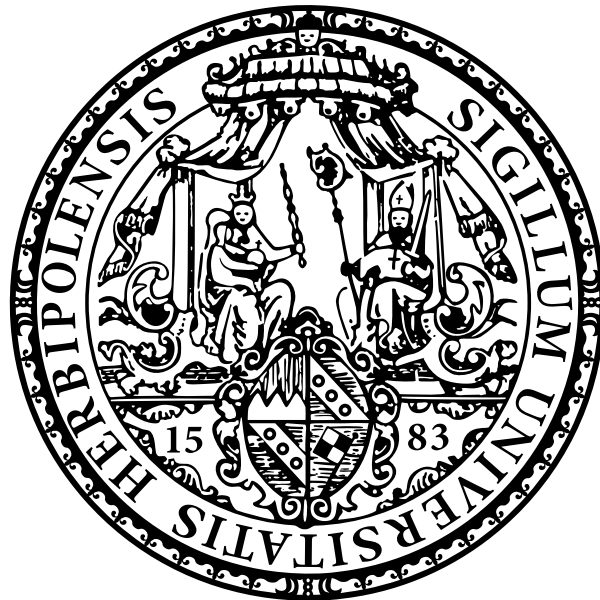


Teilchenbeschleunigung an kollisionsfreien Schockfronten

DISSERTATION
zur Erlangung des naturwissenschaftlichen Doktorgrades der
Julius-Maximilians-Universität Würzburg



VORGELEGT VON
PATRICK KILIAN
AUS DILLINGEN AN DER DONAU

Würzburg 2015

Eingereicht am: 29. Juli 2015
bei der Fakultät für Physik und Astronomie

1. Gutachter: Prof. Dr. Felix Spanier
2. Gutachter: Prof. Dr. Karl Mannheim
3. Gutachter: _____
der Dissertation.

Vorsitzende(r): Prof. Dr. Ralph Claessen

1. Prüfer: Prof. Dr. Felix Spanier
2. Prüfer: Prof. Dr. Karl Mannheim
3. Prüfer: Prof. Dr. Bert Hecht
im Promotionskolloquium (unzutreffendes streichen).

Tag des Promotionskolloquiums: 14. September 2015

Doktorurkunde ausgehändigt am:

Abstract

The magnetic field of the sun is not a simple static dipole field but comprises much more complicated structures. When magnetic reconnection changes the topology of a structure the large amount of energy that was stored in the magnetic field is released and can eject the remainder of the magnetic structure and the plasma that is frozen to the magnetic field lines from the solar corona at large velocities. This event is called a coronal mass ejection (CME). Given that the upward motion happens at velocities larger than the local Alfvén speed, the critical speed in the solar wind, the CME will act as a piston that drives a shock front through the solar wind ahead of itself.

Satellites that monitor solar wind conditions detect an enhanced flux of high energy particles associated with the shock front. Radio instruments typically pick up bursts of electromagnetic emission, termed radio bursts, that are also consistent with processes driven by energetic particles. Thus, and due to theoretical considerations, it is safe to assume that particles can be accelerated at the shock front.

Particle acceleration at collisionless shock fronts is an interesting topic for another reason. Earth is constantly bombarded by very energetic particles called (due to historical reasons) cosmic rays. The leading theory for the production of at least the fraction of cosmic rays that originate in our galaxy is acceleration at shock fronts, e.g. in super nova remnants. The large distance and consequently limited observation of these shock fronts restrict more detailed investigations.

It is therefore useful to study the process of shock acceleration at shocks in the solar system that are much closer and more approachable to develop and test models and simulation methods that can be applied in different regimes.

This dissertation aims at simulations of shock fronts with parameters that are close to the ones occurring in CME driven shocks. Since the goal is the investigation of the changing particle spectrum fully kinetic methods are necessary and consequently a particle in cell code was developed and used. The main challenge there is the large span of time and length scales that range from the microscopic regime that has to be resolved to guarantee stability and accuracy to the much larger scales of the entire shock fronts at which the particle acceleration takes place.

To prove the numerical stability and suitability of the simulations to provide physical results all numerical building blocks are tested on problems where the correct behavior is known to verify the correct implementation.

For validation purposes the results of the final shock simulations are compared with analytic predictions (such as the jump conditions from magneto hydrodynamics) and predictions of simpler plasma models (such as the cross shock potential that can be derived from two fluid theory). Finally results that can only be obtained from a self consistent, fully kinetic model, such as particle spectra and trajectories, are discussed.

Kurzzusammenfassung

Das Magnetfeld der Sonne ist kein einfaches statisches Dipolfeld, sondern weist wesentlich kompliziertere Strukturen auf. Wenn Rekonnexion die Topologie eines Feldlinienbündels verändert, wird viel Energie frei, die zuvor im Magnetfeld gespeichert war. Das abgetrennte Bündel wird mit dem damit verbundenen Plasma mit großer Geschwindigkeit durch die Korona von der Sonne weg bewegt. Dieser Vorgang wird als koronaler Massenauswurf bezeichnet. Da diese Bewegung mit Geschwindigkeiten deutlich über der Alfvén-Geschwindigkeit, der kritischen Geschwindigkeit im Sonnenwind, erfolgen kann, bildet sich eine Schockfront, die durch den Sonnenwind propagiert.

Satelliten, die die Bedingungen im Sonnenwind beobachten, detektieren beim Auftreten solcher Schockfronten einen erhöhten Fluss von hochenergetischen Teilchen. Mit Radioinstrumenten empfängt man zeitgleich elektromagnetische Phänomene, die als Radiobursts bezeichnet werden, und ebenfalls für die Anwesenheit energiereicher Teilchen sprechen. Daher, und aufgrund von theoretischen Überlegungen liegt es nahe, anzunehmen, daß Teilchen an der Schockfront beschleunigt werden können.

Die Untersuchung der Teilchenbeschleunigung an kollisionsfreien Schockfronten ist aber noch aus einem zweiten Grund interessant. Die Erde wird kontinuierlich von hochenergetischen Teilchen, die aus historischen Gründen als kosmische Strahlung bezeichnet werden, erreicht. Die gängige Theorie für deren Herkunft besagt, daß zumindest der galaktische Anteil durch die Beschleunigung an Schockfronten, die durch Supernovae ausgelöst wurden, bis zu den beobachteten hohen Energien gelangt sind. Das Problem bei der Untersuchung der Herkunft der kosmischen Strahlung ist jedoch, daß die Schockfronten um Supernovaüberreste aufgrund der großen Entfernung nicht direkt beobachtbar sind.

Es liegt dementsprechend nahe, die Schockbeschleunigung an den wesentlich näheren und besser zu beobachtenden Schocks im Sonnensystem zu studieren, um so Modelle und Simulationen entwickeln und testen zu können.

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich daher mit Simulationen von Schockfronten mit Parametern, die etwa denen von CME getriebenen Schocks entsprechen. Um die Entwicklung der Energieverteilung der Teilchen zu studieren, ist ein kinetischer Ansatz nötig. Dementsprechend wurden die Simulationen mit einem Particle-in-Cell Code durchgeführt. Die Herausforderung ist dabei die große Spanne zwischen den mikrophysikalischen Zeit- und Längenskalen, die aus Gründen der Genauigkeit und numerischen Stabilität aufgelöst werden müssen und den wesentlich größeren Skalen, die die Schockfront umfasst und auf der Teilchenbeschleunigung stattfindet.

Um die Stabilität und physikalische Aussagekraft der Simulationen sicherzustellen, werden die numerischen Bausteine mittels Testfällen, deren Verhalten bekannt ist, gründlich auf ihre Tauglichkeit und korrekte Implementierung geprüft.

Bei den resultierenden Simulationen wird das Zutreffen von analytischen Vorhersagen (etwa die Einhaltung der Sprungbedingungen) überprüft. Auch die Vorhersagen einfacherer Plasmamodelle, etwa für das elektrostatische Potential an der Schockfront, das man auch aus einer Zwei-Fluid-Beschreibung erhalten kann, folgen automatisch aus der selbstkonsistenten, kinetischen Beschreibung. Zusätzlich erhält man Aussagen über das Spektrum und die Bahnen der beschleunigten Teilchen.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theorie - Heliosphäre	3
2.1	Sonne	3
2.2	Sonnenwind	5
2.3	CME	8
2.4	Beobachtungen	11
2.4.1	Satelliten	11
2.4.2	Ergebnisse	16
3	Theorie - Mikrophysik	21
3.1	Definition des Plasma-Zustands	21
3.2	Beschreibung durch Vlasov-Gleichung	22
3.3	Fundamentale Plasmagrößen	24
3.3.1	Plasmafrequenz	24
3.3.2	Debye-Länge	25
3.3.3	Inertiallänge	25
3.3.4	Gyroskalen	26
3.3.5	Plasmabeta	26
3.3.6	Plasmaparameter	27
3.4	Wellenmoden	27
3.4.1	Ionenschallwellen	28
3.4.2	Alfvén-Wellen	29
3.4.3	Magnetosonische Wellen	30
3.4.4	Langmuir-Mode	32
3.4.5	Elektromagnetische Wellen	32
3.4.6	Thermische Fluktuationen	34
4	Theorie - Schocks	39
4.1	Geschichte der Schockphysik	39
4.2	Schockbeschreibung	42
4.3	Sprungbedingungen	45
4.4	Kompressionsverhältnis	47
4.5	Koordinatensysteme	50
4.5.1	Bezugssystem mit senkrechter Anströmung	50

4.5.2	de Hoffmann-Teller-Bezugssystem	51
4.6	Elektrostatisches Schockpotential	51
4.7	Teilchenreflexion	54
4.8	Kollisionsfreie Schocks in der Heliosphäre	55
4.8.1	Bugschocks	55
4.8.2	Termination Shock	57
4.8.3	CME-getriebene Schocks	58
4.9	Beschleunigung geladener Teilchen	60
4.9.1	Fermi Beschleunigung 2. Ordnung	61
4.9.2	Fermi Beschleunigung 1. Ordnung	63
4.9.3	Ion Shock Surfing	66
4.9.4	Electron Shock Surfing	66
5	Numerik	69
5.1	Bewegungsgleichungen für Phasenraumelemente	69
5.2	Schema eines expliziten elektromagnetischen PiC-Codes	72
5.2.1	Speicherung von Feldgrößen auf dem Gitter	73
5.2.2	Gewichtung zwischen Feld- und Teilchengrößen	75
5.2.3	Bewegung der Teilchen	83
5.2.4	Stromberechnung	84
5.2.5	Lösung der Maxwell-Gleichungen	89
5.2.6	Behandlung von Rändern	96
5.2.7	Vorgabe der Startbedingungen	100
5.3	Schema eines expliziten elektrostatischen PiC-Codes	105
5.4	Schema eines expliziten PiC-Codes in Darwin-Näherung	107
5.5	Schema eines impliziten elektromagnetischen PiC-Codes	110
5.6	Weitere technische Überlegungen	112
5.6.1	Filterung von Quelltermen	112
5.6.2	Adaptive Teilchen	113
5.6.3	Parallelisierung	113
5.6.4	Output	115
6	Validierung	119
6.1	Design des Test-Problems	119
6.2	Maxwell-Solver	120
6.3	Formfaktoren	125
6.4	Stromzuweisung	129
6.5	Filter	130
6.6	Initialisierung	132
6.7	Erweiterung des Test-Problems	132
7	Schock-Simulationen	135
7.1	Simulationssetup	135
7.2	Verwendete Parametersätze	138

7.3	Ergebnisse	142
7.3.1	Statistische Methoden zur Erkennung der Schockposition	142
7.3.2	Schockgeschwindigkeit	146
7.3.3	Dichte im Downstream	148
7.3.4	Temperatur im Downstream	149
7.3.5	Entropieproduktion	151
7.3.6	Erfüllung der Sprungbedingungen	153
7.3.7	Vermittlung der Inter-Teilchen-Wechselwirkung	155
7.3.8	Energieverteilung der Teilchen	158
7.3.9	Teilchentrajektorien	160
7.3.10	Cross Shock Potential	169
8	Zusammenfassung	173
8.1	Ausblick	174
	Anhang	177
	Simulationsparameter	179
	Literaturverzeichnis	191
	Begriffsindex	222
	Publikationsliste	223
	Danksagung	227

1 Einleitung

Diese Arbeit beantwortet vordergründig die Frage, wie sich aus gegenströmenden Plasmen Schockfronten entwickeln und welche Strukturen diese haben. Daraus ergibt sich aber auch direkt die Frage, wie diese Schockfronten Teilchen zu höchsten Energien beschleunigen können.

