{20} & 1 - V_{2121}\chi_{21} \end{vmatrix} = 0 \quad (2.31)$$

Im Fall eines räumlich in  $z$ -Richtung spiegelsymmetrischen effektiven Potentials  $V(z)$  ist eine Klassifizierung der Moden nach deren Symmetrie möglich. [Wen96] Die Symmetrie des effektiven Potentials spiegelt sich in den Wellenfunktionen  $\varphi_j(z)$  wider, welche entweder symmetrisch (Zustände gerader Parität) sind, falls  $j$  eine gerade Zahl ist, oder antisymmetrisch (Zustände ungerader Parität), falls  $j$  ungerade ist. Für das



Wechselwirkungs-Matrixelement gilt dann  $V_{jklm} = 0$ , wenn die Summe  $j + k + l + m$  eine ungerade Zahl ist. Die Dispersionsrelation (2.22) zerfällt in diesem Fall in zwei Untermatrizen, von denen die eine die Dispersionsrelation der symmetrischen Moden und die andere die Dispersionsrelation der antisymmetrischen Moden beschreibt. Dabei bezeichnet man als symmetrische Moden diejenigen Moden, die entweder mit kollektiven Anregungen innerhalb eines Subbandes verbunden sind oder mit kollektiven Anregungen zwischen Subbändern, deren Wellenfunktionen die gleiche Symmetrie haben. Entsprechend beschreiben antisymmetrische Moden kollektive Elektronenübergänge zwischen Subbändern, deren Wellenfunktion verschiedene Symmetrie haben. Somit tritt keine Wechselwirkung zwischen symmetrischen und antisymmetrischen Moden auf, während symmetrische Moden untereinander ebenso koppeln wie antisymmetrische Moden.

In der sogenannten Diagonálnäherung werden die Nebendiagonalelemente in Gl. (2.22) vernachlässigt, d. h. man schließt die Kopplung zwischen allen Intra- und Intersubband-Plasmonen aus. Diese Näherung liefert im Fall energetisch weit separierter Subbänder, von denen nur das unterste besetzt ist, sehr gute Resultate. Die Dispersionsrelation nimmt dann folgende Form an:

$$1 - V_{jkkj}(\mathbf{q}, \omega) \chi_{jk}(\mathbf{q}, \omega) = 0 \quad . \quad (2.32)$$

Für  $j = k$  beschreibt Gl. (2.32) die Dispersionsrelation des  $(j-j)$ -Intrasubband-Plasmons, für  $j \neq k$  die Dispersionsrelation der  $(j-k)$ -Intersubband-Mode.

Betrachtet man Systeme mit geringen Subbandenergie-Differenzen oder mehreren besetzten Subbändern, dann müssen zur korrekten Beschreibung von experimentellen Ergebnissen auch die Nebendiagonalelemente in Gl. (2.22) in die Rechnung mit einbezogen werden. Dies gilt insbesondere auch für Systeme bei endlichen Temperaturen  $T$ . Die Nebendiagonalelemente bestimmen die Wechselwirkung der ungestörten Moden über die sogenannte Intersubband-Kopplung. [Oel86, Jai87, Wen88b, Wen96] Diese bewirkt eine Hybridisierung der durch die Diagonálnäherung beschriebenen Anregungen, welche sich dann nicht mehr streng als Intra- und Intersubband-Plasmonen klassifizieren lassen. Falls die Kopplung einen vergleichsweise schwachen Effekt darstellt, bezeichnet man die Lösungen der Dispersionsrelation (2.22) jedoch weiterhin wie bei der Diagonálnäherung.

Zur Berechnung der Anregungsenergien  $E_{jk}^p$  der Intra- und Intersubband-Plasmonen im Rahmen des N-Subband-Modells und in diagonalen Näherung ( $E_{jk}^{p,d}$ ) wurden in dieser Arbeit die vollständigen Matrixelemente nach Gln. (2.18) und (2.19) sowie die Komponenten der Matrix-Polarisationsfunktion entsprechend Gln. (2.29) und (2.30) verwendet und die Nullstellen von Gl. (2.22) numerisch bestimmt. Bei der Behandlung der Plasmon-3D-LO-Phononen (Energien  $E_{jk}^{p+}$  und  $E_{jk}^{p-}$  bzw.  $E_{jk}^{p+,d}$  und  $E_{jk}^{p-,d}$ ) wurde zusätzlich der Term (2.28) der Elektron-LO-Phonon-Kopplung in die Rechnung mit einbezogen.

Entwickelt man im Grenzfall kleiner  $q$  die Coulomb-Matrixelemente (2.18) in eine Taylor-Reihe, so können in diagonalen Näherung analytische Ausdrücke für die Energien der Intra- und Intersubband-Moden angegeben werden. Wird dabei nur der direkte Coulomb-Anteil berücksichtigt, so ergibt sich im Rahmen der  $\varepsilon_s$ -Näherung:

$$V_{jkkj}^{\varepsilon}(\mathbf{q}) \simeq \frac{e^2}{2\varepsilon_0\varepsilon_s q} \int dz \int dz' \eta_{jk}(z) \left[ 1 - q|z - z'| + q^2 \frac{|z - z'|^2}{2} \right] \eta_{jk}(z') \quad . \quad (2.33)$$

Im Fall der Intrasubband-Plasmonen liefert die Einbeziehung des ersten Terms der eckigen Klammer in Gl. (2.33) den Beitrag

$$V_{jjjj}^{\varepsilon}(\mathbf{q}) = \frac{e^2}{2\varepsilon_0\varepsilon_s q} \quad . \quad (2.34)$$

Unter Verwendung von Gl. (2.29) erhält man die Dispersionsrelation der  $(j-j)$ -Intrasubband-Plasmon-Mode

dann zu

$$E_{jj}^{p,L}(q) = \left( \frac{\hbar^2 N_s^j e^2}{2m^* \varepsilon_0 \varepsilon_s} q \right)^{1/2}, \quad (2.35)$$

wobei der Index  $L$  die langwellige Näherung nach Gl. (2.33) kennzeichnet. Man erkennt die wurzelförmige Abhängigkeit der Intrasubband-Plasmon-Energie sowohl vom Wellenzahlvektor  $q$  (Abb. 2.1) als auch von der Elektronendichte  $N_s^j$ . Bei der Berechnung der Intersubband-Moden ( $j \neq k$ ) verschwindet in der Entwicklung des Coulomb-Matrixelements  $V_{jkjk}^c$  [Gl. (2.33)] der erste Term in der eckigen Klammer aufgrund der Orthogonalität der Wellenfunktionen  $\varphi_j(z)$ . Berücksichtigt man bei der Bestimmung der Anregungsenergien den zweiten und dritten Term der Taylor-Entwicklung sowie den Beitrag des induzierten Austausch-Korrelations-Potentials  $V_{jkjk}^{xc}(z)$  nach Gl. (2.19), so lassen sich die Energien  $E_{jk}^{p,L}(q)$  der  $(j-k)$ -Intersubband-Moden unter Verwendung der Intersubband-Polarisationsfunktion (2.30) wie folgt schreiben:

$$E_{jk}^{p,L}(q) = E_{jk} (1 + \gamma_{jk})^{1/2}, \quad (2.36)$$

mit

$$\gamma_{jk} = \alpha_{jk} - \beta_{jk} - q\mu_{jk} \quad (2.37)$$

und den Abkürzungen

$$\begin{aligned} \alpha_{jk} &= -\frac{2(N_s^k - N_s^j)}{E_{jk}} \frac{e^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon_s} \int dz \int dz' \eta_{jk}(z) |z - z'| \eta_{jk}(z'), \\ \beta_{jk} &= -\frac{2(N_s^k - N_s^j)}{E_{jk}} \int dz \eta_{jk}^2(z) \left. \frac{d}{dn} V_{xc}[n] \right|_{n=N_s(z)}, \\ \mu_{jk} &= \frac{2(N_s^k - N_s^j)}{E_{jk}} \frac{e^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon_s} z_{jk}^2, \end{aligned} \quad (2.38)$$

wobei das Matrixelement  $z_{jk}$  durch

$$z_{jk} = \int dz \eta_{jk}(z) z \quad (2.39)$$

gegeben ist.

Die Terme  $\alpha_{jk}$ ,  $\beta_{jk}$  und  $\mu_{jk}$  beschreiben die kollektive Verschiebung  $\gamma_{jk}$  der Intersubband-Plasmon-Energie  $E_{jk}^{p,L}$  gegenüber dem Einteilchen-Energieabstand  $E_{jk}$ . Diese kollektive Verschiebung ist eine Folge der modifizierten Gleichgewichtsverteilung  $n(z)$  im Q2DEG aufgrund der Anregung von Elektronen in höhere Subbänder, welche eine Änderung des selbstkonsistenten Potentials  $V(z)$  bewirkt.

Die Änderung des Hartree-Potentials  $V_H(z)$  kann als eine makroskopische Polarisation der Elektronenschicht verstanden werden, die zu einer Abschirmung des äußeren elektromagnetischen Strahlungsfeldes führt. Die Elektronen spüren effektiv ein geringeres Feld als von außen vorgegeben, so daß die kollektiven Moden gegenüber den Einteilchen-Anregungen zu höheren Energien verschoben sind. Dieser als Depolarisationsverschiebung [All76, Dah77] bezeichnete Effekt wird durch die Größe  $\alpha_{jk}$  beschrieben und liefert eine vom Wellenzahlvektor-Übertrag  $q$  unabhängige Energiezunahme. Der in  $q$  lineare Term drückt dagegen die elektrostatische Energie aufgrund von Dichtefluktuationen im Q2DEG aus. [Wen87]

Die modifizierte Elektronenverteilung des Q2DEG aufgrund der Anregung durch ein elektromagnetisches Strahlungsfeld hat auch eine Änderung des Austausch-Korrelations-Potentials  $V_{xc}[n]$  zu Folge, welche als

Exziton-artige Wechselwirkung zwischen dem angeregten Elektron und dem dabei entstandenen Lochzustand interpretiert werden kann. Diese durch den Term  $\beta_{jk}$  beschriebene Vertex-Korrektur verringert die Energie der kollektiven Moden verglichen mit den Subband-Abständen. [And77, Wen89, Gam92]

Im Rahmen der langwelligen Näherung lassen sich auch für die diagonalen Anregungsenergien der gekoppelten Plasmon-LO-Phonon-Moden analytische Ausdrücke angeben. [Wen87] Durch die Einbeziehung des Elektron-LO-Phonon-Wechselwirkungsterms Gl. (2.28) erhält man den LO-Phonon-artigen (+) und den Plasmon-artigen Zweig (−) der Intrasubband-Energien zu

$$E_{jj}^{p\pm,L} = \frac{1}{2} \left\{ \left( (E_{jj}^{p,L})^2 + (\hbar\omega_{\text{LO}})^2 \right) \pm \left[ \left( (E_{jj}^{p,L})^2 + (\hbar\omega_{\text{LO}})^2 \right)^2 - 4 (E_{jj}^{p,L})^2 (\hbar\omega_{\text{TO}})^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/2}. \quad (2.40)$$

Die Anregungszweige der gekoppelten Intersubband-LO-Phonon-Moden werden in langwelliger Näherung durch die Beziehung

$$E_{jk}^{p\pm,L} = \frac{1}{2} \left\{ \left( (E_{jk}^{p,L})^2 + (\hbar\omega_{\text{LO}})^2 \right) \pm \left[ \left( (E_{jk}^{p,L})^2 + (\hbar\omega_{\text{LO}})^2 \right)^2 - 4 (E_{jk}^{p,L})^2 \left( (\hbar\omega_{\text{LO}})^2 + (\hbar\omega_{\text{TO}})^2 \gamma_{jk} \right) \right]^{1/2} \right\}^{1/2} \quad (2.41)$$

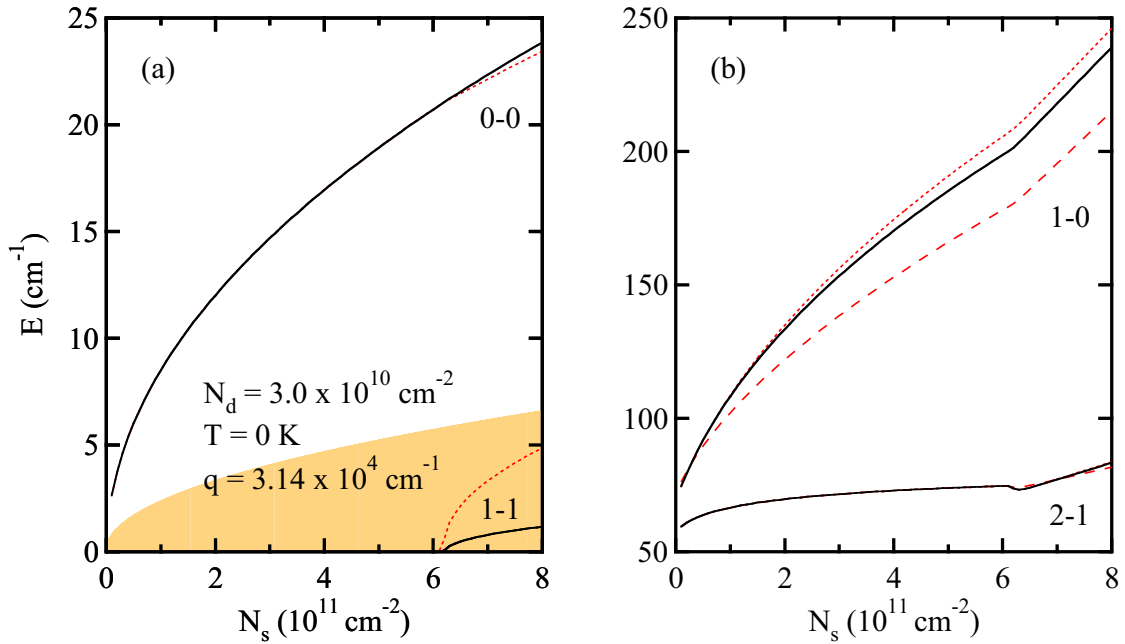
beschrieben.

#### 2.2.4 Plasmon- und Plasmon-LO-Phonon-Energien in Einfachheterostrukturen

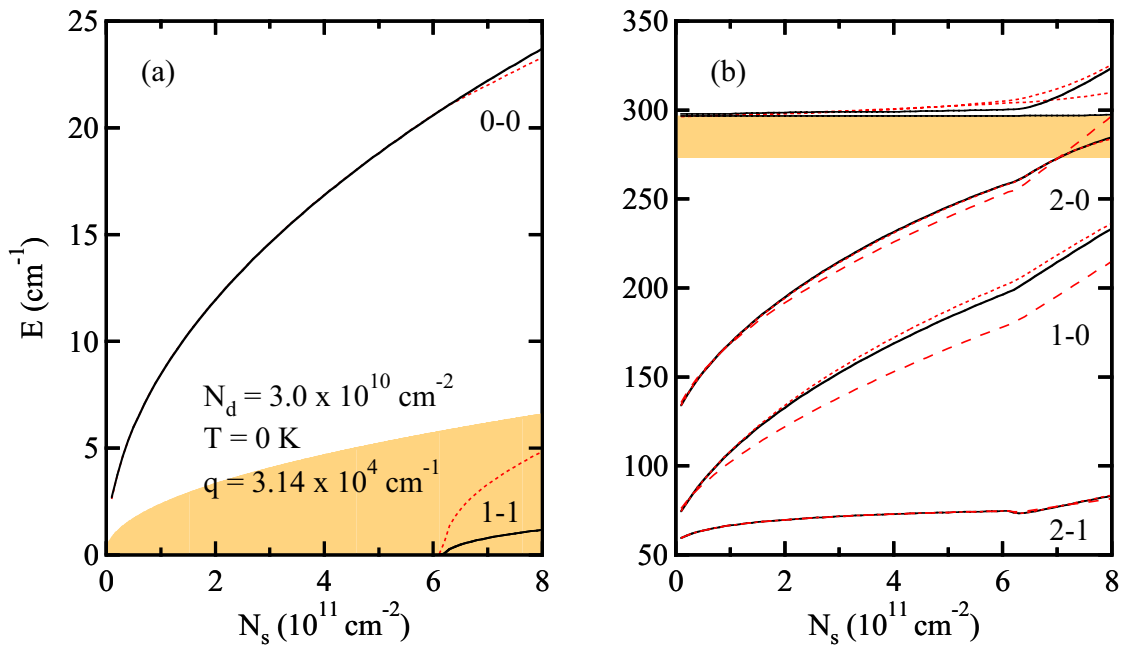
Die Berechnung der Dichte- und Temperaturabhängigkeit der Plasmon- und Plasmon-LO-Phonon-Energien für die in Abschnitt 1.2.2 vorgestellte SHS erfolgte in einem Fünf-Subband-Modell, wobei die Ergebnisse mit und ohne Berücksichtigung der Nebendiagonalelemente von Gl. (2.22), d. h. der Intersubband-Kopplung, einander gegenübergestellt werden. Es wurden die Matrixelemente der direkten und der Bildladungs-Coulomb-Wechselwirkung unter Berücksichtigung einer Gate-Elektrode entsprechend Anhang B sowie des induzierten Austausch-Korrelations-Potentials, [Gun76, Luo93] und im Fall der Q2D-Plasmon-Phononen der Elektron-LO-Phonon-Kopplung in die Rechnung mit einbezogen. Die verwendeten Materialparameter sind Tab. A.1 im Anhang A zu entnehmen.

Abbildung 2.4 (a) zeigt die Dichteabhängigkeit der (0-0)- und (1-1)-Intrasubband-Moden für die SHS mit einer Verarmungsladungsdichte von  $N_d = 3.0 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$  bei dem Wellenzahlvektor-Übertrag  $q = 3.14 \times 10^4 \text{ cm}^{-1}$  und der Temperatur  $T = 0 \text{ K}$ . In der Diagonalnäherung (Punktlinien) ist die Energie der (0-0)-Intrasubband-Mode entsprechend Gl. (2.35) proportional zu  $\sqrt{N_s^0}$ . Ab einer Ladungsdichte von  $N_s = 6.2 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  ist das erste angeregte Subband besetzt, und es bildet sich eine die kohärente Elektronenbewegung in diesem Subband beschreibende (1-1)-Plasmon-Mode aus. Berücksichtigt man die Kopplung zwischen den verschiedenen Plasmon-Anregungen (Vollinien), so beeinflusst dies die Energie der (0-0)-artigen gekoppelten Anregung sehr gering, allerdings liegt die Anregungsenergie für die (1-1)-artige Mode bei viel niedrigeren Werten als im Fall der Diagonalnäherung. Die korrekte Beschreibung der Intrasubband-Plasmonen erfordert daher im Fall mehrerer besetzter Subbänder die Einbeziehung der Intersubband-Kopplung. Die Energie des (1-1)-artigen Intrasubband-Plasmons liegt für alle betrachteten Elektronendichten  $N_s$  innerhalb des schattiert eingezeichneten Bereichs der (0-0)- und (1-1)-Einteilchen-Kontinua und unterliegt daher der Landau-Dämpfung.

In Abbildung 2.4 (b) werden für die (1-0)- und die (2-1)-Anregung die Subband-Abstände sowie die Anregungsenergien im Fünf-Subband-Modell und in diagonalen Näherung miteinander verglichen. Das Dichteverhalten der Energien der Intersubband-artigen Plasmonen ist sowohl von der Abhängigkeit der Grundzustands-



**Abbildung 2.4:** Abhängigkeit der Subband-Abstände (Strichlinien) und der Q2D-Plasmon-Anregungsenergien (Fünf-Subband-Modell: Volllinien, diagonale Näherung: Punktlinien) einer GaAs/ $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$ -SHS von der Elektronendichte  $N_s$  bei  $T = 0 \text{K}$  und dem Wellenzahlvektor-Übertrag  $q = 3.14 \times 10^4 \text{cm}^{-1}$  im Energiebereich der (a) Intrasubband- und (b) Intersubband-Plasmonen. Das Gebiet der (0-0)- und (1-1)-Intrasubband-Kontinua ist in (a) schattiert eingezeichnet.



**Abbildung 2.5:** Subband-Abstände (Strichlinien) und Q2D-Plasmon-LO-Phonon-Anregungsenergien (Fünf-Subband-Modell: Volllinien, diagonale Näherung: Punktlinien) einer GaAs/ $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$ -SHS als Funktion von  $N_s$  bei  $T = 0 \text{K}$  und  $q = 3.14 \times 10^4 \text{cm}^{-1}$  im Energiebereich der (a) Intrasubband- und (b) Intersubband-Anregungen. In (a) ist der Bereich der (0-0)- und (1-1)-Intrasubband-Kontinua, in (b) das Gebiet der Reststrahlen-Bande von GaAs ( $\hbar\omega_{\text{TO}} \leq E \leq \hbar\omega_{\text{LO}}$ ), oberhalb dessen die LO-Phonon-artigen (1-0)- und (2-0)-Plasmon-Phonon-Energien liegen, schattiert eingezeichnet.

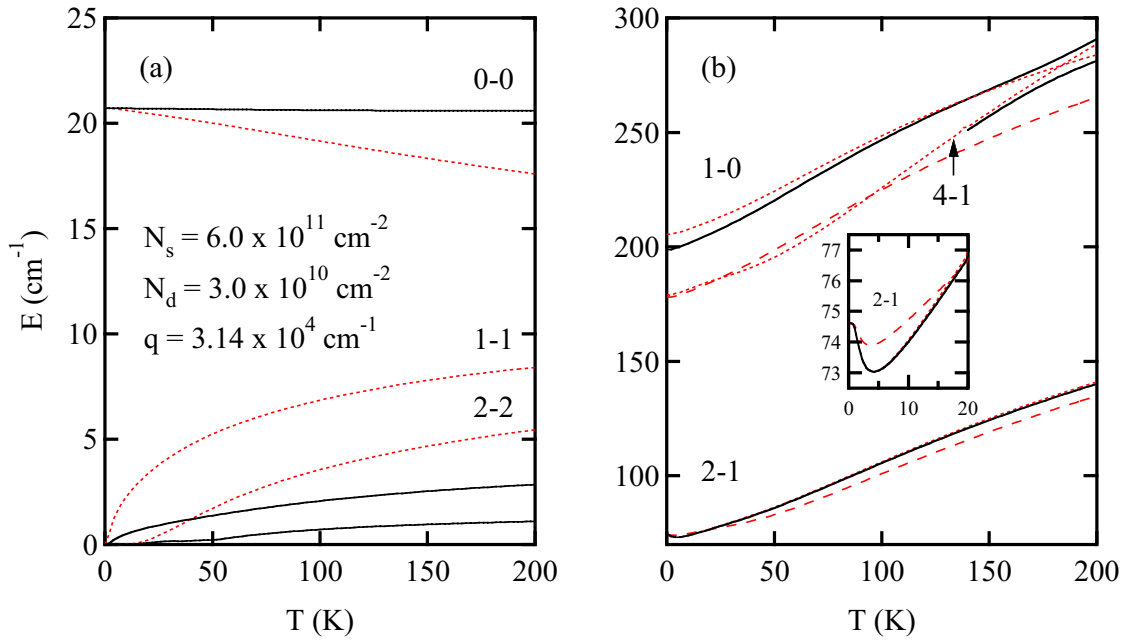
energien als auch der kollektiven Effekte von der Elektronendichte  $N_s$  bestimmt. Da die kollektiven Effekte proportional zur Differenz  $(N_s^k - N_s^j)$  zunehmen [Gl. (2.39)], zeigen die Anregungsenergien eine noch ausgeprägtere Abhängigkeit von der Elektronendichte als die Subbandabstände (gestrichelte Linien). Man erkennt in Abb. 2.4 (b), daß mit zunehmender Elektronendichte  $N_s$  auch der Einfluß der Intersubband-Kopplung auf die (1-0)-artige Mode zunimmt, während die (2-1)-Mode nahezu keiner Änderung unterliegt. Das (1-0)-Plasmon liegt im Fünf-Subband-Modell dabei immer energetisch niedriger als in der Diagonalnäherung, da es durch die Kopplung an die Intersubband-Übergänge vom nullten in die höheren angeregten Subbänder beeinflusst wird. Die Energien dieser höheren Moden sind in Abb. 2.4 (b) nicht eingezeichnet, da sie in einem Bereich liegen, in welchem die Kopplung der Intersubband-Plasmon-Anregungen an die LO-Phononen von GaAs nicht mehr mit Hilfe der  $\varepsilon_s$ -Näherung beschrieben werden kann.

Wird die Elektron-LO-Phonon-Wechselwirkung in dynamischer Weise über Gl. (2.28) in die Rechnung mit einbezogen, so führt diese Kopplung sowohl im Fünf-Subband-Modell als auch in der Diagonalnäherung zu einer leichten Verringerung der (0-0)- und der (1-1)-Anregungsenergien [Abb. 2.5 (a)]. Neben einer Energieverschiebung bewirkt die Ankopplung an die longitudinal-optischen Phononen von GaAs auch die Aufspaltung der kollektiven Moden in je einen Plasmon-artigen und einen LO-Phonon-artigen Zweig. Während die Energie der Intrasubband-Plasmonen für die betrachteten Dichten sehr viel niedriger ist als die LO-Phonon-Energie, und der Phonon-artige Anregungszweig daher energetisch nahezu  $\hbar\omega_{\text{LO}}$  entspricht [Gl. (2.40)], zeigt sich in der Dichteabhängigkeit der Intersubband-Plasmon-LO-Phonon-Energien [Abb. 2.5 (b)] eine deutliche Dispersion der Phonon-artigen Moden. Da die Energien des (1-0)- und des in Abb. 2.5 (b) ebenfalls eingezeichneten (2-0)-Intersubband-Plasmons mit steigender Elektronendichte  $N_s$  sich immer weiter dem Wert  $\hbar\omega_{\text{LO}}$  nähern, spalten sich in der Diagonalnäherung ab ca.  $N_s = 3.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  die Energien  $E_{10}^{p+,d}$  und (darüberliegend)  $E_{20}^{p+,d}$  der Phonon-artigen Anregungen in zunehmendem Maße von der oberen Grenze  $\hbar\omega_{\text{LO}}$  der grau schattiert eingezeichneten Reststrahlen-Bande ab. Im Fünf-Subband-Modell ist ein deutliches Anwachsen der Energien dieser Moden gegenüber  $\hbar\omega_{\text{LO}}$  erst ab etwa  $N_s = 6.2 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  zu beobachten, wobei  $E_{10}^{p+}$  eine geringere Dispersion als die diagonale Anregungsenergie  $E_{10}^{p+,d}$  aufweist.

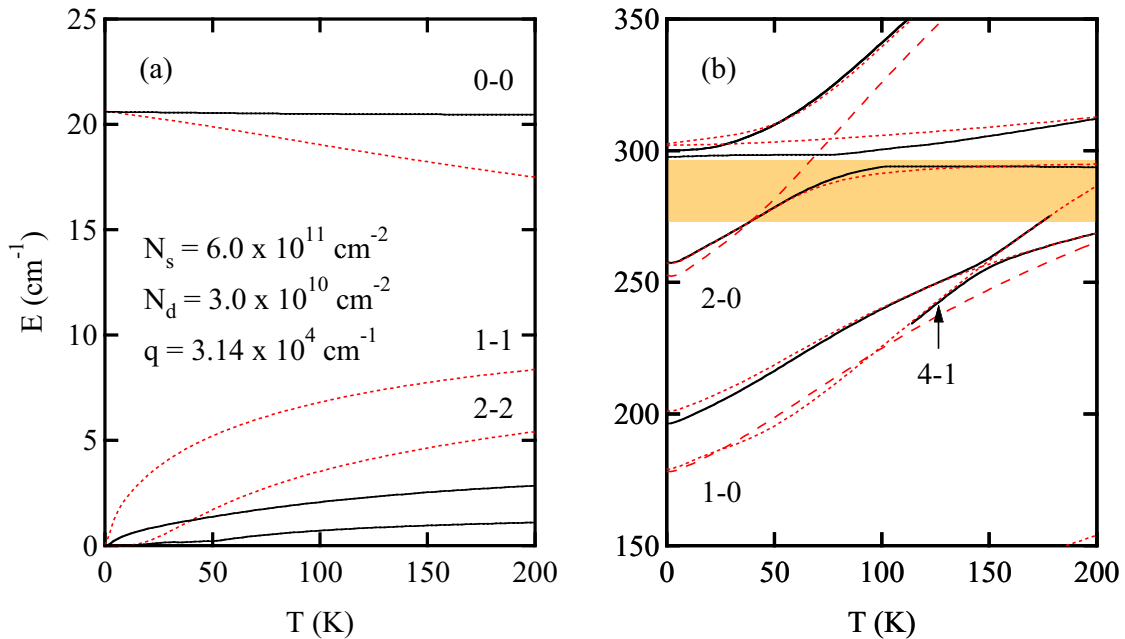
Ebenso wie die Plasmon-Energie  $E_{10}^p$  wird auch  $E_{10}^{p-}$  durch die Kopplung an die Intersubband-Übergänge vom nullten in die höheren angeregten Subbänder zu niedrigeren Werten verschoben. Dieser Effekt ist bei Berücksichtigung der Elektron-LO-Phonon-Kopplung allerdings etwas geringer als für die ungestörten Plasmonen, da das LO-Phonon den Einfluß der energetisch oberhalb der Reststrahlen-Bande liegenden Intersubband-Moden abschirmt. Sowohl die Energie der Plasmon-artigen (2-0)- als auch der entsprechenden (2-1)-Mode wird sehr gut durch die diagonale Näherung beschrieben.

Die Temperaturabhängigkeit der Intrasubband-artigen Plasmon-Energien der SHS für eine Elektronendichte von  $N_s = 6.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  ist in Abbildung 2.6 (a) dargestellt. Mit steigender Temperatur werden immer mehr Subbänder besetzt, und die Diagonalnäherung (gepunktete Linien) liefert für jedes Subband  $j$  eine Intrasubband-Plasmon-Energie, welche proportional zu  $\sqrt{N_s^j}$  ist. Entsprechend der thermischen Depopulation sinkt daher mit zunehmender Temperatur die Energie der (0-0)-Intrasubband-Mode. Nach Einschalten der Intersubband-Kopplung (Volllinien) zeigt die (0-0)-artige Intrasubband-Mode eine nur noch sehr schwache Abhängigkeit von der Temperatur  $T$ , d. h. diese Anregung spiegelt nun für jede Temperatur die kohärente Bewegung aller Elektronen des Q2DEG wider. Die übrigen Intrasubband-artigen Anregungsmoden liegen aufgrund der Intersubband-Kopplung energetisch sehr viel niedriger als im Fall der Diagonalnäherung.

Die Intersubband-Plasmon-Energien zeigen aufgrund der Temperaturabhängigkeit der kollektiven Effekte, welche proportional zu  $(N_s^k - N_s^j)$  sind, ein gegenüber den Subband-Abständen leicht verändertes Temperaturverhalten [Abbildung 2.6 (b)]. In diagonalen Näherung (Punktlinien) erkennt man, daß zum einen die Übergangsenergie der (1-0)-Anregung mit zunehmender Temperatur nicht so schnell wie der Subband-Abstand anwächst, da dieser Anstieg durch die Abnahme der kollektiven Verschiebung teilweise kompensiert wird, ande-



**Abbildung 2.6:** Temperaturabhängigkeit der Subband-Abstände (Strichlinien) und der Plasmon-Energien (Fünf-Subband-Modell: Volllinien, diagonale Näherung: Punktlinien) einer GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As-SHS für die Elektronendichte  $N_s = 6.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  bei einer Verarmungsladungsdichte von  $N_d = 3.0 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$  und dem Wellenzahlvektor-Übertrag  $q = 3.14 \times 10^4 \text{ cm}^{-1}$  im Energiebereich der (a) Intraband- und (b) Intersubband-Anregungen.



**Abbildung 2.7:** Temperaturabhängigkeit der Subband-Abstände (Strichlinien) und der Q2D-Plasmon-LO-Phonon-Energien (Fünf-Subband-Modell: Volllinien, diagonale Näherung: Punktlinien) einer GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As-SHS für  $N_s = 6.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  und  $N_d = 3.0 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$  bei  $q = 3.14 \times 10^4 \text{ cm}^{-1}$  im Energiebereich der (a) Intraband- und (b) Intersubband-Plasmonen. Das Gebiet der Reststrahlen-Bande von GaAs ( $\hbar\omega_{\text{TO}} \leq E \leq \hbar\omega_{\text{LO}}$ ), oberhalb dessen die LO-Phonon-artigen (1-0)- und (2-0)-Plasmon-Phonon-Energien liegen, ist in (b) schattiert eingezeichnet.

rerseits jedoch zeigt die (2-1)-Anregung eine stärkere Temperaturabhängigkeit als der entsprechende Subband-Abstand, da mit zunehmender Temperatur die Besetzung des ersten angeregten Subbandes und damit die kollektive Verschiebung anwächst.

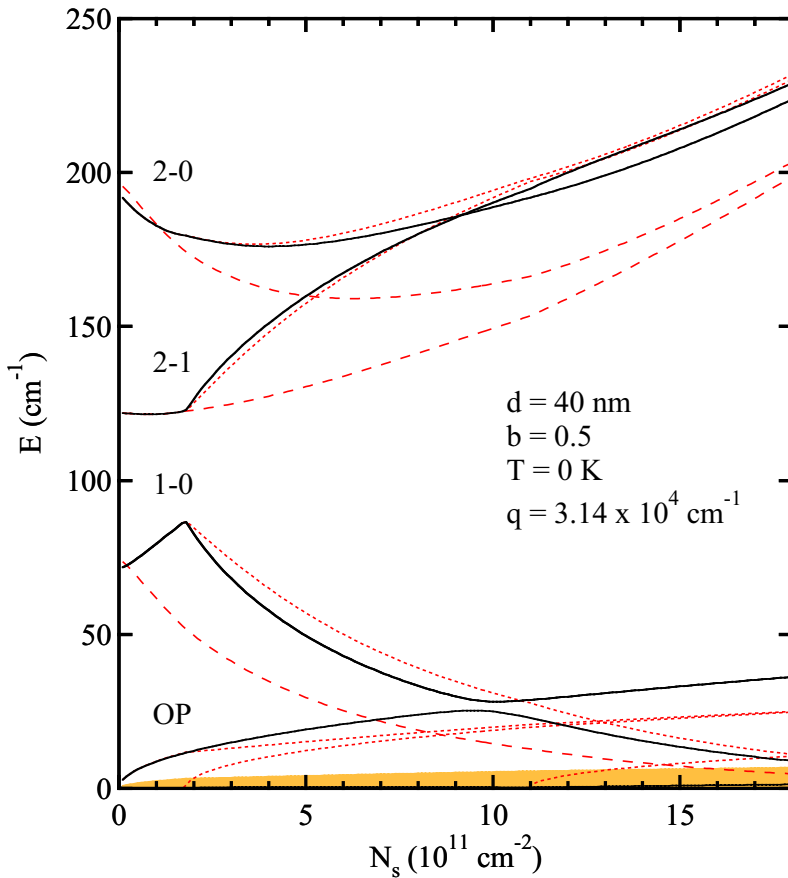
Aufgrund der thermischen Umbesetzung der Subbänder nimmt mit steigenden Temperaturen auch der Einfluß der Intersubband-Kopplung (Vollinien) auf die Energie des (1-0)-artigen Plasmons ab. Während für  $T = 0$  K die (1-0)-Anregungsenergie im Fünf-Subband-Modell etwa  $6.5 \text{ cm}^{-1}$  niedriger liegt als in diagonalen Näherung, gleichen sich mit steigender Temperatur beide Werte immer weiter einander an. Die Einbeziehung der Nebendiagonalelemente in Gl. (2.22) führt somit zu einem steileren Anstieg im Temperaturverlauf der (1-0)-Anregungsenergie verglichen mit der Diagonalnäherung. Bei etwa  $T = 184$  K kreuzen sich die diagonalen Anregungsenergien der (1-0)- und der (4-1)-Mode der SHS. Durch die Intersubband-Kopplung kommt es zu einer gegenseitigen Abstoßung der beiden Plasmon-Energien, wobei die ursprünglich (4-1)-artige Mode für  $T > 184$  K den Charakter der (1-0)-Anregung annimmt.

Anhand des vergrößert dargestellten Bereichs in Abbildung 2.6 (b) erkennt man, daß bis zu Temperaturen von etwa 4 K sowohl der Subband-Abstand als auch die Plasmon-Energie des (2-1)-Übergangs zunächst abnehmen und erst für höhere Temperaturwerte ansteigen. Dies ist darauf zurückzuführen, daß nach dessen beginnender Besetzung im ersten angeregten Subband zunächst sehr niedrige Elektronendichten vorliegen, bei denen die Effekte von Austausch und Korrelation sowohl die Grundzustands-Energien als auch die kollektive Verschiebung stärker beeinflussen als die Terme der direkten und der Bildladungs-Coulomb-Wechselwirkung. Bis zu einer Temperatur von  $T = 18$  K liegt der Fall einer Intersubband-Plasmon-Anregung vor, deren Energie niedriger liegt als die entsprechende Einteilchen-Niveau-Differenz, da hier der Einfluß der Vertex-Korrekturen die Depolarisationsverschiebung mehr als kompensiert. Die Messung des Temperaturverlaufs dieses höheren Intersubband-Übergangs ermöglicht somit im Prinzip das Studium von Austausch-Korrelations-Effekten auch an Systemen relativ hoher Gesamtdichte  $N_s$ . Diese Vielteilchen-Effekte werden üblicherweise anhand der (1-0)-Mode in Proben untersucht, deren Dichte im untersten Subband geeignet gering ist. [Ern94, Pla97]

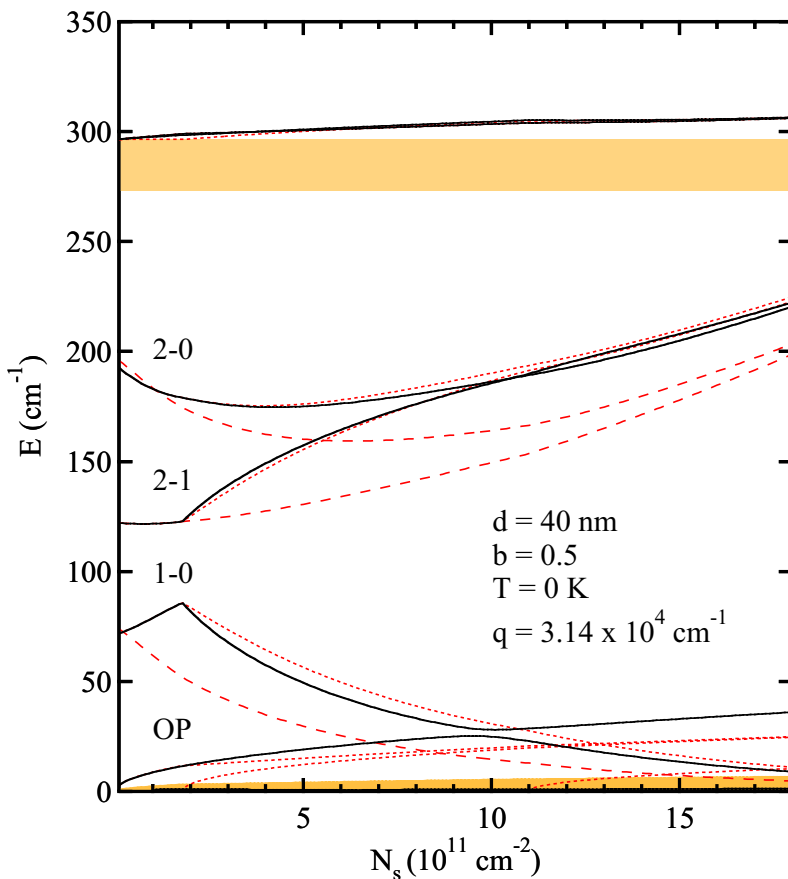
Das Einschalten der Elektron-3D-LO-Phonon-Kopplung führt zu einer leichten Verringerung sämtlicher Intrasubband-artiger Anregungsenergien [Abb. 2.7 (a)], ändert jedoch nicht das Kopplungs-Verhalten der Moden untereinander. Im Temperaturverlauf der (1-0)- und (2-0)-Intersubband-Plasmon-LO-Phonon-Energien [Abb. 2.7 (b)] erkennt man das deutliche Anwachsen der Phonon-artigen Anregungsenergien mit steigender Temperatur. Der untere Zweig der (2-0)-Anregung tritt ab  $T = 40$  K in die Reststrahlen-Bande ein und nähert sich für steigende Temperaturen asymptotisch der LO-Phonon-Energie  $\hbar\omega_{LO}$ . Gleichzeitig wächst die Energie des oberen Anregungszweiges stark an und verläuft für  $T > 80$  K nahezu parallel zur Einteilchenniveau-Differenz  $E_{20}$ . Die Energie des Phonon-artigen Zweiges der (1-0)-Mode wächst ab etwa 80 K merklich gegenüber dem Wert bei  $T = 0$  K an. Durch den Einfluß der Intersubband-Kopplung wird diese Anregung jedoch deutlich in ihrer Energie verringert. Auch der untere (1-0)-artige Zweig spürt die Wechselwirkung mit den höheren Plasmon-Anregungen, dieser Effekt ist jedoch aufgrund der Abschirmung durch die Reststrahlen-Bande etwas schwächer als im Fall der  $\varepsilon_s$ -Näherung. Auch bei Berücksichtigung der dynamischen Elektron-LO-Phonon-Kopplung gibt es für die diagonalen Anregungsenergien  $E_{10}^{p-,d}$  und  $E_{41}^{p-,d}$  einen Kreuzungspunkt und somit eine gegenseitige Abstoßung der gekoppelten (1-0)- und (4-1)-artigen Plasmonen, welcher jedoch aufgrund der Elektron-Phonon-Wechselwirkung der (1-0)-Mode schon bei etwa  $T = 145$  K zu beobachten ist.

### 2.2.5 Plasmon- und Plasmon-LO-Phonon-Energien in einer Doppelheterostruktur mit 40 nm Trogbreite

Das Verhalten der kollektiven Moden in doppellagigen quasi-zweidimensionalen Elektronengasen mit endlicher Tunnel-Kopplung wird aktuell stark diskutiert. [Sar98, Hu 01, Hol02a, Boo03] Die Anregungsenergien eines solchen Systems werden im folgenden anhand der in Abschnitt 1.2.3 vorgestellten DHS mit 40 nm Trogbreite



**Abbildung 2.8:** Subband-Abstände (Strichlinien) und Q2D-Plasmon-Anregungsenergien (Fünf-Subband-Modell: Volllinien, diagonale Näherung: Punktlinien) einer GaAs/ $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$ -DHS mit 40 nm Trogbreite in Abhängigkeit von der Elektronendichte  $N_s$  bei einer Temperatur von  $T = 0 \text{ K}$  und dem Wellenzahlvektor-Übertrag  $q = 3.14 \times 10^4 \text{ cm}^{-1}$ . Die Energie des optischen Plasmons ist durch OP gekennzeichnet, der Bereich der (0-0)- und (1-1)-Intrasubband-Kontinua ist schattiert hervorgehoben. Der Übergang vom Regime des einlagigen in ein doppelagiges quasi-zweidimensionales Elektronengas ist bei einer Dichte von  $N_s = 1.8 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  zu beobachten.



**Abbildung 2.9:** Dichteabhängigkeit der Subband-Abstände (Strichlinien) und der Q2D-Plasmon-3D-LO-Phonon-Anregungsenergien im Fünf-Subband-Modell (Volllinien) und in diagonaler Näherung (Punktlinien) einer GaAs/ $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$ -DHS mit 40 nm Trogbreite bei der Temperatur  $T = 0 \text{ K}$  und dem Wellenzahlvektor-Übertrag  $q = 3.14 \times 10^4 \text{ cm}^{-1}$ . Das Gebiet der Reststrahlen-Bande von GaAs ( $\hbar\omega_{\text{TO}} \leq E \leq \hbar\omega_{\text{LO}}$ ), oberhalb dessen die LO-Phonon-artigen (2-0)- und (2-1)-Plasmon-Phonon-Energien liegen, ist ebenso wie der Bereich der (0-0)- und (1-1)-Intrasubband-Kontinua schattiert eingezeichnet.



berechnet und die Ergebnisse in die aktuelle Literatur eingeordnet.

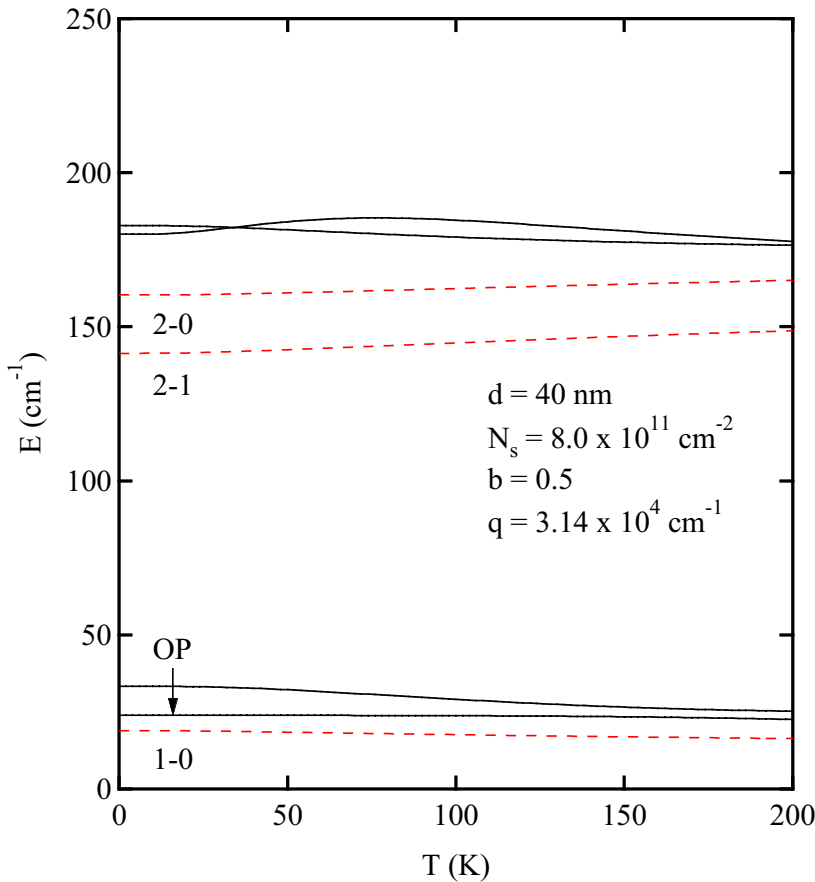
Abbildung 2.8 zeigt die im Fünf-Subband-Modell bestimmten Energien der Q2D-Plasmonen der DHS (Volllinien) sowie die entsprechenden Energien in Diagonálnäherung (gepunktete Linien) und die Subband-Abstände (gestrichelte Linien) als Funktion der Elektronendichte  $N_s$ . Wie im Fall der SHS wurde hier in den Matrixelementen der Bildladungs-Wechselwirkung ein metallisches Gate entsprechend Anhang B in der Rechnung berücksichtigt. Bis zu einer Dichte von  $N_s = 1.8 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  ist bei  $T = 0 \text{ K}$  nur das unterste Subband besetzt, und es existiert nur ein Intrasubband-Plasmon-Zweig, der die Elektronenbewegung innerhalb dieses Subbandes beschreibt. Für höhere Werte der Elektronendichte ist auch der erste angeregte Zustand besetzt, wodurch ein zweilagiges Q2DEG entsteht, dessen Komponenten über die Coulomb-Wechselwirkung und den quantenmechanischen Tunnel-Effekt miteinander gekoppelt sind. Der Tunnel-Effekt prägt dem Doppellagen-System neben der Coulomb-Energie und der kinetischen Intraschicht-Energie mit der Interschicht-Tunnel-Energie eine weitere Energieskala auf. [Sar98, Hu 00]

Aufgrund der Coulomb- und der Tunnel-Kopplung bilden sich zwei Zweige des longitudinalen Anregungsspektrums des Q2DEG, wobei der höherenergetische Zweig die gleichphasige Bewegung der Elektronen (optisches Plasmon, OP) in den beiden untersten Subbändern beschreibt, und der niederenergetische Zweig deren Oszillation mit entgegengesetzter Phase (akustisches Plasmon, AP). [Hu 01] Im Gegensatz dazu entstehen das OP (mit einer Dispersion  $E \propto \sqrt{q}$  für  $q \rightarrow 0$ ) und das AP ( $E \propto q$ ) in zweilagigen Elektronensystemen, welche nur über die Coulomb-Kopplung wechselwirken, aufgrund der gleich- und gegenphasigen Bewegung der in je einer Schicht lokalisierten Elektronen. [Ton29, Pin56, Sar81, San88] Während das OP die longitudinale Bewegung des Elektronensystems mit der Gesamtladungsdichte  $N_s$  darstellt und näherungsweise eine Energie proportional zu  $\sqrt{N_s}$  aufweist, liegt die Energie des AP hier für alle Werte von  $N_s$  in Abb. 2.8 unterhalb der Darstellengenauigkeit und innererhalb der grau eingezeichneten (0-0)- und (1-1)-Intrasubband-Kontinua. In diagonalen Näherung würde man zu jedem Subband je ein Intrasubband-Plasmon erhalten, deren Energien sich mit steigender Elektronendichte immer weiter angleichen. Die ungedämpfte akustische Mode im zweilagigen Q2DEG konnte sowohl an rein Coulomb-gekoppelten [Bha96, Kai98] als auch über den Tunnel-Effekt wechselwirkenden Doppelheterostrukturen [Boo03] mit Hilfe inelastischer Lichtstreuung beobachtet werden.

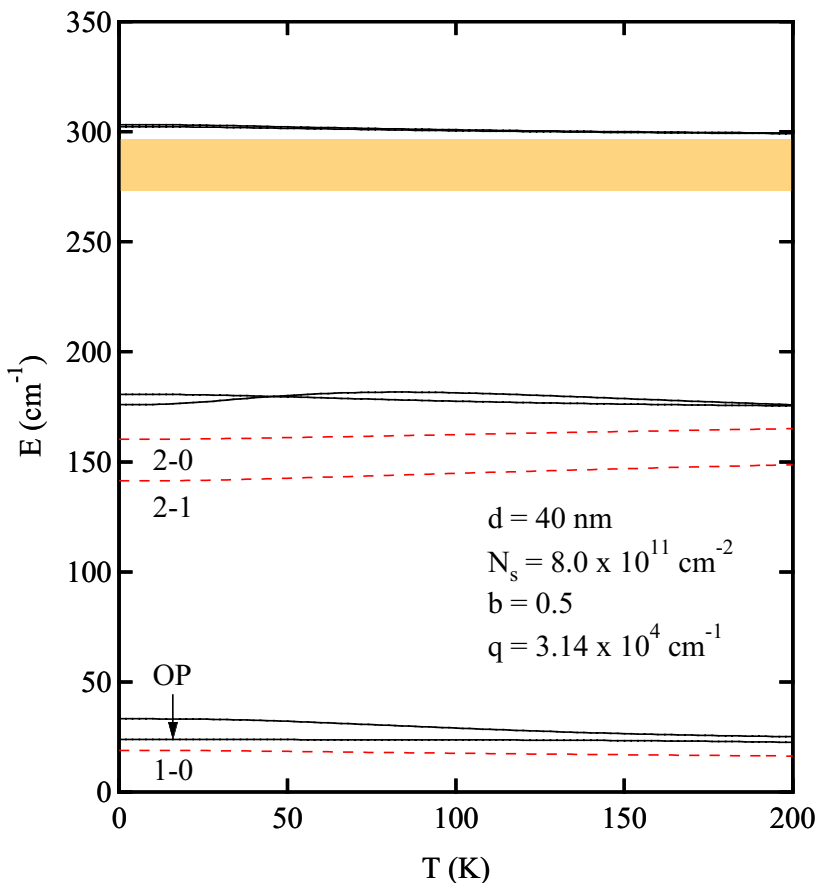
Die Energie der (1-0)-Anregung wächst im Dichtebereich des einlagigen Q2DEG mit steigender Elektronendichte an, wobei die Abnahme des Subband-Abstandes durch die stärkere kollektive Verschiebung bei steigendem  $N_s$  mehr als kompensiert wird. Mit beginnender Besetzung des ersten angeregten Subbandes bei  $N_s = 1.8 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  nimmt dann die (1-0)-Anregungsenergie wieder ab, da die kollektiven Effekte, welche proportional zu  $(N_s^0 - N_s^1)$  sind, nun wieder schwächer werden. Die (1-0)-Mode wird im Regime des doppel-lagigen quasi-zweidimensionalen Elektronensystems zur sogenannten Tunnel-Mode der Energie  $E_{10}^p = \Delta_{SAS}^p$ . Gleichzeitig beginnt nun eine (2-1)-Anregungsmode zu existieren, was sich durch ein abruptes Einsetzen der kollektiven Verschiebung gegenüber dem entsprechenden Subband-Abstand äußert. Das (2-0)-Plasmon zeigt im Regime unterhalb der Elektronendichte  $N_s = 1.1 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  eine geringere Energie als der entsprechende Subband-Abstand.

Bei  $N_s = 9.5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  ist eine energetische Abstoßung des OP und der (1-0)-Mode zu beobachten. Obwohl ein symmetrisches Einschlußpotential vorliegt, hat die Einbeziehung der Gate-Elektrode nach Abb. B.1 (Anhang B) eine nicht-symmetrische Gesamtstruktur zur Folge, in welcher es zu einer allein durch die Bildladungs-Wechselwirkung verursachten Kopplung von OP und (1-0)-Mode kommt. Ein Kreuzungspunkt von Anregungsmoden ist bei  $N_s = 9.2 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  zwischen dem (2-1)- und dem (2-0)-Intersubband-Plasmon zu beobachten, welches für höhere Dichten energetisch unterhalb der (2-1)-Mode liegt. Im Fünf-Subband-Modell ist für Elektronendichten ab  $N_s = 1.0 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$  die Aufspaltung zwischen dem (2-1)- und dem (2-0)-Plasmon sehr viel deutlicher als in diagonalen Näherung.

Die Berücksichtigung der Ankopplung der Q2D-Plasmonen an die LO-Phononen von GaAs führt zu einer



**Abbildung 2.10:** Temperaturabhängigkeit der Subband-Abstände und der Q2D-Plasmon-Energien einer GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As-Doppelheterostruktur mit 40 nm Trogbreite bei einer Elektronendichte von  $N_s = 8.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  und dem Wellenzahlvektor-Übertrag  $q = 3.14 \times 10^4 \text{ cm}^{-1}$ . Die Subband-Abstände sind durch gestrichelte Linien, die Energien der kollektiven Moden im Fünf-Subband-Modell durch Volllinien gekennzeichnet.



**Abbildung 2.11:** Temperaturabhängigkeit der Subband-Abstände und der Q2D-Plasmon-LO-Phonon-Anregungsenergien einer GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As-DHS mit 40 nm Trogbreite bei einer Elektronendichte von  $N_s = 8.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  und dem Wellenzahlvektor-Übertrag  $q = 3.14 \times 10^4 \text{ cm}^{-1}$ . Die Subband-Abstände sind durch gestrichelte Linien, die Energien der kollektiven Moden im Fünf-Subband-Modell durch Volllinien gekennzeichnet. Das Gebiet der Reststrahlen-Bande von GaAs ( $\hbar\omega_{\text{TO}} \leq E \leq \hbar\omega_{\text{LO}}$ ), oberhalb dessen die LO-Phonon-artigen (2-0)- und (2-1)-Plasmon-Phonon-Energien liegen, ist schattiert hervorgehoben.

Verringerung der Energie sämtlicher Plasmon-artiger Moden  $E_{jk}^{p-, (d)}$  gegenüber den ungestörten Anregungsenergien  $E_{jk}^{p-, (d)}$ . Die in Abb. 2.9 oberhalb des Reststrahlen-Bereichs eingezeichneten oberen Anregungsarme der aufgespaltenen (2-0)- und (2-1)-Moden steigen für wachsende Elektronendichten nur langsam gegenüber dem ungestörten Wert  $\hbar\omega_{LO}$  an und fallen dabei energetisch nahezu zusammen. Der Einfluß der Intersubband-Kopplung auf diese Phonon-artigen Anregungsarme ist ähnlich gering wie im Fall der Plasmon-artigen Moden.

In Abbildung 2.10 ist für eine Elektronendichte von  $N_s = 8.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  die Temperaturabhängigkeit der Subband-Abstände (gestrichelte Linien) und der Anregungsmoden der DHS im Fünf-Subband-Modell (Volllinien) dargestellt. Mit steigender Temperatur reduziert sich die Energie der (1-0)-Anregung, wobei dieses Verhalten hauptsächlich von der Abnahme der kollektiven Effekte aufgrund der geringer werdenden Differenz  $(N_s^0 - N_s^1)$  hervorgerufen wird und weniger durch die Abnahme des (1-0)-Subband-Abstandes  $\Delta_{SAS}$ . Nahezu unabhängig von der Temperatur ist die Energie des OP, da diese im wesentlichen von der Gesamtladungsträgerdichte  $N_s$  bestimmt und somit kaum von der thermischen Umbesetzung beeinflusst wird. Eine ebenfalls nur schwache Temperaturabhängigkeit weisen die (2-1)- und die (2-0)-Anregungen auf. Aufgrund thermischer Umbesetzungen, welche sich sowohl auf die kollektive Verschiebung als auch auf die Intersubband-Kopplung auswirken, kommt es bei  $T = 34 \text{ K}$  zu einer Kreuzung dieser sich im gesamten Temperaturbereich nur schwach voneinander unterscheidenden Anregungsenergien. Die Einbeziehung der Elektron-LO-Phonon-Kopplung hat neben der Modenaufspaltung in Plasmon- und LO-Phonon-artige Zweige, wobei letztere für die (2-0)- und (2-1)-Mode in Abb. 2.11 eingezeichnet sind, eine leichte Verringerung der Energien der Plasmon-artigen Anregungen über den gesamten betrachteten Temperaturbereich zur Folge.

Die hier erzielten Resultate zeigen in Übereinstimmung sowohl mit theoretischen [Wen96, Hu 01] als auch aktuellen experimentellen Ergebnissen [Boo03], daß im Regime des quantenmechanischen Tunnelns neben dem optischen Intrasubband-Plasmon und der (1-0)-Tunnel-Mode auch das akustische Intrasubband-Plasmon weiterhin als eigenständige Anregung des doppellagigen Q2DEG existiert. Die akustische Mode nimmt somit nicht, wie in mehreren Arbeiten dargestellt, [Gum95, Sar98, Sar00, Bol00a, Bol00b, Liu01] in Gegenwart der Tunnel-Kopplung den Charakter der mit der Aufspaltung  $\Delta_{SAS}$  verbundenen (1-0)-Intersubband-Anregungsmode an. Da das akustische Intrasubband-Plasmon im vorliegenden Fall aufgrund der starken Kopplung an die (1-0)-Mode der Landau-Dämpfung unterliegt, sollte es im Experiment allerdings nicht zu beobachten sein. Während die Anregungsenergie der (1-0)-Tunnel-Mode hier entsprechend Gl. (2.10) im Rahmen der TDLDA berechnet wurde, weisen zahlreiche Publikationen darauf hin, daß der Einfluß von Austausch und Korrelation auf die Energie  $\Delta_{SAS}^p$  sowohl im Regime sehr niedriger Elektronendichten  $N_s < 0.5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  [Sar94, Rad96, Pla97, Reb97, Reb98, Bol00a, Bol00b] als auch im Bereich hoher Elektronendichten  $N_s > 3.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  [Dec94, Tam94, Hol02a, Hol02b] von dieser Näherung nicht korrekt beschrieben wird.

## 2.3 Quasi-zweidimensionale Plasmon-Polaritonen

### 2.3.1 Theoretische Grundlagen

Wie in Abschnitt 2.1 angesprochen, weisen die Ladungsdichte-Anregungen des Q2DEG neben den longitudinalen auch transversale Feldkomponenten auf, weshalb sie immer von Retardierungs-Effekten beeinflusst sind. [Dah77, Wen93, Wen99a, Kuk03] Da im nicht-retardierten Grenzfall ( $c \rightarrow \infty$ ) die Energien der p-polarisierten Plasmon-Polaritonen mit denen der Plasmonen übereinstimmen, liefert im experimentell meist erfüllten Limit  $q \gg E\sqrt{\epsilon_\infty}/\hbar c$  die Berechnung der Plasmon-Energien im Dichteantwort-Formalismus korrekte Resultate. Die folgende Darstellung der Bestimmung der Plasmon-Polariton-Energien im Stromantwort-Schema beschränkt sich daher auf die in Kapitel 3 zur Ermittlung der Absorptions-Spektren benötigten Ergebnisse.

Bei der Berechnung der Intra- und Intersubband-Plasmon-Polariton-Energien im Stromantwort-Schema betrachtet man das im Grundzustand durch Gl. (1.6) beschriebene Q2DEG in Gegenwart der Störung durch ein abgeschirmtes (selbstkonsistentes) Vektorpotential  $\mathbf{A}^{sc}(\mathbf{q}, z|\omega)$ . [Dah77, Wen93, Ull02] Dieses ist wiederum die Summe aus einem externen Potential  $\mathbf{A}^{ext}(\mathbf{q}, z|\omega)$  und einem induzierten Potential  $\mathbf{A}^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega)$ :

$$\mathbf{A}^{sc}(\mathbf{q}, z|\omega) = \mathbf{A}^{ext}(\mathbf{q}, z|\omega) + \mathbf{A}^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega) . \quad (2.42)$$

Durch die Störung wird im Q2DEG eine Stromdichte

$$j_{\alpha}^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega) = \sum_{\beta} \int dz' P_{\alpha\beta}(\mathbf{q}; z, z'|\omega) A_{\beta}^{sc}(\mathbf{q}, z'|\omega) \quad (2.43)$$

induziert, welche der irreduzible Polarisationstensor des freien Q2DEG,

$$P_{\alpha\beta}(\mathbf{q}; z, z'|\omega) = \sum_{l,m} P_{\alpha\beta}^{lm}(\mathbf{q}, \omega) \xi_{\alpha}^{lm}(z) \xi_{\beta}^{lm}(z') , \quad (2.44)$$

beschreibt, wobei  $\alpha, \beta = x, y, z$  ist, und die Definition

$$\xi_{\alpha}^{lm}(z) = (1 - \delta_{\alpha z}) \eta_{lm}(z) + \delta_{\alpha z} g_{lm}(z) \quad (2.45)$$

mit

$$g_{lm}(z) = \varphi_l(z) \frac{d}{dz} \varphi_m(z) - \varphi_m(z) \frac{d}{dz} \varphi_l(z) \quad (2.46)$$

verwendet wurde. In Gl. (2.44) bezeichnet  $P_{\alpha\beta}^{lm}(\mathbf{q}, \omega)$  den Matrix-Polarisationstensor, dessen Komponenten in Arbeiten von Dahl und Sham [Dah77] sowie von Wendler und Kändler [Wen93] berechnet wurden. Die Herleitung der Gln. (2.43)-(2.46) erfolgt ähnlich dem Fall des Dichteantwort-Schemas über Methoden der Statistischen Physik und entspricht weitgehend dem Kubo-Formalismus. [Kub57, Wen93]

Die Energien der Q2D-Plasmon-Polaritonen liegen bei den Resonanzen der Stromantwort auf das externe Vektorpotential  $\mathbf{A}^{ext}(\mathbf{q}, z|\omega)$ , bei dessen Kenntnis sich  $\mathbf{A}^{sc}(\mathbf{q}, z|\omega)$  berechnen und durch  $\mathbf{A}^{ext}(\mathbf{q}, z|\omega)$  ausdrücken läßt. Wiederum berücksichtigt man hierbei wie beim Dichteantwort-Schema im Fall des reinen Q2DEG die Beiträge des durch die Störung induzierten Hartree-Vektorpotentials  $\mathbf{A}_H^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega)$  sowie des induzierten Austausch-Korrelations-Vektorpotentials  $\mathbf{A}_{xc}^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega)$ , und bei der Behandlung des Q2DPG zusätzlich Terme der Elektron-Phonon-Wechselwirkung [ $\mathbf{A}_{ep}^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega)$ ]:

$$\mathbf{A}^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega) = \mathbf{A}_H^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega) + \mathbf{A}_{xc}^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega) + \mathbf{A}_{ep}^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega) . \quad (2.47)$$

Beim Stromantwort-Schema verwendet man das volle System der Maxwell-Gleichungen, um das induzierte Hartree-Vektorpotential aus den Quellen zu berechnen. Man erhält die inhomogene Wellengleichung für das Vektorpotential, [Wen93]

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dz^2} A_{H,x}^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega) - iq \frac{d}{dz} A_{H,z}^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega) + \varepsilon_{\infty}^{(\nu)} \frac{\omega^2}{c^2} A_{H,x}^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega) &= -\mu_0 j_x^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega) , \\ \frac{d^2}{dz^2} A_{H,y}^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega) - q^2 A_{H,y}^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega) + \varepsilon_{\infty}^{(\nu)} \frac{\omega^2}{c^2} A_{H,y}^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega) &= -\mu_0 j_y^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega) , \\ -q^2 A_{H,z}^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega) - iq \frac{d}{dz} A_{H,x}^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega) + \varepsilon_{\infty}^{(\nu)} \frac{\omega^2}{c^2} A_{H,z}^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega) &= -\mu_0 j_z^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega) , \end{aligned} \quad (2.48)$$

wobei aufgrund der Translationsinvarianz des Q2DEG parallel zu den Grenzflächen zum einen die zweidimensionale Fourier-Transformation in der  $x$ - $y$ -Ebene ausgenutzt und zum anderen ohne Beschränkung der Allgemeinheit  $\mathbf{q} = (q_x, 0)$  gewählt wurde.

Die inhomogene Wellengleichung (2.48) kann für Systeme mit stückweise konstantem  $\varepsilon_\infty(z) = \varepsilon_\infty^{(\nu)}$  mit Hilfe des Green-Tensors  $D_{\alpha\beta}(\mathbf{q}; z, z'|\omega)$  gelöst werden, dessen im weiteren verwendete Elemente in Anhang B für Einfach- und Doppelheterostrukturen dargestellt sind. Der Green-Tensor besteht wiederum aus dem direkten Coulomb-Anteil und einem Beitrag der Bildladungs-Wechselwirkung. Die formale Lösung von Gl. (2.48) lautet somit

$$A_{H,\alpha}^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega) = \mu_0 \sum_{\beta} \int dz' D_{\alpha\beta}(\mathbf{q}; z, z'|\omega) j_{\beta}^{ind}(\mathbf{q}, z'|\omega) . \quad (2.49)$$

Das induzierte Austausch-Korrelations-Vektorpotential  $\mathbf{A}_{xc}^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega)$  und das durch die Elektron-Phonon-Kopplung induzierte Potential  $A_{ep}^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega)$  werden hier zunächst nicht spezifiziert. Im Rahmen dieser Arbeit wurden die für die Berechnung der Q2D-Plasmon-Polariton-Anregungsenergien benötigten Matrixelemente der Austausch-Korrelations-Wechselwirkung und der Elektron-Phonon-Kopplung nach der Berechnung der Coulomb-Matrixelemente aus der formalen Analogie zwischen Dichteantwort- und Stromantwort-Schema im langwelligen Grenzfall  $q \gg E\sqrt{\varepsilon_\infty}/\hbar c$  gewonnen. Für das gesamte durch die externe Störung induzierte Vektorpotential gilt ein Ausdruck der Form

$$A_{\alpha}^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega) = \mu_0 \sum_{\beta} \int dz' V_{\alpha\beta}(\mathbf{q}; z, z'|\omega) j_{\beta}^{ind}(\mathbf{q}, z'|\omega) , \quad (2.50)$$

wobei der Tensor  $V_{\alpha\beta}(\mathbf{q}; z, z'|\omega)$  des Wechselwirkungs-Potentials als Summe aus Anteilen der Coulomb-Wechselwirkung sowie der Austausch-Korrelations-Wechselwirkung und der Elektron-Phonon-Kopplung darstellbar ist. Mit Hilfe der Gleichungen (2.42) und (2.43) folgt

$$A_{\alpha}^{sc}(\mathbf{q}, z|\omega) = A_{\alpha}^{ext}(\mathbf{q}, z|\omega) + \mu_0 \sum_{\beta, \gamma} \int dz' \int dz'' V_{\alpha\beta}(\mathbf{q}; z, z'|\omega) P_{\beta\gamma}(\mathbf{q}; z', z''|\omega) A_{\gamma}^{sc}(\mathbf{q}, z''|\omega) . \quad (2.51)$$

Unter Benutzung der Definition

$$\chi_{\alpha\beta}^{lm}(\mathbf{q}, \omega) = \begin{cases} P_{\alpha\beta}^{ll}(\mathbf{q}, \omega) & \text{für } l = m \text{ und } \alpha = \beta = x, y , \\ P_{\alpha\beta}^{lm}(\mathbf{q}, \omega) + P_{\alpha\beta}^{ml}(\mathbf{q}, \omega) & \text{für } l \neq m \text{ und } \alpha = \beta = x, y, z , \\ P_{\alpha\beta}^{lm}(\mathbf{q}, \omega) - P_{\alpha\beta}^{ml}(\mathbf{q}, \omega) & \text{für } l \neq m \text{ und } \alpha = x, \beta = z \text{ oder } \alpha = z, \beta = x \end{cases} \quad (2.52)$$

ergeben sich die Matrixelemente dieser Gleichung zu

$$\sum_{\substack{l, m \\ l \geq m}} \sum_{\beta, \gamma} [\delta_{\alpha\beta} \delta_{\beta\gamma} \delta_{jl} \delta_{km} - \mu_0 V_{\alpha\beta}^{jklm}(\mathbf{q}, \omega) \chi_{\beta\gamma}^{lm}(\mathbf{q}, \omega)] A_{\gamma}^{sc, lm}(\mathbf{q}, \omega) = A_{\alpha}^{ext, jk}(\mathbf{q}, \omega) , \quad (2.53)$$

wobei sich das Matrixelement  $V_{\alpha\beta}^{jklm}(\mathbf{q}, \omega)$  der Wechselwirkung als die Summe von Beiträgen der Coulomb-Wechselwirkung [ $D_{\alpha\beta}^{jklm}(\mathbf{q}, \omega)$ ], der Wechselwirkung über Austausch und Korrelation [ $V_{\alpha\beta}^{xc, jklm}(\mathbf{q}, \omega)$ ] und der Elektron-Phonon-Kopplung [ $V_{\alpha\beta}^{ep, jklm}(\mathbf{q}, \omega)$ ] schreiben läßt:

$$V_{\alpha\beta}^{jklm}(\mathbf{q}, \omega) = D_{\alpha\beta}^{jklm}(\mathbf{q}, \omega) + V_{\alpha\beta}^{xc, jklm}(\mathbf{q}, \omega) + V_{\alpha\beta}^{ep, jklm}(\mathbf{q}, \omega) . \quad (2.54)$$

In Gl. (2.54) wurden die Coulomb-Matrixelemente

$$D_{\alpha\beta}^{jklm}(\mathbf{q}, \omega) = \int dz \int dz' \xi_{\alpha}^{jk}(z) D_{\alpha\beta}(\mathbf{q}; z, z'|\omega) \xi_{\beta}^{lm}(z') \quad (2.55)$$

eingeführt. Die Matrixelemente des induzierten Austausch-Korrelations-Potentials und der Elektron-Phonon-Kopplung werden im nächsten Abschnitt für das dort beschriebene N-Subband-Modell der p-polarisierten Moden spezifiziert. Weiterhin sind in Gl. (2.53) die Matrixelemente  $A_{\alpha}^{ext,jk}(\mathbf{q}, \omega)$  des externen und  $A_{\alpha}^{sc,jk}(\mathbf{q}, \omega)$  des selbstkonsistenten Vektorpotentials,

$$\begin{aligned} A_{\alpha}^{ext,jk}(\mathbf{q}, \omega) &= \int dz \xi_{\alpha}^{jk}(z) A_{\alpha}^{ext}(\mathbf{q}, z|\omega) , \\ A_{\alpha}^{sc,jk}(\mathbf{q}, \omega) &= \int dz \xi_{\alpha}^{jk}(z) A_{\alpha}^{sc}(\mathbf{q}, z|\omega) , \end{aligned} \quad (2.56)$$

definiert.

Die kollektiven Plasmon-Polariton-Anregungen des Q2DEG existieren, falls  $\mathbf{A}^{sc} \neq 0$  bei  $\mathbf{A}^{ext} = 0$  gilt. Diese Bedingung wird entsprechend Gl. (2.53) durch die Dispersionsrelation

$$\det[\delta_{\alpha\beta}\delta_{\beta\gamma}\delta_{\gamma\delta}\delta_{\delta\alpha} - \mu_0 V_{\alpha\beta}^{jklm}(\mathbf{q}, \omega) \chi_{\beta\gamma}^{lm}(\mathbf{q}, \omega)] = 0 \quad (2.57)$$

der Q2D-Plasmon-Polaritonen mit Retardierung erfüllt.

Aufgrund der Wahl des Koordinatensystems  $[\mathbf{q} = (q_x, 0)]$  sind nur die Komponenten  $V_{xx}, V_{xz}, V_{yy}, V_{zz}$  und  $V_{zx}$  des Wechselwirkungs-Potentials ungleich null (siehe Anhang B). Weiterhin sind auch nur die Komponenten  $\chi_{xx}^{jk}, \chi_{xz}^{jk}, \chi_{yy}^{jk}, \chi_{zz}^{jk}$  und  $\chi_{zx}^{jk}$  des Matrix-Polarisationstensors von null verschieden. Damit zerfällt das Gleichungssystem (2.48) in zwei unabhängige Gleichungssysteme, eines für die p-Polarisation [transversal-magnetische (TM) Felder] mit  $\mathbf{A} = (A_x, 0, A_z)$  und eines für die s-Polarisation [transversal-elektrische (TE) Felder] mit  $\mathbf{A} = (0, A_y, 0)$ . Im folgenden wird nur der Fall der p-Polarisation behandelt, da s-polarisierte Felder nur über die sehr schwache Lorentz-Kraft [ $\propto v_F/c \ll 1, v_F = (\hbar/m^*)(2\pi N_s)^{1/2}$ ] an die Elektronendichte koppeln, und somit nur in geringem Maße mit der Anregung von Plasmon-Polaritonen verbunden sind. [Wen93]

### 2.3.2 N-Subband-Modell der transversal-magnetischen Moden

Im folgenden wird eine im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Näherungslösung der Beziehung (2.53) zwischen dem selbstkonsistenten und dem externen Vektorpotential und somit der Dispersionsrelation (2.57) p-polarisierter (transversal-magnetischer) Q2D-Plasmon-Polaritonen vorgestellt, welche im nicht-retardierte Limit ( $c \rightarrow \infty$ ) äquivalent ist zum N-Subband-Modell der Q2D-Plasmonen (Abschnitt 2.2.3). Innerhalb dieser Näherungen sind die beiden Determinanten (2.22) und (2.57) identisch und weisen daher dieselben Nullstellen auf.

Neben der Kenntnis der Matrixelemente  $D_{\alpha\beta}^{jklm}(\mathbf{q}, \omega)$ ,  $V_{\alpha\beta}^{xc,jklm}(\mathbf{q}, \omega)$  und  $V_{\alpha\beta}^{ep,jklm}(\mathbf{q}, \omega)$  erfordert die Lösung von Gl. (2.57) die Berechnung der Elemente des Matrix-Polarisationstensors  $\chi_{\alpha\beta}^{lm}(\mathbf{q}, \omega)$ . Im Grenzfall kleiner  $q$ , d. h. in langwelliger Näherung, findet man die nichtverschwindenden Komponenten des Matrix-Polarisationstensors in niedrigster (nullter) Ordnung in  $q$  zu: [Wen93]

$$\chi_{xx}^{ll}(\mathbf{q}, \omega) = -\frac{N_s^l e^2}{m^*} \quad (2.58)$$

und

$$\chi_{zz}^{lm}(\mathbf{q}, \omega) = -\frac{(N_s^m - N_s^l)e^2}{m^*} \left( \frac{\hbar^2}{2m^*E_{lm}} \frac{\hbar^2\omega^2}{\hbar^2\omega^2 - E_{lm}^2} \right) . \quad (2.59)$$

Die Matrixelemente der direkten Coulomb-Wechselwirkung ergeben sich entsprechend Anhang B in folgender Form:

$$D_{xx,dir}^{ijklm}(\mathbf{q}, \omega) = -\frac{c^2}{2\varepsilon_{\infty}^{(\nu)}\omega^2} \alpha_{\nu} \int dz \int dz' \eta_{jk}(z) e^{-\alpha_{\nu}|z-z'|} \eta_{lm}(z') , \quad (2.60)$$

$$D_{xz,dir}^{ijklm}(\mathbf{q}, \omega) = i \frac{q}{\alpha_{\nu}^2} \frac{2m^*}{\hbar^2} E_{lm} D_{xx,dir}^{ijklm}(\mathbf{q}, \omega) , \quad (2.61)$$

$$D_{zx,dir}^{ijklm}(\mathbf{q}, \omega) = -i \frac{q}{\alpha_{\nu}^2} \frac{2m^*}{\hbar^2} E_{jk} D_{xx,dir}^{ijklm}(\mathbf{q}, \omega) \quad (2.62)$$

und

$$D_{zz,dir}^{ijklm}(\mathbf{q}, \omega) = \left( \frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^2 E_{jk} E_{lm} \left[ \frac{q^2}{\alpha_{\nu}^4} D_{xx,dir}^{ijklm}(\mathbf{q}, \omega) - \frac{1}{2\alpha_{\nu}^2} \int dz \int dz' \eta_{jk}(z) |z - z'| \eta_{lm}(z') \right] . \quad (2.63)$$

Hier wurde die Größe

$$\alpha_{\nu} = \left( q^2 - \varepsilon_{\infty}^{(\nu)} \frac{\omega^2}{c^2} \right)^{1/2} \quad (2.64)$$

definiert und zur Herleitung der Gln. (2.61)-(2.63) die aus der effektiven Einteilchen-Gleichung (1.6) resultierende Beziehung

$$\frac{d}{dz} g_{lm}(z) = \frac{2m^* E_{lm}}{\hbar^2} \eta_{lm}(z) \quad (2.65)$$

benutzt. Die Matrixelemente des Bildladungs-Anteils für Einfach- und Doppelheterostruktur sind in Anhang B spezifiziert.

Man setzt nun in den Zusammenhang (2.53) zwischen den Matrixelementen des selbstkonsistenten und des externen Vektorpotentials aus dem Potentialterm (2.54) zunächst nur den Beitrag der direkten und der Bildladungs-Coulomb-Wechselwirkung ( $V_{\alpha\beta}^{ijklm} = D_{\alpha\beta}^{ijklm}$ ) sowie die Elemente (2.58) und (2.59) des Matrix-Polarisationstensors ein. Berücksichtigt man dann jeweils nur die Terme niedrigster Ordnung in  $q$ , so erhält man das Resultat ( $\alpha = x, z$ )

$$\sum_{\substack{l,m \\ l \geq m}} \sum_{\substack{\beta= \\ x,z}} \left\{ \delta_{\alpha\beta} \delta_{jl} \delta_{km} - [\delta_{lm} \delta_{\beta x} + (1 - \delta_{lm}) \delta_{\beta z}] \mu_0 V_{\alpha\beta}^{ijklm}(\mathbf{q}, \omega) \chi_{\beta\beta}^{lm}(\mathbf{q}, \omega) \right\} A_{\beta}^{sc,lm}(\mathbf{q}, \omega) = A_{\alpha}^{ext,jk}(\mathbf{q}, \omega) . \quad (2.66)$$

Im Rahmen dieser Näherung tritt somit nur eine Kopplung der Intrasubband-Matrixelemente ( $j = k$ ) von  $A_x^{ext}$  sowie der Intersubband-Matrixelemente ( $j \neq k$ ) von  $A_z^{ext}$  mit den Intrasubband-Matrixelementen von  $A_x^{sc}$  und den Intersubband-Matrixelementen von  $A_z^{sc}$  auf. Für die restlichen Matrixelemente des Vektorpotentials gelten die Zusammenhänge  $A_x^{sc,jk} = A_x^{ext,jk}$ , falls  $j \neq k$ , und  $A_z^{sc,jj} = A_z^{ext,jj}$ .

Die Dispersionsrelation der p-polarisierten Plasmon-Polaritonen im N-Subband-Modell ergibt sich aus Gl. (2.66) zu

$$\det \left\{ \delta_{\alpha\beta} \delta_{jl} \delta_{km} - [\delta_{lm} \delta_{\beta x} + (1 - \delta_{lm}) \delta_{\beta z}] \mu_0 V_{\alpha\beta}^{jklm}(\mathbf{q}, \omega) \chi_{\beta\beta}^{lm}(\mathbf{q}, \omega) \right\} = 0 . \quad (2.67)$$

Die Beschränkung auf eine endliche Anzahl  $N$  von Subbändern führt zu einem N-Subband-Modell des Stromantwort-Formalismus, welcher im nicht-retardierte Grenzfall  $c \rightarrow \infty$  dieselben Anregungsenergien wie das in Abschnitt 2.2.3 beschriebene N-Subband-Modell des Dichteantwort-Schemas liefert, d. h. die beiden Säkulargleichungen besitzen dieselben Nullstellen. Im Fall eines Drei-Subband-Modells führt die Einbeziehung nur der niedrigsten Beiträge in  $q$  zur Reduzierung einer ursprünglichen  $12 \times 12$ -Matrix mit insgesamt 288 (und 135 von null verschiedenen) Termen auf eine, wie im Dichteantwort-Schema [Gl. (2.31)],  $6 \times 6$ -Matrix mit 36 Elementen:

$$\begin{vmatrix} 1 - V_{xx}^{0000} \chi_{xx}^{00} & -V_{xx}^{0011} \chi_{xx}^{11} & -V_{xx}^{0022} \chi_{xx}^{22} & -V_{xz}^{0010} \chi_{zz}^{10} & -V_{xz}^{0020} \chi_{zz}^{20} & -V_{xz}^{0021} \chi_{zz}^{21} \\ -V_{xx}^{1100} \chi_{xx}^{00} & 1 - V_{xx}^{1111} \chi_{xx}^{11} & -V_{xx}^{1122} \chi_{xx}^{22} & -V_{xz}^{1110} \chi_{zz}^{10} & -V_{xz}^{1120} \chi_{zz}^{20} & -V_{xz}^{1121} \chi_{zz}^{21} \\ -V_{xx}^{2200} \chi_{xx}^{00} & -V_{xx}^{2211} \chi_{xx}^{11} & 1 - V_{xx}^{2222} \chi_{xx}^{22} & -V_{xz}^{2210} \chi_{zz}^{10} & -V_{xz}^{2220} \chi_{zz}^{20} & -V_{xz}^{2221} \chi_{zz}^{21} \\ -V_{zx}^{1000} \chi_{xx}^{00} & -V_{zx}^{1011} \chi_{xx}^{11} & -V_{zx}^{1022} \chi_{xx}^{22} & 1 - V_{zz}^{1010} \chi_{zz}^{10} & -V_{zz}^{1020} \chi_{zz}^{20} & -V_{zz}^{1021} \chi_{zz}^{21} \\ -V_{zx}^{2000} \chi_{xx}^{00} & -V_{zx}^{2011} \chi_{xx}^{11} & -V_{zx}^{2022} \chi_{xx}^{22} & -V_{zz}^{2010} \chi_{zz}^{10} & 1 - V_{zz}^{2020} \chi_{zz}^{20} & -V_{zz}^{2021} \chi_{zz}^{21} \\ -V_{zx}^{2100} \chi_{xx}^{00} & -V_{zx}^{2111} \chi_{xx}^{11} & -V_{zx}^{2122} \chi_{xx}^{22} & -V_{zz}^{2110} \chi_{zz}^{10} & -V_{zz}^{2120} \chi_{zz}^{20} & 1 - V_{zz}^{2121} \chi_{zz}^{21} \end{vmatrix} = 0 . \quad (2.68)$$

In der beschriebenen Näherung kann man unter Ausnutzung der formalen Analogie von Dichteantwort- und Stromantwort-Schema für die Matrixelemente  $V_{\alpha\beta}^{xc,jklm}(\mathbf{q}, \omega)$  der Wechselwirkung über Austausch und Korrelation im nicht-retardierte Grenzfall folgende Ausdrücke herleiten:

$$\begin{aligned} V_{xx}^{xc,jklm}(\mathbf{q}, \omega) &= -\frac{\varepsilon_0 q^2 c^2}{e^2 \omega^2} \int dz \eta_{jk}(z) \left. \frac{d}{dn} V_{xc}[n] \right|_{n=N_s(z)} \eta_{lm}(z) \\ &= V_{zx}^{xc,jklm}(\mathbf{q}, \omega) \end{aligned} \quad (2.69)$$

und

$$\begin{aligned} V_{zz}^{xc,jklm}(\mathbf{q}, \omega) &= -\frac{\varepsilon_0 c^2}{e^2 \omega^2} \left( \frac{2m^* E_{lm}}{\hbar^2} \right)^2 \int dz \eta_{jk}(z) \left. \frac{d}{dn} V_{xc}[n] \right|_{n=N_s(z)} \eta_{lm}(z) \\ &= V_{xz}^{xc,jklm}(\mathbf{q}, \omega) . \end{aligned} \quad (2.70)$$

Die Matrixelemente der Elektron-3D-LO-Phonon-Kopplung ergeben sich durch Vergleich mit Gl. (2.28) zu

$$V_{\alpha\beta}^{LO\nu,jklm}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{\omega_{LO\nu}^2(q) - \omega_{TO\nu}^2(q)}{\omega^2 - \omega_{LO\nu}^2(q)} D_{\alpha\beta}^{jklm}(\mathbf{q}, \omega) . \quad (2.71)$$

Im nicht-retardierte Grenzfall  $c \rightarrow \infty$  liefert das N-Subband-Modell des Stromantwort-Formalismus bei Einbeziehung der Matrixelemente (2.69), (2.70) und (2.71) dieselben Anregungsenergien wie das entsprechende N-Subband-Modell des Dichteantwort-Formalismus. Die Beschreibung von Austausch und Korrelation sowie der Elektron-Phonon-Kopplung unter Berücksichtigung der Retardierung erfordert jedoch eine umfassendere Theorie der Plasmon-Polariton-Moden, welche bislang allerdings noch aussteht.