Hierbei treffen zwei interessante Fragestellungen der Astrophysik aufeinander. Einerseits, wie und warum in einem Medium, das kollisionsfrei ist und in dem sich Teilchen nie direkt gegenseitig spüren, es trotzdem zur Bildung von Schockfronten kommen kann, die Ähnlichkeiten zu gasdynamischen Schocks in kollisionsdominierten Medien aufweisen. Andererseits ist zu klären, durch welche Prozesse freie Energie umgesetzt werden kann in kinetische Energie einiger weniger schneller Teilchen.

Bei der Untersuchung dieser Schockfronten, die durch kollektive, elektromagnetische Kräfte dominiert werden, zeigt sich, daß die kinetische Energie des Upstream nicht nur in Erwärmung und Kompression des Downstreams umgesetzt wird, sondern ein Teil der Energie in einen Anteil hochenergetischer Teilchen fließt. Diese Beschleunigung ist um so effizienter, je höher die Schockgeschwindigkeit ist. Dementsprechend gelten hochrelativistische Schocks, z.B. in den Überresten von Supernovae, als vielversprechende Quellen der hochenergetischen Teilchen, die permanent die Erde erreichen und (aus historischen Gründen) als *kosmische Strahlung* bezeichnet werden. Diese Schocks entziehen sich aufgrund ihrer großen Entfernung jedoch einer direkten Beobachtung.

Innerhalb unseres Sonnensystems und daher deutlich besser beobachtbar finden sich jedoch auch kollisionsfreie Schockfronten. Diese treten einerseits als Bugschocks der Planeten auf, bei denen das Magnetfeld der Planeten mit dem Sonnenwind interagiert und einen stehenden Schock bildet. Andererseits treten auch kurzlebige Schocks auf, wenn koronale Massenauswürfe (CMEs) mit ausreichender Geschwindigkeit durch den Sonnenwind propagieren und eine Schockfront vor sich her treiben. Diese Situation führt zum vermehrten Auftreten von energiereichen Teilchen, welche als *solar energetic particles* bezeichnet werden. Die Untersuchung dieser Teilchen dient als Grundlage, um die Physik der Teilchenbeschleunigung an Schockfronten besser zu verstehen und Modelle zu entwickeln und testen, die dann für die Untersuchung der weniger zugänglichen relativistischen Schockfronten dienen.

Die vorliegende Arbeit gliedert sich daher wie folgt: Kapitel 2 beschreibt die Entstehung des Sonnenwinds, durch den Schockfronten propagieren können, und die der koronalen Massenauswürfe, die als Treiber der Schocks dienen. Außerdem wird erläutert, wie CMEs und Teilchenspektren beobachtet werden, um einen Eindruck zu geben, welche in-situ Messungen heutzutage möglich sind und welche Lücken zwischen den verfügbaren Daten bleiben.

Da es sich beim Sonnenwind um ein kollisionsfreies Plasma handelt, liefert Kapitel 3 die

Grundlagen zur Beschreibung dieses Mediums und eine Beschreibung einiger Wellenmoden, die für die Eigenschaften eines Schocks relevant sind.

Kapitel 4 widmet sich dann den Eigenschaften und der Erzeugung von Schockfronten, insbesondere in kollisionsfreien Medien und möglichen Beschleunigungsprozessen von Teilchen an solchen Schocks.

Da Plasmen komplexe, nichtlineare Wechselwirkungen zwischen Teilchen und Feldern aufweisen, welche eine analytische Behandlung schwer bis unmöglich machen, und selbst innerhalb der Heliosphäre direkte Beobachtungen nur punktuell möglich sind, sind Simulationen das Mittel der Wahl, um die Dynamik der Schockfront an sich und die Beschleunigung von Teilchen zu studieren. Kapitel 5 erörtert ausführlich das Particle-in-Cell Verfahren in mehreren Abwandlungen, das in dieser Arbeit verwendet wurde.

Im darauf folgenden Kapitel 6 werden die Vor- und Nachteile verschiedener numerischer Methoden diskutiert und auf die Frage eingegangen, wie man diese Methoden anhand von analytischen Vorhersagen validieren kann.

Kapitel 7 enthält dann eine Beschreibung der Schocksimulationen, beginnend bei den verwendeten Parametern, dem Test, inwieweit Vorhersagen aus Theorie und einfacheren Plasmamodellen zutreffen, bis hin zur Entwicklung von Teilchenspektren und den Teilchenbahnen der höchstenergetischen Teilchen, die nur mit einem vollständig kinetischen Modell, wie es hier verwendet wurde, zugänglich sind.

2 Theorie - Heliosphäre

2.1 Sonne

Treiber des Sonnenwinds und sämtlicher energiereicher Prozesse in der Heliosphäre ist letzten Endes die Energie, bei der Fusion von Wasserstoff im Inneren der Sonne frei wird. Es ist daher nützlich zumindest eine grobe Vorstellung vom Aufbau der Sonne vom inneren Kern bis zur Korona und den Vorgängen darin zu haben. Beginnend mit Abschnitt 2.2, welcher sich Entstehung und Eigenschaften des Sonnenwinds beschäftigt, wird die Arbeit für Plasmaphysiker verträglicher.

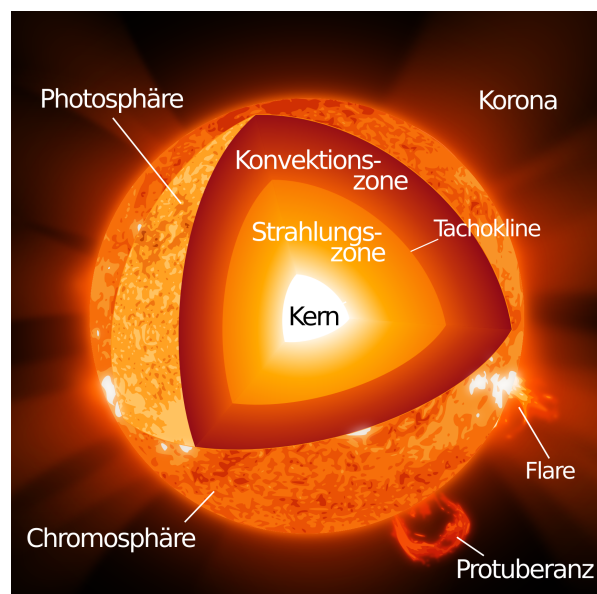


Abbildung 2.1: Struktur der Sonne. Im Kern wird durch Fusion von Wasserstoff Energie frei, die zuerst durch Strahlung abtransportiert wird. Bei etwa 70 Prozent des Sonnenradius wird die Tachokline erreicht, ab der der Strahlungstransport konvektiv erfolgt. Durch die abnehmende Dichte und Temperatur wird die Sonne in der Photosphäre optisch dünn. Der Strahlungstransport findet ab hier wieder radiativ statt. Oberhalb dieser Schicht, die die scheinbare Oberfläche der Sonne bildet, finden sich noch die Chromosphäre und die dünne, ausgedehnte Korona. Abbildung übersetzt und modifiziert nach einer Zeichnung von Song (2012).

Der Kern der Sonne erstreckt sich – soweit Messungen von Schwerewellen das bisher

erkennen können (siehe García et al. 2007) – über 20 bis 30 Prozent des Sonnenradius und erzeugt 99 Prozent der gesamten in der Sonne freiwerdenden Energie. Neutrinomesungen von Brogini u. LUNA Collaboration (2006) zeigen, daß die Fusion von Protonen daran den größten Anteil hat, kompliziertere Brennzyklen wie CNO¹ tragen nur einen kleinen Teil bei.

Die produzierte Energie wird zu einem großen Teil durch Strahlungstransport von Photonen im weichen Röntgen-Bereich durch die *Strahlungszone*, die nur wenig zur Fusionsleistung der Sonne beiträgt, nach außen transportiert. Dabei werden Photonen vom heißen und dichten Plasma häufig absorbiert und reemittiert, so daß die effektive Propagationsgeschwindigkeit der Photonen sehr klein ist (vergleiche Mitalas u. Sills 1992). Man könnte erwarten, daß dies den Strahlungstransport soweit behindert, daß andere Transportmechanismen dominieren, tatsächlich werden diese allerdings vom starken Gravitationsfeld unterdrückt.

Bei etwa 70 Prozent des Sonnenradius wird die *Tachokline* erreicht. Mit dieser beginnt die *Konvektionszone*. Eine ausführliche Beschreibung dieses Teils der Sonne findet sich in Miesch (2005). Ab der Tachokline erfolgt der Energietransport großteils durch Konvektion. Die Konvektion bildet sogenannte Bernard-Zellen aus, die für die sichtbare Granulation der Sonnenoberfläche verantwortlich sind. Zudem erfolgt die Rotation ab der Tachokline nicht mehr, wie bei einem starren Körper, mit konstanter Winkelfrequenz. Vielmehr rotieren die äquatornahen Regionen viel schneller als die polaren Regionen. Dieses Phänomen wird als *differentielle Rotation* bezeichnet. Da die Magnetfeldlinien im (fast) perfekt gut leitenden Plasma „eingefroren“ sind, werden sie durch diesen Prozess aufgewickelt, was im Folgenden noch wichtig wird.