## Kapitel 3

# Optische Eigenschaften quasi-zweidimensionaler Elektronengase

Dieses Kapitel ist der Anregung der kollektiven Moden des Q2DEG durch ein externes Strahlungsfeld im Rahmen der Ferninfrarot (FIR)-Spektroskopie gewidmet. Ziel ist die theoretische Beschreibung der FIR-Absorption des Q2DEG bei Anwendung der Gitterkoppler-Technik, welche eine effektive Ankopplung der elektromagnetischen Strahlung an die Q2D-Plasmonen ermöglicht.

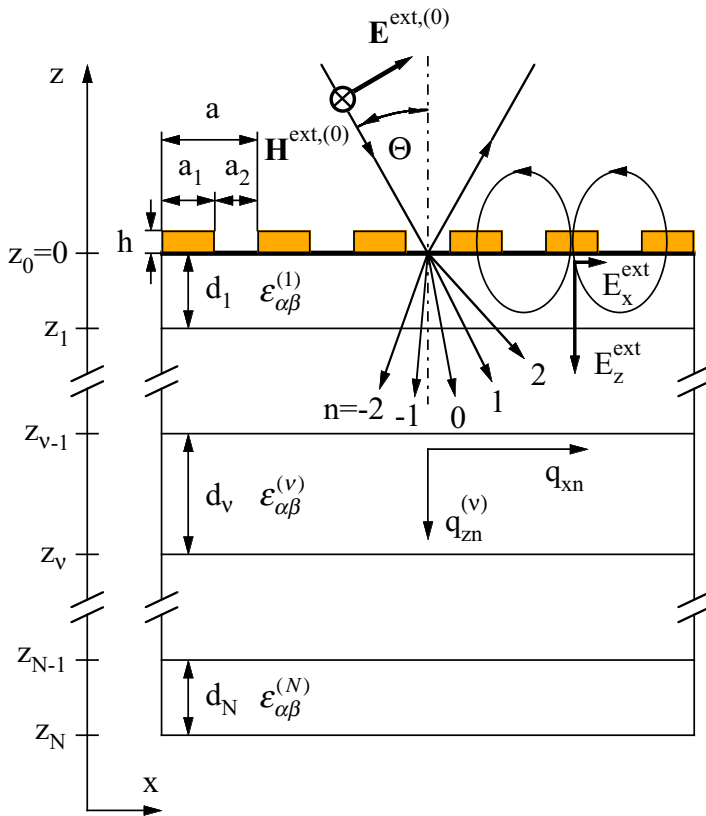
Die Berechnung der Absorption des Q2DEG mit Gitterkoppler erfolgt dabei in zwei Schritten. Zunächst ist das durch den Gitterkoppler modifizierte externe elektromagnetische Feld am Ort des Q2DEG zu bestimmen. In Abschnitt 3.1 wird daher nach einer Einführung in die Elektrodynamik von Heterostrukturen mit Gitterkoppler ein Transfermatrix-Verfahren [Wen97, Wen99b] zur Berechnung der Felder bei Anwesenheit eines Gitters vorgestellt. Die Absorption des Q2DEG ergibt sich dann aus dem Antwortverhalten des Elektronensystems auf das externe Feld. Dieses Antwortverhalten wird nur durch das Stromantwort-Schema korrekt beschrieben, da die Q2D-Plasmonen sowohl von elektrischen als auch von magnetischen Feldern begleitet sind. Unter Benutzung des in Abschnitt 2.3.2 entwickelten N-Subband-Modells der Q2D-Plasmon-Polaritonen können somit in einem zweiten Schritt die Absorptions-Spektren eines Q2DEG mit Gitterkoppler berechnet werden (Abschnitt 3.2). Abschließend werden numerische Ergebnisse für eine Einfachheterostruktur vorgestellt und die verschiedenen Einflüsse auf die Form der Absorptions-Spektren diskutiert (Abschnitt 3.3).

### 3.1 Elektrodynamik von Vielschicht-Systemen mit Gitter

#### 3.1.1 Einführung

Im vorangegangenen Kapitel wurde angesprochen, daß die Plasmonen des Q2DEG nicht an sich frei ausbreitende elektromagnetische Wellen koppeln. Aufgrund der Retardierung ist der Wellenzahlvektor  $q$  der Q2D-Plasmonen immer größer als  $E/\hbar c$ , [Wen93] so daß die nicht-strahlenden Normalmoden die optischen Eigenschaften des Q2DEG nicht beeinflussen. Zur Anregung von Q2D-Plasmonen wurde daher im Rahmen dieser Arbeit die Gitterkoppler-Technik verwendet, welche eine effiziente Ankopplung der elektromagnetischen Strahlung an die Ladungsdichte-Anregungen des Q2DEG ermöglicht. Der Gitterkoppler verwandelt dabei die Normalmoden des Q2DEG in (schwach) strahlende virtuelle Moden. [Wen99b]

In Abb. 3.1 ist die Geometrie eines Vielschicht-Systems mit Gate-Elektrode und Gitter schematisch dargestellt. Der Gitterkoppler besteht aus (aufgrund der Wahl des Koordinatensystems) in  $x$ -Richtung periodisch angeordneten und entlang der  $y$ -Achse verlaufenden metallischen Streifen auf der Probenoberfläche. Wählt man  $\mathbf{q} = (q_x, 0)$ , wobei  $q_x = n_0(E/\hbar c) \sin \Theta$  die  $x$ -Komponente des Wellenzahlvektors der aus einem Medi-



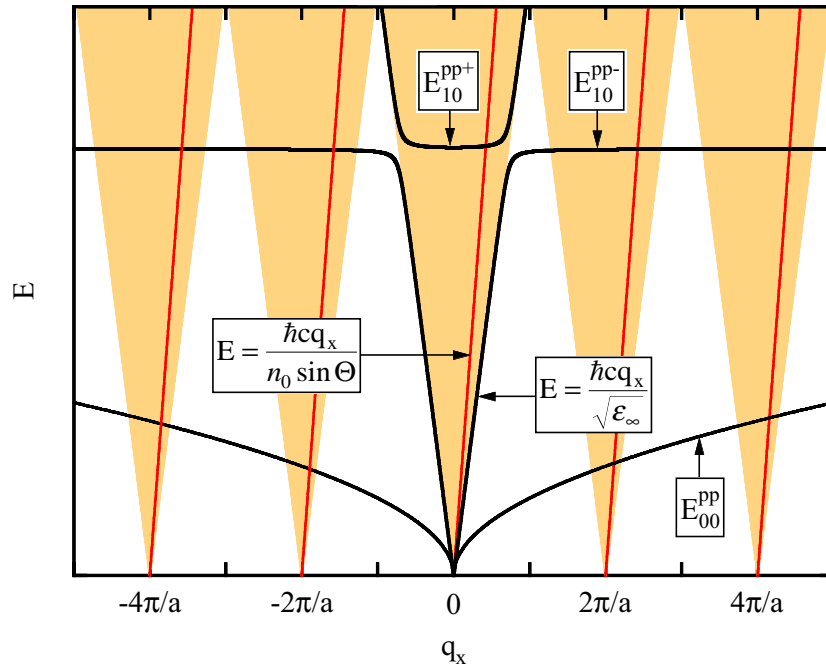
**Abbildung 3.1:** Schematische Darstellung der Geometrie eines Vielschicht-Systems mit Gitter. Die p-polarisierte Strahlung fällt aus dem Medium  $\nu = 0$  unter einem Winkel  $\Theta$  auf die Oberfläche der Probe, wobei  $\mathbf{E}^{\text{ext},(0)}$  den elektrischen Feldvektor, und  $\mathbf{H}^{\text{ext},(0)}$  den magnetischen Feldvektor des Strahlungsfeldes bezeichnet. Auf der Probenoberfläche  $z = z_0$  befinden sich eine Gate-Elektrode und das in  $x$ -Richtung periodisch angeordnete zwei-dimensionale Gitter (Höhe  $h \rightarrow 0$ ). Die Gitterperiode ist  $a = a_1 + a_2$ , wobei der Anteil  $a_1$  auf eine metallische Oberfläche und  $a_2$  auf die Zwischenräume entfällt. Das elektrische Nahfeld im Bereich des Gitters ist durch die senkrecht zur Gitteroberfläche verlaufenden geschlossenen Feldlinien mit den Komponenten  $E_x^{\text{ext}}$  und  $E_z^{\text{ext}}$  gegeben. Ferner sind die Komponenten  $q_{xn}$  und  $q_{zn}^{(\nu)}$  des dreidimensionalen Wellenzahlvektors  $\mathbf{q}_{3D,n}^{(\nu)}$  der  $n$ -ten Beugungsordnung hinter dem Gitter für die Schicht  $\nu$  eingezeichnet.

um mit dem Brechungsindex  $n_0$  auf die Probe fallenden Strahlung der Energie  $E$ , und  $\Theta$  der von der  $z$ -Achse gemessene Einfallswinkel ist, so sieht man, daß ohne Gitterkoppler für den Wellenzahlvektor-Übertrag immer  $q_x \leq n_0(E/\hbar c)$  gilt. Aufgrund der Beugung des auftreffenden Strahlungsfeldes an der periodischen Gitterstruktur wird jedoch eine endliche Komponente des Wellenzahlvektors des elektromagnetischen Feldes,

$$q_{xn} = q_x + G_n = q_x + \frac{2\pi}{a}n, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3.1)$$

induziert, wobei die Gitterperiode  $a$  den reziproken Gittervektor  $G_n = 2\pi/a$  bestimmt. Gleichzeitig hat das mit der Wellenzahlvektor-Komponente  $q_{xn}$  verbundene elektrische Feld  $\mathbf{E}_n$  immer eine endliche  $z$ -Komponente, welche bei senkrechtem Einfall ohne Gitter gleich null wäre. Die durch das Gitter hervorgerufene Modulation der Strahlung mit den Wellenzahlvektoren  $q_{xn} > E\sqrt{\varepsilon_\infty}/\hbar c$  im Halbleitermaterial ermöglicht somit die Anregung von Intrasubband-Moden, während die induzierte  $z$ -Komponente des elektrischen Feldes zur Ankopplung der FIR-Strahlung an die Intersubband-Moden führt.

Diese Wirkungsweise eines Gitterkopplers ist in Abb. 3.2 veranschaulicht. Eingezeichnet sind die Dispersionsrelationen des (0-0)-Intrasubband-Plasmon-Polaritons ( $E_{00}^{pp}$ ) und der beiden Zweige des (1-0)-Intrasubband-Plasmon-Polaritons ( $E_{10}^{pp+}$  und  $E_{10}^{pp-}$ ). Befindet sich auf der Oberfläche der betrachteten Heterostruktur ein Gitter der Periode  $a$ , wird jede Lichtgerade  $E = \hbar c|q_x|/\sqrt{\varepsilon_\infty}$  im Halbleitermaterial mit einer jeweiligen Verschiebung um  $(2\pi/a)n$  entlang der  $q_x$  Achse reproduziert, ebenso wie die Rasterlinie  $E = \hbar c q_x / (n_0 \sin \Theta)$  der aus einem Medium mit dem Brechungsindex  $n_0$  unter dem Winkel  $\Theta$  auf die Probe fallenden FIR-Strahlung. Somit schneidet eine quasi-unendliche Anzahl von Rasterlinien die Dispersionsrelationen von Intra- und Intersubband-Plasmonen bei verschiedenen Werten des Wellenzahlvektors  $q_x$ . Das Gitter öffnet über die zusätzlichen Lichtkonusse  $E = \hbar(c/n_0)|q_x + (2\pi/a)n|$  neue Strahlungskanäle, in welchen die ursprünglichen Normalmoden der Probe ohne Gitterkoppler schwach strahlungsgedämpft werden. Innerhalb der zusätzlichen Lichtkonusse induziert das Gitter also einen Übergang der Normalmoden in strahlende virtuelle Moden, welcher die experi-



**Abbildung 3.2:** Veranschaulichung der Wirkungsweise eines Gitterkopplers. Ohne Gitterkoppler schneidet die Rasterlinie (Volllinie mit Start bei  $q_x = 0$ ) der Energie  $E = \hbar c q_x / (n_0 \sin \Theta)$  der aus einem Medium mit dem Brechungsindex  $n_0$  unter dem Winkel  $\Theta$  auf die Probe fallenden FIR-Strahlung nur die Dispersionsrelation des strahlenden Interband-Plasmon-Polaritons  $E_{10}^{pp+}$  (virtuelle Mode), so daß nur diese Mode (bei der Energie des Schnittpunktes) im Experiment beobachtet werden kann. Das Gitter der Periode  $a$  bewirkt eine Reproduktion der Rasterlinien bei ganzzahligen Vielfachen von  $(2\pi/a)$  entlang der  $q_x$ -Achse. Die Rasterlinien schneiden jetzt auch die Dispersionsrelation des Intrasubband-Plasmon-Polaritons  $E_{00}^{pp}$  und des ursprünglich nicht-strahlenden Interband-Plasmon-Polaritons  $E_{10}^{pp-}$ . Das Gitter öffnet somit zusätzliche Lichtkonusse (schattierte Flächen) im Bereich  $E = (\hbar c / \sqrt{\epsilon_\infty}) |q_x + (2\pi/a)n|$ , innerhalb welcher die ursprünglichen Normalmoden zu schwach strahlungsgedämpften virtuellen Moden werden. [Wen99b]

mentelle Beobachtung der Normalmoden ermöglicht.

Um Experimente an einem Vielschicht-System mit Gitter bei Anwesenheit eines nichtlokalen und dynamisch anisotropen Q2DEG zu beschreiben sind sehr komplexe Rechnungen erforderlich. Prinzipiell könnte man das totale (abgeschirmte) Vektorpotential und damit das elektromagnetische Feld aus Gl. (2.51) mit Hilfe von Gl. (2.53) bestimmen. Dazu benötigt man den Green-Tensor für ein Schichtsystem mit Gitter sowie das externe Feld, welches man als Lösung der Maxwell-Gleichungen bei  $n^{ind} = 0$  und  $\mathbf{j}^{ind} = 0$  erhält. Die Lösung dieses gesamten Problems würde es gestatten, die elektromagnetischen Felder an jedem beliebigen Punkt des betrachteten Systems zu berechnen und damit auch den direkt aus dem Experiment gewonnenen Transmissionskoeffizienten (Abschnitt 4.1.3) zu bestimmen. Dies hat jedoch eine sehr umfangreiche und aufwendige Theorie zur Folge, welche im allgemeinen nicht durchführbar ist. [Wen99b]

Im Rahmen dieser Arbeit wird daher die Absorption berechnet, die mit der Anregung von Q2D-Plasmonen verbunden ist. Dabei wird nur der Fall der p-Polarisation behandelt, da s-polarisierte Felder nur eine schwache Resonanz im Spektrum liefern. [Wen93] Das Gitter kann bei der Berechnung des Antwortverhaltens des Q2DEG vernachlässigt werden und findet nur bei der Bestimmung des externen Feldes des Vielschicht-Systems explizite Berücksichtigung. [Wen99a] Nachdem numerische Untersuchungen ergeben haben, daß die Form der Kurven des Transmissionskoeffizienten und des Absorptionskoeffizienten p-polarisierter Strahlung meist nahezu identisch sind, [Kra96] kann der aus FIR-Transmissions-Experimenten erhaltene Transmissions-

Koeffizient direkt mit der berechneten Absorption des Q2DEG verglichen werden.

Da die Modellierung der Halbleiter-Heterostrukturen als Vielschicht-Systeme mit Gitter bei der Berechnung des externen Feldes eine wichtige Rolle spielt, soll hierauf kurz eingegangen werden, und es werden die allgemeinen Eigenschaften des Gitters diskutiert. Das in Abb. 3.1 dargestellte Vielschicht-System besteht aus  $N$  Lagen, welche mit  $\nu = 1, 2, \dots, N$  numeriert werden. Dabei ist  $z_\nu$  der Ort der Grenzfläche zwischen der  $\nu$ -ten und der  $(\nu + 1)$ -ten Schicht. Jede Schicht ist durch ihren dielektrischen Tensor  $\varepsilon(x, z|\omega)$ , dessen Komponenten im folgenden mit  $\varepsilon_{\alpha\beta}(x, z|\omega)$ ,  $\alpha, \beta = x, y, z$  bezeichnet werden, und die Schichtdicke  $d_\nu = |z_\nu - z_{\nu-1}|$  charakterisiert. Die Gate-Elektrode und das Gitter mit der Periode  $a = a_1 + a_2$  und dem Tastverhältnis  $t = a_1/a_2$  werden im weiteren als zweidimensionale Lagen in der Ebene  $z_0 = 0$  betrachtet. Diese Näherung ist dadurch gerechtfertigt, daß in den typischen FIR-Experimenten die Dicke der Gate-Elektrode und Höhe des Gitters viel kleiner sind als die Wellenlänge des Lichts. Der Gitterkoppler ist in  $x$ -Richtung inhomogen, weshalb für das Gitter die Beziehung  $\varepsilon_{\alpha\beta}(x, z|\omega) = \varepsilon_G(x, \omega)\delta_{\alpha\beta}$  gilt, mit

$$\varepsilon_G(x, \omega) = \begin{cases} \varepsilon_G^{(a_1)}(\omega); & ma < x < ma + a_1, \\ \varepsilon_G^{(a_2)}(\omega); & ma + a_1 < x < (m+1)a, \end{cases} \quad (3.2)$$

und  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ . Somit erhält man die Periodizität  $\varepsilon_G(x + ma, \omega) = \varepsilon_G(x, \omega)$ . Alle anderen Schichten sind mit homogenen, isotropen Medien gefüllt, d. h.  $\varepsilon_{\alpha\beta}(x, z|\omega) = \varepsilon_{\alpha\beta}^{(\nu)}(\omega) = \varepsilon_{ph}^{(\nu)}(\omega)\delta_{\alpha\beta}$ , wobei  $\varepsilon_{ph}^{(\nu)}(\omega) = \varepsilon_\infty^{(\nu)}$  die dynamische Dielektrizitätskonstante des jeweiligen Materials ist.

Das zu berechnende externe elektrische Feld  $\mathbf{E}^{ext}$  und das externe magnetische Feld  $\mathbf{H}^{ext}$  ergeben sich aus der Lösung der homogenen Maxwell-Gleichungen des betrachteten Vielschicht-Systems:

$$\nabla \cdot \varepsilon_0 [\varepsilon(x, z|\omega)\mathbf{E}^{ext}(\mathbf{r}, \omega)] = 0, \quad (3.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}^{ext}(\mathbf{r}, \omega) = i\omega\mu_0\mathbf{H}^{ext}(\mathbf{r}, \omega), \quad (3.4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H}^{ext}(\mathbf{r}, \omega) = 0, \quad (3.5)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}^{ext}(\mathbf{r}, \omega) = -i\omega\varepsilon_0\varepsilon(x, z|\omega)\mathbf{E}^{ext}(\mathbf{r}, \omega), \quad (3.6)$$

wobei harmonisch zeitabhängige Felder  $[\propto \exp(-i\omega t)]$  und nichtmagnetische Materialien angenommen wurden. Aus den Maxwell-Gleichungen erhält man unter Berücksichtigung des beschriebenen Aufbaus des Vielschicht-Systems bei Abwesenheit des Q2DEG die homogene Wellengleichung

$$\nabla^2 \mathbf{H}^{ext,(\nu)}(\mathbf{r}, \omega) + \varepsilon_\infty^{(\nu)} \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{H}^{ext,(\nu)}(\mathbf{r}, \omega) = 0 \quad (3.7)$$

für das magnetische Feld  $\mathbf{H}^{ext,(\nu)}$  in der jeweiligen Schicht  $\nu$ .

Die Periodizität von  $\varepsilon_G(x, \omega)$  im Gittergebiet hat zur Folge, daß im Gegensatz zu in  $x$ -Richtung periodischen Strukturen die Komponente  $q_x$  keine Erhaltungsgröße mehr ist. Eine einzelne einfallende Welle mit dem Wellenzahlvektor  $\mathbf{q}_{3D}^{(0)} = (q_x, q_y, q_z^{(0)})$  erzeugt daher eine unendliche Anzahl von Wellen mit den Wellenzahlvektoren  $\mathbf{q}_{n,3D}^{(0)} = (q_{xn}, q_y, q_{zn}^{(0)})$ , wobei die  $x$ -Komponente gegeben ist durch  $q_{xn} = q_x + G_n$ . Da das System in  $y$ -Richtung homogen ist, stellt  $q_y$  im gesamten System eine Erhaltungsgröße dar, so daß sich alle einfallenden und reflektierten Wellen innerhalb einer Ebene ausbreiten. Im weiteren wird hier als Ausbreitungsebene die  $x$ - $z$ -Ebene gewählt. Die Komponenten des Wellenzahlvektors der einfallenden Strahlung ( $\nu = 0$ ) sind dann

gegeben durch  $q_x = n_0(\omega/c) \sin \Theta$  und  $q_z^{(0)} = -n_0(\omega/c) \cos \Theta = [n_0^2(\omega^2/c^2) - q_x^2]^{1/2}$ . Für die  $z$ -Komponente des Wellenzahlvektors innerhalb der einzelnen Schichten gilt

$$q_{zn}^{(\nu)} = \left( \varepsilon_\infty^{(\nu)} \frac{\omega^2}{c^2} - q_{xn}^2 \right)^{1/2} . \quad (3.8)$$

Als Folge der Isotropie der einzelnen Schichten sind p-polarisierte und s-polarisierte elektromagnetische Felder unabhängige Lösungen der Wellengleichung (3.7) und können separat beschrieben werden. Im Fall der hier ausschließlich behandelten p-Polarisation,

$$\mathbf{E}^{ext,(\nu)}(x, z|\omega) = [E_x^{ext,(\nu)}(x, z|\omega), 0, E_z^{ext,(\nu)}(x, z|\omega)] , \quad (3.9)$$

$$\mathbf{H}^{ext,(\nu)}(x, z|\omega) = [0, H_y^{ext,(\nu)}(x, z|\omega), 0] , \quad (3.10)$$

folgen dabei aus Gl. (3.6) die Beziehungen

$$E_x^{ext,(\nu)}(x, z|\omega) = -\frac{i}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_\infty^{(\nu)}} \frac{\partial H_y^{ext,(\nu)}(x, z|\omega)}{\partial z} , \quad (3.11)$$

$$E_z^{ext,(\nu)}(x, z|\omega) = \frac{i}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_\infty^{(\nu)}} \frac{\partial H_y^{ext,(\nu)}(x, z|\omega)}{\partial x} , \quad (3.12)$$

d. h. die Feldkomponenten  $E_x^{ext,(\nu)}$  und  $E_z^{ext,(\nu)}$  der p-polarisierten Strahlung in der jeweiligen Schicht  $\nu$  können aus  $H_y^{ext,(\nu)}$  abgeleitet werden.

Aufgrund der Periodizität der Probe in  $x$ -Richtung läßt sich der reflektierte Strahl oberhalb des Gitters ( $z < z_0$ ) sowie der transmittierte Strahl unterhalb des Gitters durch die Rayleigh-Entwicklung [Ray07, Pet80]

$$H_y^{ext,(\nu)}(x, z|\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{iq_{xn}x} H_y^{ext,(\nu)}(q_{xn}, z|\omega) \quad (3.13)$$

darstellen, wobei  $H_y^{ext,(\nu)}(q_{xn}, z|\omega)$  die einzelnen Entwicklungs-Koeffizienten bezeichnet. In Gl. (3.13) wurde unter Ausnutzung der Homogenität der  $x$ - $y$ -Ebene außerhalb der Gitterregion die Fourier-Transformation mit  $\mathbf{q} = (q_x, 0)$  durchgeführt, und nur eine Fourier-Komponente bzgl.  $q_x$  berücksichtigt. Eine einzelne auf das Schichtsystem fallende Welle erzeugt also ein Feld, welches sich als Summe einzelner ebener Wellen in jeder Schicht des Systems darstellen läßt. Die Welle wird gebeugt, und man bezeichnet die einzelnen Summanden der Entwicklung als  $n$ -te Beugungsordnung.

Für die einzelnen Schichten des Vielschicht-Systems gilt somit jeweils die folgende homogene Wellengleichung für das externe Feld:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \varepsilon_\infty^{(\nu)} \frac{\omega^2}{c^2} \right) H_y^{ext,(\nu)}(x, z|\omega) = 0 . \quad (3.14)$$

Im folgenden Abschnitt wird die homogene Wellengleichung (3.14) separat für jede Schicht  $\nu$  gelöst. Unter Beachtung der Randbedingungen für die Felder an den Grenzflächen  $z = z_\nu$  des Vielschicht-Systems erhält man dann die Komponenten des externen Feldes im Bereich des Q2DEG in Abhängigkeit von der Amplitude der eingestrahlten Welle.

### 3.1.2 Transfermatrix-Methode für Vielschicht-Systeme mit zweidimensionalem Gitterkoppler

Zur Lösung der homogenen Wellengleichung (3.14) in den einzelnen Lagen des Vielschicht-Systems (Abb. 3.1) macht man den Ansatz [Wen99b]

$$H_y^{ext,(\nu)}(x, z|\omega) = \frac{1}{\mu_0 c} \times \begin{cases} A^{(0)} e^{i(q_x x - q_z^{(0)} z)} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n^{(0)} e^{i(q_x n x + q_z^{(0)} z)}; & \nu = 0, \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{i q_x n x} \left[ A_n^{(\nu)} e^{-i q_z^{(\nu)} (z - z_{\nu-1})} + B_n^{(\nu)} e^{i q_z^{(\nu)} (z - z_{\nu-1})} \right]; & \nu \neq 0, \end{cases} \quad (3.15)$$

für das magnetische Feld im Superstrat  $\nu = 0$  oberhalb der Probe ( $z_0 < z$ ) und innerhalb der  $\nu$ -ten Schicht ( $z_\nu < z < z_{\nu-1}$ ), wobei  $N$  Schichten in die Rechnung einbezogen werden. In Gl. (3.15) benennt  $A_n^{(\nu)}$  ( $B_n^{(\nu)}$ ) die Amplitude  $n$ -ten Beugungsordnung der einfallenden (reflektierten) Welle in der Schicht  $\nu$ .

Um die Amplituden der externen Felder für die Schicht zu berechnen, welche das Q2DEG enthält, muß man im nächsten Schritt die Randbedingungen an den Grenzflächen  $z = z_\nu$  berücksichtigen. [Wen99b] Bei den Randbedingungen, welche für die beiden Tangentialkomponenten  $H_y^{ext}$  und  $E_x^{ext}$  gelten, ist zu unterscheiden zwischen dem die Gate-Elektrode und das zweidimensionale Gitter passierenden Übergang  $z = z_0$  vom Superstrat in die Schicht  $\nu = 1$  und den restlichen Grenzflächen der einzelnen Schichten.

Die Gate-Elektrode und der Gitterkoppler an der Grenzfläche zwischen dem Superstrat  $\nu = 0$  und der obersten Schicht werden als unendlich dünne metallische Schichten modelliert. Die elektrodymanischen Randbedingungen für p-polarisierte Strahlung fordern hier die Stetigkeit von  $E_x^{ext} \propto (1/\varepsilon_\infty)(\partial H_y^{ext}/\partial z)$ , während die andere Tangentialkomponente  $H_y^{ext}$  einen Sprung um die  $x$ -Komponente  $j_x^G$  der Oberflächen-Stromdichte aufweist:

$$H_y^{ext,(0)}(x, z_0^+|\omega) - H_y^{ext,(1)}(x, z_0^-|\omega) = -j_x^G(x, z_0|\omega), \quad (3.16)$$

$$\frac{1}{\varepsilon_\infty^{(0)}} \frac{\partial H_y^{ext,(0)}}{\partial z}(x, z|\omega) \Big|_{z=z_0^+} - \frac{1}{\varepsilon_\infty^{(1)}} \frac{\partial H_y^{ext,(1)}}{\partial z}(x, z|\omega) \Big|_{z=z_0^-} = 0, \quad (3.17)$$

wobei  $z_\nu^\pm = z_\nu \pm 0$  gilt. An den restlichen Grenzflächen des Vielschicht-Systems fordern die Randbedingungen die Stetigkeit beider Tangentialkomponenten:

$$H_y^{ext,(\nu-1)}(x, z_{\nu-1}^+|\omega) - H_y^{ext,(\nu)}(x, z_{\nu-1}^-|\omega) = 0, \quad (3.18)$$

$$\frac{1}{\varepsilon_\infty^{(\nu-1)}} \frac{\partial H_y^{ext,(\nu-1)}}{\partial z}(x, z|\omega) \Big|_{z=z_{\nu-1}^+} - \frac{1}{\varepsilon_\infty^{(\nu)}} \frac{\partial H_y^{ext,(\nu)}}{\partial z}(x, z|\omega) \Big|_{z=z_{\nu-1}^-} = 0. \quad (3.19)$$

Die jeweiligen Randbedingungen ergeben zwei Gleichungen, welche für alle  $x$  gültig sind. Multipliziert man beide Gleichungen mit  $\exp(-i q_x n' x)$  und integriert anschließend über eine Gitterperiode  $a$ , so erhält man zwei algebraische Gleichungssysteme, welche Relationen zwischen den Feldamplituden in den benachbarten Schichten darstellen. Jedes der Systeme kann man in Matrixform darstellen und die beiden resultierenden Matrixgleichungen zu einer kombinieren. Da die Rayleigh-Entwicklung (3.13) eine unendliche Zahl von Summanden umfaßt, haben auch die beiden Matrixgleichungen eine unendliche Zahl von Komponenten. Deshalb ist es notwendig, sich für praktische (numerische) Rechnungen auf eine endliche Zahl von Beugungsordnungen

$-n_m \leq n \leq n_m$  zu beschränken. Man kann die so entstehende Matrixgleichung in der Form [Wen99b]

$$\begin{pmatrix} \mathcal{A}_{n_m}^{(\nu)} \\ \mathcal{B}_{n_m}^{(\nu)} \end{pmatrix} = \mathbf{T}_{n_m}(\nu, \nu + 1) \begin{pmatrix} \mathcal{A}_{n_m}^{(\nu+1)} \\ \mathcal{B}_{n_m}^{(\nu+1)} \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

schreiben, wobei die  $(2n_m + 1)$ -dimensionalen Vektoren

$$\mathcal{A}_{n_m}^{(\nu)} = (A_0^{(\nu)}, A_{-1}^{(\nu)}, A_1^{(\nu)}, \dots, A_{-n_m}^{(\nu)}, A_{n_m}^{(\nu)}) \quad (3.21)$$

und

$$\mathcal{B}_{n_m}^{(\nu)} = (B_0^{(\nu)}, B_{-1}^{(\nu)}, B_1^{(\nu)}, \dots, B_{-n_m}^{(\nu)}, B_{n_m}^{(\nu)}) \quad (3.22)$$

definiert wurden. Weiterhin ist die  $[2(2n_m + 1)] \times [2(2n_m + 1)]$ -dimensionale sogenannte Transfermatrix durch

$$\mathbf{T}_{n_m}(\nu, \nu + 1) = \begin{pmatrix} \mathcal{T}_{n_m}^{11}(\nu, \nu + 1) & \mathcal{T}_{n_m}^{12}(\nu, \nu + 1) \\ \mathcal{T}_{n_m}^{21}(\nu, \nu + 1) & \mathcal{T}_{n_m}^{22}(\nu, \nu + 1) \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

gegeben. Die einzelnen Untermatrizen haben darin die Form

$$\mathcal{T}_{n_m}^{ab} = \begin{pmatrix} [\mathcal{T}_{n_m}^{ab}]_{11} & \cdots & [\mathcal{T}_{n_m}^{ab}]_{1(2n_m+1)} \\ \vdots & & \vdots \\ [\mathcal{T}_{n_m}^{ab}]_{(2n_m+1)1} & \cdots & [\mathcal{T}_{n_m}^{ab}]_{(2n_m+1)(2n_m+1)} \end{pmatrix}, \quad (3.24)$$

mit  $a, b = 1, 2$ . Die Untermatrizen in Gl. (3.24) sind  $(2n_m + 1) \times (2n_m + 1)$ -dimensionale Matrizen, deren Elemente entsprechend dem Aufbau der Vektoren (3.21) und (3.22) in folgender Form angeordnet sind:  $[\mathcal{T}_{n_m}^{ab}]_{11} = [\mathcal{T}_{n_m}^{ab}]_{n=0, n'=0}$ ,  $[\mathcal{T}_{n_m}^{ab}]_{12} = [\mathcal{T}_{n_m}^{ab}]_{n=0, n'=-1}$ ,  $[\mathcal{T}_{n_m}^{ab}]_{21} = [\mathcal{T}_{n_m}^{ab}]_{n=-1, n'=0}$ ,  $\dots$ ,  $[\mathcal{T}_{n_m}^{ab}]_{(2n_m+1)(2n_m+1)} = [\mathcal{T}_{n_m}^{ab}]_{n=n_m, n'=n_m}$ . Kombiniert man alle Gleichungen, die aus den Randbedingungen sämtlicher Schichtgrenzen resultieren, so findet man für die Beziehung zwischen den Feldamplituden im Medium  $\nu = 0$  und im Medium  $\nu = N$ :

$$\begin{pmatrix} \mathcal{A}_{n_m}^{(0)} \\ \mathcal{B}_{n_m}^{(0)} \end{pmatrix} = \mathbf{T}_{n_m}^G(0, 1) \mathbf{T}_{n_m}(1, 2) \dots \mathbf{T}_{n_m}(N - 1, N) \begin{pmatrix} \mathcal{A}_{n_m}^{(N)} \\ \mathcal{B}_{n_m}^{(N)} \end{pmatrix}. \quad (3.25)$$

Hierbei wurde die Transfermatrix  $\mathbf{T}_{n_m}^G(0, 1)$  gesondert mit dem Index  $G$  gekennzeichnet, da diese Matrix vom Übergang durch die zweidimensionalen Gate- und Gitterschichten herrührt. Durch Definition der Transfermatrix des gesamten Vielschicht-Systems,  $\mathbf{T}_{n_m}^G(0, N) = \mathbf{T}_{n_m}^G(0, 1) \mathbf{T}_{n_m}(1, 2) \dots \mathbf{T}_{n_m}(N - 1, N)$ , kann man Gl. (3.25) schreiben als

$$\begin{pmatrix} \mathcal{A}_{n_m}^{(0)} \\ \mathcal{B}_{n_m}^{(0)} \end{pmatrix} = \mathbf{T}_{n_m}^G(0, N) \begin{pmatrix} \mathcal{A}_{n_m}^{(N)} \\ \mathcal{B}_{n_m}^{(N)} \end{pmatrix}. \quad (3.26)$$

Auch die Transfermatrix  $\mathbf{T}_{n_m}^G(0, N)$  kann man aufgebaut aus Untermatrizen, wie in Gl. (3.24), darstellen.

### 3.1.2.1 Grenzfläche zwischen Superstrat und oberster Schicht

Die Randbedingungen für den die Gate-Elektrode und das Gitter passierenden Übergang zwischen dem Superstrat  $\nu = 0$  und der Schicht  $\nu = 1$  sind durch die Gln. (3.16) und (3.17) gegeben. Die Grenzfläche wird dabei als

unendlich dünne metallische Schicht mit einer in  $x$ -Richtung periodischen Oberflächen-Leitfähigkeit

$$\begin{aligned}\sigma_G(x) &= \begin{cases} \sigma_g + \sigma_G^{(a_1)}; & ma < x < ma + a_1, \\ \sigma_g; & ma + a_1 < x < (m+1)a, \end{cases} \\ &= \sigma_g + \sigma_G^{(a_1)} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{iG_n x} \zeta_n\end{aligned}\quad (3.27)$$

modelliert, wobei  $\sigma_g$  die Oberflächen-Leitfähigkeit der Gate-Elektrode bezeichnet, und die einzelnen Fourier-Koeffizienten  $\zeta_n$  des gitterperiodischen Anteils folgende Form haben:

$$\zeta_n = \begin{cases} \frac{a_1}{a}; & n = 0, \\ \frac{1 - e^{-2\pi i n (a_1/a)}}{2\pi i n}; & n \neq 0. \end{cases}\quad (3.28)$$

Mit Hilfe dieser Gleichungen läßt sich die  $x$ -Komponente  $j_x^G$  der Oberflächen-Stromdichte an der Gittergrenzfläche  $z = z_0$  berechnen:

$$j_x^G(x, z_0|\omega) = \left( \sigma_g + \sigma_G^{(a_1)} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{iG_n x} \zeta_n \right) E_x^{ext}(x, z_0|\omega). \quad (3.29)$$

Setzt man den Ansatz (3.15) sowie die Gln. (3.27) - (3.29) in die Randbedingungen (3.16) und (3.17) ein und multipliziert beide Gleichungen mit  $\exp(-iq_{xn}x)$ , so erhält man nach Integration über eine Gitterperiode  $a$  folgende Beziehungen zwischen den Feldamplituden in den Schichten  $\nu = 0$  und  $\nu = 1$ :

$$\begin{aligned}A^{(0)}\delta_{n0} + B_n^{(0)} &= \sum_m \left\{ \left[ \delta_{mn} \left( 1 + \frac{\sigma_g}{\varepsilon_0 \varepsilon_\infty^{(1)} \omega} q_{zm}^{(1)} \right) + \frac{\sigma_G^{(a_1)}}{\varepsilon_0 \varepsilon_\infty^{(1)} \omega} \zeta_{n-m} q_{zm}^{(1)} \right] A_m^{(1)} + \right. \\ &\quad \left. \left[ \delta_{mn} \left( 1 - \frac{\sigma_g}{\varepsilon_0 \varepsilon_\infty^{(1)} \omega} q_{zm}^{(1)} \right) - \frac{\sigma_G^{(a_1)}}{\varepsilon_0 \varepsilon_\infty^{(1)} \omega} \zeta_{n-m} q_{zm}^{(1)} \right] B_m^{(1)} \right\},\end{aligned}\quad (3.30)$$

$$\frac{q_z^{(0)}}{\varepsilon_\infty^{(0)}} A^{(0)}\delta_{n0} - \frac{q_{zn}^{(0)}}{\varepsilon_\infty^{(0)}} B_n^{(0)} = \frac{q_{zn}^{(1)}}{\varepsilon_\infty^{(1)}} A_n^{(1)} - \frac{q_{zn}^{(1)}}{\varepsilon_\infty^{(1)}} B_n^{(1)}. \quad (3.31)$$

Faßt man beide Gleichungen zu einer Matrixgleichung zusammen, so folgt

$$\begin{pmatrix} \mathcal{A}_{nm}^{(0)} \\ \mathcal{B}_{nm}^{(0)} \end{pmatrix} = \mathbf{T}_{nm}^G(0, 1) \begin{pmatrix} \mathcal{A}_{nm}^{(1)} \\ \mathcal{B}_{nm}^{(1)} \end{pmatrix}, \quad (3.32)$$

mit

$$\mathcal{A}_{nm}^{(0)} = (A^{(0)}, 0, 0, \dots, 0, 0) \quad (3.33)$$

und den durch die Gln. (3.21) und (3.22) gegebenen Vektoren  $\mathcal{B}_{nm}^{(0)}$ ,  $\mathcal{A}_{nm}^{(1)}$  und  $\mathcal{B}_{nm}^{(1)}$  sowie der Transfermatrix

$$\mathbf{T}_{nm}^G(0, 1) = \begin{pmatrix} \mathcal{T}_{nm}^{G,11}(0, 1) & \mathcal{T}_{nm}^{G,12}(0, 1) \\ \mathcal{T}_{nm}^{G,21}(0, 1) & \mathcal{T}_{nm}^{G,22}(0, 1) \end{pmatrix}, \quad (3.34)$$



deren Elemente wie folgt lauten:

$$[\mathcal{T}_{nm}^{G,11}(0, 1)]_{nm} = \frac{1}{2} \left[ \delta_{nm} \left( 1 + \rho_m^{(0,1)} + \frac{\sigma_g}{\varepsilon_0 \varepsilon_\infty^{(1)} \omega} q_{zm}^{(1)} \right) + \frac{\sigma_G^{(a_1)}}{\varepsilon_0 \varepsilon_\infty^{(1)} \omega} \zeta_{n-m} q_{zm}^{(1)} \right], \quad (3.35)$$

$$[\mathcal{T}_{nm}^{G,12}(0, 1)]_{nm} = \frac{1}{2} \left[ \delta_{nm} \left( 1 - \rho_m^{(0,1)} - \frac{\sigma_g}{\varepsilon_0 \varepsilon_\infty^{(1)} \omega} q_{zm}^{(1)} \right) - \frac{\sigma_G^{(a_1)}}{\varepsilon_0 \varepsilon_\infty^{(1)} \omega} \zeta_{n-m} q_{zm}^{(1)} \right], \quad (3.36)$$

$$[\mathcal{T}_{nm}^{G,21}(0, 1)]_{nm} = \frac{1}{2} \left[ \delta_{nm} \left( 1 - \rho_m^{(0,1)} + \frac{\sigma_g}{\varepsilon_0 \varepsilon_\infty^{(1)} \omega} q_{zm}^{(1)} \right) + \frac{\sigma_G^{(a_1)}}{\varepsilon_0 \varepsilon_\infty^{(1)} \omega} \zeta_{n-m} q_{zm}^{(1)} \right], \quad (3.37)$$

$$[\mathcal{T}_{nm}^{G,22}(0, 1)]_{nm} = \frac{1}{2} \left[ \delta_{nm} \left( 1 + \rho_m^{(0,1)} - \frac{\sigma_g}{\varepsilon_0 \varepsilon_\infty^{(1)} \omega} q_{zm}^{(1)} \right) - \frac{\sigma_G^{(a_1)}}{\varepsilon_0 \varepsilon_\infty^{(1)} \omega} \zeta_{n-m} q_{zm}^{(1)} \right]. \quad (3.38)$$

In diesen Gleichungen wurde die Abkürzung

$$\rho_m^{(\nu, \nu+1)} = \frac{\varepsilon_\infty^{(\nu)} q_{zm}^{(\nu+1)}}{\varepsilon_\infty^{(\nu+1)} q_{zm}^{(\nu)}} \quad (3.39)$$

definiert. Die Untermatrizen, die den Übergang durch das zweidimensionale Gitter beschreiben, sind somit keine Diagonalmatrizen. Diese Form der Transfermatrix zeigt die Kopplung der Wellen zu verschiedenen Beugungsordnungen  $n$  beim Schichtübergang.

### 3.1.2.2 Grenzfläche zwischen homogenen Schichten

Der Übergang zwischen den homogenen Schichten  $\nu > 0$  des Vielschicht-Systems wird durch die beiden Randbedingungen (3.18) und (3.19) beschrieben. Nach Einsetzen des Ansatzes (3.15) zur Lösung der Wellengleichung (3.14) in diese Randbedingungen multipliziert man wieder beide Gleichungen mit  $\exp(-iq_{xn'}x)$  und integriert anschließend über eine Gitterperiode  $a$ . Es ergeben sich dann folgende Beziehungen zwischen den Feldamplituden in den Schichten  $\nu$  und  $\nu + 1$ :

$$A_n^{(\nu)} e^{iq_{zn}^{(\nu)} d_\nu} + B_n^{(\nu)} e^{-iq_{zn}^{(\nu)} d_\nu} = A_n^{(\nu+1)} + B_n^{(\nu+1)}, \quad (3.40)$$

$$\frac{q_{zn}^{(\nu)}}{\varepsilon_\infty^{(\nu)}} \left[ A_n^{(\nu)} e^{iq_{zn}^{(\nu)} d_\nu} - B_n^{(\nu)} e^{-iq_{zn}^{(\nu)} d_\nu} \right] = \frac{q_{zn}^{(\nu+1)}}{\varepsilon_\infty^{(\nu+1)}} \left[ A_n^{(\nu+1)} - B_n^{(\nu+1)} \right]. \quad (3.41)$$

Faßt man diese beiden Gleichungen zu einer Matrixgleichung (3.20) zusammen, so ergeben sich in diesem Fall die Elemente der Untermatrizen (3.24) zur Transfermatrix (3.23) in der Form

$$[\mathcal{T}_{nm}^{11}(\nu, \nu + 1)]_{nm} = \frac{1}{2} \left[ \delta_{nm} (1 + \rho_m^{(\nu, \nu+1)}) e^{-iq_{zm}^{(\nu)} d_\nu} \right], \quad (3.42)$$

$$[\mathcal{T}_{nm}^{12}(\nu, \nu + 1)]_{nm} = \frac{1}{2} \left[ \delta_{nm} (1 - \rho_m^{(\nu, \nu+1)}) e^{-iq_{zm}^{(\nu)} d_\nu} \right], \quad (3.43)$$

$$[\mathcal{T}_{nm}^{21}(\nu, \nu + 1)]_{nm} = \frac{1}{2} \left[ \delta_{nm} (1 - \rho_m^{(\nu, \nu+1)}) e^{iq_{zm}^{(\nu)} d_\nu} \right] , \quad (3.44)$$

$$[\mathcal{T}_{nm}^{22}(\nu, \nu + 1)]_{nm} = \frac{1}{2} \left[ \delta_{nm} (1 + \rho_m^{(\nu, \nu+1)}) e^{iq_{zm}^{(\nu)} d_\nu} \right] . \quad (3.45)$$

Im Gegensatz zum Übergang durch das zweidimensionale Gitter sind diese Untermatrizen diagonal, was die Eigenschaft widerspiegelt, daß Wellen zu verschiedenen Beugungsordnungen  $n$  in homogenen Medien nicht miteinander koppeln.

### 3.1.3 Die externen Felder und deren Matrixelemente im Bereich des quasi-zweidimensionalen Elektronengases bei Einfach- und Doppelheterostrukturen

Mit Hilfe der im vorherigen Abschnitt vorgestellten Transfermatrix-Methode für Vielschicht-Systeme mit Gitterkoppler lassen sich nun die Komponenten des externen Feldes sowie deren Matrixelemente bestimmen, welche zur Berechnung der FIR-Absorption in Einfach- und Doppelheterostrukturen benötigt werden. Dabei sind die Amplituden aller Wellen zu berücksichtigen, welche zum externen Feld in der Schicht beitragen, in die das Q2DEG eingebettet ist.

Die SHS wird im Rahmen dieser Rechnungen als Dreischicht-System aus dem mit Vakuum gefüllten Halbraum  $\nu = 0$ , einer Schicht der Dicke  $d_1$  aus dem Barrierenmaterial  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  ( $\nu = 1$ ) und einem abschließenden Halbraum  $\nu = 2$  aus GaAs modelliert, wie dies in Abb. 3.3 skizziert ist. Aufgrund dieses Probenaufbaus existieren im Halbraum  $\nu = 2$ , in welchem das Q2DEG nahezu vollständig lokalisiert ist, nur transmittierte, aber keine reflektierten Wellen, d. h. für alle  $n$  gilt  $B_n^{(2)} = 0$ . Die Transfermatrix-Gleichung der SHS hat somit folgende Form:

$$\begin{pmatrix} \mathcal{A}_{nm}^{(0)} \\ \mathcal{B}_{nm}^{(0)} \end{pmatrix} = \mathbf{T}_{nm}^G(0, 1) \mathbf{T}_{nm}(1, 2) \begin{pmatrix} \mathcal{A}_{nm}^{(2)} \\ 0 \end{pmatrix} , \quad (3.46)$$

wobei  $\mathcal{A}_{nm}^{(0)}$  durch Gl. (3.33) gegeben ist und  $\mathcal{B}_{nm}^{(0)}$  und  $\mathcal{A}_{nm}^{(2)}$  entsprechend (3.21) und (3.22) einzusetzen sind. Die Komponenten  $\mathcal{A}_n^{(2)}$  des externen Feldes zu den einzelnen Beugungsordnungen erhält man durch Inversion der Gesamt-Transfermatrix  $\mathbf{T}_{nm}^G(0, 1) \mathbf{T}_{nm}(1, 2)$ . Aufgrund des gewählten Schichtaufbaus vereinfacht sich diese Inversion zu

$$\mathcal{A}_{nm}^{(2)} = \left\{ [\mathcal{T}_{nm}^G(0, 1) \mathcal{T}_{nm}(1, 2)]^{11} \right\}^{-1} \mathcal{A}_{nm}^{(0)} . \quad (3.47)$$

In Gl. (3.47) bezeichnet  $[\mathcal{T}_{nm}^G(0, 1) \mathcal{T}_{nm}(1, 2)]^{11}$  die zu  $a = 1$  und  $b = 1$  gehörige Untermatrix des Produkts  $\mathbf{T}_{nm}^G(0, 1) \mathbf{T}_{nm}(1, 2)$ . Die Abhängigkeit der einzelnen Amplituden  $\mathcal{A}_n^{(2)}$  von der Amplitude  $\mathcal{A}^{(0)}$  der eingestrahnten Welle hat somit die Form

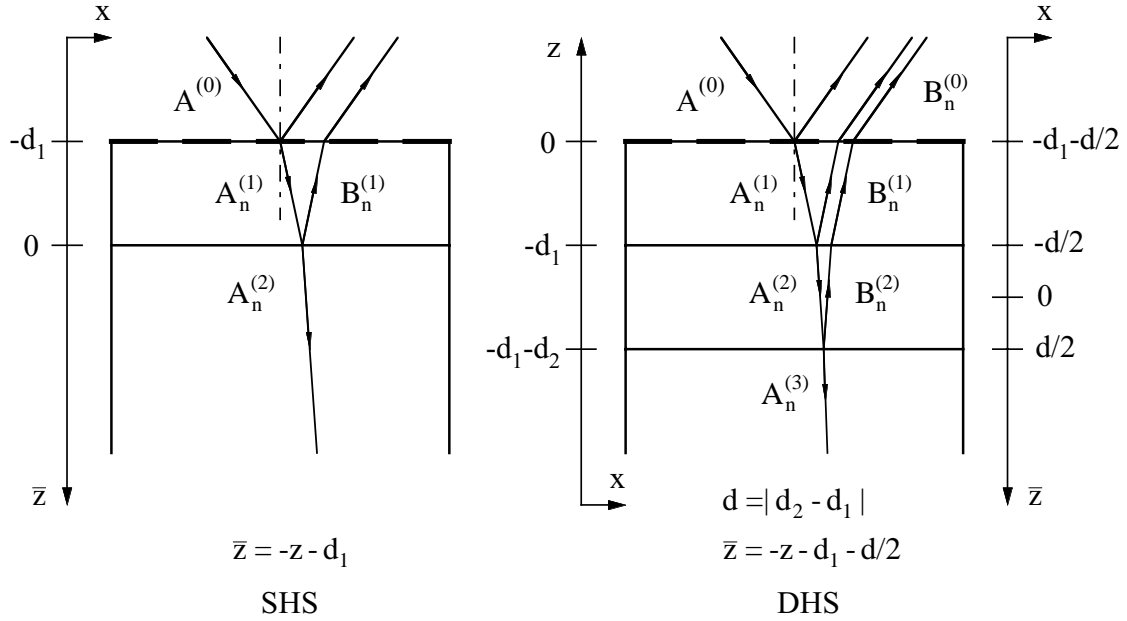
$$\mathcal{A}_n^{(2)} = t_n^A \mathcal{A}^{(0)} . \quad (3.48)$$

Der Transfer-Koeffizient  $t_n^A$  der Welle zur  $n$ -ten Beugungsordnung ist darin durch das Matrixelement

$$t_n^A = \left\{ [\mathcal{T}_{nm}^G(0, 1) \mathcal{T}_{nm}(1, 2)]^{11} \right\}_{n1}^{-1} \quad (3.49)$$

gegeben.

Die DHS besteht gemäß Abb. 3.3 aus dem mit Vakuum gefüllten Halbraum  $\nu = 0$ , der Schicht  $\nu = 1$  aus



**Abbildung 3.3:** Schematische Darstellung des Strahlengangs der transmittierten Wellen mit den Amplituden  $A_n^{(\nu)}$  und der reflektierten Wellen mit den Amplituden  $B_n^{(\nu)}$  zu einer ausgewählten Beugungsordnung  $n$  in den einzelnen Schichten  $\nu$  einer SHS und einer DHS mit Gitterkoppler. Zur Bestimmung der Matrixelemente des externen Feldes in der Schicht  $\nu = 2$  ist die Koordinate  $z$  in die bei der Berechnung der elektronischen Eigenschaften verwendete Koordinate  $\bar{z}$  zu transformieren.

dem Barrierenmaterial  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  (Dicke  $d_1$ ), dem GaAs-Quantentrog ( $\nu = 2$ ) der Dicke  $d_2 = d$ , sowie einem abschließenden  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -Halbraum  $\nu = 3$ . In der GaAs-Schicht  $\nu = 2$  tragen in diesem Fall sowohl transmittierte Wellen als auch vom Halbraum  $\nu = 3$  reflektierte Wellen zur Absorption des Q2DEG bei. Die Transfermatrix-Gleichung der DHS lautet

$$\begin{pmatrix} \mathcal{A}_{nm}^{(0)} \\ \mathcal{B}_{nm}^{(0)} \end{pmatrix} = \mathbf{T}_{nm}^G(0,1) \mathbf{T}_{nm}(1,2) \mathbf{T}_{nm}(2,3) \begin{pmatrix} \mathcal{A}_{nm}^{(3)} \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (3.50)$$

Durch Inversion der Transfermatrix erhält man analog zum Fall der SHS für den Halbraum  $\nu = 3$  die Feldamplituden zu

$$\mathcal{A}_{nm}^{(3)} = \left\{ [\mathcal{T}_{nm}^G(0,1) \mathcal{T}_{nm}(1,2) \mathcal{T}_{nm}(2,3)]^{11} \right\}^{-1} \mathcal{A}_{nm}^{(0)}. \quad (3.51)$$

Hier benennt  $[\mathcal{T}_{nm}^G(0,1) \mathcal{T}_{nm}(1,2) \mathcal{T}_{nm}(2,3)]^{11}$  die zu  $a = 1$  und  $b = 1$  gehörige Untermatrix des Produkts  $\mathbf{T}_{nm}^G(0,1) \mathbf{T}_{nm}(1,2) \mathbf{T}_{nm}(2,3)$ . Die Amplituden der transmittierten und reflektierten Wellen im GaAs-Quantentrog  $\nu = 2$  ergeben sich dann zu

$$A_n^{(2)} = [\mathcal{T}_{nm}^{11}(2,3)]_{nn} A_n^{(3)} \quad (3.52)$$

und

$$B_n^{(2)} = [\mathcal{T}_{nm}^{21}(2,3)]_{nn} A_n^{(3)}. \quad (3.53)$$

Wie im Fall der SHS kann man durch

$$A_n^{(2)} = t_n^A A^{(0)} \quad (3.54)$$

und

$$B_n^{(2)} = t_n^B A^{(0)} \quad (3.55)$$

die Transfer-Koeffizienten der transmittierten und der reflektierten Welle definieren, welche sich in der Form

$$t_n^A = [\mathcal{T}_{n_m}^{11}(2, 3)]_{nn} \left\{ [\mathcal{T}_{n_m}^G(0, 1) \mathcal{T}_{n_m}(1, 2) \mathcal{T}_{n_m}(2, 3)]_{n1}^{11} \right\}^{-1} \quad (3.56)$$

und

$$t_n^B = [\mathcal{T}_{n_m}^{21}(2, 3)]_{nn} \left\{ [\mathcal{T}_{n_m}^G(0, 1) \mathcal{T}_{n_m}(1, 2) \mathcal{T}_{n_m}(2, 3)]_{n1}^{11} \right\}^{-1} \quad (3.57)$$

schreiben lassen.

Die Komponenten  $E_x^{ext,(2)}$  und  $E_z^{ext,(2)}$  des p-polarisierten externen elektrischen Feldes im Bereich  $\nu = 2$  des Q2DEG erhält man aus dem magnetischen Feld,

$$H_y^{ext,(2)}(x, z|\omega) = \frac{1}{\mu_0 c} \sum_{n=-n_m}^{n_m} e^{iq_{xn}x} A^{(0)} \left[ t_n^A e^{-iq_{zn}^{(2)}(z+d_1)} + t_n^B e^{iq_{zn}^{(2)}(z+d_1)} \right], \quad (3.58)$$

unter Benutzung der Beziehungen (3.11) und (3.12) zu

$$\begin{aligned} E_x^{ext,(2)}(x, z|\omega) &= \sum_{n=-n_m}^{n_m} e^{iq_{xn}x} \left( -\frac{c}{\omega \varepsilon_\infty^{(2)}} \right) q_{zn}^{(2)} A^{(0)} \left[ t_n^A e^{-iq_{zn}^{(2)}(z+d_1)} + t_n^B e^{iq_{zn}^{(2)}(z+d_1)} \right] \\ &= \sum_{n=-n_m}^{n_m} e^{iq_{xn}x} E_x^{ext,(2)}(q_{xn}, z|\omega), \end{aligned} \quad (3.59)$$

$$\begin{aligned} E_z^{ext,(2)}(x, z|\omega) &= \sum_{n=-n_m}^{n_m} e^{iq_{xn}x} \left( -\frac{c}{\omega \varepsilon_\infty^{(2)}} \right) q_{xn}^{(2)} A^{(0)} \left[ t_n^A e^{-iq_{zn}^{(2)}(z+d_1)} + t_n^B e^{iq_{zn}^{(2)}(z+d_1)} \right] \\ &= \sum_{n=-n_m}^{n_m} e^{iq_{xn}x} E_z^{ext,(2)}(q_{xn}, z|\omega), \end{aligned} \quad (3.60)$$

wobei die einzelnen Komponenten der Rayleigh-Entwicklung in den Gln. (3.59) und (3.60) gegeben sind durch

$$E_x^{ext,(2)}(q_{xn}, z|\omega) = -\frac{c}{\omega \varepsilon_\infty^{(2)}} q_{zn}^{(2)} A^{(0)} \left[ t_n^A e^{-iq_{zn}^{(2)}(z+d_1)} + t_n^B e^{iq_{zn}^{(2)}(z+d_1)} \right], \quad (3.61)$$

$$E_z^{ext,(2)}(q_{xn}, z|\omega) = -\frac{c}{\omega \varepsilon_\infty^{(2)}} q_{xn}^{(2)} A^{(0)} \left[ t_n^A e^{-iq_{zn}^{(2)}(z+d_1)} + t_n^B e^{iq_{zn}^{(2)}(z+d_1)} \right]. \quad (3.62)$$

Im Fall der SHS ist in den obigen Ausdrücken jeweils  $t_n^B = 0$  zu setzen. Zur Bildung der Matrixelemente von (3.61) und (3.62) sind die der Berechnung der optischen Eigenschaften angepaßten Koordinaten  $z$  entsprechend Abb. 3.3 in die Koordinaten  $\bar{z}$  des Q2DEG zu transformieren. Unter Benutzung der Zusammenhänge (2.45),

(2.46) und (2.65) findet man die Matrixelemente des externen elektrischen Feldes in langwelliger Näherung  $q_{zn}^{(2)} \rightarrow 0$  zu

$$\begin{aligned} E_x^{ext,jk}(q_{xn}, \omega) &= - \int d\bar{z} \xi_x^{jk}(\bar{z}) E_x^{ext,(2)}(q_{xn}, \bar{z}|\omega) \\ &= - \frac{c}{\omega \varepsilon_\infty^{(2)}} q_{zn}^{(2)} t_n A^{(0)} \delta_{jk} \end{aligned} \quad (3.63)$$

und

$$\begin{aligned} E_z^{ext,jk}(q_{xn}, \omega) &= - \int d\bar{z} \xi_z^{jk}(\bar{z}) E_z^{ext,(2)}(q_{xn}, \bar{z}|\omega) \\ &= - \frac{c}{\omega \varepsilon_\infty^{(2)}} \frac{2m^* E_{jk}}{\hbar^2} q_{zn}^{(2)} t_n A^{(0)} z_{jk} . \end{aligned} \quad (3.64)$$

Der Transfer-Koeffizient  $t_n$  ist in den Gln. (3.63) und (3.64) definiert durch

$$t_n = \begin{cases} t_n^A & \text{im Fall der SHS [Gl. (3.49)],} \\ t_n^A + t_n^B & \text{im Fall der DHS [Gln. (3.56) und (3.57)].} \end{cases} \quad (3.65)$$

## 3.2 Die Absorption quasi-zweidimensionaler Elektronengase

Mit der Kenntnis der Komponenten des elektromagnetischen Feldes am Ort des Q2DEG kann nun die Gitterkoppler-induzierte Absorption p-polarisierter Strahlung durch die quasi-zweidimensionalen Plasmonen bestimmt werden. Dabei dienen die Ansätze von Ando, [And77] Yi und Quinn [Yi 83] sowie von Marmorkos und Das Sarma [Mar93] neben dem in [Kra96] hergeleiteten Formalismus als Grundlage der im folgenden vorgestellten Theorie, welche auf Basis des in Abschnitt 2.3.2 entwickelten N-Subband-Modells der Stromantwort sämtliche Kopplungen der Intra- und Intersubband-Plasmon-Anregungen untereinander sowie an die 3D-LO-Phononen beschreibt. Die abschließende Diskussion behandelt die im Q2DEG wirksamen Streumechanismen, die eine endliche Linienbreite der Plasmon-Anregungen bewirken und in den weiteren Rechnungen durch die Einführung einer phänomenologischen Dämpfung berücksichtigt werden.

### 3.2.1 N-Subband-Modell der Absorption quasi-zweidimensionaler Elektronengase

Aus den Maxwell-Gleichungen und dem daraus resultierenden Energiesatz folgt die absorbierte Leistungsdichte einer monochromatischen Welle der Kreisfrequenz  $\omega$  am Ort  $\mathbf{r}$  zu [Jac62]

$$Q(\mathbf{r}, \omega) = \frac{1}{2} \text{Re} \{ \mathbf{j}(\mathbf{r}, \omega) [\mathbf{E}^{sc}(\mathbf{r}, \omega)]^* \} , \quad (3.66)$$

wobei  $\mathbf{j}$  die totale Stromdichte und  $\mathbf{E}^{sc}$  das totale (selbstkonsistente) elektrische Feld ist. Die durch ein Q2DEG absorbierte Leistung pro Einheitsfläche  $A$  erhält man durch Integration von Gl. (3.66) über das Probenvolumen, wobei man die Homogenität des Systems in der  $x$ - $y$ -Ebene durch eine zweidimensionale Fourier-Transformation in den Raum des Wellenzahlvektors  $\mathbf{q}$  ausnutzt:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(\omega) &= \frac{1}{A} \int ds \int dz Q(\mathbf{r}, \omega) \\ &= \frac{1}{2A^2} \text{Re} \left\{ \sum_{\mathbf{q}} \int dz \mathbf{j}^{ind}(\mathbf{q}, z|\omega) [\mathbf{E}^{sc}(\mathbf{q}, z|\omega)]^* \right\} . \end{aligned} \quad (3.67)$$

In Gl. (3.67) wurde von der Tatsache Gebrauch gemacht, daß die totale Stromdichte  $\mathbf{j}$  des Q2DEG im Grundzustand mit der induzierten Stromdichte  $\mathbf{j}^{ind}$  identisch ist. Die induzierte Stromdichte  $\mathbf{j}^{ind}$  kann mit Hilfe der Gln. (2.43) und (2.52) berechnet werden. Benutzt man die für harmonisch zeitabhängige Felder gültige Beziehung  $E_\alpha^{sc} = i\omega A_\alpha^{sc}$  und drückt die Matrixelemente  $A_\alpha^{sc,lm}(\mathbf{q}, \omega)$  des selbstkonsistenten Feldes entsprechend Gl. (2.56) aus, so ergibt sich im Rahmen des N-Subband-Modells:

$$\mathcal{P}(\omega) = \frac{1}{2A^2} \sum_{\mathbf{q}} \sum_{\substack{l,m \\ l \geq m}} \sum_{\substack{\alpha= \\ x,z}} \text{Re} \left\{ (i\omega)^* \chi_{\alpha\alpha}^{lm}(\mathbf{q}, \omega) A_\alpha^{sc,lm}(\mathbf{q}, \omega) [A_\alpha^{sc,lm}(\mathbf{q}, \omega)]^* \right\} . \quad (3.68)$$

Im folgenden beschränkt man sich auf eine einzige Fourier-Komponente  $q_x$  des Vektorpotentials und setzt daher in Gegenwart des Gitterkopplers  $\mathbf{A}^{sc}(\mathbf{q}, z|\omega) = A \delta_{q_{x_n}, q_{x'_n}} \mathbf{A}^{sc}(q_{x_n}, z|\omega)$ , wobei die Einheitsfläche  $A$  aus Dimensionsgründen eingeführt wird.

Die Matrixelemente des totalen Vektorpotentials lassen sich über Gl. (2.66) im N-Subband-Modell durch die Matrixelemente des externen Vektorpotentials ausdrücken. Dazu schreibt man Gl. (2.66) in der Form

$$A_\alpha^{ext,jk}(q_{x_n}, \omega) = \sum_{\substack{l,m \\ l \geq m}} \sum_{\substack{\beta= \\ x,z}} M_{\alpha\beta}^{jklm}(q_{x_n}, \omega) A_\beta^{sc,lm}(q_{x_n}, \omega) \quad (3.69)$$

und definiert dabei die Matrix

$$M_{\alpha\beta}^{jklm}(q_{x_n}, \omega) = \delta_{\alpha\beta} \delta_{jl} \delta_{km} - [\delta_{lm} \delta_{\beta x} + (1 - \delta_{lm}) \delta_{\beta z}] \mu_0 V_{\alpha\beta}^{jklm}(q_{x_n}, \omega) \chi_{\beta\beta}^{lm}(q_{x_n}, \omega) . \quad (3.70)$$

Die Lösung des inhomogenen linearen Gleichungssystems (3.69) gelingt mit Hilfe der Cramerschen Regel:

$$A_\alpha^{sc,lm}(q_{x_n}, \omega) = \frac{\mathcal{M}_\alpha^{lm}(q_{x_n}, \omega)}{\mathcal{M}(q_{x_n}, \omega)} , \quad (3.71)$$

wobei  $\mathcal{M} = \det[M_{\alpha\beta}^{jklm}]$  und  $\mathcal{M}_\alpha^{lm}$  die Determinante der Matrix ist, welche entsteht, wenn man die zu  $A_\alpha^{sc,lm}$  gehörende Spalte durch die Inhomogenität, d. h. durch den Vektor der Matrixelemente  $A_\beta^{ext,jk}$  des externen Feldes ersetzt. Die Absorption des Q2DEG nimmt damit folgende Gestalt an:

$$\mathcal{P}(\omega) = \frac{1}{2A^2} \sum_{n=-n_m}^{n_m} \frac{1}{|\mathcal{M}(q_{x_n}, \omega)|^2} \left[ \text{Re} \left\{ \sum_l (i\omega)^* |\mathcal{M}_x^{ll}(q_{x_n}, \omega)|^2 \chi_{xx}^{ll}(q_{x_n}, \omega) + \sum_{\substack{l,m \\ l > m}} (i\omega)^* |\mathcal{M}_z^{lm}(q_{x_n}, \omega)|^2 \chi_{zz}^{lm}(q_{x_n}, \omega) \right\} \right] , \quad (3.72)$$

und kann bei Kenntnis der Matrixelemente des externen Feldes berechnet werden, wenn man sich auf eine endliche Anzahl  $N$  von Subbändern beschränkt. Der erste Term in der eckigen Klammer in Gl. (3.72) beschreibt dabei die Absorption durch Intrasubband-Plasmonen, während der zweite Term die Anregung von Intersubband-Plasmonen ausdrückt. Intra- und Intersubband-Plasmonen sind im allgemeinen über die Dispersionsrelation  $\mathcal{M} = \det[M_{\alpha\beta}^{jklm}]$  miteinander gekoppelt. In Gl. (3.72) wurde die Summe über die Wellenzahlvektoren  $q_{x_n}$  als Summe über alle berücksichtigten  $2n_m + 1$  Beugungsordnungen geschrieben. Wie man obiger Gleichung entnehmen kann, ist  $\mathcal{P}(\omega)$  immer proportional zu  $1/|\mathcal{M}(q_{x_n}, \omega)|^2$ . Dies bedeutet, daß die Absorption immer dann maximal wird, wenn gerade entsprechend Gl. (2.67) die Dispersionsrelation  $\det[M_{\alpha\beta}^{jklm}] = 0$  der p-polarisierten Plasmon-Polaritonen im N-Subband-Modell erfüllt ist, d. h. die Maxima der Absorption treten bei den Energien  $E_{jk}^{pp}$  auf.

Im folgenden ersetzt man in den Größen  $\mathcal{M}_\alpha^{lm}$  gemäß der Beziehung  $E_\alpha^{ext,jk} = -i\omega A_\alpha^{ext,jk}$  die Matrixelemente  $A_\alpha^{ext,jk}$  des externen Vektorpotentials durch Matrixelemente  $E_\alpha^{ext,jk}$  des externen elektrischen Feldes [Gln. (3.63) und (3.64)]. Weiterhin wird für einen späteren Vergleich mit normierten Transmissions-Spektren die bisher berechnete absorbierte Leistung pro Fläche auf die Leistung pro Fläche der eingestrahlten Welle im Vakuum,  $\mathcal{P}_{in} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 c |A^{(0)}|^2$ , bezogen, und mit

$$K(\omega) = \frac{\mathcal{P}(\omega)}{\mathcal{P}_{in}} = \frac{\mathcal{P}(\omega)}{\frac{1}{2}\varepsilon_0 c |A^{(0)}|^2} \quad (3.73)$$

eine dimensionslose Absorption definiert. Unter Benutzung der Resultate (2.58) und (2.59) für die Komponenten des Matrix-Polarisationstensors erhält man die normierte Absorption des Q2DEG zu

$$K(\omega) = \sum_{n=-n_m}^{n_m} \frac{1}{|\mathcal{M}(q_{xn}, \omega)|^2} \left[ \text{Re} \left\{ \sum_l |\widetilde{\mathcal{M}}_x^{ll}(q_{xn}, \omega)|^2 \frac{N_s^l e^2}{\varepsilon_0 c} \frac{1}{m^*} \frac{i}{\omega} + \sum_{\substack{l,m \\ l>m}} |\widetilde{\mathcal{M}}_z^{lm}(q_{xn}, \omega)|^2 \frac{(N_s^m - N_s^l) e^2}{\varepsilon_0 c} \left( \frac{\hbar^2}{2m^*} \right)^2 \frac{2}{E_{lm}} \frac{i\hbar\omega}{\hbar^2\omega^2 - E_{lm}^2} \right\} \right], \quad (3.74)$$

wobei in dieser Gleichung die Determinante

$$\widetilde{\mathcal{M}}_\alpha^{lm} = - \left( \frac{i\omega A^{(0)}}{A} \right) \mathcal{M}_\alpha^{lm} \quad (3.75)$$

eingeführt wurde.

Bei der Berechnung der Q2D-Plasmon-Anregungsenergien in Abschnitt 2.2 wurde das Q2DEG als stoßfrei angenommen, was aufgrund der hohen Elektronenbeweglichkeiten in GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As Heterostrukturen gerechtfertigt ist. Aus Gl. (3.74) läßt sich ablesen, daß für solche ungedämpften Plasmonen die Strahlungsabsorption des Q2DEG gleich null wäre. Um die Absorption durch kollektive Ladungsdichte-Anregungen eines Q2DEG zu berechnen, ist es daher notwendig, in Gl. (3.74) eine phänomenologische Dämpfung  $\Gamma$  mittels der Ersetzung  $\omega \rightarrow \omega + i\Gamma$  einzuführen. Üblicherweise unterscheidet man dabei zwischen der longitudinalen Dämpfung  $\Gamma_{||}$  im Fall  $l = m$  und der transversalen Dämpfung  $\Gamma_{\perp}$  des Q2DEG im Fall  $l \neq m$ . Bei den Plasmon-LO-Phonon-Anregungen wird die Dämpfung der 3D-LO-Phononen durch die entsprechende Einführung eines Parameters  $\Gamma_{ph}$  in den Matrixelementen (2.71) berücksichtigt. Das Konzept einer phänomenologischen Linienverbreiterung ist eine vereinfachende Annahme, welche die Mechanismen des Streuprozesses der Elektronen vernachlässigt, und gilt nur im Limit  $q \rightarrow 0$  sowie im Fall schwacher Dämpfung ( $\omega \gg \Gamma$ ). [Kli69, Mer70]

Unter diesen Voraussetzungen ergibt sich die normierte Absorption des Q2DEG in Anwesenheit eines zweidimensionalen Gitters im N-Subband-Modell schließlich zu

$$K(\omega) = \sum_{n=-n_m}^{n_m} \frac{1}{|\mathcal{M}(q_{xn}, \omega)|^2} \left[ \sum_l |\widetilde{\mathcal{M}}_x^{ll}(q_{xn}, \omega)|^2 \frac{N_s^l e^2}{\varepsilon_0 c} \frac{1}{m^*} \frac{\Gamma_{||}}{\omega^2} + \sum_{\substack{l,m \\ l>m}} |\widetilde{\mathcal{M}}_z^{lm}(q_{xn}, \omega)|^2 \frac{(N_s^m - N_s^l) e^2}{\varepsilon_0 c} \left( \frac{\hbar^2}{2m^*} \right)^2 \frac{2}{E_{lm}} \frac{2\hbar^3\omega^2\Gamma_{\perp}}{(\hbar^2\omega^2 - E_{lm}^2)^2 + 4\hbar^4\omega^2\Gamma_{\perp}^2} \right]. \quad (3.76)$$

Den nicht-retardierten Grenzfall von Gl. (3.76) erhält man durch den Übergang  $c \rightarrow \infty$  in den Wechselwirkungstermen der Determinanten  $\mathcal{M}$  und  $\widetilde{\mathcal{M}}_\alpha^{lm}$ . Zur Bestimmung der Absorption des Q2DEG ohne Gitter ist nur der Summand  $n = 0$  in Gl. (3.76) zu berechnen.

Abschließend wird das Zwei-Subband-Modell für ein System betrachtet, bei dem der elektronische Quantengrenzfall ( $N_s^1 = 0$ ) erfüllt ist und die Intersubband-Kopplung vernachlässigt werden kann. Das Gleichungssystem (3.69) für die Matrixelemente des selbstkonsistenten Potentials zerfällt dann ebenso wie die Dispersionsrelation (2.67) in zwei ungekoppelte Gleichungen, eine für  $A_x^{sc,00}$  und eine für  $A_z^{sc,10}$ . Betrachtet man den nicht-retardierte Grenzfall in langwelliger Näherung (Abschnitt 2.2.3), so kann man die Absorption des Q2DEG schreiben als

$$K(\omega) = C_K(\omega) \sum_{n=-n_m}^{n_m} |t_n|^2 \left\{ \frac{N_s^0 |q_{zn}^{(2)}|^2 \hbar^2 \omega^2 \Gamma_{\parallel}}{[\hbar^2 \omega^2 - E_{00}^{p,L}(q_{xn})]^2 + \hbar^4 \Gamma_{\parallel}^2 \omega^2} + \frac{2N_s^0 |q_{xn}|^2 f_{10} \hbar^2 \omega^2 \Gamma_{\perp}}{[\hbar^2 \omega^2 - E_{10}^{p,L}(q_{xn})]^2 + 4\hbar^4 \Gamma_{\perp}^2 \omega^2} \right\}, \quad (3.77)$$

wobei im Rahmen der  $\varepsilon_s$ -Näherung der Vorfaktor

$$C_K(\omega) = \frac{2e^2 \hbar^2}{\varepsilon_0 c m^*} \left( \frac{c}{\omega \varepsilon_s^{(2)}} \right)^2 \quad (3.78)$$

eingeführt wurde. Werden nur die direkten Beiträge zur Coulomb-Kopplung berücksichtigt, so sind die Energien  $E_{00}^{p,L}(q_{xn})$  und  $E_{10}^{p,L}(q_{xn})$  durch (2.35) und (2.36) gegeben. In Gl. (3.77) ist ferner über

$$f_{jk} = \frac{2m^* E_{jk}}{\hbar^2} z_{jk}^2 \quad (3.79)$$

die Oszillatorstärke der ( $j$ - $k$ )-Intersubband-Anregung definiert.

### 3.2.2 Mechanismen der Linienverbreiterung von Intra- und Intersubband-Plasmonen

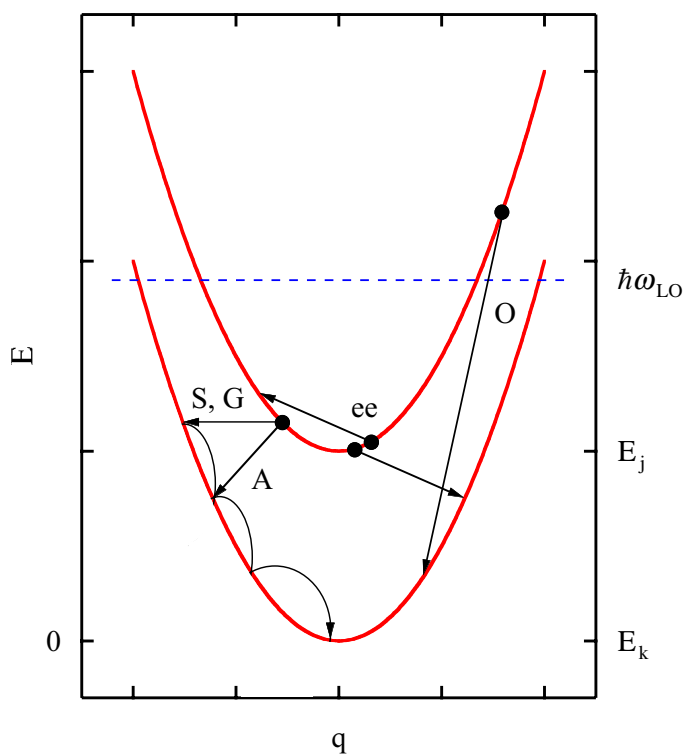
Bei der Berechnung der optischen Absorption des Q2DEG wurden zur Beschreibung der Q2D-Plasmon-Dämpfung im vorangegangenen Abschnitt die phänomenologischen Verbreiterungsparameter  $\Gamma_{\parallel}$  und  $\Gamma_{\perp}$  eingeführt. Im folgenden werden nun die Streumechanismen vorgestellt, welche die Kohärenz der kollektiven Plasma-Oszillationen zerstören können und somit für die endliche Linienbreite der Ladungsdichte-Anregungen des Q2DEG verantwortlich sind. Schwerpunkt der Diskussion sind dabei die Relaxations-Prozesse der in dieser Arbeit hauptsächlich untersuchten Intersubband-Übergänge. Deren Linienbreite ist auch ein wichtiger Parameter bei der Konzeption vieler auf Halbleiter-Heterostrukturen basierender Anwendungen wie Intersubband-Detektoren [Lev87] oder Infrarot-Laser. [Fai94b]

Die Relaxation der in ein höheres Subband der Heterostruktur angeregten Elektronen kann auf verschiedenen Wegen erfolgen (Abb. 3.4). In einem Einteilchenmodell der Elektronenstreuung unterscheidet man hierbei zwischen inelastischen Prozessen mit der Zeitkonstante  $\tau_1$  und elastischen Prozessen mit der Zeitkonstante  $\tau_2$ , welche gemäß

$$2\Gamma_{\perp} = \hbar \left( \frac{1}{\tau_1} + \frac{2}{\tau_2} \right) \quad (3.80)$$

die Linienbreite  $2\Gamma_{\perp}$ , d. h. die volle energetische Breite der Intersubband-Resonanzlinie bei der Hälfte des Maximums, bestimmen. [Cam96, Hel00] Zu den inelastischen (intrinsischen) Relaxations-Prozessen zählen die Streuung an akustischen und optischen Phononen, erstere mit einer typischen Zeitkonstante  $\tau_1$  von einigen 100 ps, letztere mit  $\tau_1 \leq 1$  ps, [Fer89] sowie die Elektron-Elektron-Wechselwirkung. [Lee99] Elastische (extrinsische) Verbreiterungs-Mechanismen sind die Streuung an ionisierten Störstellen sowie an Grenzflächen-Rauhigkeiten und an Legierungs-Unordnungen im  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -Barrierenmaterial, wobei in modulationsdo-





**Abbildung 3.4:** Schematische Veranschaulichung der Intra- und Intersubband-Streuung in quasi-zweidimensionalen Elektronengasen. Während die Intersubband-Relaxation in Systemen, in denen der betrachtete Subband-Abstand  $E_{jk} = E_j - E_k$  größer ist als die Energie  $\hbar\omega_{LO}$  (Strichlinie) des longitudinal-optischen Phonons, hauptsächlich über die Emission optischer Phononen erfolgt, spielen im hier skizzierten Fall  $E_{jk} < \hbar\omega_{LO}$  mehrere Prozesse eine Rolle. Neben der Emission optischer Phononen (O) und akustischer Phononen (A) sowie der Elektron-Elektron-Streuung (ee) tragen auch elastische Prozesse wie die Streuung an ionisierten Störstellen (S) oder an Grenzflächen-Rauhigkeiten (G) zur Relaxation der angeregten Elektronen bei. [Hel00]

tierten Strukturen die Streuzeiten  $\tau_2$  für diese Mechanismen im Bereich von 1 ps bis 1000 ps liegen. [Fer89, Hel00]

Die intrinsischen und die oben beschriebenen extrinsischen Relaxations-Mechanismen führen zu einer sogenannten homogenen Verbreiterung der Übergänge, da sie auf alle Elektronen in gleicher Weise wirken. Ursache einer inhomogenen Linienverbreiterung, d. h. der unterschiedlichen Streuung einzelner Elektronen, können Fluktuationen in der Breite des elektronischen Einschlußpotentials  $V(z)$  sein, wie sie durch laterale Dichtefluktuationen in SHS und Trogbreitenfluktuationen in DHS hervorgerufen werden. Das relative Gewicht dieser beiden Arten der Linienverbreiterung kann experimentell anhand der Linienform der Intersubband-Anregung abgelesen werden, da homogene Prozesse im Einteilchenbild zu einem dem Intersubband-Term in Gl. (3.77) sehr ähnlichen Lorentz-Profil (s. Abschnitt 4.1.3) führen, die inhomogene Verbreiterung jedoch mit einer Gaußförmigen Resonanzlinie verbunden ist. [Met99]

Aufgrund der kollektiven Natur der Ladungsdichte-Anregungen im Q2DEG ist es im allgemeinen nicht korrekt, deren Dämpfung mit Hilfe von Einteilchen-Lebensdauern zu beschreiben. [And85, War98] Bei der weiteren Diskussion der einzelnen, in modulationsdotierten GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As-Heterostrukturen wirksamen Streumechanismen müssen daher auch die Unterschiede der Streuung kollektiver Moden gegenüber der Einteilchen-Relaxation beachtet werden.

Die Streuung angeregter Elektronen an optischen Phononen kann für niedrige Temperaturen, bei welchen noch keine Gitterschwingungen angeregt sind, nur über Emissions-Prozesse erfolgen. Zur Emission von LO-Phononen benötigen die Elektronenzustände eine Schwellenenergie von  $\hbar\omega_{LO}$ , so daß je nachdem ob der Subband-Abstand  $E_{jk}$  größer oder kleiner ist als die Energie des LO-Phonons zwei unterschiedliche Regime zu betrachten sind. Experimente an Doppelheterostrukturen mit Subband-Abständen  $E_{jk} > \hbar\omega_{LO}$  lieferten Intersubband-Linienbreiten von  $2\Gamma_{\perp} \approx 20 \text{ cm}^{-1}$ , welche hauptsächlich auf die Dissipation durch die Emission von LO-Phononen zurückgeführt wurden, wobei jedoch auch die Streuung an Grenzflächen-Rauhigkeiten die Resonanzlinien beeinflusste. [Fai94a, Cam96]

In der vorliegenden Arbeit wurden fast ausschließlich Subband-Übergänge mit Energien kleiner als  $\hbar\omega_{LO}$

untersucht, welche bei niedrigen Temperaturen nicht über die Emission optischer Phononen relaxieren können. Der einzige dissipative Prozeß ist in diesem Fall somit die Emission akustischer Phononen, die um etwa zwei Größenordnungen langsamer erfolgt als die LO-Emission, [Hey95] so daß hier die elastischen Streumechanismen die Linienverbreiterung dominieren. Bei höheren Temperaturen ist aufgrund der thermischen Umverteilung der Elektronen die Emission von LO-Phononen jedoch erlaubt, [Lev90, Lee95] und mit dem Anwachsen der mittleren LO-Phonon-Besetzungszahl  $n_{ph}(\hbar\omega_{LO})$  entsprechend der Bose-Einstein-Statistik [Hua63] steigt proportional zu dieser gleichzeitig auch die Wahrscheinlichkeit für Absorptions-Prozesse. Verschiedene Experimente an elektrisch geheizten Q2DEG haben gezeigt, daß für  $T < 40$  K die Intersubband-Energierelaxation in GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As-Heterostrukturen hauptsächlich durch die Emission akustischer Phononen, bei höheren Temperaturen durch die Emission optischer Phononen bestimmt wird. [Hir93, Mur97] Im Einteilchenbild der Elektronenrelaxation sollte die Streurrate für die LO-Emission mit  $n_{ph}(\hbar\omega_{LO}) + 1$  zunehmen, [Fer89] experimentell wurde jedoch in verschiedenen Systemen eine schwächere Temperaturabhängigkeit festgestellt. [Kne77, vA 88, Hua95, War98] Diese gegenüber dem Einteilchenmodell geringere Wahrscheinlichkeit der LO-Emission läßt sich mit dem kollektiven Charakter der Intersubband-Plasmonen erklären: Das LO-Phonon kann die Intersubband-Mode nur entlang deren Dispersionsrelation streuen, was die Anzahl der beteiligten Phononen deutlich limitiert. Im Regime hoher Temperaturen kann aufgrund der thermischen Verbreiterung der Einteilchen-Kontinua jedoch zusätzlich auch die Landau-Dämpfung zum Zerfall der kollektiven Anregungsmoden führen. [War98]

Bei niedrigen Temperaturen wird im Fall  $E_{jk} < \hbar\omega_{LO}$  entsprechend den obigen Ausführungen die Lebensdauer der Intersubband-Plasmon-Moden durch elastische Streuprozesse begrenzt. Da in DHS die Linienverbreiterung sowohl mit abnehmender Trogbreite [Cam96] als auch mit einer zunehmenden Asymmetrie des Einschlußpotentials [Wil01] ansteigt, kann die Streuung an Grenzflächen-Rauigkeiten als der dominierende Einfluß auf die Linienbreite der Intersubband-Anregung angesehen werden. Demgegenüber wurde festgestellt, daß sowohl die Streuung an ionisierten Störstellen in den weit vom Q2DEG entfernten Dotierschichten als auch an Legierungs-Unordnungen keinen wesentlichen Beitrag zum Zerfall der Intersubband-Moden liefert. [Cam96, Wil01] Die experimentellen Ergebnisse zur Dissipation der Intersubband-Anregung einer GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As-DHS mit 40 nm Trogbreite von Williams *et al.* [Wil01] haben darüber hinaus gezeigt, daß hier Trogbreiten-Fluktuationen keinen erkennbaren Einfluß auf das Absorptionsprofil ausüben. Die Intersubband-Moden wiesen in Übereinstimmung mit früheren Ergebnissen für schmale Tröge [Fai94a] eine homogene Verbreiterung auf, wobei die untere Grenze der beobachteten Linienbreiten  $2\Gamma_{\perp}$  bei etwa  $3 \text{ cm}^{-1}$  lag. In beiden Experimenten wurden die Absorptions-Spektren nicht mit Hilfe eines Gitters, sondern durch die Einkopplung der Strahlung in einer speziellen Wellenleiter-Geometrie [Hel00] gewonnen.