Mit zunehmender Höhe kühlt das Material ab, verliert an Dichte und ist nur noch zu einem kleinen Teil ionisiert. Dadurch wird das Material optisch dünn – sprich transparent. Gemessen an solaren Längenskalen geschieht dies relativ plötzlich auf weniger als 1000 Kilometern (siehe hierzu Solanki 1998). Dadurch, daß sichtbares Licht entkommen kann, findet sich in dieser als *Photosphäre* bezeichneten Schicht ein Minimum der Temperatur bei etwa 4500 Kelvin. Das sichtbare Licht, das die Erde erreicht, stammt zwar aus dieser Schicht und besitzt in guter Näherung das Spektrum eines schwarzen Strahlers, hat jedoch mit 5700 Kelvin eine etwas höhere Spektraltemperatur. Dies liegt daran, daß die Sonne sich nicht im thermischen Gleichgewicht befindet. Die Photosphäre weist eine gewisse Temperaturschichtung auf und ist für unterschiedliche Wellenlängen erst ab unterschiedlichen Höhen durchsichtig (siehe Böhm-Vitense 1989 und Böhm-Vitense 1990).

Die Photosphäre ist der kühlste Bereich der Sonne, die sich darüber erstreckende *Chromosphäre* ist aus nicht genau bekannten Gründen wesentlich wärmer. Da die Chromosphäre optisch dünn ist, kommt Strahlungstransport nicht als Heizmechanismus in Frage. Es werden daher Wellenphänomene, vor allem die in Abschnitt 3.4.1 beschriebenen

¹Beim CNO-Zyklus in seinen verschiedenen Abwandlungen fängt ein ¹²₆C Atom nach und nach vier Neutronen ein und wandelt zwei davon durch Beta-Zerfall in Protonen um. Dabei durchläuft es Isotopen von Stickstoff und Sauerstoff, bevor ein Alpha-Zerfall einen Heliumkern und ein ¹²₆C Atom zurückläßt. Die schwereren Kerne wirken in gewisser Hinsicht katalytisch für die Fusion von Protonen.

Schallwellen, als Ursache dieser Temperaturinversion diskutiert (siehe Kalkofen 2007). Ein anderer möglicher Mechanismus, der in dieser Schicht Energie freisetzen könnte, ist die Rekonnexion magnetischer Feldlinien.

Das Unterschreiten der optischen Dichte von zwei Dritteln² ist auch ein gängiges Kriterium, das zur Definition des *Sonnenradius* verwendet wird. Emilio et al. (2012) verwendeten Bilder von einem Merkur-Transit, um diesen Radius zu $6,96 \cdot 10^8$ m zu bestimmen. Andere Definitionen des solaren Radius über die Masse oder die effektive Temperatur liefern bei der Sonne ähnliche Werte, auch wenn sie sich bei anderen Sterntypen deutlich vom optischen Radius unterscheiden können (siehe Bessell et al. 1989).

An die Chromosphäre schließt die noch heißere *Korona* an. Diese ist extrem dünn, mehrere Millionen Kelvin heiß (siehe Erdélyi u. Ballai 2007) und hat keine scharfe äußere Grenze, sondern geht in den Sonnenwind über. Verglichen mit inneren Zonen der Sonne, weist die Korona große zeitliche und räumliche Schwankungen auf. Die Struktur wird dabei von den Magnetfeldern bestimmt, die das Plasma in Bereich geschlossener Feldlinien festhalten. In Bereichen offener Feldlinien – sogenannten koronalen Löchern – können Teilchen die Korona verlassen. Dieser Teil der Sonne verliert dadurch an Dichte und Temperatur und erscheint im Röntgen-Licht dunkler (vergleiche Russell 2001).

Die Magnetfeldkonfiguration ist aber nicht statisch, sondern kann sich im Verlauf von Minuten oder Stunden verändern. So können sich etwa Bündel von Feldlinien zusammen mit dem Plasma, in dem sie „eingefroren“ sind, aus der Korona in Form von Bögen, die sich über 10^8 Meter erstrecken können, erheben (siehe Reale 2010). Auch anders geformte Feldlinienstrukturen können sich bilden, etwa *Helmet Streamers* über aktiven Regionen.

2.2 Sonnenwind

Der Sonnenwind geht aus der sehr heißen Korona, die aufgrund des Druckunterschieds beständig Teilchen in das umgebende interplanetare Medium verliert, hervor. Für den Äquator und kleine solare Breiten dominiert der langsame Sonnenwind mit etwa 400 km/s, der aus Streamern oder aktiven Regionen auf der Sonnenoberfläche zu stammen scheint. In höheren Breiten finden sich zunehmend mehr koronale Löcher, aus denen ein schneller Sonnenwind mit etwa 750 km/s entströmt. Zu Zeiten des solaren Maximums ist das Magnetfeld der Sonne relativ ungeordnet, so daß die Komponenten des Sonnenwinds nicht wohlgeordnet sind, sondern sich durchmischen.

In den Teilchenstrom „eingefroren“ (dazu unten mehr) findet sich das Magnetfeld der Sonne, welches nach außen transportiert wird. Der Sonnenwind verformt dabei das an sich dipolartige Magnetfeld der Sonne deutlich. So verlaufen die Feldlinien in der Äquatorialebene nicht etwa achsparallel, sondern werden nach außen gezogen und verlaufen größtenteils radial. Die Polarität ist dabei ober- und unterhalb der Äquatorialebene entgegengesetzt. Dazwischen liegt eine Stromschicht, die als *heliospheric current sheet* oder

²Die optische Dichte τ ist die Größe, die als Exponent im Lambert-Beerschen Absorptionsgesetz $I = I_0 \exp(-\tau)$ auftaucht und durch das Verhältnis der Dicke des Absorbers und Absorptionslänge gegeben ist. Bei einer optischen Dichte von $2/3$ wird $\exp(-2/3) \approx 1/2$ der Strahlung durchgelassen.

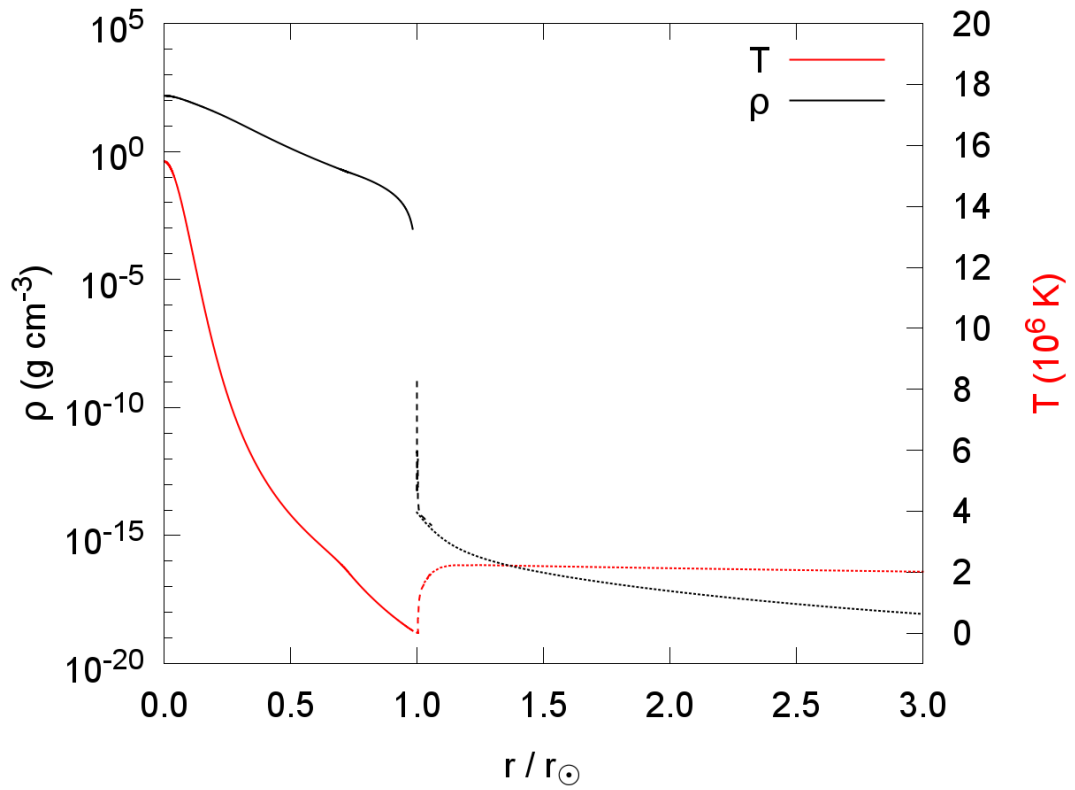
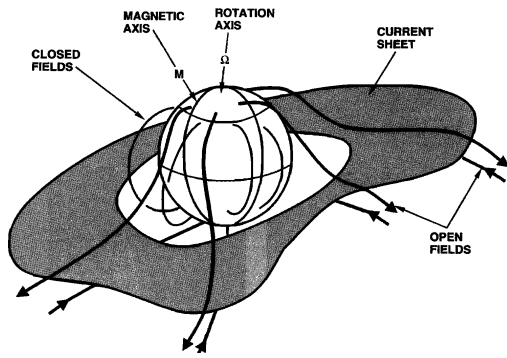
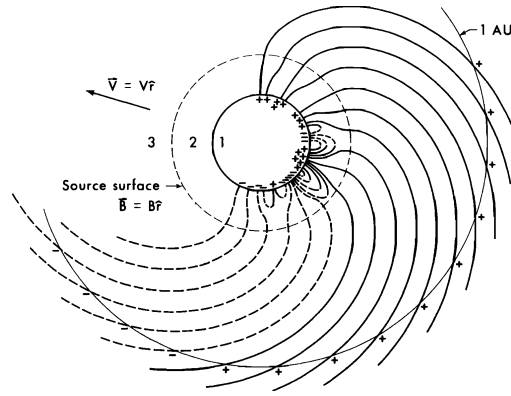


Abbildung 2.2: Temperatur und Dichte in der Sonne und direkten Sonnen-
nähe. Die Kurven für das Innere der Sonne (durchgezogene Linien) basieren
auf dem BS2005-AGS+OP Modell aus Bahcall et al. (2005). Die Eigenschaften
in der solare Atmosphäre (gestrichelte Kurven) stammen aus den Simulationen
von Selhorst et al. (2005). Der Sonnenwind (gepunktete Linien) wurden anhand
der Fit-Kurven, die in Cranmer u. van Ballegooijen (2005) angegeben sind, ein-
gezeichnet.



(a) Solares Magnetfeld



(b) Parker-Spirale

Abbildung 2.3: Magnetfeld der Sonne in zwei Ansichten aus Smith (2001). Abbildung 2.3a zeigt, daß die meisten Feldlinien nicht geschlossen sind, sondern durch den Sonnenwind nach außen getragen werden. Die heliosphärische Stromschicht trennt die beiden Halbräume unterschiedlicher Polarität. Abbildung 2.3b illustriert die Situation in der Äquatorialebene, wo sich die *Parker-Spirale* befindet. Da die Stromschicht nicht vollständig eben ist, findet man in einem zwei-dimensionalen Schnitt Bereiche unterhalb und oberhalb der Schicht und damit unterschiedlicher Polarität.

kurz *HCS* bezeichnet wird.