Eine bisher nicht angesprochene Ursache für die inhomogene Verbreiterung von Intersubband-Plasmon-Moden sollte im Fall der Nichtparabolizität der elektronischen Subbänder auftreten, wenn die Einteilchen-Übergangsenergien eine breite Verteilung besitzen. Aufgrund der kollektiven Effekte, welche die gesamte Oszillatorstärke in eine einzige Mode kondensieren, [Zaf91, vA 92, Nik97, Li 03] weist jedoch auch hier die Intersubband-Anregung ein schmales, homogenes Linienprofil auf. [Gau95, War96]

Im Rahmen einer kürzlich vorgestellten Theorie der Linienverbreiterung [Ull01, Ull02] konnten die Experimente von Williams *et al.* [Wil01] auch quantitativ beschrieben werden. Neben dem als dominierend herausgestellten Mechanismus der Streuung an Grenzflächen-Rauigkeiten und der Relaxation über ionisierte Störstellen im GaAs wurde in diesem theoretischen Modell auch die intrinsische Dämpfung der Intersubband-Plasmonen aufgrund von Elektron-Elektron-Streuprozessen untersucht. Eine intrinsische Viskosität des Q2DEG [Vig97, Ull98] bewirkt demnach bei einer Elektronendichte von  $N_s = 1.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  einen Beitrag von etwa  $2\Gamma_{\perp} \approx 2 \text{ cm}^{-1}$  zur Linienbreite der Intersubband-Plasmonen, welcher bei der Beschreibung der Dissipation in qualitativ hochwertigen Proben nicht mehr vernachlässigt werden kann.

Die Linienbreite der Intersubband-Moden in modulationsdotierten Strukturen zeigt meist keine Korrelation mit der gemessenen Elektronenbeweglichkeit, welche hauptsächlich durch die Streuung an ionisierten Störstellen in GaAs limitiert wird. [Cam96, Wil01] Dies ist physikalisch auch verständlich, da die Intersubband-Anregung eine Bewegung senkrecht zum Einschlußpotential darstellt, während die Elektronenbeweglichkeit Ströme parallel zu den Grenzflächen beschreibt. Auch die Intrasubband-Plasmon-Anregung stellt eine sich entlang der Grenzflächen ausbreitende Mode dar, deren Dämpfung durch die Streuung an Störstellen im GaAs sowie durch intrinsische Prozesse [Rei00] erfolgen sollte. Experimentell wurden in Gitterkoppler-Transmissions-Experimenten an GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As-Einfachheterostrukturen Intrasubband-Plasmon-Linienbreiten von  $\Gamma_{||} = 2.5 \text{ cm}^{-1}$  beobachtet, was nur etwa 20 % der entsprechenden Intersubband-Verbreiterung entsprach, jedoch deutlich höher lag als anhand der gemessenen Transportbeweglichkeit erwartet. [Bat86, Bat89, Bat91]

Eine bislang weitgehend offene Frage ist der Einfluß des Gitters auf die Linienbreite der kollektiven Ladungsdichte-Anregungen bei der Gitterkoppler-Transmissions-Spektroskopie. Beispielsweise sollte hier aufgrund der gitterinduzierten Abstrahlung von elektromagnetischer Energie aus den Plasmon-Anregungen eine zusätzliche Dämpfung der Moden auftreten, welche jedoch im experimentell meist realisierten Fall  $q \gg E\sqrt{\varepsilon_{\infty}}/\hbar c$ , d. h. für die Normalmoden des Systems (Abb. 2.2), sehr viel geringer ist als die Streuverbreiterung im Q2DEG. [Cha85]

### 3.3 Absorptions-Spektren quasi-zweidimensionaler Elektronengase mit Gitterkoppler

Im folgenden werden Ergebnisse der numerischen Rechnungen zur Absorption im Q2DEG am Beispiel der bereits in den Kapiteln 1 und 2 untersuchten SHS vorgestellt. Zunächst werden die numerische Durchführung der Rechnungen und das Konvergenzverhalten der Transfermatrix-Methode dargelegt, danach folgt eine Diskussion der Absorptions-Spektren, welche Einflüsse der Gitterparameter und des Probenaufbaus sowie der Wechselwirkung mit strahlenden Gittermoden, der Retardierung, der Intersubband-Kopplung und der Elektron-LO-Phonon-Wechselwirkung auf die Resonanzabsorption eines Q2DEG umfaßt.

#### 3.3.1 Durchführung und Konvergenz der Absorptions-Rechnungen

Die Berechnung der Absorptions-Spektren quasi-zweidimensionaler Elektronengase in Einfach- und Doppelheterostrukturen erfolgte im Rahmen dieser Arbeit unter Benutzung des Ausdrucks (3.76) im N-Subband-Modell des Stromantwort-Schemas für eine endliche Anzahl  $n_m$  von Beugungsordnungen. Die in Gl. (3.76) eingehenden Matrixelemente des externen Feldes sind dabei durch die Ausdrücke (3.63) und (3.64) gegeben. SHS und DHS werden entsprechend Abb. 3.3 als Zwei- bzw. Dreischicht-System unterhalb eines mit Vakuum gefüllten Halbraums  $\nu = 0$  modelliert. An der Grenzfläche zwischen Vakuum und der Schicht  $\nu = 1$  befindet sich eine Gate-Elektrode mit der Oberflächen-Leitfähigkeit  $\sigma_g$  sowie der zweidimensionale Gitterkoppler mit der Gitterperiode  $a$  und dem Tastverhältnis  $t = a_1/a$  (Abb. 3.1), wobei die Streifen der Breite  $a_1$  mit Silber gefüllt sind. Verwendet man für Silber die komplexe dielektrische Funktion  $\varepsilon_G(\omega) = 1 - \omega_G^2/[\omega(\omega + i\Gamma_G)]$ , [Ash76] mit der Plasmafrequenz  $\omega_G$  und der phänomenologischen Ladungsträger-Dämpfung  $\Gamma_G$ , so erhält man im Grenzfall kleiner, aber endlicher Gitterhöhen  $h$  die Oberflächen-Leitfähigkeit  $\sigma_G^{(a_1)}$  in Gl. (3.27) zu

$$\sigma_G^{(a_1)}(\omega) = -i\varepsilon_0 h \omega [\varepsilon_G(\omega) - 1] . \quad (3.81)$$

Für die folgenden Rechnungen wurde eine der Probenpräparation (s. Kapitel 4) entsprechende Gitterhöhe  $h = 50 \text{ nm}$  angenommen und der Ausdruck (3.81) in die Gitterkoppler-Transfermatrizen (3.35)-(3.38) eingesetzt. Die übrigen verwendeten Parameter, welche neben den Materialparametern von Tab. A.1 (Anhang A) die Probe

und den Gitterkoppler charakterisieren, sind in Tab. 3.1 zusammengefaßt. Soweit nicht anders angegeben, liegen den folgenden Rechnungen diese Parameter sowie die  $\varepsilon_s$ -Näherung und der nicht-retardierte Grenzfall von Gl. (3.76) zugrunde.

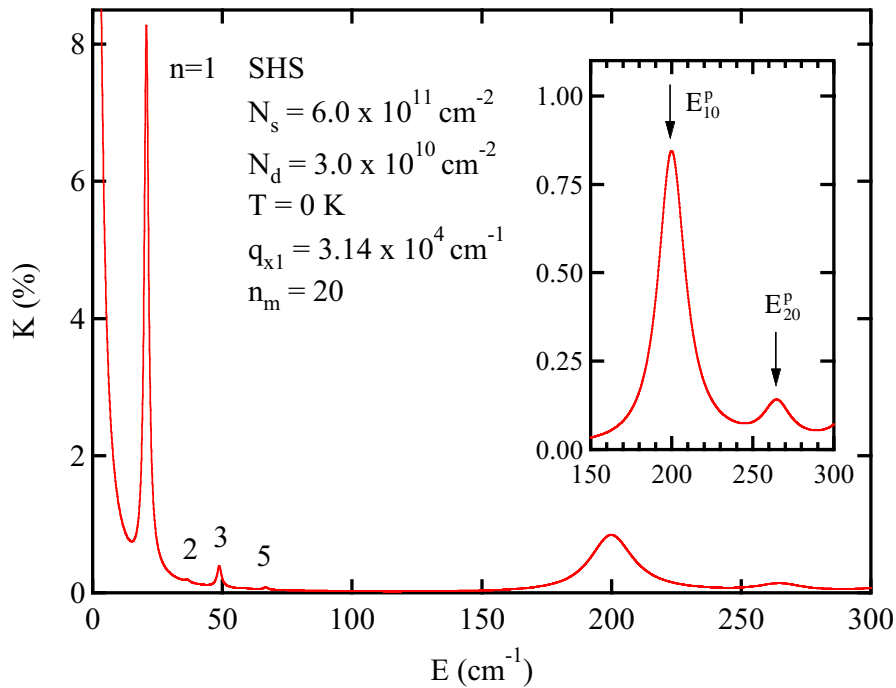
Abb. 3.5 zeigt das Absorptions-Spektrum  $K(\omega)$  der GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As-SHS im Energiebereich zwischen 0 und 300 cm<sup>-1</sup>. Bei niedrigen Energien ist für  $E \rightarrow 0$  ein Drude-förmiges Anwachsen der Absorption zu beobachten, welche auf die Intrasubband-Anregung der freien Ladungsträger durch die auch ohne Gitterkoppler wirksame Feldkomponente zur Beugungsordnung  $n = 0$  zurückzuführen ist. [Kra96] Bei etwa 21 cm<sup>-1</sup> tritt die Resonanzabsorption durch das Intrasubband-Plasmon zur Beugungsordnung  $n = 1$  auf, bei entsprechend der Dispersionsrelation größeren Energien findet man die schwächer ausgeprägten Intrasubband-Plasmon-Anregungen zu verschiedenen Beugungsordnungen  $n > 1$ . Während man für ein Gitter mit dem Tastverhältnis  $t = 0.5$  bei Vernachlässigung der Kopplung zwischen den einzelnen Beugungsordnungen nur Resonanzen zu ungeraden  $n$  erwartet, [Kra96] führt die Einbeziehung dieser Kopplung bei etwa 37 cm<sup>-1</sup> zum Auftreten einer (sehr schwachen) Absorptionslinie zur Beugungsordnung  $n = 2$ . Die Intersubband-Plasmon-Resonanzlinien der (1-0)- und der (2-0)-artigen Moden ( $n = 1$ ) sind bei den im vergrößerten Ausschnitt mit Pfeilen gekennzeichneten Anregungsenergien  $E_{jk}^p$  aus dem Dichteantwort-Schema zu erkennen. Die nur sehr schwach ausgeprägten Intersubband-Resonanzlinien zu höheren Beugungsordnungen sind aufgrund der geringen Dispersion der Intersubband-Moden (Abb. 2.1) bei der gewählten Linienverbreiterung nicht im Spektrum zu erkennen.

Das Konvergenzverhalten der in Abschnitt 3.1.2 vorgestellten Transfermatrix-Methode ist in Abb. 3.6 anhand der Absorptions-Spektren zu verschiedenen Werten  $n_m$  der berücksichtigten Beugungsordnungen veranschaulicht. Die Einbeziehung einer wachsenden Zahl von Beugungsordnungen ist mit einer Verringerung der berechneten Absorption verbunden. Sowohl im Energiebereich der Intrasubband-Mode zu  $n = 1$  [Abb. 3.6 (a)]

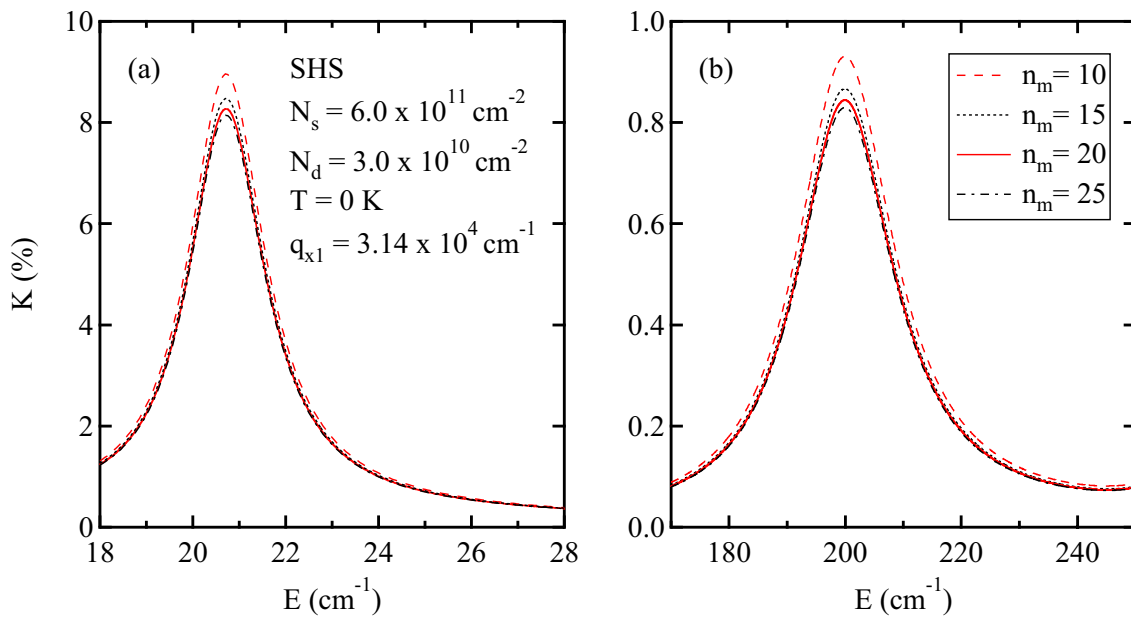
**Tabelle 3.1:** Parameter zur Berechnung der Absorption des quasi-zweidimensionalen Elektronengases in einer Einfachheterostruktur mit Gate-Elektrode und Ag-Gitterkoppler.

$N_s$	[cm <sup>-2</sup> ]	$6.0 \times 10^{11}$
$N_d$	[cm <sup>-2</sup> ]	$3.0 \times 10^{10}$
$T$	[K]	0
$\Gamma_{\parallel}$	[cm <sup>-1</sup> ]	2.0
$\Gamma_{\perp}$	[cm <sup>-1</sup> ]	10.0
$\Gamma_{ph}$	[cm <sup>-1</sup> ]	2.0
$\varepsilon_{\infty}^{(0)}$		$-2 \times 10^5$ a)
$d_1$	[nm]	80
$a$	[ $\mu$ m]	2.0
$q_{x1}$	[cm <sup>-1</sup> ]	$3.14 \times 10^4$
$t$		0.5
$\sigma_g$	[ $\Omega^{-1}$ ]	$1 \times 10^{-3}$
$\omega_G$	[s <sup>-1</sup> ]	$5.697 \times 10^{15}$ b)
$\Gamma_G$	[s <sup>-1</sup> ]	$7.596 \times 10^{13}$ b)
$n_m$		20
$\Theta$	[°]	0
$N^c$		5

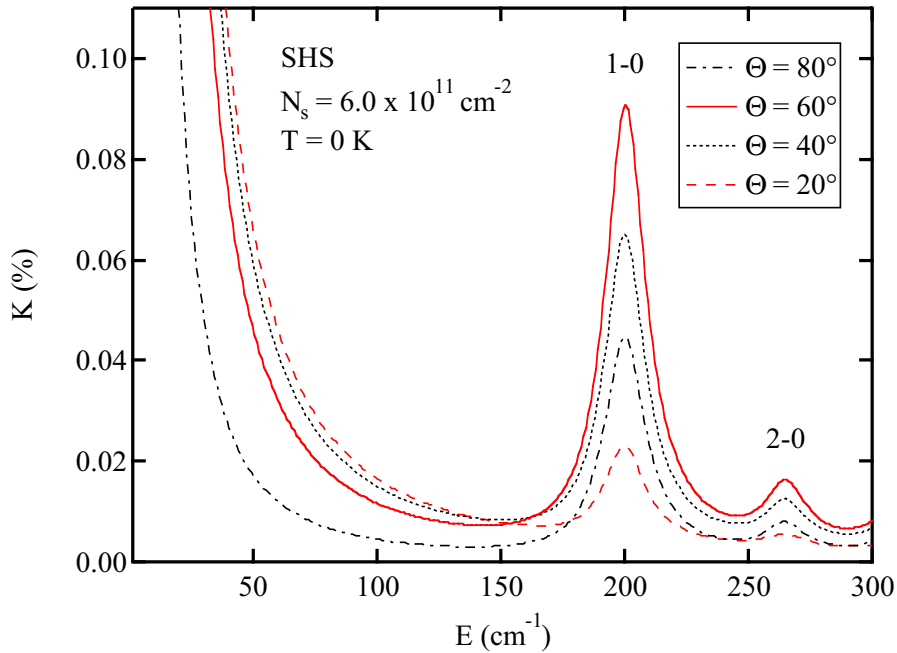
a) Gate-Elektrode b) [Wen99b] c) Subbandanzahl



**Abbildung 3.5:** Absorptions-Spektrum einer GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As-SHS mit der Elektronendichte  $N_s = 6.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ , berechnet nach Gl. (3.76) in einem Fünf-Subband-Modell. Man erkennt das Intrasubband-Plasmon zur Beugungsordnung  $n = 1$  bei etwa  $21 \text{ cm}^{-1}$  und zu weiteren  $n > 1$  bei entsprechend der Dispersionsrelation höheren Energien. Im vergrößert dargestellten Ausschnitt sind die Anregungsenergien der (1-0)- und (2-0)-artigen Moden aus dem Dichteantwort-Formalismus durch Pfeile gekennzeichnet.



**Abbildung 3.6:** Absorptions-Spektren einer GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As-SHS für verschiedene Werte  $n_m$  der Zahl der einbezogenen Beugungsordnungen im Energiebereich der (a) Intrasubband-Mode zu  $n = 1$  und (b) der (1-0)-artigen Intersubband-Mode.



**Abbildung 3.7:** Absorptions-Spektren einer GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As-SHS der Elektronendichte  $N_s = 6.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  ohne Gitterkoppler für verschiedene Werte des Einfallswinkels  $\Theta$  der Ferninfrarot-Strahlung.

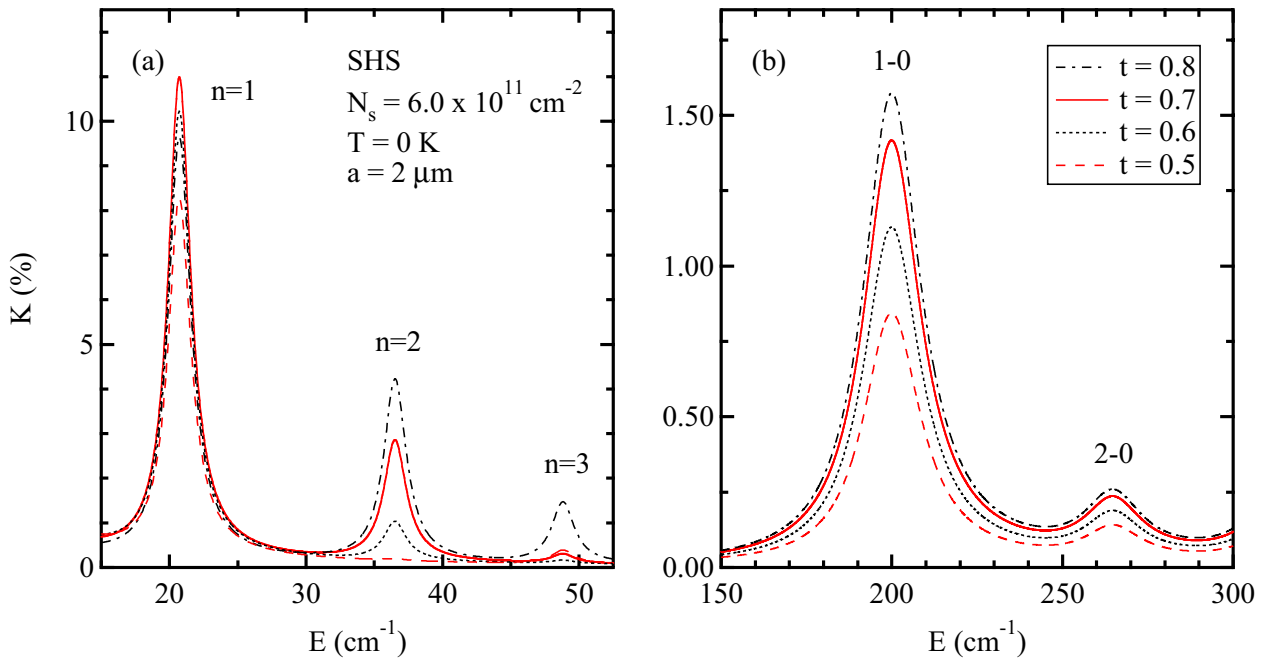
als auch der Intersubband-Moden [Abb. 3.6 (b)] tritt zwischen den Resonanzmaxima für  $n_m = 20$  und  $n_m = 25$  nur noch eine Differenz von etwa 1.5% auf, d. h. die Transfermatrix-Rechnungen liefern ab  $n_m = 20$  numerisch sehr stabile Resultate. Bei den folgenden numerischen Rechnungen wurde daher immer das Transfermatrix-Verfahren mit  $n_m = 20$  verwendet.

### 3.3.2 Die Effizienz des Gitterkopplers

Dieser Abschnitt ist einer Untersuchung der Effizienz des Gitterkopplers bei der Anregung von Q2D-Plasmonen in Abhängigkeit von Tastverhältnis  $t$ , Abstand  $d_1$  zwischen Gitterkoppler und Q2DEG sowie von der Gitterperiode  $a$  gewidmet. Zusätzlich wird zum Vergleich die Absorption des Q2DEG ohne Gitter für verschiedene Werte des Einfallswinkels  $\Theta$  (Abb. 3.1) betrachtet.

Die Absorption des Q2DEG in der SHS ohne Gitterkoppler ist in Abb. 3.7 für vier verschiedene Werte von  $\Theta$  illustriert. Ohne Gitter gilt für den Wellenzahlvektor-Übertrag immer  $q_{x0} < E\sqrt{\varepsilon_\infty}/\hbar c$  (Bereich links der Lichtgeraden in Abb. 2.2), so daß die elektromagnetische Strahlung nur durch die optische Intersubband-Resonanz (Dimensions-Resonanz) absorbiert werden kann. [Wen99b] Eine Ankopplung der Strahlung an die rechts der Lichtgeraden liegende Intrasubband-Mode ist dagegen nicht möglich. Man erkennt, daß bis  $\Theta = 60^\circ$  mit zunehmendem Einfallswinkel  $\Theta$  die Höhe der beiden Intersubband-Maxima zunimmt. Dies ist zu verstehen, da mit  $\Theta$  auch der Wellenzahlvektor-Übertrag  $q_{x0} = n_0(E/\hbar c) \sin \Theta$  und somit die  $z$ -Komponente (3.64) des elektrischen Feldes anwächst, was nach Gl. (3.77) zu einer Erhöhung der Absorption  $K(\omega)$  führt. Aufgrund der höheren Reflexionsverluste oberhalb des zwischen  $60^\circ$  und  $80^\circ$  liegenden Brewster-Winkels findet man für  $\Theta = 80^\circ$  wieder eine Abnahme der Absorption des Q2DEG, welche somit maximal etwa 10% der Absorption mit Gitterkoppler (Abb. 3.5) erreicht.

Abb. 3.8 zeigt die Abhängigkeit der normierten Absorption des Q2DEG in der SHS vom Tastverhältnis  $t$

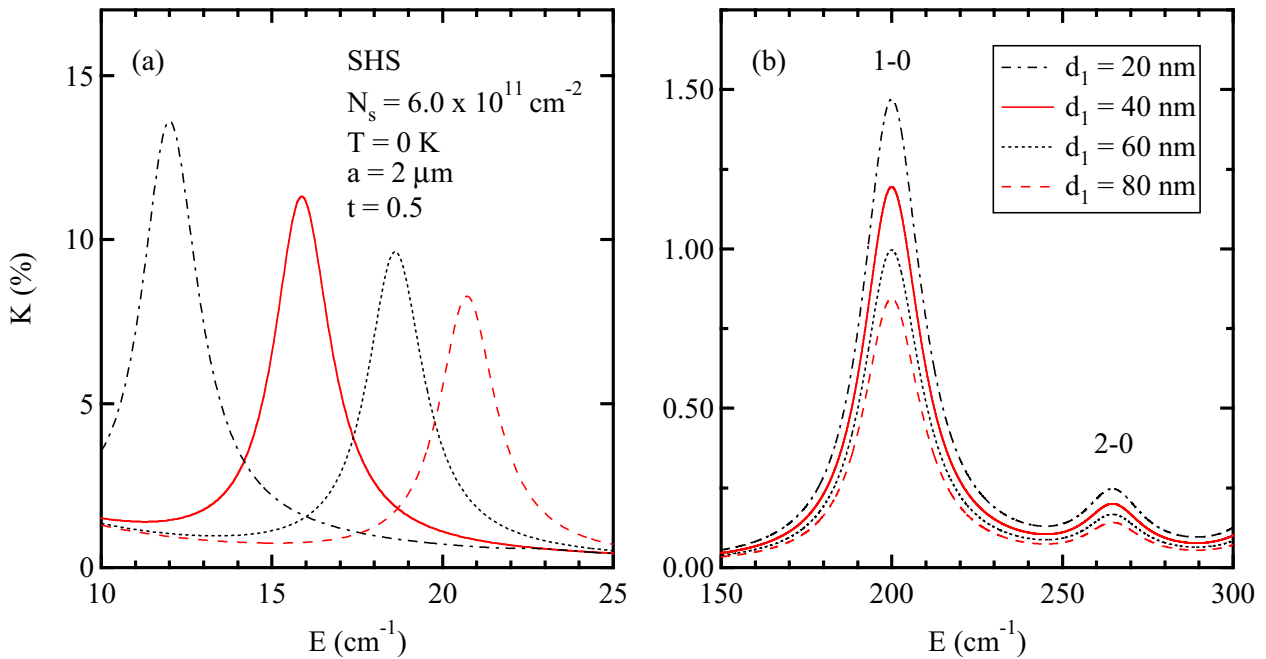


**Abbildung 3.8:** Absorptions-Spektren einer GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As-SHS der Elektronendichte  $N_s = 6.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  mit einem Gitterkoppler der Periode  $a = 2 \mu\text{m}$  für verschiedene Werte des Tastverhältnisses  $t$  im Energiebereich der (a) Intrasubband-Plasmonen und (b) Intersubband-Plasmonen.

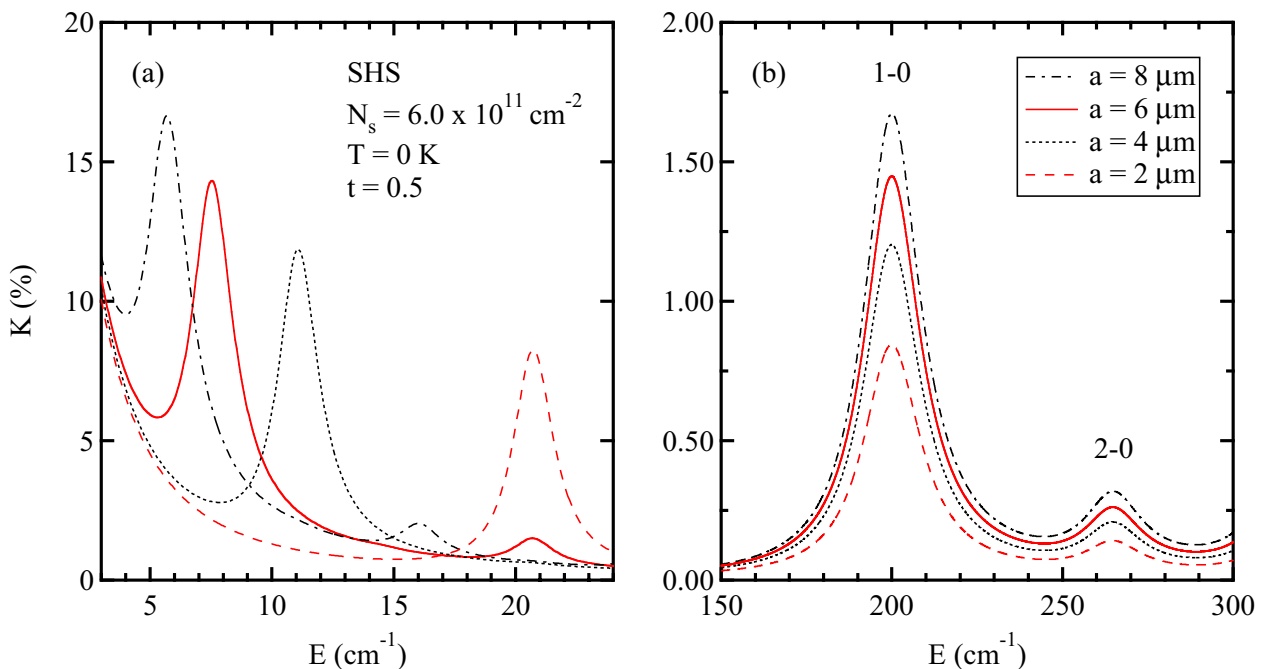
bei einer fest vorgegebenen Gitterperiode von  $a = 2 \mu\text{m}$ . Mit der Erhöhung des Metallanteils im Gitter ist eine bessere Ankopplung der elektromagnetischen Strahlung sowohl an die Intrasubband-Plasmonen [Abb. 3.8 (a)] als auch an die Intersubband-Plasmonen [Abb. 3.8 (b)] des Q2DEG verbunden. [Zhe90, Zhe91, Li 92, Wen99b] Verglichen mit dem Tastverhältnis  $t = 0.5$ , bei welchem die Intrasubband-Mode zur Beugungsordnung  $n = 2$  im Spektrum kaum wahrnehmbar ist (Abb. 3.5), liefert ein zunehmender relativer Metallanteil ein deutliches Anwachsen der Absorption dieser höheren harmonischen Anregungsmode. Bereits beim Tastverhältnis  $t = 0.7$  erreicht man eine optimale Ankopplung an die Intrasubband-Mode zu  $n = 1$ , deren Absorption für höhere Werte von  $t$  wieder abnimmt. Aufgrund des unterschiedlichen Abschirmverhaltens sind im Modell des zweidimensionalen Gitterkopplers im Gegensatz zum allgemeineren Fall eines dreidimensionalen Gitters [Wen99b] die Lagen der Absorptionslinien unabhängig vom Tastverhältnis. Die Theorie des Gitterkopplers endlicher Höhe von Wendler und Kraft [Wen99b] hat darüber hinaus gezeigt, daß die Intensität der Resonanzmaxima im Bereich von  $h = 1 \text{ nm}$  bis  $h = 150 \text{ nm}$  nahezu unabhängig von der Gitterhöhe  $h$  ist. Dies gilt, da im FIR-Spektralbereich die einfallende Strahlung eine im Vergleich zu den Gitterkoppler-Höhen sehr große Wellenlänge aufweist.

Die Abhängigkeit der Absorption des Q2DEG von dessen räumlichem Abstand  $d_1$  zur Ebene des zweidimensionalen Gitters ist in Abb. 3.9 illustriert. Durch die Verringerung des Abstands zwischen Gitterkoppler und quasi-zweidimensionalem Elektronengas läßt sich die Kopplungseffizienz sowohl an die Intrasubband-Plasmonen [Abb. 3.9 (a)] als auch an die Intersubband-Plasmonen [Abb. 3.9 (b)] deutlich erhöhen. Während die Lage der Intersubband-Plasmon-Resonanzmaxima konstant bleibt, verringert sich mit kleinerem  $d_1$  die Energie der Intrasubband-Mode aufgrund der wirksameren Abschirmung durch die metallische Gate-Elektrode.

Absorptions-Spektren der SHS für verschiedene Werte der Gitterperiode  $a$  bei festem Tastverhältnis  $t = 0.5$  sind im Energiebereich der Intrasubband-Plasmonen in Abb. 3.10 (a) und im Energiebereich der Intersubband-Plasmonen in Abb. 3.10 (b) dargestellt. Die Intrasubband-Resonanzpositionen verschieben mit abnehmender



**Abbildung 3.9:** Absorption einer GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As-SHS der Elektronendichte  $N_s = 6.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  mit einem Gitterkoppler der Periode  $a = 2 \mu\text{m}$  und dem Tastverhältnis  $t = 0.5$  für verschiedene Werte des Abstandes  $d_1$  zwischen Gitter und Elektronengas im Energiebereich des (a) Intrasubband-Plasmons zu  $n = 1$  und (b) der Interband-Plasmonen.



**Abbildung 3.10:** Absorptions-Spektren einer GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As-SHS der Elektronendichte  $N_s = 6.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  für vier verschiedene Werte der Gitterperiode  $a$  (2  $\mu\text{m}$ , 4  $\mu\text{m}$ , 6  $\mu\text{m}$  und 8  $\mu\text{m}$ ) bei festem Tastverhältnis  $t = 0.5$  im Energiebereich der (a) Intrasubband-Plasmonen und (b) Interband-Plasmonen.

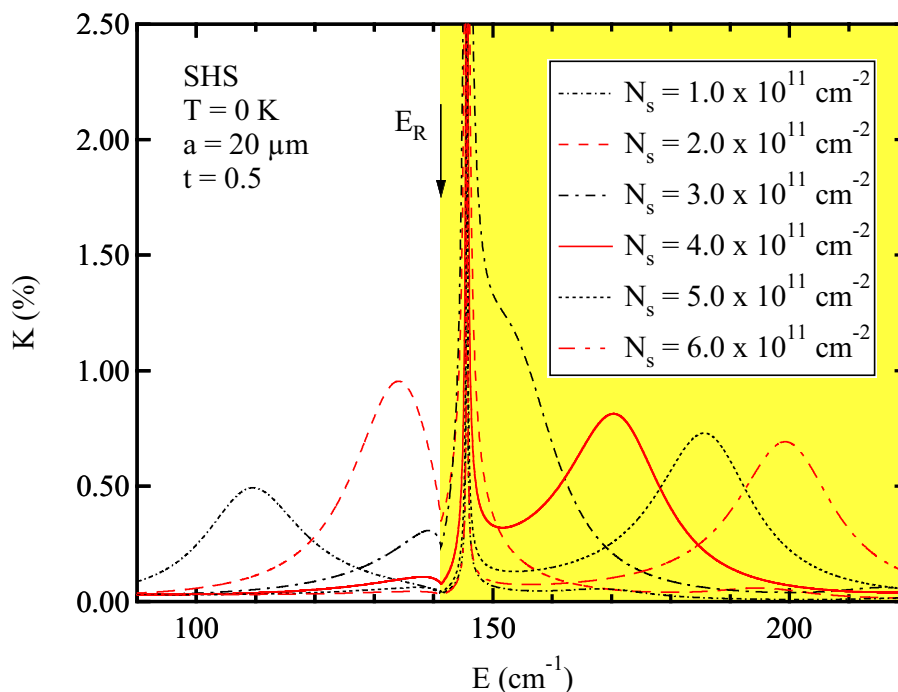


Gitterperiode  $a$  zu höheren Werten, da die einfallende Strahlung dann die Dispersionsrelation bei größeren Wellenzahlvektoren  $q_{xn} = n(2\pi/a)$  abtastet. Aufgrund der sehr schwachen Dispersion der Intersubband-Moden nimmt die Energie der (1-0)- und (2-0)-Absorptionsmaxima bei sinkender Gitterperiode, d. h. wachsendem Wellenzahlvektor-Übertrag, nur geringfügig ab. Mit der Vergrößerung der Gitterperiode  $a$  ist eine stärkere Absorption des Q2DEG zu beobachten, da nach Gl. (3.8) mit  $q_{xn}$  auch die rein imaginäre Wellenzahlvektor-Komponente  $q_{zn}^{(\nu)}$  kleiner wird. Das Feld der  $n$ -ten Beugungsordnung fällt somit weniger stark mit  $z$  ab, so daß für größere Gitterperioden die Feldamplitude in der Schicht  $\nu$  des Q2DEG höher ist.

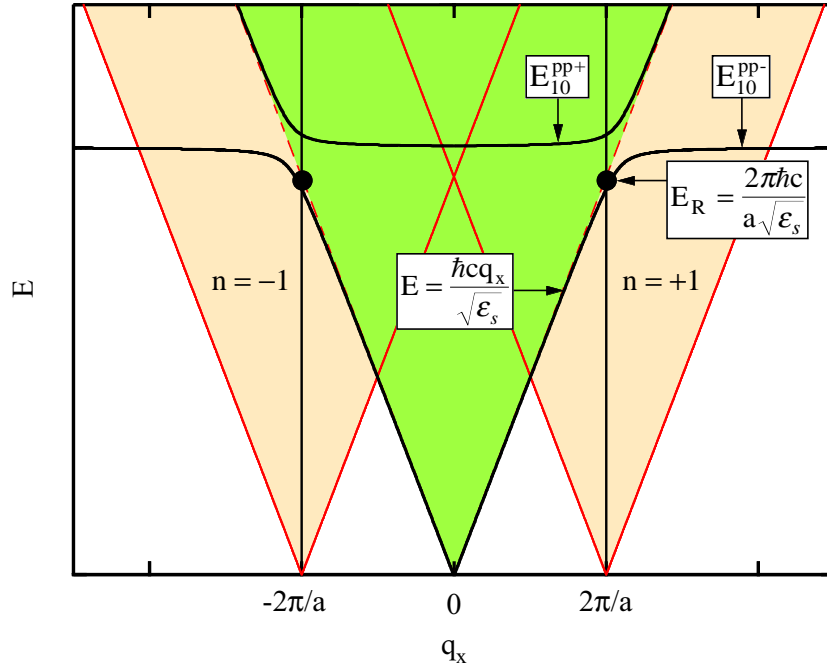
Eine effiziente Ankopplung des elektromagnetischen Strahlungsfeldes an die Q2D-Plasmonen erreicht man somit durch einen möglichst geringen Abstand zwischen Gitterkoppler und Q2DEG, einen hohen relativen Metallanteil des Gitters sowie durch die Wahl einer großen Gitterperiode. Wird die Gitterkonstante jedoch größer als die Wellenlänge  $\lambda_{jk} = 2\pi\hbar c/(\sqrt{\varepsilon_s}E_{jk}^p)$  der FIR-Strahlung bei der Resonanzenergie  $E_{jk}^p$ , nimmt die Kopplungseffizienz wieder ab und verschwindet wie erwartet für  $a \rightarrow \infty$ . [Wen97] Im Regime  $a \approx \lambda_{jk}$  zeigen die Spektren des Q2DEG die sogenannte Rayleigh-Anomalie, [Ray07] welche im folgenden Abschnitt detailliert untersucht wird.

### 3.3.3 Absorptions-Spektren im Energiebereich der Rayleigh-Anomalie des Gitters

Abbildung 3.11 zeigt die Absorption einer GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As-SHS mit einem Gitterkoppler der Periode  $a = 20 \mu\text{m}$  für verschiedene Werte der Elektronendichte  $N_s$  im Energiebereich der (1-0)-Intersubband-Mode. Entsprechend der in Abb. 2.4 (b) dargestellten Dichteabhängigkeit der Energie  $E_{10}^p$  beobachtet man mit wach-



**Abbildung 3.11:** Berechnete Absorption der (1-0)-Intersubband-Mode einer GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As-SHS mit einem Gitterkoppler der Periode  $a = 20 \mu\text{m}$  für verschiedene Werte der Elektronendichte  $N_s$ . Im schattierten Bereich oberhalb der durch den Pfeil markierten Rayleigh-Energie  $E_R$  ist neben der nullten auch die erste Beugungsordnung des Gitters in GaAs eine sich entlang der  $z$ -Richtung ausbreitende Welle.



**Abbildung 3.12:** Veranschaulichung der Optik eines Gitterkopplers im Energiebereich der Rayleigh-Anomalie. Bei senkrechter Inzidenz ( $\Theta = 0^\circ$ ) schneiden die durchgezogenen Rasterlinien zu den Beugungsordnungen  $n = \pm 1$  innerhalb der zugehörigen hell schattierten Lichtkonusse die als Strichlinie eingezeichnete Grenze des Regimes der strahlenden (virtuellen) Moden (dunkel schattierter Bereich) bei der durch Punkte ( $\bullet$ ) gekennzeichneten Rayleigh-Energie  $E_R = 2\pi\hbar c / (a\sqrt{\varepsilon_s})$ . Unterhalb der Energie  $E_R$  ist nur die nullte Beugungsordnung der FIR-Strahlung eine entlang  $z$  propagierende Welle, und das Licht koppelt für  $E < E_R$  an den unteren Plasmon-Polariton-Zweig  $E_{10}^{pp-}$ . Für  $E > E_R$  werden auch die Beugungsordnungen  $n = \pm 1$  zu sich ausbreitenden Wellen, was mit der Anregung des oberen Plasmon-Polariton-Zweiges  $E_{10}^{pp+}$  verbunden ist.

sender Elektronendichte eine deutliche Verschiebung der (1-0)-Absorptionsmaxima zu höheren Energien. Bei etwa  $145 \text{ cm}^{-1}$  werden die Spektren von einer nahezu Delta-förmigen Struktur überlagert, was im Fall der Elektronendichte  $N_s = 3.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  eine starke Resonanzüberhöhung der Absorption bewirkt. Die Höhe der Resonanzmaxima nimmt nicht, wie nach Gl. (3.77) erwartet, mit steigender Elektronendichte zu, sondern wird ab  $N_s = 4.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  kontinuierlich mit wachsender Dichte wieder geringer.

Die Delta-förmige Struktur in Abb. 3.11 wird durch die Rayleigh-Anomalie des Gitters verursacht, welche auftritt, wenn die Wellenlänge  $\lambda_s = 2\pi\hbar c / (\sqrt{\varepsilon_s} E)$  der FIR-Strahlung im Halbleitermaterial gerade mit der Gitterkonstanten  $a$  übereinstimmt, d. h. im vorliegenden Beispiel bei der Rayleigh-Energie  $E_R = 141.25 \text{ cm}^{-1}$ . Die beiden Regime oberhalb und unterhalb der Rayleigh-Energie  $E_R$  sind dabei dadurch charakterisiert, daß im Fall  $E < E_R$ , welcher in den meisten experimentellen Situationen erfüllt ist (und auch für die bisher gezeigten Spektren immer gegeben war), nur die nullte Beugungsordnung des Gitters eine in GaAs entlang der  $z$ -Richtung propagierende Welle darstellt, während ab  $E > E_R$  auch die Beugungsordnungen  $n = \pm 1$  mit sich ausbreitenden Wellen verbunden sind. [Wen97, Wen99b]

Das Verhalten der Wellenausbreitung entlang der  $z$ -Richtung in GaAs (Schichtindex  $\nu = 2$ ) wird durch die Wellenzahlvektor-Komponente  $q_{zn}^{(2)}$  beschrieben. Nach Gl. (3.8) ist im Rahmen der  $\varepsilon_s$ -Näherung die Komponente  $q_{z(\pm 1)}^{(2)}$  zu den Beugungsordnungen  $n = \pm 1$  reell und positiv, falls  $\varepsilon_s(\omega^2/c^2) > [n_0(\omega/c) \sin \Theta \pm (2\pi/a)]^2$ , jedoch rein imaginär, falls  $\varepsilon_s(\omega^2/c^2) < [n_0(\omega/c) \sin \Theta \pm (2\pi/a)]^2$ . Im Fall senkrechter Inzidenz ( $\Theta = 0^\circ$ ) be-

steht daher unterhalb der Rayleigh-Energie  $E_R = 2\pi\hbar c / (a\sqrt{\varepsilon_s})$  die FIR-Strahlung zu den Beugungsordnungen  $n = \pm 1$  aus evaneszenten Wellen, deren Felder exponentiell mit dem zurückgelegten Weg abfallen. Für  $E > E_R$  werden jedoch auch die zu den Beugungsordnungen  $n = \pm 1$  gehörenden Strahlen zu sich ausbreitenden Wellen. Die Rayleigh-Anomalie tritt also, wie in Abb. 3.12 veranschaulicht, genau dann im Spektrum auf, wenn die Rasterlinien zu den Beugungsordnungen  $n = \pm 1$  der im vorliegenden Fall senkrecht auf die Probe fallenden Strahlung gerade in den Lichtkegel zur nullten Beugungsordnung eindringen. Bei der Rayleigh-Energie  $E_R$  kommt es zu einer raschen Umverteilung der Amplituden aller Beugungsordnungen aufgrund des Übergangs von evaneszenter zu propagierender Strahlung bei den Beugungsordnungen  $n = \pm 1$ , [Wen97, Wen99b] was sich in den Absorptions-Spektren (Abb. 3.11) bei  $E = E_R$  als leichtes Minimum äußert, an dessen höherenergetischer Seite ein nahezu Delta-förmiges Signal auftritt.

Anhand Abb. 3.12 ist zu erkennen, daß die beiden Energiebereiche unter- und oberhalb der Rayleigh-Anomalie durch eine unterschiedliche Ankopplung der Strahlung an die Intersubband-Übergänge des Q2DEG gekennzeichnet sind. Während im Fall  $E < E_R$  durch die Beugungswellen erster Ordnung der (normale) Plasmon-Polariton-Zweig  $E_{10}^{pp-}$  angeregt wird, koppelt die Strahlung zu den Beugungsordnungen  $n = \pm 1$  für Energien  $E > E_R$  an die (virtuelle) optische Intersubband-Resonanz  $E_{10}^{pp+}$ . [Wen99a]

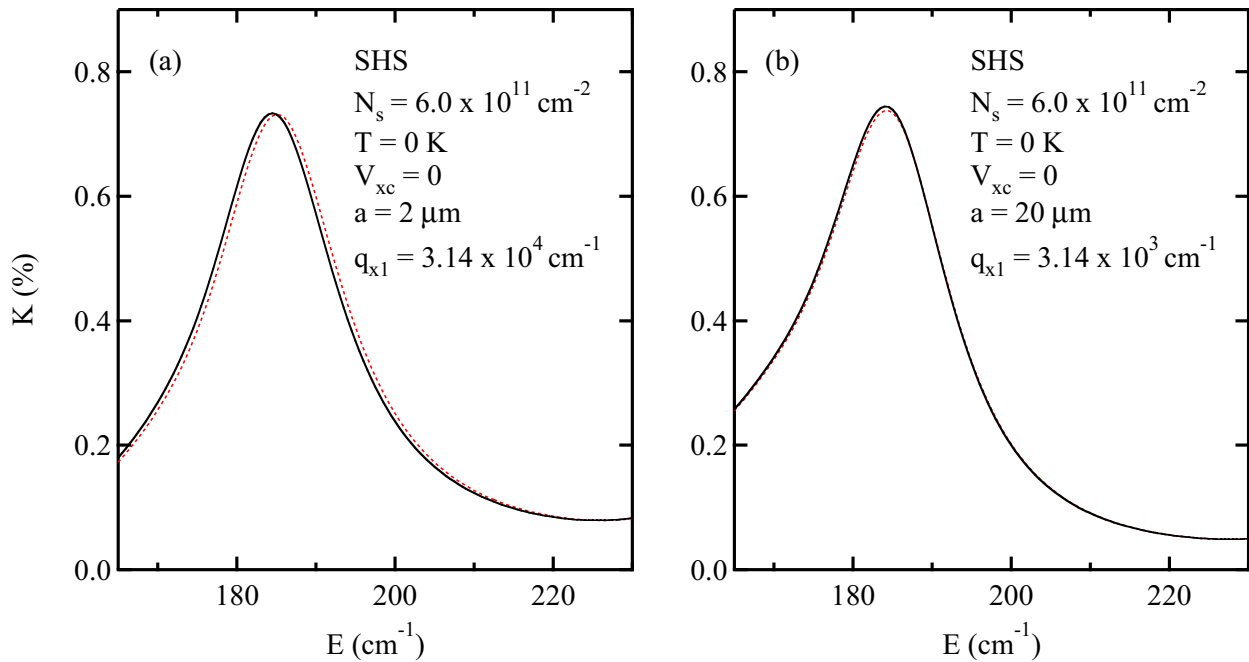
Die in Abb. 3.11 beobachtete Rayleigh-Anomalie tritt in der GaAs-Schicht auf, in welcher das Q2DEG synthetisiert ist. In einem realen Transmissions-Experiment, in dem sich der Detektor im Vakuum unterhalb des Schichtsystems (Abb. 3.1) befindet, kann diese sogenannte interne Rayleigh-Anomalie nicht nachgewiesen werden, da sich die Beugungswellen erster Ordnung im Vakuum erst bei entsprechend Gl. (3.8) höheren Energien auszubreiten beginnen. Die gemessenen Transmissions-Spektren enthalten jedoch auch für den Fall, daß nur die nullte Beugungsordnung der FIR-Strahlung propagierenden Charakter besitzt und somit den Detektor erreicht, aufgrund der über die Randbedingungen (3.16) und (3.17) induzierten Kopplung der verschiedenen Beugungswellen des Gitters die volle Information aller Beugungsordnungen im Q2DEG. [Wen99b]

### 3.3.4 Der Einfluß der Retardierung auf die Absorptions-Spektren

Die bisher gezeigten Absorptions-Spektren wurden im nicht-retardierte Grenzfall von Gl. (3.76) berechnet, d. h. unter Annahme einer instantanen Wechselwirkung der Q2D-Plasmonen mit dem elektromagnetischen Strahlungsfeld. Im folgenden wird der Einfluß der Retardierung auf die Absorption des Q2DEG untersucht, wobei der Effekt von Austausch und Korrelation hier unberücksichtigt bleibt ( $V_{xc} = 0$ ), da das in Abschnitt 2.3.2 vorgestellte N-Subband-Modell des Stromantwort-Schemas bei Einbeziehung des induzierten Austausch-Korrelations-Potentials nur im nicht-retardierte Fall die korrekten Anregungsenergien liefert.

Abb. 3.13 zeigt die Absorptions-Spektren des (1-0)-Intersubband-Plasmons mit und ohne Retardierung bei der Elektronendichte  $N_s = 6.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  für zwei verschiedene Werte der Gitterperiode  $a$ , d. h. des Wellenzahlvektor-Übertrags  $q_{x1}$ . Bei  $q_{x1} = 3.14 \times 10^4 \text{ cm}^{-1}$  [ $a = 2 \mu\text{m}$ , Abb. 3.13 (a)] ist der langwellige Grenzfall  $q_{x1} \gg E\sqrt{\varepsilon_s}/\hbar c$  erfüllt, und man erwartet einen nur schwachen Einfluß der Retardierung auf die Q2D-Plasmon-Anregungsenergien. [Wen93] Die Absorptionsprofile der retardierten und der nicht-retardierte Mode zeigen dementsprechend neben einer nahezu identischen Maximalabsorption nur eine geringe Abweichung  $E_{10}^p - E_{10}^{pp-} \approx 0.5 \text{ cm}^{-1}$  der Resonanzpositionen. Bei einem Wellenzahlvektor-Übertrag von  $q_{x1} = 3.14 \times 10^3 \text{ cm}^{-1}$  [ $a = 20 \mu\text{m}$ , Abb. 3.13 (b)] wird gemäß den Ausführungen in Abschnitt 3.3.3 für  $N_s = 6.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  nicht der untere (normale) Q2D-Plasmon-Polariton-Zweig  $E_{10}^{pp-}$ , sondern die virtuelle Mode der Energie  $E_{10}^{pp+}$  angeregt. Die Resonanzprofile mit und ohne Retardierung weisen in diesem Fall eine annähernd gleiche Maximalabsorption sowie eine innerhalb der Darstellgenauigkeit identische Resonanzposition auf.

Da die berechneten Absorptionsprofile mit und ohne Retardierung eine nur geringe Abweichung der Resonanzmaxima und Resonanzpositionen zeigen, fand im Rahmen dieser Arbeit zur Beschreibung experimenteller



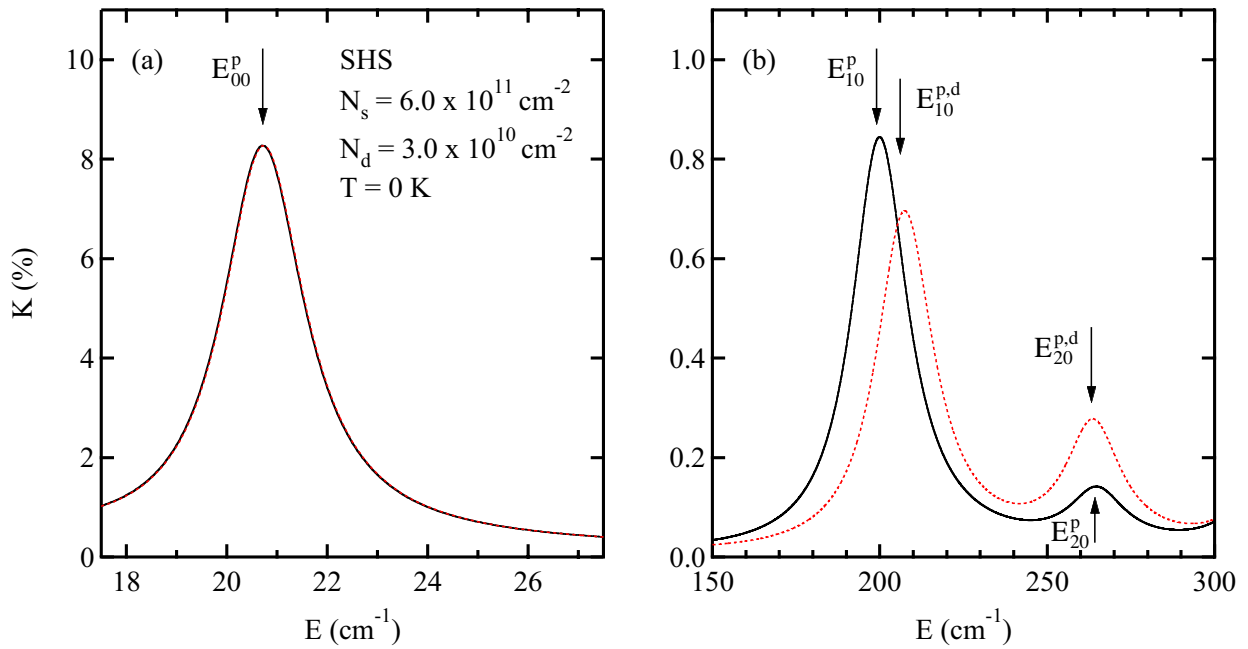
**Abbildung 3.13:** Absorption der (1-0)-Intersubband-Mode einer GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As-SHS der Elektronendichte  $N_s = 6.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  bei der Gitterkoppler-Periode (a)  $2 \mu\text{m}$  und (b)  $20 \mu\text{m}$  mit (Vollinie) und ohne Einbeziehung der Retardierung (Punktlinie).

Ergebnisse ausschließlich der nicht-retardierte Grenzfall von Gl. (3.76) Anwendung. Dieser erlaubt zusätzlich auch die Berücksichtigung des induzierten Austausch-Korrelations-Potentials im Rahmen des N-Subband-Modells der Stromantwort und ist mit erheblich kürzeren Rechenzeiten verbunden, da ohne Retardierung die Matrixelemente (2.60) nicht von der Energie abhängen und daher nicht für jeden Punkt des Spektrums neu berechnet werden müssen.

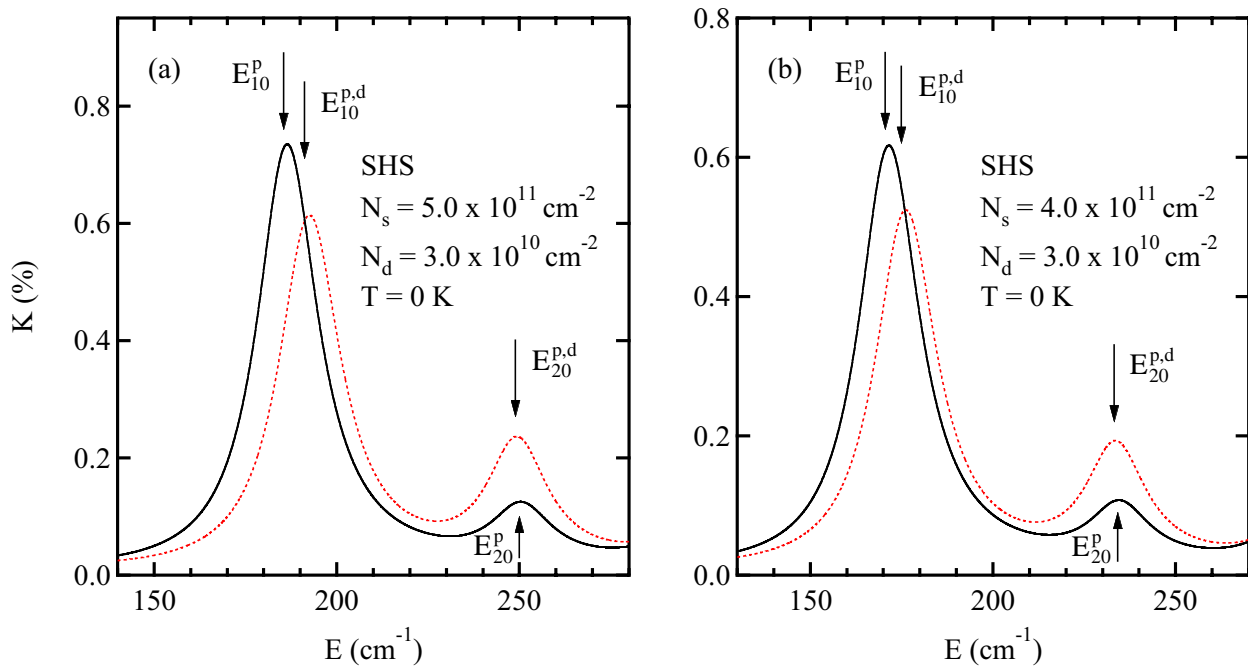
### 3.3.5 Der Einfluß der Intersubband-Kopplung auf die Absorption in Einfachheterostrukturen

In Abschnitt 2.2.4 wurde gezeigt, daß in einer SHS die Anregungsenergie der (1-0)-Intersubband-Mode aufgrund der Kopplung an Übergänge aus dem untersten Subband in die höheren angeregten Zustände spürbar beeinflusst werden kann. So liegt für die Elektronendichte  $N_s = 6.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  die Energie des (1-0)-Plasmons einer GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As-SHS bei einer Verarmungsladungsdichte von  $N_d = 3.0 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ , der Temperatur  $T = 0 \text{ K}$  und dem Wellenzahlvektor-Übertrag  $q = 3.14 \times 10^4 \text{ cm}^{-1}$  im Fünf-Subband-Modell um etwa  $6.5 \text{ cm}^{-1}$  niedriger als in diagonalen Näherung [Abb. 2.4 (b)]. Im folgenden wird nun die Frage geklärt, wie sich die gegenseitige Wechselwirkung der Q2D-Plasmonen einer SHS in einem optischen Experiment manifestiert und von welchen Parametern diese Kopplung maßgeblich bestimmt wird.

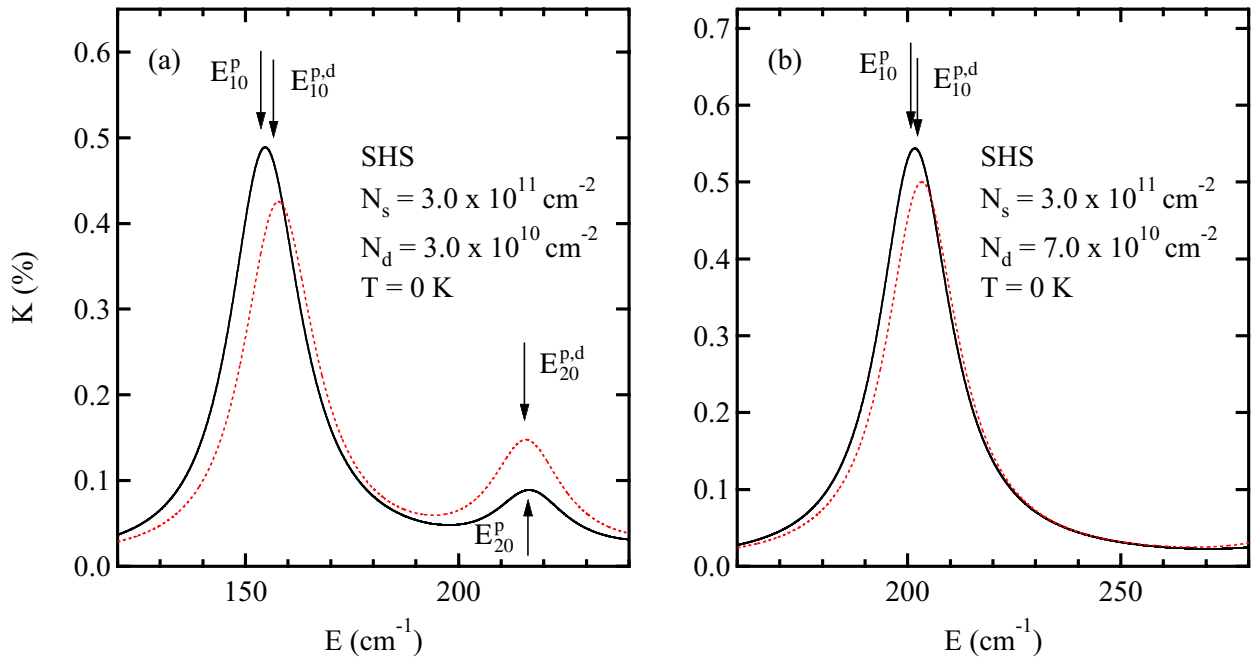
Die Absorption einer GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As-SHS der Elektronendichte  $N_s = 6.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  bei der Temperatur  $T = 0 \text{ K}$  ist in Abb. 3.14 mit und ohne Berücksichtigung der Intersubband-Kopplung dargestellt. Die Pfeile kennzeichnen hier die im Fünf-Subband-Modell des Dichteantwort-Schemas und in diagonalen Näherung berechneten Anregungsenergien der Q2D-Plasmonen. Während entsprechend Abb. 2.4 (a) die Resonanzenergie der (0-0)-Mode kaum durch die Intersubband-Kopplung beeinflusst wird, und auch die Maximalabsorption sich daher nicht gegenüber dem Fall voneinander unabhängiger Plasmonen ändert [Abb. 3.14 (a)], beobach-



**Abbildung 3.14:** Absorptions-Spektren einer GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As-SHS der Elektronendichte  $N_s = 6.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  mit einem Gitterkoppler der Periode  $a = 2 \mu\text{m}$ , berechnet im Fünf-Subband-Modell (Volllinien) und in diagonaler Näherung (gepunktete Linien) im Energiebereich des (a) Intrasubband-Plasmons zu  $n = 1$  und (b) der Intersubband-Plasmonen. Die im Dichteantwort-Schema berechneten Anregungsenergien der Q2D-Plasmonen sind durch Pfeile gekennzeichnet.



**Abbildung 3.15:** Intersubband-Absorption einer GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As-SHS der Elektronendichte (a)  $N_s = 5.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  und (b)  $N_s = 4.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  mit einem Gitterkoppler der Periode  $a = 2 \mu\text{m}$ , berechnet im Fünf-Subband-Modell (Volllinien) und in diagonaler Näherung (gepunktete Linien).



**Abbildung 3.16:** Intersubband-Absorptions-Spektren einer  $\text{GaAs}/\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$ -SHS der Elektronendichte  $N_s = 3.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  mit einem Gitterkoppler der Periode  $a = 2 \mu\text{m}$ , berechnet im Fünf-Subband-Modell (Volllinien) und in diagonalen Näherung (gepunktete Linien) für eine Verarmungsladungsdichte von (a)  $N_d = 3.0 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$  und (b)  $N_d = 7.0 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ .

tet man neben der gegenseitigen energetischen Verschiebung der (1-0)- und (2-0)-Plasmon-Resonanzen um ca.  $7.5 \text{ cm}^{-1}$  auch eine deutliche Veränderung der Anregungsstärken beider Moden. In diagonalen Näherung verhält sich die (1-0)- zur (2-0)-Maximalabsorption wie 2.5 : 1, was in etwa dem Quotienten  $(f_{10}/f_{20}) = 2.9$  der Oszillatorstärken  $f_{10} = 0.415$  und  $f_{20} = 0.144$  entspricht. Durch den Einfluß der Intersubband-Kopplung erhöht sich die Anregungsstärke der (1-0)-Mode, während die (2-0)-Mode gleichzeitig an Intensität verliert, so daß sich das Verhältnis der (1-0)- zur (2-0)-Maximalabsorption in diesem Fall mit 6 : 1 mehr als verdoppelt. Aufgrund der Kopplung der (1-0)- an die (2-0)-Anregungsmode (und an die Übergänge aus dem untersten Subband in die höheren angeregten Zustände) gewinnt das (1-0)-Intersubband-Plasmon somit auf Kosten der (2-0)-Mode deutlich an Oszillatorstärke.

Die (1-0)- und (2-0)-Intersubband-Plasmonen entsprechen Oszillationen der Ladungsdichte entlang der Wachstumsrichtung  $z$ , welche sich aufgrund der Coulomb-Kopplung nicht unabhängig voneinander bewegen können. Dies führt zur Ausbildung einer (1-0)-artigen Mode, in der die Ladungsdichte-Oszillationen in den beiden beteiligten Subbändern hauptsächlich phasengleich schwingen, und einer (2-0)-artigen Mode, die der gegenphasigen Bewegung der wechselwirkenden Oszillationen entspricht. [Wen94] Das gleichphasige (optische) Intersubband-Plasmon koppelt stark an das oszillierende elektromagnetische Strahlungsfeld und gewinnt daher auf Kosten der nur schwach an das Strahlungsfeld koppelnden gegenphasigen (akustischen) Intersubband-Plasmon an Oszillatorstärke. Entsprechend dieser Interpretation sollte die gegenseitige Wechselwirkung bei niedrigerer Elektronendichte abnehmen und in diesem Fall ein geringerer Austausch an Oszillatorstärke stattfinden. Genau dieses Verhalten ist in den Abbn. 3.15 (a), 3.15 (b) und 3.16 (a) zu beobachten: Mit sinkender Dichte nimmt sowohl die Energieverschiebung als auch der Übergang der Oszillatorstärke von der (2-0)- zur (1-0)-Mode aufgrund der Intersubband-Kopplung ab, und bei einer Elektronendichte von  $N_s = 3.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$

[Abb. 3.16 (a)] beträgt im Fünf-Subband-Modell der Quotient der (1-0)- zur (2-0)-Maximalabsorption nur noch 5.5 : 1, während das Verhältnis der Anregungsstärken der ungekoppelten Moden hier wie 2.9 : 1 skaliert.

Abb. 3.16 (b) zeigt die Absorption des Q2DEG in der Einfachheterostruktur ebenfalls bei der Elektronendichte  $N_s = 3.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ , jedoch für die höhere Verarmungsladungsdichte  $N_d = 7.0 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ . Aufgrund des steileren Verlaufs des elektronischen Einschlußpotentials  $V(z)$  bei einer größeren Verarmungsladungsdichte werden die Subband-Abstände und damit auch die Differenzen zwischen den einzelnen Intersubband-Plasmon-Energien deutlich erhöht. Während bei  $N_d = 3.0 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$  der energetische Abstand der ungekoppelten (1-0)- und (2-0)-Anregungen etwa  $59 \text{ cm}^{-1}$  beträgt, ist diese Differenz für  $N_d = 7.0 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$  auf über  $100 \text{ cm}^{-1}$  angewachsen. Die (2-0)-Anregungsmode liegt somit in einem energetischen Bereich, der stark von der Elektron-LO-Phonon-Kopplung beeinflusst wird, und ist daher in Abb. 3.16 (b) nicht dargestellt. Verglichen mit dem Fall der niedrigeren Verarmungsladungsdichte ist hier für die (1-0)-artige Mode sowohl die Verschiebung der Resonanzposition als auch der Gewinn an Oszillatorstärke aufgrund der Intersubband-Kopplung deutlich reduziert.

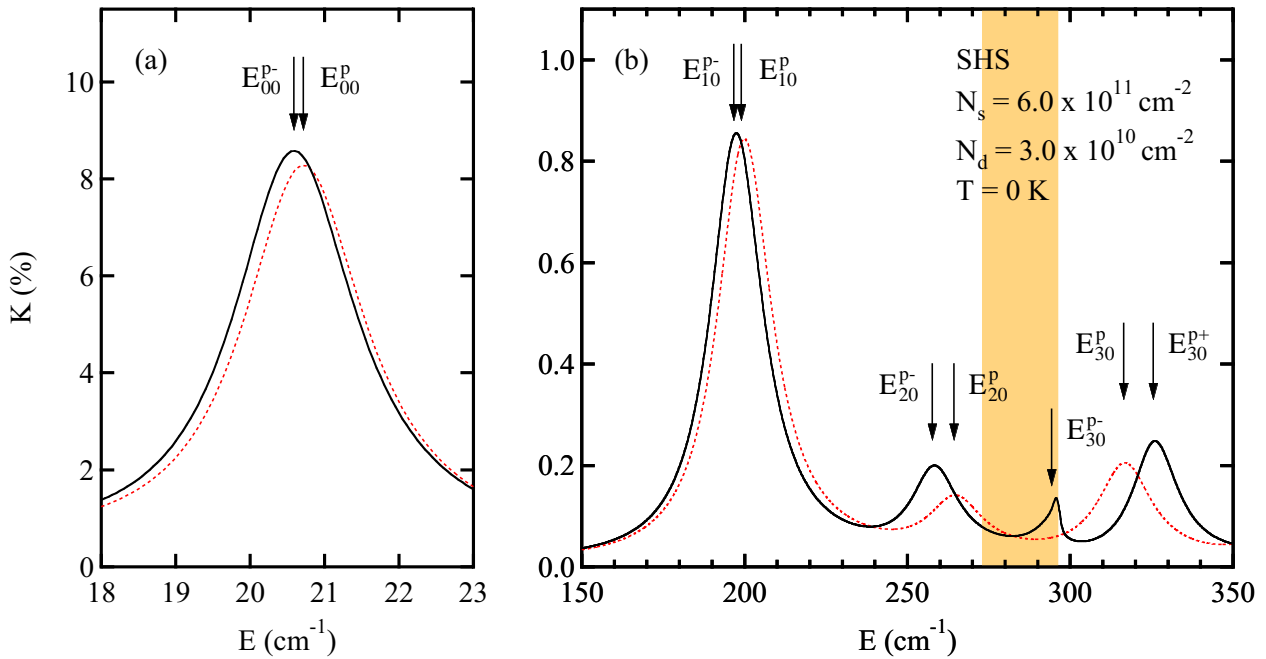
Neben der Elektronendichte  $N_s$  und der Verarmungsladungsdichte  $N_d$  bestimmt auch der Betrag des Wellenzahlvektor-Übertrags  $q$  die Stärke der Intersubband-Kopplung. Die Wechselwirkung der verschiedenen Anregungsmoden des Q2DEG wird durch die Nebendiagonalelemente in Gl. (2.67) beschrieben, welche im nicht-retardierten Limit entsprechend Gln. (2.60)-(2.63) Matricelemente enthalten, deren Integranden proportional zu  $\exp(-q|z - z'|)$  sind. Je geringer der Wellenzahlvektor-Übertrag  $q$ , d. h. je größer die Gitterperiode  $a$  gewählt wird, umso stärker ist somit die Auswirkung der Intersubband-Kopplung auf die Q2D-Plasmonen. Dieser Effekt ist jedoch im Bereich der realisierbaren Gitterperioden  $a$  weitaus kleiner als der Einfluß von Elektronen- und Verarmungsladungsdichte und wird hier daher nicht illustriert.

### 3.3.6 Der Einfluß der Plasmon-3D-LO-Phonon-Kopplung auf die Absorption in Einfachheterostrukturen

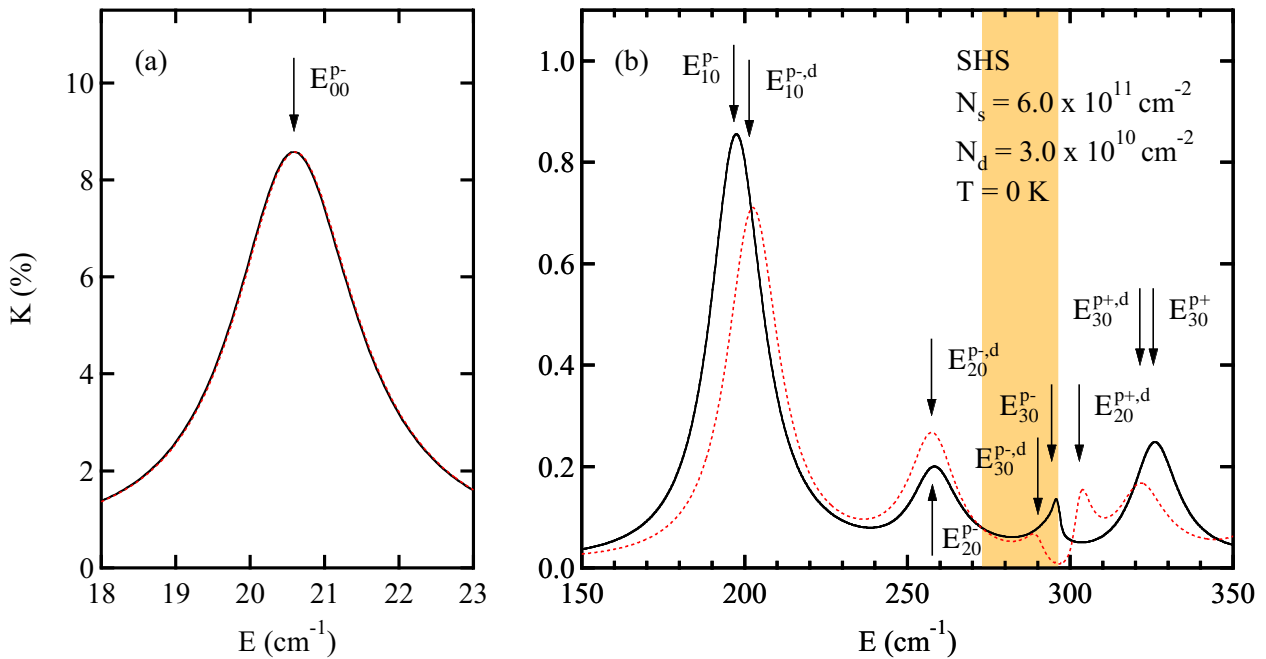
In GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As-Heterostrukturen führt die Ankopplung der Q2D-Plasmonen an die 3D-LO-Phononen von GaAs zu einer Aufspaltung der Moden in je einen Plasmon-artigen und einen Phonon-artigen Anregungs-zweig und damit zu einer energetischen Verschiebung der ungestörten Plasmon-Resonanzen (Abschnitt 2.2.4). Hier soll nun gezeigt werden, wie die Elektron-LO-Phonon-Kopplung die optische Absorption des Q2DEG in einer SHS beeinflusst, und welche Rolle die Intersubband-Kopplung in diesem quasi-zweidimensionalen Polarongas spielt.

Abb. 3.17 zeigt Absorptions-Spektren einer GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As-SHS der Elektronendichte  $N_s = 6.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ , welche im Fünf-Subband-Modell unter Berücksichtigung der Elektron-LO-Phonon-Kopplung und in  $\varepsilon_s$ -Näherung berechnet wurden. Wie bereits in Abschnitt 2.2.4 angesprochen, wird die Energie der (0-0)-Intrasubband-Mode durch die Ankopplung an die LO-Phonon-Anregung zu leicht niedrigeren Werten verschoben [Abb. 3.17 (a)]. Auch die Resonanzen der Plasmon-artigen (1-0)- und (2-0)-Intersubband-Moden liegen aufgrund der Elektron-Phonon-Wechselwirkung bei niedrigeren Energien als in  $\varepsilon_s$ -Näherung [Abb. 3.17 (b)], was im Fall des (2-0)-Plasmons zu einer deutlichen Erhöhung der Anregungsstärke führt. Während man knapp unterhalb von  $\hbar\omega_{LO}$  das asymmetrische Resonanzprofil der Phonon-artigen Anregungsmode  $E_{30}^{p-}$  beobachtet, treten im Spektrum keine mit den oberen Anregungsästen  $E_{00}^{p+}$ ,  $E_{10}^{p+}$  und  $E_{20}^{p+}$  verbundenen Strukturen auf, welche man leicht oberhalb der LO-Phonon-Energie erwarten würde (Abschnitt 2.2.4). Oberhalb des Reststrahlen-Bereichs ist zu erkennen, daß der Plasmon-artige (3-0)-Anregungsast  $E_{30}^{p+}$  durch die Elektron-LO-Phonon-Kopplung zu höheren Energien verschoben wird. Durch die Wechselwirkung mit den optischen Phononen von GaAs werden in der Nähe der Reststrahlen-Bande die Plasmon-artigen Intersubband-Moden also von der LO-Mode energetisch abgestoßen und gewinnen dabei an Anregungsstärke.

Die im Fünf-Subband-Modell berechnete Absorption des Q2DPG in der GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As-SHS ist in

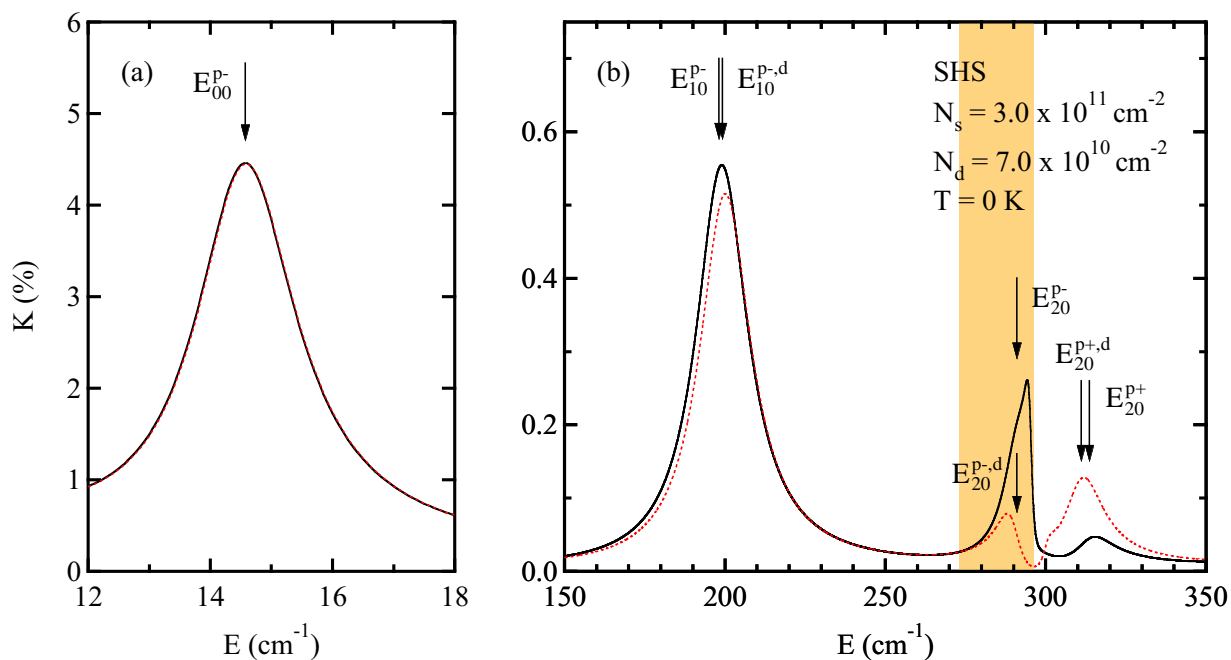


**Abbildung 3.17:** Absorption einer GaAs/ $Al_{0,3}Ga_{0,7}As$ -SHS der Elektronendichte  $N_s = 6.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  mit einem Gitterkoppler der Periode  $a = 2 \mu\text{m}$ , berechnet im Fünf-Subband-Modell unter Berücksichtigung der Elektron-LO-Phonon-Kopplung (Volllinien) und in  $\varepsilon_s$ -Näherung (gepunktete Linien) im Energiebereich der (a) Intrasubband-Plasmonen und (b) Intersubband-Plasmonen. Die Reststrahlen-Bande von GaAs ( $\hbar\omega_{\text{TO}} \leq E \leq \hbar\omega_{\text{LO}}$ ) ist schattiert eingezeichnet.



**Abbildung 3.18:** Intrasubband-Absorption (a) und Intersubband-Absorption (b) einer GaAs/ $Al_{0,3}Ga_{0,7}As$ -SHS der Elektronendichte  $N_s = 6.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  mit einem Gitterkoppler der Periode  $a = 2 \mu\text{m}$ , berechnet unter Berücksichtigung der Elektron-LO-Phonon-Kopplung im Fünf-Subband-Modell (Volllinien) und in diagonaler Näherung (gepunktete Linien). Die Reststrahlen-Bande von GaAs ( $\hbar\omega_{\text{TO}} \leq E \leq \hbar\omega_{\text{LO}}$ ) ist schattiert eingezeichnet.





**Abbildung 3.19:** Absorptions-Spektren einer GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As-SHS der Elektronendichte  $N_s = 3.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  und der Verarmungsladungsdichte  $N_d = 7.0 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$  mit einem Gitterkoppler der Periode  $a = 2 \mu\text{m}$ , berechnet unter Berücksichtigung der Elektron-LO-Phonon-Kopplung im Fünf-Subband-Modell (Volllinien) und in diagonaler Näherung (gepunktete Linien) im Energiebereich der (a) Intrasubband-Plasmonen und (b) Intersubband-Plasmonen. Das Gebiet der Reststrahlen-Bande von GaAs ( $\hbar\omega_{\text{TO}} \leq E \leq \hbar\omega_{\text{LO}}$ ) ist schattiert eingezeichnet.

Abb. 3.18 der entsprechenden Absorption in diagonaler Näherung gegenübergestellt. Wie im Fall der statischen Einbeziehung der Elektron-LO-Phonon-Wechselwirkung [Abb. 3.14 (a)] wird die (0-0)-Anregungsmode kaum von der Intersubband-Kopplung beeinflusst, während sich der energetische Abstand der Plasmon-artigen (1-0)- und (2-0)-Moden im Fünf-Subband-Modell um etwa  $5 \text{ cm}^{-1}$  vergrößert und gleichzeitig die (1-0)-Mode auf Kosten der (2-0)-Anregung an Oszillatorstärke gewinnt. Allerdings ist dieser Effekt kleiner als im Fall der  $\varepsilon_s$ -Näherung, da das LO-Phonon den Einfluß der energetisch oberhalb der Reststrahlen-Bande liegenden Intersubband-Moden abschirmt. Das Verhältnis der (1-0)- zur (2-0)-Maximalabsorption beträgt hier nur 4.3 : 1 und nimmt gegenüber dem Fall voneinander unabhängiger Plasmonen (2.7 : 1) in geringerem Maße zu. Auch die energetisch oberhalb des Reststrahlen-Bereichs liegenden Moden werden von der Intersubband-Kopplung beeinflusst, wobei die Plasmon-artige (3-0)-Mode der LO-Phonon-artigen (2-0)-Anregung nahezu die gesamte Oszillatorstärke entzieht.

Bei einer Verarmungsladungsdichte der GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As-SHS von  $N_d = 7.0 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$  und der Elektronendichte  $N_s = 3.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  wird die Intrasubband-Mode nur noch sehr gering von der Intersubband-Kopplung beeinflusst [Abb. 3.19 (a)]. Wie im Fall  $N_s = 6.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  und  $N_d = 3.0 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$  beträgt die Energie der Plasmon-artigen (1-0)-Anregung etwa  $200 \text{ cm}^{-1}$  [Abb. 3.19 (b)]. Aufgrund des großen energetischen Abstandes zur in  $\varepsilon_s$ -Näherung (Abschnitt 3.3.5) knapp oberhalb der Reststrahlen-Bande liegenden (2-0)-Anregungsmode und der damit verbundenen reduzierten Intersubband-Kopplung zwischen den Plasmon-artigen (1-0)- und (2-0)-Moden wird die Plasmon-artige (1-0)-Anregung jetzt schon durch die Diagonalnäherung sehr gut beschrieben. Der (2-0)-Übergang zeigt eine deutliche Aufspaltung in einen Plasmon-artigen und einen LO-Phonon-artigen Zweig, wobei die innerhalb der Reststrahlen-Bande liegende Phonon-artige Mo-

de aufgrund der Intersubband-Kopplung deutlich auf Kosten der Plasmon-artigen Mode an Oszillatorstärke gewinnt. Während in der Diagonalnäherung die Phonon-artige (1-0)-Anregung bei  $300 \text{ cm}^{-1}$  in Form einer schwach ausgeprägten Schulter im Spektrum erscheint, enthält die im Fünf-Subband-Modell berechnete Absorption keine auf diese Mode zurückzuführende Struktur.

Intersubband-Kopplung und Elektron-Phonon-Kopplung üben somit konkurrierende Einflüsse auf die Absorption des Q2DEG in einer SHS aus. Die optischen Phononen bewirken dabei eine energetische Abstoßung der Plasmon-Moden gegenüber der Energie  $\hbar\omega_{LO}$  und schirmen gleichzeitig die Wechselwirkung des (1-0)-Intersubband-Plasmons mit den oberhalb des Reststrahlen-Bereichs liegenden Übergängen vom nullten in höher angeregte Subbänder ab.

# Kapitel 4

## Experimentelle Grundlagen

Im Rahmen dieser Arbeit wurden die Gitterkoppler-induzierten Plasmon- und Plasmon-LO-Phonon-Anregungen des Q2DEG in GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As-Heterostrukturen mit Hilfe der Transmissions-Spektroskopie im ferninfraroten Spektralbereich untersucht. Das Meßprinzip sowie der Versuchsaufbau und die Auswertung der Transmissions-Experimente werden in Abschnitt 4.1 vorgestellt. Eine quantitative Beschreibung dieser Experimente erfordert die Kenntnis der zweidimensionalen Elektronendichte  $N_s$  und der Subband-Besetzungszahlen  $N_s^j$ . Der Bestimmung dieser Größen dienen Transport- und Kapazitäts-Messungen in einem senkrecht zur Ebene des Q2DEG angelegten Magnetfeld, deren Durchführung und Auswertung in Abschnitt 4.2 beschrieben wird. Der abschließende Abschnitt 4.3 ist der Darstellung der Probenpräparation gewidmet und enthält eine Auflistung des Schichtaufbaus und der Gitterparameter der untersuchten Proben.

### 4.1 Transmissions-Spektroskopie im ferninfraroten Spektralbereich

#### 4.1.1 Fourier-Transformations-Spektroskopie

Da im ferninfraroten Energiebereich zur Spektroskopie weder starke durchstimmbare Lichtquellen noch empfindliche Detektoren zur Verfügung stehen, bedient man sich hier der Technik der Fourier-Transformations-Spektroskopie, [Gen69, Bel72, Gei75, Dum93] um bei der erforderlichen Auflösung Spektren mit einem möglichst guten Signal-Rausch-Verhältnis zu erhalten. Unter Fourier-Transformations-Spektroskopie versteht man ein experimentelles Verfahren, bei welchem man ein Zweistrahl-Interferogramm der untersuchten Strahlung aufnimmt und das Spektrum rechnerisch durch die mit einem geeignet schnellen Algorithmus [Coo65] durchgeführte Fourier-Transformation (FFT)<sup>1</sup> gewinnt. Das Interferogramm enthält bei Kenntnis der Zuordnung zu den Gangunterschieden (Phasen) der beiden Teilstrahlen die gesamte Information über das unbekannte Spektrum.

Kernstück eines Fourier-Spektrometers ist das Michelson-Interferometer, in dem das Licht einer Strahlungsquelle über einen Strahlteiler in zwei kohärente Teilstrahlen von idealerweise gleicher Intensität zerlegt wird. Die beiden Teilbündel werden von je einem feststehenden und einem beweglichen Spiegel reflektiert und nach dem erneuten Passieren des Strahlteilers zur Interferenz gebracht. Das vom Detektor aufgenommene Interferogramm beschreibt die Intensität  $I$  der ferninfraroten Strahlung in Abhängigkeit von der optischen Gangdifferenz  $s$  der beiden Teilstrahlen: [Gei75]

$$I(s) = 2 \int_0^{+\infty} d\tilde{\nu} I(\tilde{\nu}) [1 + \cos(2\pi\tilde{\nu}s)] . \quad (4.1)$$

---

<sup>1</sup>Fast Fourier Transform

In Gl. (4.1) benennt  $\tilde{\nu} = 1/\lambda = \omega/(2\pi c)$  die Wellenzahl der elektromagnetischen Strahlung mit der Wellenlänge  $\lambda$  und  $I(\tilde{\nu})$  die gesuchte spektrale Intensitätsverteilung des Lichts, welche man nun mittels Fourier-Transformation erhält:

$$I(\tilde{\nu}) = \int_{-\infty}^{+\infty} ds [I(s) - I(\infty)] \cos(2\pi\tilde{\nu}s) . \quad (4.2)$$

Zur Berechnung des Spektrums wird nur der variierende Anteil des Interferogramms benötigt, und daher die auch bei optischen Gangunterschieden größer als die Kohärenzlänge des Lichts vorhandene konstante Intensität  $I(\infty)$  vom Interferogramm  $I(s)$  abgezogen. [Gei75]

In einem Fourier-Spektrometer ist nur eine endliche optische Gangdifferenz  $-s_m \leq s \leq +s_m$  der beiden Teilstrahlen realisiert, so daß auch die Intergration (4.2) nur im endlichen Intervall von  $-s_m$  bis  $+s_m$  erfolgen kann. Um das damit verbundene Auftreten künstlicher Nebenmaxima in den gewonnenen Spektren [Gei75] zu verhindern, multipliziert man vor der Fourier-Transformation das Interferogramm mit einer sogenannten Apodisations-Funktion, was zu einem kontinuierlichen Abfall der Intensität  $I(s)$  bis auf den Wert  $I(\pm s_m) = 0$  an den Integrationsgrenzen führt. Die Apodisation bewirkt gleichzeitig eine Halbierung des Auflösungsvermögens der Fourier-Transformations-Spektroskopie auf  $\Delta\tilde{\nu} = 1/s_m$ .

Im Gegensatz zur Gitter-Spektroskopie können bei der Fourier-Transformations-Spektroskopie alle Komponenten des Spektrums gleichzeitig gemessen werden (Multiplex-Vorteil), [Fel58] was zur Reduzierung des Anteils des Detektorrauschens am Signal führt, und es werden keine aperturbegrenzenden und damit intensitätsmindernden Blenden benötigt (Jacquinot-Vorteil). [Jac60] Moderne Fourier-Spektrometer erlauben zudem durch den Einsatz eines HeNe-Lasers eine sehr exakte und einfacher als in Gitter-Spektrometern durchführbare Wellenlängen-Kalibrierung (Connes-Vorteil). [Con66]

#### 4.1.2 Versuchsaufbau

Abb. 4.1 zeigt schematisch den im Rahmen dieser Arbeit zur Durchführung der Ferninfrarot-Transmissions-Spektroskopie verwendeten experimentellen Aufbau. [Bat84] Der Meßaufbau besteht aus dem Fourier-Spektrometer, einem  $^4\text{He}$ -Magnetkryostaten mit Temperatureinsatz (VTI)<sup>2</sup>, welcher auch den Bolometer-Detektor enthält, einem Steuercomputer zur Datenverarbeitung und der Steuerelektronik zur variablen Kontrolle der Meßparameter.

Das von einer Hg-Lampe im fernen Infrarot emittierte Licht wird in dem 'Rapid-Scan'-Fourier-Spektrometer (Bruker IFS 66v) moduliert und mittels Messing-Wellenleitern in den Kryostaten geführt und auf die Probe fokussiert. Im 12/14-Tesla-Magnetkryostaten (Oxford Instruments) können mit Hilfe des Temperatureinsatzes Proben temperaturen  $T$  im Bereich von 1.5 K bis 300 K realisiert werden. Die Probe wird dabei mittels eines Probenhalters so weit in den VTI eingeführt, daß sie sich im Zentrum der supraleitenden Magnetspule befindet. Die Temperaturregelung erfolgt durch manuelles Einstellen des He-Gasflusses im VTI bei gleichzeitigem Gegenheizen mit einem Heizwiderstand sowie über eine Heizspule am Probenhalter. Neben der Kontrolle des Magnetfelds  $B$  und der Temperatur  $T$  erlaubt die Steuerelektronik des Meßaufbaus auch die Variation der Spannung  $V_g$  zwischen einer auf die Probe präparierten Gate-Elektrode und dem Q2DEG, wodurch die zweidimensionale Ladungsträgerdichte  $N_s$  über den elektrischen Feld-Effekt geändert werden kann. Ein in den VTI integriertes Si-Bolometer detektiert die modulierte Strahlung und leitet das verstärkte Signal auf den Steuercomputer. Vom Meßprogramm (Bruker OPUS) wird das Interferogramm schließlich durch Fourier-Transformation in ein Spektrum umgerechnet.

<sup>2</sup>Variable Temperature Insert

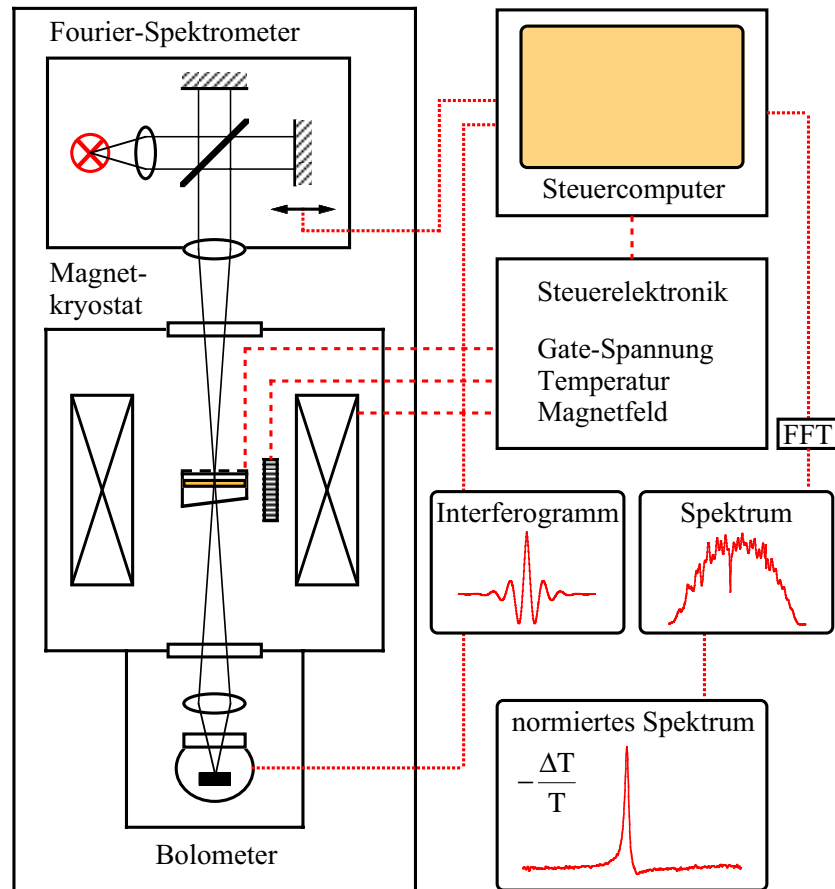


Abbildung 4.1: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus der Ferninfrarot-Transmissions-Spektroskopie. [Bat84]

Um die spektrale Charakteristik der Meßapparatur aus den Transmissions-Spektren des Q2DEG zu entfernen, wird für jede Messung neben dem Proben-Spektrum zur Gate-Spannung  $V_g$  (Ladungsträgerdichte  $N_s$ ) ein Referenz-Spektrum zu einer Spannung  $V_g^0$  gemessen, bei welcher das Q2DEG vollständig verarmt ist ( $N_s = 0$ ). Aus dem Proben-Spektrum der Transmission  $T(N_s)$  und dem Referenz-Spektrum der Transmission  $T(0)$  erhält man die normierte Transmission [Bat84]

$$-\frac{\Delta T}{T} = \frac{T(0) - T(N_s)}{T(0)} . \quad (4.3)$$

Die normierten Transmissions-Spektren enthalten ausschließlich Strukturen, welche mit den Anregungen des Q2DEG verbunden sind, und lassen sich im Rahmen geeigneter Näherungen direkt theoretisch beschreiben. [Tsu78, Hei87, Wen99b]

Da die Gitterkoppler-induzierte Intersubband-Plasmon-Anregung in GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As-Heterostrukturen mit einer geringen Absorption der elektromagnetischen Strahlung verbunden ist (Abschnitt 3.3) und zudem die absolute Transmission bei Anwesenheit einer Gate-Elektrode und eines Gitterkopplers stark reduziert wird, wurden zur Gewinnung von normierten Transmissions-Spektren mit einem ausreichenden Signal-Rausch-Verhältnis abwechselnd bis zu 2000 Einzelspektren bei  $V_g$  und  $V_b^{th}$  aufgenommen und die Interferogramme vor der Fourier-Transformation koaddiert. Bei Meßzeiten in der Größenordnung mehrerer Stunden konnten somit auch Signale im Bereich von  $-\Delta T/T = 0.05\%$  nachgewiesen werden.

### 4.1.3 Theoretische Beschreibung und Auswertung der Transmissions-Spektren

Zur Auswertung der normierten Transmissions-Spektren kann die Größe  $-\Delta T/T$  bei Anwendung geeigneter Näherungen auf Basis der in Abschnitt 3.1.2 vorgestellten Transfermatrix-Methode für p-polarisierte Strahlung berechnet werden. Durch die Anpassung eines theoretischen Transmissions-Spektrums an die aus dem Experiment gewonnenen Daten lassen sich die Resonanzpositionen und die Linienbreiten der Intra- und Intersubband-Plasmon-Anregungen bestimmen. Die im folgenden vorgestellten Rechnungen erlauben darüber hinaus den Vergleich der gemessenen normierten Transmission  $-\Delta T/T$  mit dem in Abschnitt 3.2 berechneten Absorptions-Koeffizienten  $K$  des Q2DEG.

Die Ferninfrarot-Spektren von GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As-Heterostrukturen können in einem vereinfachten Transfermatrix-Verfahren für Systeme ohne Gitterkoppler [Kni76, Fas84, Raj89, Dum93, Wen99b] berechnet werden, wenn man die optischen Eigenschaften des Q2DEG in einer Probe mit Gitter durch eine entsprechende zweidimensionale Leitfähigkeit  $\sigma^{2D}(\mathbf{q}, \omega)$  annähert. [Che76, And77, The80, Bat84] Dazu modelliert man die Halbleiter-Heterostrukturen entsprechend Abb. 4.2 als Vielschicht-Systeme aus  $N$  Lagen, welche mit  $\nu = 1, 2, \dots, N$  numeriert werden. Den abschließenden Halbraum  $\nu = N + 1$  bildet dabei das GaAs-Substrat, dessen äußere Grenzfläche zur Vermeidung von Schichtdicken-Interferenzen keilförmig angeschliffen ist. Da im Substrat dann nur eine transmittierte, aber keine reflektierte Welle existiert, werden die elektromagnetischen Felder im Vielschicht-System durch die Gleichung

$$\begin{pmatrix} A^{(0)} \\ B^{(0)} \end{pmatrix} = \mathbf{T}(0, N + 1) \begin{pmatrix} A^{(N+1)} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

beschrieben, wobei sich die Transfermatrix  $\mathbf{T}(0, N + 1) = \mathbf{T}(0, 1)\mathbf{T}(1, 2) \dots \mathbf{T}(N, N + 1)$  als Produkt der Transfermatrizen  $\mathbf{T}(\nu, \nu + 1)$  der einzelnen Lagen  $\nu$  des Vielschicht-Systems ergibt. Im Gegensatz zum Fall mit Gitter weisen hier die Amplituden  $A^{(\nu)}$  ( $B^{(\nu)}$ ) der einfallenden (reflektierten) Welle in der Schicht  $\nu$  ebenso wie die Transfermatrix  $\mathbf{T}(0, N + 1)$  keinen die Beugungsordnung beschreibenden Index auf.

Der Transmissions-Koeffizient  $T$  der p-polarisierten Strahlung, d. h. das Verhältnis der Intensitäten der transmittierten und der einfallenden Welle, ist dann in einem nicht absorbierenden Substrat durch [Wen99b]

$$T = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_{\infty}^{(N+1)}}} \left| \frac{1}{\mathcal{T}^{11}(0, N + 1)} \right|^2 \quad (4.5)$$

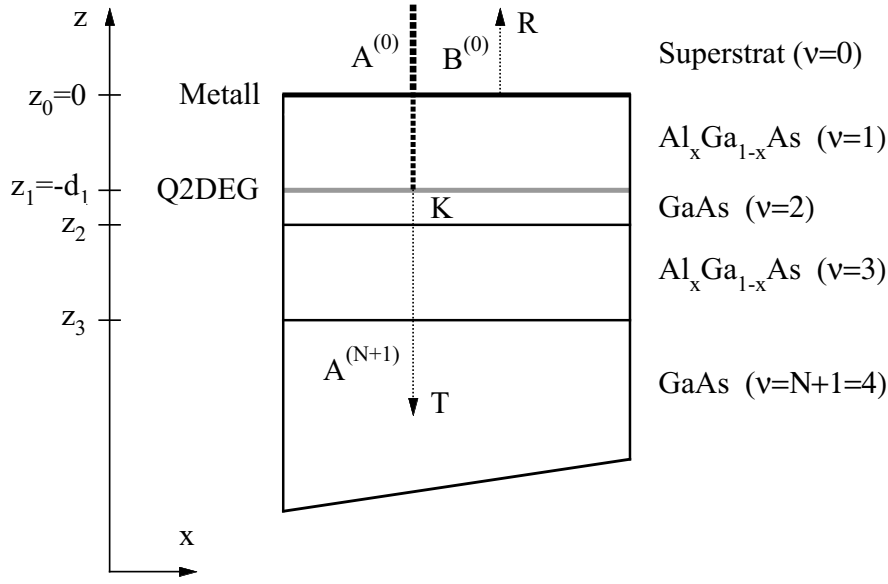
gegeben. Der Reflexions-Koeffizient  $R$ , welcher das Verhältnis der Intensitäten der reflektierten und der einfallenden Welle beschreibt, ergibt sich in der Form [Wen99b]

$$R = \left| \frac{\mathcal{T}^{21}(0, N + 1)}{\mathcal{T}^{11}(0, N + 1)} \right|^2. \quad (4.6)$$

Aus dem Transmissions-Koeffizienten  $T$  und dem Reflexions-Koeffizienten  $R$  von Proben- und Referenz-Spektrum kann die Absorption  $K$  des Q2DEG berechnet werden (Abb. 4.2):

$$K = 1 - R(N_s) - T(N_s) - [1 - R(0) - T(0)]. \quad (4.7)$$

Die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As-Heterostrukturen werden entsprechend Abb. 4.2 als System aus drei Lagen modelliert, wobei sich in der Ebene  $z_0 = 0$  eine homogene metallische Schicht befindet, welche näherungsweise die Gate-Elektrode und den Gitterkoppler beschreibt, und in der Ebene  $z = -d_1$  das Q2DEG lokalisiert ist. Beschränkt man sich bei der Einbeziehung der Elektron-Phonon-



**Abbildung 4.2:** Schematische Darstellung des Probenaufbaus, welcher zur Berechnung der Transmission  $T$  und der Reflexion  $R$  nach dem Transfermatrix-Verfahren verwendet wurde.  $A^{(0)}$ ,  $B^{(0)}$  und  $A^{(N+1)}$  benennen die Amplituden der einfallenden, der reflektierten und der transmittierten Welle. Gitterkoppler und Gate-Elektrode werden durch eine homogene Metallschicht bei  $z_0 = 0$  beschrieben. An der Grenzfläche  $z_1 = -d_1$  befindet sich das Q2DEG, welches im Energiebereich der Intra- und Intersubband-Plasmon-Resonanzen die Absorption  $K$  der elektromagnetischen Strahlung bewirkt.

Kopplung auf die  $\varepsilon_s$ -Näherung (Abschnitt 2.2.2) und vernachlässigt in den Elementen der Transfermatrix (Abschnitt 3.1.2.2) die gegenüber der Wellenlänge der FIR-Strahlung sehr geringen Schichtdicken  $d_\nu$ , so erhält man bei Anwendung der Randbedingungen (3.16) und (3.17) die einzelnen Transfermatrizen in folgender Form:

$$\mathbf{T}(\nu, \nu + 1) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} (1 + \rho^{(\nu, \nu+1)}) + \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon_s^{(\nu+1)} \omega} q_z^{(\nu+1)} & (1 - \rho^{(\nu, \nu+1)}) - \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon_s^{(\nu+1)} \omega} q_z^{(\nu+1)} \\ (1 - \rho^{(\nu, \nu+1)}) + \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon_s^{(\nu+1)} \omega} q_z^{(\nu+1)} & (1 + \rho^{(\nu, \nu+1)}) - \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon_s^{(\nu+1)} \omega} q_z^{(\nu+1)} \end{pmatrix}, \quad (4.8)$$

wobei die Abkürzung

$$\rho^{(\nu, \nu+1)} = \frac{\varepsilon_s^{(\nu)} q_z^{(\nu+1)}}{\varepsilon_s^{(\nu+1)} q_z^{(\nu)}} \quad (4.9)$$

eingeführt wurde. Da nur die senkrechte Inzidenz der FIR-Strahlung betrachtet wird und kein gitterinduzierter Wellenzahlvektor-Übertrag  $q_{xn}$  nach Gl. (3.1) auftritt, ergibt sich in diesem sogenannten optischen Grenzfall  $q \rightarrow 0$  die Wellenzahlvektor-Komponente  $q_z^{(\nu)}$  entsprechend Gl. (3.8) zu  $q_z^{(\nu)} = (\varepsilon_s^{(\nu)})^{1/2} (\omega/c)$ . Die zweidimensionale Leitfähigkeit  $\sigma$  ist in der Transfermatrix  $\mathbf{T}(0, 1)$  durch die Oberflächen-Leitfähigkeit  $\sigma_G(\omega)$  der Metallschicht und in der Transfermatrix  $\mathbf{T}(1, 2)$  durch die Leitfähigkeit  $\sigma^{2D}(\mathbf{q}, \omega)$  des Q2DEG gegeben. In den restlichen Transfermatrizen, welche Übergänge durch Grenzflächen ohne leitfähige Schicht beschreiben, ist dann jeweils  $\sigma = 0$  zu setzen.

Die Oberflächen-Leitfähigkeit  $\sigma_G(\omega)$  der Metallschicht ist in Analogie zu Gl. (3.81) im Grenzfall kleiner,

aber endlicher Schichtdicken  $h$  gegeben durch

$$\sigma_G(\omega) = \sigma_G^0 \frac{i\Gamma_G}{\omega + i\Gamma_G} , \quad (4.10)$$

mit  $\sigma_G^0 = \varepsilon_0 h \omega_G^2 / \Gamma_G$ . Hier bezeichnet  $\omega_G$  die Plasmafrequenz und  $\Gamma_G$  eine phänomenologische Dämpfung der Ladungsträger im Metall.

Die einzelnen Beiträge zur zweidimensionalen Leitfähigkeit  $\sigma^{2D}(\mathbf{q}, \omega)$  des Q2DEG lassen sich auf Basis der Stromantwort-Theorie (Abschnitt 2.3.1) aus den Komponenten des irreduziblen Polarisationsensors  $P_{\alpha\beta}(\mathbf{q}; z, z'|\omega)$  [Wen93] gewinnen, wenn man mittels  $j_\alpha^{2D} = \int dz j_\alpha^{ind}$  eine induzierte Oberflächen-Stromdichte an der Grenzfläche  $z = z_1$  bildet, welche sich für  $\alpha = x, z$  nach Gl. (2.43) zu

$$j_\alpha^{2D}(\mathbf{q}, z_1|\omega) = \sum_{\beta=x,z} \left[ \int dz \int dz' P_{\alpha\beta}(\mathbf{q}; z, z'|\omega) \right] A_\beta^{sc}(\mathbf{q}, z_1|\omega) \quad (4.11)$$

ergibt. Mit Hilfe von Gl. (4.11) kann man einen zweidimensionalen Polarisationsensor

$$P_{\alpha\beta}^{2D}(\mathbf{q}, \omega) = \int dz \int dz' P_{\alpha\beta}(\mathbf{q}; z, z'|\omega) \quad (4.12)$$

definieren, aus dem über die Beziehung  $\sigma_{\alpha\beta}^{2D}(\mathbf{q}, \omega) = (1/i\omega) P_{\alpha\beta}^{2D}(\mathbf{q}, \omega)$  der zweidimensionale Leitfähigkeitstensor  $\sigma_{\alpha\beta}^{2D}(\mathbf{q}, \omega)$  folgt.

Im Zwei-Subband-Modell für ein System, in welchem die Intersubband-Kopplung vernachlässigt werden kann und der elektronische Quantengrenzfall ( $N_s^1 = 0$ ) erfüllt ist, erhält man für p-polarisierte Felder die nichtverschwindenden Komponenten des Leitfähigkeitstensors der freien Elektronen im Limit  $q \rightarrow 0$  zu [Wen93]

$$\sigma_{xx}^{2D}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{N_s^0 e^2}{m^*} \frac{i}{\omega + i\Gamma_{\parallel}} , \quad (4.13)$$

$$\sigma_{zz}^{2D}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{N_s^0 e^2}{m^*} \frac{i\hbar^2 \omega f_{10}}{\hbar^2 \omega^2 - E_{10}^2 + 2i\hbar^2 \Gamma_{\perp} \omega} , \quad (4.14)$$

wobei  $\Gamma_{\parallel}$  und  $\Gamma_{\perp}$  auf phänomenologische Weise der Dämpfung der Anregungen Rechnung tragen. Die für ein zweidimensionales System strenggenommen nicht existierende Komponente  $\sigma_{zz}^{2D}(\mathbf{q}, \omega)$  wird hier lediglich formal eingeführt, um später eine effektive Leitfähigkeit  $\sigma^{2D}(\mathbf{q}, \omega)$  des Q2DEG zu bilden. Nach Gl. (4.11) beschreiben die aus dem irreduziblen Polarisationsensor abgeleiteten Größen  $\sigma_{xx}^{2D}(\mathbf{q}, \omega)$  und  $\sigma_{zz}^{2D}(\mathbf{q}, \omega)$  das Antwortverhalten des Elektronensystems auf das abgeschirmte elektrische Feld  $\mathbf{E}^{sc} = -i\omega \mathbf{A}^{sc}$ . Die Energien der Q2D-Plasmonen liegen jedoch entsprechend Abschnitt 2.3.1 bei den Resonanzen der Stromantwort auf das externe Feld

$$E_\alpha^{ext}(\mathbf{q}, z_1|\omega) = \sum_{\beta=x,z} \kappa_{\alpha\beta}(\mathbf{q}, \omega) E_\beta^{sc}(\mathbf{q}, z_1|\omega) . \quad (4.15)$$

Die nichtverschwindenden Elemente des dielektrischen Antwortensors  $\kappa_{\alpha\beta}(\mathbf{q}, \omega)$  weisen dabei im langwelligeren Grenzfall und bei Vernachlässigung der Bildladungs-Coulomb-Wechselwirkung und der Retardierung folgende Form auf: [And77, The80, Wen93]

$$\kappa_{xx}(\mathbf{q}, \omega) = 1 + \left( \frac{q}{2} \right) \frac{i}{\varepsilon_0 \varepsilon_s \omega} \sigma_{xx}^{2D}(\mathbf{q}, \omega) \quad (4.16)$$



und

$$\kappa_{zz}(\mathbf{q}, \omega) = 1 + \left( \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_s}{N_s^0 e^2} E_{10} \frac{\gamma_{10}}{2z_{10}^2} \right) \frac{i}{\varepsilon_0 \varepsilon_s \omega} \sigma_{zz}^{2D}(\mathbf{q}, \omega) . \quad (4.17)$$

Die Resonanzen der kollektiven Moden werden dann durch die Gleichung

$$j_{\alpha}^{2D}(\mathbf{q}, z_1 | \omega) = \sum_{\beta=x,z} \tilde{\sigma}_{\alpha\beta}^{2D}(\mathbf{q}, \omega) E_{\beta}^{ext}(\mathbf{q}, z_1 | \omega) \quad (4.18)$$

beschrieben, wobei sich die Komponenten des zweidimensionalen Leitfähigkeitstensors der wechselwirkenden Elektronen,

$$\tilde{\sigma}_{\alpha\beta}^{2D}(\mathbf{q}, \omega) = \sum_{\gamma=x,z} \sigma_{\alpha\gamma}^{2D}(\mathbf{q}, \omega) [\kappa_{\alpha\beta}(\mathbf{q}, \omega)]^{-1} , \quad (4.19)$$

zu [And77, The80, Bat84]

$$\tilde{\sigma}_{xx}^{2D}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{N_s^0 e^2}{m^*} \frac{i\hbar^2 \omega}{\hbar^2 \omega^2 - [E_{00}^{p,L}(q)]^2 + i\hbar^2 \Gamma_{\parallel} \omega} \quad (4.20)$$

und

$$\tilde{\sigma}_{zz}^{2D}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{N_s^0 e^2}{m^*} \frac{i\hbar^2 \omega f_{10}}{\hbar^2 \omega^2 - [E_{10}^{p,L}(q)]^2 + 2i\hbar^2 \Gamma_{\perp} \omega} \quad (4.21)$$

ergeben. Die Größen  $E_{00}^{p,L}(q)$  und  $E_{10}^{p,L}(q)$  bezeichnen darin die Energien der (0-0)- und (1-0)-Plasmon-Moden in langwelliger und diagonaler Näherung entsprechend Gln. (2.35) und (2.36). Zur Berechnung der Transmission mit Hilfe des Transfermatrix-Verfahrens kann man eine effektive Leitfähigkeit

$$\sigma^{2D}(\mathbf{q}, \omega) = \sigma_{xx}^{2D}(\mathbf{q}, \omega) + G_x \tilde{\sigma}_{xx}^{2D}(\mathbf{q}, \omega) + G_z \tilde{\sigma}_{zz}^{2D}(\mathbf{q}, \omega) \quad (4.22)$$

des Q2DEG bilden, wobei der sogenannte Drude-Term  $\sigma_{xx}^{2D}(\mathbf{q}, \omega)$  die Intrasubband-Anregung der quasi-freien Ladungsträger beschreibt, und die Leitfähigkeiten  $\tilde{\sigma}_{xx}^{2D}(\mathbf{q}, \omega)$  und  $\tilde{\sigma}_{zz}^{2D}(\mathbf{q}, \omega)$  von den (0-0)-Intrasubband- und (1-0)-Intersubband-Plasmon-Anregungen herrühren. In Gl. (4.22) drücken die Parameter  $G_x < 1$  und  $G_z < 1$  die Effizienz des Gitterkopplers (Abschnitt 3.3.2) bei der Ankopplung der FIR-Strahlung an die Intra- und die Intersubband-Mode aus. [Bat84, Fri96a]

Setzt man die Leitfähigkeit (4.10) in die Transfermatrix  $\mathbf{T}(0, 1)$  sowie die Leitfähigkeit (4.22) in die Transfermatrix  $\mathbf{T}(1, 2)$  ein und bildet die Transfermatrix  $\mathbf{T}(0, 4)$  des Gesamtsystems (Abb. 4.2), so erhält man bei Vernachlässigung des geringen Unterschieds in den statischen dielektrischen Konstanten von GaAs und  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  (Anhang A) den Transmissions-Koeffizienten  $T$  zu

$$T = \frac{4\sqrt{\varepsilon_s}}{|1 + \sqrt{\varepsilon_s} + R_0[\sigma_G(\omega) + \sigma^{2D}(\mathbf{q}, \omega)]|^2} \quad (4.23)$$

und den Reflexions-Koeffizienten  $R$  in der Form

$$R = \left| \frac{1 - \sqrt{\varepsilon_s} - R_0[\sigma_G(\omega) + \sigma^{2D}(\mathbf{q}, \omega)]}{1 + \sqrt{\varepsilon_s} + R_0[\sigma_G(\omega) + \sigma^{2D}(\mathbf{q}, \omega)]} \right|^2 . \quad (4.24)$$

Hier bezeichnet  $R_0 = (1/\varepsilon_0 c) \simeq 377 \Omega$  den Wellenwiderstand im Vakuum. Aus Gl. (4.23) läßt sich die normierte

Transmission  $-\Delta T/T$  berechnen:

$$-\frac{\Delta T}{T} = 1 - \frac{|1 + \sqrt{\varepsilon_s} + R_0 \sigma_G(\omega)|^2}{|1 + \sqrt{\varepsilon_s} + R_0[\sigma_G(\omega) + \sigma^{2D}(\mathbf{q}, \omega)]|^2} . \quad (4.25)$$

In der für Anregungen der Größe  $-\Delta T/T \leq 10\%$  anwendbaren Kleinsignal-Näherung  $R_0|\sigma_{2D}| \ll 1 + \sqrt{\varepsilon_s}$  ist die normierte Transmission proportional zum Realteil von  $\sigma^{2D}(\mathbf{q}, \omega)$ , wenn zusätzlich eine dem Fall  $\Gamma_G \gg \omega$  entsprechende, rein reelle Leitfähigkeit  $\sigma_G = \sigma_G^0$  der Metallschicht auf der Probenoberfläche angenommen wird: [Tsu78, Hei87, Bat91]

$$-\frac{\Delta T}{T} = \frac{2R_0}{1 + \sqrt{\varepsilon_s} + R_0\sigma_G^0} \text{Re}[\sigma^{2D}(\mathbf{q}, \omega)] . \quad (4.26)$$

Berechnet man nach Gl. (4.7) die Absorption des Q2DEG in der Kleinsignal-Näherung, so findet man identische Linienformen in den Spektren der normierten Transmission und der Absorption:

$$K = \frac{4R_0}{(1 + \sqrt{\varepsilon_s} + R_0\sigma_G^0)^2} \text{Re}[\sigma^{2D}(\mathbf{q}, \omega)] . \quad (4.27)$$

Nach Einsetzen des Ausdrucks (4.22) in Gl. (4.26) kann man die normierte Transmission in der Kleinsignal-Näherung mit der in Abschnitt 3.2 im Rahmen der Stromantwort-Theorie berechneten Absorption  $K$  des Q2DEG vergleichen:

$$-\frac{\Delta T}{T} = C_T \left\{ \frac{N_s^0 \Gamma_{\parallel}}{\hbar^2(\omega^2 + \Gamma_{\parallel}^2)} + \frac{G_x N_s^0 \hbar^2 \omega^2 \Gamma_{\parallel}}{[\hbar^2 \omega^2 - E_{00}^{p,L}(q)]^2 + \hbar^4 \Gamma_{\parallel}^2 \omega^2} + \frac{2 G_z N_s^0 f_{10} \hbar^2 \omega^2 \Gamma_{\perp}}{[\hbar^2 \omega^2 - E_{10}^{p,L}(q)]^2 + 4 \hbar^4 \Gamma_{\perp}^2 \omega^2} \right\} , \quad (4.28)$$

mit

$$C_T = \frac{2e^2}{\varepsilon_0 c} \frac{\hbar^2}{m^*} \frac{1}{1 + \sqrt{\varepsilon_s} + R_0\sigma_G^0} . \quad (4.29)$$

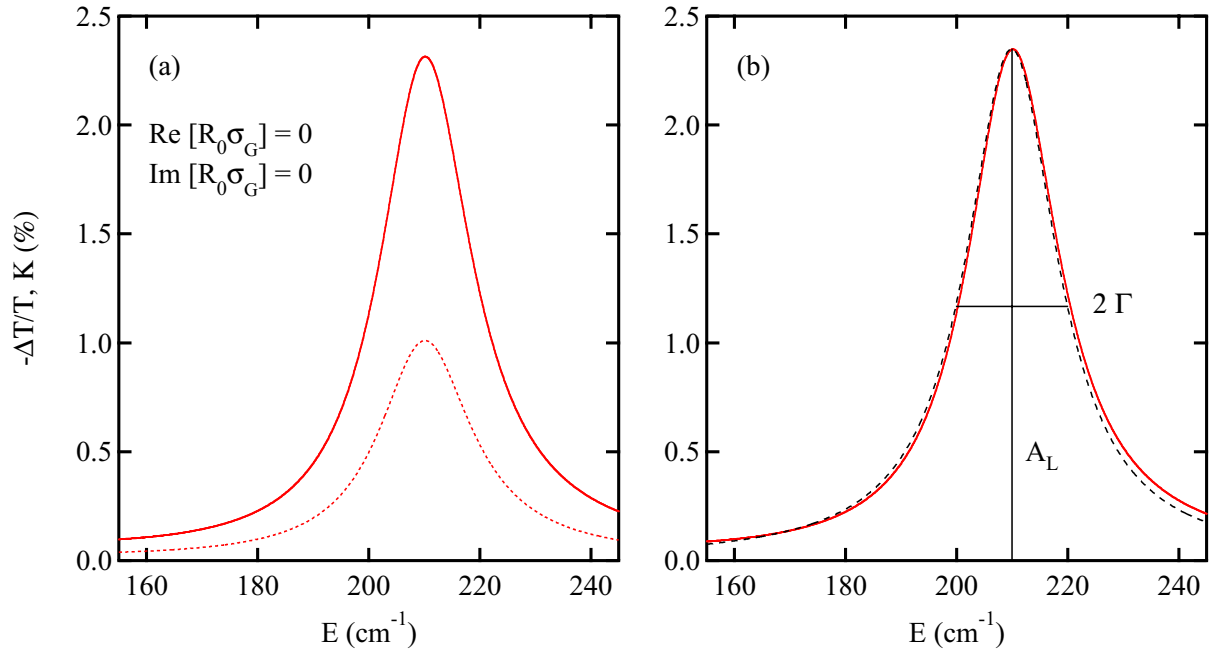
Der erste Term auf der rechten Seite in Gl. (4.28) beschreibt die Intrasubband-Anregung quasi-freier Ladungsträger und die restlichen beiden Terme die Resonanzprofile der (0-0)- und (1-0)-Plasmon-Moden. Stellt man den Ausdruck (4.28) der mikroskopisch berechneten Absorption (3.77) gegenüber, so erkennt man die bis auf einen multiplikativen Faktor  $\omega^2$  in Gl. (4.28) identischen, nahezu symmetrischen Linienprofile der Intra- und Intersubband-Moden in den Spektren der normierten Transmission und der Absorption.

Im Fall einer Metallschicht hoher Leitfähigkeit auf der Probenoberfläche gilt  $R_0|\sigma_G| \gg R_0|\sigma^{2D}|$  und  $R_0|\sigma_G| \gg 1 + \sqrt{\varepsilon_s}$ , so daß man Gl. (4.25) näherungsweise schreiben kann als [Fri96b]

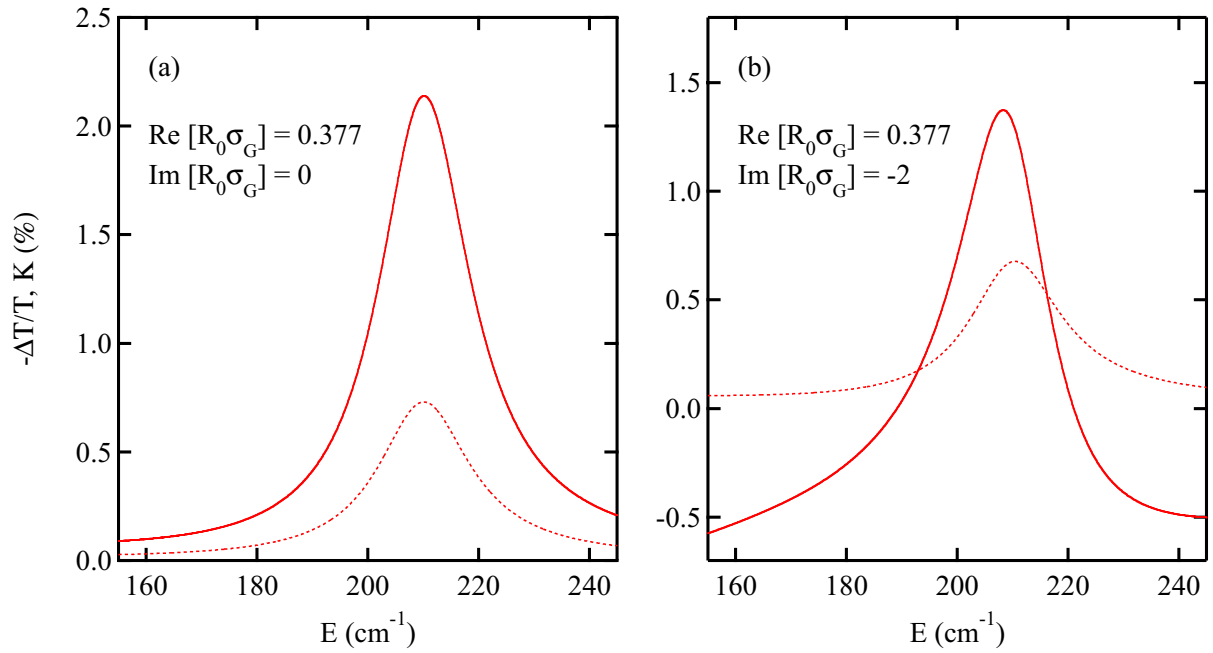
$$-\frac{\Delta T}{T} = \frac{2}{\sigma_G^0} \left\{ \text{Re}[\sigma^{2D}(\mathbf{q}, \omega)] + \frac{\omega}{\Gamma_G} \text{Im}[\sigma^{2D}(\mathbf{q}, \omega)] \right\} , \quad (4.30)$$

d. h. das Verhältnis  $\omega/\Gamma_G$  bestimmt eine Mischung der Beiträge von Real- und Imaginärteil von  $\sigma^{2D}(\mathbf{q}, \omega)$  zur normierten Transmission. Gl. (4.30) stellt einen analytischen Ausdruck zur Beschreibung von asymmetrischen Intersubband-Anregungslinien dar, wobei die Größe  $\omega/\Gamma_G = \text{Im}[\sigma_G]/\text{Re}[\sigma_G]$  als Anpassungsparameter des berechneten Transmissions-Spektrums an das gemessene Resonanzprofil benutzt wird und dann sowohl positive als auch negative Werte annehmen kann.

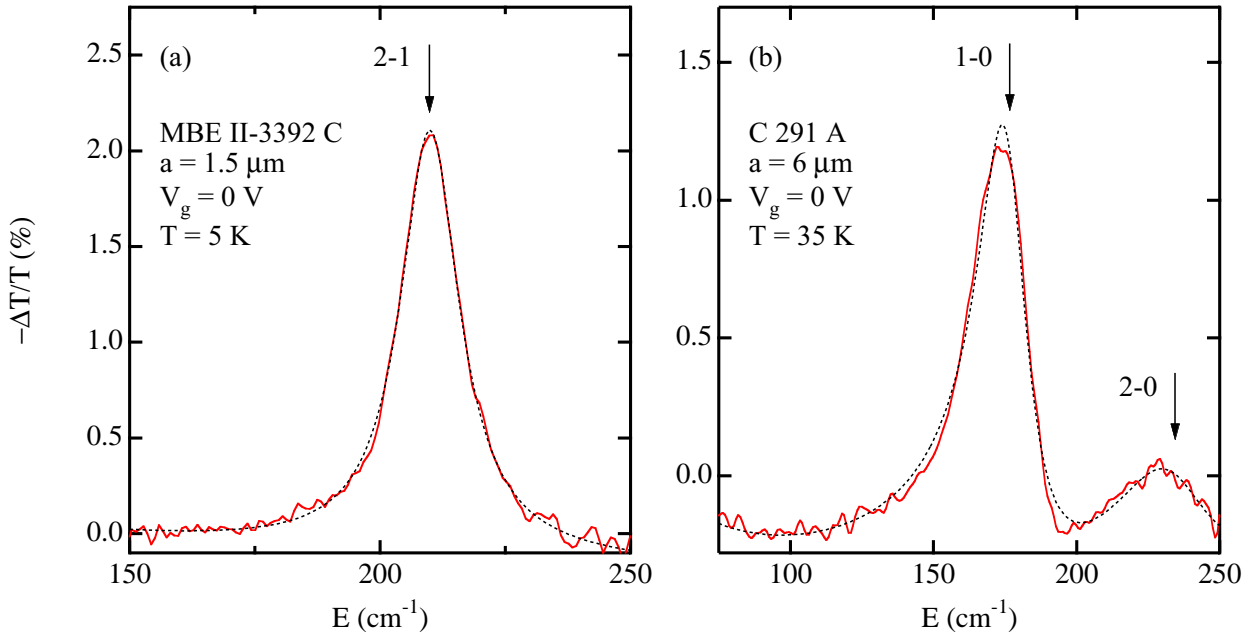
Abb. 4.3 (a) zeigt die nach Gl. (4.25) berechnete normierte Transmission  $-\Delta T/T$  und die entsprechend Gl.



**Abbildung 4.3:** (a) Normierte Transmission  $-\Delta T/T$  (Vollinie) und Absorption  $K$  (Punktlinie) einer  $\text{GaAs}/\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$ -SHS der Elektronendichte  $N_s = 6.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  ohne metallische Deckschicht ( $R_0|\sigma_G| = 0$ ) bei der Gitterkoppler-Effizienz  $G_x = G_z = 0.5$  im Energiebereich der (1-0)-Intersubband-Anregung. (b) Normierte Transmission in Kleinsignal-Näherung (Vollinie) und Lorentz-Profil der Amplitude  $A_L$  und Halbwertsbreite  $2\Gamma$  (Strichlinie).



**Abbildung 4.4:** Normierte Transmission (Vollinie) und Absorption (Punktlinie) einer  $\text{GaAs}/\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$ -SHS der Elektronendichte  $N_s = 6.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  mit einer metallischen Deckschicht der Leitfähigkeit  $\text{Re}[R_0\sigma_G] = 0.377$  und (a)  $\text{Im}[R_0\sigma_G] = 0$  bzw. (b)  $\text{Im}[R_0\sigma_G] = -2$  im Energiebereich der (1-0)-Intersubband-Anregung.



**Abbildung 4.5:** Anpassung berechneter Resonanzprofile (Punktlinien) an die experimentell bestimmte normierte Transmission (Volllinien) einer (a) GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As-DHS (Probe MBE II-3392 C) mit 40 nm Trogbreite im Energiebereich der (2-1)-Intersubband-Mode und (b) einer GaAs/Al<sub>0.25</sub>Ga<sub>0.75</sub>As-SHS (Probe C 291 A) im Energiebereich der (1-0)- und (2-0)-Intersubband-Plasmon-Moden. Die aus der Anpassung gewonnenen Resonanzpositionen werden durch Pfeile gekennzeichnet.

(4.7) bestimmte Absorption  $K$  einer SHS ohne metallische Deckschicht mit der Elektronendichte  $N_s = 6.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  und der Verarmungsladungsdichte  $N_d = 3.0 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$  im Energiebereich der (1-0)-Intersubband-Mode. Angenommen wurde eine Gitterkoppler-Effizienz von  $G_x = G_z = 0.5$ , die übrigen Parameter der Probe sind in Tab. A.1 (Anhang A) und Tab. 3.1 zusammengefasst. Man erkennt die nahezu symmetrische und identische Linienform der normierten Transmission und der Absorption, deren Maximalwert etwa 44% der Resonanzhöhe von  $-\Delta T/T$  beträgt. Die normierte Transmission nach Gl. (4.25) unterscheidet sich nur sehr gering von dem in der Kleinsignal-Näherung [Gl. (4.26)] berechneten Resonanzprofil [Abb. 4.3 (b)]. Die Bestimmung der integralen Linienstärke der symmetrischen Intersubband-Plasmon-Resonanzlinie kann über die Anpassung eines Lorentz-Profiles der Resonanzhöhe  $A_L$  und Linienbreite  $2\Gamma$ ,

$$L(\omega) = A_L \frac{\hbar^2 \Gamma^2}{(\hbar\omega - E_{jk}^{p,L})^2 + \hbar^2 \Gamma^2}, \quad (4.31)$$

an das gemessene Spektrum erfolgen [Abb. 4.3 (b)]. Während sich die Fläche unter einer Intersubband-Resonanzkurve der Form (4.28) nur numerisch berechnen lässt, ist die integrale Linienstärke  $I_L$  einer Lorentz-Kurve über  $I_L = \pi A_L \hbar \Gamma$  mit der Resonanzhöhe und der Linienbreite verknüpft. Wie man in Abb. 4.3 (b) erkennt, ist die Linienform beider Profile nahezu identisch.

Befindet sich auf der Probenoberfläche eine metallische Gate-Elektrode mit dem Flächenwiderstand  $R_G = 1 \text{ k}\Omega/\square$ , d. h.  $\text{Re}[R_0 \sigma_G] = R_0 \sigma_G^0 = 0.377$ , so führt dies nach Abb. 4.4 (a) zu einer Verringerung von normierter Transmission und Absorption gegenüber dem Fall ohne Gate-Elektrode, wobei  $-\Delta T/T$  und  $K$  jedoch weiterhin nahezu symmetrische Profile aufweisen. Im Gegensatz dazu hat in der normierten Transmissi-

on ein zusätzlicher, konstanter Imaginäranteil zur komplexen Leitfähigkeit der metallischen Deckschicht von  $\text{Im}[R_0\sigma_G] = -2$ , welcher von der Anwesenheit des Gitterkopplers herrühren kann, eine deutliche Asymmetrie der (1-0)-Anregungslinie auf der niederenergetischen Seite sowie eine Verschiebung der Grundlinie von  $-\Delta T/T$  zur Folge. Darüber hinaus ist nun das Resonanz-Maximum der normierten Transmission gegenüber der Maximalabsorption zu niedrigeren Energien hin verschoben. Die Absorption des Q2DEG bleibt mit einer nahezu unveränderten und symmetrischen Resonanzlinie verbunden.

Abb. 4.5 zeigt die Anpassung der berechneten normierten Transmission an experimentell gewonnene Spektren am Beispiel der (2-1)-Intersubband-Mode der 40 nm-Doppelheterostruktur MBE II-3392 C und der (1-0)- und (2-0)-Intersubband-Moden der Einfachheterostruktur C 291 A, deren beider Schichtaufbau und Probenparameter in Abschnitt 4.3 vorgestellt werden. Das Resonanzprofil des (2-1)-Intersubband-Plasmons der 40 nm-DHS [Abb. 4.5 (a)] kann durch eine Lorentz-Linie beschrieben werden, wodurch sich neben der Resonanzposition und der Halbwertsbreite auch die integrale Linienstärke auf einfache Weise bestimmen läßt. Die Auswertung der (1-0)- und (2-0)-Intersubband-Anregungen in der Einfachheterostruktur C 291 A [Abb. 4.5 (b)] gelingt im Gegensatz dazu nur durch die Anpassung zweier asymmetrischer Resonanzlinien nach Gl. (4.30).

Im Rahmen dieser Arbeit wurden zur Bestimmung der energetischen Positionen und Halbwertsbreiten der Intra- und Intersubband-Anregungen im Fall symmetrischer Resonanzlinien Ausdrücke der Form (4.26) bzw. (4.28) für die jeweiligen Übergänge verwendet, wobei die Resonanzterme durch Lorentz-Profile ersetzt und ein zusätzlicher konstanter Untergrundterm zu  $-\Delta T/T$  berücksichtigt wurde. Die Beschreibung asymmetrischer Resonanzen erfolgte über Gl. (4.30), ebenfalls unter Einbeziehung eines zusätzlichen konstanten Untergrundterms.

## 4.2 Messungen zur Bestimmung der Subband-Besetzung

Das quantitative Verständnis und die Interpretation der experimentell gewonnenen normierten Transmissionspektren erfordert die Kenntnis der zweidimensionalen Ladungsträgerdichte  $N_s$  sowie im Fall mehrerer besetzter Subbänder der Subband-Besetzungszahlen  $N_s^j$  der untersuchten Heterostrukturen. Der Bestimmung dieser Größen dienen Messungen des longitudinalen Magnetowiderstandes  $\rho_{xx}(B)$  bzw. der Magnetokapazität  $C(B)$  in einem senkrecht zur Ebene des Q2DEG angelegten Magnetfeld  $B$ . Beide Verfahren nutzen die starke und von der Ladungsträgerdichte  $N_s$  bzw. den Partialdichten  $N_s^j$  abhängige Modulation der quantenmechanischen Zustandsdichte  $D(B, E)$  des Elektronensystems in einem äußeren Magnetfeld.

Ein parallel zur Wachstumsrichtung  $z$  der Heterostrukturen angelegtes magnetisches Feld  $B$  bewirkt die Kondensation der Elektronenbewegung in der  $x$ - $y$ -Ebene auf sogenannte Landau-Niveaus, wodurch das Spektrum der Einteilchen-Energien des Q2DEG [Gl. (1.2)] bei Vernachlässigung des Elektronenspins folgende Form annimmt:

$$E_{j,n} = E_j + \hbar\omega_c \left( n + \frac{1}{2} \right) . \quad (4.32)$$

Hierin bezeichnet  $\omega_c = eB/m^*$  die Zyklotronresonanz-Frequenz und  $n = 0, 1, 2 \dots$  den Index der Landau-Niveaus  $E_n = \hbar\omega_c(n + 1/2)$ . Im klassischen Bild zwingt die Lorentz-Kraft die Elektronen auf Kreisbahnen im Ortsraum mit dem Radius  $l_n = (2n + 1)^{1/2} l$  und der Umlauffrequenz  $\omega_c$ , wobei die magnetische Länge  $l = (\hbar/eB)^{1/2}$  den Radius der energetisch niedrigsten Zyklotron-Bahn darstellt. In einem senkrecht zur Ebene des Q2DEG angelegten Magnetfeld tritt somit neben der Größenquantisierung der Elektronenbewegung in  $z$ -Richtung, welche mit der Bildung der Subband-Niveaus  $E_j$  verbunden ist, auch eine Quantisierung der Ladungsträgerbewegung in der  $x$ - $y$ -Ebene auf, was zur vollständigen Quantisierung der Energieniveaus des Q2DEG führt. Während in Abwesenheit von Potentialfluktuationen die Zustandsdichte innerhalb eines Sub-

bandes bei angelegtem Magnetfeld durch Delta-förmige Maxima bei den Energien  $E_{j,n}$  gegeben ist, führt der stets vorhandene Einfluß von Streuzentren zu einer Gauß-förmigen Verbreiterung der einzelnen Beiträge zur Zustandsdichte  $D(B, E)$ . [And74, Ger75, And82b]

Ein Maß für die Besetzung der Landau-Niveaus ist der Füllfaktor  $\nu_j$ , der die Anzahl der Elektronen im jeweiligen Subband  $j$  dividiert durch die Zahl der Zustände pro Landau-Niveau angibt: [And82b]

$$\nu_j = \frac{2\pi\hbar N_s^j}{eB} = 2\pi l^2 N_s^j = \frac{N_s^j [10^{10} \text{ cm}^{-2}]}{2.418 B [T]} . \quad (4.33)$$

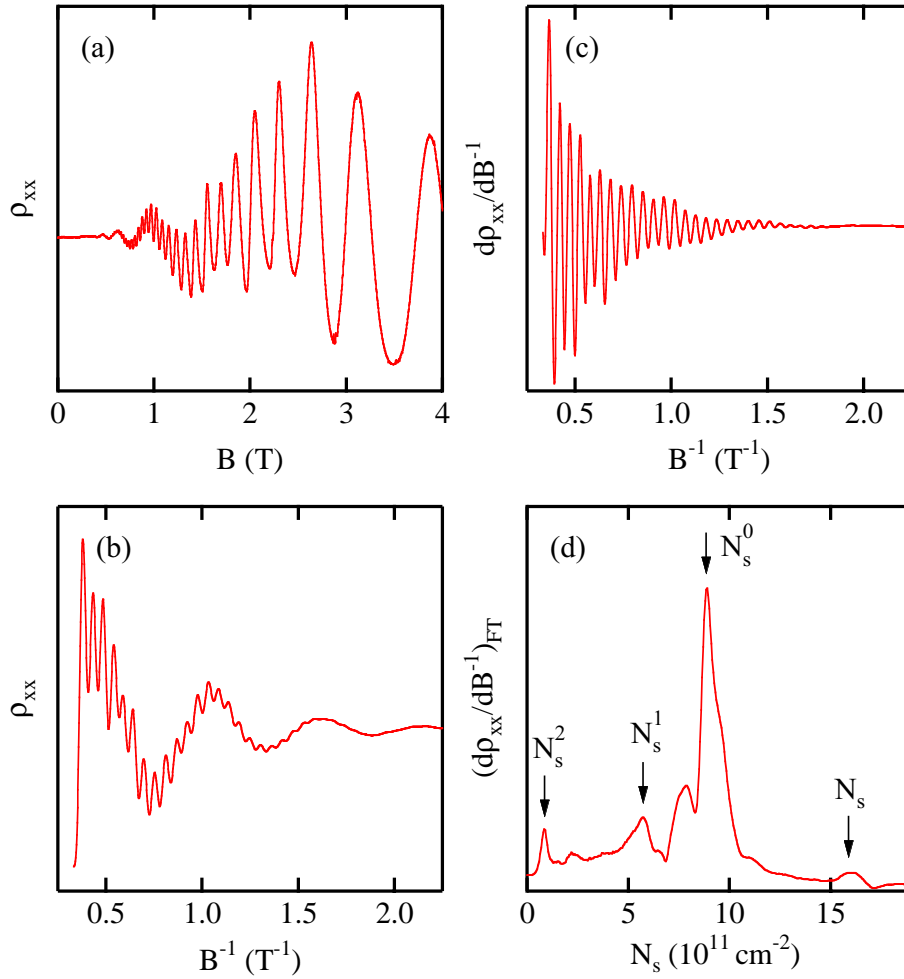
Mit wachsendem Magnetfeld  $B$  steigt also bei fester Ladungsträgerdichte  $N_s^j$  im Subband  $j$  der Entartungsgrad der Landau-Niveaus, d. h. der dimensionslose Füllfaktor  $\nu_j$  wird geringer. Mit dem Füllfaktor ist die Lage des chemischen Potentials  $\mu(T)$  verbunden, welches bei ganzzahligen Werten von  $\nu_j$  zwischen dem höchsten besetzten und dem niedrigsten freien Landau-Niveau im Bereich verschwindender elektronischer Zustandsdichte liegt. Ist  $\nu_j$  nicht ganzzahlig, dann ist das oberste gefüllte Landau-Niveau nur teilweise besetzt, und das chemische Potential liegt innerhalb eines Gauß-förmig verbreiterten Gebiets endlicher Zustandsdichte.

Bei den im folgenden vorgestellten Meßverfahren werden durch kontinuierliche Variation des Magnetfeldes  $B$  abwechselnd Regime verschwindender und endlicher Zustandsdichte im Bereich des chemischen Potentials  $\mu(T)$  eingestellt und die damit verbundenen Oszillationen der jeweiligen Antwortgrößen gemessen. Nach Gl. (4.33) ergeben sich die Ladungsträgerdichten  $N_s^j$  dann aus der linearen Abhängigkeit der jeweils Extremalwerten der Antwortgröße entsprechenden ganzzahligen Füllfaktoren  $\nu_j$  von  $B^{-1}$ . [Gul86]

Der longitudinale Gleichstrom-Magnetowiderstand  $\rho_{xx}(B)$  eines Q2DEG zeigt bei hinreichend hohen Elektronenbeweglichkeiten und geeignet niedrigen Temperaturen die sogenannten Shubnikov-de Haas-Oszillationen. [And82b] In diesem Fall treten im Verlauf von  $\rho_{xx}(B)$  bei ganzzahligen Füllfaktoren  $\nu_j$  Minima auf, da dann im Bereich des chemischen Potentials nur sehr wenige freie Zustände als Streukanäle zur Verfügung stehen. Die Messung des Gleichstrom-Magnetowiderstandes der GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As-Heterostrukturen erfolgte im Rahmen dieser Arbeit in einem Vierpol-Verfahren, wobei zwei Kontakte als Stromtreiber dienten und an zwei weiteren stromlos die Spannung gemessen wurde. Eine Modulation der Spannung  $V_g$  an der Gate-Elektrode erlaubte dabei die Anwendung der Lock-In-Technik zur Verbesserung des Signal-Rausch-Verhältnisses.

Abb. 4.6 zeigt die Auswertung der Oszillationen des longitudinalen Gleichstrom-Magnetowiderstandes  $\rho_{xx}(B)$  der 40 nm-Doppelheterostruktur MBE II-3392 A, in welcher bei der betrachteten Gate-Spannung  $V_g = +0.20$  V und der Temperatur  $T = 1.5$  K neben dem energetisch niedrigsten Subband auch der erste und zweite angeregte Zustand besetzt sind. Die Besetzung mehrerer Subbänder bewirkt eine Überlagerung der Shubnikov-de Haas-Oszillationen dieser Subbänder und führt zu dem schwebungsförmigen Verlauf von  $\rho_{xx}$  in Abb. 4.6 (a). Da nach Gl. (4.33) die Füllfaktoren  $\nu_j$  und damit die Minima in den Oszillationen periodisch in  $B^{-1}$  sind, trägt man zur Bestimmung der einzelnen Partialdichten  $N_s^j$  den Magnetowiderstand  $\rho_{xx}$  gegen  $B^{-1}$  auf [Abb. 4.6 (b)], und kann nach numerischer Berechnung der Ableitung  $d\rho_{xx}/dB^{-1}$  [Abb. 4.6 (c)], welche deutlichere Oszillationen als  $\rho_{xx}$  aufweist, die Fourier-Transformierte  $(d\rho_{xx}/dB^{-1})_{\text{FT}}$  bilden [Abb. 4.6 (d)]. Die Fourier-Transformierte zeigt deutliche Maxima bei den Dichten  $N_s^j$  ( $j = 0, 1, 2$ ) sowie bei verschiedenen Summen- und Differenzdichten und der gesamten zweidimensionalen Ladungsträgerdichte  $N_s$ . Durch eine systematische Auswertung der Abhängigkeit des Magnetowiderstandes von der angelegten Gate-Spannung lassen sich die Maxima den einzelnen Partialdichten des Q2DEG zuordnen.

Für mit einem mikrostrukturierten Gate versehene Proben stellt neben der Messung des Magnetowiderstandes  $\rho_{xx}(B)$  auch die Aufnahme der Probenkapazität  $C(B)$  eine leistungsfähige Methode zur Bestimmung der zweidimensionalen Ladungsträgerdichte dar. [Smi85, Wei86] Die Gate-Elektrode und das Q2DEG können dabei als die Pole eines Plattenkondensators betrachtet werden, auf welchem sich die Ladungen bei einer in-



**Abbildung 4.6:** (a) Magnetowiderstand  $\rho_{xx}(B)$  der 40 nm-Doppelheterostruktur MBE II-3392 A bei  $V_g = +0.20$  V und  $T = 1.5$  K. (b) Nach Umrechnung in  $\rho_{xx}(B^{-1})$  und (c) Bildung der Ableitung  $d\rho_{xx}/dB^{-1}$  gewinnt man die zweidimensionale Elektronendichte  $N_s$  und die Subband-Besetzungszahlen  $N_s^j$  durch (d) Berechnung der Fourier-Transformierten  $(d\rho_{xx}/dB^{-1})_{FT}$ .

minimale Änderung der Kondensatorspannung  $V_g$  nur dann stark variieren lassen, wenn im Bereich des chemischen Potentials  $\mu(T)$  eine hohe Zustandsdichte zur Verfügung steht. Dies hat einen oszillierenden Verlauf von  $C(B)$  zur Folge, dessen Minima wie im Fall des Magnetowiderstandes bei ganzzahligen Werten des Füllfaktors  $\nu_j$  auftreten. Die Probenkapazität wird dabei durch zwei Anteile bestimmt: [Smi85, Gud87]

$$C(B) = \left[ \frac{1}{C(0)} + \frac{1}{e^2 D_T(B)} \right]^{-1}, \quad (4.34)$$

worin  $C(0)$  die konstante Probenkapazität ohne äußeres Magnetfeld und  $D_T(B) = dN_s/d\mu$  die oszillierende thermodynamische Zustandsdichte bezeichnen.

Die Magnetokapazität läßt sich durch Modulation der Gate-Spannung  $V_g$  über einen in Reihe geschalteten Vorwiderstand ermitteln. [Nic82, Wei86, Han87] Das aufgenommene Signal enthält einen ohmschen und einen kapazitiven Beitrag, welche mit dem Lock-In-Verstärker gemessen werden.

### 4.3 Probenpräparation

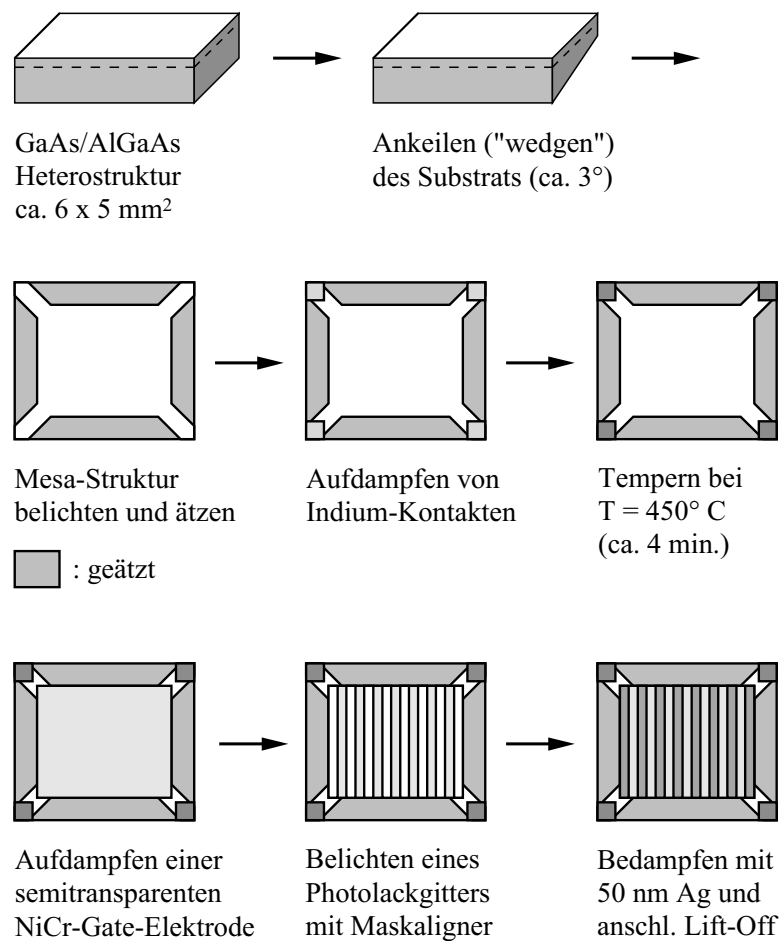
Bei den in dieser Arbeit untersuchten Proben handelt es sich um mittels MBE hergestellte modulationsdotierte GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As-Heterostrukturen, deren Schichtaufbau in Tab. 4.1 zusammengefaßt ist. Die Probe MBE II-3392 ist eine beidseitig modulationsdotierte DHS, in welcher es aufgrund der großen Trogbreite von 40 nm zur Ausbildung eines doppellagigen Q2DEG kommt. Die Einfachheterostrukturen MBE I-926 und C 291 unterscheiden sich hauptsächlich in der Stärke der Si-p-Dotierung des Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As-Barrierenmaterials und der Dicke der Spacer-Schicht zwischen der Dotierlage und dem Bereich des Q2DEG. Die Proben MBE II-3392 und MBE I-926 wurden von K. Köhler und P. Ganser am Fraunhofer-Institut für Angewandte Festkörperphysik in Freiburg hergestellt, die Probe C 291 stammt vom Lehrstuhl für Technische Physik der Universität Würzburg. Zur Gitterkoppler-induzierten Anregung der Plasmonen des Q2DEG im Ferninfrarot-Transmissions-Experiment ist eine spezielle Präparation der Halbleiter-Proben erforderlich, die im folgenden detailliert erläutert wird.

Wie in Abb. 4.7 dargestellt, werden die auf eine Größe von etwa  $6 \times 5 \text{ mm}^2$  zugeschnittenen Proben zunächst zur Vermeidung von Schichtdicken-Interferenzen (Fabry-Perot-Interferenzen) bei der Transmissions-Spektroskopie auf der Substratseite unter einem Winkel von ca.  $3^\circ$  keilförmig angeschliffen. In Anschluß an die Reinigung mit destilliertem Wasser und Aceton beschichtet man die Proben auf einer Photolack-Schleuder mit einem Positiv-Photoresist (Microresist ma-P 1205) und belichtet nach einer Trockenzeit von 15 min. bei  $90^\circ \text{ C}$  mit Hilfe eines Maskaligners im kontaktlithographischen Verfahren eine sogenannte Mesa-Struktur von einer Maske in die Photolack-Schicht. Anschließend wird die in den Photoresist belichtete Struktur entwickelt

**Tabelle 4.1:** Schichtaufbau und Gitterparameter der untersuchten Proben.

	MBE II-3392		MBE I-926	C 291	
	A	B, C		A	B
GaAs-Substrat	0.3 mm		0.3 mm	0.5 mm	
GaAs-Pufferschicht	1 $\mu\text{m}$		0.88 $\mu\text{m}$	2 $\mu\text{m}$	
Al <sub>x</sub> Ga <sub>1-x</sub> As undotiert	200 nm		–	–	
Legierungsfaktor x	0.3		–	–	
Al <sub>x</sub> Ga <sub>1-x</sub> As Si-dotiert	30 nm		–	–	
Legierungsfaktor x	0.3		–	–	
Dotierungsdichte $N_{Si}$	$9.1 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$		–	–	
Al <sub>x</sub> Ga <sub>1-x</sub> As undotiert	5 nm		–	–	
Legierungsfaktor x	0.3		–	–	
GaAs-Quantentrog	40 nm		–	–	
Al <sub>x</sub> Ga <sub>1-x</sub> As undotiert	5 nm		5 nm	20 nm	
Legierungsfaktor x	0.3		0.3	0.25	
Al <sub>x</sub> Ga <sub>1-x</sub> As Si-dotiert	30 nm		60 nm	50 nm	
Legierungsfaktor x	0.3		0.3	0.25	
Dotierungsdichte $N_{Si}$	$1.9 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$		$1 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$	$1 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$	
GaAs-Deckschicht	10 nm		20 nm	10 nm	
NiCr-Gate-Elektrode	5 nm		5 nm	5 nm	
Ag-Gitter	–	50 nm	50 nm	50 nm	
Gitterperiode $a$	–	1.5 $\mu\text{m}$	2 $\mu\text{m}$	6 $\mu\text{m}$	20 $\mu\text{m}$
Tastverhältnis $t$	–	0.7	0.65	0.6	0.5





**Abbildung 4.7:** Schematische Darstellung der Probenpräparation für die Gitterkoppler-Transmissions-Spektroskopie im ferninfraroten Spektralbereich. [Pi190]

(Microresist ma-D 330) und durch Ätzen mit einer Lösung aus  $\text{H}_2\text{SO}_4$ ,  $\text{H}_2\text{O}_2$  und  $\text{H}_2\text{O}$  im Mischungsverhältnis 1 : 8 : 1000 bei einer Ätzrate von ca. 45 nm/min. in die Halbleiterstruktur übertragen. In einem nächsten Präparationsschritt wird nach Entfernung der unbelichteten Photolack-Bereiche mit Aceton an den vier Probenecken 400 nm Indium aufgedampft und bei 450° C etwa 4 min. unter Schutzgas-Atmosphäre in einem Ofen eingetempert. Auf diese Weise werden Kontakte zum Q2DEG hergestellt, wobei der elektrische Widerstand zwischen den einzelnen Kontakten  $R \leq 10 \text{ k}\Omega$  betragen sollte. Danach dampft man im Zentrum der Probenoberfläche eine 5 nm dicke Schicht aus semitransparentem NiCr mit einem Oberflächenwiderstand von ca.  $1 \text{ k}\Omega/\square$  auf, die aufgrund der entstehenden Schottky-Barriere zwischen Metall und Halbleiter als Gate-Elektrode dient, d. h. eine Variation der zweidimensionalen Elektronendichte  $N_s$  der Probe durch Änderung der Spannung  $V_g$  zwischen Gate-Elektrode und Q2DEG ermöglichen soll. Aufgrund der vorherigen Mesa-Strukturierung der Probe befinden sich bei Transport-Messungen alle Strompfade zwischen den einzelnen Kontakten im durch die Gate-Elektrode kontrollierten Bereich der Probe.

Nach einer gründlichen Reinigung der Probe mit kochendem Aceton und Methanol im Ultraschallbad folgt nun die Präparation der periodischen Gitterstruktur auf die Probenoberfläche. Die Proben werden erneut, wie oben beschrieben, mit Positiv-Photoresist von etwa 0.5  $\mu\text{m}$  Dicke beschichtet und im Trockenofen

ausgebacken. Mit Hilfe einer entsprechenden Maske belichtet man zunächst mit dem Maskaligner die durch den Aufschleuder-Prozeß entstandenen Gebiete höherer Lackdicke im Bereich der Probenkanten, welche sich bei der folgenden Entwicklung entfernen lassen. Dies führt zu einem besseren Kontakt zwischen Maske und Probe bei der anschließenden lithographischen Belichtung der streifenförmigen Gitterstruktur in den Photoresist. Im Rahmen dieser Arbeit fanden dabei Masken mit Gitterperioden  $a$  zwischen  $1.5 \mu\text{m}$  und  $20 \mu\text{m}$  und dem Tastverhältnis  $t = 0.5$  Anwendung. Die Photolack-Gitter werden nun unter dem streifenden Einfall einer punktförmigen Gelblicht-Lampe solange entwickelt, bis die von der Probenoberfläche reflektierten Beugungsordnungen der einzelnen spektralen Lichtanteile ein Intensitäts-Maximum erreichen. Eventuell zwischen den Photoresist-Stege zurückgebliebene Lackreste werden mittels  $\text{O}_2$ -Plasma-Ätzen von der Probenoberfläche entfernt. Durch Bedampfen mit  $50 \text{ nm}$  Ag kann nun ein streifenförmiges Metallgitter auf der Oberfläche der Halbleiter-Heterostruktur erzeugt werden. Die dazwischenliegenden Photolack-Stege werden im abschließenden sogenannten Lift-Off-Prozeß von der Probe entfernt. Dazu taucht man, eventuell unterstützt durch Ultraschall, die Probe mit der Gitterstruktur nach unten in siedendes 1-Methyl-2-pyrrolidinon, bis sich die mit Ag bedampften Photoresist-Stege von der Oberfläche ablösen. Das durch Ausmessen unter einem hochauflösenden Lichtmikroskop bestimmte Tastverhältnis der hergestellten Ag-Gitter erreicht aufgrund von Beugungserscheinungen beim Lithographie-Prozeß und der damit verbundenen Belichtung unterhalb der abgedeckten Bereiche der Gittermaske besonders für kleine Gitterperioden deutlich höhere Werte als das Tastverhältnis  $t = 0.5$  der verwendeten Gittermasken (Tab. 4.1).

Die Gitterstrukturen mit der Periode  $a = 1.5 \mu\text{m}$  stellen die untere Grenze bei der Durchführbarkeit des Maskenbelichtungs-Prozesses dar. Das Übertragen deutlich kleinerer Gitterkonstanten in den Photoresist erfordert aufwendigere Verfahren wie etwa die holographische Lithographie. [Joh78, Bat86, Pas97]

# Kapitel 5

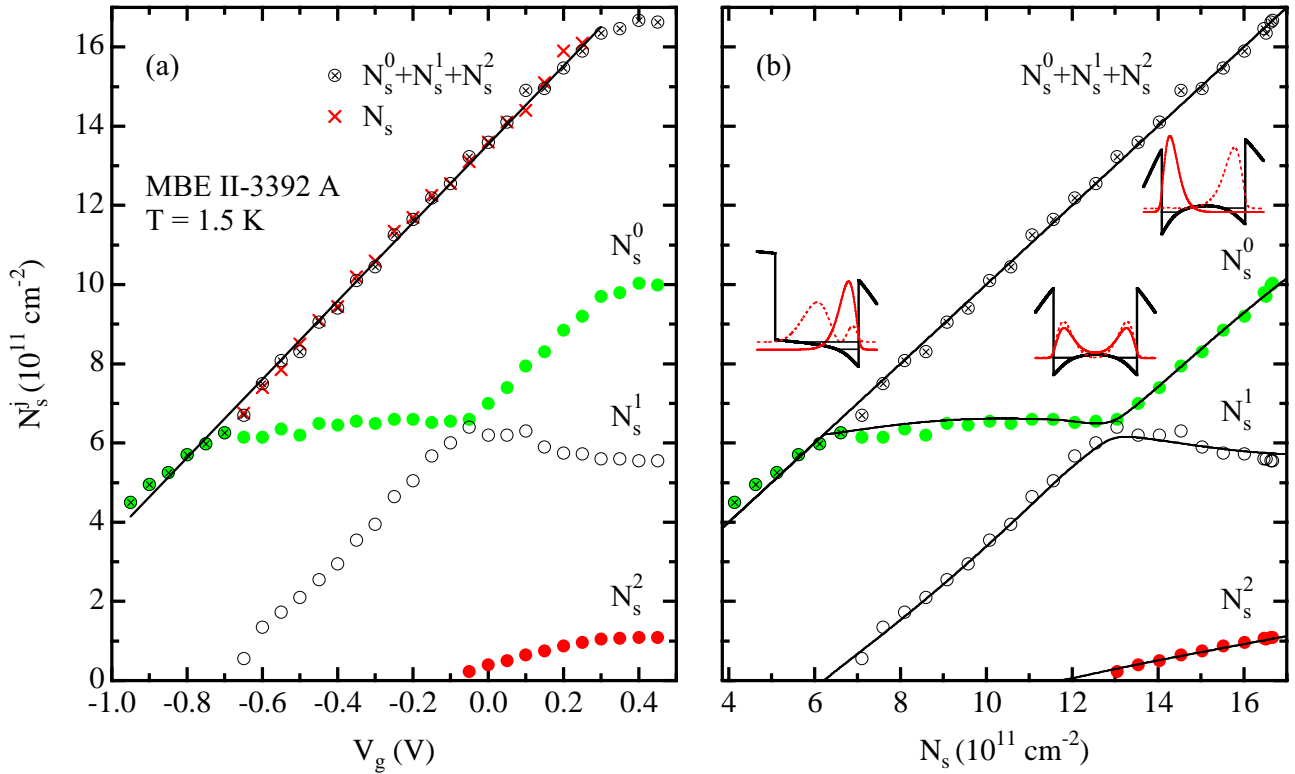
## Experimentelle Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der Magnetotransport- und Ferninfrarot-Transmissions-Messungen an GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As-Einfach- und Doppelheterostrukturen vorgestellt und mit der theoretischen Beschreibung der Intra- und Intersubband-Moden des Q2DEG aus den Kapiteln 2 und 3 verglichen. Im Mittelpunkt der Betrachtungen stehen zunächst die Ladungsdichte-Anregungen einer Doppelheterostruktur mit 40 nm Trogbreite (Abschnitt 5.1). An diesem System konnte in den verschiedenen Regime eines rein Coulomb-gekoppelten und eines zusätzlich über den Tunnel-Effekt gekoppelten zweilagigen Q2DEG der Einfluß der Wechselwirkung beider Lagen des Elektronengases auf dessen kollektive Moden studiert werden. Abschnitt 5.2 ist der Untersuchung von Elektron-Phonon- und Intersubband-Kopplung der Plasmonen in Einfachheterostrukturen gewidmet. Gegenstand des abschließenden Abschnitts 5.3 sind die Intersubband-Moden einer Einfachheterostruktur im Energiebereich der Rayleigh-Anomalie des Gitters.

### 5.1 Kollektive Anregungen des zweilagigen Elektronengases in einer breiten Doppelheterostruktur

Elektronische Zweilagigen-Systeme stellen durch das Wechselspiel von kinetischer Energie und Coulomb- bzw. Tunnel-Kopplung der Elektronen ideale Strukturen zum Studium von Vielteilchen-Effekten im Q2DEG dar. [Bol00a] Die kollektiven Ladungsdichte-Anregungen doppelagiger Elektronensysteme standen daher in den vergangenen Jahren im Mittelpunkt zahlreicher experimenteller [Fai93, Dec94, Hil97, Pla97, Kai98, Den00, Hol02a, Hol02b, Boo03] und theoretischer Arbeiten. [Sar94, Tam94, Za94, Gum95, Rad96, Wen96, Reb97, Sar98, Rai99, Bol00a, Tan01, Hu 01, Liu01] Besonderes Interesse erweckten in Systemen mit endlicher quantenmechanischer Tunnel-Kopplung der Einfluß dieser Wechselwirkung auf die akustische Plasmon-Anregung sowie die Eigenschaften der mit der Tunnel-Aufspaltung  $\Delta_{SAS}$  verbundenen Intersubband-Mode. Sowohl diese sogenannte Tunnel-Mode als auch das akustische Plasmon konnten kürzlich an Systemen aus zwei durch eine dünne Barriere getrennten Doppelheterostrukturen erstmals beobachtet werden. [Hol02a, Boo03]

Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführten Experimente zum Studium der kollektiven Moden des zweilagigen Elektronengases einer Doppelheterostruktur mit 40 nm Trogbreite (Probe MBE II-3392) konzentrieren sich auf die Untersuchung des Kopplungs-Verhaltens zwischen den Plasmon-Anregungen in beiden Lagen des Q2DEG bzw. zwischen den Plasmon-Anregungen innerhalb oder aus verschiedenen delokalisierten Subbändern des Q2DEG im Fall endlicher Tunnel-Kopplung. Die Variation der angelegten Gate-Spannung führt in diesem System sowohl zu einer Änderung der zweidimensionalen Elektronendichte  $N_s$  und der Subband-Besetzungszahlen  $N_s^j$  als auch zu einer Verschiebung der räumlichen Symmetrie des effektiven Einschlußpotentials  $V(z)$  [Gl. (1.7)]. Somit lassen sich in einer einzigen Probe die unterschiedlichen Regime eines einlagigen Q2DEG, eines rein Coulomb-gekoppelten zweilagigen Q2DEG und eines zusätzlich



**Abbildung 5.1:** Zweidimensionale Elektronendichte  $N_s$  und Subband-Besetzungszahlen  $N_s^j$  der Probe MBE II-3392 A als Funktion (a) der angelegten Gate-Spannung  $V_g$  und (b) der Gesamtdichte  $N_s$ , ermittelt aus den Shubnikov-de Haas-Oszillationen des Magnetowiderstandes  $\rho_{xx}(B)$  bei  $T = 1.5$  K. In (b) ist zusätzlich die räumliche Symmetrie des effektiven Potentials  $V(z)$  bei  $N_s = 6.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ ,  $N_s = 12.9 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  und  $N_s = 16.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  mit den entsprechenden untersten beiden Subband-Niveaus und den Betragsquadraten der Subband-Wellenfunktionen eingezeichnet. Die durchgezogenen Linien zeigen in (a) die bestmögliche lineare Anpassung  $N_s(V_g)$  und in (b) das Resultat einer selbstkonsistenten Berechnung der Subband-Besetzung  $N_s^j$ . Die verwendeten Parameter sind in Tab. 5.1 zusammengestellt.

über den Tunnel-Effekt gekoppelten zweilagigen Q2DEG einstellen. Durch die Änderung der Potentialsymmetrie kommt es auch zur energetischen Entartung ungestörter Plasmon-Moden des zweilagigen Elektronengases, wobei dann eine starke Wechselwirkung zwischen diesen Intersubband-Anregungen auftritt.

Während mit Hilfe der Gitterkoppler-Transmissions-Spektroskopie die kollektiven Ladungsdichte-Anregungen studiert wurden, lieferten Magnetotransport-Experimente die zweidimensionale Elektronendichte  $N_s$  und die Subband-Besetzungszahlen  $N_s^j$ , aus denen sich die Einteilchen-Subband-Abstände des zweilagigen Q2DEG gewinnen lassen. Zur Überprüfung der Reproduzierbarkeit der experimentellen Ergebnisse wurden insgesamt drei verschiedene Proben (MBE II-3392 A, MBE II-3392 B und MBE II-3392 C) untersucht, wobei Probe A nur mit einer Gate-Elektrode und Kontakten versehen wurde und auf die Proben B und C zusätzlich ein Gitterkoppler der Periode  $a = 1.5 \mu\text{m}$  präpariert wurde.