Aufgrund der Rotation der Sonne verlaufen die Feldlinien nicht rein radial, sondern bilden eine Spirale, die von Parker (1958) vorhergesagt wurde und nach ihm als *Parker-Spirale* bezeichnet wird. Eine gute Übersicht über die Struktur des Magnetfelds findet sich in Smith (2001).

Auf seinem Weg durch das Sonnensystem kühlt der Sonnenwind ab, verliert an Dichte und wird langsamer. Eine gute Übersicht über die Eigenschaften des Sonnenwindes findet sich in Russell (2001) oder Cranmer u. van Ballegooijen (2005). Um eine grobe Vorstellung von seinen Eigenschaften zu bekommen, wird im Folgenden der Sonnenwind, wie er in Erdnähe beobachtet werden kann, beschrieben.

Dort hat er eine Dichte von je etwa fünf Elektronen und Ionen pro cm^3 und damit eine deutlich niedrigere Dichte als ein Ultrahochvakuum im Labor. Diese Dichte und das mittransportierte Magnetfeld von 5 nT ($5 \cdot 10^{-5} \text{ G}$) genügen jedoch, um einen großen Einfluss auf den sonnennahen Weltraum zu haben. So verformt dieser Strom aus geladenen Teilchen das ansonsten dipolförmige Magnetfeld der Planeten³, ist für Polarlichter verantwortlich und hat einen großen Einfluß auf den Schweif von Kometen. Der Druck durch die wenigen, aber etwa 400 km/s schnellen Teilchen ist dabei vergleichbar mit dem magnetischen Druck.

Das magnetische Feld und die von der Sonne stammenden Teilchen strömen, wie bereits erwähnt, eng aneinander gekoppelt durch die Heliosphäre, was als *eingefrorene Feldlinien*

³sofern vorhanden. Insbesondere Venus ist weitgehend unmagnetisiert.

bezeichnet wird. Ein geeigneter Parameter, um die Stärke dieser Kopplung zu beschreiben, ist die *magnetische Reynolds-Zahl* R_m . Ist diese Zahl wesentlich kleiner als Eins, so verhält sich das Magnetfeld näherungsweise wie im Vakuum. Für Werte wesentlich über Eins werden die Feldlinien mit dem Material mittransportiert. In cgs-Einheiten wird R_m gegeben durch (siehe Anders 1990):

$$R_m = 4\pi v l \sigma / c^2 \quad (2.1)$$

Dabei ist σ die elektrische Leitfähigkeit, die im Sonnenwind recht hoch⁴ liegt und laut Sazhin (1978) bis zu 10^4 1/s betragen kann. Setzt man diesen Wert zusammen mit der typischen Geschwindigkeit des Sonnenwinds v und einem Sonnenradius als typischer Längenskala l ein, so erhält man eine magnetische Reynolds-Zahl von 350. Messungen der effektiven magnetischen Reynolds-Zahl mit Hilfe der Cluster-Satelliten ergaben laut Weygand et al. (2007) Werte in einer ähnlichen Größenordnung. Dementsprechend kann man davon ausgehen, daß das Magnetfeld hauptsächlich vom strömenden Plasma transportiert wird.

Durch die Tatsache, daß der Sonnenwind quasi kollisionsfrei ist – der mittlere Abstand zwischen zwei Stößen ist deutlich größer als ein AU – ist die Geschwindigkeitsverteilung nicht thermisch. Es gibt schnelle Teilpopulationen, eine anisotrope Temperatur und die einzelnen Spezies sind nicht im thermischen Gleichgewicht. Trotzdem kann man den Sonnenwind in der Nähe der Erdbahn näherungsweise durch eine Temperatur von etwa 10^5 Kelvin beschreiben (siehe Marsch 1991), deutlich kühler als die Korona, aus der er stammt. Man beobachtet zudem (Marsch, 1991), daß die Elektronen – zumindest im langsamen Sonnenwind – etwas wärmer als die Ionen⁵ sind.

Ausgehend von dieser Temperatur, erwartet man eine Schallgeschwindigkeit von etwa 100 km/s – also unterhalb der Strömungsgeschwindigkeit. Dies führt einerseits dazu, daß sich vor Hindernissen im Sonnenwind, wie etwa Planeten, ein *Bugschock* ausbildet. Andererseits bildet sich vor der *Heliopause*, die der Sonnenwind nach etwa 10^{15} cm erreicht, ein *termination shock*, der den Sonnenwind auf Geschwindigkeiten unterhalb der lokalen Schallgeschwindigkeit abbremst. Etwas weiter außerhalb bildet die *Heliopause*, an der der Sonnenwind und das interstellare Medium (*ISM*) im Druckgleichgewicht sind, die Grenze unseres Sonnensystems. Durch die Relativbewegung von *ISM* und Sonnenwind wird dieser im *heliosheath* abgelenkt und bildet den *heliotail*. Ob die Relativgeschwindigkeit groß genug ist, damit sich an der Vorderseite ein Bugschock ausbilden kann, ist derzeit ungeklärt.

2.3 CME

Zusätzlich zu dem schnellen und langsamen Sonnenwind, der zeitlich relativ wenig variabel ist, finden sich noch transiente Ausströmungen, die durch *koronale Massenauswürfe* ausgelöst werden. Daher soll an dieser Stelle kurz auf diese Phänomene, die aufgrund

⁴etwa so hoch wie in einem hochreinen undotierten Halbleiter

⁵hauptsächlich Wasserstoffkerne, aber auch einige Prozent schwerere Kerne

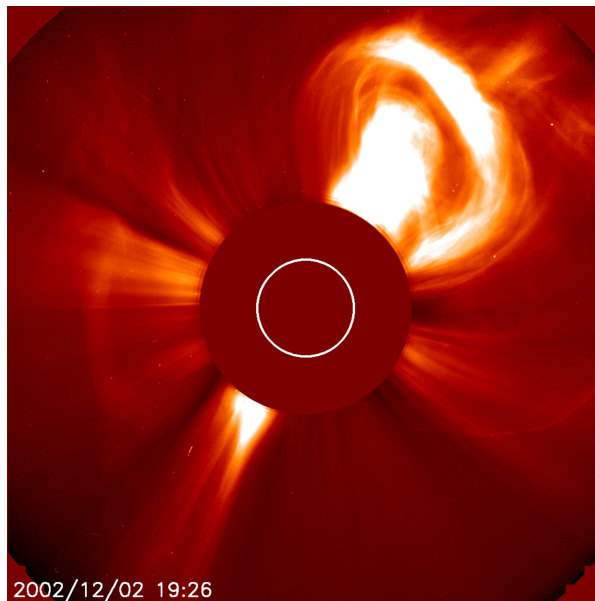


Abbildung 2.4: Aufnahme eines typischen CME von SOHO. Man erkennt im Bereich rechts oberhalb der verdeckten Sonnenscheibe deutlich einen CME mit allen drei typischerweise vorhandenen Teilbereichen. Als Äußerstes eine helle, geschlossene Schleife, die eine dunklere Region und einen hellen Kern einschließt. Abbildung mit freundlicher Genehmigung des SOHO/LASCO Konsortiums. SOHO ist ein internationales Kollaborationsprojekt von NASA und ESA.

ihres englischen Namens *coronal mass ejection* auch als *CMEs* bezeichnet werden, eingegangen werden.

Seit Weltraummissionen, wie der in MacQueen et al. (1974) beschriebenen OSO-7 Satellitenmission, oder den in Sheeley et al. (1980) beschriebenen Sonnenbeobachtungen von Skylab, ist bekannt, daß die Korona zeitweise großskalige Eruptionen aufweist. Durch den Start des SOHO Satelliten, der das in Brueckner et al. (1995) beschriebene LASCO-Instrument an Bord hat, ist die Zahl und Qualität der Aufnahmen solcher Eruptionen stark gestiegen. Abbildung 2.4 zeigt eine solche Abbildung, die ein CME in seiner typischen Erscheinung enthält.

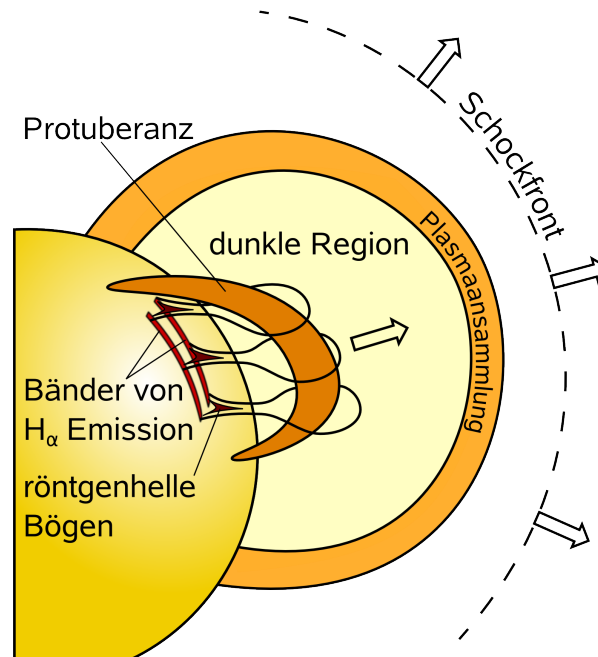


Abbildung 2.5: Großskaliges Modell eines CME. Zu erkennen sind die Protuberanz, deren Aufsteigen das Magnetfeld nach außen befördert. Der Bereich hohen Magnetfelds und niedriger Dichte und die umgebende Region, in der sich das verdrängte Plasma ansammelt. Bei hohen Ausdehnungsgeschwindigkeiten bildet sich außerhalb eine kollisionsfreie Schockfront, die im Weißlicht nicht zu erkennen ist. Abbildung übersetzt und koloriert aus Forbes (2000).

Von der Seite gesehen, enthält der CME eine helle äußere Schleife, die eine dunklere Region mit einem hellen Kern einschließt. Anfänglich erstreckt sich die Struktur über grob 10000 Kilometer, bewegt sich dann aber nach außen und expandiert. Falls der CME sich auf der erd zugewandten Seite ereignet, kann er sich dabei auch über die ganze Sonnenscheibe erstrecken. Die Leuchterscheinung umfasst nicht nur den sichtbaren Spektralbereich, sondern kann vom Radio- bis in den weichen Röntgen-Bereich beobachtet werden (siehe Chen 2011, Kapitel 2 und Referenzen darin).

Viel interessanter, aber auch experimentell unzugänglicher als die Leuchterscheinung, ist die Magnetfeldstruktur der CMEs. Forbes (2000) identifiziert diese jedoch als domi-

nierende Energiequelle, welche das Plasma⁶ gegen das Gravitationsfeld der Sonne nach außen beschleunigt und so weit aufheizt, daß es sichtbar leuchtet. Abbildung 2.5 skizziert die allgemein angenommene großskalige Struktur des Magnetfelds bei einem CME. Ausgelöst wird ein CME in diesem Modell von einer aufsteigenden *Protuberanz*, angetrieben vermutlich von einer Rekonfiguration des Magnetfelds.

Das Magnetfeld unterhalb der Protuberanz wird dabei gestreckt und es bildet sich ein Bereich antiparalleler Feldlinien, die von einer Stromschicht getrennt werden. Kommt es in diesem Bereich zur Rekonnexion, so kann es ein plötzliches „Abheben“ des Filaments geben. Selbst kleinskalige Rekonnexion, die dafür nicht ausreicht, beschleunigt Elektronen, die zum Teil nach außen propagieren und dort Röntgen-Emission verursachen. Die restlichen Elektronen bewegen sich entlang der Feldlinien nach unten und führen dort zu starker Emission im Bereich weicher Röntgen-Strahlung und der Wasserstoff H_α Linie. Das Magnetfeld oberhalb der Protuberanz steigt gemeinsam mit dieser auf und räumt einen Bereich von Plasma frei. Dieser erscheint in Ermangelung von emittierendem Material dunkel. Weiter außen sammelt sich hingegen das Plasma in einer hellen Schleife. Geschwindigkeitsmessungen von Ciaravella et al. (2006), die die Doppler-Verschiebung nutzen, deuten jedoch an, daß die Ausbreitung des Leuchtens nicht alleine durch die Ausbreitung des verdrängten Materials bedingt ist, sondern möglicherweise durch eine Kompressionswelle entsteht, die das Plasma beim Durchlaufen zum Leuchten anregt. Getrieben durch die frei werdende Energie im magnetischen Feld, steigt die Protuberanz immer weiter auf und beschleunigt dabei. Ein signifikanter Teil des Plasmas in der Protuberanz wird schließlich in Form eines *Plasmoiden* in den interplanetaren Weltraum geschleudert. Diese Plasmoiden bewegen sich mit 300 km/s bis 2000 km/s oftmals schneller als der Sonnenwind vor ihnen, so daß die Massenauswürfe den Sonnenwind einholen und komprimieren. An der Vorfront können sich dabei kollisionsfreie Schockfronten ausbilden, die für diese Arbeit von großem Interesse sind.

2.4 Beobachtungen

Unsere Kenntnisse über CMEs und den Sonnenwind stammen aus einer Vielzahl von Quellen. Weltraummissionen haben einen großen Beitrag geleistet und daher sollen im Folgenden die wichtigsten Missionen und Messgeräte in der Reihenfolge ihrer Starts beschrieben werden.

2.4.1 Satelliten

Orbiting Solar Observatory

Die acht Satelliten des Orbiting Solar Observatory Programms waren ab 1962 die ersten Missionen, die in großer Menge Daten im UV und Röntgen-Bereich lieferten. So beobachtete etwa OSO-3 solare Flares im Röntgen-Bereich (siehe Hudson et al. 1969). OSO-4, OSO-5 und OSO-6 führte diese Beobachtungen mit harten UV- und Röntgenstrahlen

⁶laut Gopalswamy u. Kundu (1992) immerhin 10^9 Tonnen

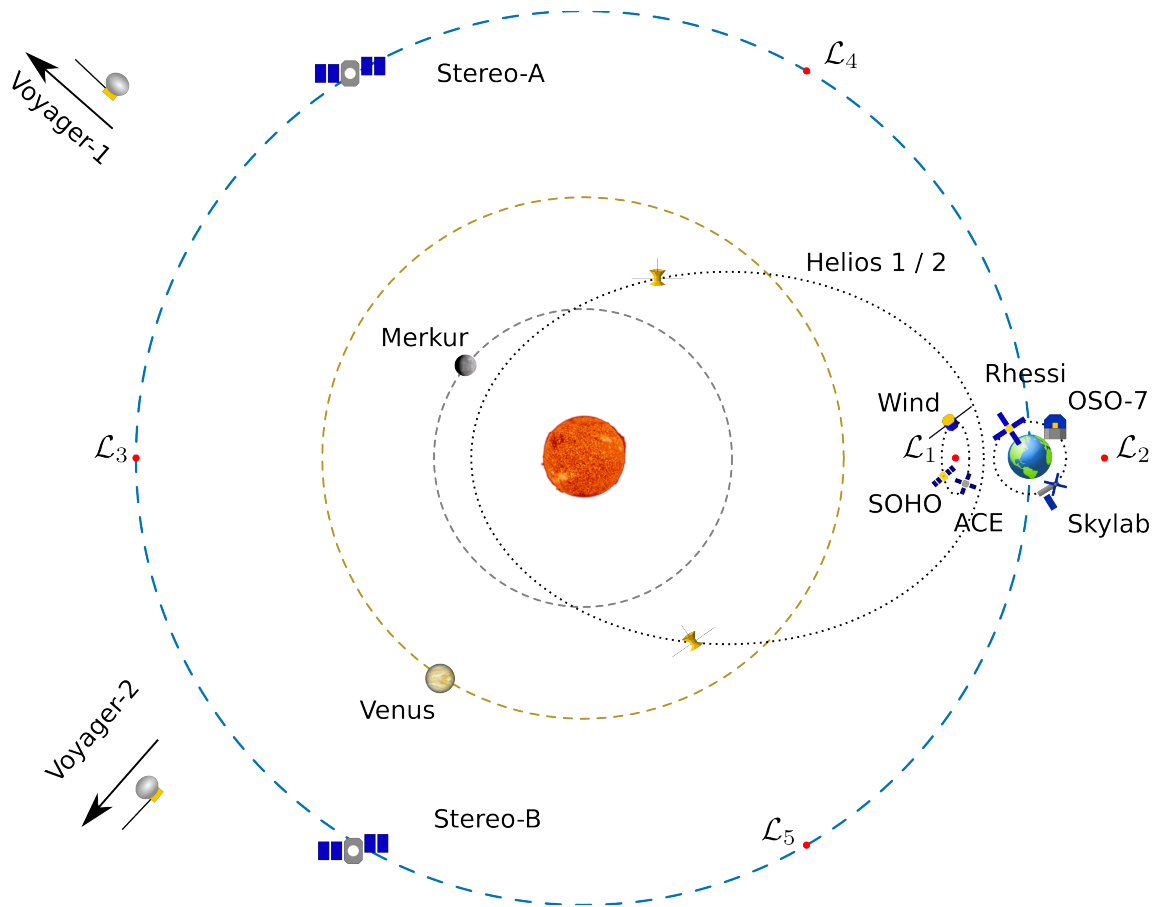


Abbildung 2.6: Illustration des inneren Sonnensystems und der wichtigsten Satelliten zur Erforschung des Sonnenwinds. Die Darstellung ist nicht maßstabsgerecht und enthält außer den Planeten Merkur, Venus und Erde die Lagrange-Punkte des Sonne-Erde-Systems. Diese sind wichtig, da sich ACE, SOHO und Wind in Orbits um L_1 befinden. Rhesi befindet sich in einem niedrigen Erdborbit, ähnlich wie Skylab und die Satelliten der OSO-Reihe zu einem früheren Zeitpunkt. Helios 1 und 2 befinden sich in einem stark elliptischen Orbit von 0,3 bis knapp ein AU. Stereo-A eilt der Erde bei etwas unter einem AU vorraus, Stereo-B hinkt bei etwas über einem AU hinterher. Die Voyager-Sonden haben den gezeichneten Bereich kurz nach dem Start verlassen um die äußeren Planeten zu erkunden und sind etwa 100 AU von der Sonne entfernt. Die Ulysses-Sonde befindet sich nach einem Vorbeiflug am Jupiter auf einer Bahn, die etwa 80 Grad aus der gezeichneten Ekliptik herausgekippt ist, und ist nicht eingezeichnet.

fort. Auch OSO-7 arbeitete in diesem Energiebereich und entdeckte 1979 einen CME, wie in Sheeley et al. (1980) berichtet wird.

Skylab

1973, zwei Jahre nach dem Start von OSO-7, wurde Skylab gestartet. Die drei bemannten Missionen zu dieser Raumstation waren nicht auf Sonnenbeobachtungen spezialisiert. Trotzdem wurden diese routinemäßig und in großer Zahl mit dem als Apollo Telescope Mount bezeichneten Sonnenobservatorium durchgeführt. MacQueen et al. (1974) enthält etwa Beobachtungen der Korona inklusive eines CME.

Helios

1974 und 1976 wurden zwei baugleiche Sonden Helios-A und -B eines deutsch-amerikanischen Kooperationsprojekts gestartet. Beobachtungsziel war hier nicht primär die Sonne selbst, sondern der von ihr ausgehende Sonnenwind. Der stark elliptische Orbit brachte die Sonden bis auf 0,3 AU an die Sonne heran. Die Instrumente lieferten Daten über die Verteilung der drei Geschwindigkeitskomponenten für die Elektronen (Pilipp et al. 1987), Protonen (Marsch et al. 1982b) und Heliumkerne (Marsch et al. 1982a). Neben den Eigenschaften der Teilchen wurden auch Plasmawellen im Sonnenwind beobachtet, vergleiche etwa Gurnett u. Anderson (1977) oder Gurnett u. Frank (1978).

Voyager

1977 wurde dann die womöglich bekannteste Raumsonde gestartet – Voyager 1. Ursprünglich zur Erkundung der äußeren Planeten gebaut und verwendet, wurde die Sonde auf eine Flugbahn von der Sonne weg gebracht. Seit Ende der Planetenerkundungen 1990 wird die Raumsonde jedoch zur Erforschung des Sonnenwinds am äußersten Ende des Sonnensystems verwendet. Stone et al. (2005) berichten, daß die Sonde 2004 den *termination shock* in einer Entfernung von 94 AU von der Sonne durchquert und damit die heliosheath erreicht hat. 2011 erreichte die Sonde dann einen vorher nicht erwarteten Bereich, in dem die Radialgeschwindigkeit des Sonnenwinds auf Null gesunken ist, ohne daß es Anzeichen für ein Erreichen der Heliopause gab (siehe Krimigis et al. 2011). Die Daten der beiden Voyager-Sonden werden daher in den nächsten Jahren wohl noch mehrfach zu Verbesserungen an den Modellen für den Rand der Heliosphäre führen, bis beide Raumfahrzeuge das interstellare Medium erreicht haben.

Ulysses

Die 1990 gestartete Ulysses-Sonde weist einige Unterschiede zu den bisher genannten Raumfahrzeugen auf. So wurde sie etwa nicht mit einer Trägerrakete, sondern von einem Spaceshuttle gestartet. Wichtiger jedoch ist, daß diese Sonde die Sonne erstmals von einem Orbit weit außerhalb der Ekliptik beobachtet. Dies erlaubt die Untersuchung der solaren Pole, erfordert jedoch eine Drehung der Bahnebene, was sehr energieaufwendig ist. Daher wurde, ähnlich wie bei den Voyager-Sonden, aber aus einem anderen Grund,

ein Vorbeiflug am Jupiter durchgeführt. Auf dem Weg dorthin wurden Daten über den Sonnenwind gesammelt (siehe Phillips et al. 1993). Nachdem die Bahnebene erfolgreich um etwa 80 Grad aus der Ekliptik gekippt wurde, war es möglich, den Süd- und später den Nordpol der Sonne zu beobachten. Dabei wurde der schnelle Sonnenwind, der von den polaren Regionen der Sonne ausgeht, entdeckt (siehe Phillips et al. 1995).