### 5.1.1 Magnetotransport-Messungen zur Bestimmung der Subband-Besetzung

Die Besetzung der Subbänder und die Änderung der Symmetrie des selbstkonsistenten Potentials  $V(z)$  der Probe MBE II-3392 bei Variation der angelegten Gate-Spannung konnte durch die Fourier-Transformation der

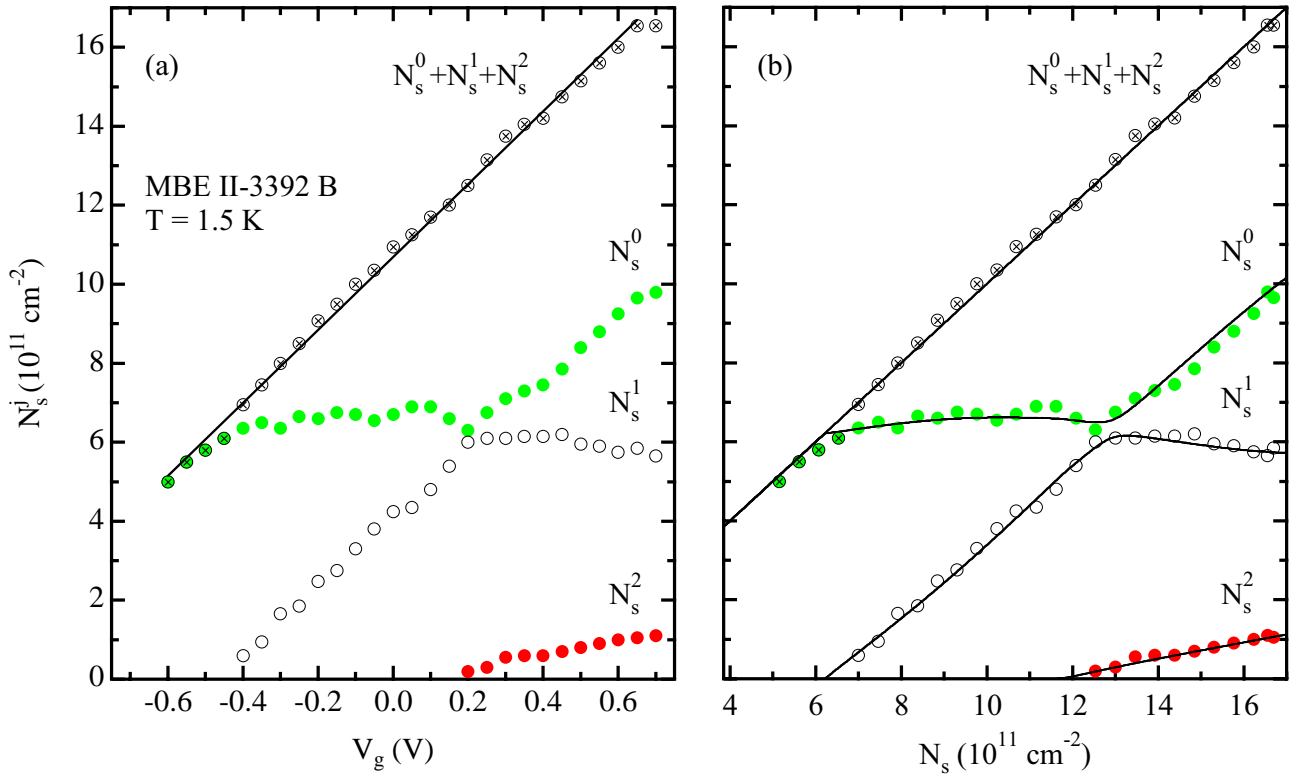
Shubnikov-de Haas-Oszillationen des Q2DEG (Abschnitt 4.2) im Magnetfeldbereich von  $B = 0 - 4$  T bei  $T = 1.5$  K ermittelt werden. Abb. 5.1 (a) zeigt die Abhängigkeit der auf diese Weise gewonnenen Subband-Besetzungszahlen  $N_s^j$  und der gesamten zweidimensionalen Elektronendichte  $N_s$  der Probe MBE II-3392 A von der Gate-Spannung  $V_g$ . Die Ladungsträgerdichte  $N_s$  ergibt sich dabei sowohl aus dem zugehörigen Signal im Fourier-Spektrum des Magnetowiderstandes  $\rho_{xx}(B)$  als auch aus der Summe der beobachteten Partialdichten  $N_s^j$  [Abb. 4.6 (d)], wobei eine sehr gute Übereinstimmung zwischen beiden Resultaten zu beobachten ist. Unterhalb einer Gate-Spannung von  $V_g = -0.70$  V ist nur der Grundzustand des zweilagigen Q2DEG besetzt, und die Elektronendichte  $N_s$  wächst linear mit der angelegten Gate-Spannung an. Ab etwa  $V_g = -0.70$  V wird das erste angeregte Subband bevölkert, dessen Besetzungsdichte  $N_s^1$  dann linear mit  $V_g$  zunimmt, während die Dichte  $N_s^0$  nahezu konstant bleibt. Die Besetzungszahlen der beiden niedrigsten energetischen Subbänder gleichen sich somit bis  $V_g = -0.05$  V einander immer weiter an. Bei dieser Gate-Spannung erreicht die Differenz ( $N_s^0 - N_s^1$ ) ein Minimum und steigt für höhere Werte von  $V_g$  wieder an, wobei dann  $N_s^0$  linear mit  $V_g$  wächst, während die Besetzung  $N_s^1$  schwach abnimmt. Aufgrund der Linienbreite der Signale im Fourier-Spektrum von  $\rho_{xx}(B)$  konnte bei  $V_g = -0.05$  V die Subband-Besetzungszahl  $N_s^1$  nicht direkt beobachtet werden, sondern wurde aus der Differenz  $N_s^1 = N_s - N_s^0 - N_s^2$  der Gesamt-Ladungsträgerdichte  $N_s$  und der Besetzungen des untersten und des ab  $V_g = -0.05$  V ebenfalls nachweislich besetzten zweiten angeregten Subbandes ermittelt. Bis zu einer Gate-Spannung von  $V_g = +0.30$  V zeigt die zweidimensionale Elektronendichte  $N_s$  eine lineare Abhängigkeit von  $V_g$  und sättigt bei höheren Spannungen aufgrund anwachsender Leckströme.

Die Subband-Besetzung der Probe MBE II-3392 A ist in Abb. 5.1 (b) über der zweidimensionalen Elektronendichte  $N_s$  aufgetragen, welche durch die in Tab. 5.1 angegebene lineare Anpassung der Abhängigkeit  $N_s(V_g)$  [Abb. 5.1 (a)] gewonnen wurde. Die von der Linearität abweichenden Werte von  $N_s$  im Bereich der Sättigung wurden dabei direkt übernommen. Der experimentell ermittelte Verlauf der Subband-Besetzung  $N_s^j(N_s)$  läßt sich sehr gut durch eine selbstkonsistente Berechnung des Grundzustandes des Q2DEG beschreiben, wenn man die Verschiebung der Symmetrie des effektiven Potentials  $V(z)$  bei Variation der Gate-Spannung durch eine Änderung der Randbedingung  $b$  für das Hartree-Potential [Gl. (1.21)] ausdrückt. Diese Abhängigkeit  $b(N_s)$  der Verkippung des selbstkonsistenten Potentials von  $V_g$  und somit von  $N_s$  sowie die übrigen verwendeten Parameter der Rechnung sind in Tab. 5.1 zusammengestellt. Bei hohen negativen Gate-Spannungen, welchen Elektronendichten  $N_s < 6.2 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  entsprechen, ist der Potentialverlauf sehr stark asymmetrisch [Abb. 5.1 (b)] und nur das unterste Subband besetzt. Dessen zugehörige Wellenfunktion  $\varphi_0(z)$  ist auf der rechten Seite des Potentialtopfes lokalisiert, so daß hier das Regime eines einlagigen Q2DEG vorliegt. Ab  $N_s = 6.2 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  beginnt die Population des ersten angeregten Zustandes und damit der Übergang zu einem zweilagigen Elektronensystem, da die Wellenfunktion  $\varphi_1(z)$  mit wachsender Elektronendichte immer

**Tabelle 5.1:** Parameter zur selbstkonsistenten Berechnung der Subband-Besetzung in der Probe MBE II-3392.

$d$	[nm]	38.2
$d_1$	[nm]	65.0 <sup>a)</sup>
$T$	[K]	1.5
$N^{\text{b)}}$		4
$N_s$	$[10^{11} \text{ cm}^{-2}]$	A: $13.54 + 9.90 (V_g/V)$ , B: $10.69 + 9.23 (V_g/V)$
$b^{\text{c)}}$		$-0.868 + 0.157 (N_s/10^{11} \text{ cm}^{-2}) - 0.00395 (N_s/10^{11} \text{ cm}^{-2})^2$
$\Delta_{SAS}$	$[\text{cm}^{-1}]$	13.1

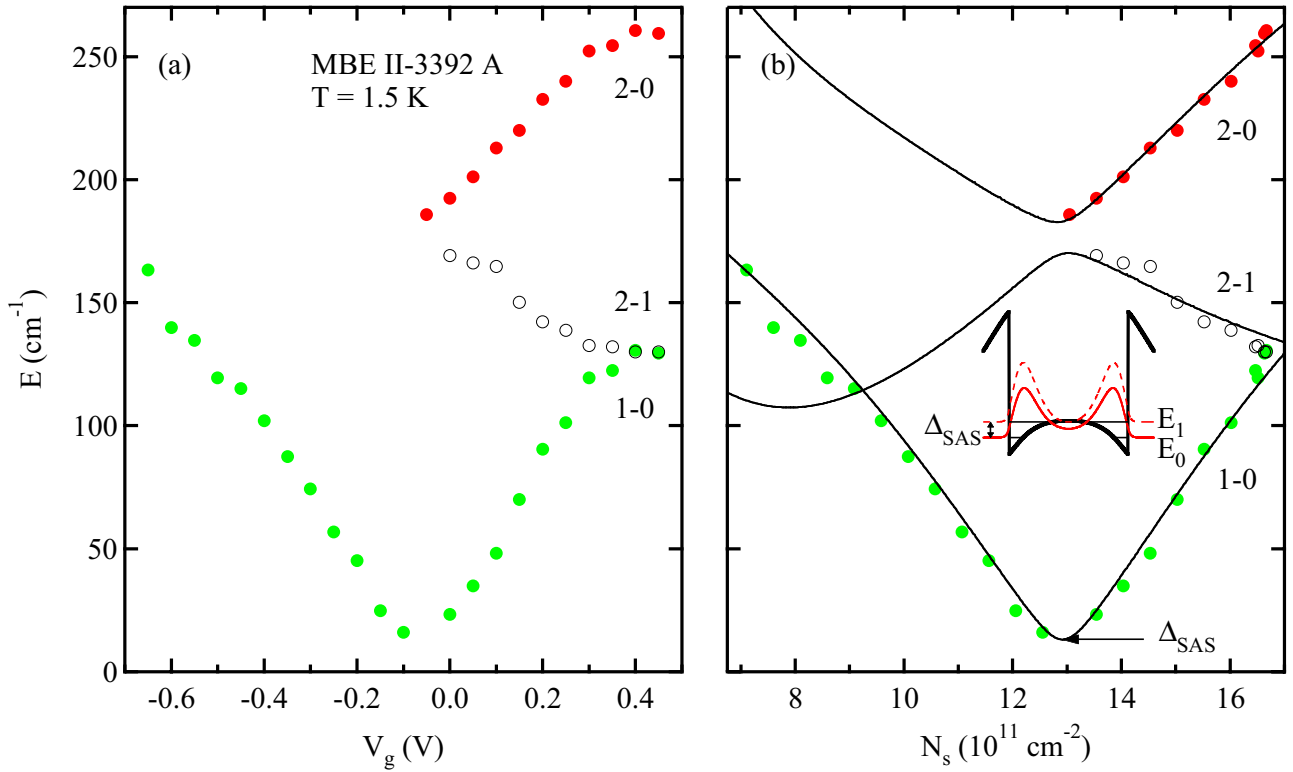
a) Tab. 4.1    b) Subbandanzahl    c) Randbedingung für das Hartree-Potential nach Gl. (1.21)



**Abbildung 5.2:** Zweidimensionale Elektronendichte  $N_s$  und Subband-Besetzungszahlen  $N_s^j$  der Probe MBE II-3392 B als Funktion (a) der angelegten Gate-Spannung  $V_g$  und (b) der Gesamtdichte  $N_s$ , ermittelt aus den Shubnikov-de Haas-Oszillationen des Magnetowiderstandes  $\rho_{xx}(B)$  bei  $T = 1.5$  K. Die durchgezogenen Linien zeigen in (a) die bestmögliche lineare Anpassung  $N_s(V_g)$  und in (b) das Resultat einer selbstkonsistenten Berechnung der Subband-Besetzung unter Benutzung der Parameter aus Tab. 5.1.

stärker auf der linken Seite der DHS lokalisiert ist. Hintergrund dieses Ladeverhaltens der breiten DHS ist die Tatsache, daß aufgrund der Lokalisierung der Grundzustands-Wellenfunktion  $\varphi_0$  am rechten Potentialrand und der damit verbundenen Coulomb-Abstoßung die energetisch günstigste Konfiguration entsteht, wenn die hinzukommenden Elektronen ein auf der gegenüberliegenden Potentialseite lokalisiertes Subband besetzen. Die Dichte  $N_s^0$  im Grundzustand bleibt dann nahezu konstant, während  $N_s^1$  fast parallel zum Anstieg der Gesamtdichte verläuft. Bei einer Elektronendichte von  $N_s = 12.9 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  stellt sich ein symmetrischer Verlauf des effektiven Potentials  $V(z)$  ein ( $b = 0.5$ ), weshalb die Besetzungszahl-Differenz ( $N_s^0 - N_s^1$ ) ein Minimum erreicht. In diesem Regime werden die beiden niedrigsten energetischen Zustände durch je eine symmetrische und eine antisymmetrische delokalisierte Wellenfunktion gebildet, welche durch die Tunnel-Kopplung gemischt sind. Bei einer weiteren Erhöhung der Ladungsträgerdichte stellt sich wieder ein asymmetrischer Potentialverlauf ein und die hinzukommenden Elektronen besetzen das nun auf der linken Potentialseite lokalisierte energetisch niedrigste Subband. Aufgrund der Coulomb-Abstoßung und der gleichzeitigen Population des zweiten angeregten Zustandes ab etwa  $N_s = 11.9 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  kommt es jetzt sogar zu einer leichten Abnahme der Besetzung des ersten angeregten Subbandes.

Der experimentell bestimmte Verlauf der Elektronendichte  $N_s$  und der Subband-Besetzungszahlen  $N_s^j$  der Gitterkoppler-Probe MBE II-3392 B bei Variation der Gate-Spannung  $V_g$  ist in Abb. 5.2 (a) dargestellt. Das Ladeverhalten dieser Probe entspricht den Ergebnissen für die Probe MBE II-3392 A, wobei hier die beobach-



**Abbildung 5.3:** Einteilchen-Subband-Abstände  $E_{jk} = E_j - E_k$  der Probe MBE II-3392 A als Funktion (a) der angelegten Gate-Spannung  $V_g$  und (b) der Gesamtdichte  $N_s$ , berechnet nach Gl. (5.1) aus den experimentell ermittelten Subband-Besetzungszahlen  $N_s^j$ . Die durchgezogenen Linien in (b) zeigen das Resultat der selbstkonsistenten Berechnung des Grundzustandes der DHS unter Benutzung der Parameter aus Tab. 5.1. In (b) ist zusätzlich die Energie  $\Delta_{SAS}$  der Tunnel-Aufspaltung der niedrigsten beiden Zustände bei symmetrischem Potentialverlauf ( $b = 0.5$ ) eingezeichnet und durch das eingefügte Bild veranschaulicht.

teten Dichten jedoch gegenüber der Probe ohne Gitterkoppler bei um etwa  $\Delta V_g = 0.3$  V höheren Spannungen auftreten. Diese Differenz läßt sich mit der unterschiedlichen Präparation beider Proben begründen, da die Eigenschaften der Metallschicht auf der Oberfläche die Formation der Schottky-Barriere und somit den Verlauf von  $V(z)$  maßgeblich beeinflussen. Abb. 5.2 (b) zeigt deutlich, daß sich die Subband-Besetzung der Probe MBE II-3392 B als Funktion der mittels einer linearen Anpassung der Abhängigkeit von  $V_g$  (Tab. 5.1) bestimmten Gesamt-Ladungsträgerdichte  $N_s$  durch einen zur Probe MBE II-3392 A identischen Parametersatz ebenfalls sehr gut beschreiben läßt. Der Verlauf der Subband-Besetzung und die Verschiebung der Form des selbstkonsistenten Potentials  $V(z)$  sind somit unabhängig vom Prozeß der Probenpräparation.

Die Bestimmung der Subband-Besetzungszahlen  $N_s^j$  aus den Shubnikov-de Haas-Oszillationen des Magnetowiderstandes  $\rho_{xx}(B)$  erlaubt eine direkte Messung der Einteilchen-Subband-Abstände  $E_{jk} = E_j - E_k$  des Q2DEG. [Lut60, Den00] Im Fall niedriger Probertemperaturen findet man unter Anwendung des Limits  $T \rightarrow 0$  von Gl. (1.14) die Beziehung

$$E_{jk} = \frac{\pi \hbar^2}{m^*} (N_s^k - N_s^j) , \quad (5.1)$$

d. h. die Subband-Abstände sind proportional zur Besetzungszahl-Differenz ( $N_s^k - N_s^j$ ) der beiden Subbänder.

Bei endlicher Tunnel-Kopplung zweier Subbänder muß eine Vielteilchen-Korrektur zur experimentell bestimmten Aufspaltung  $\Delta_{SAS}$  berücksichtigt werden, [Swi97] welche jedoch bei der vorliegenden Probe weniger als 5% beträgt und somit innerhalb der Meßgenauigkeit der Experimente liegt. Durch den Vergleich der aus dem Magnetotransport-Messungen gewonnenen Einteilchen-Energiedifferenzen mit den Plasmon-Anregungsenergien aus der Ferninfrarot-Spektroskopie ist es somit prinzipiell möglich, die kollektive Verschiebung der Intersubband-Moden direkt experimentell zu bestimmen. [Gra00, Hol02a]

Die aus den Transportdaten gewonnenen Subband-Differenzen der Probe MBE II-3392 A sind in Abb. 5.3 (a) als Funktion der angelegten Gate-Spannung  $V_g$  und in Abb. 5.3 (b) in Abhängigkeit von der zweidimensionalen Elektronendichte  $N_s$  dargestellt. Der wie oben beschrieben nur indirekt bestimmte Wert von  $N_s^1$  bei  $V_g = -0.05$  V wurde bei der Auswertung hier nicht berücksichtigt. Man erkennt das Minimum des Subband-Abstandes  $E_{10}$  für die Elektronendichte  $N_s = 12.9 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ , bei der ein symmetrisches Einschlußpotential der DHS und somit der Fall endlicher Tunnel-Kopplung der untersten beiden Subbänder vorliegt. Die selbstkonsistente Berechnung des Grundzustandes, deren Resultat ebenfalls in Abb. 5.3 (b) eingezeichnet ist, liefert dabei eine Tunnel-Aufspaltung der zwei niedrigsten Zustände von  $E_{10} = \Delta_{SAS} = 13.1 \text{ cm}^{-1}$ .

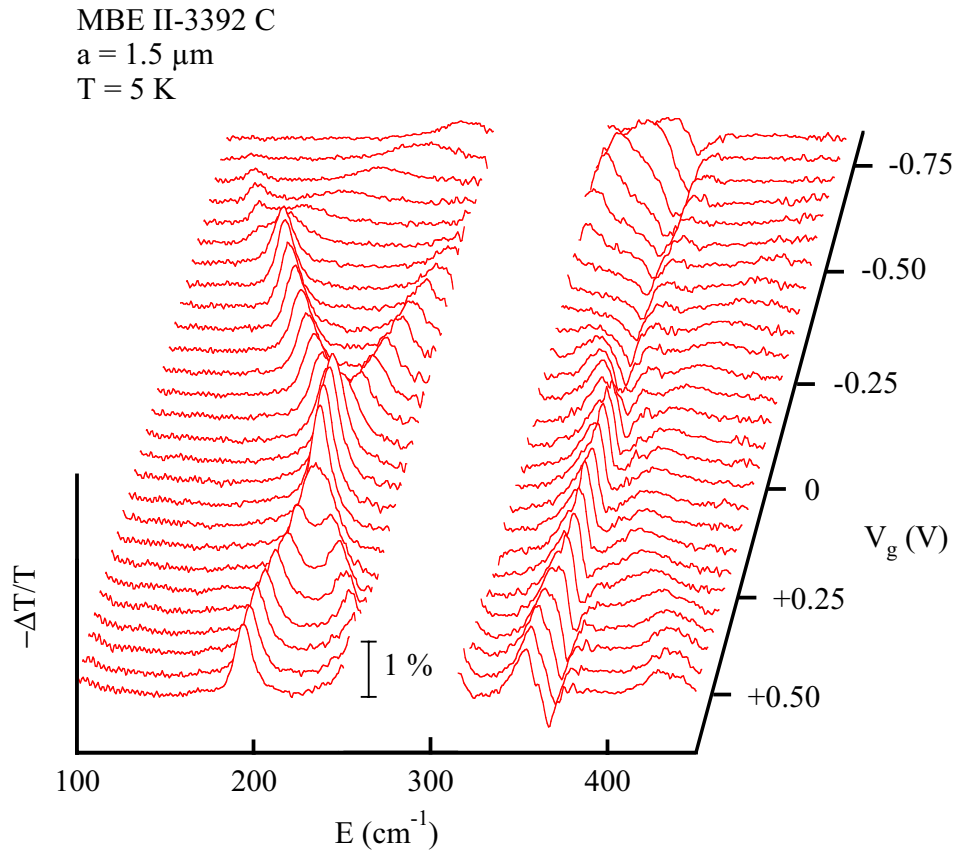
### 5.1.2 Vorbetrachtungen zu den kollektiven Moden in den verschiedenen Regime des quasi-zweidimensionalen Elektronengases

Die Magnetotransport-Messungen an der Doppelheterostruktur MBE II-3392 haben gezeigt, daß sich durch Variation der Gate-Spannung Übergänge zwischen den Regime eines einlagigen und eines zweilagigen Q2DEG ebenso induzieren lassen wie eine deutliche Tunnel-Kopplung des zweilagigen Q2DEG. Aufgrund der deutlichen Veränderung der räumlichen Symmetrie des effektiven Potentials  $V(z)$  mit der angelegten Spannung  $V_g$  [Abb. 5.1 (b)] tritt dabei im Gegensatz zum Fall konstanter Potentialsymmetrie (Abschnitt 2.2.5) eine sehr starke Verschiebung der Subband-Abstände auf (Abb. 5.3), verbunden mit der Möglichkeit deren energetischer Entartung. Man erwartet daher eine recht komplexe Spannungs-Abhängigkeit der Plasmon-Energien mit mehreren sich kreuzenden oder abstoßenden Anregungsweisen. In Abb. 5.4 ist dieses Verhalten anhand der in einem weiten Bereich der Gate-Spannung  $V_g$  aufgenommenen normierten Transmissions-Spektren der Probe MBE II-3392 C zu erkennen. Sowohl unterhalb als auch oberhalb des für FIR-Strahlung praktisch undurchlässigen und daher keine spektralen Strukturen enthaltenden Reststrahlen-Bereichs des GaAs-Substrats beobachtet man mehrere sich kreuzende oder energetisch abstoßende Resonanzen. In Abhängigkeit von der Gate-Spannung zeigen diese eine deutliche Energieverschiebung und Veränderung der Anregungsstärke.

Um die in den normierten Transmissions-Spektren beobachteten Resonanzlinien einzelnen Übergängen innerhalb der DHS und den verschiedenen Regime des Q2DEG zuordnen zu können, werden vor einer weiteren Besprechung der experimentellen Ergebnisse zunächst die Energien der kollektiven Moden auf Basis der Ergebnisse der Transport-Messungen berechnet und diskutiert. Durch einen Vergleich mit den Einteilchen-Energiedifferenzen  $E_{jk}$  sowie den entsprechenden Potentialverläufen  $V(z)$  und Subband-Wahrscheinlichkeitsdichten  $|\varphi_j(z)|^2$  bei bestimmten Ladungsträger-Konzentrationen  $N_s$  lassen sich die Plasmon-Anregungen identifizieren und den einzelnen Regime des Q2DEG zuweisen.

Abb. 5.5 zeigt die unter Verwendung der aus den Transport-Messungen gewonnenen Parameter (Tab. 5.1) und der Materialkonstanten aus Tab. A.1 (Anhang A) im Vier-Subband-Modell (Volllinien) und in diagonalen Näherung (Punktlinien) berechneten Energien der Plasmon-3D-LO-Phonon-Anregungen der Probe MBE II-3392 als Funktion der zweidimensionalen Elektronendichte  $N_s$ . Der Wellenzahlvektor der Ladungsdichte-Moden von  $q = 4.2 \times 10^4 \text{ cm}^{-1}$  entspricht dabei der ersten Beugungsordnung des Gitters der Periode  $a = 1.5 \mu\text{m}$ . Die Ankopplung der Q2D-Plasmonen an die longitudinal-optischen Phononen von GaAs nach Gl. (2.28) wurde bei der Berechnung der kollektiven Moden berücksichtigt, da einige der beobachteten Anregungsweisen in das Gebiet der Reststrahlen-Bande von GaAs eindringen. Der besseren Übersichtlichkeit halber sind

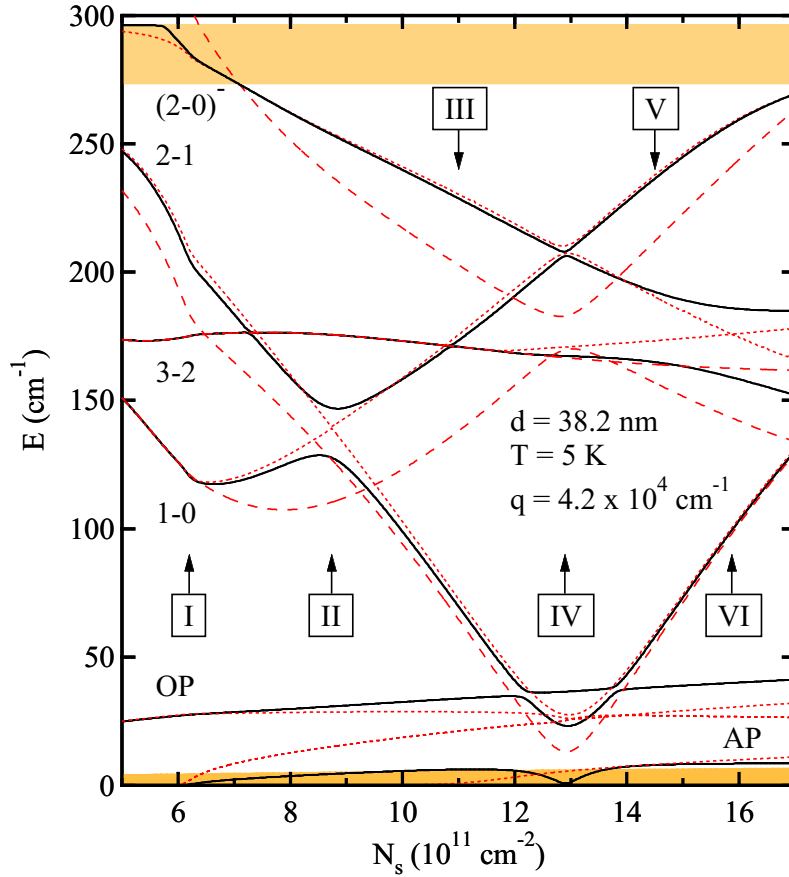




**Abbildung 5.4:** Normierte Transmissions-Spektren der Probe MBE II-3392 C für Gate-Spannungen von  $V_g = -0.80 \text{ V}$  bis  $V_g = +0.50 \text{ V}$  bei  $T = 5 \text{ K}$ . Durch Variation der Gate-Spannung ändern sich mit der Ladungsträgerdichte  $N_s$  und der Subband-Besetzung  $N_s^j$  auch die Subband-Abstände  $E_{jk}$  und die räumliche Symmetrie des effektiven Potentials  $V(z)$  der DHS. Dies führt zur beobachteten Kreuzung oder energetischen Abstoßung von Anregungszweigen in den verschiedenen Regime des quasi-zweidimensionalen Elektronengases. Nicht dargestellt sind hier die Intrasubband-artigen Resonanzen unterhalb von  $E = 100 \text{ cm}^{-1}$  sowie die Transmission im Bereich um die für FIR-Strahlung nahezu undurchlässige Reststrahlen-Bande des GaAs-Substrats ( $E = 250 \text{ cm}^{-1}$  bis  $E = 310 \text{ cm}^{-1}$ ).

nur die Anregungszweige unterhalb der schattiert eingezeichneten Reststrahlen-Bande von GaAs dargestellt. Die mit den Ziffern I – VI markierten Pfeile kennzeichnen ausgewählte Werte von  $N_s$ , welche die verschiedenen Regime des Q2DEG repräsentieren oder mit einer energetischen Entartung zweier ungestörter, d. h. in Diagonalnäherung berechneter Plasmon-LO-Phonon-Anregungen verbunden sind. Zur Veranschaulichung der bei diesen Dichten auftretenden Anregungen sind in Abb. 5.6 der Potentialverlauf  $V(z)$  sowie die Subband-Niveaus  $E_j$  und die Betragsquadrate  $|\varphi_j(z)|^2$  der Subband-Wellenfunktionen für die Punkte I – VI dargestellt.

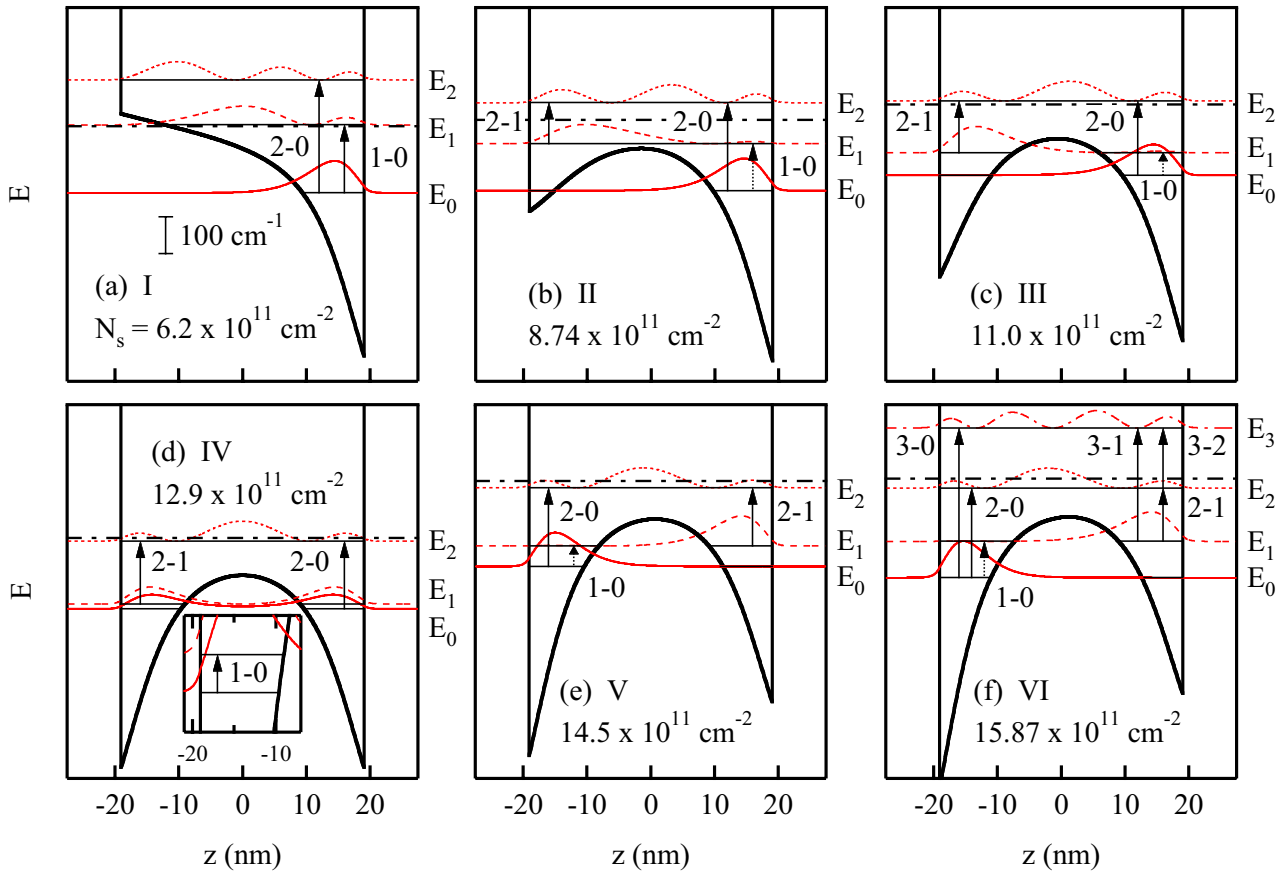
Unterhalb einer zweidimensionalen Elektronendichte von  $N_s = 6.2 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  (I) ist nur das energetisch niedrigste Subband der DHS besetzt, und das Q2DEG spürt ähnlich wie in einer SHS ein nahezu dreiecksförmiges Einschlußpotential. Dieser Bereich entspricht somit dem Regime eines einlagigen Elektronengases an der rechten Grenzfläche (Rückseite) der DHS, wobei der (1-0)-Subband-Abstand wie in einer SHS höher ist als die (2-1)-Subband-Energiedifferenz. Da sich dieses Verhältnis bei höheren Dichten umkehrt, die Moden in Abb. 5.5 jedoch im gesamten betrachteten Bereich eine einheitliche Bezeichnung tragen sollen, entspricht zunächst die in Abb. 5.5 mit "(2-1)" gekennzeichnete Anregung dem (1-0)-Übergang in Abb. 5.6 (a) und die formal als



**Abbildung 5.5:** Subband-Abstände (Strichlinien) und Plasmon-LO-Phonon-Anregungsenergien (Vier-Subband-Modell: Volllinien, diagonale Näherung: Punktlinien) der Probe MBE II-3392 in Abhängigkeit von der Elektronendichte  $N_s$  bei einer Temperatur von  $T = 5 \text{ K}$  und dem Wellenzahlvektor-Übertrag  $q = 4.2 \times 10^4 \text{ cm}^{-1}$ . Die Energie des optischen (akustischen) Plasmons ist durch OP (AP) gekennzeichnet, der Bereich der (0-0)- und (1-1)-Intrasubband-Kontinua ist ebenso wie das Gebiet der Reststrahlen-Bande von GaAs ( $\hbar\omega_{\text{TO}} \leq E \leq \hbar\omega_{\text{LO}}$ ) schattiert hervorgehoben. Die Pfeile I – VI kennzeichnen ausgewählte Dichten  $N_s$ , welche die verschiedenen Regime des Q2DEG repräsentieren oder bei denen eine energetische Entartung zweier ungestörter Plasmon-3D-LO-Phonon-Anregungen auftritt.

"(1-0)" benannte Mode dem (2-1)-Übergang. Der in diesem Regime mit "(1-0)" gekennzeichnete (2-1)-Übergang zeigt keine kollektive Verschiebung, da das erste angeregte Subband nicht besetzt ist. Die (2-0)-Plasmon-LO-Phonon-Mode spaltet im hier betrachteten Bereich in einen Plasmon-artigen Anregungszweig (2-0)<sup>-</sup> unterhalb  $\hbar\omega_{\text{LO}}$  und einen (nicht eingezeichneten) LO-Phonon-artigen Ast (2-0)<sup>+</sup> oberhalb  $\hbar\omega_{\text{LO}}$  auf, während sich die Phonon-artigen Zweige der übrigen Plasmon-Phonon-Moden kaum von der ungestörten LO-Phonon-Energie  $\hbar\omega_{\text{LO}}$  unterscheiden und daher hier nicht dargestellt werden. Bei dem Wellenzahlvektor  $q = 4.2 \times 10^4 \text{ cm}^{-1}$  existiert nur eine als OP bezeichnete Intrasubband-Plasmon-Mode, welche der kohärenten Elektronenbewegung im untersten Subband entspricht.

Ab einer Ladungsträger-Konzentration von  $N_s = 6.2 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  wird der erste angeregte Zustand besetzt. Der Schwerpunkt der zugehörigen Wellenfunktion  $\varphi_1(z)$  liegt aufgrund der Coulomb-Abstoßung mit den am rechten Potentialrand lokalisierten Elektronen des untersten Subbandes auf der linken Seite (Vorderseite) der DHS. Es bildet sich ein zweilagiges Q2DEG, dessen longitudinale Ladungsdichte-Oszillationen jetzt in einen optischen (OP) und einen akustischen Zweig (AP) aufspalten, wobei die akustische Mode noch innerhalb des in Abb. 5.5 schattiert eingezeichneten Bereichs der Intrasubband-Kontinua verläuft. Bei der Elektronendichte  $N_s = 8.74 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  (II) tritt eine energetische Entartung zwischen den ungestörten (1-0)- und (2-1)-Anregungsmoden auf. Die Intersubband-Kopplung bewirkt eine energetische Abstoßung beider Plasmonen, verbunden mit einer Aufspaltung von etwa  $20 \text{ cm}^{-1}$ . In diesem Bereich erwartet man auch einen Austausch von Oszillatorstärke zwischen beiden Übergängen. Im Gegensatz zum Fall einer DHS mit parabolischem Einschlußpotential [Wix94], in der es aufgrund der untereinander gleichen Subband-Abstände und der Gültigkeit des verallgemeinerten Kohn-Theorems [Koh61, Bre89] zur energetischen Entartung der Ladungsdichte-Anregungen kommt, tritt hier eine Aufspaltung der Moden auf, da das Strahlungsfeld nicht nur an die Schwerpunkts-Bewegung der Elektronen ankoppelt. Für  $N_s > 8.74 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  entspricht nun auch



**Abbildung 5.6:** Bandkantenverlauf und Subband-Quantisierung der Probe MBE II-3392 bei den in Abb. 5.5 markierten Elektronendichten I–VI, berechnet unter Verwendung der Parameter aus Tab. 5.1 für  $T = 5$  K. Das effektive Potential  $V(z)$  ist jeweils mit einer starken durchgezogenen Linie gekennzeichnet, die Subband-Niveaus  $E_j$  sind durch je eine dünne Vollinie skizziert. Zur Veranschaulichung des Überlapps von Anfangs- und Endzustand der durch Pfeile gekennzeichneten Intersubband-Übergänge sind zusätzlich die Betragsquadrate  $|\varphi_j(z)|^2$  der Subband-Wellenfunktionen dargestellt, wobei Anregungen mit geringem oder verschwindendem Überlapp einem als Punktlinie skizzierten Pfeil entsprechen. Die Lage des chemischen Potentials  $\mu(T)$  wird jeweils durch eine Strichpunktlinie repräsentiert.

die Notation der (1-0)- und (2-1)-Anregungen in Abb. 5.5 der Notation beider Übergänge in Abb. 5.6. Da der Überlapp zwischen den Subband-Wellenfunktionen  $\varphi_0(z)$  und  $\varphi_1(z)$  mit wachsender Dichte abnimmt [Abb. 5.6 (b)], erwartet man in diesem Regime eine sehr geringe Anregungsstärke der (1-0)-Intersubband-Mode.

Die Elektronendichte  $N_s = 11.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  (III) repräsentiert den Bereich, in welchem ein Coulombgekoppeltes zweilagiges Q2DEG mit zwei besetzten Subbändern vorliegt, deren Wellenfunktionen auf je einer Seite der DHS lokalisiert sind. Die Aufspaltung der beiden untersten Subbänder wird dabei mit wachsender Dichte immer geringer, wobei der Potentialverlauf  $V(z)$  eine zunehmend symmetrische Form annimmt.

Bei einer zweidimensionalen Elektronendichte von  $N_s = 12.9 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  (IV) liegt schließlich ein symmetrischer Potentialverlauf ( $b = 0.5$ ) der DHS vor. Die beiden Schichten des zweilagigen Q2DEG sind jetzt sowohl über die Coulomb-Wechselwirkung als auch durch das quantenmechanische Tunneln miteinander gekoppelt und werden von einem Paar delocalisierter symmetrischer bzw. antisymmetrischer Zustände mit der Energieaufspaltung  $E_{10} = \Delta_{SAS}$  gebildet. Aufgrund des Überlapps der Wellenfunktionen  $\varphi_0(z)$  und  $\varphi_1(z)$  kann nun im Prinzip auch der [in Abb. 5.6 (d) vergrößert dargestellte] (1-0)-Übergang wieder eine endliche

Anregungsstärke besitzen und wird in diesem Regime zur sogenannten Tunnel-Mode. Unter- und oberhalb der Dichte  $N_s = 12.9 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  kommt es jeweils zu einer schwachen energetischen Abstoßung der (1-0)- und OP-Anregungen. Durch die Intersubband-Kopplung an die (1-0)-Mode verliert das AP im Regime des über den Tunnel-Effekt wechselwirkenden Zweilagigen-Systems den Großteil seiner Oszillationsenergie, welche hier annähernd zu null wird. Als Folge der größeren kollektiven Verschiebung der (2-1)-Mode gleichen sich bei symmetrischem Potentialverlauf die Energien der (2-1)- und (2-0)<sup>-</sup>-Anregungen einander beinahe an, während die entsprechenden Einteilchen-Niveau-Abstände die Differenz  $\Delta_{SAS} = 13.1 \text{ cm}^{-1}$  aufweisen.

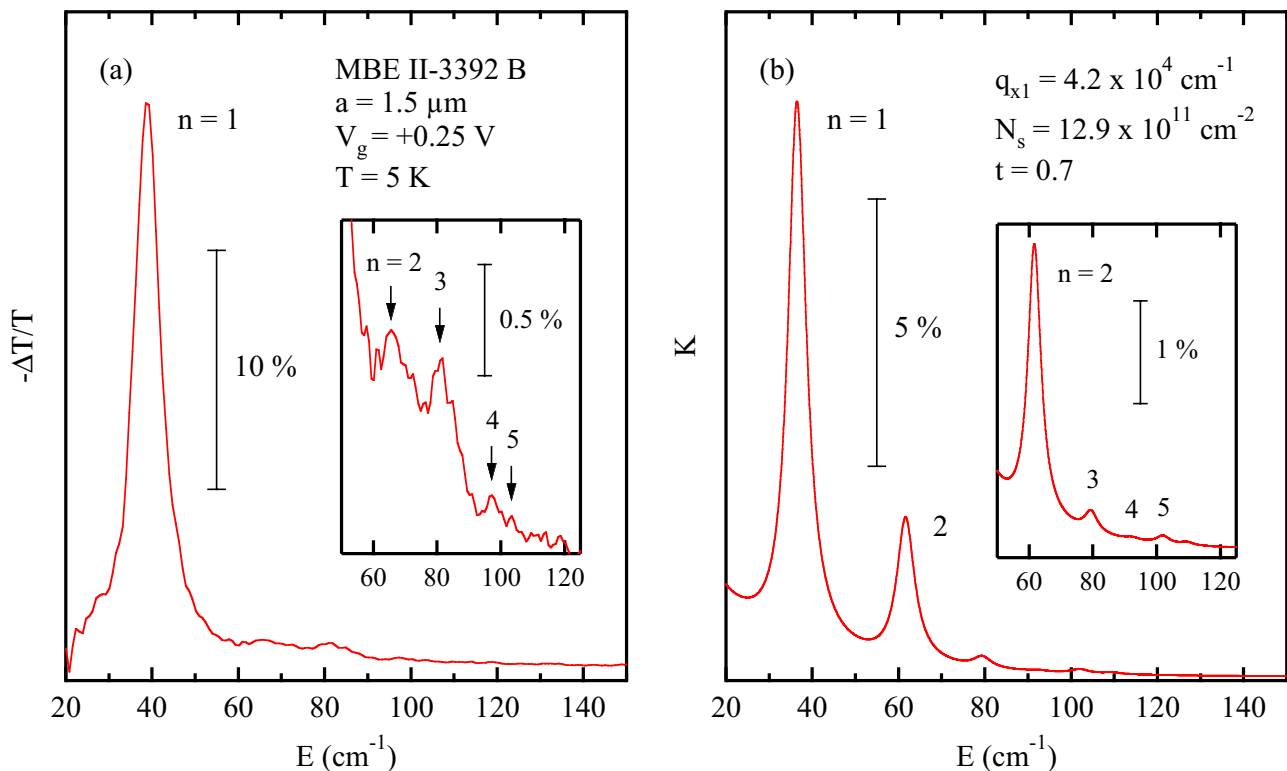
Ähnlich dem Bereich der in Abb. 5.5 mit III gekennzeichneten Dichte liegen auch für Ladungsträger-Konzentrationen in der Umgebung von  $N_s = 14.5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  (V) ein wieder nur rein Coulomb-gekoppeltes zweilagiges Q2DEG und ein mit  $N_s$  jetzt zunehmend asymmetrischer Potentialverlauf vor. Die Elektronen des energetisch niedrigsten Subbandes sind in diesem Regime auf der linken Seite, die des ersten angeregten Zustandes auf der rechten Seite der DHS lokalisiert. Wegen des geringen Überlapps der Subband-Wellenfunktionen  $\varphi_0(z)$  und  $\varphi_1(z)$  erwartet man eine verschwindende Anregungsstärke der (1-0)-Mode. Das akustische Plasmon tritt im Rahmen dieser Rechnung beim Erreichen einer Dichte von etwa  $N_s = 13.6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  aus dem Bereich der Einteilchen-Kontinua heraus und sollte dann (für  $T \rightarrow 0 \text{ K}$ ) keiner Landau-Dämpfung mehr unterliegen.

Die Ladungsträgerdichte  $N_s = 15.87 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  (VI) ist durch das Auftreten einer energetischen Entartung der ungestörten Plasmon-artigen (2-1)- und (3-2)-Anregungen ausgezeichnet. Nachdem ab einer Dichte von  $N_s = 11.9 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  auch das zweite angeregte Subband besetzt ist, tritt hier eine Kopplung der beiden Anregungsmoden auf, welche mit einer energetischen Aufspaltung von etwa  $26 \text{ cm}^{-1}$  verbunden ist. Im Gegensatz zur Situation bei der Dichte II [Abb. 5.6 (b)] findet diese Wechselwirkung nicht zwischen auf je einer Seite der DHS lokalisierten Elektronenverteilungen statt, da das erste und zweite angeregte Subband über die gesamte Breite der Struktur einen endlichen Überlapp besitzen [Abb. 5.6 (e)].

### 5.1.3 Intrasubband-Anregungen des zweilagigen Elektronengases

Nach Abb. 5.5 existiert im Energiebereich der Intrasubband-Anregungen der betrachteten DHS ab einer Dichte von etwa  $N_s = 13.6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  neben der optischen Intrasubband-Mode auch eine (für  $T \rightarrow 0 \text{ K}$ ) ungedämpfte akustische Mode. Für Ladungsträger-Konzentrationen, welche einem annähernd symmetrischen Einschlußpotential entsprechen, liegt darüber hinaus auch die mit der Aufspaltung  $\Delta_{SAS}$  verbundene Intersubband-Mode in diesem Energieregime. Im folgenden wird die Abhängigkeit der niederenergetischen Plasmon-Anregungen des doppellagigen Q2DEG der Probe MBE II-3392 von der angelegten Gate-Spannung  $V_g$  und vom Wellenzahlvektor-Übertrag  $q$  untersucht und das Verhalten dieser Moden im Ferninfrarot-Transmissions-Experiment diskutiert.

Abb. 5.7 (a) zeigt die normierte Transmission der Probe MBE-II 3392 B im Energiebereich der Intrasubband-Plasmonen bei der Temperatur  $T = 5 \text{ K}$  und der Gate-Spannung  $V_g = +0.25 \text{ V}$  (Referenz-Spannung  $V_g^0 = -2.0 \text{ V}$ ), bei welcher nach Abb. 5.2 ein annähernd symmetrischer Potentialverlauf  $V(z)$  vorliegt. In diesem Regime sollte es zur Tunnel-Kopplung der beiden niedrigsten Subbänder und somit zum Auftreten der (1-0)-Intersubband-Mode kommen. Im Transmissions-Spektrum erkennt man neben dem optischen Plasmon zur Beugungsordnung  $n = 1$  bei etwa  $39 \text{ cm}^{-1}$  die schwächer ausgeprägten und in Abb. 5.7 (a) zusätzlich vergrößert dargestellten Signale zu den Beugungsordnungen  $n = 2$  bis  $n = 4$  bei entsprechend der Dispersionsrelation höheren Energien. Ein zusätzliches schwaches Maximum nahe  $103 \text{ cm}^{-1}$  kann hier der Beugungsordnung  $n = 5$  zugeordnet werden. Das dargestellte Spektrum zeigt jedoch keine Struktur, welche auf die bei etwa  $23 \text{ cm}^{-1}$  erwartete Anregung der (1-0)-Tunnel-Mode zurückzuführen ist. Die geringe Anregungsstärke dieses Intersubband-Plasmons läßt sich nach Gl. (3.76) mit der geringen Besetzungszahl-Differenz ( $N_s^0 - N_s^1$ ) in diesem Regime begründen, welche in linearer Abhängigkeit die Absorption des Q2DEG bestimmt. Wie nach



**Abbildung 5.7:** (a) Normierte Transmission  $-\Delta T/T$  der Probe MBE II-3392 B bei einer Gate-Spannung von  $V_g = +0.25$  V und der Temperatur  $T = 5$  K im Energiebereich der optischen Intrasubband-Plasmonen zu den Beugungsordnungen  $n = 1$  bis  $n = 5$ . (b) Berechnete Absorption  $K$  der Probe MBE II-3392 für einen Wellenzahlvektor-Übertrag von  $q_{x1} = 4.2 \times 10^4 \text{ cm}^{-1}$  und die Elektronendichte  $N_s = 12.9 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ , bei welcher ein symmetrisches Einschlußpotential  $V(z)$  vorliegt ( $b = 0.5$ ). Die Parameter zur Berechnung der Absorption sind in den Tabellen 5.1 und 5.2 zusammengestellt.

Abb. 5.5 erwartet, enthält das Transmissions-Spektrum im Regime endlicher Tunnel-Kopplung auch keine Resonanzlinie der akustischen Mode, deren Anregungsenergie für  $b \simeq 0.5$  nahezu verschwindet.

Die experimentell bestimmte normierte Transmission der Probe MBE II-3392 B bei  $V_g = +0.25$  V wird in Abb. 5.7 (a) mit der berechneten Absorption  $K$  bei einem Wellenzahlvektor-Übertrag von  $q_{x1} = 4.2 \times 10^4 \text{ cm}^{-1}$  und der Ladungsträgerdichte  $N_s = 12.9 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  verglichen, bei welcher nach Tab. 5.1 ein symmetrischer Potentialverlauf vorliegt. Das angenommene Tastverhältnis des Gitterkopplers von  $t = 0.7$  wurde dabei mit Hilfe eines hochauflösenden Lichtmikroskops ermittelt, die weiteren verwendeten Rechenparameter sind in Tab. 5.2 zusammengefaßt. Die berechnete Maximalabsorption der optischen Intrasubband-Plasmon-Mode liegt für alle in Abb. 5.7 (b) zusätzlich vergrößert dargestellten Beugungsordnungen  $n = 1$  bis  $n = 5$  leicht unterhalb der gemessenen Resonanzpositionen. Die im Experiment beobachtete relative Intensität der Signale zu den einzelnen Beugungsordnungen des Gitters wird besonders im Fall  $n = 2$  durch das Tastverhältnis  $t = 0.7$  nicht ausreichend wiedergegeben. Ursache dieser Diskrepanz könnte nach Abschnitt 3.3.2 ein tatsächlich geringeres Tastverhältnis des Gitters von etwa  $t = 0.5$  sein, was allerdings im Widerspruch zur Ausmessung des Gitterkopplers unter dem Lichtmikroskop und zu experimentellen Ergebnissen für Proben mit ähnlich präparierten Gittern (Abschnitt 5.2) steht. Die unterschiedlichen relativen Intensitäten der (hier nicht gezeigten) optischen Plasmon-Anregungen und der Intersubband-Moden der Probe MBE II-3392 C, welche ebenfalls einen  $1.5 \mu\text{m}$ -Gitterkoppler mit dem optisch bestimmten Tastverhältnis  $t = 0.7$  besitzt, weisen darauf hin, daß bei

der untersuchten breiten DHS weitere mit dem Metallgitter verbundene Dämpfungs-Mechanismen die Gestalt und Anregungsstärke der Intrasubband-Linien beeinflussen. Das berechnete Absorptions-Spektrum der Probe MBE II-3392 zeigt ebenso wie die gemessene normierte Transmission kein Signal, welches auf die (1-0)-Intersubband-Anregung der Elektronen zwischen den durch den Tunnel-Effekt aufgespaltenen symmetrischen und antisymmetrischen Elektronenzuständen zurückzuführen ist.

Abb. 5.8 illustriert die aus dem FIR-Transmissions-Experiment bestimmten Resonanzpositionen der Probe MBE II-3392 B im Energiebereich der Intrasubband-Plasmonen als Funktion der angelegten Gate-Spannung  $V_g$  bzw. der Gesamtdichte  $N_s$ . Durch einen Vergleich mit den berechneten Anregungsenergien [Voll- bzw. Punktlinien in Abb. 5.8 (b)] der Plasmon-LO-Phonon-Moden mit den Wellenzahlvektoren  $q_{xn} = n \times 4.2 \times 10^4 \text{ cm}^{-1}$  ( $n = 1, \dots, 4$ ) lassen sich die beobachteten Resonanzmaxima den theoretisch erwarteten energetischen Positionen der optischen Plasmonen zuordnen. Während außerhalb des Regimes der Tunnel-Kopplung beider Elektronenlagen der DHS zum Teil deutliche Abweichungen zwischen den gemessenen und den berechneten Resonanzpositionen zu  $n = 2$  bis  $n = 4$  auftreten, findet man in diesem Bereich um  $N_s = 12.9 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  eine recht gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment. Der Verlauf der OP-Energien zu  $n > 1$  in der Nähe der Kreuzungspunkte mit der (1-0)-Intersubband-Mode weist auf eine Kopplung zwischen den OP-Anregungszweigen und dem (1-0)-Plasmon hin, welche zu einer weitaus deutlicheren energetischen Abstoßung der jeweiligen Moden führt als theoretisch erwartet. Diese Beobachtung liefert einen indirekten Hinweis auf die Existenz der mit der Aufspaltung  $\Delta_{SAS}$  verbundenen Intersubband-Mode, welcher aufgrund der sehr geringen Signalstärken des OP bei  $n > 1$  und des daraus resultierenden Meßfehlers jedoch keinenfalls eindeutig ist.

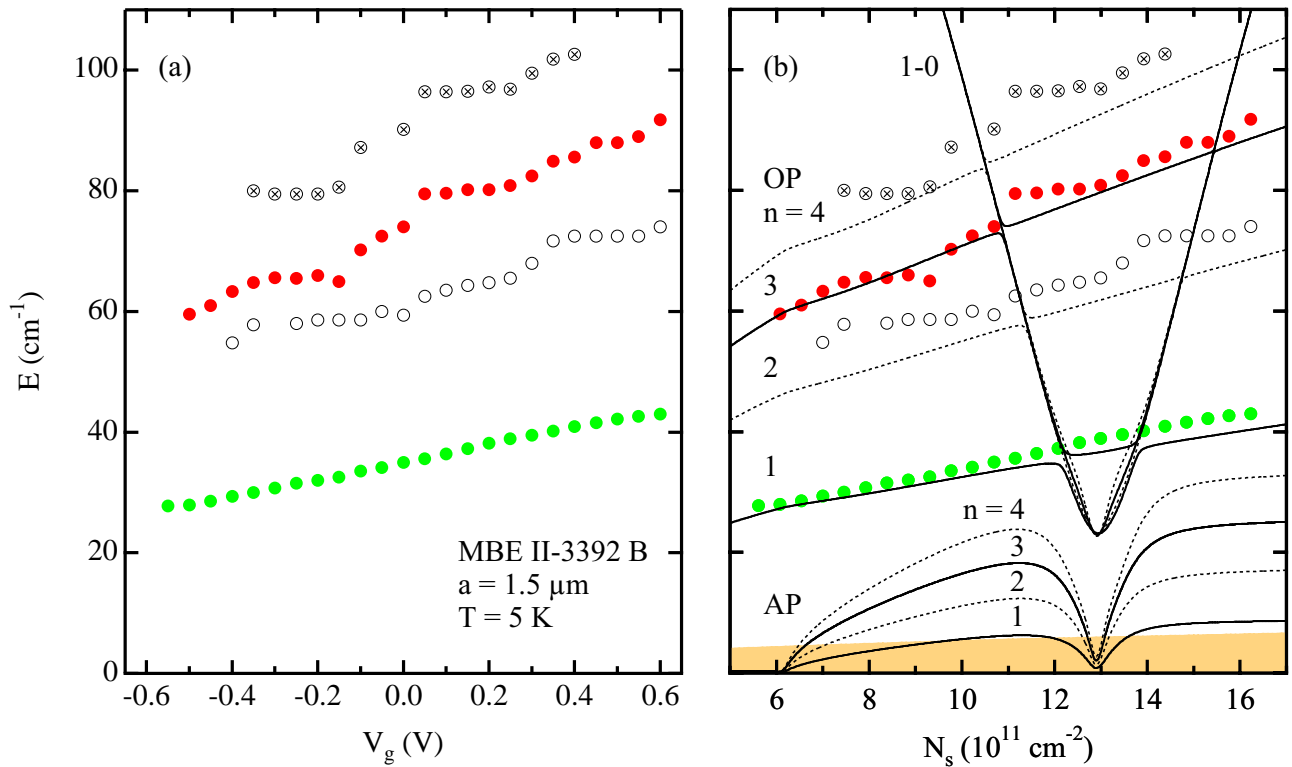
Der Vergleich der experimentellen Daten mit den selbstkonsistent berechneten Anregungsenergien des zweilagigen Q2DEG zeigt weiterhin, daß sich im gesamten Bereich der untersuchten Elektronendichten weder die Intersubband-Tunnel-Mode noch die akustische Intrasubband-Plasmon-Anregung in den Spektren manifestiert. Die verschwindende Anregungsstärke der (1-0)-Mode läßt sich mit der die Absorption  $K$  bestimmenden geringen Besetzungszahl-Differenz ( $N_s^0 - N_s^1$ ) im symmetrischen Regime und dem schwachen Überlapp der Subband-Wellenfunktionen bei leicht asymmetrischem Potentialverlauf begründen. Aufgrund der geringen Nachweis-Empfindlichkeit des Meßaufbaus für  $E < 20 \text{ cm}^{-1}$  konnten auch bei  $N_s > 14.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  im Energiebereich der AP-Anregung von etwa  $10 \text{ cm}^{-1}$  [Abb. 5.8 (b)] keine Signale nachgewiesen werden. Allerdings

**Tabelle 5.2:** Parameter zur Berechnung der Absorptions-Spektren der Probe MBE II-3392.

$T$	[K]	5.0
$\Gamma_{\parallel}$	[ $\text{cm}^{-1}$ ]	5.0
$\Gamma_{\perp}$	[ $\text{cm}^{-1}$ ]	7.5
$\Gamma_{ph}$	[ $\text{cm}^{-1}$ ]	2.0
$\varepsilon_{\infty}^{(0)}$		$-2 \times 10^5$ a)
$q_{x1}$	[ $\text{cm}^{-1}$ ]	$4.2 \times 10^4$
$t$		0.7
$\sigma_g$	[ $\Omega^{-1}$ ]	$1 \times 10^{-3}$
$\omega_G$	[ $\text{s}^{-1}$ ]	$5.697 \times 10^{15}$ b)
$\Gamma_G$	[ $\text{s}^{-1}$ ]	$7.596 \times 10^{13}$ b)
$n_m$		20
$\Theta$	[ $^{\circ}$ ]	0

a) Gate-Elektrode

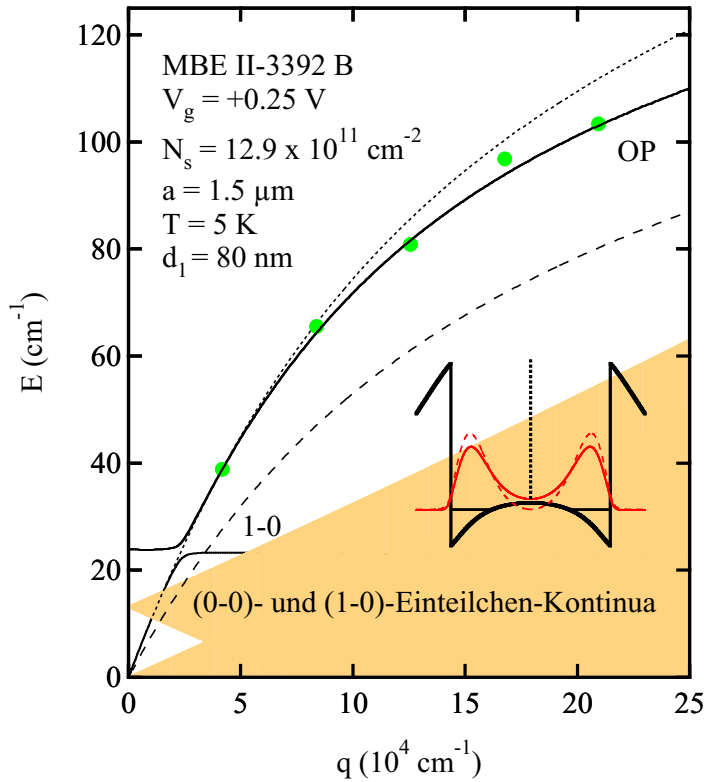
b) [Wen99b]



**Abbildung 5.8:** Experimentell bestimmte Resonanzpositionen der Probe MBE II-3392 B im Energiebereich der Intrasubband-Plasmonen als Funktion (a) der angelegten Gate-Spannung  $V_g$  und (b) der Gesamtdichte  $N_s$  bei  $T = 5 \text{ K}$ . Die durchgezogenen bzw. gepunkteten Linien in (b) zeigen das Resultat einer selbstkonsistenten Berechnung der Plasmon-LO-Phonon-Energien zum Wellenzahlvektor-Übertrag  $q_{xn} = n \times 4.2 \times 10^4 \text{ cm}^{-1}$  ( $n = 1, \dots, 4$ ), wobei der optische (akustische) Intrasubband-Plasmon-Zweig mit OP (AP) benannt ist. Der Bereich der (0-0)- und (1-1)-Intrasubband-Kontinua ist schattiert eingezeichnet.

enthält die (hier nicht gezeigte) berechnete Absorption  $K$  der DHS für diese Ladungsträgerdichten ebenfalls keine Anregungslinien bei den AP-Energien aus dem Dichteantwort-Schema, d. h. man erwartet im Gegensatz zur inelastischen Lichtstreuung [Kai98, Boo03] im FIR-Transmissions-Experiment eine nur sehr geringe optische Aktivität der akustischen Mode. [Vit81] Diese Beobachtung läßt sich auf die unterschiedlichen Auswahlregeln der Ferninfrarot- und der Raman-Spektroskopie zurückführen. Während die Ferninfrarot-Aktivität einer kollektiven Mode voraussetzt, daß mit der periodischen Bewegung ein zeitlich sich veränderndes Dipolmoment auftritt, erfordert die Raman-Aktivität einer Elementaranregung eine sich verändernde Polarisierbarkeit des Systems. [Car82a] Das einer gleichphasigen Bewegung der Ladungsträger in beiden Subbändern entsprechende OP ist sowohl mit einem oszillierenden Dipolmoment als auch mit einer sich verändernden Polarisierbarkeit verbunden, weshalb diese Mode im FIR- und im Raman-Experiment beobachtet werden kann. Aufgrund der gegenphasigen Bewegung und der annähernd gleichen Ladungsträger-Verteilung im niedrigsten symmetrischen und antisymmetrischen Zustand tritt im Gegensatz dazu beim AP nur ein sehr geringes oszillierendes Dipolmoment auf.

Die berechneten Anregungsenergien zeigen im Regime der Tunnel-Kopplung der beiden energetisch niedrigsten Subbänder eine starke Kopplung des (1-0)-Intersubband-Plasmons und des AP, wodurch die Energie der akustischen Mode für alle betrachteten Beugungsordnungen  $n = 1$  bis  $n = 4$  annähernd zu null wird [Abb. 5.8

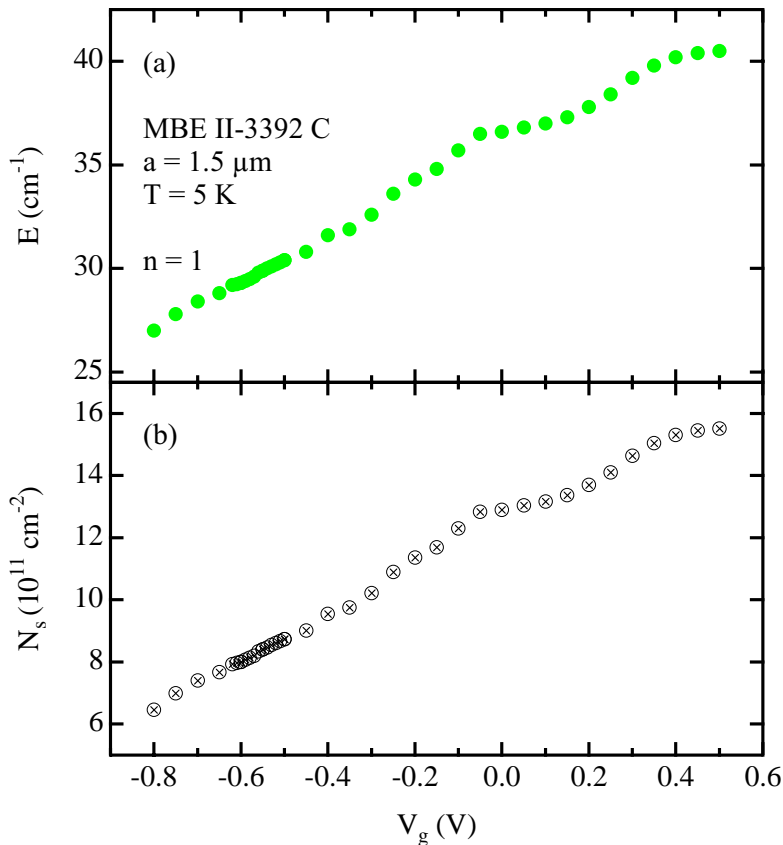


**Abbildung 5.9:** Experimentelle ( $V_g = +0.25$  V) und für  $N_s = 12.9 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  berechnete Dispersionsrelation (Volllinie) des optischen Plasmons (OP) der Probe MBE II-3392 B bei  $T = 5$  K. Die (0-0)- und (1-0)-Einteilchen-Kontinua für  $T = 0$  K sind schattiert eingezeichnet. Zum besseren Vergleich der gemessenen und der theoretischen OP-Energien wurde eine Schichtdicke  $d_1 = 80$  nm angenommen, bei der die experimentelle und die berechnete Position für  $n = 1$  gerade übereinstimmen. Die Punktlinie kennzeichnet die berechnete Dispersionsrelation der (0-0)-Intrasubband-Mode in einer DHS der Trogbreite  $d/2$  und Dichte  $N_s$ , die Strichlinie die entsprechende Dispersion in einer Struktur der Trogbreite  $d/2$  und Dichte  $N_s/2$ , was dem (durch die Zeichnung veranschaulichten) Fall zweier entkoppelter Teilsysteme entspricht.

(b)]. Das in Abschnitt 2.2.3 vorgestellte N-Subband-Modell des Dichteantwort-Schemas liefert in diesem Regime somit ein ähnliches Resultat wie die Theorie von Das Sarma und Hwang, [Sar98] wonach in einem zweilagigen Q2DEG die ursprüngliche akustische Mode der Dispersion  $E \propto q$  in Anwesenheit des quantenmechanischen Tunnelns zu einer Intrasubband-artigen Mode mit einer sogenannten Plasmon-Bandlücke  $E(q=0) > 0$  wird. Zwar existieren in beiden Regime des zweilagigen Systems das AP und die (1-0)-Mode als eigenständige Anregungszweige, sobald das (1-0)-Plasmon jedoch den Charakter der mit der Aufspaltung  $\Delta_{SAS}$  verbundenen Tunnel-Mode annimmt und damit eine endliche Oszillatorstärke gewinnen kann, kommt es zum annähernden Verschwinden der Energie des AP.

Die Anregung des optischen Intrasubband-Plasmons im zweilagigen Q2DEG mit bis zu fünf höheren Harmonischen von  $q_{x1}$  [Abb. 5.7 (a)] ermöglicht eine Untersuchung des Einflusses der Intrasubband-Kopplung auf die Dispersionsrelation  $E(q)$  des OP. In Abb. 5.9 sind die Resonanzpositionen der optischen Plasmonen der Probe MBE II-3392 B zu  $n = 1$  bis  $n = 5$  bei  $V_g = +0.25$  V gegen den Wellenzahlvektor-Übertrag  $q$  aufgetragen. Die durchgezogene Linie zeigt die unter Benutzung der Parameter aus Tab. 5.1 und Tab. 5.2 berechnete Dispersionsrelation des OP bei der Elektronendichte  $N_s = 12.9 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ . Um einen Vergleich der gemessenen und der theoretischen OP-Energien zu ermöglichen, wurde jedoch eine effektive Schichtdicke von  $d_1 = 80$  nm angenommen, bei welcher die experimentelle und die berechnete Energie des OP für  $n = 1$  gerade übereinstimmen. Die gemessene Dispersion des OP wird durch die im Rahmen eines Vier-Subband-Modells durchgeführte Rechnung sehr gut wiedergegeben, welche nahe  $q = 2.3 \times 10^4 \text{ cm}^{-1}$  die energetische Abstoßung der OP- und der (1-0)-Tunnel-Mode zeigt. Im betrachteten Wellenzahlvektor-Bereich  $q \leq 25 \times 10^4 \text{ cm}^{-1}$  erwartet man dabei nur eine sehr geringe Abweichung der hier im N-Subband-Modell nach Abschnitt 2.2.3 bestimmten OP-Dispersion gegenüber einer unter Einbeziehung der exakten Matrix-Polarisationsfunktion (2.5) durchgeführten Rechnung. [Bat86, Wen86, Kra96] Die Dispersionsrelation  $E(q)$  des OP fällt im Grenzfall kleiner  $q$  mit der Dispersion der (0-0)-Intrasubband-Mode in einer DHS der Trogbreite  $d/2$  und Ladungsträgerdichte  $N_s$  (Punktlinie) zusammen und nähert sich für große  $q$  der Dispersion der (0-0)-Intrasubband-Mode in einer DHS der Trogbreite  $d/2$  und





**Abbildung 5.10:** (a) Experimentell ermittelte Resonanzpositionen des optischen Intrasubband-Plasmons zu  $n = 1$  in der Probe MBE II-3392 C als Funktion der angelegten Gate-Spannung  $V_g$  bei der Temperatur  $T = 5$  K. (b) Zweidimensionale Elektronendichte  $N_s$ , bestimmt durch einen Vergleich der OP-Resonanzpositionen mit den entsprechenden Werten für die Probe MBE II-3392 B.

Ladungsträgerdichte  $N_s/2$  (Strichlinie). [Wen96] Dieses Ergebnis veranschaulicht die bereits in Abschnitt 3.3.5 angesprochene Abhängigkeit der Intersubband-Kopplung vom Wellenzahlvektor-Übertrag  $q$ . Das zweilagige Q2DEG kann dabei aufgrund der nur schwachen Tunnel-Kopplung und der sehr geringen Besetzung des zweiten angeregten Subbandes bei  $N_s = 12.9 \times 10^{11} \text{cm}^{-2}$  als System aus zwei benachbarten Schichten mit der jeweiligen Elektronendichte  $N_s/2$  betrachtet werden, deren Kopplung die Energie des OP bestimmt. Für kleine Werte von  $q$  führt die Intersubband-Kopplung, deren Einfluß proportional zu  $\exp(-q|z - z'|)$  ist, zu einer sehr starken Wechselwirkung der longitudinalen Elektronenbewegung in den beiden Lagen der DHS. Die Energie des OP ist somit proportional zu  $(N_s)^{1/2}$  und entspricht damit der Anregungsenergie des (0-0)-Intrasubband-Plasmons in einer DHS der gleichen Dichte  $N_s$  und einem einlagigen Q2DEG, wie dies bei der Trogbreite  $d/2$  der Fall ist. Mit anwachsendem Wellenzahlvektor-Übertrag  $q$  nimmt die Stärke der Intersubband-Kopplung ab, so daß die Energie des OP immer mehr durch die Dispersion der (0-0)-Mode in jedem von zwei entkoppelten Teilsystemen (Abb. 5.9) der Trogbreite  $d/2$  und Elektronendichte  $N_s/2$  beschrieben wird.

Die Messung der Resonanzpositionen des optischen Intrasubband-Plasmons der Probe MBE II-3392 C [Abb. 5.10 (a)] ermöglichte nach einem Vergleich mit den entsprechenden Werten für die Probe MBE II-3392 B die Bestimmung der zweidimensionalen Elektronendichte  $N_s$  [Abb. 5.10 (b)], welche im Fall der Probe C nicht mittels Magnetotransport-Messungen gewonnen werden konnte. Dazu wurde zunächst ein Polynom zweiten Grades an den Dichteverlauf der OP-Position ( $n = 1$ ) der Probe B [Abb. 5.8 (b)] angepasst. Die gemessenen Anregungsenergien des OP zu  $n = 1$  in der Probe MBE II-3392 C ließen sich dann bestimmten Ladungsträger-Konzentrationen  $N_s$  zuordnen, wobei aufgrund des leichten Unterschieds zwischen den Resonanzpositionen beider Proben bei symmetrischem Potentialverlauf  $V(z)$  ein zusätzlicher multiplikativer Skalierungsfaktor berücksichtigt werden mußte. Die einem symmetrischen Einschlußpotential entsprechende Gate-Spannung  $V_g$  der Probe MBE II-3392 C konnte dabei anhand der im nächsten Abschnitt diskutierten Intersubband-Plasmon-Anregungen ermittelt werden.

### 5.1.4 Kollektive Intersubband-Moden des zweilagigen Elektronengases

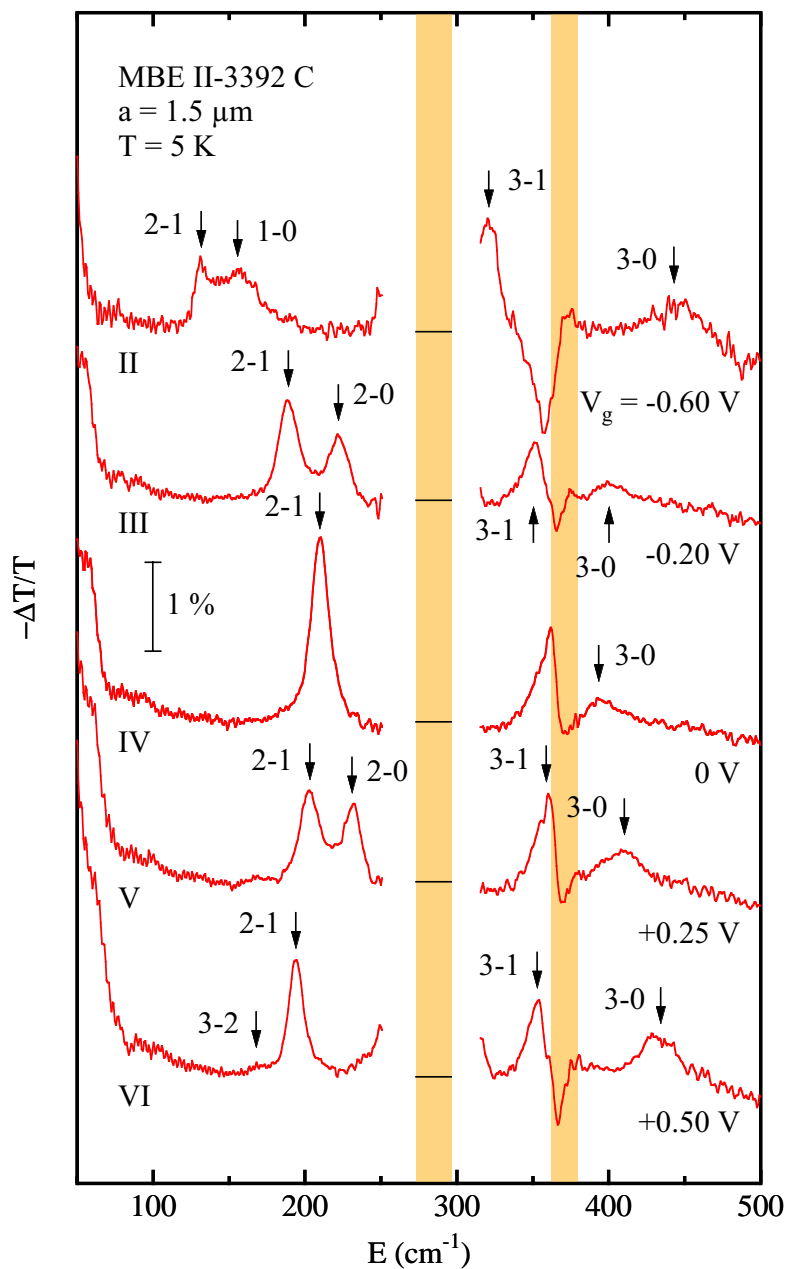
Wie bereits in Abschnitt 5.1.2 angesprochen, bewirkt die Variation der Gate-Spannung  $V_g$  eine deutliche Änderung der räumlichen Symmetrie des effektiven Potentials  $V(z)$  der Doppelheterostruktur MBE II-3392. Aufgrund der damit verbundenen starken Verschiebung der Subband-Abstände zeigen die Intersubband-artigen Plasmon-LO-Phonon-Moden des zweilagigen Q2DEG eine recht komplexe Spannungs-Abhängigkeit mit mehreren sich kreuzenden bzw. abstoßenden Anregungszweigen (Abb. 5.4). Im folgenden werden die Intersubband-Transmissions-Spektren der Proben MBE II-3392 B und MBE II-3392 C vorgestellt und mit den selbstkonsistent berechneten Plasmon-LO-Phonon-Energien und Absorptions-Spektren verglichen. Einen Schwerpunkt der Diskussion bildet dabei die für die DHS mit 40 nm Trogbreite typische Kopplung verschiedener Intersubband-Plasmon-Moden (Abschnitt 5.1.2). Mit Hilfe der aus den Magnetotransport-Messungen gewonnenen Einteilchen-Subband-Abstände kann darüber hinaus direkt die kollektive Verschiebung von experimentell ermittelten Plasmon-Phonon-Energien bestimmt werden.

Die normierte Transmission der Probe MBE-II 3392 C im Energiebereich der Intersubband-Plasmonen bei der Temperatur  $T = 5$  K ist in Abb. 5.11 für ausgewählte Werte der Gate-Spannung  $V_g$  ( $V_g^0 = -2.0$  V) dargestellt, welche den verschiedenen charakteristischen Dichtebereichen II-VI (Abschnitt 5.1.2) des zweilagigen Q2DEG entsprechen. Die Basislinien ( $-\Delta T/T = 0$ ) der jeweiligen Spektren sind darin mit horizontalen Linien markiert. Schattiert eingezeichnet sind der Reststrahlen-Bereich von GaAs sowie die AlAs-artige Reststrahlen-Bande des Barrierenmaterials  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  (Tab. A.1 in Anhang A). Aufgrund der sehr geringen Transmission des GaAs-Substrats im Gebiet der Reststrahlen-Bande können zwischen  $250 \text{ cm}^{-1}$  und  $315 \text{ cm}^{-1}$  keine Signale aufgelöst werden.

In den beiden Spektren zu den Gate-Spannungen  $V_g = -0.20$  V und  $V_g = +0.25$  V erkennt man unterhalb der Reststrahlen-Bande von GaAs jeweils zwei deutliche Resonanzen, welche durch die Intersubband-Anregung zwischen dem untersten [(2-0)-Mode] bzw. dem ersten angeregten Subband [(2-1)-Mode] und dem zweiten angeregten Zustand hervorgerufen werden. Die zur Gate-Spannung  $V_g = -0.20$  V gehörige Elektronendichte  $N_s$  entspricht dabei dem in Abb. 5.6 mit III gekennzeichneten Regime des zweilagigen Q2DEG, während die Gate-Spannung  $V_g = +0.25$  V den Bereich V repräsentiert. In beiden Fällen liegt ein asymmetrischer Potentialverlauf  $V(z)$  und ein über die Coulomb-Wechselwirkung gekoppeltes doppelagiges Q2DEG vor, dessen zwei energetisch niedrigste Wellenfunktionen auf je einer Seite der DHS lokalisiert sind. Für  $V_g = -0.20$  V erfolgt daher der (2-1)-Übergang im linken Teil der DHS (Vorderseite) und der (2-0)-Übergang im rechten Teil (Rückseite), während für  $V_g = +0.25$  V die (2-0)-Mode auf die linke und die (2-1)-Mode auf die rechte Seite des Quantentopfes beschränkt ist. Oberhalb der Reststrahlen-Bande von GaAs sind jeweils die Anregungen zwischen dem untersten [(3-0)-Mode] bzw. dem ersten angeregten Subband [(3-1)-Mode] und dem dritten angeregten Zustand zu beobachten. In der Umgebung der Energie des TO-Phonons von  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  ( $362 \text{ cm}^{-1}$ ) tritt zusätzlich eine Struktur auf, welche annähernd der Ableitung eines Lorentz-Profiles entspricht. [Bat89] Modellrechnungen der normierten Transmission einer DHS mit 20 nm Topfbreite im Rahmen eines Transfermatrix-Verfahrens ohne Berücksichtigung des Gitterkopplers [Fri96a] deuten darauf hin, daß diese Struktur einen optischen Effekt darstellt, welcher durch die Division der beiden Spektren bei Bildung der normierten Transmission  $-\Delta T/T$  [Gl. (4.3)] hervorgerufen wird.

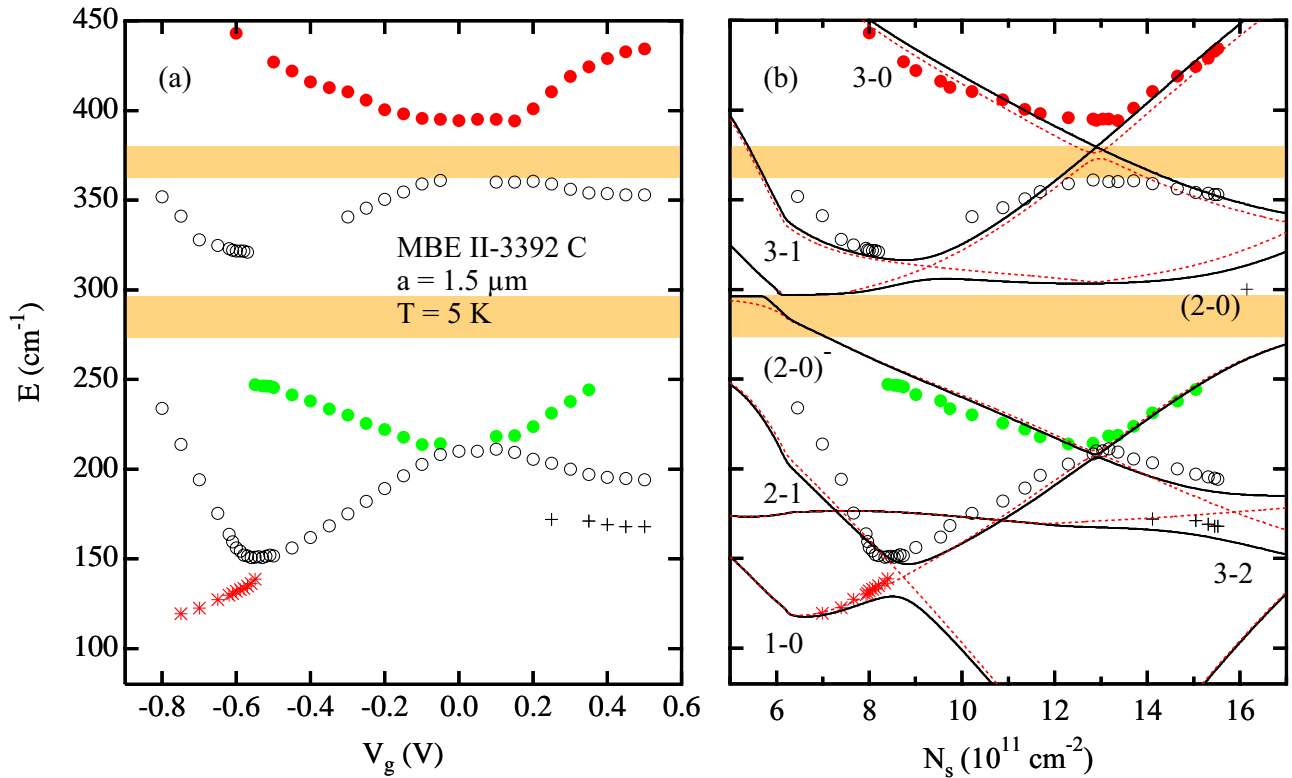
Im Gegensatz zu den beiden bisher betrachteten Regime, welche einem asymmetrischen Potentialverlauf  $V(z)$  entsprechen, erscheint bei der Gate-Spannung  $V_g = 0$  V unterhalb der Reststrahlen-Bande von GaAs nur eine Anregungslinie. Aufgrund der Inversions-Symmetrie des Einschlußpotentials  $V(z)$  ist hier der (2-0)-Übergang nicht erlaubt, so daß die (2-1)-Mode auf dessen Kosten an Oszillatorstärke gewinnt. Da auch die (3-1)-artige Anregung Symmetrie-verboden ist, beobachtet man in diesem Fall oberhalb der Reststrahlen-Bande von GaAs neben der (3-0)-Mode nur den oben erwähnten optischen Effekt.

In den Spektren zu den Gate-Spannungen  $V_g = -0.60$  V und  $V_g = +0.50$  V sind unterhalb des Reststrahlen-



**Abbildung 5.11:** Normierte Transmissions-Spektren der Probe MBE II-3392 C bei  $T = 5$  K für ausgewählte Werte der Gate-Spannung  $V_g$ , welche die verschiedenen Regime II-VI des zweilagigen Q2DEG repräsentieren. Die normierte Transmission bei  $V_g = -0.60$  V wurde zur Verdeutlichung der Darstellung mit dem Faktor zwei multipliziert. Die Basislinien der jeweiligen Spektren sind durch horizontale Linien dargestellt, die Reststrahlen-Bande von GaAs und der AlAs-artige Reststrahlen-Bereich von  $Al_{0.3}Ga_{0.7}As$  sind schattiert eingezeichnet. In der Umgebung  $250 \text{ cm}^{-1} \leq E \leq 315 \text{ cm}^{-1}$  des für FIR-Strahlung nahezu undurchlässigen Reststrahlen-Bereichs des GaAs-Substrats können keine Signale aufgelöst werden. Die Pfeile kennzeichnen die aus der Anpassung theoretischer Resonanzprofile gewonnenen Energien der Plasmon-Phonon-Anregungsmoden.

Bereichs von GaAs jeweils zwei benachbarte Resonanzen zu erkennen, die sich in der Linienbreite bzw. der Anregungsstärke deutlich voneinander unterscheiden. Wie die anschließend vorgestellte Abhängigkeit der beobachteten Resonanzpositionen von der Gate-Spannung  $V_g$  bzw. der Elektronendichte  $N_s$  zeigt, repräsentieren die entsprechenden Elektronendichten Bereiche in der Umgebung der Punkte II und VI (Abb. 5.5), bei denen eine energetische Entartung von ungestörten Plasmon-Phonon-Anregungen auftritt. Die intersubband-Kopplung der beteiligten Moden bewirkt dabei eine energetische Abstoßung, welche zu einer Aufspaltung der Anregungsenergien führt. Bei  $V_g = -0.60$  V liegt aufgrund der mit einer negativen Gate-Spannung  $V_g$  zunehmend asymmetrischen Potentialform die (2-0)-Anregung energetisch höher als bei  $V_g = -0.20$  V und im für FIR-Strahlung nahezu undurchlässigen Reststrahlen-Bereich des GaAs-Substrats. Die (2-1)-Anregungsenergie nimmt im Gegensatz dazu mit sinkender Elektronendichte  $N_s$  ab und ist hier bereits unterhalb der ebenfalls eine endliche Anregungsstärke besitzenden (1-0)-artigen intersubband-Mode zu beobachten. Ebenso wie bei  $V_g = -0.60$  V liegt auch für  $V_g = +0.50$  V die (2-0)-Mode innerhalb des Reststrahlen-Bereichs von GaAs,



**Abbildung 5.12:** Experimentell bestimmte Resonanzpositionen der Probe MBE II-3392 C im Energiebereich der Interband-Plasmon-Phonon-Moden als Funktion (a) der angelegten Gate-Spannung  $V_g$  und (b) der Gesamtdichte  $N_s$  bei  $T = 5$  K. In (b) zeigen die durchgezogenen (Vier-Subband-Modell) bzw. gepunkteten Linien (diagonale Näherung) das Resultat einer selbstkonsistenten Berechnung der Plasmon-LO-Phonon-Energien zum Wellenzahlvektor-Übertrag  $q_{x1} = 4.2 \times 10^4 \text{ cm}^{-1}$ . Die Reststrahlen-Bande von GaAs und der AlAs-artige Reststrahlen-Bereich von  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  sind schattiert eingezeichnet.

während die (2-1)-Anregung und der aufgrund der Besetzung des zweiten angeregten Subbandes optisch aktive (3-2)-Übergang zwei benachbarte Resonanzen bilden. Das Verhalten der Plasmonen und die optische Manifestation der Interband-Kopplung in den Regime II und VI der Elektronendichte  $N_s$  wird später durch einen Vergleich der gemessenen normierten Transmission  $-\Delta T/T$  mit der nach Gl. (3.76) berechneten Absorption des Q2DEG noch detailliert untersucht.

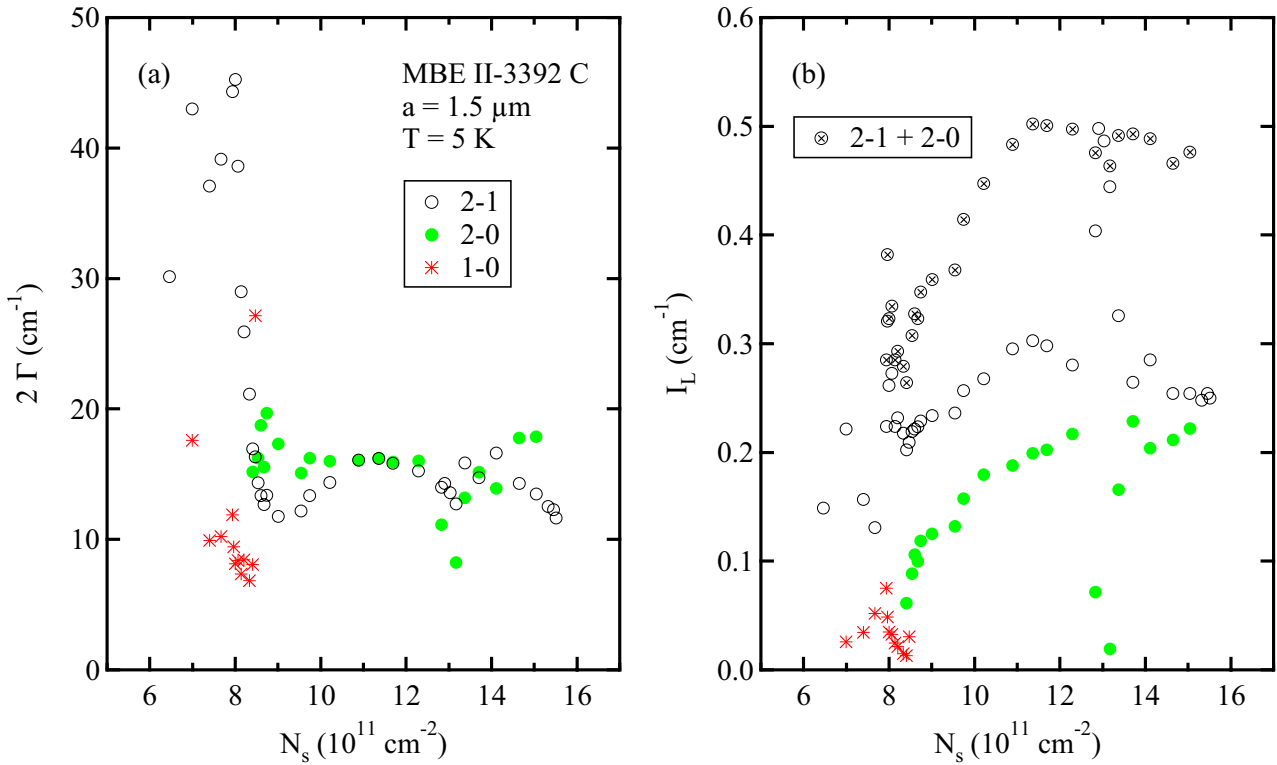
Abb. 5.12 illustriert die aus dem FIR-Transmissions-Experiment bestimmten Resonanzpositionen der Probe MBE II-3392 C im Energiebereich der Interband-Plasmon-Phonon-Moden als Funktion der angelegten Gate-Spannung  $V_g$  bzw. der Gesamtdichte  $N_s$ . Die Zuordnung zwischen der Gate-Spannung  $V_g$  und der zweidimensionalen Elektronendichte  $N_s$  erfolgte dabei entsprechend Abb. 5.10 (b). In Abb. 5.12 (b) sind zusätzlich die bereits in Abb. 5.5 dargestellten, unter Verwendung der aus den Transport-Messungen an den Proben MBE II-3392 A und B gewonnenen Parameter (Tab. 5.1) und der Materialkonstanten aus Tab. A.1 (Anhang A) im Vier-Subband-Modell (Volllinien) und in diagonaler Näherung (Punktlinien) berechneten Energien der Plasmon-3D-LO-Phonon-Anregungen eingezeichnet. Wie in Abb. 5.5 entspricht dabei unterhalb von  $N_s = 8.74 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  die mit "(2-1)" gekennzeichnete Anregung dem (1-0)-Übergang von Abb. 5.6 (a) und die als "(1-0)" benannte Mode dem (2-1)-Übergang, und es wird mit Ausnahme der (2-0)-Mode [Plasmon-artiger Ast (2-0)<sup>-</sup> und LO-Phonon-artiger Ast (2-0)<sup>+</sup>] jeweils nur der Plasmon-artige Zweig der Plasmon-LO-Phonon-

Anregungen dargestellt. Ferner sind in Abb. 5.12 (b) die Reststrahlen-Bande von GaAs und der AlAs-artige Reststrahlen-Bereich des Barrieren-Materials  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  schattiert eingezeichnet.

Aus Abb. 5.12 (b) wird ersichtlich, daß sich sämtliche beobachteten Resonanzlinien eindeutig den verschiedenen Plasmon-LO-Phonon-Moden der DHS mit 40 nm Trogbreite zuordnen lassen. Man erkennt dabei in weiten Bereichen der zweidimensionalen Elektronendichte  $N_s$  eine sehr gute Übereinstimmung der experimentell bestimmten und der im Vier-Subband-Modell des Dichteantwort-Schemas berechneten Resonanzenergien. Die Anregung von Intersubband-Übergängen ist ab einer Gesamt-Elektronendichte von etwa  $N_s = 6.4 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  zu beobachten, d. h. ab dem Übergang des Q2DEG vom einlagigen in das zweilagige Regime (Abb. 5.6). Im Bereich um die in Abb. 5.5 mit II gekennzeichnete Dichte  $N_s = 8.74 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  ist die auf die Intersubband-Kopplung zurückzuführende Aufspaltung der (1-0)- und (2-1)-artigen Moden zu erkennen, welche jedoch etwas geringer ist als im Rahmen des Vier-Subband-Modells berechnet. Dagegen wird die ebenfalls durch die energetische Übereinstimmung zweier ungestörter Intersubband-Anregungen bewirkte (2-1)-(3-2)-Aufspaltung bei  $N_s = 15.87 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  (Punkt VI in Abb. 5.5) durch die Theorie exakt wiedergegeben. Im Dichtebereich eines symmetrischen Einschlußpotentials  $V(z)$  um  $N_s = 12.9 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  beschreibt die Rechnung den Verlauf der (2-0)<sup>-</sup>- und (2-1)-Resonanzen sehr gut, während die (3-0)- und (3-1)-artigen Moden eine deutlich größere energetische Aufspaltung zeigen als anhand der Theorie erwartet. Diese Aufspaltung von etwa  $35 \text{ cm}^{-1}$  wird aufgrund der endlichen Eindringtiefe der elektronischen Wellenfunktionen durch die Kopplung der Intersubband-Plasmonen an die AlAs-artigen LO-Phonon-Moden des Barrierenmaterials  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  bewirkt. [Bat89] Diese Wechselwirkung ist bei der Berechnung der Anregungsenergien des Q2DEG nicht berücksichtigt und führt nach Abb. 5.12 (b) zu einer um die Energie des AlAs-artigen LO-Phonons von  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  symmetrischen Abstoßung sowohl mit der (3-0)- als auch der (3-1)-Intersubband-Mode. Alle beobachteten Resonanzen haben Plasmon-artigen Charakter, da auch im Fall der (2-0)-Mode nur der Plasmon-artige Zweig (-), nicht jedoch der LO-Phonon-artige Zweig (+) nachgewiesen werden konnte.

Die aus der Anpassung berechneter Lorentz-Profile [Gl. (4.31)] an die gemessenen normierten Transmissions-Spektren der Probe MBE II-3392 C gewonnenen Linienbreiten  $2\Gamma$  und integralen Linienstärken  $I_L$  der Intersubband-Plasmon-Anregungen sind in Abb. 5.13 zusammengestellt. Man erkennt die in Abb. 5.11 beobachtbare hohe Dämpfung der unterhalb von  $N_s = 8.74 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  mit "(2-1)" indizierten (1-0)-Anregung. Diese große Linienbreite des (1-0)-Intersubband-Plasmons von bis zu  $2\Gamma = 45 \text{ cm}^{-1}$  kann auf die Streuung an Grenzflächen-Rauhigkeiten aufgrund der starken Lokalisierung der Grundzustands-Wellenfunktion  $\varphi_0(z)$  am rechten Rand der DHS zurückgeführt werden [Abb. 5.6 (b)]. Die (2-0)- und (2-1)-Plasmon-Anregungen weisen oberhalb von etwa  $N_s = 9.5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  bei Elektronendichten, welche einem asymmetrischen Einschlußpotential  $V(z)$  entsprechen, nahezu konstante Linienbreiten  $2\Gamma$  zwischen  $14 \text{ cm}^{-1}$  und  $16 \text{ cm}^{-1}$  auf, wie sie auch bei Experimenten an Einfachheterostrukturen zu beobachten sind. [Bat89, Bat91] Bei symmetrischem Potentialverlauf, d. h. im Bereich um  $N_s = 12.9 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ , zeigen die Linienbreiten allerdings ein deutliches Minimum. Aus diesem Verhalten läßt sich schließen, daß die Streuung an Grenzflächen-Rauhigkeiten den dominierenden Einfluß auf die Linienbreite der Intersubband-Plasmon-Anregungen ausübt. Dieser Streumechanismus ist im Flachbandfall am schwächsten, da dann keine der elektronischen Wellenfunktionen gegen eine Grenzfläche der DHS gedrückt wird. [Wil01] Mit dieser Erklärung konsistent ist auch der leichte Anstieg der (2-0)-Linienbreite und die Abnahme der (2-1)-Linienbreite oberhalb einer Dichte von  $N_s = 14.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ . Zusammen mit dem Auftreten Lorentz-förmiger Anregungsprofile [Abb. 4.5 (a)] läßt die beobachtete Abhängigkeit der Intersubband-Linienbreiten von der Symmetrie des Einschlußpotentials gleichzeitig den Schluß zu, daß die inhomogene Linienverbreiterung aufgrund von Trogbreiten-Fluktuationen hier keine Rolle spielt. Dieser Mechanismus würde bei symmetrischem Potentialverlauf zu erhöhten Linienbreiten führen, da in diesem Fall die elektronischen Wellenfunktionen Inhomogenitäten der Trogbreite am deutlichsten spüren.

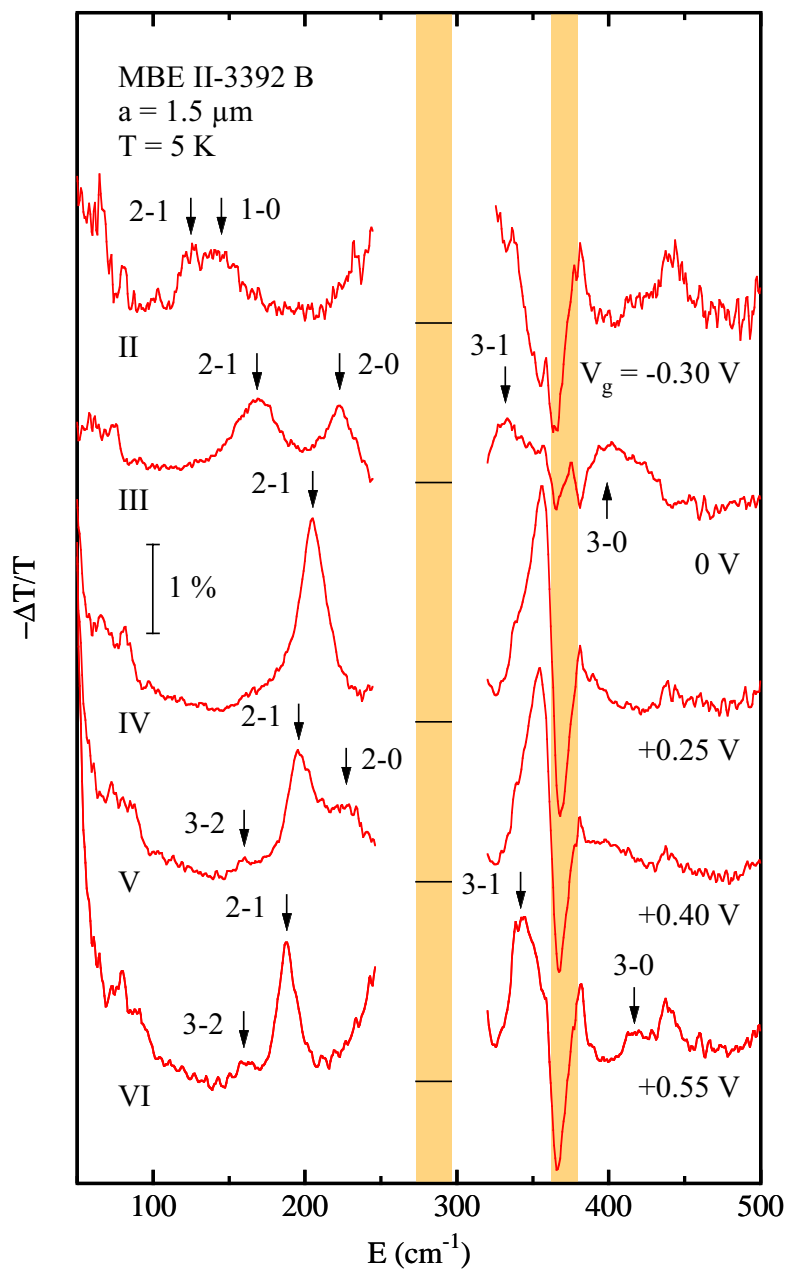
Die integrale Linienstärke  $I_L$  der einzelnen Resonanzlinien ist entsprechend den Gln. (4.21) und (4.26)



**Abbildung 5.13:** (a) Linienbreiten  $2\Gamma$  und (b) integrale Linienstärken  $I_L$  der Intersubband-Plasmon-Anregungen der Probe MBE II-3392 C bei  $T = 5$  K als Funktion der Elektronendichte  $N_s$ , ermittelt aus der Anpassung berechneter Lorentz-Profilen [Gl. (4.31)] an die gemessenen normierten Transmissions-Spektren.

proportional zur Oszillatorstärke des jeweiligen Übergangs. Aufgrund der Intersubband-Kopplung, welche mit dem Austausch von Oszillatorstärke zwischen den Moden des Q2DEG verbunden ist, treten in den Bereichen starker Kopplung allerdings Abweichungen der Anregungsstärken zu den in diagonaler Näherung [Gl. (3.79)] erwarteten Oszillatorstärken  $f_{jk}$  auf. Im gesamten untersuchten Dichtebereich besitzt die (2-1)-Anregung eine höhere integrale Linienstärke als die (2-0)-Mode [Abb. 5.13 (b)]. Das gegenseitige Verhältnis der Anregungsstärken beider Übergänge ist dabei stark von der Symmetrie des Einschlußpotentials  $V(z)$  abhängig: Mit wachsender Elektronendichte  $N_s$  gleichen sich die integralen Linienstärken der (2-1)- und (2-0)-Moden bei asymmetrischem Potentialverlauf einander so lange immer weiter an, bis das Regime der Inversions-Symmetrie von  $V(z)$  erreicht wird. Bei Erreichen der Potentialsymmetrie verliert das (2-0)-Intersubband-Plasmon dann plötzlich seine gesamte Oszillatorstärke an die (2-1)-Anregung, nach einer weiteren Erhöhung der Elektronendichte setzt sich der Prozeß der Angleichung der (2-1)- und (2-0)-Linienstärken aufgrund der dann wieder steigenden Asymmetrie von  $V(z)$  allerdings wieder fort. Da die integrale Linienstärke nach Gl. (3.76) auch proportional zur Besetzungszahl-Differenz von Ausgangs- und Endzustand ist, steigt die Summe der Anregungsstärken von (2-1)- und (2-0)-Mode bei Erhöhung der Gesamtdichte nur solange an, bis das zweite angeregte Subband bei  $N_s = 11.9 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  besetzt wird, und bleibt dann weitgehend konstant.

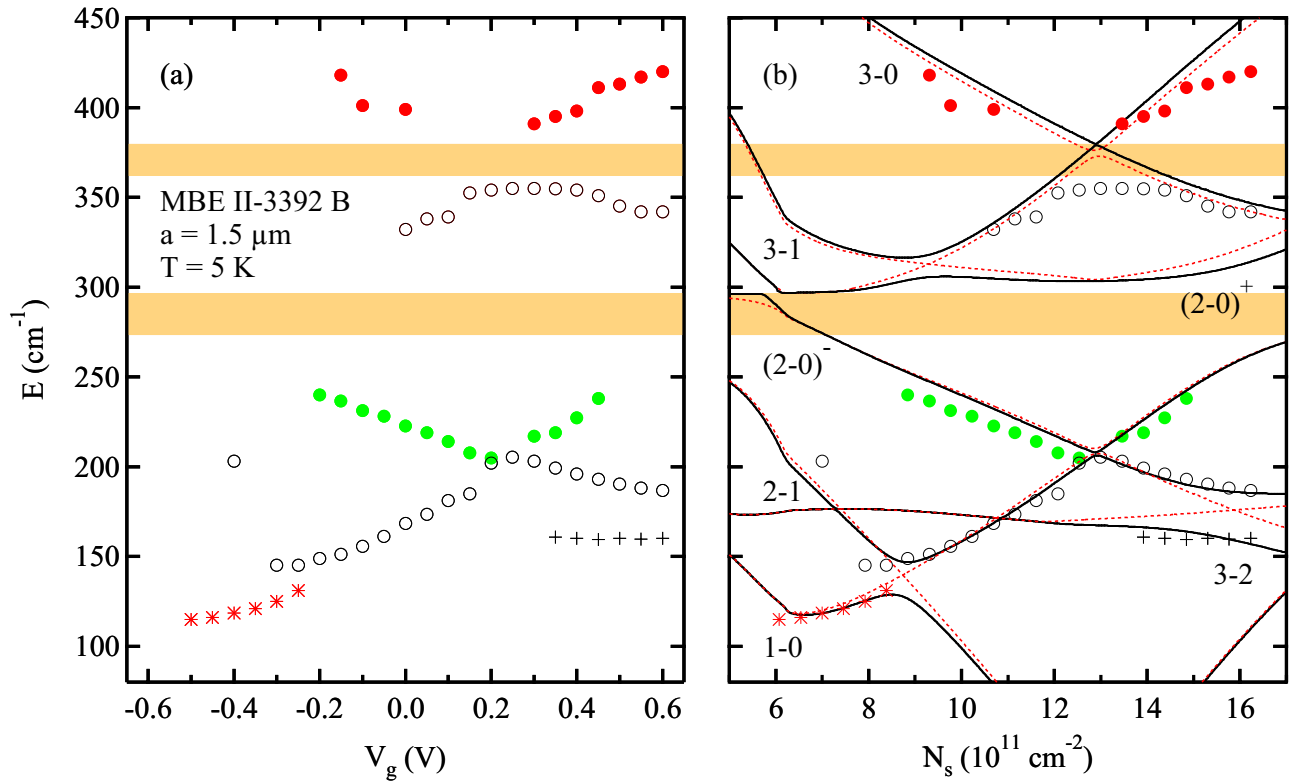
Die Intersubband-artigen Anregungen des zweilagigen Q2DEG konnten auch an der Probe MBE II-3392 B gemessen werden. Abb. 5.14 zeigt die normierte Transmission dieser Probe im Energiebereich der Intersubband-Plasmonen bei der Temperatur  $T = 5$  K für ausgewählte Werte der Gate-Spannung  $V_g$ , welche wieder den verschiedenen charakteristischen Dichten II-VI (Abschnitt 5.1.2) des zweilagigen Q2DEG entsprechen. Ver-



**Abbildung 5.14:** Normierte Transmissions-Spektren der Probe MBE II-3392 B bei  $T = 5 \text{ K}$  für ausgewählte Werte der Gate-Spannung  $V_g$ , welche die verschiedenen Regime II-VI des zweilagigen Q2DEG repräsentieren. Die normierte Transmission bei  $V_g = -0.30 \text{ V}$  wurde zur Verdeutlichung der Darstellung mit dem Faktor drei multipliziert. Die Basislinien der jeweiligen Spektren sind durch horizontale Linien dargestellt, die Reststrahlen-Bande von GaAs und der AlAs-artige Reststrahlen-Bereich von  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  sind schattiert eingezeichnet. In der Umgebung  $250 \text{ cm}^{-1} \leq E \leq 315 \text{ cm}^{-1}$  des für FIR-Strahlung nahezu undurchlässigen Reststrahlen-Bereichs des GaAs-Substrats können keine Signale aufgelöst werden. Die Pfeile kennzeichnen die aus der Anpassung theoretischer Resonanzprofile gewonnenen Energien der Plasmon-Phonon-Anregungsmoden.

gleicht man die an der Probe MBE II-3392 B gemessenen Spektren mit denen der Probe MBE II-3392 C, so erkennt man ein qualitativ ähnliches Aussehen der entsprechenden Resonanzkurven, allerdings sind die Linienbreiten besonders der Intersubband-Moden unterhalb der Reststrahlen-Bande von GaAs im Fall der Probe B wesentlich größer. Da beide Proben einer nominell identischen Präparation unterzogen und mit einem Gitterkoppler gleicher Periode versehen wurden, weist dieses Ergebnis auf eine hohe Sensibilität der gitterinduzierten Plasmon-Anregungen auf individuelle Abweichungen in den Eigenschaften von Kontakten, Gate-Elektrode und Gitterkoppler hin. Oberhalb des Reststrahlen-Bereichs von GaAs ist in den meisten Spektren eine deutlich höhere Anregungsstärke der Resonanz-Strukturen als bei der Probe MBE II-3392 C zu beobachten. Die normierte Transmission zu den Gate-Spannungen  $V_g = +0.25 \text{ V}$ ,  $+0.40 \text{ V}$  und  $+0.55 \text{ V}$  enthält ebenso wie weitere hier nicht gezeigten Spektren im Bereich von  $440 \text{ cm}^{-1}$  eine resonante Struktur, welche nicht als Plasmon-Anregung identifiziert werden kann.

Die aus dem FIR-Transmissions-Experiment bestimmten Resonanzpositionen der Probe MBE II-3392 B im



**Abbildung 5.15:** Experimentell bestimmte Resonanzpositionen der Probe MBE II-3392 B im Energiebereich der Inter-subband-Plasmon-Phonon-Moden als Funktion (a) der angelegten Gate-Spannung  $V_g$  und (b) der Gesamtdichte  $N_s$  bei  $T = 5 \text{ K}$ . In (b) zeigen die durchgezogenen (Vier-Subband-Modell) bzw. gepunkteten Linien (diagonale Näherung) das Resultat einer selbstkonsistenten Berechnung der Plasmon-LO-Phonon-Energien zum Wellenzahlvektor-Übertrag  $q_{x1} = 4.2 \times 10^4 \text{ cm}^{-1}$ . Die Reststrahlen-Bande von GaAs und der AlAs-artige Reststrahlen-Bereich von  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  sind schattiert eingezeichnet.

Energiebereich der Inter-subband-Plasmon-Phonon-Moden sind in Abb. 5.15 als Funktion der angelegten Gate-Spannung  $V_g$  bzw. der aus den Transportdaten (Abb. 5.2) ermittelten Gesamtdichte  $N_s$  aufgetragen. Zusätzlich in Abb. 5.15 (b) eingezeichnet sind die im Vier-Subband-Modell (Volllinien) und in diagonaler Näherung (Punktlinien) berechneten Energien der Plasmon-3D-LO-Phonon-Anregungen. Auch hier ist wieder eine sehr gute Übereinstimmung der experimentell ermittelten und der auf Basis der Transportdaten (Tab. 5.1) berechneten Anregungsenergien zu beobachten. Sowohl die durch die Inter-subband-Kopplung bewirkte Aufspaltung der (1-0)- und (2-1)-Moden bei  $N_s = 8.74 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  als auch das entsprechende Abstoßungs-Verhalten der (2-1)- und (3-2)-Anregungen bei  $N_s = 15.87 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  wird quantitativ durch die Rechnung wiedergegeben. Die (3-0)- und (3-1)-artigen Plasmon-Phonon-Moden zeigen im Dichtebereich des symmetrischen Einschlußpotentials bei der Probe MBE II-3392 B aufgrund der Kopplung der Inter-subband-Plasmonen an die AlAs-artigen LO-Phonon-Moden von  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  eine annähernd gleiche energetische Aufspaltung wie im Fall der Probe MBE II-3392 C.

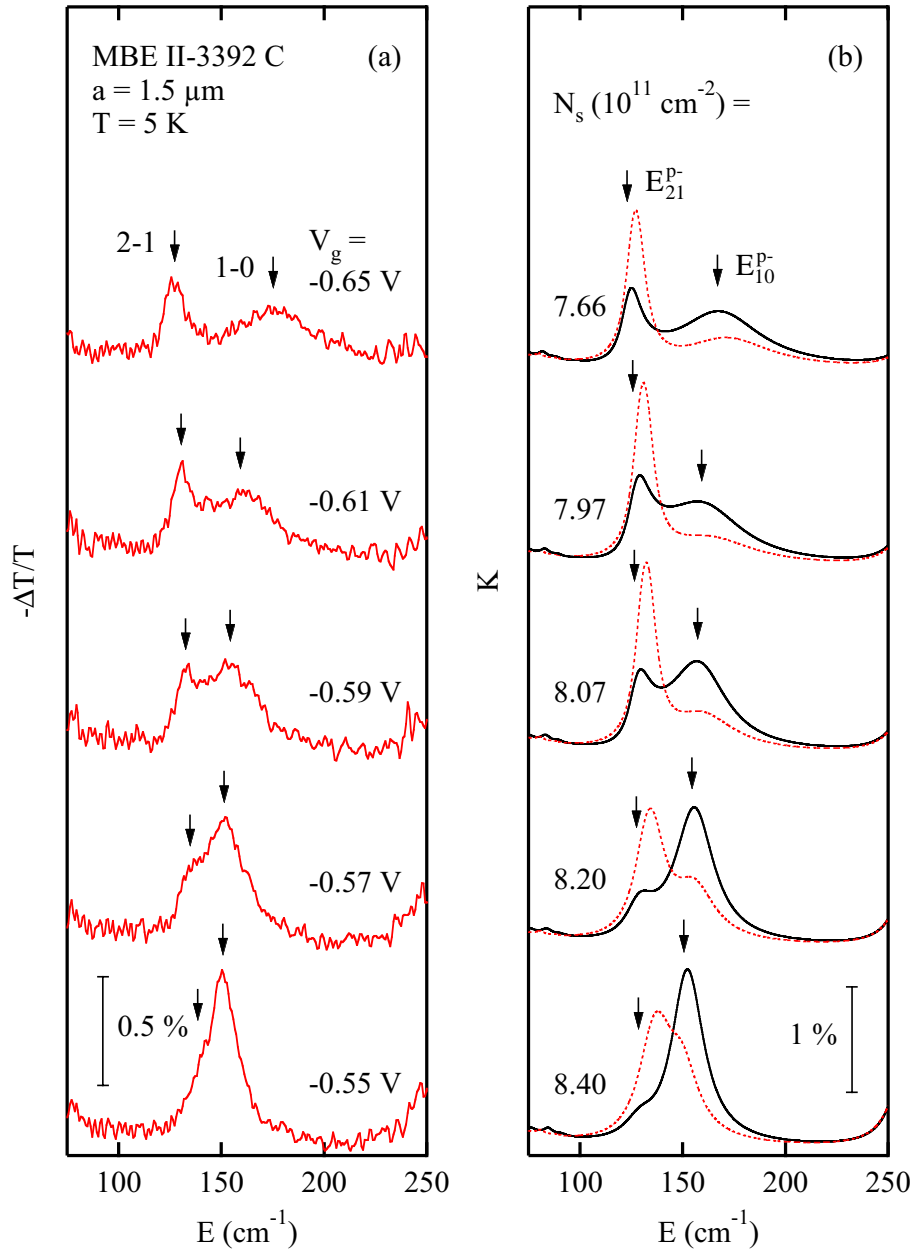
Die Kopplung der ungestörten Inter-subband-Plasmon-Moden bei den Elektronendichten II und VI (Abb. 5.5) sowie im Regime IV eines symmetrischen Einschlußpotentials  $V(z)$  wird im folgenden durch einen Vergleich von gemessenen normierten Transmissions-Spektren  $-\Delta T/T$  der Proben MBE II-3392 B und MBE II-3392 C mit der theoretisch erwarteten Absorption  $K$  des zweilagigen Q2DEG detailliert untersucht. Die



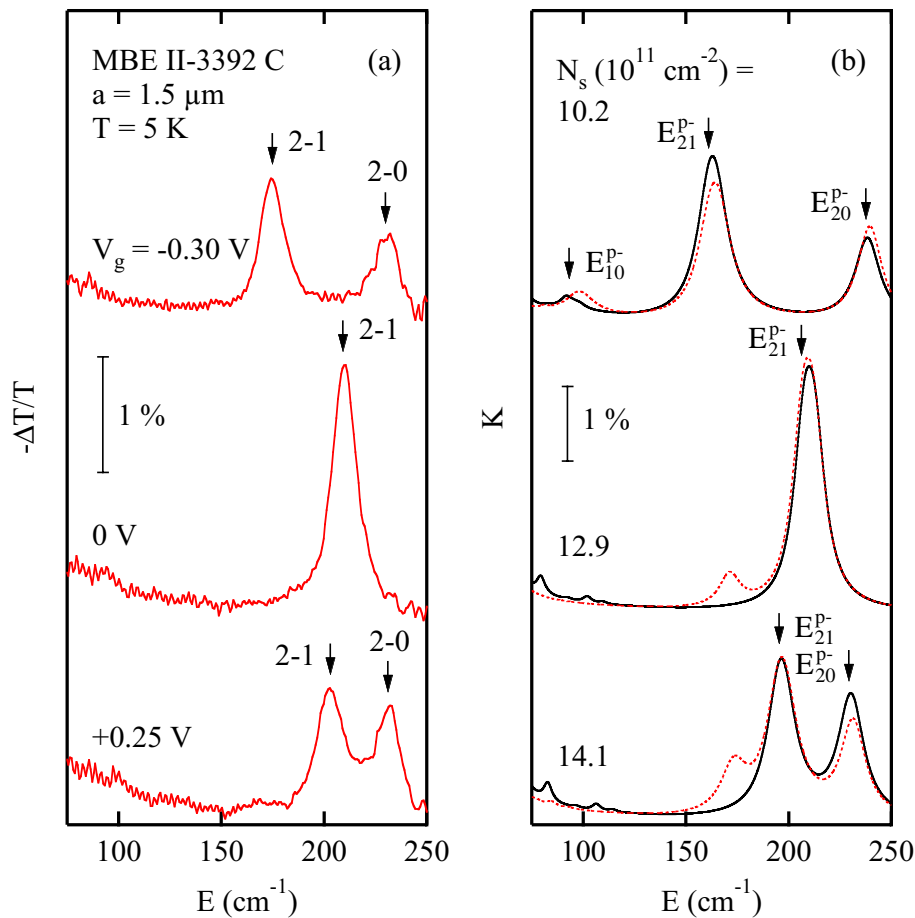
Absorptions-Spektren zu den der jeweiligen Gate-Spannung  $V_g$  entsprechenden Elektronendichten  $N_s$  wurden dabei nach Gl. (3.76) im Rahmen eines Vier-Subband-Modells des Stromantwort-Schemas mit Hilfe der in Tab. 5.2 angegebenen Parameter berechnet.

Im Bereich der zweidimensionalen Elektronendichte  $N_s = 8.74 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  (II) erwartet man nach Abb. 5.5 die Intersubband-Kopplung der ungestörten (1-0)- und (2-1)-Anregungsmoden. Die unterhalb von  $N_s = 8.74 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  mit "(2-1)" indizierte (1-0)-Mode wird ab dieser Dichte zum (2-1)-artigen Intersubband-Plasmon, während die als "(1-0)" gekennzeichnete (2-1)-Anregung dann den Charakter der (1-0)-Mode annimmt. Verschiedene im Regime der Kopplung von (1-0)- und (2-1)-Mode gemessene normierte Transmissions-Spektren der Probe MBE II-3392 C sind in Abb. 5.16 den für die entsprechende Elektronendichte  $N_s$  im Vier-Subband-Modell (Volllinien) bzw. in diagonaler Näherung (Punktlinien) berechneten Absorptions-Profilen gegenübergestellt. Um die experimentell beobachteten Linienbreiten der Intersubband-Anregungen in der Rechnung wiederzugeben, wurden für einzelne Spektren dabei die von den Werten in Tab. 5.2 abweichenden und in der Bildunterschrift angegebenen transversalen Dämpfungsparameter  $\Gamma_{\perp}^{jk}$  der jeweiligen Moden ( $j-k$ ) vorgegeben. Während sich bei der Probe MBE II-3392 C für Gate-Spannungen  $V_g$  zwischen  $-0.50 \text{ V}$  und  $0 \text{ V}$  unterhalb des Reststrahlen-Bereichs von GaAs neben der (2-0)-Mode nur die (2-1)-Anregung in den Spektren manifestiert (Abbn. 5.11 und 5.12), beobachtet man ab  $V_g = -0.55 \text{ V}$  im Bereich der (2-1)-Anregung eine Doppelstruktur mit einer zunehmenden Aufspaltung der Resonanzlinien [Abb. 5.16 (a)]. Für  $V_g = -0.55 \text{ V}$  entsteht dabei auf der niederenergetischen Flanke der (2-1)-Resonanzlinie zunächst eine schwache Schulter, aus welcher mit abnehmender Gate-Spannung eine klar zu identifizierende zweite Resonanzlinie entsteht. Die niederenergetische, schmale Anregungslinie nimmt mit sinkender Gate-Spannung  $V_g$  den Charakter des (2-1)-Intersubband-Plasmons in einem Q2DEG mit näherungsweise dreiecksförmigem Einschlußpotential  $V(z)$  an (Abb. 5.6), die höherenergetische Resonanz ist dann auf die (1-0)-Mode des Systems zurückzuführen. Bei Elektronendichten oberhalb des Kopplungsbereichs von (2-1)- und (1-0)-Anregung ist die (1-0)-artige Mode dagegen aufgrund des fehlenden Überlapps der Wellenfunktionen  $\varphi_0(z)$  und  $\varphi_1(z)$  nicht zu beobachten. Im Regime der starken Kopplung der beiden Intersubband-Anregungen können die Resonanzlinien nicht mehr eindeutig einem bestimmten Einteilchen-Übergang der  $40 \text{ nm}$  breiten DHS zugeordnet werden. Die in Abb. 5.16 (a) gezeigten normierten Transmissions-Spektren werden durch die in Abb. 5.16 (b) dargestellte, im Rahmen des Vier-Subband-Modells berechnete Absorption des Q2DEG sehr gut beschrieben. Besonders im Fall der drei niedrigsten Gate-Spannungen entspricht das theoretisch vorhergesagte Verhältnis der Anregungsstärken beider Intersubband-Moden genau dem experimentellen Befund, während für  $V_g = -0.57 \text{ V}$  und  $V_g = -0.55 \text{ V}$  aufgrund der berechneten größeren Linienaufspaltung geringe Abweichungen auftreten. Ein Vergleich der im Vier-Subband-Modell und in Diagonalnäherung berechneten Absorptions-Spektren zeigt dabei den großen Einfluß der Intersubband-Kopplung auf die Anregungsstärke der wechselwirkenden Moden. Ohne Wirkung dieser Kopplung würde man im untersuchten Dichtebereich eine sehr viel höhere Absorption durch die (2-1)-artige Mode und eine geringere Anregungsstärke des (1-0)-artigen Plasmons erwarten. Offenbar nimmt bei der energetischen Entartung der ungestörten Moden die (1-0)-artige Anregung aufgrund der Intersubband-Kopplung den Charakter eines optischen Intersubband-Plasmons an, während die (2-1)-artigen Mode hier das akustische Intersubband-Plasmon darstellt. Bei der optischen Intersubband-Mode überwiegt dabei die gleichphasige Bewegung aller mit der Anregung verbundenen Ladungsdichte-Oszillationen, bei der akustischen Mode die entsprechende gegenphasige Bewegung der gekoppelten Oszillationen (Abschnitt 3.3.5).

Auch im Regime eines zweilagigen Q2DEG mit symmetrischem Einschlußpotential  $V(z)$  lassen sich Einflüsse der Intersubband-Kopplung auf die Plasmon-Anregungen studieren. Abb. 5.17 zeigt die normierte Transmission der Probe MBE II-3392 C sowie die entsprechende berechnete Absorption bei symmetrischem Potentialverlauf ( $N_s = 12.9 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ ) und bei jeweils einer niedrigeren und einer höheren Elektronendichte. Die im Experiment beobachteten Anregungslinien und deren relative Intensität werden wieder sehr gut durch die theo-

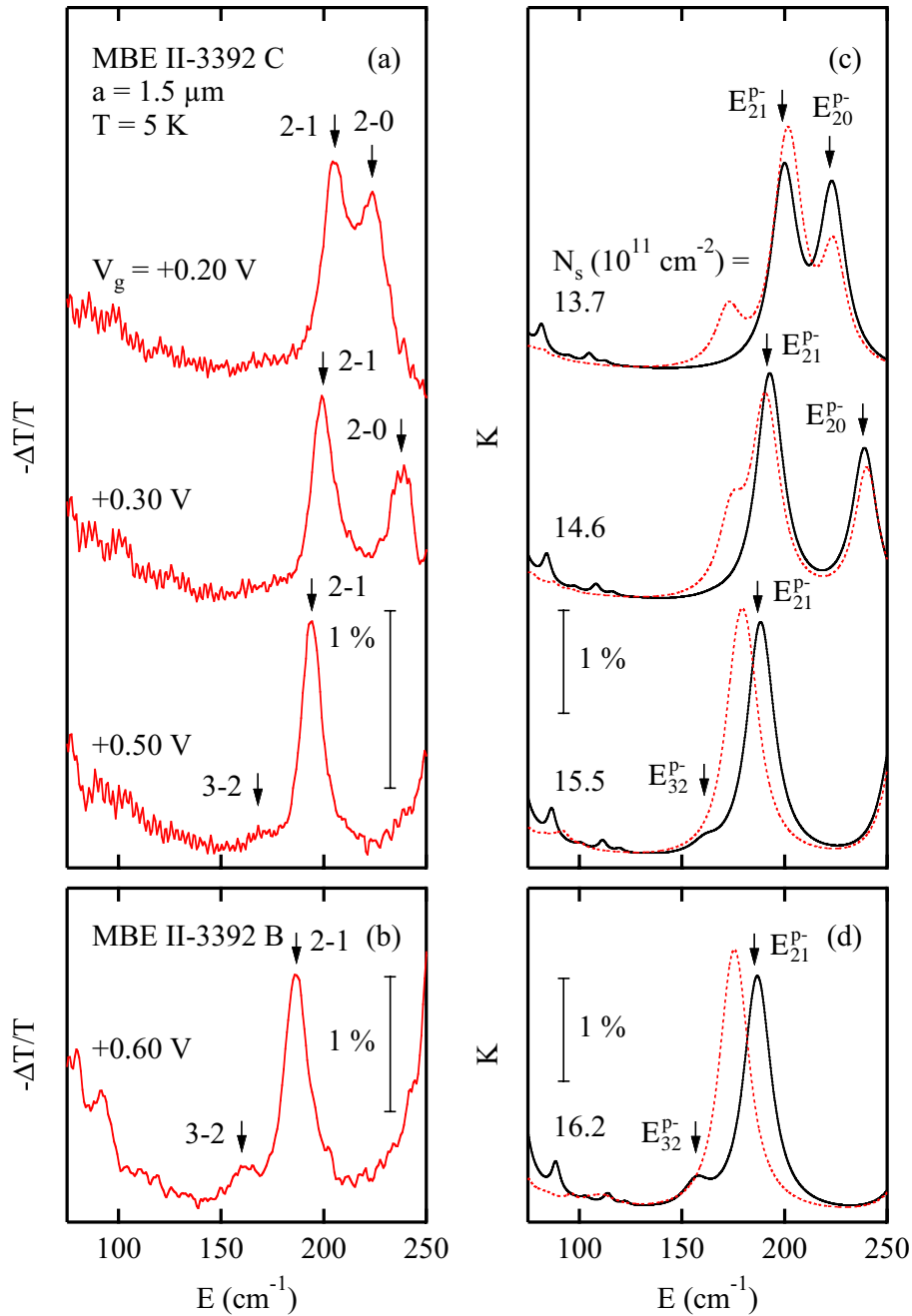


**Abbildung 5.16:** (a) Experimentell bestimmte normierte Transmissions-Spektren und (b) im Vier-Subband-Modell (Vollinien) bzw. in Diagonalnäherung (Punktlinien) berechnete Absorptions-Spektren der Probe MBE II-3392 C für ausgewählte Werte der Gate-Spannung  $V_g$  bzw. der entsprechenden zweidimensionalen Elektronendichte  $N_s$  im Regime der Kopplung zwischen der optischen (1-0)- und der akustischen (2-1)-Intersubband-Mode. Zur Berechnung der Absorption wurden die Parameter aus den Tabellen 5.1 und 5.2 verwendet, wobei jedoch davon abweichend zur Beschreibung der beobachteten Linienbreiten bei den angegebenen Dichten die folgenden transversalen Dampfungparameter  $\Gamma_{\perp}^{j,k}$  der jeweiligen (j-k)-Intersubband-Moden gewählt wurden:  $N_s = 7.66 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ ,  $7.97 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ :  $\Gamma_{\perp}^{10} = 26.25 \text{ cm}^{-1}$ ,  $\Gamma_{\perp}^{21} = 4.5 \text{ cm}^{-1}$ ;  $N_s = 8.07 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ :  $\Gamma_{\perp}^{10} = 18.75 \text{ cm}^{-1}$ ,  $\Gamma_{\perp}^{21} = 4.5 \text{ cm}^{-1}$ ;  $N_s = 8.20 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ :  $\Gamma_{\perp}^{10} = 12 \text{ cm}^{-1}$ . Die Pfeile kennzeichnen in (a) die aus der Anpassung theoretischer Resonanzprofile an die normierten Transmissions-Spektren gewonnenen Energien der kollektiven Moden und in (b) die theoretischen Plasmon-LO-Phonon-Anregungsenergien aus dem Vier-Subband-Modell des Dichteantwort-Schemas.



**Abbildung 5.17:** (a) Normierte Transmissions-Spektren und (b) im Vier-Subband-Modell (Vollinien) und in Diagonalnäherung (Punktlinien) berechnete Absorption der Probe MBE II-3392 C im Bereich eines symmetrischen Einschlußpotentials  $V(z)$  der DHS. Zur Berechnung der Absorption bei  $N_s = 12.9 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  wurde abweichend zu den in Tab. 5.2 angegebenen Parametern die transversale Dämpfung  $\Gamma_{\perp} = 6 \text{ cm}^{-1}$  gewählt. Die Pfeile kennzeichnen in (a) die aus der Anpassung theoretischer Resonanzprofile gewonnenen Energien der kollektiven Moden und in (b) die theoretischen Plasmon-LO-Phonon-Anregungsenergien aus dem Vier-Subband-Modell des Dichteantwort-Schemas.

retischen Absorptions-Spektren beschrieben. Bei  $V_g = -0.30$  V ( $N_s = 10.2 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ ) liegt noch ein leicht asymmetrisches effektives Potential vor. Hier werden die relativen Intensitäten der beobachteten (2-0)- und (2-1)-Resonanzen schon durch die diagonale Näherung recht gut wiedergegeben, wobei die in beiden berechneten Spektren erscheinende schwache (1-0)-Resonanzlinie im Experiment nicht auftritt, da die Strukturen unterhalb von  $100 \text{ cm}^{-1}$  auf die Anregung höherer Harmonischer der optischen Intrasubband-Mode zurückzuführen sind. Bei der Gate-Spannung  $V_g = 0$  V beobachtet man im Transmissions-Spektrum unterhalb der Reststrahlenbande von GaAs nur die (2-1)-Resonanzlinie, der (2-0)-Übergang ist aufgrund der Inversions-Symmetrie des Einschlußpotentials hier verboten. Im Gegensatz zu den experimentellen Daten und der im Vier-Subband-Modell bestimmten Absorption zeigt das in diagonaler Näherung berechnete Spektrum bei etwa  $171 \text{ cm}^{-1}$  eine weitere Resonanzlinie. Diese Struktur würde bei verschwindender Intersubband-Kopplung aufgrund der (3-2)-Intersubband-Anregung auftreten, welche durch die Besetzung des zweiten angeregten Subbandes ab etwa  $N_s = 11.9 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  in diagonaler Näherung eine endliche Anregungsstärke besitzt. Durch die Kopplung der antisymmetrischen (2-1)- und (3-2)- Intersubband-Moden wird die (3-2)-artige Anregung hier zum aku-



**Abbildung 5.18:** (a) und (b): Experimentell bestimmte normierte Transmissions-Spektren der Proben MBE II-3392 C bzw. MBE II-3392 B bei  $T = 5$  K für ausgewählte Werte der Gate-Spannung  $V_g$  im Regime der Kopplung zwischen der (2-1)- und der (3-2)-Intersubband-Mode. (c) und (d): Im Vier-Subband-Modell (Volllinien) und in Diagonálnäherung (Punktlinien) berechnete Absorption der Probe MBE II-3392 für Elektronendichten  $N_s$ , welche den experimentell gewählten Gate-Spannungen aus (a) bzw. (b) entsprechen. Die Pfeile kennzeichnen in (a) und (b) die aus der Anpassung theoretischer Resonanzprofile gewonnenen Energien der kollektiven Moden und in (c) und (d) die theoretischen Plasmon-LO-Phonon-Anregungsenergien aus dem Vier-Subband-Modell des Dichteantwort-Schemas. Zum besseren Vergleich zwischen Experiment und Theorie wurde die  $-\Delta T/T$ -Achse in (a) und (b) unterschiedlich skaliert, die K-Achse in (c) bzw. (d) besitzt dagegen jeweils die gleiche Skalierung.

stischen Intersubband-Plasmon, welches seine gesamte Oszillatorstärke an das optische (2-1)-Intersubband-Plasmon abgibt. Die weitere Erhöhung der Gate-Spannung auf  $V_g = +0.25$  V ( $N_s = 14.1 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ ) hat einen wieder asymmetrischen Potentialverlauf zur Folge, so daß im Transmissions-Spektrum sowohl die (2-1)- als auch die (2-0)-Mode beobachtet werden können. Während die im Vier-Subband-Modell berechnete Absorption das experimentelle Ergebnis sehr gut wiedergibt, würde man ohne die Wirkung der Intersubband-Kopplung auch hier eine Resonanzlinie aufgrund der (3-2)-Anregung erhalten. Im vorliegenden Fall geht die Oszillatorstärke der (3-2)-Mode auf das (2-0)-Plasmon über, die (2-1)-Anregung spürt dagegen keinen Einfluß der Wechselwirkung zwischen den Intersubband-Plasmonen.

Die resonante Kopplung der (2-1)- und (3-2)-Intersubband-Plasmonen in der Umgebung der Elektronendichte VI ( $N_s = 15.87 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ ) ist in den Abbn. 5.18 (a)-(d) illustriert. Für  $V_g = +0.20$  V ( $N_s = 13.7 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ ) und  $V_g = +0.30$  V ( $N_s = 14.6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ ), d. h. vor Erreichen dieses Regime, beobachtet man bei der Probe MBE II-3392 C ähnlich der Gate-Spannung  $V_g = +0.25$  V [Abb. 5.17 (a)] unterhalb der Reststrahlen-Bande von GaAs ausschließlich die (2-1)- und (2-0)-Intersubband-Anregungen. Der Vergleich mit der berechneten Absorption des Q2DEG zeigt, daß bei  $N_s = 13.7 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  die (2-0)-Mode aufgrund der Intersubband-Kopplung zunächst Oszillatorstärke auf Kosten der (2-1)- und (3-2)-Plasmonen gewinnt, während mit steigender Elektronendichte auch die (2-1)-Anregung der (3-2)-Mode Oszillatorstärke entzieht. Im Bereich der energetischen Entartung der ungestörten (2-1)- und (3-2)-Intersubband-Anregungen tritt dann gemäß Abb. 5.12 eine Abstoßung der entsprechenden gekoppelten Moden auf. Bei  $V_g = +0.50$  V erscheint daher im normierten Transmissions-Spektrum der Probe MBE II-3392 C energetisch unterhalb der (2-1)-Mode eine schwache Resonanz aufgrund der (3-2)-artigen Intersubband-Anregung. Das im Vier-Subband-Modell berechnete Absorptions-Spektrum zur Elektronendichte  $N_s = 15.5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  gibt dieses experimentell beobachtete Verhalten quantitativ genau wieder. In Abwesenheit der Intersubband-Kopplung würde dagegen im Spektrum nur eine Resonanzlinie erscheinen, da die beiden ungestörten Plasmon-Energien bei dieser Elektronendichte nahezu identisch sind. Auch das an der Probe MBE II-3392 B bei  $V_g = +0.60$  V gemessene Spektrum zeigt diese energetische Aufspaltung der (2-1)- und (3-2)-Intersubband-Moden, welche durch die theoretische Absorption des Q2DEG bei der entsprechenden etwas höheren Elektronendichte von  $N_s = 16.2 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  sehr gut beschrieben wird.

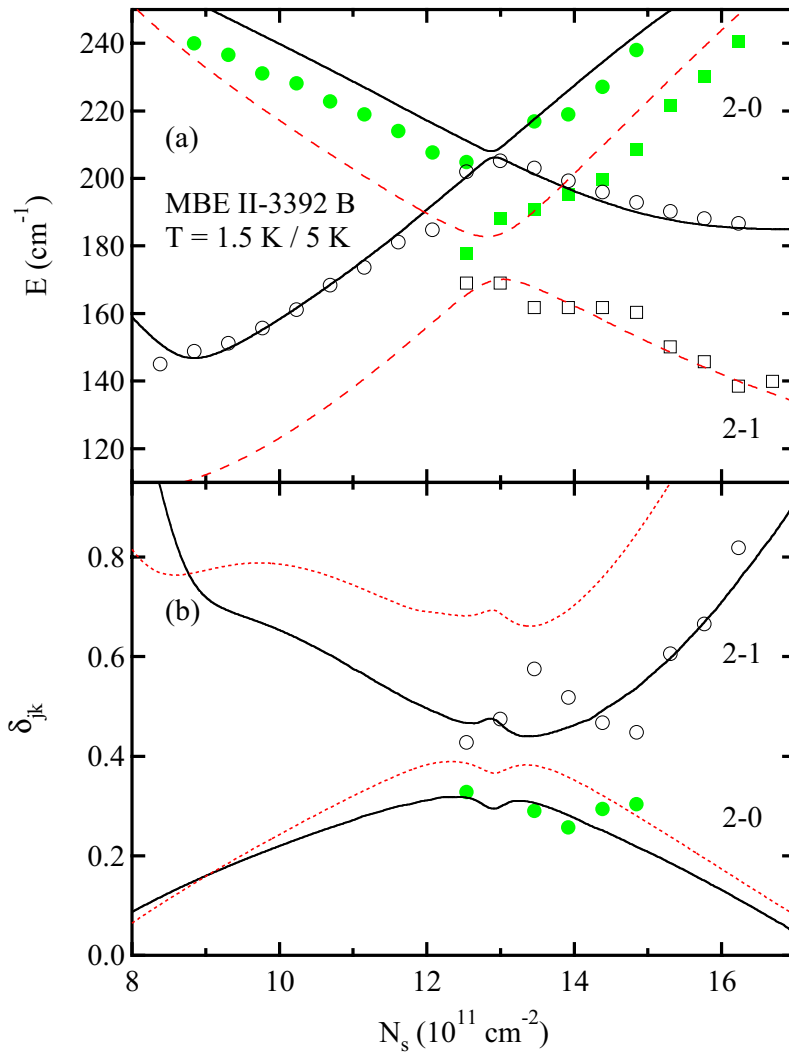
Die Analyse der Intersubband-Transmissions-Spektren der Probe MBE II-3392 hat somit eindeutig gezeigt, daß die 40 nm breite DHS ein Modellsystem zum Studium der Kopplung von Intersubband-Plasmon-Anregungen darstellt. In Abhängigkeit von Potentialsymmetrie und Subband-Struktur existieren bei Variation der angelegten Gate-Spannung mehrere Regime unterschiedlich stark ausgeprägter Intersubband-Kopplung, deren optische Manifestation durch die im Rahmen eines Vier-Subband-Modells der Stromantwort berechnete Absorption sehr genau reproduziert werden kann.

Abschließend werden die im FIR-Transmissions-Experiment gemessenen Resonanzpositionen  $E_{jk}^{p-}$  der Intersubband-Plasmon-Phononen der Probe MBE II-3392 B mit den aus Magnetotransport-Untersuchungen an der selben Probe (Abschnitt 5.1.1) nach Gl. (5.1) gewonnenen entsprechenden Einteilchen-Subband-Abständen  $E_{jk}$  verglichen. In formaler Analogie zu Gl. (2.36) läßt sich auf diese Weise mittels der Beziehung

$$\delta_{jk} = \left( \frac{E_{jk}^{p-}}{E_{jk}} \right)^2 - 1 . \quad (5.2)$$

die kollektive Verschiebung  $\delta_{jk}$  der Intersubband-Plasmon-Phonon-Moden direkt experimentell bestimmen.

Abb. 5.19 (a) zeigt die gemessene Abhängigkeit der Einteilchen-Subband-Abstände und der kollektiven Anregungsenergien der (2-0)- und (2-1)-Moden von der zweidimensionalen Elektronendichte  $N_s$ . Zusätzlich eingezeichnet sind die im Vier-Subband-Modell selbstkonsistent berechneten Subband-Differenzen und Plasmon-LO-Phonon-Anregungsenergien. Da das zweite angeregte Subband erst ab etwa  $N_s = 11.9 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  besetzt



**Abbildung 5.19:** (a) Mit Hilfe von Magnetotransport-Messungen gewonnene Einteilchen-Subband-Abstände (Quadrate) und im Rahmen der Ferninfrarot-Transmissions-Spektroskopie bestimmte kollektive Anregungsenergien der Probe MBE II-3392 B (Kreise). Die Volllinien zeigen die im Vier-Subband-Modell selbstkonsistent berechneten Plasmon-LO-Phonon-Energien, die Strichlinien die entsprechenden theoretischen Subband-Differenzen. (b) Kollektive Verschiebung  $\delta_{jk}$  der Intersubband-Moden nach Gl. (5.2), ermittelt aus einem Vergleich von Transport- und Spektroskopie-Daten. Die durchgezogenen (gepunkteten) Linien kennzeichnen den mit (ohne) Berücksichtigung der Effekte von Austausch und Korrelation berechneten Verlauf.

ist, können die Subband-Abstände  $E_{20}$  und  $E_{21}$  nur oberhalb dieser Dichte bestimmt werden. Man erkennt, daß der im Experiment gefundene geringere Einfluß von Vielteilchen-Effekten auf die (2-0)-Mode im Vergleich zur (2-1)-Anregung durch die Rechnung korrekt beschrieben wird.

Die aus den experimentellen Daten entsprechend Gl. (5.2) gewonnene kollektive Verschiebung der beiden Intersubband-Moden ist in Abb. 5.19 (b) illustriert. Weiterhin ist hier die im Vier-Subband-Modell berechnete Abhängigkeit der kollektiven Verschiebung  $\delta_{jk}$  von der Elektronendichte  $N_s$  mit und ohne Berücksichtigung der Effekte von Austausch und Korrelation auf den Grundzustand und die Anregungsenergien des Q2DEG dargestellt. Da das experimentelle Ergebnis mit der Theorie nur unter Einbeziehung von Austausch-Wechselwirkung und Korrelation vereinbar ist, zeigt der Vergleich von Experiment und Rechnung den nicht zu vernachlässigenden Einfluß dieser Effekte auf die Energie der (2-0)- und (2-1)-Intersubband-Moden. Aus Abb. 5.19 (b) kann man weiterhin die deutliche Abhängigkeit der kollektiven Verschiebung der Moden von der Symmetrie des Einschlußpotentials  $V(z)$  erkennen. Während  $\delta_{20}$  im Dichtebereich, der einem symmetrischen Potentialverlauf entspricht ( $N_s = 12.9 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ ), ein Maximum aufweist, besitzt die Verschiebung  $\delta_{21}$  in diesem Fall gerade ihr Minimum. Eine noch stärkere Abhängigkeit der kollektiven Verschiebung von der Symmetrie des Einschlußpotentials würde bei der (1-0)-Tunnel-Mode auftreten (Abb. 5.5). Die Anregungsenergie dieses Übergangs ist, wie (hier nicht dargestellte) Rechnungen im Vier-Subband-Modell zeigen, von Austausch-Wechselwirkung und Korrelation nahezu unbeeinflusst. Beide Eigenschaften der Intersubband-Tunnel-Mode in einem doppellagigen Q2DEG konnten kürzlich von Holland *et al.* [Hol02a] experimentell bestätigt werden.

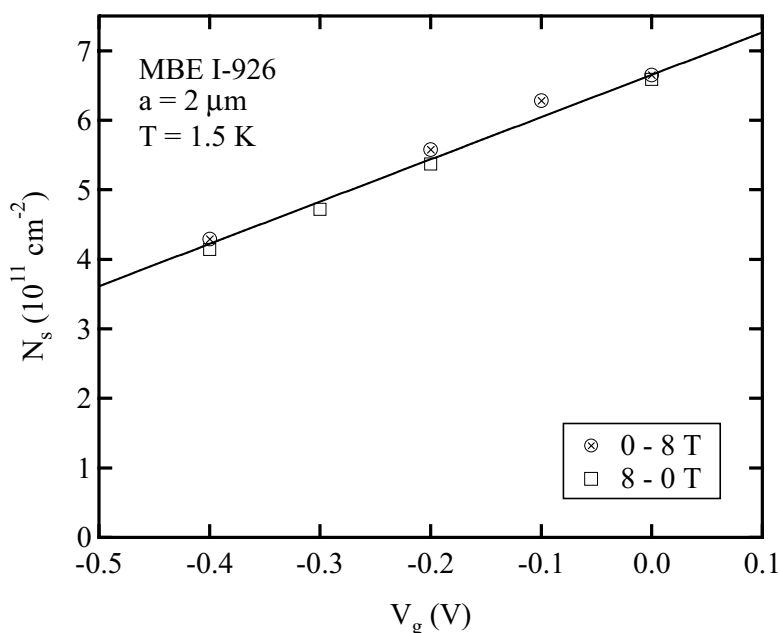
## 5.2 Elektron-Phonon- und Intersubband-Kopplung der Plasmon-Anregungen in Einfachheterostrukturen

Die theoretischen Untersuchungen zur Dichte- und Temperaturabhängigkeit (Abschnitt 2.2.4) sowie zur optischen Absorption der Plasmon-Moden in Einfachheterostrukturen (Abschnitt 3.3) haben gezeigt, daß in diesen Systemen bei Wahl geeigneter Proben- und Gitterparameter deutliche Einflüsse der Elektron-Phonon- und der Intersubband-Kopplung auf die kollektiven Moden des Q2DEG zu erwarten sind. Im folgenden werden in diesem Zusammenhang zunächst experimentelle Ergebnisse zur Temperaturabhängigkeit der Intrasubband-Anregung einer SHS diskutiert und anschließend die Auswirkungen der Elektron-LO-Phonon-Kopplung und der Intersubband-Kopplung auf die für verschiedene Einfachheterostrukturen gemessenen Intersubband-Plasmon-Anregungen studiert.

### 5.2.1 Temperaturabhängigkeit der Intrasubband-Plasmon-Anregung

Mit der Erhöhung der Proben temperatur werden in einer Einfachheterostruktur aufgrund der thermischen Umverteilung der Elektronen nach Gl. (1.14) sukzessive immer mehr Subbänder besetzt, so daß die kollektiven Moden durch die Kopplung der Elektronenbewegung in und zwischen den verschiedenen Subbändern beeinflusst werden (Abschnitt 2.2.4). Neben dem Studium dieses Kopplungs-Verhaltens erlaubt die Messung der Temperaturabhängigkeit der Intrasubband-Plasmon-Mode eine Untersuchung der Dämpfungs-Mechanismen dieser kollektiven Anregung.

Die Experimente zur Temperaturabhängigkeit der Intrasubband-Plasmon-Mode wurden an der Probe MBE I-926 mit der relativ hohen Elektronendichte von  $N_s = 6.65 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  und einem Gitterkoppler der Periode  $a = 2 \mu\text{m}$  durchgeführt. Durch die Wahl dieser Parameter lagen die entsprechenden Resonanzlinien in einem empfindlichen Meßbereich des Fourier-Spektrometers ( $E \geq 20 \text{ cm}^{-1}$ ). Die zweidimensionale Elektronendichte  $N_s$  der Probe MBE I-926 und deren Abhängigkeit von der angelegten Gate-Spannung konnten durch die Aufnahme der Magnetokapazität  $C(B)$  im Bereich zwischen  $B = 0 \text{ T}$  und  $B = 8 \text{ T}$  bei der Proben temperatur  $T = 1.5 \text{ K}$  ermittelt werden (Abb. 5.20). Der aus den Experimenten gewonnene lineare Zusammenhang von Elektronendichte und Gate-Spannung ist mit den weiteren im folgenden zur Berechnung von Grundzu-



**Abbildung 5.20:** Abhängigkeit der zweidimensionalen Elektronendichte  $N_s$  der Probe MBE I-926 von der angelegten Gate-Spannung  $V_g$ , ermittelt aus Messungen der Magnetokapazität  $C(B)$  im Bereich zwischen  $B = 0 \text{ T}$  und  $B = 8 \text{ T}$  bei  $T = 1.5 \text{ K}$ . Die Probenkapazität wurde dabei sowohl mit steigendem Magnetfeld (Kreise mit Kreuz) als auch mit sinkendem Magnetfeld (Quadrate) aufgenommen. Die durchgezogene Linie zeigt die bestmögliche lineare Anpassung  $N_s(V_g)$  beider Meßreihen (Tab. 5.3).

stand, Anregungsenergien und optischer Absorption verwendeten Parametern der Probe MBE I-926 in Tab. 5.3 zusammengefaßt.

In Abb. 5.21 sind normierte Transmissions-Spektren der Probe MBE-I 926 im Energiebereich der Intrasubband-Plasmon-Anregung bei der Gate-Spannung  $V_g = 0$  V (Referenz-Spannung  $V_g^0 = -4.0$  V) für Temperaturen zwischen  $T = 5$  K und  $T = 145$  K dargestellt. Für  $T = 5$  K ist zusätzlich die unter Verwendung der in Tab. 5.3 angegebenen Parameter berechnete Absorption  $K$  der SHS als Punktlinie eingezeichnet.

Bei der niedrigsten Proben temperatur ist die Intrasubband-Mode zur Beugungsordnung  $n = 1$  mit einer Resonanzlinie der Breite  $\Gamma_{\parallel} = 3.4 \text{ cm}^{-1}$  verbunden. Zur theoretischen Beschreibung der Resonanzlage  $E_{00}^{p-}$  im Rahmen eines Vier-Subband-Modells unter Einbeziehung der Plasmon-LO-Phonon-Kopplung wurde für den Abstand zwischen Gate-Elektrode und Q2DEG ein gegenüber Tab. 4.1 abweichender höherer Wert von  $d_1 = 120 \text{ nm}$  verwendet (Tab. 5.3). Im Transmissions-Spektrum zu  $T = 5$  K ist neben der Mode zu  $n = 1$  eine Intrasubband-Anregung zur Beugungsordnung  $n = 2$  zu beobachten, deren theoretisch erwartete Resonanzposition knapp  $2 \text{ cm}^{-1}$  unterhalb des gemessenen Wertes liegt. Die relative Anregungsstärke der beiden Intrasubband-Moden zu  $n = 1$  und  $n = 2$  wird durch das mit dem Lichtmikroskop bestimmte Tastverhältnis  $t = 0.65$  des Gitterkopplers (Tab. 4.1) sehr gut reproduziert.

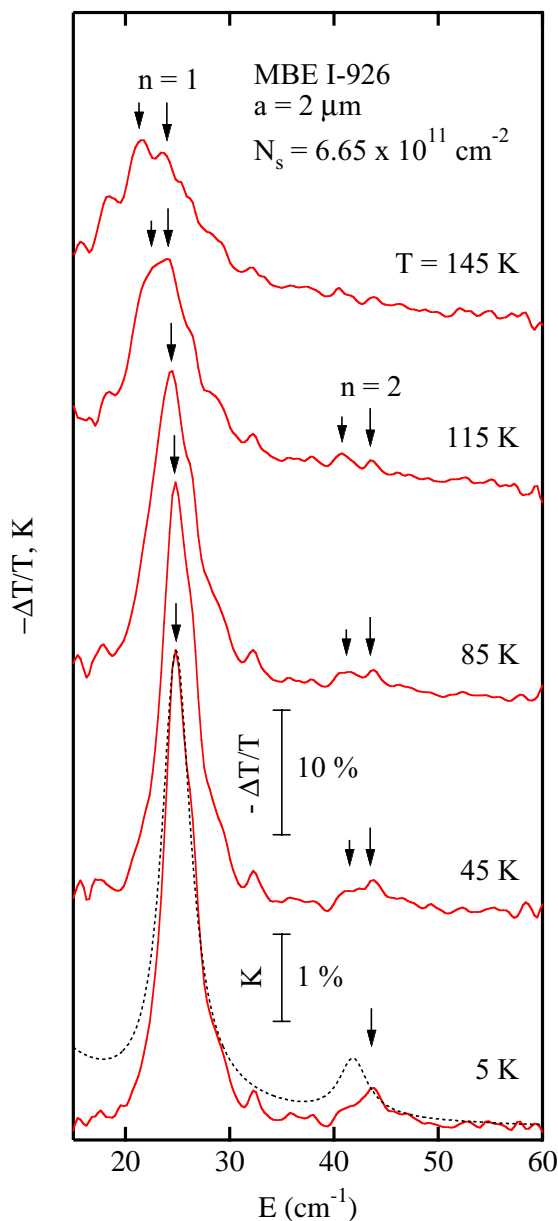
Mit steigender Temperatur erkennt man bei  $T = 45$  K und  $T = 85$  K zunächst eine Abnahme der Signalstärke sowie eine Erhöhung der Linienbreite der  $n = 1$ -Anregung, wobei deren Resonanzposition nahezu konstant bleibt. Ab einer Proben temperatur von  $115$  K tritt an der niederenergetischen Seite der Hauptresonanz eine Schulter auf, aus welcher sich bei weiterer Temperaturerhöhung mit immer stärkerer Ausprägung eine zweite Resonanzlinie bildet. Eine solche Aufspaltung der Intrasubband-Plasmon-Resonanz konnte auch in weiteren (nicht gezeigten) Messungen an verschiedenen Einfachheterostrukturen beobachtet werden. Die Intrasubband-Anregung zu  $n = 2$  zeigt schon bei  $T = 5$  K eine Asymmetrie an der niederenergetischen Flanke, aus welcher sich für steigende Proben temperaturen ebenfalls eine zweite Resonanzlinie niedrigerer Energie ausbildet.

**Tabelle 5.3:** Parameter zur selbstkonsistenten Berechnung von Grundzustand, Anregungsenergien und optischer Absorption der Probe MBE I-926.

$N_s$	$[10^{11} \text{ cm}^{-2}]$	$6.65 + 6.08 (V_g/V)$
$N_d$	$[10^{10} \text{ cm}^{-2}]$	4.2
$\Gamma_{\parallel}$	$[\text{cm}^{-1}]$	3.4
$\Gamma_{\perp}$	$[\text{cm}^{-1}]$	11.0
$\Gamma_{ph}$	$[\text{cm}^{-1}]$	2.0
$\varepsilon_{\infty}^{(0)}$		$-2 \times 10^5$
$d_1$	$[\text{nm}]$	$85^{\text{a)}/120^{\text{b)}}$
$q_{x1}$	$[\text{cm}^{-1}]$	$3.14 \times 10^4$
$t$		0.65
$\sigma_g$	$[\Omega^{-1}]$	$1 \times 10^{-3}$
$\omega_G$	$[\text{s}^{-1}]$	$5.697 \times 10^{15}$
$\Gamma_G$	$[\text{s}^{-1}]$	$7.596 \times 10^{13}$
$n_m$		20
$\Theta$	$[\text{°}]$	0
$N^{\text{c)}}$		4

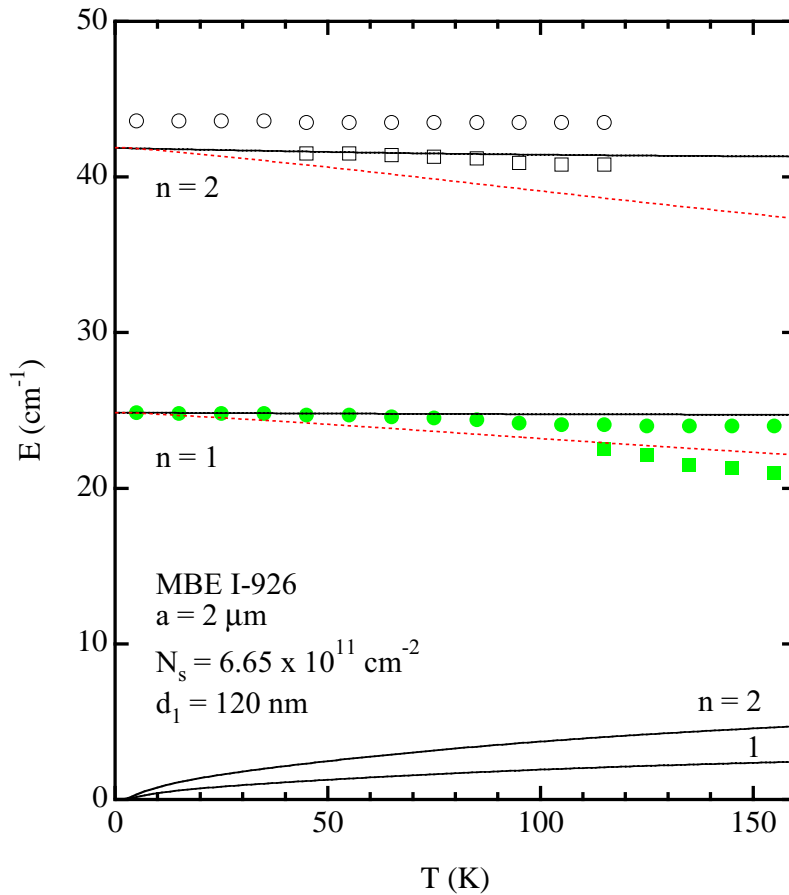
a) Tab. 4.1    b) aus  $E_{00}^{p-}$     c) Subbandanzahl





**Abbildung 5.21:** Normierte Transmissions-Spektren der Probe MBE I-926 im Energiebereich der Intrasubband-Plasmon-Anregungen für ausgewählte Werte der Temperatur  $T$  bei einer Ladungsträgerdichte von  $N_s = 6.65 \times 10^{11} cm^{-2}$  ( $V_g = 0 V$ ). Die langen Pfeile kennzeichnen die aus dem Experiment gewonnenen Energien der Intrasubband-Plasmon-Hauptresonanzen, die kurzen Pfeile die energetischen Lagen der abgespaltenen Nebenmaxima. Zusätzlich ist die im Vier-Subband-Modell unter Benutzung der Parameter aus Tab. 5.3 berechnete Absorption  $K$  des Q2DEG für  $T = 5 K$  als Punktlinie eingezeichnet.

Die nur sehr geringe Temperaturabhängigkeit der Intrasubband-Hauptresonanz zu  $n = 1$  wird durch den im Rahmen eines Vier-Subband-Modells berechneten Verlauf der Plasmon-Phonon-Anregungsenergien des Q2DEG sehr gut beschrieben (Abb. 5.22). Die Intrasubband-Mode spiegelt die kohärente Bewegung aller Elektronen in den verschiedenen besetzten Subbändern des Q2DEG wider und entspricht somit dem optischen Intrasubband-Plasmon in einem Zweilagensystem. Im Gegensatz dazu liefert die diagonale Näherung die Plasmon-Energie eines entkoppelten untersten Subbands, dessen mit steigender Temperatur abnehmende Besetzung zu einer deutlichen Reduzierung der Resonanzlage führen würde. Die experimentell beobachtete Hauptresonanz zu  $n = 2$  liegt für alle untersuchten Temperaturen knapp  $2 cm^{-1}$  oberhalb der theoretisch ermittelten Anregungsenergie, deren Abhängigkeit von der Temperatur durch die Rechnung aber ebenfalls eindeutig wiedergegeben wird. Unterhalb der Energien der optischen Intrasubband-Plasmon-Moden liefert die Rechnung noch die Intrasubband-Anregungen mit akustischem Charakter, deren jeweils höchstenergetischen Zweige für  $n = 1$  und  $n = 2$  ebenfalls in Abb. 5.22 eingetragen sind. Das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte und verwendete Modell der gekoppelten kollektiven Moden des Q2DEG kann somit nicht die in Abb. 5.22 als Quadrate gekennzeichneten Resonanzpositionen der abgespaltenen Intrasubband-Plasmon-Linien erklären.

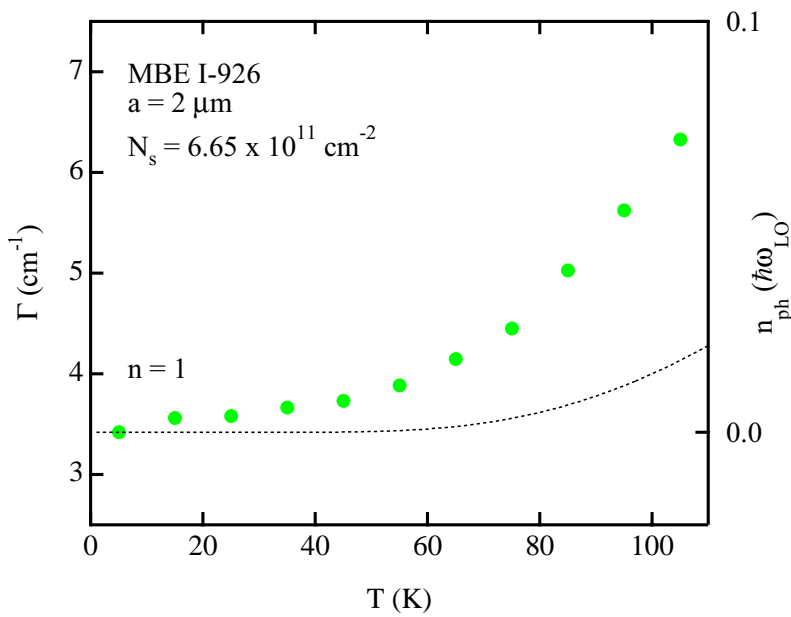


**Abbildung 5.22:** Resonanzpositionen der Probe MBE I-926 im Energiebereich der Intrasubband-Plasmon-Phonon-Moden in Abhängigkeit von der Temperatur  $T$  bei einer zweidimensionalen Elektronendichte von  $N_s = 6.65 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ . Kreise kennzeichnen die beobachteten Hauptmaxima, Quadrate die entsprechenden abgespaltene Nebenmaxima. Die durchgezogenen (Vier-Subband-Modell) bzw. gepunkteten Linien (diagonale Näherung) zeigen das Resultat einer selbstkonsistenten Berechnung der Plasmon-LO-Phonon-Energien zum jeweiligen Wellenzahlvektor-Übertrag  $q_{x1} = 3.14 \times 10^4 \text{ cm}^{-1}$  und  $q_{x2} = 6.28 \times 10^4 \text{ cm}^{-1}$ . Neben den die kohärente Elektronenbewegung beschreibenden optischen Zweigen zu  $n = 1$  und  $n = 2$  sind auch die höchst-energetischen akustischen Moden zu  $n = 1$  und  $n = 2$  eingezeichnet.

Aufspaltungen von Intrasubband-Plasmon-Moden wurden in Halbleiter-Heterostrukturen mit einer räumlich modulierten Ladungsträgerdichte beobachtet [Mac84, Bat85] und auf die sich in diesen Systemen ausbildenden Energielücken der Dispersionsrelation [Kra81] zurückgeführt. Eine solche periodisch variierende Elektronendichte kann in quasi-zweidimensionalen Elektronensystemen mit Gitterkoppler auftreten, da sich unterhalb der mit Metallstreifen versehenen Bereiche eine andere Schottky-Barriere ausbildet als für die Gitterzwischenräume, wodurch die Elektronen ein unterschiedliches selbstkonsistentes Potential  $V(z)$  verspüren. Allerdings sollte, wie dies die im folgenden Abschnitt vorgestellten Messungen der Intersubband-Plasmon-Anregungen zeigen, eine vorhandene räumliche Modulation der Ladungsträgerdichte mit steigender Temperatur aufgrund von Diffusions-Prozessen geringer werden. Die hier beobachtete  $n = 1$ -Aufspaltung wird im Gegensatz dazu bei zunehmender Temperatur immer deutlicher. Da zusätzlich beim Intrasubband-Plasmon zu  $n = 2$  die Aufspaltung für  $T = 115 \text{ K}$  größer und nicht wie in räumlich modulierten Systemen deutlich geringer ist als die  $n = 1$ -Aufspaltung, [Mac84] sprechen die experimentellen Ergebnisse nicht für eine gitterperiodische Dichtemodulation des Q2DEG als Ursache der Intrasubband-Moden-Aufspaltung.

Eine Theorie der Temperaturabhängigkeit der Intrasubband-Mode eines Q2DEG unter Einbeziehung der verschiedenen relevanten Relaxations-Mechanismen, der Wechselwirkung mit Störstellen sowie der Landau-Dämpfung und der bei zunehmender Besetzung höherer Subbänder eine größere Rolle spielenden Nichtparabolizität des Leitungsbandes [Bas81, Eke89] steht bislang noch aus. Es kann daher nur vermutet werden, daß die beobachtete Modenaufspaltung als Resultat des Zusammenspiels von mehreren der erwähnten Effekte auftritt.

Die Abhängigkeit der Linienbreite  $\Gamma$  der Intrasubband-Plasmon-Resonanz zu  $n = 1$  von der Temperatur  $T$  ist in Abb. 5.23 für den Bereich dargestellt, in welchem nur ein einzelnes und nahezu symmetrisches Spektralprofil beobachtet wird. Im Temperaturintervall bis  $T = 45 \text{ K}$  erkennt man einen nur leichten und nahezu linea-

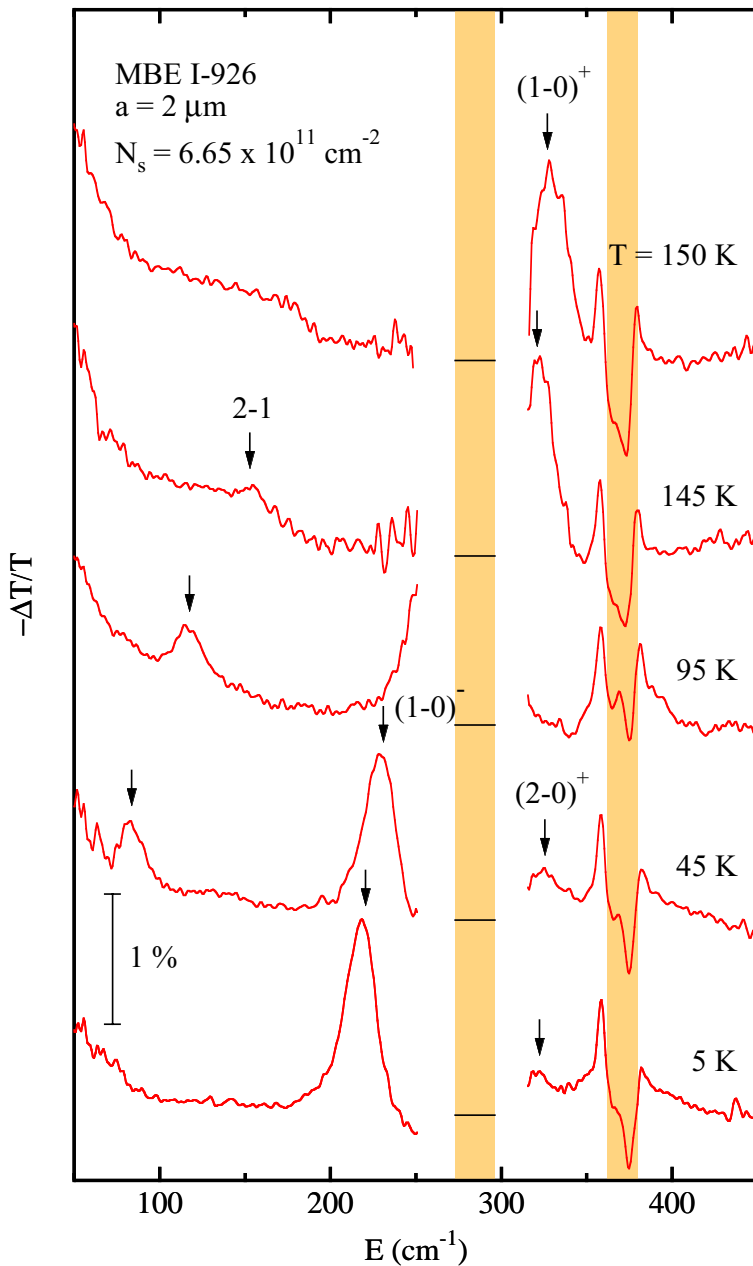


**Abbildung 5.23:** Linienbreiten  $\Gamma$  der Intrasubband-Plasmon-Anregung der Probe MBE I-926 bei der Elektronendichte  $N_s = 6.65 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  in Abhängigkeit von der Temperatur  $T$ , ermittelt aus der Anpassung berechneter Lorentz-Profile [Gl. (4.31)] an die gemessenen normierten Transmissions-Spektren. Als Punktlinie eingezeichnet ist die mittlere Phonon-Besetzungszahl  $n_{ph}(\hbar\omega_{LO})$ , welche ein Maß für die Streuung der Plasmon-Anregungen über die Emission oder Absorption von longitudinal-optischen Phononen darstellt.

ren Anstieg der Linienbreite, welche ab  $T = 55 \text{ K}$  dann annähernd exponentiell mit der Temperatur zunimmt. Der qualitative Verlauf dieses Temperatur-Verhaltens kann auf die Relaxation der Intrasubband-Plasmon-Mode aufgrund von Phonon-Emissions-Prozessen zurückgeführt werden (Abschnitt 3.2.2). Für Temperaturen bis ca.  $40 \text{ K}$  stellt zunächst die Emission akustischer Phononen den einzigen dissipativen Prozeß dar, so daß elastische Streumechanismen wie die Streuung an ionisierten Störstellen die Linienverbreiterung bestimmen sollten. Oberhalb von  $40 \text{ K}$  sind aufgrund der thermischen Umverteilung der Elektronen jedoch auch schnellere LO-Emissions-Prozesse möglich, [Lee95, Mur97] als deren Folge es zu einem raschen Anwachsen der Dämpfung des Intrasubband-Plasmons kommt. Allerdings zeigt der Vergleich der experimentell beobachteten Linienverbreiterung mit der mittleren Phonon-Besetzungszahl  $n_{ph}(\hbar\omega_{LO})$  in Abb. 5.23, daß die Halbwertsbreite der Plasmon-Resonanz deutlich stärker mit der Temperatur ansteigt als die Wahrscheinlichkeit der LO-Emissions-Prozesse, welche proportional zu  $n_{ph}(\hbar\omega_{LO}) + 1$  ist. Dies deutet auf den Einfluß weiterer temperaturabhängiger Zerfalls-Mechanismen der Intrasubband-Mode hin. So erwartet man im Temperaturbereich bis  $40 \text{ K}$  einen Anstieg der Plasmon-Dämpfung aufgrund von Elektron-Loch Relaxations-Prozessen. [Rei00] Mit anwachsender Temperatur sollte aufgrund der thermischen Verbreiterung der Einteilchen-Kontinua auch die Landau-Dämpfung zum Zerfall der Intrasubband-Anregung beitragen. Die Landau-Dämpfung ist anhand einer mit der Temperatur zunehmenden Asymmetrie an der niederenergetischen Seite der Resonanzlinie erkennbar, [Kai00] wie dies für Probertemperaturen ab  $T = 115 \text{ K}$  auch in den Spektren der Probe MBE I-926 beobachtet wird. Allerdings führt diese Asymmetrie für höhere Temperaturen zu der oben beschriebenen Linienaufspaltung, welche durch die Landau-Dämpfung der Intrasubband-Mode allein nicht erklärt werden kann.