Wind

1994 wurde Wind gestartet, eine Sonde die auf Sonnenwindbeobachtungen spezialisiert ist. Dank genug Treibstoff und geschickten Manövern hat diese Raumsonde eine extrem wechselhafte Reise durch den erdnahen Weltraum hinter sich. Anfangs war die Sonde auf stark elliptischen Orbits um die Erde unterwegs und hat den Sonnenwind bis etwa 250 Erdradien sonnwärts der Erde untersucht. Die Orbits wurden dabei durch geschickte Begegnungen mit dem Mond immer wieder modifiziert und schlossen vier Vorbeiflüge am Lagrange-Punkt L_1 zwischen Sonne und Erde ein. Zwischen Dezember 1997 und Mai 1998 unternahm Wind einen weiteren Abstecher zum L_1 , und war damit in der Nähe des kurz zuvor gestarteten ACE Satelliten (zu diesem unten mehr). Dies erlaubte einen Vergleich zwischen den Instrumenten der beiden Satelliten. Anstatt nun Wind in diesem Orbit zu belassen, begann man eine bis Dezember 2002 dauernde Serie von Erdorbits mit wechselnder Orientierung der großen Halbachse relativ zur Sonne. Von August 2000 bis September 2001 und Dezember 2001 bis Juni 2002 unterbrach man diese Serie und wechselte auf Orbits, die den Satelliten bis auf 350 Erdradien ober- und unterhalb der Ekliptik brachten. Ab November 2002 begann man mit einem Orbit, der Wind wiederholt an L_1 und L_2 vorbeiführte. Seit Juli 2004 ist Wind nun fest in einem Orbit um L_1 stationiert und liefert weiterhin Daten. Jedem Leser, der diese bewegte Reise nachvollziehen möchte, sei der SSC 4D Orbit Viewer der Nasa empfohlen, der unter <http://sscweb.gsfc.nasa.gov/tipsod/> zu erreichen ist.

Wie der komplizierte Orbit schon vermuten lässt, war das wissenschaftliche Ziel der Mission die Untersuchung des Sonnenwinds und seiner Interaktion mit der Magnetosphäre der Erde. So ergaben sich auch verbesserte Kenntnisse der Eigenschaften des ungestörten Sonnenwinds (vergleiche Fitzenreiter et al. 1998 und Hellinger et al. 2006). Darüber hinaus wurden aber auch Erkenntnisse über den Bugschock der Erde und seine Rückwirkung auf den Sonnenwind gewonnen, wie zum Beispiel die Ergebnisse von Fitzenreiter et al. (1996) zur Elektronenverteilung kurz vor dem Bugschock. Die Vorbeiflüge am Mond führten auch durch den „Schatten“, den dieser im Sonnenwind erzeugt (siehe Ogilvie et al. 1996).

SOHO

Im Dezember 1995 wurde SOHO gestartet und in einen Orbit um den Lagrange-Punkt L_1 gebracht. Der Satellit und die wissenschaftlichen Instrumente sind in Poland (1995) beschrieben, für Details wird auf die jeweilige Instrumentenbeschreibung verwiesen. Wichtig sind vor allem die Instrumente LASCO, EIT und ERNE.

LASCO (Large Angle and Spectrometric Coronagraph) beobachtet die Sonnenumgebung im sichtbaren Licht. Es besteht aus drei Teilinstrumenten, die unterschiedliche Winkelbereiche abdecken. Die Sonne selbst wird von einem Filter verdeckt, um die wesentlich leuchtschwächere Korona gut beobachten zu können. Ein Beispiel einer LASCO-Aufnahme ist in Abbildung 2.4 zu sehen. Jenseits schöner Bilder hat LASCO eine große Datenbasis über CMEs geschaffen (siehe Vourlidas et al. 2010 und Vourlidas et al. 2011). Darüber hinaus wurde es erfolgreich von Bemporad u. Mancuso (2010) genutzt, um die Eigenschaften CME-getriebener Schocks einzugrenzen.

Das EIT (Extreme ultraviolet Imaging Telescope) ist auf Beobachtungen des Bereichs, der von LASCO ausgeschnitten wird, im UV Bereich spezialisiert und hat dort die als EIT-Wellen bezeichneten Phänomene (siehe Mann et al. 1999) entdeckt. Die Herkunft und Natur dieser Wellen ist immer noch umstritten (vergleiche Hoilijoki et al. 2013).

Im Gegensatz zu den beiden vorher genannten Instrumenten beobachtet ERNE (Energetic and Relativistic Nuclei and Electron experiment) nicht die Sonne aus der Ferne, sondern misst die Teilcheneigenschaften im Sonnenwind am Ort des Satelliten. Interessant ist dabei insbesondere die Veränderung des Teilchenspektrums nach einem CME, sowohl für Protonen (siehe Torsti et al. 1998), als auch für schwere Kerne wie Helium, Sauerstoff oder sogar Eisen (siehe Torsti et al. 2000).

ACE

Im August 1997 wurde der bereits erwähnte Advanced Composition Explorer (ACE) gestartet. Wie in Stone et al. (1998) beschrieben, ist das Ziel dieses Satelliten, den Teilchenstrom in der Nähe der Erde zu studieren. Bei niedrigen Energien wird dieser vom Sonnenwind dominiert, bei höheren Energien⁷ werden jedoch Beiträge vom interstellaren Medium und von galaktischen Quellen wichtig (siehe Fisk u. Gloeckler 2006). Der Satellit ist in einem Orbit um den Lagrange-Punkt L_1 stationiert.

RHESSI

Der Reuven Ramaty High Energy Solar Spectroscopic Imager (kurz RHESSI) wurde im Februar 2002 gestartet und beobachtet die Sonne im Bereich harter Röntgenstrahlen und Gammastrahlen und ergänzt so die Beobachtungsmethoden. Lin (2000) erläutert, daß die Hauptüberlegung beim Design die Beobachtung der Strahlung war, die als Bremsstrahlung von hochenergetischen Teilchen in solaren Flares erzeugt wird. Zusätzlich erhält man aus Teilchenstößen Röntgen-Linien, die Rückschlüsse auf die beschleunigten Teilchen und die Stoßpartner in der oberen Atmosphäre der Sonne zulassen. Genau wie erhofft, konnten Hurford et al. (2003) Gammastrahlung, die von hochenergetischen Ionen erzeugt worden war, am Fußpunkt eines Flares nachweisen. Die gute Energieauflösung der gemessenen Röntgenspektren erlaubte Rückschlüsse auf die Energieverteilung der Elektronen in Flares (siehe Sui et al. 2005).

RHESSI lieferte auch einige Ergebnisse, die über das ursprüngliche Designziel hinausgehen. Aufgrund der Verteilung und Stärke der von RHESSI beobachteten Flares und

⁷ACE kann bis zu mehreren hundert MeV pro Nukleon messen

Microflares schließt Hannah et al. (2011) diese als Ursache für die extremen koronalen Temperaturen aus. Da sich RHESSI in einer Erdumlaufbahn befindet und regelmässig wieder die Nachtseite der Erde im Blickfeld hat, wurden von Smith et al. (2005) Gammastrahlen, die von hochenergetischen Elektronen in Gewitterwolken stammten, entdeckt.

Stereo

Die Stereo (kurz für Solar TERrestrial RELations Observatory) Mission enthält zwei fast identische Satelliten, die zusammen im Oktober 2006 gestartet wurden. Durch zwei getrennte Swing-By Manöver am Mond wurden die Raumfahrzeuge vom Erdorbit in unterschiedliche Umlaufbahnen um die Sonne versetzt. Stereo A ist dabei etwas sonnennäher und schneller als die Erde, während Stereo B etwas außerhalb der Erdbahn die Sonne umkreist und so langsam zurückbleibt. Auf diese Weise kann man die Sonne aus zwei (bzw. drei, wenn man Satelliten am Erdnahen L_1 mit einschließt) Richtungen beobachten. Wie in Kaiser et al. (2008) beschrieben, enthält jeder der beiden Satelliten Messgeräte, um die Sonne im Radiobereich, im sichtbarem Licht und im nahen UV zu beobachten. Zusätzlich sind Instrumente an Bord, die die Teilchenverteilung und Magnetfelder, sowie elektromagnetische Wellen am Ort des Satelliten messen. Die Sonden sind also darauf optimiert, CMEs bei ihrer Entstehung und beim Erreichen von 1 AU zu beobachten. Tatsächlich konnte schon 2007, bei noch kleiner stereoskopischer Basislinie, eine Schleife in der Korona erfolgreich rekonstruiert werden (siehe Feng et al. 2007). Später, mit größerer Basislinie, wurden auch CMEs erfolgreich beobachtet. Davis et al. (2009) etwa berichten von einem erdgerichteten CME, der erfolgreich von beiden Stereo Satelliten gesehen und der zusätzlich vom ACE Satelliten gemessen wurde.

SDO

Das Solar Dynamics Observatory ist der neueste verfügbare Satellit für Sonnenbeobachtungen. Der Satellit wurde 2010 gestartet (siehe Pesnell et al. 2012) und beobachtet die Sonne über einen weiteren Bereich des ultravioletten Spektrums, um Aufschlüsse über den Zustand und die Dynamik von Chromosphäre und Korona zu erhalten. Zusätzlich ist mit HMI (Helioseismic and Magnetic Imager) ein Instrument an Bord, das durch schmalbandige Beobachtungen von Doppler-Verschiebung und Polarisation einer Eisenlinie das Magnetfeld in der Photosphäre vermessen kann. Zu Design und Funktionsweise dieses Instrumentes sei auf Schou et al. (2012) verwiesen. Cheng et al. (2013) haben die UV-Beobachtungen vor kurzem dazu verwendet, koronale Strukturen, die zur Entstehung eines CMEs geführt haben, zu studieren.

2.4.2 Ergebnisse

Zur Illustration was für Ergebnisse man von den zuvorgenannten Satelliten erwarten kann wird hier exemplarisch gezeigt, wie der CME getriebene Schock, der Stereo A am 20. August 2010 erreicht, sich in den verschiedenen Instrumenten zeigt. Zu diesem Zeitpunkt eilte Stereo A bereits etwa 80 Grad entlang der Erdbahn voraus, so daß der Schock

nicht gleichzeitig mit erdnahen Satelliten beobachtet werden konnte. Hieran erkennt man ein Problem von Beobachtungen: verschiedene Satelliten tragen komplementäre Instrumente, die sich gut ergänzen könnten, aber nur wenige Schock erreichen mehr als eine Beobachtungsplattform.

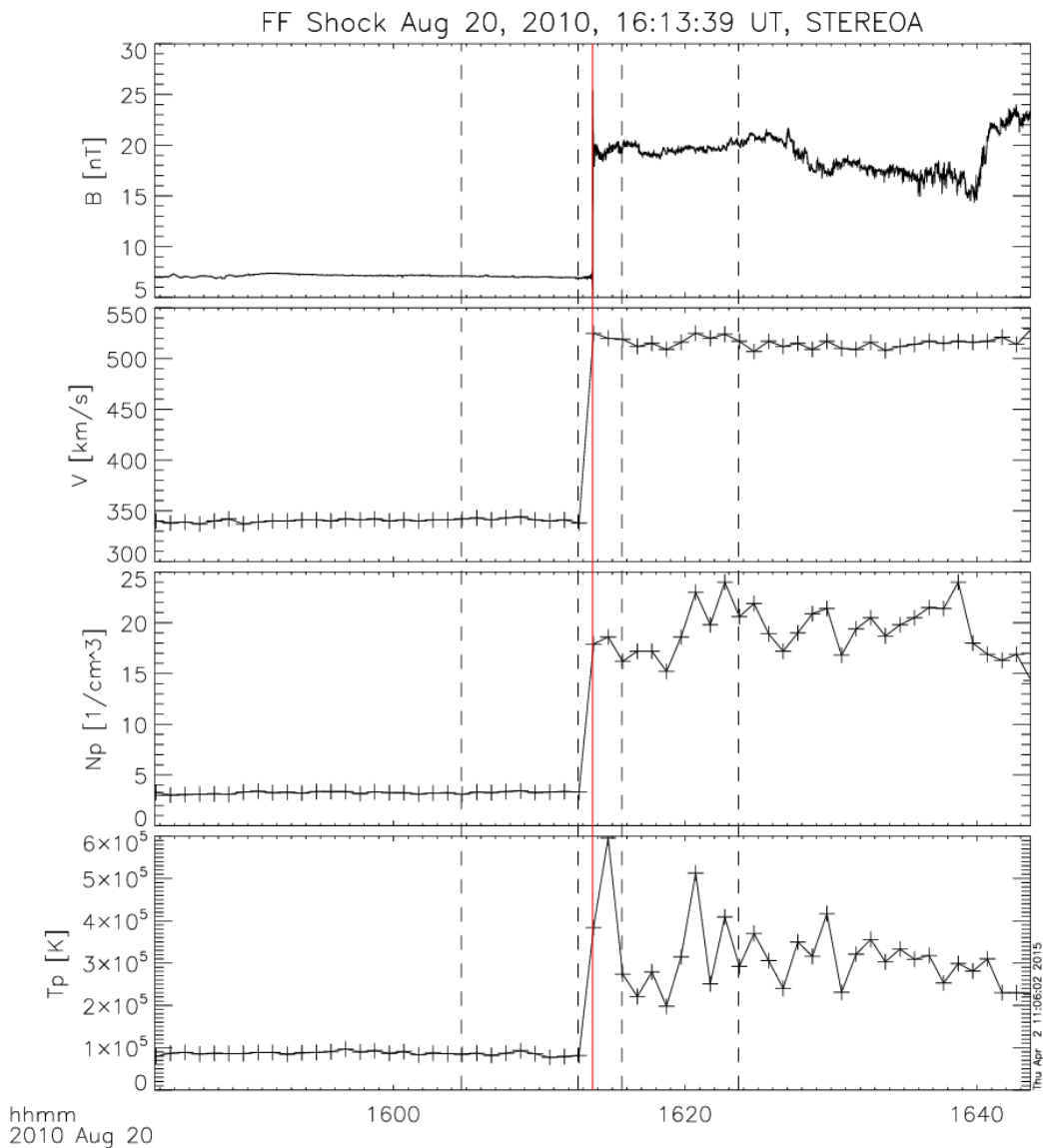


Abbildung 2.7: Gezeigt ist der zeitliche Verlauf der Plasmaeigenschaften während der CME gestriebene Schock Stereo A überstreicht. Von oben nach unten sind gezeigt: Die Magnetfeldstärke, die Strömungsgeschwindigkeit, die Anzahl-dichte der Protonen und ihre Temperatur. Abbildung aus der Heliospheric Shock Database der Universität Helsinki.

Der Schock wurde relativ willkürlich ausgewählt und weist eine relativ niedrige Schock-

geschwindigkeit von 550 km/s auf. Dies reicht jedoch für eine Mach-Zahl von 2,2 und ein Kompressionsverhältnis von 2,79 aus. Abbildung 2.7 zeigt den zeitlichen Verlauf von Magnetfeldstärke, Flußgeschwindigkeit, Teilchendichte und Temperatur, während die Schockfront den Satelliten überstreicht.

Man erkennt, daß sämtliche Größen im Rahmen der zeitlichen Auflösung, instantan von den Werten im ungestörten Sonnenwind (downstream) auf die Werte hinter der Schockfront (upstream) springen und dort relativ konstant bleiben. Von der Struktur der Schockfront ist nicht zu erkennen.

Betrachtet man die Messdaten des Swaves Instruments, das elektromagnetische Wellen in einem breiten Frequenzbereich erfasst, für den gleichen Zeitraum, so erkennt man (siehe Abbildung 2.8) einerseits, daß die Passage der Schockfront nicht nur die Teilchendichte deutlich erhöht, sondern auch die Wellenaktivität im Plasma stark zunimmt. Andererseits erkennt man, daß direkt an der Schockfront selbst starke Wellenaktivität bei 20 bis 30 Kilohertz zu beobachten ist. Dies ist im Bereich der lokalen Plasmafrequenz. Eine genauere Unterscheidung nach Wellenmoden ist jedoch leider nicht möglich, da der Satellit nur an einer Stelle misst und daher weder Aussagen über die Wellenlänge treffen kann, noch zwischen longitudinaler und transversaler Natur der Wellenmoden unterscheiden kann.

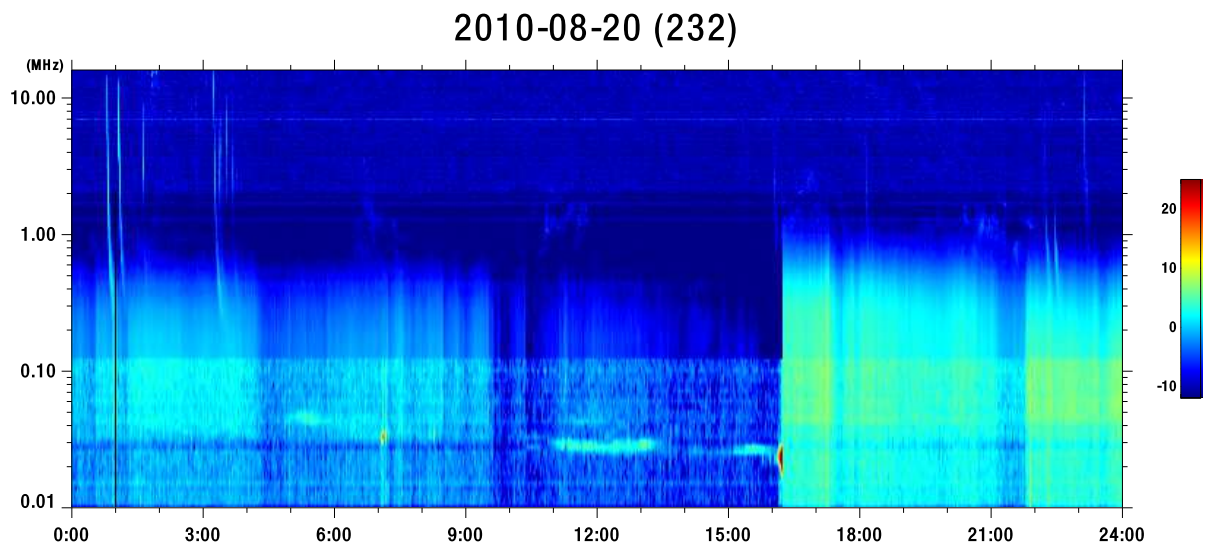


Abbildung 2.8: Energiedichte in elektromagnetischen Fluktuationen, gemessen vom Swaves-Instrument. Die Farbskala zeigt willkürliche, logarithmische Einheiten. Deutlich zu erkennen ist die Zunahme der Fluktuationen im Downstream nach der Passage der Schockfront. Die starke Aktivität direkt an der Schockfront ist an der lokalen Plasmafrequenz konzentriert.

Die verschiedenen Teile des IMPACT Instruments erlauben es, die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen näher zu charakterisieren. Abbildung 2.9 enthält dazu drei Teilplots. Im obersten ist der Fluß an Elektronen bei verschiedenen Energien gezeigt. Man erkennt deutlich, daß mit der Ankunft der Schockfront der Elektronenfluß im Be-

reich von 100 bis 200 eV um zwei Größenordnungen ansteigt. Des weiteren erkennt man, daß Elektronen bis auf Energien von zwei Kiloelektronenvolt beschleunigt werden, mehr als das 200-fache der thermischen Energie.

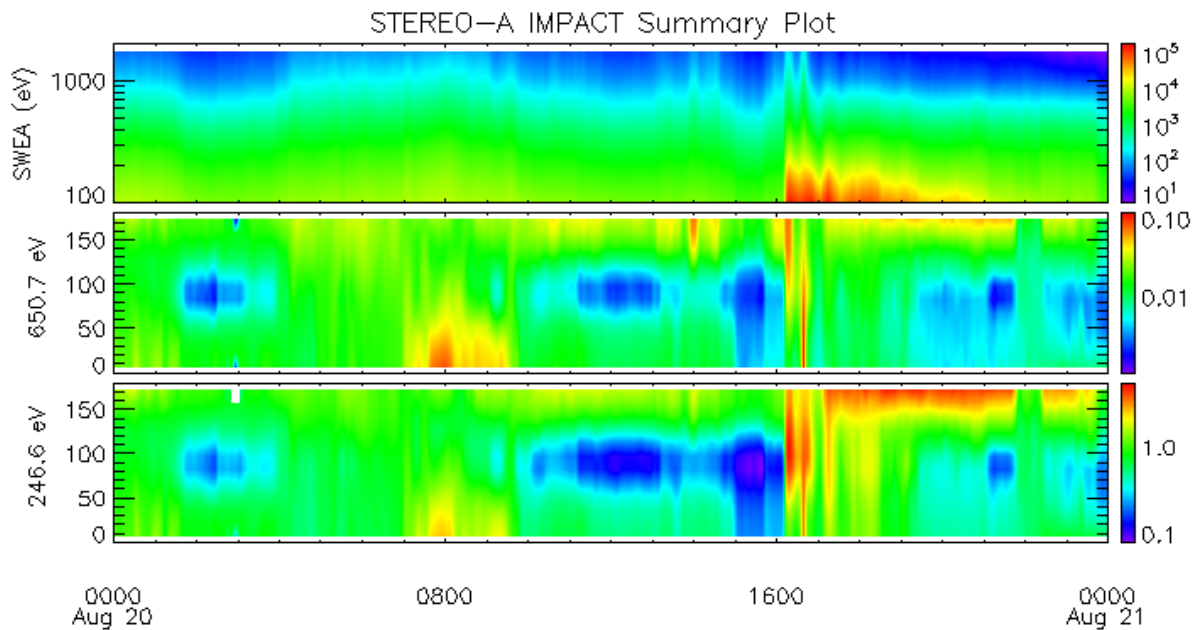


Abbildung 2.9: Elektronenfluß bei verschiedenen Energien, beobachtet mit SWEA und Verteilung der Pitch-Winkel zwischen Teilchengeschwindigkeit und lokalem Magnetfeld bei zwei verschiedenen Energien.