### 5.2.2 Elektron-LO-Phonon-Kopplung der Intersubband-Plasmon-Moden

Eine resonante Kopplung von Plasmon- und LO-Phonon-Anregungen tritt in quasi-zweidimensionalen Elektronengasen in GaAs auf, wenn die Energie einer Intersubband-Mode nahe bei der Energie  $\hbar\omega_{LO}$  des longitudinal-optischen Phonons von GaAs liegt. [Abs79, Fri96b] Da diese Bedingung in Einfachheterostrukturen bei den üblicherweise auftretenden Werten der Verarmungsladungsdichte ( $N_d \leq 6 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ ) und niedrigen Probertemperaturen sehr hohe Elektronendichten von  $N_s \geq 8 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  erfordert, deren Realisierung meist mit nur geringen Elektronenbeweglichkeiten verbunden ist, wurde zur quantitativen Untersuchung der Intersubband-Plasmon-LO-Phonon-Kopplung hier das starke Anwachsen der Intersubband-Plasmon-Energien

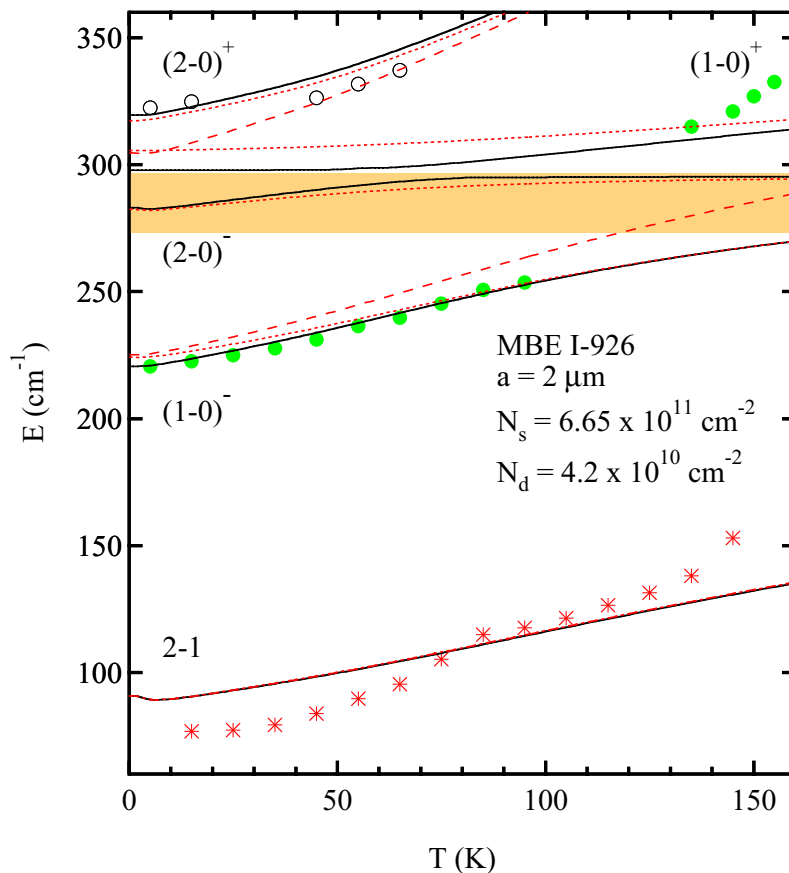


**Abbildung 5.24:** Normierte Transmissions-Spektren der Probe MBE I-926 im Energiebereich der Intersubband-Plasmon-Phonon-Anregungen für ausgewählte Werte der Temperatur  $T$  bei einer Ladungsträgerdichte von  $N_s = 6.65 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  ( $V_g = 0 \text{ V}$ ). Die Basislinien der jeweiligen Spektren sind durch horizontale Linien dargestellt, die Reststrahlen-Bande von GaAs und der AlAs-artige Reststrahlen-Bereich von  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  sind schattiert eingezeichnet. In der Umgebung  $250 \text{ cm}^{-1} \leq E \leq 315 \text{ cm}^{-1}$  des für FIR-Strahlung nahezu undurchlässigen Reststrahlen-Bereichs des GaAs-Substrats können keine Signale aufgelöst werden. Die Pfeile kennzeichnen die aus der Anpassung theoretischer Resonanzprofile gewonnenen Energien der Plasmon-Phonon-Anregungsmoden. In Abhängigkeit von der Temperatur wird im Experiment entweder der untere (-) oder der obere Anregungsweig (+) der (1-0)-Plasmon-LO-Phonon-Mode beobachtet.

mit der Temperatur (Abschnitt 2.2.4) ausgenutzt. Die Messungen erfolgten an der Probe MBE I-926 mit der zweidimensionalen Elektronendichte  $N_s = 6.65 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  bei  $V_g = 0 \text{ V}$  (Tab. 5.3).

Die normierte Transmission der Probe MBE I-926 im Energiebereich der Intersubband-Plasmon-Phonon-Anregungen bei der Gate-Spannung  $V_g = 0 \text{ V}$  ist in Abb. 5.24 für ausgewählte Werte der Temperatur  $T$  dargestellt. Die Basislinien ( $-\Delta T/T = 0$ ) der jeweiligen Spektren sind darin mit horizontalen Linien markiert, der Reststrahlen-Bereich von GaAs sowie die AlAs-artige Reststrahlen-Bande des Barrierenmaterials  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  (Tab. A.1 in Anhang A) sind schattiert eingezeichnet. Aufgrund der sehr geringen Transmission des GaAs-Substrats im Gebiet der Reststrahlen-Bande können zwischen  $250 \text{ cm}^{-1}$  und  $315 \text{ cm}^{-1}$  keine Signale aufgelöst werden.

Im Transmissions-Spektrum zu  $T = 5 \text{ K}$  beobachtet man bei etwa  $220 \text{ cm}^{-1}$  das mit (1-0)<sup>-</sup> gekennzeichnete Resonanzprofil des niederenergetischen Zweiges der gekoppelten (1-0)-Intersubband-LO-Phonon-Anregung. Die zur Auswertung von Resonanzposition und Linienbreite durchgeführte Anpassung eines theoretischen Re-

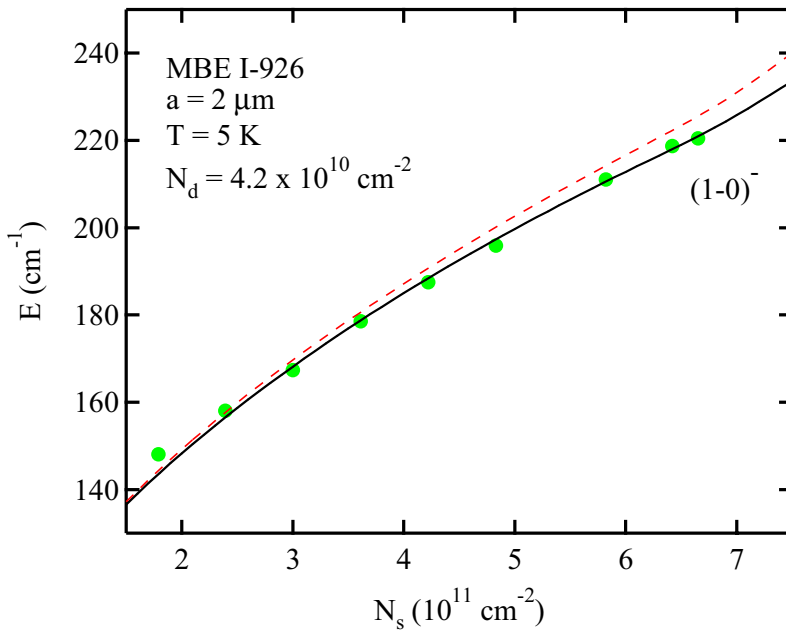


**Abbildung 5.25:** Resonanzpositionen der Intersubband-Plasmon-Phonon-Moden der Probe MBE I-926 in Abhängigkeit von der Temperatur  $T$  bei einer zweidimensionalen Elektronendichte von  $N_s = 6.65 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ . Die durchgezogenen (Vier-Subband-Modell) bzw. gepunkteten Linien (diagonale Näherung) illustrieren das Resultat einer selbstkonsistenten Berechnung der Plasmon-LO-Phonon-Energien zum Wellenzahlvektor-Übertrag  $q_{x1} = 3.14 \times 10^4 \text{ cm}^{-1}$ , die zum Vergleich im Rahmen der  $\epsilon_s$ -Näherung berechneten entsprechenden Plasmon-Energien sind als Strichlinien dargestellt. Die Reststrahlen-Bande von GaAs ist schattiert eingezeichnet.

sonanzprofils gelang dabei mit dem durch Gl. (4.30) gegebenen Ausdruck für eine Schichtstruktur mit metallischer Oberfläche. Oberhalb der Reststrahlen-Bande von GaAs erkennt man die schwache Anregungslinie der oberen Mode  $(2-0)^+$  der  $(2-0)$ -Intersubband-LO-Phonon-Anregung. In der Umgebung der TO-Phonon-Energie von  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  ( $362 \text{ cm}^{-1}$ ) tritt wie bei der Probe MBE II-3392 (Abschnitt 5.1.4) die durch einen optischen Effekt hervorgerufene Ableitungs-artige Struktur auf. Mit der Erhöhung der Proben temperatur auf  $T = 45 \text{ K}$  verschieben sich die  $(1-0)^-$ - und  $(2-0)^+$ -Resonanzpositionen zu höheren Energien, gleichzeitig kann man aufgrund der Besetzung des ersten angeregten Subbandes bei etwa  $90 \text{ cm}^{-1}$  jetzt auch die  $(2-1)$ -Intersubband-Anregung beobachten. Während die  $(1-0)^-$ -Anregungslinie bei  $T = 95 \text{ K}$  in das für FIR-Strahlung undurchlässige Spektralgebiet wandert, erscheint oberhalb dieses Bereichs ab  $T = 145 \text{ K}$  eine Resonanz-Struktur, welche mit dem oberen Plasmon-LO-Phonon-Anregungs-zweig  $(1-0)^+$  verbunden ist. Diese Spektrallinie besitzt für Temperaturen von  $145 \text{ K}$  bzw.  $150 \text{ K}$  trotz der geringeren Besetzung des untersten elektronischen Subbandes etwa die gleiche Anregungsstärke wie die  $(1-0)^-$ -Resonanz bei  $T = 5 \text{ K}$ .

Die Verschiebung der Resonanzpositionen der gekoppelten Plasmon-LO-Phonon-Moden mit der Temperatur wird in Abb. 5.25 illustriert. Zusätzlich sind hier die unter Verwendung der Parameter aus Tab. 5.3 und der Materialkonstanten aus Tab. A.1 (Anhang A) im Vier-Subband-Modell (Volllinien) und in diagonaler Näherung (Punktlinien) berechneten Energien der Plasmon-3D-LO-Phonon-Anregungen sowie der in  $\epsilon_s$ -Näherung ermittelten Plasmon-Energien (Strichlinien) eingezeichnet. Im Fall der  $(2-1)$ -Anregung wird nur der untere Plasmon-artige Anregungs-zweig dargestellt. In Abb. 5.25 ist ferner die Reststrahlen-Bande von GaAs schattiert gekennzeichnet. Den Rechnungen liegt eine Verarmungsladungsdichte der SHS von  $N_d = 4.2 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$  zugrunde, welche aus der theoretischen Beschreibung der Abhängigkeit der  $(1-0)^-$ -Resonanzenergie von der Elektronendichte  $N_s$  (Abb. 5.26) gewonnen wurde.

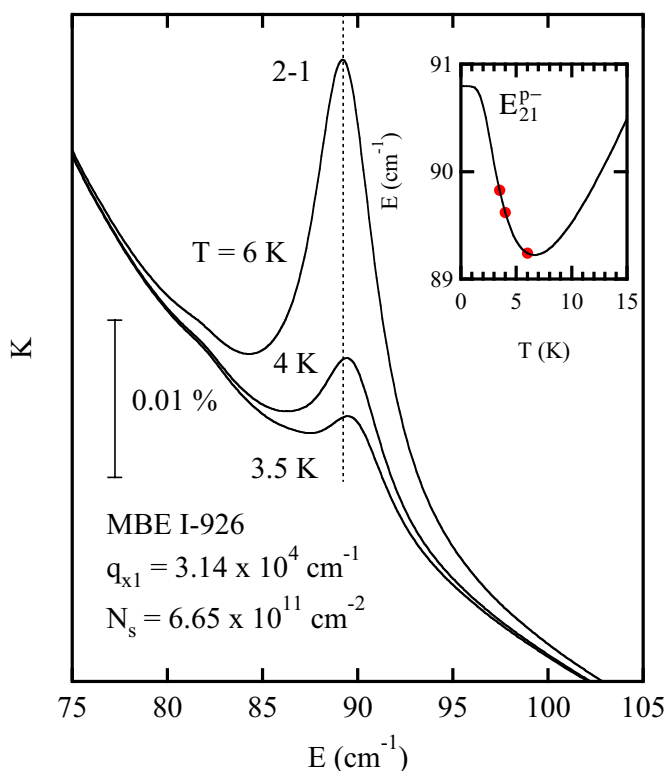
Die Temperaturabhängigkeit der  $(1-0)^-$ -Plasmon-LO-Phonon-Mode wird durch den im Rahmen des Vier-



**Abbildung 5.26:** Resonanzpositionen der  $(1-0)^-$ -Mode der Probe MBE I-926 in Abhängigkeit von der Elektronendichte  $N_s$  bei  $T = 5 \text{ K}$ . Die durchgezogenen (Vier-Subband-Modell) bzw. gepunkteten Linien (diagonale Näherung) zeigen die selbstkonsistent bestimmte Energie der  $(1-0)^-$ -Plasmon-LO-Phonon-Mode zum Wellenzahlvektor-Übertrag  $q_{x1} = 3.14 \times 10^4 \text{ cm}^{-1}$  unter Annahme einer Verarmungsladung von  $N_d = 4.2 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ , die in  $\epsilon_s$ -Näherung berechnete entsprechende  $(1-0)$ -Plasmon-Energie ist als Strichlinie dargestellt.

Subband-Modells berechneten Verlauf sehr gut beschrieben und weist auf den Einfluß der Intersubband-Kopplung auf diese Anregung hin, da die diagonale Näherung das beobachtete Verhalten weniger gut wiedergibt. Ohne Berücksichtigung der Wechselwirkung der Intersubband-Plasmonen mit den LO-Phononen von GaAs liefert die Theorie besonders im Fall höherer Temperaturen zu große Werte der Anregungsenergie. Während sich die  $(1-0)^-$ -Energie für hohe Werte der Temperatur  $T$  asymptotisch der LO-Phonon-Energie  $\hbar\omega_{\text{LO}}$  von GaAs nähert, wächst die Position der oberen Mode  $(1-0)^+$  ab  $T = 50 \text{ K}$  deutlich gegenüber dem Wert bei  $T = 0 \text{ K}$  an. Im Experiment ist die  $(1-0)^+$ -Anregung ab  $135 \text{ K}$  zu beobachten, wobei der mit der Temperatur beobachtete Anstieg der Plasmon-LO-Phonon-Energie deutlich stärker ist als der berechnete Verlauf. Die  $(2-0)^+$ -Anregungsenergie wird für niedrige Temperaturen durch die Theorie sehr genau reproduziert, die Abweichungen bei höheren Temperaturen können auch durch die schlechte Ablesbarkeit der Resonanzpositionen aufgrund der geringen Signalstärken bedingt sein. Der Phonon-artige  $(2-0)^-$ -Anregungsast liegt für alle Temperaturen innerhalb des optisch nicht zugänglichen Reststrahlen-Bereichs von GaAs, weshalb keine mit dieser Mode verbundenen Resonanzen nachgewiesen werden konnten. Im Gegensatz zum Fall der  $(1-0)^-$ - und  $(2-0)^+$ -Moden treten für  $T < 75 \text{ K}$  deutliche Abweichungen zwischen den experimentell ermittelten und den berechneten Anregungsenergien des  $(2-1)$ -Intersubband-Plasmons auf.

In Abschnitt 2.2.4 wurde gezeigt, daß die Messung der Temperaturabhängigkeit der  $(2-1)$ -Mode einer SHS im Prinzip das Studium der Einflüsse von Austausch und Korrelation auf die Intersubband-Anregung ermöglicht. Mit der beginnenden Besetzung des ersten angeregten Subbandes sollte die Energie des  $(2-1)$ -Intersubband-Plasmons aufgrund der Dominanz von Austausch und Korrelation gegenüber der Coulomb-Wechselwirkung zunächst abnehmen und erst nach Durchlaufen eines Minimums bei weiterer Temperaturerhöhung ansteigen. Dieses Verhalten wird für die Probe MBE I-926 im Temperaturbereich von etwa  $T = 5 \text{ K}$  erwartet (Abb. 5.25), war jedoch bedingt durch die gewählten Temperaturschritte der Meßreihe nicht festzustellen. Durch einen Vergleich der berechneten Resonanzpositionen mit der erwarteten optischen Absorption der  $(2-1)$ -Mode läßt sich abgeschätzt, ob die in FIR-Experimenten erzielbare Nachweis-Empfindlichkeit ( $-\Delta T/T \geq 0.05 \%$ ) zur Beobachtung des beschriebenen Effektes ausreichend ist. Abb. 5.27 zeigt die im Vier-Subband-Modell für eine transversale Dämpfung von  $\Gamma_{\perp} = 2 \text{ cm}^{-1}$  und unter Benutzung der übrigen Parameter aus Tab. 5.3 berechnete Absorption der Probe MBE I-926 im Energiebereich der  $(2-1)$ -Mode bei  $T = 3.5 \text{ K}$ ,  $4 \text{ K}$  und  $6 \text{ K}$ . In diesem Intervall erwartet man bei Erhöhung der Temperatur eine Abnahme der

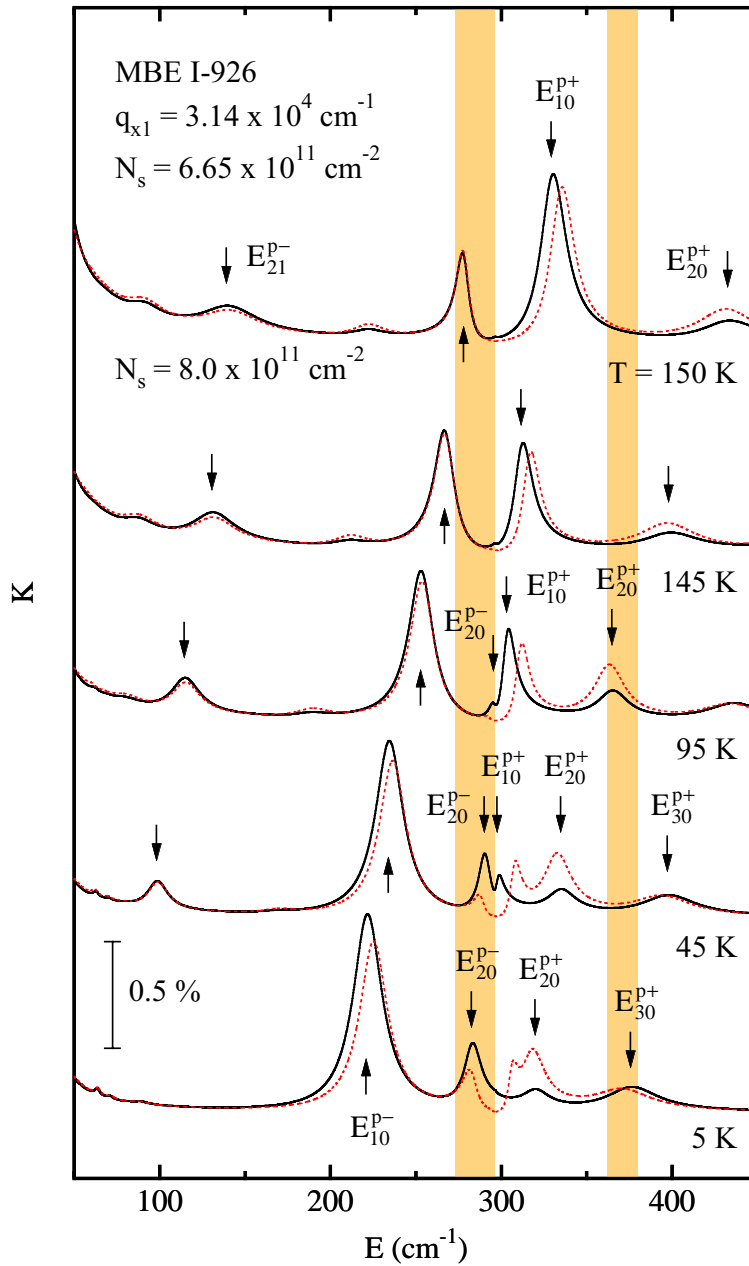


**Abbildung 5.27:** Im Vier-Subband-Modell berechnete Absorption der Probe MBE I-926 im Energiebereich der (2-1)-Intersubband-Anregung für Temperaturen von  $T = 3.5$  K, 4 K und 6 K bei der zweidimensionalen Elektronendichte  $N_s = 6.65 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ . Angenommen wurde eine Dämpfung von  $\Gamma_{\perp} = 2 \text{ cm}^{-1}$ . Die Strichlinie kennzeichnet das Resonanz-Maximum des Absorptions-Spektrums zu  $T = 6$  K. Die eingefügte Graphik zeigt die zugehörige berechnete Temperaturabhängigkeit der (2-1)-Intersubband-Plasmon-LO-Phonon-Energie, wobei die Werte bei den untersuchten Temperaturen zusätzlich hervorgehoben sind.

(2-1)-Anregungsenergie. Auch bei Annahme der vergleichsweise sehr niedrigen Linienbreite von  $2\Gamma_{\perp} = 4 \text{ cm}^{-1}$  ist die zwischen 3.5 K und 6 K auftretende Energieverschiebung von etwa  $0.5 \text{ cm}^{-1}$  nur schwer zu identifizieren und kann daher bei Auswertung eines entsprechenden experimentellen Transmissions-Spektrums nicht eindeutig nachgewiesen werden. Da zudem die normierte Absorption bei  $T = 3.5$  K nur etwa 0.001 % beträgt, was mit einer normierten Transmission  $-\Delta T/T \leq 0.005 \%$  verbunden sein sollte (Abschnitt 4.1.3), ist das FIR-Experiment nicht zur Untersuchung des beschriebenen Austausch-Korrelations-Effektes geeignet.

Im folgenden wird die Kopplung der Intersubband-Anregungen der Probe MBE I-926 an die longitudinal-optischen Phononen von GaAs durch einen Vergleich der gemessenen Transmissions-Spektren (Abb. 5.24) mit der berechneten Absorption des Q2DEG detailliert untersucht. Die in Abb. 5.28 dargestellten Absorptions-Spektren zu der jeweiligen Temperatur  $T$  wurden dabei nach Gl. (3.76) im Rahmen eines Vier-Subband-Modells des Stromantwort-Schemas (Volllinien) bzw. in diagonalen Näherung (Punktlinien) unter Einbeziehung der Kopplung zwischen den Plasmonen des Q2DEG und den longitudinal-optischen Phononen von GaAs berechnet. Der Reststrahlen-Bereich von GaAs sowie die AlAs-artige Reststrahlen-Bande des Barrierenmaterials  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  (Tab. A.1 in Anhang A) sind schattiert eingezeichnet, die Pfeile markieren die im Rahmen des Dichteantwort-Formalismus berechneten Energien der Plasmon-LO-Phonon-Anregungsmoden.

Für  $T = 5$  K werden neben den Resonanzpositionen  $E_{10}^{p-}$  und  $E_{20}^{p+}$  (Abb. 5.25) auch die Anregungsstärken der Plasmon-artigen (1-0)- und (2-0)-Moden (Abb. 5.24) durch die Theorie sehr gut wiedergegeben. Die Phonon-artige (2-0)-Anregung der Energie  $E_{20}^{p-}$  ist mit einer deutlich höheren Absorption als der entsprechende Plasmon-artige Zweig verbunden, kann im Experiment (Abb. 5.24) aufgrund ihrer energetischen Lage im Gebiet der Reststrahlen-Bande von GaAs allerdings nicht beobachtet werden. Im Gegensatz zur hier gezeigten Rechnung tritt die Plasmon-artige (3-0)-Mode ( $E_{30}^{p+}$ ) aufgrund der in der Rechnung nicht berücksichtigten Ankopplung an die Phononen des Barrierenmaterials im entsprechenden Transmissions-Spektrum von Abb. 5.24 nicht auf. Während im Rahmen des Vier-Subband-Modells der Phonon-artige (1-0)-Anregungszweig nicht im Spektrum erscheint, würde sich diese Mode bei nicht auftretender Intersubband-Kopplung als Anregungslinie unterhalb der Energie des Plasmon-artigen (2-0)-Zweiges bei etwa  $305 \text{ cm}^{-1}$  manifestieren.



**Abbildung 5.28:** Im Vier-Subband-Modell (Volllinien) bzw. in diagonaler Näherung berechnete Absorptionsspektren (Punktlinien) der Probe MBE I-926 im Energiebereich der Intersubband-Plasmon-LO-Phononen bei  $N_s = 6.65 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  bzw.  $N_s = 8.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  ( $T = 150 \text{ K}$ ). Zur Berechnung der Absorption wurden die Parameter aus Tabelle 5.3 verwendet, wobei jedoch davon abweichend zur Beschreibung der beobachteten Linienbreiten bei den angegebenen Temperaturen die folgenden Dämpfungsparameter der jeweiligen Plasmonen gewählt wurden:  $T = 5 \text{ K}$ :  $\Gamma_{\perp}^{21} = 5.0 \text{ cm}^{-1}$ ;  $T = 45 \text{ K}$ :  $\Gamma_{\parallel} = 3.7 \text{ cm}^{-1}$ ,  $\Gamma_{\perp}^{21} = 7.0 \text{ cm}^{-1}$ ;  $T = 95 \text{ K}$ :  $\Gamma_{\parallel} = 5.6 \text{ cm}^{-1}$ ,  $\Gamma_{\perp}^{21} = 10.0 \text{ cm}^{-1}$ ;  $T = 145 \text{ K}$ :  $\Gamma_{\parallel} = 9.0 \text{ cm}^{-1}$ ,  $\Gamma_{\perp}^{21} = 15.0 \text{ cm}^{-1}$ ,  $\Gamma_{\perp}^{20} = 20.0 \text{ cm}^{-1}$ ;  $T = 150 \text{ K}$ :  $\Gamma_{\parallel} = 10.0 \text{ cm}^{-1}$ ,  $\Gamma_{\perp}^{21} = 15.0 \text{ cm}^{-1}$ ,  $\Gamma_{\perp}^{20} = 20.0 \text{ cm}^{-1}$ ; sowie in allen Spektren  $\Gamma_{\perp}^{30} = 20.0 \text{ cm}^{-1}$ . Die Reststrahlen-Bande von GaAs und der AlAs-artige Reststrahlen-Bereich von  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  sind schattiert eingezeichnet. Die Pfeile kennzeichnen die im Rahmen des Vier-Subband-Modells des Dichteantwort-Formalismus berechneten Energien der Plasmon-LO-Phonon-Anregungsmoden.

Bei  $T = 45 \text{ K}$  kann im berechneten Spektrum ähnlich der entsprechenden experimentellen Transmission auch die Plasmon-artige (2-1)-Anregung der Energie  $E_{21}^{p-}$  beobachtet werden. In der Umgebung der LO-Phonon-Energie von GaAs tritt nun eine Doppelstruktur bei den Anregungsenergien  $E_{10}^{p+}$  und  $E_{20}^{p-}$  auf. Mit der Erhöhung der Probentemperatur auf  $95 \text{ K}$  gewinnt die Phonon-artige (1-0)-Mode der Energie  $E_{10}^{p+}$  dabei zunehmend an Anregungsstärke, während die Absorption durch die untere (2-0)-Mode ( $E_{20}^{p+}$ ) mit deren Annäherung an die LO-Phonon-Energie  $\hbar\omega_{\text{LO}}$  deutlich abnimmt. Die obere (2-0)-Mode liegt nun im Bereich der Reststrahlen-Bande von  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  und wird daher durch das verwendete theoretische Modell mit ausschließlicher Einbeziehung der Kopplung an die LO-Phononen von GaAs nicht angemessen beschrieben.

Eine annähernd gleiche Anregungsstärke der beiden (1-0)-Plasmon-LO-Phonon-Zweige erkennt man in Abb. 5.27 für eine Probentemperatur von  $145 \text{ K}$ . Die untere Mode liegt wie im Experiment (Abb. 5.24) beobachtet im für die untersuchte Probe optisch nicht zugänglichen Spektralbereich oberhalb von  $250 \text{ cm}^{-1}$ , die obere Mode befindet sich in der Nähe der gemessenen Resonanzposition, allerdings ist ihre Intensität ver-



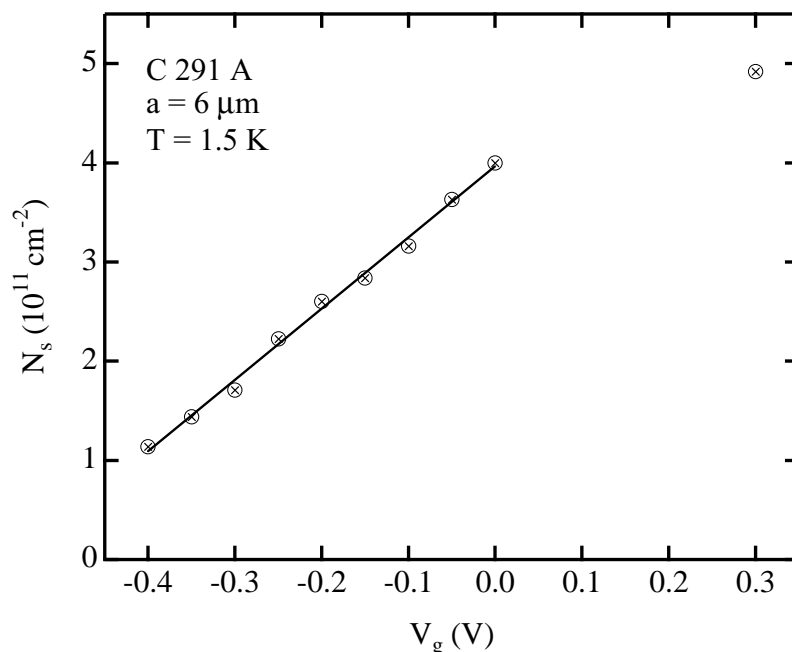
gleichsweise geringer als im entsprechenden Transmissions-Spektrum.

Die (hier nicht gezeigte) für  $N_s = 6.65 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  berechnete Absorption der Probe MBE I-926 bei  $T = 150 \text{ K}$  unterscheidet sich kaum vom entsprechenden Spektrum bei  $T = 145 \text{ K}$  und kann damit das experimentell gefundene Anwachsen der Resonanzenergie und der Anregungsstärke zwischen beiden Temperaturen nicht hinreichend beschreiben. Aus diesem Grund wurde zur Bestimmung der Absorption bei der Proben-temperatur  $T = 150 \text{ K}$  eine gegenüber dem aus den Magnetkapazitäts-Messungen ermittelten Wert erhöhte Ladungsträgerdichte von  $N_s = 8.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  angenommen. Sowohl die Resonanzposition als auch die optische Anregungsstärke der oberen (1-0)-Mode werden jetzt durch die Rechnung sehr gut reproduziert. Für  $T = 145 \text{ K}$  und  $T = 150 \text{ K}$  könnte also eine höhere Ladungsträgerdichte als bei niedrigen Temperaturen vorliegen, was dann auch das starke Anwachsen der (2-1)-Übergangsenergie in diesem Temperaturbereich (Abb. 5.25) erklärt.

Die im Rahmen eines Vier-Subband-Modells der Stromantwort berechnete Absorption des Q2DEG unter Einbeziehung der Plasmon-3D-LO-Phonon-Kopplung kann somit das beobachtete Kopplungs-Verhalten der Intersubband-Moden quantitativ beschreiben. Starke Abweichungen zwischen Theorie und Experiment treten nur im Reststrahlen-Bereich von  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  auf, da die Rechnung die Wechselwirkung der Q2D-Plasmonen mit den LO-Phononen des Barrierenmaterials nicht berücksichtigt.

### 5.2.3 Kopplung zwischen Intersubband-Plasmon-Moden

Die Kopplung zwischen verschiedenen Intersubband-Plasmon-Moden des Q2DEG in einer Einfachheterostruktur sollte sich bei Wahl geeigneter Probenparameter sowohl in der Temperaturabhängigkeit der (1-0)-Resonanzenergie (Abschnitt 2.2.4) als auch in den relativen Anregungsstärken der verschiedenen Intersubband-Übergänge (Abschnitt 3.3.5) manifestieren. Dem experimentellen Studium des Temperatur-Verhaltens der Intersubband-Moden diente die Probe C 291 A (Tab. 4.1), deren die Intersubband-Kopplung stark beeinflussende Verarmungsladungsdichte  $N_d$  annähernd dem Wert für die in den Kapiteln 2 und 3 untersuchte Beispielstruktur entspricht. Da die Intersubband-Kopplung mit der Verringerung des Wellenzahlvektor-Übertrags  $q \propto a^{-1}$  ansteigt (Abschnitt 3.3.5), wurde auf die Probe jedoch ein Gitterkoppler mit einer gegenüber dem Beispielsystem



**Abbildung 5.29:** Abhängigkeit der zweidimensionalen Elektronendichte  $N_s$  der Probe C 291 A von der angelegten Gate-Spannung  $V_g$ , ermittelt aus Messungen der Magnetkapazität  $C(B)$  bei  $T = 1.5 \text{ K}$ . Die durchgezogene Linie zeigt die bestmögliche lineare Anpassung  $N_s(V_g)$  nach Tab. 5.4. Im Bereich positiver Gate-Spannungen besteht kein linearer Zusammenhang zwischen  $V_g$  und  $N_s$  mehr, da aufgrund anwachsender Leckströme eine Sättigung der Elektronendichte einsetzt.

größeren Periodizität von  $a = 6 \mu\text{m}$  präpariert.

Die zweidimensionale Elektronendichte  $N_s$  der Probe C 291 A und deren Abhängigkeit von der angelegten Gate-Spannung konnten durch die Messung der Magnetokapazität  $C(B)$  im Bereich zwischen  $B = 0 \text{ T}$  und  $B = 5 \text{ T}$  bei der Probentemperatur  $T = 1.5 \text{ K}$  ermittelt werden (Abb. 5.29). Im Fall der Gate-Spannung  $V_g = 0 \text{ V}$  erhält man dabei die Ladungsträgerdichte des Q2DEG zu  $N_s = 4.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ . Der aus den Experimenten gewonnene Zusammenhang von Elektronendichte und Gate-Spannung ist mit den weiteren im folgenden zur Berechnung von Grundzustand, Anregungsenergien und optischer Absorption verwendeten Parametern der Probe C 291 A in Tab. 5.4 zusammengestellt.

Abb. 5.30 zeigt normierte Transmissions-Spektren der Probe C 291 A im Energiebereich der Intersubband-Plasmon-Phonon-Anregungen bei der Gate-Spannung  $V_g = 0 \text{ V}$  ( $V_g^0 = -4.0 \text{ V}$ ) für ausgewählte Werte der Temperatur  $T$ . Die horizontalen Linien markieren darin die Basislinien der jeweiligen Spektren, schattiert sind der Reststrahlen-Bereich von GaAs sowie die AlAs-artige Reststrahlen-Bande des Barrierenmaterials  $\text{Al}_{0.25}\text{Ga}_{0.75}\text{As}$  eingezeichnet. Zwischen  $250 \text{ cm}^{-1}$  und  $315 \text{ cm}^{-1}$  können aufgrund der sehr geringen Transmission des GaAs-Substrats im Gebiet der Reststrahlen-Bande keine Signale aufgelöst werden.

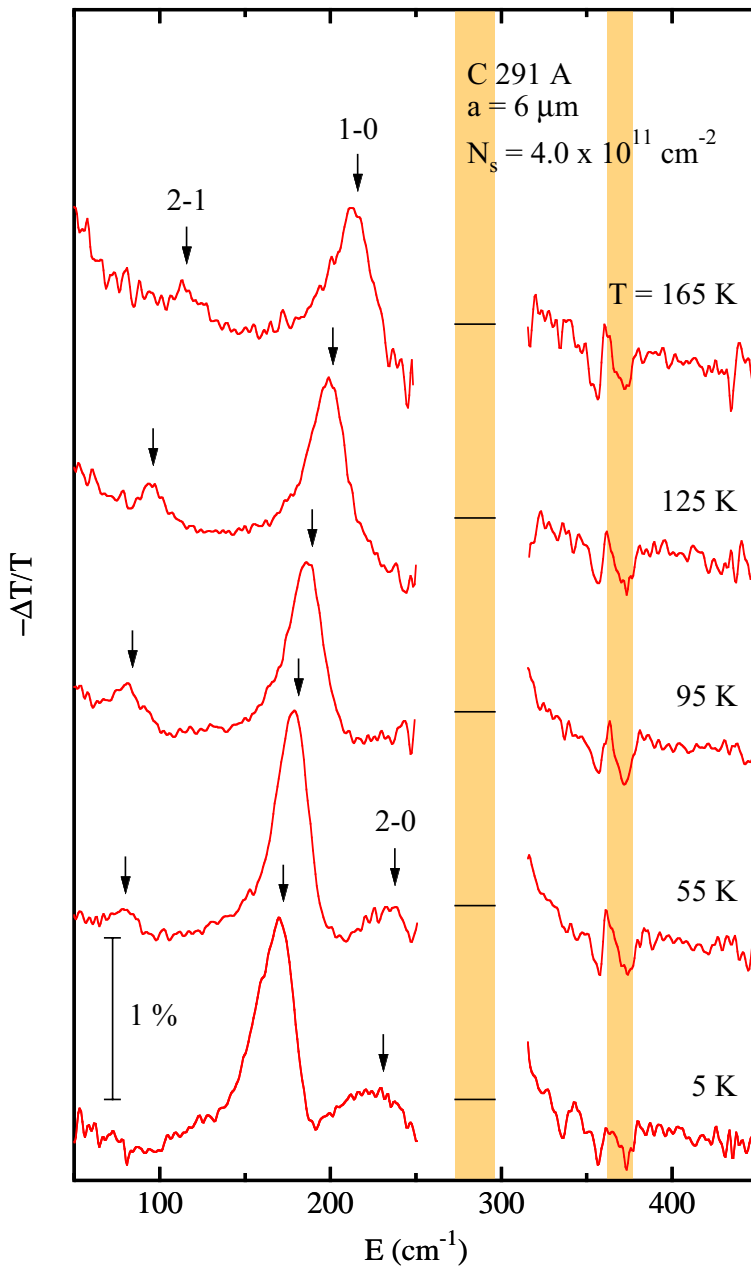
In Abb. 5.30 erkennt man im Transmissions-Spektrum zu  $T = 5 \text{ K}$  bei etwa  $170 \text{ cm}^{-1}$  das Resonanzprofil der (1-0)-artigen Intersubband-Anregung und bei etwa  $230 \text{ cm}^{-1}$  das mit (2-0)-artigen Intersubband-Mode verbundene Maximum. Beide Resonanzen stellen dabei die unteren Zweige gekoppelter Intersubband-Plasmon-LO-Phonon-Moden dar. Die zur Auswertung der Resonanzpositionen durchgeführte Anpassung einer theoretischen Transmissions-Kurve an die asymmetrischen Spektralprofile gelang dabei mit dem durch Gl. (4.30) gegebenen Ausdruck [Abb. 4.5 (b)], d. h. die Intersubband-Linienform der Probe C 291 A wird offensichtlich stark durch die Anwesenheit von Gate-Elektrode und Gitterkoppler beeinflusst.

Mit der Erhöhung der Probentemperatur auf  $55 \text{ K}$  werden die Resonanzpositionen der (1-0)- und (2-0)-Moden zu höheren Energien verschoben, wie man dies aufgrund der thermischen Umverteilung der Elektronen

**Tabelle 5.4:** Parameter zur selbstkonsistenten Berechnung von Grundzustand, Anregungsenergien und optischer Absorption der Probe C 291 A.

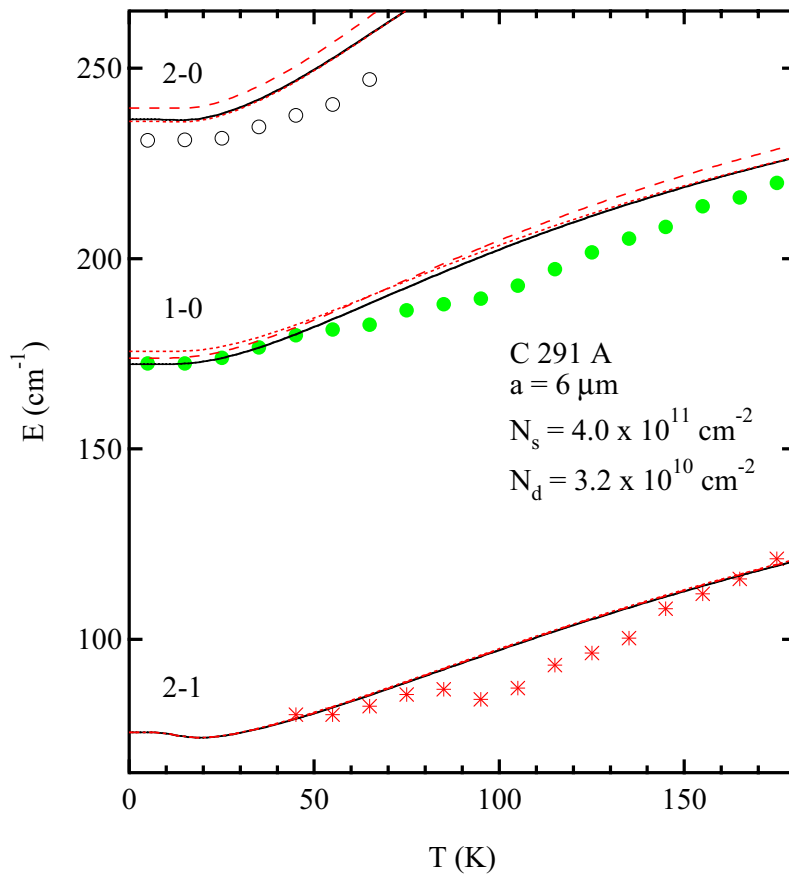
$N_s$	$[10^{11} \text{ cm}^{-2}]$	$4.0 + 7.2 (V_g/V)$
$N_d$	$[10^{10} \text{ cm}^{-2}]$	3.2
$\Gamma_{\parallel}$	$[\text{cm}^{-1}]$	3.0
$\Gamma_{\perp}$	$[\text{cm}^{-1}]$	12.5 <sup>a)</sup>
$\Gamma_{ph}$	$[\text{cm}^{-1}]$	2.0
$\varepsilon_{\infty}^{(0)}$		$-2 \times 10^5$
$d_1$	$[\text{nm}]$	80 <sup>b)</sup>
$q_{x1}$	$[\text{cm}^{-1}]$	$1.05 \times 10^4$
$t$		0.6
$\sigma_g$	$[\Omega^{-1}]$	$1 \times 10^{-3}$
$\omega_G$	$[\text{s}^{-1}]$	$5.697 \times 10^{15}$
$\Gamma_G$	$[\text{s}^{-1}]$	$7.596 \times 10^{13}$
$n_m$		20
$\Theta$	$[\text{°}]$	0
$N^{\text{c)}$		5

a)  $T = 35 \text{ K}$     b) Tab. 4.1    c) Subbandanzahl

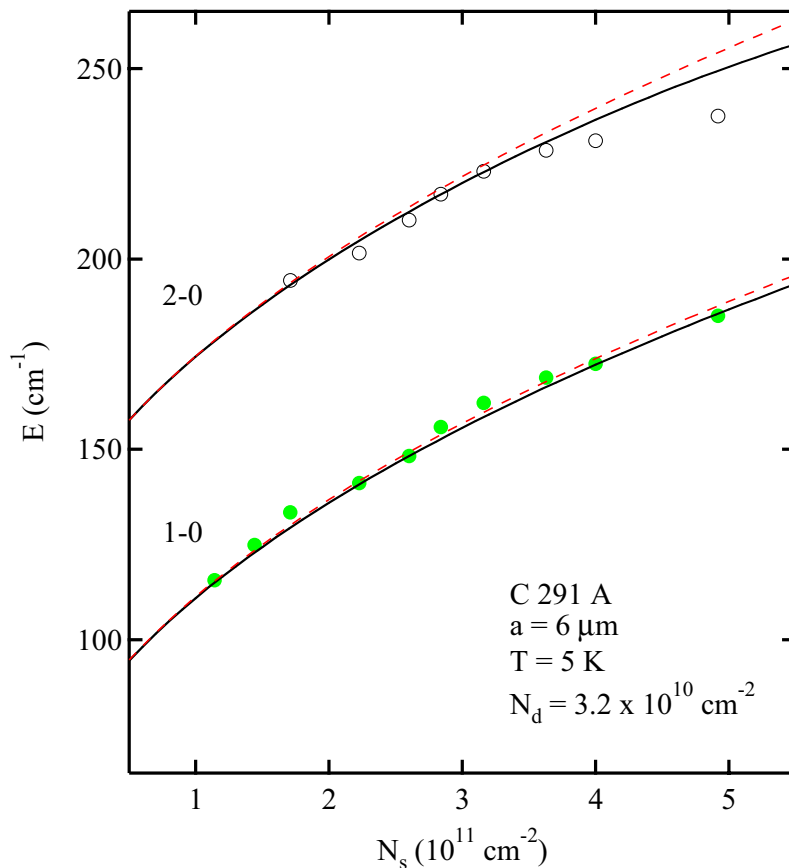


**Abbildung 5.30:** Normierte Transmissions-Spektren der Probe C 291 A für ausgewählte Werte der Temperatur  $T$  bei einer Ladungsträgerdichte von  $N_s = 4.0 \times 10^{11} \text{cm}^{-2}$  ( $V_g = 0 \text{ V}$ ). Die Basislinien der jeweiligen Spektren sind durch horizontale Linien dargestellt, die Reststrahlen-Bande von GaAs und der AlAs-artige Reststrahlen-Bereich von  $\text{Al}_{0.25}\text{Ga}_{0.75}\text{As}$  sind schattiert eingezeichnet. In der Umgebung  $250 \text{ cm}^{-1} \leq E \leq 315 \text{ cm}^{-1}$  des für FIR-Strahlung nahezu undurchlässigen Reststrahlen-Bereichs des GaAs-Substrats können keine Signale aufgelöst werden. Die Pfeile kennzeichnen die aus der Anpassung theoretischer Resonanzprofile gewonnenen Energien der Plasmon-Phonon-Anregungsmoden.

des Q2DEG in höhere Subbänder und dem damit verbundenen steileren Inversionspotential (Abschnitt 2.2.4) erwartet. Gleichzeitig zeigen die Resonanzprofile bei  $T = 55 \text{ K}$  gegenüber der Messung bei  $T = 5 \text{ K}$  für beide Moden eine geringere Verbreiterung. Dies deutet darauf hin, daß die relativ großen Linienbreiten bei  $T = 5 \text{ K}$  auf die Überlagerung jeweils zweier einzelner Resonanzen zu leicht unterschiedlichen Elektronendichten  $N_s$  aufgrund einer periodischen Dichtemodulation des Q2DEG zurückzuführen sind. In Systemen mit einer periodisch variierenden Elektronendichte, welche in Heterostrukturen durch die Wirkung des Gitterkopplers (Abschnitt 5.2.1) entstehen kann, erwartet man für jeden der beiden Dichtebereiche eine einzelne Resonanzlinie zum jeweiligen Übergang. [Bat89] Wie im Experiment beobachtet, sollte in diesem Fall bei Erhöhung der Proben temperatur aufgrund der thermischen Umbesetzung der Elektronen in den jeweiligen Bereichen und aufgrund von Diffusions-Prozessen eine allmähliche Angleichung der Elektronendichten in den verschiedenen Gebieten auftreten, verbunden mit jeweils nur einer einzelnen Resonanzlinie. Im Spektrum zu  $T = 55 \text{ K}$  erkennt man als Folge der Besetzung des ersten angeregten Subbandes nun zusätzlich auch eine Resonanz-



**Abbildung 5.31:** Resonanzpositionen der Probe C 291 A im Energiebereich der Intersubband-Plasmon-Phonon-Moden in Abhängigkeit von der Temperatur  $T$  bei einer zweidimensionalen Elektronendichte von  $N_s = 4.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ . Die durchgezogenen (Fünf-Subband-Modell) bzw. gepunkteten Linien (diagonale Näherung) zeigen das Resultat einer selbstkonsistenten Berechnung der Plasmon-LO-Phonon-Energien zum Wellenzahlvektor-Übertrag  $q_{x1} = 1.05 \times 10^4 \text{ cm}^{-1}$ , die zum Vergleich im Rahmen der  $\epsilon_s$ -Näherung berechneten entsprechenden Plasmon-Energien sind als Strichlinien dargestellt.



**Abbildung 5.32:** Resonanzpositionen der Probe C 291 A im Energiebereich der Intersubband-Plasmon-Phonon-Moden in Abhängigkeit von der zweidimensionalen Elektronendichte  $N_s$  bei  $T = 5 \text{ K}$ . Die durchgezogenen (Fünf-Subband-Modell) bzw. gepunkteten Linien (diagonale Näherung) zeigen das Resultat einer selbstkonsistenten Berechnung der Plasmon-LO-Phonon-Energien zum Wellenzahlvektor-Übertrag  $q_{x1} = 1.05 \times 10^4 \text{ cm}^{-1}$  unter Annahme einer Verarmungsladungsdichte von  $N_d = 3.2 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ , die in  $\epsilon_s$ -Näherung berechneten entsprechenden Plasmon-Energien sind als Strichlinien dargestellt.

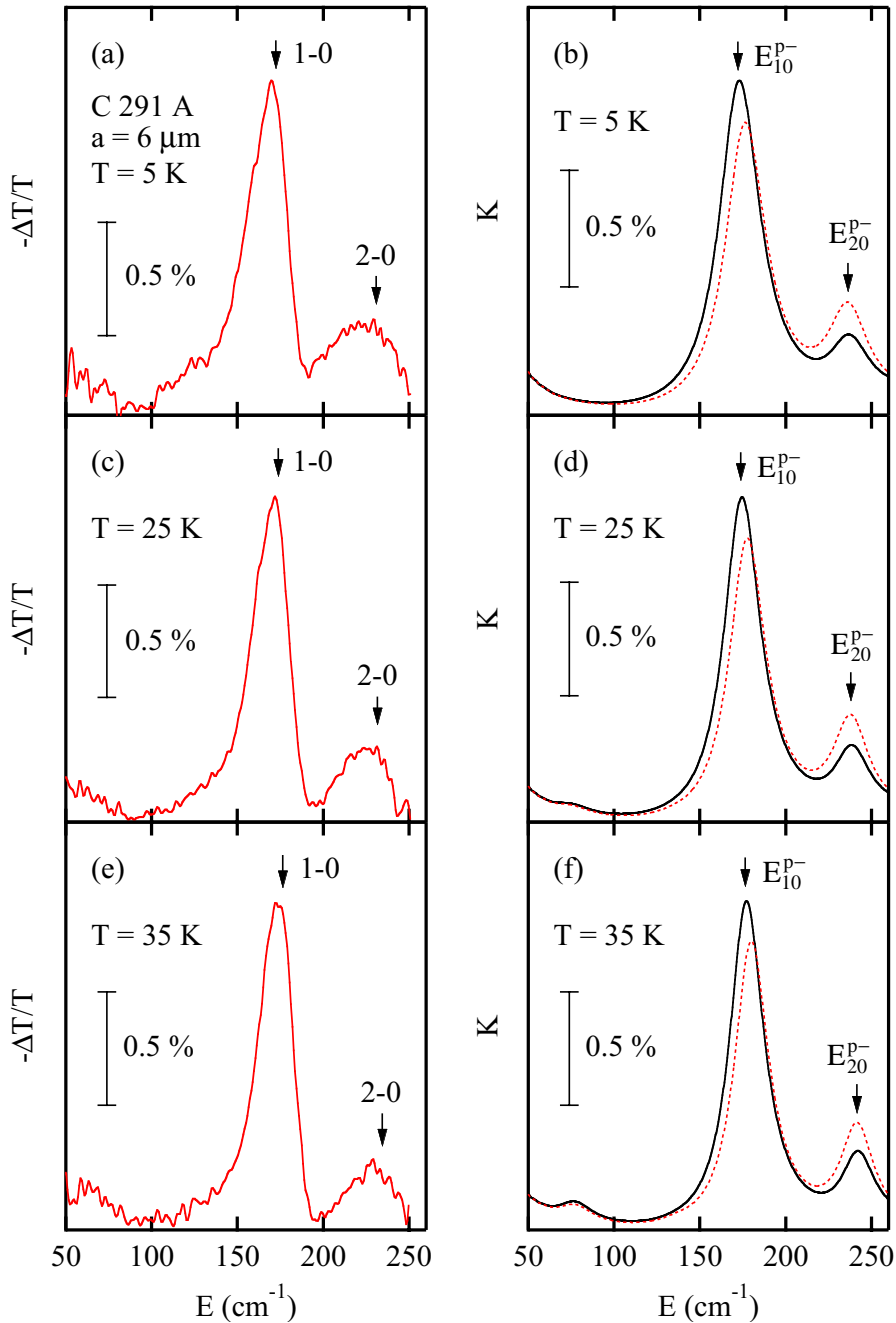
Struktur des (2-1)-Intersubband-Plasmons. Mit weiter steigender Temperatur tritt neben der Verschiebung der Resonanzmaxima zu höheren Energien wieder eine zunehmende Verbreiterung der Linienprofile auf, welche nun jedoch durch die Relaxation aufgrund der für höhere Temperaturen zunehmend wahrscheinlicheren LO-Phonon-Emissions-Prozesse bedingt sein sollte.

Die aus dem Experiment gewonnene Temperaturabhängigkeit der Resonanzpositionen der kollektiven Moden der Probe C 291 A wird in Abb. 5.31 mit den unter Verwendung der Materialparameter aus Tab. 5.4 im Rahmen eines Fünf-Subband-Modells (Volllinien) bzw. in diagonaler Näherung (Punktlinien) berechneten Energien der Plasmon-LO-Phonon-Anregungen sowie den in  $\varepsilon_s$ -Näherung ermittelten Plasmon-Energien (Strichlinien) verglichen. Den theoretischen Daten liegt eine Verarmungsladungsdichte der SHS von  $N_d = 3.2 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$  zugrunde, welche aus der Abhängigkeit der (1-0)- und (2-0)-Resonanzenergien von der Elektronendichte  $N_s$  (Abb. 5.32) ermittelt wurde.

Im Temperaturregime bis  $T = 45 \text{ K}$  gelingt im Rahmen des Fünf-Subband-Modells der Plasmon-3D-LO-Phonon-Moden eine überzeugende Beschreibung der (1-0)-Anregungsenergie, welche sowohl durch die Diagonalnäherung als auch durch das Fünf-Subband-Modell der Plasmon-Moden in  $\varepsilon_s$ -Näherung nicht befriedigend wiedergegeben wird. Bei  $T = 45 \text{ K}$  stimmt zudem die Energie des (2-1)-Plasmons sehr gut mit der Theorie überein. Die bis zu einer Temperatur von  $65 \text{ K}$  experimentell beobachteten Resonanzpositionen der (2-0)-Mode liegen dagegen durchweg um einige Wellenzahlen unterhalb der theoretischen Werte, wobei hier die berechneten Plasmon-LO-Phonon-Moden die Messung besser reproduzieren als die  $\varepsilon_s$ -Näherung. Offenbar wird der Effekt der Plasmon-Phonon-Kopplung aber auch durch das hier verwendete Modell der Elektron-3D-LO-Phonon-Wechselwirkung (Abschnitt 2.2.2) noch leicht unterschätzt. Ab Probertemperaturen von  $55 \text{ K}$  weichen die Anregungsenergien der (1-0)- und (2-1)-Moden in zunehmendem Maße gegenüber der Rechnung nach unten ab und nähern sich erst oberhalb von  $T = 105 \text{ K}$  wieder dem theoretischen Verlauf. Da beide Moden die Diskrepanz von Theorie und Experiment in nahezu gleicher Weise zeigen, kann dieses Verhalten auf eine temperaturabhängige Variation der Verarmungsladungsdichte  $N_d$  zurückgeführt werden.

Die Temperaturabhängigkeit der Intersubband-Anregungsenergien der Einfachheterostruktur C 291 A liefert im Regime niedriger Temperaturen  $T \leq 45 \text{ K}$  Hinweise auf Einflüsse der Intersubband-Kopplung der Plasmon-Moden. Dieser Effekt wird nun durch einen Vergleich der normierten Transmissions-Spektren mit der berechneten Absorption des Q2DEG genauer untersucht. Die experimentellen Resonanzprofile zu  $T = 5 \text{ K}$ ,  $T = 25 \text{ K}$  und  $T = 35 \text{ K}$  im Energiebereich der (1-0)- und (2-0)-Moden sind in Abb. 5.33 den entsprechenden theoretischen Absorptions-Spektren gegenübergestellt. Die Absorption wurde dabei nach Gl. (3.76) im Rahmen eines Fünf-Subband-Modells des Stromantwort-Schemas (Volllinien) bzw. in diagonaler Näherung (Punktlinien) unter Einbeziehung der Kopplung zwischen den Plasmonen des Q2DEG und den longitudinal-optischen Phononen von GaAs mit den in Tab. 5.4 zusammengefaßten Parametern berechnet.

Wie bereits erwähnt, ist die relativ hohe Linienbreite der Intersubband-Resonanzprofile bei  $T = 5 \text{ K}$  [Abb. 5.33 (a)] auf die Überlagerung jeweils zweier einzelner Linien zu leicht unterschiedlichen Elektronendichten zurückzuführen. Die beobachteten Intensitäten im Bereich der Resonanzmaxima werden unter Annahme der transversalen Dämpfung  $\Gamma_{\perp} = 15 \text{ cm}^{-1}$  durch die unter Einbeziehung der Intersubband-Kopplung berechnete Absorption [Abb. 5.33 (b)] dabei besser wiedergegeben als durch das in Diagonalnäherung bestimmte Spektrum. Mit der Erhöhung der Temperatur werden die experimentellen Resonanzprofile schmäler, zeigen jedoch weiterhin eine asymmetrische Linienform [Abb. 5.33 (c), (e)]. Die Rechnungen im Fünf-Subband-Modell [Abb. 5.33 (d), (f)] können die gemessenen Intensitäten hier sehr gut reproduzieren. Obwohl im Experiment die (2-0)-Linienbreiten etwas höher als die entsprechenden Verbreiterungen der (1-0)-Resonanzprofile erscheinen, wird aufgrund der in Transmission und Absorption unterschiedlichen Linienformen das Verhältnis der integralen (1-0)- und (2-0)-Linienstärken durch die unter Annahme einer jeweils gleichen Verbreiterung beider Übergänge berechnete Absorption nur unter Einbeziehung der Intersubband-Kopplung überzeugend beschrieben.



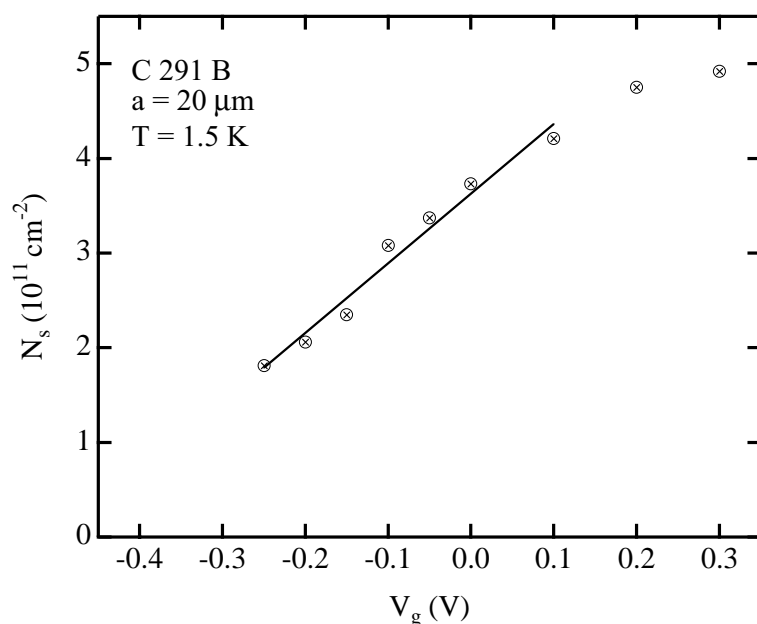
**Abbildung 5.33:** (a) Experimentell bestimmte normierte Transmissions-Spektren und (b) im Fünf-Subband-Modell (Vollinien) bzw. in Diagonalnäherung (Punktlinien) berechnete Absorptions-Spektren der Probe C 291 A für verschiedene Werte der Temperatur  $T$  bei einer Elektronendichte von  $N_s = 4.0 \times 10^{11}\text{ cm}^{-2}$ . Zur Berechnung der Absorption wurden die Parameter aus den Tab. 5.4 verwendet, wobei jedoch davon abweichend bei den niedrigen Temperaturwerten die folgenden transversalen Dämpfungsparameter  $\Gamma_{\perp}$  gewählt wurden:  $T = 5\text{ K}$ :  $\Gamma_{\perp} = 15\text{ cm}^{-1}$ ;  $T = 25\text{ K}$ :  $\Gamma_{\perp} = 13.5\text{ cm}^{-1}$ . Die Pfeile kennzeichnen in (a), (c) und (e) die aus der Anpassung der theoretischen Resonanzprofile an die normierten Transmissions-Spektren gewonnenen Energien der kollektiven Moden und in (b), (d) und (f) die theoretischen Plasmon-LO-Phonon-Anregungsenergien aus dem Fünf-Subband-Modell des Dichteantwort-Schemas. In den berechneten Spektren beobachtet man aufgrund der Intersubband-Kopplung für die (1-0)-artige Mode einen Zugewinn an Oszillatorstärke auf Kosten der (2-0)-artigen Anregung.

### 5.3 Intersubband-Plasmon-Moden im Energiebereich der Rayleigh-Anomalie

Bei der Diskussion der bisher vorgestellten Experimente zur Gitterkoppler-induzierten Intersubband-Anregung in quasi-zweidimensionalen Elektronensystemen konnte die durch die Retardierung bedingte Aufspaltung der Plasmon-Dispersionsrelation in je einen virtuellen und einen normalen Anregungszeit (Abschnitt 2.1) vernachlässigt werden. Aufgrund der kleinen Gitterperioden  $a \propto q^{-1}$  war der Grenzfall  $q \gg E\sqrt{\varepsilon_s}/\hbar c$  erfüllt, so daß im Experiment stets die Plasmon-artigen Normalmoden des Q2DEG beobachtet wurden. Wie die theoretischen Untersuchungen in Abschnitt 3.3.3 gezeigt haben, erwartet man jedoch bei Wahl geeignet großer Gitterkonstanten oberhalb der sogenannten Rayleigh-Energie  $E_R$  einen Übergang von der Anregung der Normalmoden zur Anregung virtueller Intersubband-Resonanzen. Dieser Effekt wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit durch eine Messung der Dichte- und Temperaturabhängigkeit der Intersubband-Moden im Energiebereich der Rayleigh-Anomalie des Gitters anhand der Probe C 291 B studiert, deren Gitterkoppler eine gegenüber der Probe C 291 A größere Periodizität von  $a = 20 \mu\text{m}$  besitzt.

Die zweidimensionale Elektronendichte  $N_s$  der Probe C 291 B und deren Abhängigkeit von der angelegten Gate-Spannung wurde dabei wie im Fall der Probe C 291 A durch die Messung der Magnetokapazität  $C(B)$  im Bereich zwischen  $B = 0 \text{ T}$  und  $B = 5 \text{ T}$  bei der Probentemperatur  $T = 1.5 \text{ K}$  ermittelt (Abb. 5.34). Für die Gate-Spannung  $V_g = 0 \text{ V}$  erhält man hier eine Ladungsträgerdichte des Q2DEG von  $N_s = 3.7 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ . Der aus den Messungen gewonnene Zusammenhang von Elektronendichte und Gate-Spannung ist mit den übrigen im folgenden zur Berechnung von Grundzustand, Anregungsenergien und optischer Absorption verwendeten Parametern der Probe C 291 B in Tab. 5.5 zusammengefaßt.

Normierte Transmissions-Spektren der Probe C 291 B im Energiebereich der Intersubband-Anregungen und der Rayleigh-Anomalie des Gitters sind in Abb. 5.35 (a) für verschiedene Werte der Gate-Spannung  $V_g$  und eine Referenz-Spannung von  $V_g^0 = -4.0 \text{ V}$  illustriert. Abb. 5.35 (b) zeigt die im Fünf-Subband-Modell berechneten zugehörigen Absorptions-Spektren bei den entsprechenden Elektronendichten  $N_s$  nach Tab. 5.5. Der Energiebereich oberhalb der durch den Pfeil markierten Rayleigh-Energie  $E_R = 2\pi\hbar c/(a\sqrt{\varepsilon_s})$  ist jeweils schattiert eingezeichnet. Ebenfalls durch Pfeile gekennzeichnet ist die im Fünf-Subband-Modell bestimmte energetische Position  $E_{10}^p$  der (1-0)-Intersubband-Mode des Q2DEG. Die theoretische Beschreibung der Plasmon-Anregungen erfolgte hier im Rahmen der  $\varepsilon_s$ -Näherung, welche für den untersuchten Energiebereich



**Abbildung 5.34:** Abhängigkeit der zweidimensionalen Elektronendichte  $N_s$  der Probe C 291 B von der angelegten Gate-Spannung  $V_g$ , ermittelt aus Messungen der Magnetokapazität  $C(B)$  bei  $T = 1.5 \text{ K}$ . Die durchgezogene Linie zeigt die bestmögliche lineare Anpassung  $N_s(V_g)$  nach Tab. 5.5. Im Bereich positiver Gate-Spannungen  $V_g > +0.10 \text{ V}$  besteht kein linearer Zusammenhang zwischen  $V_g$  und  $N_s$  mehr, da aufgrund anwachsender Leckströme eine Sättigung der Elektronendichte einsetzt.

sehr genaue Ergebnisse liefert (Abb. 5.32).

Im Transmissions-Spektrum zu  $V_g = -0.40$  V erkennt man bei der auf Basis der Transportdaten berechneten Intersubband-Plasmon-Energie  $E_{10}^p$  eine nahezu symmetrische Resonanzlinie [Abb. 5.35 (a)], welcher ein theoretisches Absorptions-Maximum an der annähernd gleichen Position entspricht [Abb. 5.35 (b)]. Das berechnete Spektrum zeigt knapp oberhalb der Energie  $E_R$  die Delta-förmige interne Rayleigh-Anomalie (Abschnitt 3.3.3), welche man in der experimentellen Transmissions-Kurve nicht beobachtet. Mit der Erhöhung der Gate-Spannung ist ein Anwachsen der Elektronendichte und somit der (1-0)-Anregungsenergie verbunden, weshalb man im experimentellen Spektrum zu  $V_g = -0.30$  V eine Verschiebung des Resonanz-Maximums zu höheren Energien beobachtet. Gleichzeitig bildet sich an der höherenergetischen Seite des spektralen Profils eine steilere Flanke sowie ein deutliches Transmissions-Minimum. Das Resonanz-Maximum dieser asymmetrischen Struktur liegt nun unterhalb der berechneten Plasmon-Energie  $E_{10}^p$ , während die theoretische Absorption neben der Rayleigh-Anomalie weiterhin nur ein spektrales Maximum nahe  $E_{10}^p$  aufweist. Bei weiterer Zunahme der Elektronendichte mit der Gate-Spannung nähert sich die energetische Position des experimentellen Resonanz-Maximums asymptotisch der Rayleigh-Energie  $E_R$ , dagegen folgt das spektrale Minimum mehr und mehr der kollektiven Anregungsenergie  $E_{10}^p$ . Das Transmissions-Maximum erreicht bei  $V_g = -0.20$  V seine höchste Intensität und weist ab  $V_g = 0$  V eine zunehmende Verbreiterung auf. Im Gegensatz zur experimentellen Transmission tritt die Resonanz der berechneten Absorption immer bei der Energie  $E_{10}^p$  auf und wird im Bereich der Rayleigh-Anomalie von dieser überlagert.

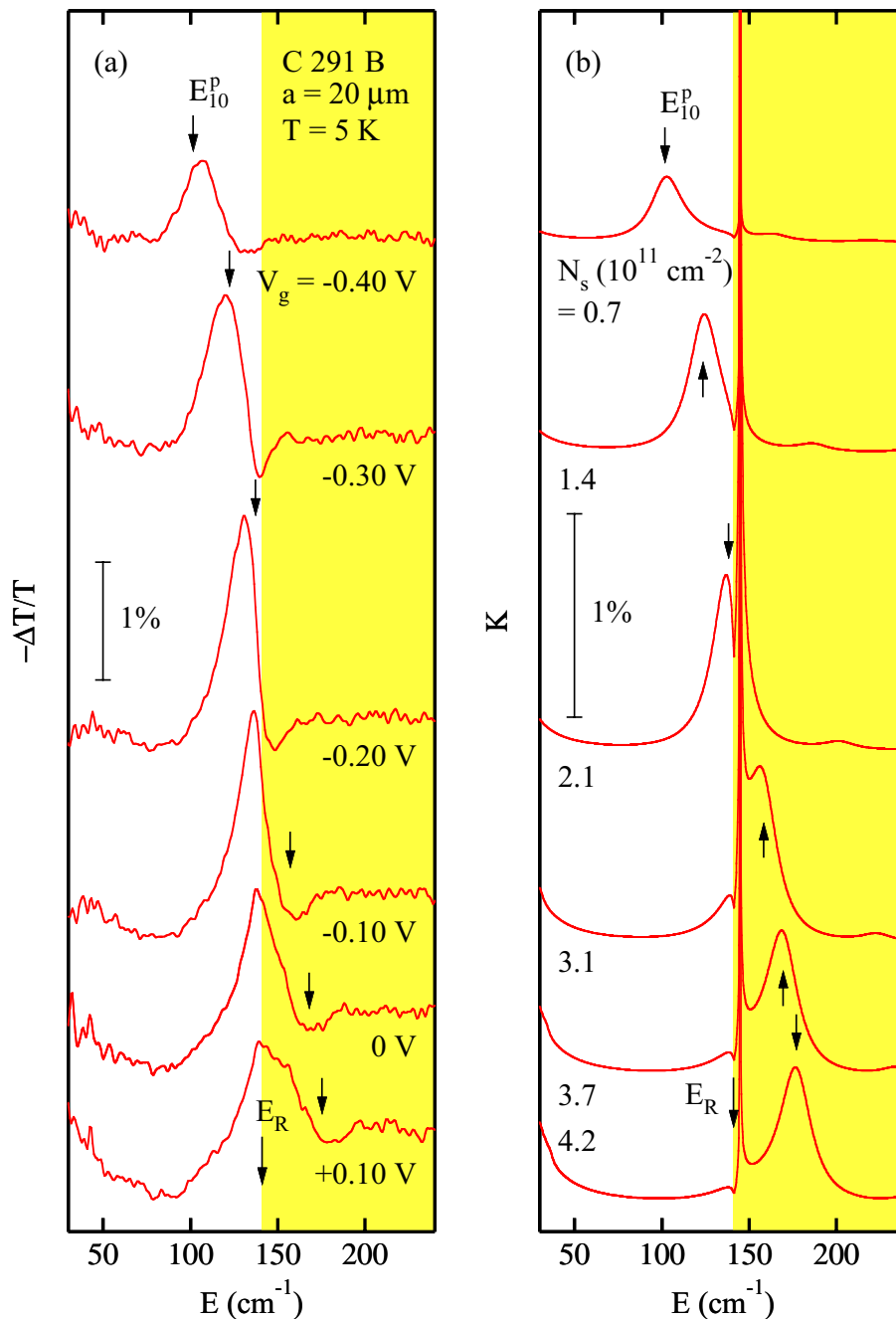
Die Linienform der Intersubband-Anregung im Energiebereich der Rayleigh-Anomalie des Gitters wurde von Wendler *et al.* [Wen97, Wen99a, Wen99b] durch eine Berechnung der normierten Transmissions-Spektren  $-\Delta T/T$  im Rahmen der lokalen Optik theoretisch untersucht. Für Frequenzen unterhalb der Rayleigh-Energie  $E_R$  liefert die Rechnung entsprechend dem obigen experimentellen Befund [Abb. 5.35 (a)] ein mit der Anregung des unteren (normalen) Plasmon-Polariton-Zweiges (Abb. 2.2) verbundenes Transmissions-Maximum.

**Tabelle 5.5:** Parameter zur selbstkonsistenten Berechnung von Grundzustand, Anregungsenergien und optischer Absorption der Probe C 291 B.

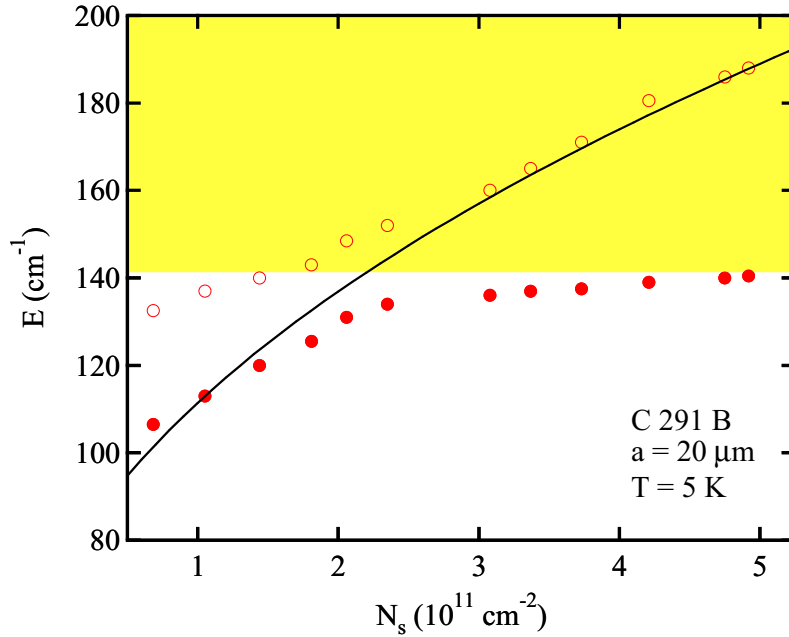
$N_s$	$[10^{11} \text{ cm}^{-2}]$	$3.63 + 7.36 (V_g/V)$
$N_d$	$[10^{10} \text{ cm}^{-2}]$	3.2 <sup>a)</sup>
$\Gamma_{\parallel}$	$[\text{cm}^{-1}]$	3.0
$\Gamma_{\perp}$	$[\text{cm}^{-1}]$	11.0
$\Gamma_{ph}$	$[\text{cm}^{-1}]$	2.0
$\varepsilon_{\infty}^{(0)}$		$-2 \times 10^5$
$d_1$	$[\text{nm}]$	80 <sup>b)</sup>
$q_{x1}$	$[\text{cm}^{-1}]$	$3.14 \times 10^3$
$t$		0.5
$\sigma_g$	$[\Omega^{-1}]$	$1 \times 10^{-3}$
$\omega_G$	$[\text{s}^{-1}]$	$5.697 \times 10^{15}$
$\Gamma_G$	$[\text{s}^{-1}]$	$7.596 \times 10^{13}$
$n_m$		20
$\Theta$	$[\text{°}]$	0
$N^c$		5

a) C 291 A    b) Tab. 4.1    c) Subbandanzahl





**Abbildung 5.35:** (a) Experimentell bestimmte normierte Transmissions-Spektren und (b) im Fünf-Subband-Modell berechnete Absorptions-Spektren der Probe C 291 B für verschiedene Werte der Gate-Spannung  $V_g$  bei einer Temperatur von  $T = 5$  K. Die schattierten Bereiche kennzeichnen die Energien oberhalb des Auftretens der Rayleigh-Anomalie, die Pfeile an den Spektren markieren in beiden Teilfiguren die unter Verwendung der Parameter aus Tab. 5.5 im Dichteantwort-Formalismus berechnete Intersubband-Plasmon-Energie  $E_{10}^p$ . Unterhalb der Rayleigh-Energie  $E_R$  regt das Gitter die mit einem Transmissions-Maximum verbundene Normalmode des quasi-zweidimensionalen Elektronensystems an, oberhalb dieser Energie koppelt die elektromagnetische Strahlung an die virtuelle Intersubband-Resonanz an, was sich im experimentellen Spektrum als Minimum äußert. Dagegen zeigt die theoretische Absorption der Probe immer jeweils ein Maximum in der Umgebung der kollektiven Anregungsenergie.

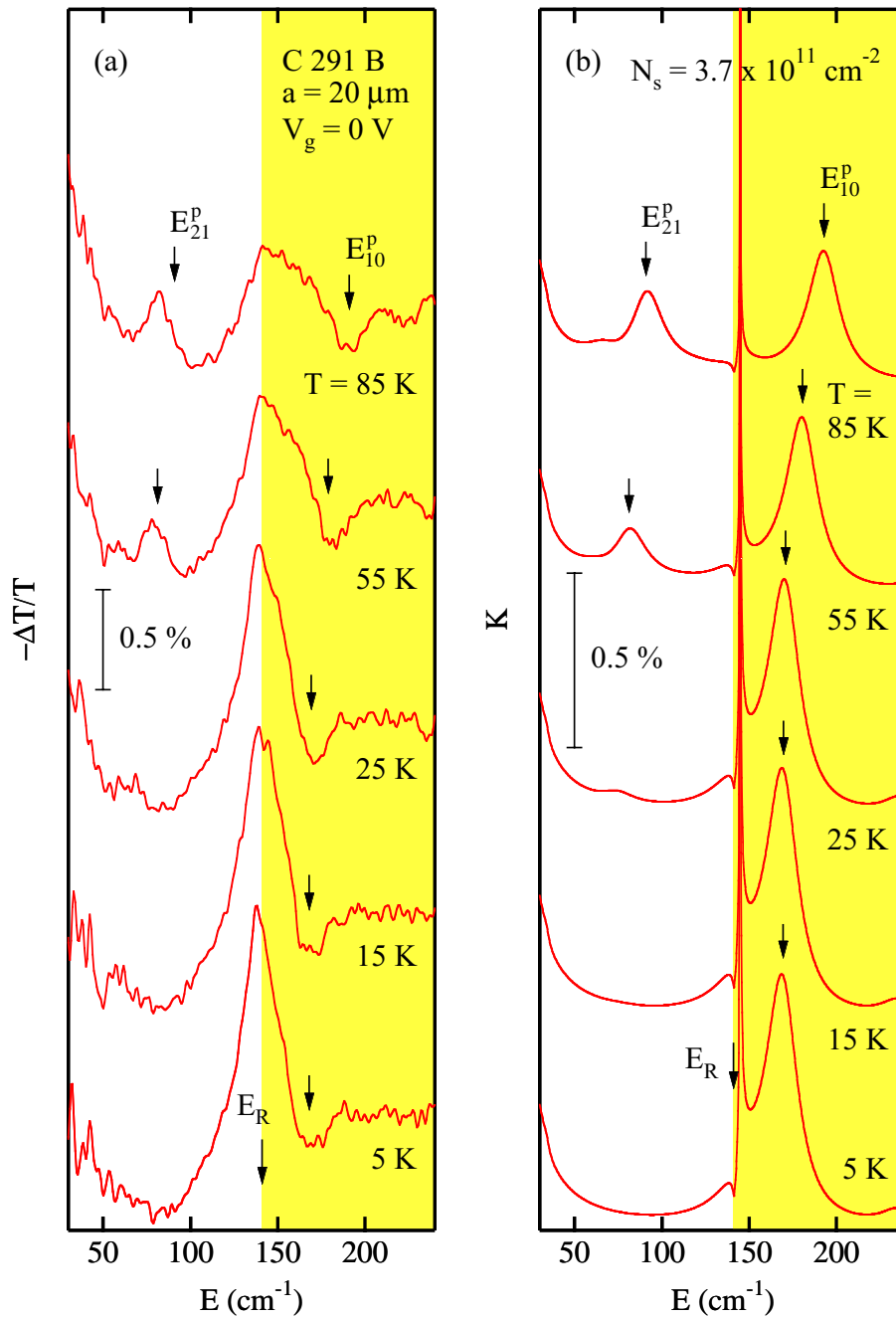


**Abbildung 5.36:** Abhängigkeit der Resonanzpositionen von Transmissions-Maxima (●) und Transmissions-Minima (○) der Probe C 291 B von der Elektronendichte  $N_s$  bei der Temperatur  $T = 5$  K. Die durchgezogene Linie zeigt den auf Basis der Transportdaten im Fünf-Subband-Modell berechneten Verlauf der (1-0)-Intersubband-Plasmon-Energie  $E_{10}^p$ . Im schattierten Bereich oberhalb der Rayleigh-Energie  $E_R$  werden virtuelle Intersubband-Resonanzen angeregt.

In diesem Fall ist nur die nullte Beugungsordnung des Gitters eine sich entlang der Wachstumsrichtung  $z$  zum Detektor hin ausbreitende Welle, während die Beugungsordnungen  $|n| \geq 1$  evaneszenten Charakter besitzen. Im Bereich der Resonanz gilt  $T(N_s) < T(0)$ , da die elektromagnetische Strahlung von der Plasmon-Mode des Q2DEG absorbiert wird. Dieses Verhalten spiegelt auch die im Rahmen der in dieser Arbeit vorgestellten Theorie berechnete normierte Absorption wider [Abb. 5.35 (b)]. Oberhalb der Rayleigh-Energie sind auch die Beugungsordnungen  $n = \pm 1$  mit sich ausbreitenden Wellen verbunden. Entsprechend Abb. 3.12 wird nun die virtuelle (strahlende) Intersubband-Resonanz angeregt, was sich in den berechneten Transmissions-Spektren [Wen97] ebenso wie für die Probe C 291 B beobachtet in Form eines Resonanz-Minimums äußert. Die Anregung einer strahlenden Mode führt dazu, daß in Anwesenheit des Q2DEG mehr Licht durch die Probe transmittiert wird als ohne Q2DEG, d. h.  $T(N_s) > T(0)$ . [Wen99a] Das asymmetrische Resonanzprofil der Intersubband-Anregung im Regime  $E_{10}^p \simeq E_R$  entsteht als Folge der Überlagerung von Intersubband-Resonanz und Rayleigh-Anomalie. [Wen99a]

Das Resonanzverhalten der Kopplung von Gitteranomalie und (1-0)-Intersubband-Anregung bei Variation der Elektronendichte  $N_s$  ist in Abb. 5.36 illustriert. Wie in Abb. 5.35 ist hier der Bereich oberhalb der Rayleigh-Energie  $E_R$  schattiert eingezeichnet. Bei Variation der Ladungsträgerdichte kreuzt die im Fünf-Subband-Modell berechnete Anregungsenergie  $E_{10}^p$  (Vollinie) für  $N_s \simeq 2.25 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  die Position der Rayleigh-Energie. Die Resonanzpositionen der Transmissions-Maxima (gefüllte Kreise) folgen zunächst dem Verlauf von  $E_{10}^p$  und nähern sich oberhalb von  $N_s = 2.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  asymptotisch der Energie  $E_R$ . Die Transmissions-Minima (offene Kreise) treten für niedrige Elektronendichten ( $E_{10}^p < E_R$ ) knapp unterhalb von  $E_R$  auf und schmiegen sich bei Erhöhung der Elektronendichte an die theoretische Anregungsenergie  $E_{10}^p$  an. Resonanz-Maxima und Resonanz-Minima zeigen im Energiebereich der Rayleigh-Anomalie somit ein ausgeprägtes Abstoßungs-Verhalten mit einem Minimum der Aufspaltung für das durch die Bedingung  $E_{10}^p \simeq E_R$  gekennzeichnete Regime.

Die optische Manifestation der Intersubband-Anregungen mit virtuellem bzw. normalem Charakter läßt sich durch die Messung von Transmissions-Spektren bei höheren Probentemperaturen noch detaillierter untersuchen. Abb. 5.37 (a) zeigt die normierte Transmission der Probe C 291 B im Energiebereich der Intersubband-Anregungen und der Rayleigh-Anomalie des Gitters bei der Gate-Spannung  $V_g = 0$  V für verschiedene Werte der Temperatur  $T$ . Die zugehörigen im Fünf-Subband-Modell berechneten Absorptions-Spektren bei



**Abbildung 5.37:** (a) Experimentell bestimmte normierte Transmissions-Spektren und (b) im Fünf-Subband-Modell berechnete Absorptions-Spektren der Probe C 291 B für verschiedene Werte der Temperatur von  $T$  bei der Gate-Spannung  $V_g = 0\text{ V}$ . Die schattierten Bereiche kennzeichnen die Energien oberhalb des Auftretens der Rayleigh-Anomalie, die Pfeile an den Spektren markieren in beiden Teilfiguren die unter Verwendung der Parameter aus Tab. 5.5 im Dichteantwort-Formalismus berechneten Energien der Intersubband-Plasmon-Moden. Bei  $T = 55\text{ K}$  und  $T = 85\text{ K}$  beobachtet man in den experimentellen Spektren die Anregung der (2-1)-Normalmode in Form eines Resonanz-Maximums sowie die Ankopplung an die virtuelle (1-0)-Intersubband-Resonanz, welche ein Minimum in der normierten Transmission hervorruft. Die mit der Rayleigh-Anomalie verbundene Struktur wird mit dem Anwachsen der Anregungsenergie  $E_{10}^P$  zunehmend breiter.

den entsprechenden Temperaturen sind in Abb. 5.37 (b) illustriert. Die Pfeile kennzeichnen wieder die im Dichteantwort-Schema berechneten Anregungsenergien der Intersubband-Plasmon-Moden des Q2DEG, schattiert eingezeichnet ist jeweils der Energiebereich oberhalb der markierten Rayleigh-Energie  $E_R$ .

Die Erhöhung der Proben temperatur bewirkt bis  $T = 25$  K lediglich eine leichte Verbreiterung der Resonanz-Struktur bei der Rayleigh-Energie, während die energetischen Positionen der Maxima und Minima in den Transmissions-Spektren zunächst konstant bleiben. Als Folge der Besetzung des ersten angeregten Subbandes beobachtet man für  $T = 55$  K bei etwa  $78 \text{ cm}^{-1}$  aufgrund der Anregung des (2-1)-Intersubband-Übergangs nun ein zusätzliches Resonanz-Maximum. Diese Struktur sowie das mit der (1-0)-Intersubband-Resonanz verbundene Transmissions-Minimum wandern mit steigender Temperatur wie anhand der Theorie erwartet zu höheren Energien, während die Linienbreite des Maximums bei  $E_R$  weiter ansteigt. Für  $T = 55$  K und  $T = 85$  K läßt sich somit jeweils innerhalb eines einzigen Transmissions-Spektrums sowohl die Anregung einer normalen Plasmon-Mode unterhalb der Rayleigh-Anomalie als auch das Signal einer virtuellen (strahlenden) Intersubband-Resonanz beobachten. Im Gegensatz zur normierten Transmission treten in der theoretischen Absorption des Q2DEG bei allen Resonanz-Energien spektrale Maxima auf [Abb. 5.37 (b)].

Die Experimente an der Einfachheterostruktur C 291 B mit einem Gitterkoppler der Periode  $a = 20 \mu\text{m}$  haben somit das optische Verhalten der Intersubband-Anregung im Energiebereich der Rayleigh-Anomalie eindeutig aufgezeigt. Liegt ein Intersubband-Übergang energetisch unterhalb der Rayleigh-Energie  $E_R$ , wird der (untere) normale Plasmon-Polariton-Zweig angeregt und erscheint im normierten Transmissions-Spektrum  $-\Delta T/T$  in Form eines Resonanz-Maximums. Oberhalb der Rayleigh-Energie koppelt das Strahlungsfeld dagegen an den virtuellen Plasmon-Polariton-Zweig der jeweiligen Intersubband-Mode an, was aufgrund des strahlenden Charakters der Anregung zu einem Minimum im Transmissions-Spektrum führt. Durchläuft eine Intersubband-Anregungslinie bei Erhöhung der Elektronendichte oder der Temperatur die Energie  $E_R$ , so geht das Intersubband-Transmissions-Maximum in die mit der Rayleigh-Anomalie verbundene Struktur über, während sich an deren höherenergetischer Seite das Resonanz-Minimum der virtuellen Intersubband-Mode bildet.

# Zusammenfassung

Im Mittelpunkt dieser Arbeit stand das Studium von verschiedenen Kopplungs-Mechanismen der kollektiven Anregungen einlagiger und doppellagiger quasi-zweidimensionaler Elektronengase. Dazu dienten Ferninfrarotspektroskopische Untersuchungen der Intra- und Intersubband-Moden modulationsdotierter GaAs/AlGaAs-Einfachheterostrukturen sowie einer GaAs/AlGaAs-Doppelheterostruktur mit 40 nm Trogbreite unter Anwendung der Gitterkoppler-Technik. Durch Variation der Ladungsträgerdichte mit Hilfe einer Gate-Elektrode bzw. der Proben temperatur konnte in diesen Systemen die Stärke der Intersubband-Kopplung zwischen verschiedenen Plasmon-Anregungen, der Plasmon-Phonon-Wechselwirkung sowie der Kopplung von Plasmonen mit strahlenden Moden des Gitters jeweils gezielt beeinflusst werden. Die Analyse der experimentellen Daten erfolgte durch einen Vergleich mit den selbstkonsistent bestimmten Anregungsenergien und Absorptionsspektren der in Schichtstrukturen mit Gitterkoppler eingebetteten Elektronensysteme im Rahmen eines in dieser Arbeit entwickelten Formalismus.

Die Modellierung des optischen Antwortverhaltens war neben der Berechnung der Plasmon-Energien des quasi-zweidimensionalen Elektronengases zur theoretischen Beschreibung der Wechselwirkungs-Prozesse erforderlich, da die Kopplung von kollektiven Moden im allgemeinen mit einem starken Austausch von Oszillatorstärke verbunden ist. Obwohl schon vor längerer Zeit mehrere theoretische Ansätze zur Bestimmung der Absorption durch Intersubband-Plasmonen publiziert wurden, [And77, Yi 83, Mar93] existierte zu Beginn dieser Arbeit in der Literatur kein Schema zur optischen Beschreibung der Kopplung des gesamten Intra- und Intersubband-Spektrums quasi-zweidimensionaler Elektronengase. Die Anregung von Intra- und Intersubband-Plasmonen einlagiger und doppellagiger Elektronengase wurde in den vergangenen Jahren im Rahmen der lokalen Optik von Schichtsystemen mit Gitterkoppler zwar detailliert untersucht, [Wen96, Wen99b] doch eignet sich diese Theorie nicht zur Modellierung von Systemen mit starker Intersubband-Kopplung. Auf Grundlage der bestehenden Konzepte wurde daher in der vorliegenden Arbeit neben einem Schema zur Bestimmung der Anregungsenergien ein Formalismus zur Berechnung der Absorption des quasi-zweidimensionalen Elektronengases entwickelt, welcher neben der Intersubband-Kopplung auch die Einflüsse von Austausch-Wechselwirkung und Korrelation, der Elektron-Phonon-Kopplung sowie der Wechselwirkung mit strahlenden Gitter-Moden auf die Spektren der hybridisierten Ladungsdichte-Anregungen berücksichtigt. Hierbei wird die von einem zweidimensionalen Gitter vermittelte elektromagnetische Feldverteilung unter Einbeziehung der Gate-Elektrode mit Hilfe eines Transfermatrix-Verfahrens [Wen99b] berechnet und das Antwortverhalten des Elektronengases in der Stromantwort-Theorie quasi-zweidimensionaler Systeme [Dah77, Wen93, Kra96] behandelt. Die in diesem Zusammenhang erarbeitete Näherungslösung für die Dispersionsrelation der kollektiven Moden im Stromantwort-Schema erlaubt dabei einen direkten Vergleich der Resonanzpositionen in den berechneten Spektren mit den im Dichteantwort-Schema [Dah77, Wen89] bestimmten Anregungsenergien.

Durch Modellrechnungen im Rahmen des beschriebenen Formalismus konnte zunächst der Einfluß der Schichtstruktur- und Gitterparameter auf die Effizienz der Ankopplung des Strahlungsfeldes an die kollektiven Moden untersucht werden. Eine hohe Absorption des quasi-zweidimensionalen Elektronengases erreicht man demnach für einen geringen Abstand zwischen Gitter und aktiver Schicht, einen hohen relativen Metallanteil

des Gitters sowie durch die Wahl einer möglichst großen Gitterperiode, für die die Rayleigh-Anomalie jedoch noch oberhalb der Energie der untersuchten Mode liegt.

Die optische Manifestation verschiedener Wechselwirkungs-Mechanismen der quasi-zweidimensionalen Plasmonen wurde anschließend am Beispiel einer GaAs/AlGaAs-Einfachheterostruktur theoretisch studiert. Aufgrund der gegenseitigen Kopplung der Intersubband-Plasmonen zeigen die Rechnungen sowohl eine energetische Verschiebung der Moden als auch deren Austausch von Oszillatorstärke. Die Wechselwirkung zweier Intersubband-Übergänge ist verbunden mit der Ausbildung einer optischen Mode, in der die Ladungsdichte-Oszillationen in den beiden beteiligten Subbändern überwiegend phasengleich schwingen, und einer akustischen Mode, welche der gegenphasigen Bewegung der wechselwirkenden Oszillationen entspricht. Das optische Intersubband-Plasmon koppelt stark an das elektromagnetische Strahlungsfeld und gewinnt auf Kosten der nur schwach mit dem Strahlungsfeld wechselwirkenden akustischen Intersubband-Mode an Oszillatorstärke. In Einfachheterostrukturen erwartet man diesen Effekt umso deutlicher, je höher die Elektronendichte  $N_s$  und je geringer der Wellenzahlvektor-Übertrag  $q$  und der mit der Verarmungsladungsdichte  $N_d$  verbundene energetische Abstand zwischen den ungestörten Intersubband-Moden ist. Im Gegensatz zur Kopplung der Intersubband-Moden ist die Wechselwirkung zwischen Intra- und Intersubband-Anregungen in GaAs/AlGaAs-Einfachheterostrukturen vernachlässigbar klein. Berücksichtigt man zusätzlich die Wechselwirkung der Ladungsdichte-Anregungen mit den longitudinal-optischen Phononen von GaAs, so bewirkt dies eine energetische Abstoßung der hybridisierten Plasmon-Moden gegenüber der Phononen-Energie  $\hbar\omega_{LO}$  und eine gleichzeitige Abschirmung und somit Abschwächung der Kopplung von unterhalb des Reststrahlen-Bereichs auftretenden Intersubband-Plasmonen mit entsprechenden Anregungen oberhalb der Reststrahlen-Bande. Kommt es bei geeigneter Wahl der Gitterperiode  $a$  zur Überlagerung einer Intersubband-Resonanzlinie mit der Rayleigh-Anomalie des Gitterkopplers, so führt die Kopplung der Ladungsdichte-Anregung mit der strahlenden Gitter-Mode zu einer Resonanzüberhöhung des Absorptions-Profiles. Unterhalb und oberhalb der Rayleigh-Energie  $E_R$ , welche die Bereiche der Anregung von virtuellen Moden und Normalmoden des quasi-zweidimensionalen Elektronengases voneinander trennt, haben Retardierungs-Effekte jedoch nahezu keine Auswirkungen auf die optische Anregung.

Zur Aufnahme der normierten Transmissions-Spektren diente die Fourier-Transformations-Spektroskopie, wobei jeweils zuvor die metallische Gitterstruktur mit einer Periode im  $\mu\text{m}$ -Bereich in einem photolithographischen Verfahren auf die Probenoberfläche aufgebracht wurde. Informationen über die zweidimensionale Elektronendichte  $N_s$  und die Besetzung der verschiedenen Subbänder konnten durch zusätzliche Magnetotransport-Messungen gewonnen werden.

Die Experimente an der GaAs/AlGaAs-Doppelheterostruktur mit 40 nm Trogbreite erlaubten die erstmalige Realisierung der resonanten Kopplung verschiedener Intersubband-Moden eines quasi-zweidimensionalen Elektronengases. Wie die Magnetotransport-Untersuchungen an dieser Probe zeigten, bildet sich dort ein doppeltes Elektronensystem bei einer von der angelegten Gate-Spannung  $V_g$  beeinflussten Potentialsymmetrie. In einem ähnlichen elektronischen Zweilagensystem konnte kürzlich eine in optischen und akustischen Moden resultierende Kopplung der Intrasubband-Plasmonen und eine mit der Tunnel-Aufspaltung  $\Delta_{SAS}$  des energetisch niedrigsten Zustandes verbundene Intersubband-Mode beobachtet werden. [Hol02a, Boo03] Die starke Abhängigkeit des elektronischen Einschlußpotentials  $V(z)$  und seiner Symmetrie von der Gate-Spannung führt bei der hier untersuchten Probe zusätzlich zur Entartung von Subband-Abständen und aufgrund der Besetzung mehrerer Subbänder zum Auftreten einer resonanten Kopplung zwischen Intersubband-Moden. Die Analyse der Wechselwirkung zwischen den Plasmon-Anregungen gelang dabei durch einen Vergleich der selbstkonsistent auf Basis der Transportdaten mit und ohne Berücksichtigung der Intersubband-Kopplung berechneten Anregungsenergien und Absorptions-Spektren. In exzellenter Übereinstimmung von Experiment und Theorie beobachtet man im Regime der resonanten Kopplung die Ausbildung von optischen Intersubband-

Moden und akustischen Intersubband-Plasmonen, welche als Folge der Wechselwirkung teilweise ihre gesamte Oszillatorstärke abgeben. Aufgrund der geringen Besetzungs-Differenz zwischen dem symmetrischen und dem antisymmetrischen Zustand bei einer Tunnel-Aufspaltung von  $\Delta_{SAS} \simeq 13 \text{ cm}^{-1}$  war keine Beobachtung der Intersubband-Tunnel-Mode möglich, was durch die Rechnungen auch bestätigt wurde. Mit Hilfe der umfassenden theoretischen Beschreibung des zweilagigen Elektronengases konnte darüber hinaus aufgezeigt werden, daß bei symmetrischem Potentialeinschluß die Energie des akustischen Intrasubband-Plasmons aufgrund der Kopplung an die Tunnel-Mode nahezu verschwindet, wobei sich jedoch auch bei asymmetrischem Potentialverlauf die akustische Intrasubband-Mode bei der direkten Anregung im Gegensatz zur inelastischen Lichtstreuung [Boo03] nicht in den optischen Spektren manifestiert. Die Dispersion des optischen Intrasubband-Plasmons weist entsprechend der Theorie auf die Abhängigkeit der Intersubband-Kopplung vom Wellenzahlvektor-Übertrag  $q$  hin.

Die Besetzung mehrerer Subbänder des Zweilagigen-Systems der Doppelheterostruktur ermöglichte durch eine Gegenüberstellung der aus den Transport-Messungen ermittelten Einteilchen-Subband-Abstände und der im optischen Experiment gewonnenen Plasmon-Energien die experimentelle Bestimmung der kollektiven Verschiebung von Intersubband-Moden. Im Rahmen der theoretischen Modellierung von Grundzustand und Anregungsenergien des Systems konnte nachgewiesen werden, daß Austausch-Wechselwirkung und Korrelation die beobachteten kollektiven Beiträge zu den Energien der Ladungsdichte-Moden maßgeblich beeinflussen.

Die theoretisch zuvor detailliert untersuchte Kopplung verschiedener Intersubband-Moden in Einfachheterostrukturen sollte durch temperaturabhängige Messungen an einem System mit der zweidimensionalen Elektronendichte  $N_s = 4.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  und der Verarmungsladungsdichte  $N_d = 3.2 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$  experimentell studiert werden. Während bisherige Experimente an Einfachheterostrukturen sich überwiegend auf Proben mit deutlich höheren Verarmungsladungsdichten  $N_d \geq 6.0 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$  und geringeren Ladungsträgerdichten beschränkten, und Kopplungs-Effekte bisher nicht in Erwägung gezogen wurden, [Bat91, Fri96a] begünstigten die hier gewählten Parameter das Auftreten der Wechselwirkung zwischen Intersubband-Moden. Die asymmetrischen Resonanzprofile der Probe erschwerten zwar die Auswertung und den Vergleich mit den Rechnungen, dennoch wurde die Temperaturabhängigkeit der Anregungsenergien und der Spektren unter Einbeziehung der Intersubband-Kopplung besser wiedergegeben als ohne diesen Effekt. Ebenfalls durch temperaturabhängige Transmissions-Messungen wurde die Wechselwirkung zwischen verschiedenen Intrasubband-Moden der Einfachheterostruktur untersucht. Man beobachtet eine von der Theorie sehr gut beschriebene Kopplung der Elektronenbewegung in den verschiedenen besetzten Subbändern sowie eine temperaturabhängige Dämpfung der resultierenden Intrasubband-Mode, welche auf die Emission longitudinal-optischer Phononen sowie elektronische Relaxations-Prozesse zurückgeführt werden kann.

Das starke Anwachsen der Intersubband-Plasmon-Energien in Einfachheterostrukturen mit der Temperatur ermöglichte in einer Probe mit der hohen Elektronendichte  $N_s = 6.65 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  das Auftreten einer resonanten Kopplung zwischen Plasmon- und Phonon-Moden, welche bislang nur in Doppelheterostrukturen nachgewiesen werden konnte. [Fri96a, Fri96b] Die Wechselwirkung der (1-0)-Intersubband-Mode mit den longitudinal-optischen Phononen von GaAs bewirkt eine Aufspaltung der Ladungsdichte-Anregung in einen Plasmon-artigen Zweig unterhalb und einen Phonon-artigen Zweig oberhalb des Reststrahlen-Bereiches. Unter Annahme einer leichten Zunahme der Ladungsträgerdichte mit der Temperatur gelang im Rahmen der theoretischen Modellierung eine gute Beschreibung der experimentellen Resultate. Die Rechnungen berücksichtigen dabei nur eine Ankopplung der Elektronen an volumenartige longitudinal-optische Phononen, da in Einfachheterostrukturen ähnlich wie in der Doppelheterostruktur mit 40 nm Trogbreite die Quantisierungs-Effekte auf diese Moden vernachlässigbar klein und die innerhalb des Reststrahlen-Bereiches liegenden Grenzflächen-Phononen im Transmissions-Experiment optisch nicht zugänglich sind.

Eine resonante Wechselwirkung der (1-0)-Intersubband-Anregung mit strahlenden Moden des Gitters kann-

te für eine Einfachheterostruktur mit einem Gitterkoppler der Periode  $a = 20 \mu\text{m}$  beobachtet werden. Während unterhalb der Rayleigh-Energie das Interband-Plasmon immer mit einem Maximum in der normierten Transmission verbunden ist, geht dieses Maximum im Resonanzfall in die zur Rayleigh-Anomalie gehörige spektrale Struktur über, und es tritt oberhalb dieser Position in der Umgebung der Interband-Anregungsenergie ein Minimum auf. Im Bereich der Rayleigh-Anomalie kommt es somit zu einem ausgeprägten energetischen Abstoßungs-Verhalten zwischen Plasmon- und Gitter-Moden. Im Gegensatz zur experimentell bestimmten Transmission zeigt die berechnete Absorption unterhalb und oberhalb der Gitter-Anomalie bei der Anregung der Interband-Mode ein Maximum und in allen Spektren eine sehr scharfe Struktur im Bereich der Rayleigh-Energie.

Insbesondere die hier vorgestellten Ergebnisse zur Kopplung von Interband-Moden in der Doppelheterostruktur mit 40 nm Trogbreite stellen einen vielversprechenden Ausgangspunkt für weitere Untersuchungen der Wechselwirkung von kollektiven Moden des quasi-zweidimensionalen Elektronengases dar. Mit Hilfe der inelastischen Lichtstreuung, welche anderen Auswahlregeln als die Ferninfrarot-Anregung gehorcht, [Car82a, Boo03] ließe sich der Charakter der optischen und akustischen Interband-Plasmonen detaillierter studieren. Da die Kopplung von Interband-Übergängen auch zur Optimierung von Absorption oder Verstärkung in entsprechenden Bauelementen beitragen könnte, wäre in diesem Zusammenhang eine Forschung an technologisch relevanten Strukturen sehr wünschenswert. Die umfassende Simulation der optischen Plasmon-Anregung mit Hilfe des erstellten Computerprogrammes ermöglicht dabei für zukünftige Experimente die Realisierung von jeweils maßgeschneiderten Proben-Layouts und eine Abschätzung der in diesen Strukturen zu erwartenden Kopplungs-Effekte.



# Anhang A

## Materialparameter

Die in Tab. A.1 aufgeführten Materialparameter der Halbleiter GaAs, AlAs und  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  wurden im Rahmen dieser Arbeit zur Berechnung des elektronischen Grundzustandes von Einfach- und Doppelheterostrukturen sowie zur Bestimmung der Anregungsenergien der quasi-zweidimensionalen Plasmonen und Plasmon-LO-Phononen und zur Simulation der Absorptions-Spektren verwendet. Des Mischkristall  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  besitzt zwei Reststrahlen-Banden, [Bar75] von denen hier nur der AlAs-artige Bereich im Rahmen eines Ein-Oszillator-Modells betrachtet wird. Soweit nicht anders angegeben, gelten die Materialkonstanten im Regime tiefer Temperaturen  $T \leq 10$  K.

**Tabelle A.1:** Materialparameter von GaAs, AlAs und  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ .

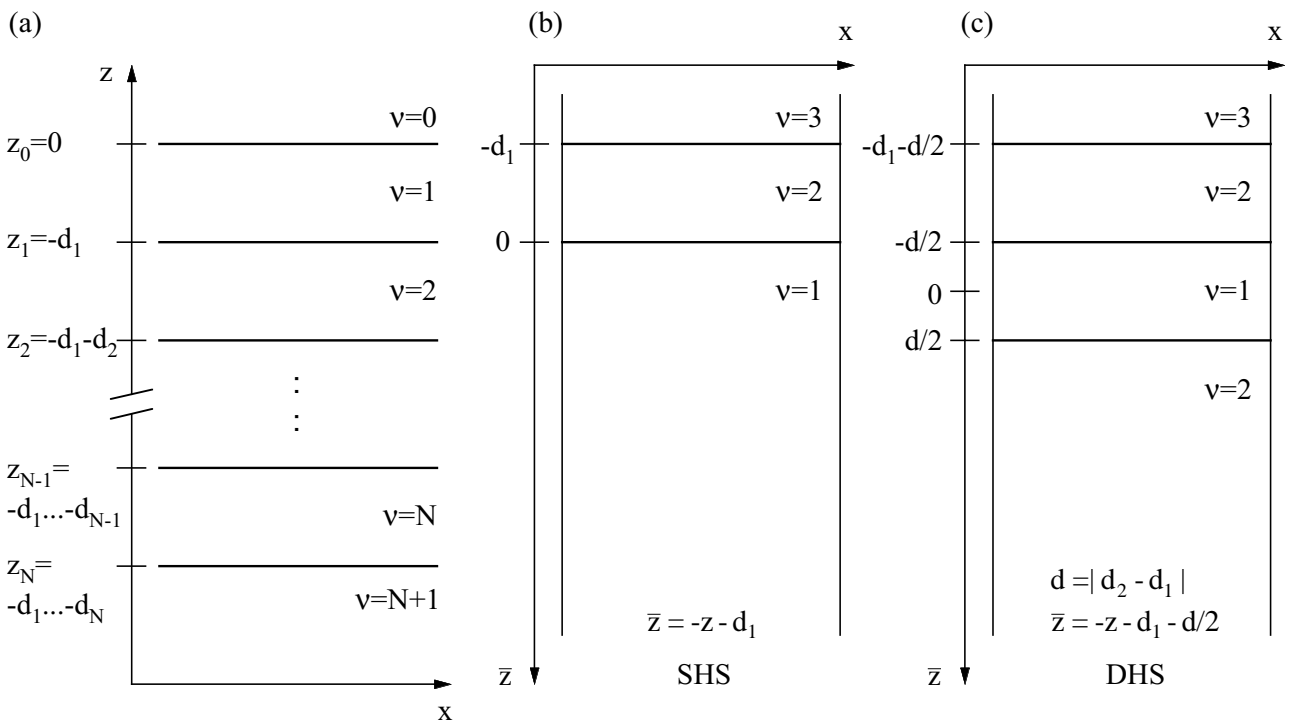
	GaAs	AlAs	$\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$
$\varepsilon_s$	12.53 <sup>a)</sup>	10.06 <sup>a)</sup>	$12.53 - 2.47 x$ <sup>a)</sup>
$\varepsilon_\infty$	10.90 <sup>a)</sup>	8.16 <sup>a)</sup>	$10.90 - 2.74 x$ <sup>a)</sup>
$\hbar\omega_{\text{TO}}$ [meV]	33.86 <sup>a)</sup>	45.07 <sup>a)</sup>	$44.74 + 0.63 x - 0.30 x^2$ <sup>b)</sup>
$\hbar\omega_{\text{LO}}$ [meV]	36.75 <sup>a)</sup>	50.20 <sup>a)</sup>	$44.74 + 8.78 x - 3.32 x^2$ <sup>b)</sup>
$\hbar\Gamma_{ph}$ [meV]	0.25 <sup>c)</sup>	0.50 <sup>c)</sup>	
$E_g$ [eV]	1.5177 <sup>d)</sup>	2.8177 <sup>d)</sup>	$1.5177 + 1.30 x$ <sup>d)</sup>
$\Delta E_c$ [meV]	0	910 <sup>d)</sup>	$910 x$ <sup>d)</sup>
$m^*$ [ $m_e$ ]	0.06624 <sup>b)</sup>	0.14924 <sup>b)</sup>	$0.06624 + 0.083 x$ <sup>b)</sup>

<sup>a)</sup> [Car82b]   <sup>b)</sup> [Ada85]   <sup>c)</sup> [Mil99]   <sup>d)</sup> bei  $T = 30$  K [Men86]

# Anhang B

## Green-Funktion und Green-Tensor

In diesem Anhang werden die Green-Funktion der Poisson-Gleichung (2.7) und die zur Behandlung p-polarisierter Moden benötigten Elemente des Green-Tensors der inhomogenen Wellengleichung (2.48) für die Einfachheterostruktur und die Doppelheterostruktur berechnet. Die Greensche Funktion wie auch der Greensche Tensor sind Lösung einer inhomogenen partiellen Differentialgleichung und bestehen jeweils aus einer speziellen Lösung der inhomogenen partiellen Differentialgleichung, dem sogenannten direkten Anteil, und der allgemeinen Lösung der homogenen partiellen Differentialgleichung, dem sogenannten Bildladungs-Anteil. Die Summe aus beiden Anteilen erfüllt die geforderten Rand- und Übergangsbedingungen an den Grenzflächen der Heterostruktur. [Wen93]



**Abbildung B.1:** Schematische Darstellung des Aufbaus (a) der allgemeinen Schichtfolge mit der Koordinate  $z$  sowie von (b) Einfachheterostruktur und (c) Doppelheterostruktur mit den entsprechend der Berechnung der elektronischen Eigenschaften gewählten Koordinaten  $\bar{z}$ .

Die allgemeine Struktur des Schichtaufbaus der betrachteten Heterostrukturen ist in Abb. B.1(a) dargestellt. Dieses Vielschicht-System besteht aus  $N$  Lagen, welche mit  $\nu = 1, 2, \dots, N$  numeriert werden und zwischen die Halbräume  $\nu = 0$  und  $\nu = N + 1$  eingebettet sind. Dabei benennt  $z_\nu$  den Ort der Grenzfläche zwischen der  $\nu$ -ten und der  $(\nu + 1)$ -ten Schicht, und die Schichtdicke ist durch  $d_\nu = |z_\nu - z_{\nu-1}|$  charakterisiert. Ein Punkt  $z'$  wird als Quellpunkt der Einheitsladung (Probeladung) betrachtet, welche in Heterostrukturen mit endlich hohen Barrieren im gesamten Raum variieren kann.

Man kann zeigen, daß sich die beiden Fälle Elektrostatik [ $D(\mathbf{q}; z, z')$ ] und p-Polarisation [ $D_{xx}(\mathbf{q}; z, z'|\omega)$ ] in einheitlicher Weise durch die inhomogene Differentialgleichung [Wen93]

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \gamma_\nu^2 \right) \kappa(\mathbf{q}; z, z'|\omega) = \tau_\nu \delta(z - z') \quad (\text{B.1})$$

beschreiben lassen, wobei die spezielle Lösung der entsprechenden homogenen Gleichung, welche weder Rand- noch Übergangsbedingungen erfüllt, folgende Form hat:

$$\kappa(\mathbf{q}; z, z'|\omega) = \kappa^{dir}(\mathbf{q}; z, z'|\omega) = -\frac{\tau_\nu}{2\gamma_\nu} e^{-\gamma_\nu |z-z'|} = R_\nu e^{-\gamma_\nu |z-z'|} . \quad (\text{B.2})$$

Die hier eingeführten Koeffizienten  $\gamma_\nu$ ,  $\tau_\nu$  und  $R_\nu$  sind in Tabelle B.1 für die beiden betrachteten Fälle spezifiziert. Im Fall der Elektrostatik erhält man damit den direkten Anteil zur Green-Funktion zu

$$D^{dir}(\mathbf{q}; z, z') = \frac{1}{2\varepsilon_\infty^{(\nu)} q} e^{-q|z-z'|} . \quad (\text{B.3})$$

Die zur Beschreibung p-polarisierter (TM) Moden benötigten Elemente des direkten Anteils zum Green-Tensor lauten: [Wen93]

$$D_{xx}^{dir}(\mathbf{q}; z, z'|\omega) = -\frac{c^2}{\varepsilon_\infty^{(\nu)} \omega^2} \frac{\alpha_\nu}{2} e^{-\alpha_\nu |z-z'|} , \quad (\text{B.4})$$

$$D_{xz}^{dir}(\mathbf{q}; z, z'|\omega) = D_{zx}^{dir}(\mathbf{q}; z, z'|\omega) = -i \frac{q c^2}{2\varepsilon_\infty^{(\nu)} \omega^2} \text{sgn}(z - z') e^{-\alpha_\nu |z-z'|} \quad (\text{B.5})$$

und

$$D_{zz}^{dir}(\mathbf{q}; z, z'|\omega) = -\frac{c^2}{\varepsilon_\infty^{(\nu)} \omega^2} \delta(z - z') + \frac{q^2 c^2}{2\varepsilon_\infty^{(\nu)} \omega^2 \alpha_\nu} e^{-\alpha_\nu |z-z'|} , \quad (\text{B.6})$$

**Tabelle B.1:** Koeffizienten zur Beschreibung der Green-Funktion der Elektrostatik und des Green-Tensors p-polarisierter Moden.

	$D(\mathbf{q}; z, z')$	$D_{xx}(\mathbf{q}; z, z' \omega)$
$\gamma_\nu$	$q =  \mathbf{q} $	$\alpha_\nu$
$\tau_\nu$	$-\frac{1}{\varepsilon_\infty^{(\nu)}}$	$\frac{c^2 \alpha_\nu^2}{\varepsilon_\infty^{(\nu)} \omega^2}$
$R_\nu$	$\frac{1}{2\varepsilon_\infty^{(\nu)} q}$	$-\frac{c^2 \alpha_\nu}{2\varepsilon_\infty^{(\nu)} \omega^2}$

wobei  $\alpha_\nu$  durch Gl. (2.64) gegeben ist und  $\text{sgn}(z - z')$  die Vorzeichen-Funktion symbolisiert. Die Ausdehnung des Q2DEG kann sich im Fall endlich hoher Barrieren über mehrere Schichten  $\nu$  erstrecken. Der Ansatz zur allgemeinen Lösung der homogenen Differentialgleichung, welche gemäß

$$\kappa(\mathbf{q}; z, z'|\omega) = \kappa^{dir}(\mathbf{q}; z, z'|\omega) + \kappa^{im}(\mathbf{q}; z, z'|\omega) \quad (\text{B.7})$$

als Summe aus direktem Anteil  $\kappa^{dir}$  und Bildladungs-Anteil  $\kappa^{im}$  darstellbar ist, läßt sich wie folgt schreiben:

$$\kappa(\mathbf{q}; z, z'|\omega) = \begin{cases} F_0(z')e^{-\gamma_0 z}; & z_0 = 0 < z, \\ \vdots & \\ E_{\nu'}(z')e^{\gamma_{\nu'}(z-z_{\nu'-1})} + F_{\nu'}(z')e^{-\gamma_{\nu'}(z-z_{\nu'-1})}; & z_{\nu'} < z < z_{\nu'-1}, \\ \vdots & \\ E_\nu(z')e^{\gamma_\nu(z-z_{\nu-1})} + F_\nu(z')e^{-\gamma_\nu(z-z_{\nu-1})} + R_\nu e^{-\gamma_\nu|z-z'|}; & z_\nu < z, z' < z_{\nu-1}, \\ \vdots & \\ E_{N+1}(z')e^{\gamma_{N+1}(z-z_N)}; & z < z_N, \end{cases} \quad (\text{B.8})$$

wobei sich  $z'$  in der  $\nu$ -ten Schicht befindet. Dieser Ansatz erfüllt die Randbedingungen bei  $z = \pm\infty$ , wonach (a) entweder in  $z$ -Richtung gebundene Zustände (Normalmoden) existieren oder (b) sich in  $z$ -Richtung ausbreitende, d. h. abstrahlende Zustände (virtuelle Moden) vorliegen. Die Elemente des Green-Tensors  $D_{xz}$ ,  $D_{zx}$  und  $D_{zz}$  stehen in folgendem Zusammenhang zu  $D_{xx}$ :

$$D_{xz}(\mathbf{q}; z, z'|\omega) = \frac{iq}{\alpha_\nu^2} \frac{\partial}{\partial z'} D_{xx}(\mathbf{q}; z, z'|\omega) , \quad (\text{B.9})$$

$$D_{zx}(\mathbf{q}; z, z'|\omega) = -\frac{iq}{\alpha_\nu^2} \frac{\partial}{\partial z'} D_{xx}(\mathbf{q}; z, z'|\omega) \quad (\text{B.10})$$

und

$$D_{zz}(\mathbf{q}; z, z'|\omega) = \frac{\delta(z - z')}{\alpha_\nu^2} + \frac{q^2}{\alpha_\nu^4} \frac{\partial^2}{\partial z \partial z'} D_{xx}(\mathbf{q}; z, z'|\omega) . \quad (\text{B.11})$$

An den Grenzflächen des Vielschicht-Systems hat man dann bezüglich  $z$  die folgenden Übergangsbedingungen zu erfüllen:

$$\Delta [\kappa(\mathbf{q}; z, z'|\omega)] = 0 , \quad (\text{B.12})$$

$$\Delta \left[ \frac{1}{\tau_\nu} \frac{\partial}{\partial z} \kappa(\mathbf{q}; z, z'|\omega) \right] = 0 , \quad (\text{B.13})$$

gültig für alle  $z'$ , wobei  $\Delta$  die Änderung der entsprechenden Größe am Schichtübergang beschreibt.

Die Schichtfolge der SHS und die Transformation auf die zur Berechnung der elektronischen Eigenschaften gewählten Koordinaten  $\bar{z}$  sind in Abb. B.1 (b) dargestellt. Im Halbraum  $\nu = 3$  befindet sich dabei Vakuum mit der dielektrischen Konstanten  $\varepsilon_\infty^{(3)} = 1$  oder eine metallische Gate-Elektrode mit der dielektrischen Konstanten  $\varepsilon_\infty^{(3)} = -2 \times 10^5$ , [Kra96] in der Schicht  $\nu = 2$  das Barrierenmaterial  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  und im Halbraum  $\nu = 1$  GaAs. Unter Benutzung des Ansatzes (B.8) erhält man nach Berücksichtigung der Übergangsbedingungen (B.12) und (B.13) für den hier ausschließlich betrachteten Kernbeitrag ( $\bar{z}, \bar{z}' > 0$ ) im Fall der Elektrostatik

folgenden Ausdruck:

$$D(q; \bar{z}, \bar{z}') = E_1 e^{-q(\bar{z} + \bar{z}')} + R_1 e^{-q|\bar{z} - \bar{z}'|} , \quad (\text{B.14})$$

wobei  $E_1$  gegeben ist durch

$$E_1 = \frac{\varepsilon_{12} + \varepsilon_{23} e^{-2qd_1}}{1 + \varepsilon_{12}\varepsilon_{23} e^{-2qd_1}} \frac{1}{2\varepsilon_{\infty}^{(1)} q} , \quad (\text{B.15})$$

und die Definition

$$\varepsilon_{\mu\nu} = \frac{\varepsilon_{\infty}^{(\mu)} - \varepsilon_{\infty}^{(\nu)}}{\varepsilon_{\infty}^{(\mu)} + \varepsilon_{\infty}^{(\nu)}} \quad (\text{B.16})$$

verwendet wurde. Der Bildladungs-Anteil zur Green-Funktion der SHS lautet somit

$$D^{im}(q; \bar{z}, \bar{z}') = E_1 e^{-q(\bar{z} + \bar{z}')} . \quad (\text{B.17})$$

Für die p-polarisierten Moden ergibt sich

$$D_{xx}(q, \bar{z}, \bar{z}'|\omega) = E_1 e^{-\alpha_1(\bar{z} + \bar{z}')} + R_1 e^{-\alpha_1|\bar{z} - \bar{z}'|} , \quad (\text{B.18})$$

mit

$$E_1 = \frac{r_{21} + r_{32} e^{-2\alpha_2 d_1}}{1 + r_{21} r_{32} e^{-2\alpha_2 d_1}} R_1 , \quad (\text{B.19})$$

unter Benutzung der Definition

$$r_{\mu\nu} = \frac{\varepsilon_{\infty}^{(\nu)} \alpha_{\mu} - \varepsilon_{\infty}^{(\mu)} \alpha_{\nu}}{\varepsilon_{\infty}^{(\nu)} \alpha_{\mu} + \varepsilon_{\infty}^{(\mu)} \alpha_{\nu}} . \quad (\text{B.20})$$

Der Bildladungs-Anteil zum Green-Tensor-Element  $D_{xx}$  in einer SHS beträgt also

$$D_{xx}^{im}(q, \bar{z}, \bar{z}'|\omega) = E_1 e^{-\alpha_1(\bar{z} + \bar{z}')} . \quad (\text{B.21})$$

Die Schichtfolge und die zur Berechnung des elektronischen Grundzustandes angepaßten Koordinaten der DHS sind in Abb. B.1 (c) dargestellt. Im Halbraum  $\nu = 3$  befindet sich wieder entweder Vakuum ( $\varepsilon_{\infty}^{(3)} = 1$ ) oder eine metallische Gate-Elektrode ( $\varepsilon_{\infty}^{(3)} = -2 \times 10^5$ ), in der ersten Schicht  $\nu = 2$  das Barrierenmaterial  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ , in der Schicht  $\nu = 1$  der GaAs Quantentrog und im abschließenden Halbraum  $\nu = 2$  wiederum  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ . Man erhält für den Kernbeitrag ( $-d/2 < \bar{z}, \bar{z}' < d/2$ ) zur Green-Funktion der Elektrostatik den Ausdruck

$$D(q; \bar{z}, \bar{z}') = E_1(\bar{z}') e^{q(\bar{z} - \frac{d}{2})} + F_1(\bar{z}') e^{-q(\bar{z} - \frac{d}{2})} + R_1 e^{-q|\bar{z} - \bar{z}'|} , \quad (\text{B.22})$$

mit

$$E_1(\bar{z}') = \left\{ \frac{\left( \varepsilon_{12} e^{q(\bar{z}' - \frac{d}{2})} + e^{-q(\bar{z}' - \frac{d}{2})} \right) (1 + \varepsilon_{12}\varepsilon_{23} e^{-2qd_1})}{(1 + \varepsilon_{12}\varepsilon_{21} e^{-2qd}) \left( 1 + \frac{\varepsilon_{21} + \varepsilon_{12} e^{-2qd}}{1 + \varepsilon_{12}\varepsilon_{21} e^{-2qd}} \varepsilon_{32} e^{-2qd_1} \right)} - e^{-q(\bar{z}' - \frac{d}{2})} \right\} \frac{1}{2q\varepsilon_{\infty}^{(1)}} \quad (\text{B.23})$$

und

$$F_1(\bar{z}') = \frac{1}{\varepsilon_{12}} E_1(\bar{z}') - \frac{1}{2q\varepsilon_{\infty}^{(1)}} e^{-q(\bar{z}' - \frac{d}{2})} , \quad (\text{B.24})$$

so daß für den Bildladungs-Anteil in einer DHS gilt:

$$D^{im}(q; \bar{z}, \bar{z}') = E_1(\bar{z}') e^{q(\bar{z} - \frac{d}{2})} + F_1(\bar{z}') e^{-q(\bar{z} - \frac{d}{2})} . \quad (\text{B.25})$$

Im Fall der p-polarisierten Moden findet man

$$D_{xx}(q; \bar{z}, \bar{z}' | \omega) = E_1(\bar{z}') e^{\alpha_1(\bar{z} - \frac{d}{2})} + F_1(\bar{z}') e^{-\alpha_1(\bar{z} - \frac{d}{2})} + R_1 e^{-\alpha_1 |\bar{z} - \bar{z}'|} , \quad (\text{B.26})$$

mit

$$E_1(\bar{z}') = \left\{ \frac{\left( r_{21} e^{\alpha_1(\bar{z}' - \frac{d}{2})} + e^{-\alpha_1(\bar{z}' - \frac{d}{2})} \right) (1 + r_{21} r_{32} e^{-2\alpha_1 d_1})}{(1 + r_{21} r_{12} e^{-2\alpha_1 d}) \left( 1 + \frac{r_{12} + r_{21} e^{-2\alpha_1 d}}{1 + r_{21} r_{12} e^{-2\alpha_1 d}} r_{23} e^{-2\alpha_1 d_1} \right)} - e^{-\alpha_1(\bar{z}' - \frac{d}{2})} \right\} R_1 \quad (\text{B.27})$$

und

$$F_1(\bar{z}') = \frac{1}{r_{21}} E_1(\bar{z}') - R_1 e^{-\alpha_1(\bar{z}' - \frac{d}{2})} . \quad (\text{B.28})$$

Der Bildladungs-Anteil zu  $D_{xx}$  für die DHS lautet somit:

$$D_{xx}^{im}(q; \bar{z}, \bar{z}' | \omega) = E_1(\bar{z}') e^{\alpha_1(\bar{z} - \frac{d}{2})} + F_1(\bar{z}') e^{-\alpha_1(\bar{z} - \frac{d}{2})} . \quad (\text{B.29})$$

Die Beschränkung auf die jeweiligen Kernbeiträge zur Green-Funktion bzw. zum Green-Tensor bei der Berechnung der Matrixelemente der Bildladungs-Wechselwirkung ist im allgemeinen eine Näherung und liefert nur im Fall unendlich hoher elektronischer Potentialbarrieren exakte Ergebnisse. Aufgrund des sehr geringen Eindringens der elektronischen Wellenfunktionen von GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As-Heterostrukturen in das Barrierenmaterial (Abb. 1.3) kann jedoch der maximale Fehler gegenüber der Einbeziehung aller wirksamen Beiträge zu < 5 % abgeschätzt werden.

## Anhang C

# Das Programm `ceqt`

Im Rahmen dieser Arbeit wurde das Computerprogramm `ceqt` erstellt, welches die selbstkonsistente Berechnung des elektronischen Grundzustandes sowie die Bestimmung der Plasmon- und Plasmon-LO-Phonon-Anregungsenergien und die Simulation der optischen Absorptions-Spektren des Q2DEG in GaAs-Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As-Einfach- und Doppelheterostrukturen mit Gate-Elektrode und Gitterkoppler ermöglicht. Das in der Programmiersprache FORTRAN 77 geschriebene Programm basiert auf einem von V. Latussek zur Berechnung des Grundzustandes in Einfachheterostrukturen entwickelten Selbstkonsistenz-Zyklus. [Fri96a]

Das Hauptprogramm `ceqt.f` entnimmt die Eingabe-Parameter für die numerischen Rechnungen aus der Datei `ceqt.in` und benutzt eine Reihe von Programm-Bibliotheken:

- `ceqt_s.f`: Subroutinen und Funktionen zur Berechnung des Grund- und Anregungszustandes sowie der optischen Absorption des Q2DEG.
- `ceqt_rou.f`: Allgemeine Rechenprozeduren wie etwa Diagonalisierungs-Routinen.
- `ceqt_ext.f`: In Zusammenarbeit mit L. Wendler geschriebene Subroutinen, welche als Grundlage für die selbstkonsistente Berechnung der Dispersionsrelationen von Q2D-Plasmonen und Q2D-Plasmon-Phononen in einem weiten Bereich des Wellenzahlvektor-Übertrags  $q$  dienen. [Wen86, Wen87, Wen90] Die mit der Bibliothek `ceqt_ext.f` verbundenen Funktionen des Programms `ceqt` wurden in dieser Arbeit nicht benutzt und werden daher im folgenden nicht weiter beschrieben.

Die Bestimmung des elektronischen Grundzustandes von SHS und DHS mit dem Programm `ceqt` erfolgt entsprechend den in Kap. 1 aufgeführten Gleichungen in einem numerischen Stützstellen-Verfahren, wobei die Erzielung der Konvergenz zwischen der Poisson-Gleichung (1.8) und der Einteilchen-Kohn-Sham-Gleichung (1.6) durch geeignete Steuerparameter geregelt werden kann. Bei Vorgabe der Elektronendichte  $N_s$  beschränken sich die Rechnungen auf das Gebiet der Ausdehnung der elektronischen Wellenfunktionen und behandeln die dotierten Bereiche der Heterostrukturen in Form von Randbedingungen der Poisson-Gleichung. Die Rechenergebnisse werden im allgemeinen in den internen Programm-Grundeinheiten 1 meV und 10 nm ausgegeben und in folgenden Dateien abgespeichert:

- `ceqt_pot.dat`: Einteilchen-Potential  $V(z)$  sowie Verarmungs-Potential  $V_d(z)$  [letzter Term auf der rechten Seite von Gl. (1.20)], Hartree-Potential  $V_H(z)$  und Austausch-Korrelations-Potential  $V_{xc}(z)$ .
- `ceqt_wf1.dat`: Einteilchen-Wellenfunktionen  $\varphi_j(z)$ .
- `ceqt_wf2.dat`: Betragsquadrate  $|\varphi_j(z)|^2$  der Einteilchen-Wellenfunktionen.
- `ceqt_nsz.dat`: Elektronendichte pro Einheitsfläche,  $N_s(z)$ .

- `ceqt_lv1.dat`: Chemisches Potential  $\mu(T)$ , Einteilchen-Energieniveaus  $E_j$ , Subband-Besetzungszahlen  $N_s^j$  und Ausdehnung  $z_{jj}$  der Wellenfunktionen nach Gl. (2.39).
- `ceqt_esc.dat`: Einteilchen-Energiedifferenzen  $E_{jk}$  (in  $\text{cm}^{-1}$ ).
- `ceqt_osc.dat`: Oszillatorstärken  $f_{jk}$  [nach Gl. (3.79)].

Die Energien der Ladungsdichte-Anregungen in SHS und DHS können im Rahmen verschiedener Näherungen, deren Wahl über den Parameter `response` in der Eingabedatei `ceqt.in` erfolgt, berechnet werden. Das Programm schreibt die in der Einheit  $\text{cm}^{-1}$  ausgegebenen Ergebnisse in die Datei `ceqt_esc.dat`.

- `response=0`: Langwellige und diagonale Näherung der Plasmon- und Plasmon-LO-Phonon-Energien  $E_{jk}^{p(\pm),L}$  nach Gln. (2.35)-(2.41). Die Terme der kollektiven Verschiebung der Intersubband-Moden nach Gl. (2.39),  $\alpha_{jk}$ ,  $\beta_{jk}$  und  $\mu_{jk}$ , werden zusätzlich in der Datei `ceqt_shi.dat` abgespeichert.
- `response=1`: N-Subband-Modell ( $E_{jk}^p$ ) und vergleichende diagonale Näherung ( $E_{jk}^{p,d}$ ) der Ladungsdichte-Anregungen des Q2DEG nach Abschnitt 2.2.3. Die Bestimmung der Nullstellen der Dispersionsrelation wird auf die Lösung eines Eigenwertproblems zurückgeführt.
- `response=2`: N-Subband-Modell ( $E_{jk}^{p\pm}$ ) und vergleichende diagonale Näherung ( $E_{jk}^{p\pm,d}$ ) der Ladungsdichte-Anregungen des Q2DPG nach Abschnitt 2.2.3. Die Bestimmung der Nullstellen der Dispersionsrelation kann bei Einbeziehung der Elektron-LO-Phonon-Wechselwirkung nicht mehr auf ein Eigenwertproblem zurückgeführt werden. Die Dispersionsrelation wird nach Legendre-Polynomen entwickelt, deren (bekannte) Nullstellen die Lösung der Dispersionsrelation liefern.

Das Programm `ceqt` erlaubt bei der Wahl `response=1` und `response=2` Rechenserien für den Grundzustand und die Anregungsenergien des Q2DEG bzw. des Q2DPG in Abhängigkeit von der Temperatur  $T$  und der Elektronendichte  $N_s$ . Im Fall der DHS kann zur Simulation des Effektes einer Gate-Elektrode der Parameter  $b$ , welcher die Steigung des Hartree-Potentials  $V_H$  an der linken Integrationsgrenze angibt [Gl. (1.21)], durch ein Polynom zweiter Ordnung der Form  $b(N_s) = b_0 + b_1 N_s + b_2 (N_s)^2$  mit der Elektronendichte  $N_s$  variiert werden. Die Ergebnisse der Temperatur-Serien werden in folgenden Dateien gespeichert:

- `ceqt_tsg.dat`: Chemisches Potential  $\mu(T)$  und Einteilchen-Energieniveaus  $E_j(T)$ .
- `ceqt_tss.dat`: Einteilchen-Energiedifferenzen  $E_{jk}(T)$ .
- `ceqt_tsn.dat`: Subband-Partialdichten  $N_s^j(T)$ .
- `ceqt_tsc.dat`: Anregungsenergien  $E_{jk}^p(T)$  bzw.  $E_{jk}^{p\pm}(T)$  im N-Subband-Modell für das Q2DEG bzw. Q2DPG (in  $\text{cm}^{-1}$ ).
- `ceqt_tsd.dat`: Anregungsenergien  $E_{jk}^{p,d}(T)$  bzw.  $E_{jk}^{p\pm,d}(T)$  in diagonalen Näherung für das Q2DEG bzw. Q2DPG (in  $\text{cm}^{-1}$ ).

Die Resultate der Ladungsdichte-Serien können folgenden Dateien entnommen werden:

- `ceqt_nsg.dat`: Chemisches Potential  $\mu(N_s)$  und Einteilchen-Energieniveaus  $E_j(N_s)$ .
- `ceqt_nss.dat`: Bandverbiegungs-Parameter  $b(N_s)$  und Einteilchen-Energiedifferenzen  $E_{jk}(N_s)$ .
- `ceqt_nsn.dat`:  $b(N_s)$  und Subband-Partialdichten  $N_s^j(N_s)$ .



- `ceqt_nsp.dat`: Energien (in  $\text{cm}^{-1}$ ) der Grenzen der Einteilchen-Kontinua [Wen86, Wen96] in Abhängigkeit von  $N_s$ .
- `ceqt_nsc.dat`:  $b(N_s)$  und Anregungsenergien  $E_{jk}^p(N_s)$  bzw.  $E_{jk}^{p\pm}(N_s)$  im N-Subband-Modell für das Q2DEG bzw. Q2DPG (in  $\text{cm}^{-1}$ ).
- `ceqt_nsd.dat`:  $b(N_s)$  und Anregungsenergien  $E_{jk}^{p,d}(N_s)$  bzw.  $E_{jk}^{p\pm,d}(N_s)$  in diagonalen Näherung für das Q2DEG bzw. Q2DPG (in  $\text{cm}^{-1}$ ).

Die optische Absorption des Q2DEG und des Q2DPG in GaAs- $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -Einfach- und Doppelheterostrukturen mit Gate-Elektrode und Gitterkoppler [Gl. (3.76)] kann vom Programm `ceqt` mit (Eingabeparameter `retard=1`) und ohne Berücksichtigung der Retardierung (`retard=0`) unter Einbeziehung von bis zu 30 Beugungsordnungen des Gitters berechnet werden. Die Absorptions-Spektren [ $K(\omega)$  in %] finden sich in diesen Dateien:

- `ceqt_kag.dat`: Absorption im N-Subband-Modell.
- `ceqt_kdg.dat`: Absorption in diagonalen Näherung.

Auch bei Berechnung der Absorptions-Spektren können Rechenserien in Abhängigkeit von der Temperatur  $T$  und der Elektronendichte  $N_s$  durchgeführt werden. Die entsprechenden Daten schreibt das Programm im Fall der  $T$ -Serie ( $N_s$ -Serie) in folgende Dateien (Laufindex  $X = 1, 2, 3, \dots$ ):

- `kagtX.dat` (`kagnX.dat`): Absorption im N-Subband-Modell.
- `kdgtX.dat` (`kdgnX.dat`): Absorption in diagonalen Näherung.

Die Absorption der Probe ohne Gitterkoppler erhält man durch die Einstellung `nod=0` des die Zahl der berücksichtigten Beugungsordnungen beschreibenden Parameters `nod` in der Eingabedatei `ceqt.in`.



# Literaturverzeichnis

- [Abs79] G. Abstreiter and K. Ploog, *Phys. Rev. Lett.* **42**, 1308 (1979).
- [Ada85] S. Adachi, *J. Appl. Phys.* **58**, R1 (1985).
- [All76] S. J. Allen, Jr., D. C. Tsui, and B. Vinter, *Solid State Commun.* **20**, 425 (1976).
- [And74] T. Ando, *J. Phys. Soc. Jap.* **37**, 622 (1974).
- [And76] T. Ando, *Phys. Rev. B* **13**, 3468 (1976).
- [And77] T. Ando, *Z. Physik B* **26**, 263 (1977).
- [And82a] T. Ando, *J. Phys. Soc. Jap.* **51**, 3893 (1982).
- [And82b] T. Ando, A. B. Fowler, and F. Stern, *Rev. Mod. Phys.* **54**, 437 (1982).
- [And85] T. Ando, *J. Phys. Soc. Jap.* **54**, 2671 (1985).
- [Ash76] N. W. Ashcroft and N. D. Mermin, *Solid State Physics* (Saunders College, Philadelphia, 1976).
- [Bar75] A. S. Barker, Jr. and A. J. Sievers, *Rev. Mod. Phys.* **47**, S1 (1975).
- [Bas81] G. Bastard, *Phys. Rev. B* **24**, 5693 (1981).
- [Bat84] E. Batke and D. Heitmann, *Infrared Phys.* **24**, 189 (1984).
- [Bat85] E. Batke, D. Heitmann, J. P. Kotthaus, and K. Ploog, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 2367 (1985).
- [Bat86] E. Batke, D. Heitmann, and C. W. Tu, *Phys. Rev. B* **34**, 6951 (1986).
- [Bat89] E. Batke, G. Weimann, and W. Schlapp, *Phys. Rev. B* **39**, 11171 (1989).
- [Bat91] E. Batke, in *Festkörperprobleme / Advances in Solid State Physics Vol. 31*, edited by U. Rössler (Vieweg, Braunschweig, 1991), S. 297.
- [Bel72] R. J. Bell, *Introductory Fourier Transform Spectroscopy* (Academic Press, New York, 1972).
- [Bha96] A. S. Bhatti, D. Richards, H. P. Hughes, E. H. Linfield, D. A. Ritchie, and G. A. C. Jones, in *23rd International Conference on the Physics of Semiconductors*, edited by M. Scheffler and R. Zimmermann (World Scientific, Singapore, 1996), S. 1899.
- [Bla82] R. Blachnik and W. Kress, in *Landolt-Börnstein Vol. 17a*, edited by K. H. Hellwege (Springer, Berlin, 1982), S. 234.
- [Boe90] G. S. Boebinger, H. W. Jiang, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 1793 (1990).

- [Boe92] G. S. Boebinger, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, Phys. Rev. B **45**, 11391 (1992).
- [Bol00a] B. G. Bolcatto and C. R. Proetto, Phys. Rev. Lett. **85**, 1734 (2000).
- [Bol00b] B. G. Bolcatto and C. R. Proetto, Phys. Rev. Lett. **85**, 679 (2000).
- [Boo03] M.-T. Bootsmann, C.-M. Hu, Ch. Heyn, D. Heitmann, and C. Schüller, Phys. Rev. B **67**, 121309(R) (2003).
- [Bre89] L. Brey, N. F. Johnson, and B. I. Halperin, Phys. Rev. B **40**, 10647 (1989).
- [Bur92] M. G. Burt, J. Phys. Condens. Matter **4**, 6651 (1992).
- [Cam96] K. L. Campman, H. Schmidt, A. Imamoğlu, and A. C. Gossard, Appl. Phys. Lett. **69**, 2554 (1996).
- [Car82a] M. Cardona, in *Light Scattering in Solids II*, edited by M. Cardona and G. Güntherodt, Topics in Applied Physics Vol. 50 (Springer, Berlin, 1982), S. 19.
- [Car82b] M. Cardona and G. Harbeke, in *Landolt-Börnstein Vol. 17a*, edited by K. H. Hellwege, (Springer, Berlin, 1982). S. 242.
- [Cha85] A. V. Chaplik, Surf. Sci. Rep. **5**, 289 (1985).
- [Che76] W. P. Chen, Y. J. Chen, and E. Burstein, Surf. Sci. **58**, 263 (1976).
- [Con66] J. Connes and P. Connes, J. Opt. Soc. Am. **56**, 896 (1966).
- [Coo65] J. W. Cooley and J. W. Tukey, Math. Comput. **19**, 267 (1965).
- [Dah77] D. A. Dahl and L. J. Sham, Phys. Rev. B **16**, 651 (1977).
- [Dec94] R. Decca, A. Pinczuk, S. Das Sarma, B. S. Dennis, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, Phys. Rev. Lett. **72**, 1506 (1994).
- [Den00] P. Denk, M. Hartung, A. Wixforth, K. L. Campmann, and A. C. Gossard, Physica E **8**, 269 (2000).
- [Din78] R. Dingle, H. L. Störmer, A. C. Gossard, and W. Wiegmann, Appl. Phys. Lett. **33**, 665 (1978).
- [Dre90] R. M. Dreizler and E. K. U. Gross, *Density Functional Theory* (Springer, Berlin, 1990).
- [Dum93] T. Dumelow, T. J. Parker, S. R. P. Smith, and D. R. Tilley, Surf. Sci. Rep. **17**, 151 (1993).
- [Ehr59] H. Ehrenreich and H. H. Cohen, Phys. Rev. **115**, 786 (1959).
- [Eke89] U. Ekenberg, Phys. Rev. B **40**, 7714 (1989).
- [Ern94] S. Ernst, A. R. Goñi, K. Syassen, and K. Eberl, Phys. Rev. Lett. **72**, 4029 (1994).
- [Fai93] J. Faist, F. Capasso, A. L. Hutchinson, L. Pfeiffer, and K. W. West, Phys. Rev. Lett. **71**, 3573 (1993).
- [Fai94a] J. Faist, C. Sirtori, F. Capasso, L. Pfeiffer, and K. W. West, Appl. Phys. Lett. **64**, 872 (1994).
- [Fai94b] J. Faist, F. Capasso, D. L. Sivco, C. Sirtori, A. L. Hutchinson, and A. Y. Cho, Science **264**, 553 (1994).
- [Fas84] D. Fasold, K. Hehl, and S. Jetschke, Phys. Status Solidi A **86**, 125 (1984).

- [Fel58] P. Fellgett, *J. Phys. Radium* **19**, 187 (1958).
- [Fer89] R. Ferreira and G. Bastard, *Phys. Rev. B* **40**, 1074 (1989).
- [Fet71] A. L. Fetter and J. K. Walecka, *Quantum Theory of Many-Particle Systems* (McGraw-Hill, New York, 1971).
- [Fis83] G. Fishman, *Phys. Rev. B* **27**, 7611 (1983).
- [Fri96a] T. Friedrich, Dissertation (Universität Würzburg, 1996).
- [Fri96b] T. Friedrich, M. Rösch, V. Latussek, E. Batke, K. Köhler, and P. Ganser, in *23rd International Conference on the Physics of Semiconductors*, edited by M. Scheffler and R. Zimmermann (World Scientific, Singapore, 1996), S. 2295.
- [Fuc65] R. Fuchs and K. L. Kliewer, *Phys. Rev.* **140**, A2076 (1965).
- [Gam92] D. Gammon, B. V. Shanabrook, J. C. Ryan, D. S. Katzer, and M. J. Yang, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 1884 (1992).
- [Gau95] C. Gauer, A. Wixforth, J. P. Kotthaus, M. Kubisa, W. Zawadzki, B. Brar, and H. Kroemer, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 2772 (1995).
- [Gei75] R. Geick, in *New Theoretical Aspects*, edited by F. L. Boschke, *Topics in Current Chemistry Vol. 58* (Springer, Berlin, 1975), S. 73.
- [Gen69] L. Genzel, *Fourier-Spektroskopie* (Teubner, Stuttgart, 1969).
- [Ger75] R. R. Gerhardt, *Z. Phys. B* **21**, 275 (1975).
- [Gra00] S. Graf, H. Sigg, K. Köhler, and W. Bächthold, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2686 (2000).
- [Gud87] V. Gudmundsson and R. R. Gerhardt, *Phys. Rev. B* **35**, 8005 (1987).
- [Gul86] Y. Guldner, J. P. Vieren, M. Voos, F. Delahaye, D. Dominguez, J. P. Hirtz, and M. Razeghi, *Phys. Rev. B* **33**, 3990 (1986).
- [Gum95] G. Gumbs and G. R. Aizin, *Phys. Rev. B* **51**, 7074 (1995).
- [Gun76] O. Gunnarsson and B. I. Lundqvist, *Phys. Rev. B* **13**, 4274 (1976).
- [Han87] W. Hansen, Dissertation (Universität Hamburg, 1987).
- [Hei87] D. Heitmann, in *Physics and Applications of Quantum Wells and Superlattices*, edited by E. E. Mendez and K. v. Klitzing (Plenum Press, New York, 1987), S. 317.
- [Hel00] M. Helm, in *Intersubband Transitions in Quantum Wells: Physics and Device Applications I*, edited by H. C. Liu and F. Capasso, *Semiconductors and Semimetals Vol. 62* (Academic Press, San Diego, 2000), S. 1.
- [Hey95] J. N. Heyman, K. Unterrainer, K. Craig, B. Galdrikian, M. S. Sherwin, K. Campman, P. F. Hopkins, and A. C. Gossard, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 2682 (1995).
- [Hil97] N. P. R. Hill, J. T. Nicholls, E. H. Linfield, M. Pepper, D. A. Ritchie, G. A. C. Jones, B. Y.-K. Hu, and K. Flensberg, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 2204 (1997).

- [Hir90] K. Hirakawa, Y. Hashimoto, and T. Ikoma, *Appl. Phys. Lett.* **57**, 2555 (1990).
- [Hir93] K. Hirakawa, M. Grayson, D. C. Tsui, and Ç. Kurdak, *Phys. Rev. B* **47**, 16651 (1993).
- [Hiy82] S. Hiyamizu and T. Mimura, *J. Crystal Growth* **56**, 455 (1982).
- [Hoh64] P. Hohenberg and W. Kohn, *Phys. Rev.* **136**, B864 (1964).
- [Hol02a] S. Holland, C.-M. Hu, Ch. Heyn, and D. Heitmann, *Phys. Rev. B* **66**, 073305 (2002).
- [Hol02b] S. Holland, K. Bittkau, C.-M. Hu, Ch. Heyn, and D. Heitmann, *Phys. Rev. B* **66**, 233302 (2002).
- [Hu 00] C.-M. Hu and D. Heitmann, *Appl. Phys. Lett.* **77**, 1475 (2000).
- [Hu 01] C.-M. Hu, C. Schüller, and D. Heitmann, *Phys. Rev. B* **64**, 073303 (2001).
- [Hua63] K. Huang, *Statistical Mechanics* (Wiley, New York, 1963).
- [Hua95] D. Huang, G. Gumbs, and M. O. Manasreh, *Phys. Rev. B* **52**, 14126 (1995).
- [Hur85] G. A. M. Hurkx and W. van Haeringen, *J. Phys. C* **18**, 5617 (1985).
- [Jac60] P. Jacquinet, *Rep. Prog. Phys.* **23**, 267 (1960).
- [Jac62] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics* (Wiley, New York, 1962).
- [Jai87] J. K. Jain and S. Das Sarma, *Phys. Rev. B* **36**, 5949 (1987).
- [Joh78] L. F. Johnson, G. W. Kammlott, and K. A. Ingersoll, *Appl. Optics* **17**, 1165 (1978).
- [Kai98] D. S. Kainth, D. Richards, H. P. Hughes, M. Y. Simmons, and D. A. Ritchie, *Phys. Rev. B* **57**, R2065 (1998).
- [Kai00] D. S. Kainth, D. Richards, H. P. Hughes, M. Y. Simmons, and D. A. Ritchie, *J. Phys.: Condens. Matter* **12**, 439 (2000).
- [Kam93] M. Kaminska and E. R. Weber, in *Imperfections in III-V Materials*, edited by E. R. Weber, *Semiconductors and Semimetals Vol. 38* (Academic Press, New York, 1993), S. 59.
- [Kli69] K. I. Kliewer and R. Fuchs, *Phys. Rev.* **181**, 552 (1969).
- [Kli80] K. v. Klitzing, G. Dorda, and M. Pepper, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 494 (1980).
- [Kne77] P. Knetscharek and J. F. Koch, *Phys. Rev. B* **16**, 1590 (1977).
- [Kni76] Z. Knittl, *Optics of Thin Films* (Wiley, London, 1976).
- [Koh61] W. Kohn, *Phys. Rev.* **123**, 1242 (1961).
- [Koh65] W. Kohn and L. J. Sham, *Phys. Rev.* **140**, A1133 (1965).
- [Kra81] M. V. Krasheninnikov and A. V. Chaplik, *Fiz. Tekh. Poluprovodn.* **15**, 32 (1981) [*Sov. Phys. Semicond.* **15**, 19 (1981)].
- [Kra96] T. Kraft, *Dissertation* (Universität Halle-Wittenberg, 1996).

- [Kub57] R. Kubo, J. Phys. Soc. Japan **12**, 570 (1957).
- [Kuk03] I. V. Kukushkin, J. H. Smet, S. A. Mikhailov, D. V. Kulakovskii, K. von Klitzing, and W. Wegscheider, Phys. Rev. Lett. **90**, 156801 (2003).
- [Kum94] S. Kumada, S. Suga, and A. Okiji, J. Phys. Soc. Jap. **63**, 239 (1994).
- [Lan46] L. D. Landau, J. Phys. USSR **10**, 25 (1946).
- [Lee80] H. J. Lee, L. Y. Jurel, J. C. Woolley, and A. J. Spring Thorpe, Phys. Rev. B **21**, 659 (1980).
- [Lee95] S.-C. Lee, I. Galbraith, and C. R. Pidgeon, Phys. Rev. B **52**, 1874 (1995).
- [Lee99] S.-C. Lee and I. Galbraith, Phys. Rev. B **59**, 15796 (1999).
- [Lev87] B. F. Levine, K. K. Choi, C. G. Bethea, J. Walker, and R. J. Malik, Appl. Phys. Lett. **50**, 1092 (1987).
- [Lev90] J. A. Levenson, G. Dolique, J. L. Oudar, and I. Abram, Phys. Rev. B **41**, 3688 (1990).
- [Li 92] W. J. Li and B. D. McCombe, J. Appl. Phys. **71**, 1038 (1992).
- [Li 03] J. Li and C. Z. Ning, Phys. Rev. Lett. **91**, 097401 (2003).
- [Liu01] X.-H. Liu, X.-H. Wang, and B.-Y. Gu, Phys. Rev. B **64**, 195322 (2001).
- [Luo93] M. S.-C. Luo, S. L. Chuang, S. Schmitt-Rink, and A. Pinczuk, Phys. Rev. B **48**, 11086 (1993).
- [Lut60] J. M. Luttinger, Phys. Rev. **119**, 1153 (1960).
- [Mac84] U. Mackens, D. Heitmann, L. Prager, J. P. Kotthaus, and W. Beinvogl, Phys. Rev. Lett. **53**, 1485 (1984).
- [Mal78] P. F. Maldague, Surf. Sci. **73**, 296 (1978).
- [Man96] H. C. Manoharan, Y. W. Suen, M. B. Santos, and M. Shayegan, Phys. Rev. Lett. **77**, 1813 (1996).
- [Mar93] I. K. Marmorkos and S. Das Sarma, Phys. Rev. B **48**, 1544 (1993).
- [Men86] J. Menéndez, A. Pinczuk, D. J. Werder, A. C. Gossard, and J. H. English, Phys. Rev. B **33**, 8863 (1986).
- [Mer70] N. D. Mermin, Phys. Rev. B **1**, 2362 (1970).
- [Met99] C. Metzner and G. H. Döhler, Phys. Rev. B **60**, 11005 (1999).
- [Mil99] A. G. Milekhin, M. Rösch, E. Batke, K. Köhler, and P. Ganser, Solid State Commun. **112**, 387 (1999).
- [Mur97] B. N. Murdin, W. Heiss, C. J. G. M. Langerak, S.-C. Lee, I. Galbraith, G. Strasser, E. Gornik, M. Helm, and C. R. Pidgeon, Phys. Rev. B **55**, 5171 (1997).
- [Nic82] E. H. Nicollian and J. R. Brews, *Metal Oxide Semiconductor Physics and Technology* (Wiley, New York, 1982).
- [Nik97] D. E. Nikonov, A. Imamoğlu, L. V. Butov, and H. Schmidt, Phys. Rev. Lett. **79**, 4633 (1997).

- [Oel86] S. Oelting, D. Heitmann, and J. P. Kotthaus, *Phys. Rev. Lett.* **56**, 1846 (1986).
- [Pas97] K. Paschke, T. Geue, T. A. Barberka, A. Bolm, U. Pietsch, M. Rösch, E. Batke, F. Faller, K. Kerkel, J. Oshinowo, and A. Forchel, *Appl. Phys. Lett.* **70**, 1031 (1997).
- [Pet80] R. Petit, in *Electromagnetic Theory of Gratings*, edited by R. Petit, Topics in Modern Physics Vol. 22 (Springer, Berlin, 1980), S. 1.
- [Pet96] M. Petersilka, U. J. Gossmann, and E. K. U. Gross, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 1212 (1996).
- [Pil90] J. Pillath, Diplomarbeit (Universität Hamburg, 1990).
- [Pin56] D. Pines, *Can. J. Phys.* **34**, 1379 (1956).
- [Pin63] D. Pines, *Elementary Excitations in Solids* (Benjamin, New York, 1963).
- [Pin89a] A. Pinczuk and G. Abstreiter, in *Light Scattering in Solids V*, edited by M. Cardona and G. Güntherodt, Topics in Applied Physics Vol. 66 (Springer, Berlin, 1989), S. 153.
- [Pin89b] A. Pinczuk, S. Schmitt-Rink, G. Danan, J. P. Valladares, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 1633 (1989).
- [Pla97] A. S. Plaut, A. Pinczuk, P. I. Tamborenea, B. S. Dennis, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, *Phys. Rev. B* **55**, 9282 (1997).
- [Rad96] R. J. Radtke, P. I. Tamborenea, and S. Das Sarma, *Phys. Rev. B* **54**, 13832 (1996).
- [Rai99] O. E. Raichev and F. T. Vasko, *Phys. Rev. B* **60**, 7776 (1999).
- [Raj89] N. Raj and D. R. Tilley, in *The Dielectric Function of Condensed Systems*, edited by L. V. Keldysh, D. A. Kirzhnits, and A. A. Maradudin (North Holland, Amsterdam, 1989), S. 459.
- [Ray07] J. W. S. Rayleigh, *Proc. Roy. Soc. London Ser. A* **79**, 399 (1907).
- [Reb97] F. A. Reboredo and C. R. Proetto, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 463 (1997).
- [Reb98] F. A. Reboredo and C. R. Proetto, *Phys. Rev. B* **58**, 7450 (1998).
- [Rei00] M. Yu. Reizer and V. M. Vinokur, *Phys. Rev. B* **62**, R16306 (2000).
- [Rue91] H. Rucker, E. Molinari, and P. Lugli, *Phys. Rev. B* **44**, 3463 (1991).
- [San88] G. E. Santoro and G. F. Giuliani, *Phys. Rev. B* **37**, 937 (1988).
- [Sar81] S. Das Sarma and A. Madhukar, *Phys. Rev. B* **23**, 805 (1981).
- [Sar94] S. Das Sarma and P. I. Tamborenea, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 1971 (1994).
- [Sar98] S. Das Sarma and E. H. Hwang, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 4216 (1998).
- [Sar00] S. Das Sarma and E. H. Hwang, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 680 (2000).
- [Saw57] K. Sawada, K. A. Brueckner, N. Fukuda, and R. Brout, *Phys. Rev.* **108**, 507 (1957).
- [Smi85] T. P. Smith, B. B. Goldberg, P. J. Stiles, and M. Heiblum, *Phys. Rev. B* **32**, 2696 (1985).



- [Soo85] A. K. Sood, J. Menéndez, M. Cardona, and K. Ploog, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 2115 (1985).
- [Ste67] F. Stern, *Phys. Rev. Lett.* **18**, 546 (1967).
- [Ste84] F. Stern and S. Das Sarma, *Phys. Rev. B* **30**, 840 (1984).
- [Sue91] Y. W. Suen, J. Jo, M. B. Santos, L. W. Engel, S. W. Hwang, and M. Shayegan, *Phys. Rev. B* **44**, 5947 (1991).
- [Sue92] Y. W. Suen, L. W. Engel, M. B. Santos, M. Shayegan, and D. C. Tsui, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 1379 (1992).
- [Sue94] Y. W. Suen, H. C. Manoharan, X. Ying, M. B. Santos, and M. Shayegan, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 3405 (1994).
- [Swi97] L. Świerkowski and A. H. MacDonald, *Phys. Rev. B* **55**, R16017 (1997).
- [Tam94] P. I. Tamborenea and S. Das Sarma, *Phys. Rev. B* **49**, 16821 (1994).
- [Tan01] B. Tanatar and B. Davoudi, *Phys. Rev. B* **63**, 165328 (2001).
- [The80] T. N. Theis, *Surf. Sci.* **98**, 515 (1980).
- [Ton29] L. Tonks and I. Langmuir, *Phys. Rev.* **33**, 195 (1929).
- [Tsu78] D. C. Tsui, S. J. Allen, Jr., R. A. Logan, A. Kamgar, and S. N. Coppersmith, *Surf. Sci.* **73**, 419 (1978).
- [Tsu82] D. C. Tsui, H. L. Störmer, and A. C. Gossard, *Phys. Rev. Lett.* **48**, 1559 (1982).
- [Ull98] C. A. Ullrich and G. Vignale, *Phys. Rev. B* **58**, 15756 (1998).
- [Ull01] C. A. Ullrich and G. Vignale, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 037402 (2001).
- [Ull02] C. A. Ullrich and G. Vignale, *Phys. Rev. B* **65**, 245102 (2002).
- [Uma97] V. Umansky, R. de-Picciotto, and M. Heiblum, *Appl. Phys. Lett.* **71**, 683 (1997).
- [vA 88] P. von Allmen, M. Berz, G. Petrocelli, F.-K. Reinhart, and G. Harbeke, *Semicond. Sci. Technol.* **3**, 1211 (1988).
- [vA 92] P. von Allmen, *Phys. Rev. B* **46**, 13351 (1992).
- [Vig97] G. Vignale, C. A. Ullrich, and S. Conti, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 4878 (1997).
- [Vin77] B. Vinter, *Phys. Rev. B* **15**, 3947 (1977).
- [Vit81] R. Z. Vitlina and A. V. Chaplik, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **81**, 1011 (1981) [*Sov. Phys. JETP* **54**, 536 (1981)].
- [War96] R. J. Warburton, C. Gauer, J. P. Kotthaus, B. Brar, and H. Kroemer, *Phys. Rev. B* **53**, 7903 (1996).
- [War98] R. J. Warburton, K. Weilhammer, J. P. Kotthaus, M. Thomas, and H. Kroemer, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 2185 (1998).

- [Wei86] D. Weiss, K. v. Klitzing, and V. Mosser, in *Two-Dimensional Systems: Physics and New Devices*, edited by G. Bauer, F. Kuchar, and H. Heinrich, Springer Series in Solid-State Sciences Vol. 67 (Springer, Berlin, 1986), S. 204.
- [Wen85] L. Wendler, Phys. Status Solidi B **129**, 513 (1985).
- [Wen86] L. Wendler and R. Pechstedt, Phys. Status Solidi B **138**, 197 (1986).
- [Wen87] L. Wendler and R. Pechstedt, Phys. Status Solidi B **141**, 129 (1987).
- [Wen88a] L. Wendler, Solid State Commun. **65**, 1197 (1988).
- [Wen88b] L. Wendler, R. Haupt, and V. G. Grigoryan, Phys. Status Solidi B **149**, K123 (1988).
- [Wen89] L. Wendler and V. G. Grigoryan, Solid State Commun. **71**, 527 (1989).
- [Wen90] L. Wendler, R. Haupt, and V. G. Grigoryan, Physica B **167**, 91 (1990).
- [Wen93] L. Wendler and E. Kändler, Phys. Status Solidi B **177**, 9 (1993).
- [Wen94] L. Wendler and V. G. Grigoryan, Phys. Rev. B **49**, 14531 (1994).
- [Wen96] L. Wendler and T. Kraft, Phys. Rev. B **54**, 11436 (1996).
- [Wen97] L. Wendler, T. Kraft, M. Hartung, A. Berger, A. Wixforth, M. Sundaram, J. H. English, and A. C. Gossard, Phys. Rev. B **55**, 2303 (1997).
- [Wen99a] L. Wendler and T. Kraft, Phys. Rev. B **60**, 16603 (1999).
- [Wen99b] L. Wendler and T. Kraft, Physica B **271**, 33 (1999).
- [Wil01] J. B. Williams, M. S. Sherwin, K. D. Maranowski, and A. C. Gossard, Phys. Rev. Lett. **87**, 037401 (2001).
- [Wix94] A. Wixforth, M. Kaloudis, C. Roche, K. Ensslin, M. Sundaram, J. H. English, and A. C. Gossard, Semicond. Sci. Technol. **9**, 215 (1994).
- [Yi 83] K. S. Yi and J. J. Quinn, Phys. Rev. B **27**, 2396 (1983).
- [Za191] M. Załuźny, Phys. Rev. B **43**, 4511 (1991).
- [Za194] M. Załuźny, Appl. Phys. Lett. **65**, 1817 (1994).
- [Zan80] A. Zangwill and P. Soven, Phys. Rev. A **21**, 1561 (1980).
- [Zhe90] L. Zheng, W. L. Schaich, and A. H. MacDonald, Phys. Rev. B **41**, 8493 (1990).
- [Zhe91] L. Zheng and W. L. Schaich, Phys. Rev. B **43**, 4515 (1991).
- [Zhu83] Q. G. Zhu and H. Kroemer, Phys. Rev. B **27**, 3519 (1983).

# Publikationsliste

1. *Resonant Raman scattering in a zero-gap semiconductor: Interference effects and deformation potentials at the  $E_1$  and  $E_1 + \Delta_1$  gaps of HgTe,*  
M. Rösch, R. Atzmüller, G. Schaack, and C. R. Becker, Phys. Rev. B **49**, 13460 (1994).
2. *Mechanisms of resonant Raman scattering by TO and LO phonons in HgTe near the  $E_1$  and  $E_1 + \Delta_1$  gaps,*  
M. Rösch, R. Atzmüller, G. Schaack, and C. R. Becker, in *14th International Conference on Raman Spectroscopy*, edited by N.-T. Yu and X.-Y. Li (Wiley, Chichester, 1994), S. 360.
3. *Optical measurements in HgTe/HgCdTe heterostructures:*  
-*Electronic and vibrational properties*  
-*Absolute Raman cross sections,*  
R. Atzmüller, M. Rösch, G. Schaack, and C. R. Becker, in *14th International Conference on Raman Spectroscopy*, edited by N.-T. Yu and X.-Y. Li (Wiley, Chichester, 1994), S. 738.
4. *Resonant Raman scattering near the  $E_1$  gap of HgTe/(Hg,Cd)Te heterostructures,*  
R. Atzmüller, M. Rösch, G. Schaack, and C. R. Becker, Materials Science Forum **182-184**, 207 (1995).
5. *Quantum confinement effects above the fundamental band gap in HgTe/Hg<sub>0.3</sub>Cd<sub>0.7</sub>Te heterostructures studied by resonant Raman scattering near the  $E_1$  edge,*  
R. Atzmüller, M. Rösch, G. Schaack, and C. R. Becker, Phys. Rev. B **54**, 16907 (1996).
6. *Intersubband plasmon-phonon modes of a quasi two-dimensional electron gas in GaAs,*  
T. Friedrich, M. Rösch, V. Latussek, E. Batke, K. Köhler, and P. Ganser, in *23rd International Conference on the Physics of Semiconductors*, edited by M. Scheffler and R. Zimmermann (World Scientific, Singapore, 1996), S. 2295.
7. *Characterization of lateral semiconductor nanostructures by means of x-ray grazing incidence diffraction,*  
K. Paschke, T. Geue, T. A. Barberka, A. Bolm, U. Pietsch, M. Rösch, E. Batke, F. Faller, K. Kerkel, J. Oshinowo, and A. Forchel, Appl. Phys. Lett. **70**, 1031 (1997).
8. *Grating-coupler excited interface phonons in GaAs/AlAs superlattices,*  
A. G. Milekhin, M. Rösch, E. Batke, K. Köhler, and P. Ganser, Solid State Commun. **112**, 387 (1999).
9. *Infrared and Raman studies of confined and interface optical phonons in short-period GaAs/AlAs superlattices with a grating coupler,*  
A. G. Milekhin, M. Rösch, E. Batke, D. R. T. Zahn, K. Köhler, P. Ganser, V. Preobrazhenskii, and B. Semyagin, J. Vac. Sci. Technol. B **17**, 1738 (1999).

10. *Acoustic intersubband modes of the tunneling coupled bilayer system in a wide GaAs/GaAlAs quantum well*,  
M. Rösch, E. Batke, K. Köhler, and P. Ganser, 7th International Conference on Intersubband Transitions in Quantum Wells, Evolène (Switzerland) 2003.
11. *Optical and acoustic intersubband plasmons*,  
M. Rösch, E. Batke, K. Köhler, and P. Ganser, zur Veröffentlichung bei Europhys. Lett. eingereicht.
12. *Optical response of interacting collective excitations in the quasi two-dimensional polaron gas: Experiment and Theory*,  
M. Rösch and E. Batke, wird zur Veröffentlichung bei Phys. Rev. B eingereicht.
13. *Grating-coupler induced resonant interaction of photon and plasmon excitations in the quasi two-dimensional electron gas*,  
M. Rösch, E. Batke, and A. Forchel, wird zur Veröffentlichung bei Solid State Commun. eingereicht.

# Danksagung

An dieser Stelle möchte ich Herrn Prof. Dr. E. Batke für die Möglichkeit, die Arbeit in seiner Arbeitsgruppe anfertigen zu können, seine Unterstützung und sein fortwährendes Interesse an meiner Arbeit danken.

Vielen Dank an die ehemaligen Mitglieder der Arbeitsgruppe für die angenehme Atmosphäre und die Hilfsbereitschaft in allen Belangen. Hervorheben möchte ich dabei die freundschaftliche und inspirierende Zusammenarbeit mit Matthias Manger und Dr. Can-Ming Hu.

Mein besonderer Dank gilt auch Herrn Prof. Dr. L. Wendler für viele lehrreiche Diskussionen zur Theorie kollektiver Moden in Festkörpern und Herrn Volker Latussek für seine stete Gesprächsbereitschaft und die wertvollen und kenntnisreichen Anregungen insbesondere zur numerischen Umsetzung theoretischer Modelle.

Weiterhin danke ich Herrn Dr. K. Köhler vom Fraunhofer IAF in Freiburg für die mir zur Verfügung gestellten Proben und den Mitarbeitern unseres Mikrostrukturlabors für die Beratung bei technologischen Fragen.