In den beiden unteren Plots ist die Verteilung der Pitch-Winkel, sprich der Winkel zwischen der Teilchengeschwindigkeit und dem lokalen Magnetfeld, für Elektronen bei zwei verschiedenen Energien gezeigt. Auch hier erkennt man, wenn man alle Winkel zusammennimmt, eine starke Zunahme der Teilchendichte bei Passage der Schockfront. Zusätzlich erkennt man direkt an der Schockfront eine Häufung bei einem Pitch-Winkel von 90 Grad, die Elektronen gyrieren also um das lokale Magnetfeld. Später ist die Verteilung durch einen Peak bei 180 Grad bestimmt. Die Elektronen bewegen sich also antiparallel zu Magnetfeld, was dafür spricht, daß sie den Schock entlang der Magnetfeldlinien in Richtung Downstream verlassen haben.

Nimmt man diese Beobachtungsergebnisse zusammen, so wird klar, daß Schocks im interplanetaren Medium Teilchen zu hohen Energien beschleunigen können. Der Mechanismus, der einen kleinen Teil der Bewegungsenergie der Schockwelle in kinetische Energie von Einzelteilchen umwandelt ist jedoch nicht erkennbar. Das verstärkte Auftreten von Wellen direkt an der Schockfront deutet jedoch schon an, daß die Wechselwirkung zwischen Teilchen und Wellen eine Rolle spielen dürfte.

Die zeitlich beschränkte Auflösung und die Beschränkung auf einen einzigen Punkt im Raum, den in-situ Messungen immer haben, hinterlassen einige offene Fragen: Wie groß kann der Anteil an beschleunigten Teilchen werden und aus welchem Bereich des Phasen-

raums stammen diese? Was beschränkt die maximale Energie der Teilchen? Wie effizient ist die Umwandlung von großskaliger Bewegungsenergie der Schockfront in die Bewegungsenergie der schnellsten Teilchen? Inwiefern bestimmen die vorher existierenden Wellen den Beschleunigungsprozeß? Hinterlässt der Beschleunigungsprozeß charakteristische Veränderungen im elektromagnetischen Spektrum, die als Signatur beobachtet werden können?

All diese Fragen erfordern eine mikrophysikalische Untersuchung, die die kinetische Natur der Einzelteilchen und das Wechselspiel zwischen Teilchen und Wellen selbstkonsistent erfasst. Die nötigen Grundlagen hierfür werden im nächsten Kapitel erläutert.

3 Theorie - Mikrophysik

3.1 Definition des Plasma-Zustands

Plasma is quasi-neutral gas with so many free charges that collective electromagnetic phenomena are important to its physical behavior.

(Koskinen 2011)

Diese Definition ist so kompakt, daß sie einiger Erläuterungen bedarf. Als erstes ist wichtig, daß es keinen thermodynamischen Phasenübergang zwischen Gas und Plasma gibt, weswegen man Plasma entgegen mancher Lehrbücher¹ nicht wirklich als eigenen Aggregatzustand bezeichnen kann. Trotzdem verhält sich natürlich ein Plasma anders als ein nicht-ionisiertes Gas. Bei ausreichendem *Ionisierungsgrad* und geringer Dichte werden die Gaseffekte sogar so unwichtig, daß man sie vollständig vernachlässigen kann. Ein solches Plasma wird als *kollisionsfrei* bezeichnet. Insbesondere für Plasmen in technischen Anwendungen ist dies jedoch nicht der Fall und Gaseffekte wie Neutralgas-Stöße müssen genau wie die kollektiven elektromagnetischen Effekten betrachtet werden.

Betrachtet man die kollektiven Effekte der Ladungsträger, so erkennt man, daß diese zu einer starken Kopplung an die elektromagnetischen Felder führen, was sich durch einen nicht trivialen Permeabilitätstensor ausdrücken läßt. Dies führt dazu, daß in Plasmen eine Vielzahl an Wellenphänomenen existiert. Außerdem kann die Kopplung der Teilchen untereinander durch die selbsterzeugten Felder zu einer Interaktion führen, die viel stärker ist, als man anhand der Stoßfrequenz erwarten würde. Insbesondere führt die Interaktion mit den Feldern im Plasma dazu, daß in kollisionsfreien Plasmen Schockfronten existieren können, obwohl die Teilchen ohne Interaktion aneinander vorbeiströmen könnten.

Der letzte Punkt der Definition ist die *Quasi-Neutralität*. In einem Gas sind die Elektronen an die positiven Atomrümpfe gebunden und das Gas ist auf allen nicht-atomaren Längenskalen neutral. Werden Gasatome ionisiert, so haben die Elektronen prinzipiell die Möglichkeit, sich von den Atomrümpfen beliebig weit zu entfernen. Allerdings sorgen die entstehenden elektrischen Felder für eine Kraft, die Bereiche mit einem Überschuss an Ionen für Elektronen anziehend macht, so daß auch ein Plasma auf größeren Längenskalen neutral ist. Es existiert jedoch eine charakteristische Längenskala – die *Debye-Länge* – unterhalb der zeitlich fluktuierende Ladungsregionen vorhanden sein können.

Manchmal werden auch andere Systeme mit kollektiver langreichweitiger Kopplung als Plasma bezeichnet, wie zum Beispiel das Quark-Gluonen-Plasma, das bei der Kollision

¹Birdsall u. Langdon (2005) begeht diesen Fehler, ist für die Darstellung der Numerik aber sehr zu empfehlen

extrem relativistischer Nukleonen entsteht, und in dem die langreichweitige Kopplung durch die starke Kernkraft geschieht. Solche exotischen Plasmen sind in dieser Arbeit jedoch vollständig ausgespart.

Möchte man nun das Verhalten eines Plasmas untersuchen, so hat man drei prinzipielle Möglichkeiten. Man kann (Labor-)Experimente entwickeln, man kann theoretische Modelle aufstellen und versuchen, neue Erkenntnisse daraus abzuleiten, oder man kann numerische Modelle implementieren und auf Computern ausführen. Die drei Verfahren haben ihre eigenen Stärken und Schwächen, so daß man in den meisten Fällen geschickte Kombinationen wählen muß. Grundlegende Plasmaphysik läßt sich gut im Labor untersuchen. Für astrophysikalische Plasmen hat man jedoch das Problem, daß sie charakteristische Zeit- und Längenskalen aufweisen, die im Labor nicht realisierbar sind. Auch Randeffekte und Kollisionseffekte durch die vergleichsweise großen Dichten bereiten Probleme. Bei analytischen Rechnungen muß man oft vereinfachende Annahmen treffen, um die starke Selbstkopplung beherrschen zu können und numerische Modelle müssen oftmals kleine Skalen vernachlässigen oder unnatürliche Werte für Parameter oder Naturkonstanten annehmen, um auch nur kleine Teilbereiche simulieren zu können. Da sich sowohl theoretische Modelle, als auch numerische Modelle ausgehend von der Vlasov-Gleichung konstruieren lassen, soll diese im folgenden Abschnitt erläutert werden. Auch wenn Particle-in-Cell Codes als ein mögliches numerisches Model aus der Vlasov-Gleichung hervorgehen, sollte man im Hinterkopf behalten, daß sie einerseits nur kollisionsfreie Plasmen simulieren können, andererseits aber auch nicht-neutrale Systeme simulieren können. So lassen sie sich etwa zur Simulation von Bauteilen von Teilchenbeschleunigern oder Mikrowellenverstärkern verwenden. In beiden Fällen bewegen sich Strahlen geladener Teilchen in einer umgebenden Geometrie und bauen elektrische und magnetische Felder auf, mit denen sie interagieren.

3.2 Beschreibung durch Vlasov-Gleichung

Da die *Vlasov-Gleichung*, wie schon erwähnt, wichtig für die Beschreibung von kollisionsfreien Plasmen ist, soll in diesem Abschnitt eine Herleitung dieser Gleichung wiedergeben werden. Diese Herleitung orientiert sich sehr stark an der exzellenten Einführung in die Theorie kinetischer Plasmen von Nicholson (1983), was nicht² der historischen Entwicklung dieser Theorie entspricht.

Als Ausgangspunkt der Überlegungen diene ein einzelnes Teilchen – vielleicht ein Elektron –, das sich zur Zeit t am Ort $\vec{x}(t)$ befindet. Diese Position ist zeitabhängig, da das Teilchen die Geschwindigkeit $\vec{v}(t)$ aufweist, welche im Allgemeinen von Null verschieden ist. Man kann diese beiden Eigenschaften des Teilchens als Punkt in einem sechsdimensionalen Phasenraum, der Ort und Geschwindigkeit kombiniert, betrachten. Anstatt nun die zeitabhängige Lage des Punktes im Phasenraum anzugeben, kann man zu einer Phasenraumdichte übergehen:

$$N(\vec{x}, \vec{v}, t) = \delta(\vec{x} - \vec{x}(t)) \cdot \delta(\vec{v} - \vec{v}(t)). \quad (3.1)$$

²wie dem aufmerksamen Leser an den Jahreszahlen der zitierten Originalarbeiten auffallen wird

Da ein einzelnes Teilchen noch kein Plasma ausmacht, kann man im nächsten Schritt die Phasenraumdicke aller Teilchen einer Spezies betrachten:

$$N_\alpha(\vec{x}, \vec{v}, t) = \sum_\alpha \delta(\vec{x} - \vec{x}_\alpha(t)) \cdot \delta(\vec{v} - \vec{v}_\alpha(t)). \quad (3.2)$$

Um Informationen über die Dynamik dieser zeitabhängigen Dichte zu erhalten, berechnet man die Zeitableitung und erhält so

$$\frac{\partial N_\alpha(\vec{x}, \vec{v}, t)}{\partial t} = - \sum_\alpha \dot{\vec{x}}_\alpha(t) \nabla_x \delta(\vec{x} - \vec{x}_\alpha(t)) \cdot \delta(\vec{v} - \vec{v}_\alpha(t)) + \dot{\vec{v}}_\alpha(t) \nabla_v \delta(\vec{x} - \vec{x}_\alpha(t)) \cdot \delta(\vec{v} - \vec{v}_\alpha(t)). \quad (3.3)$$

Die Ortsänderung $\dot{\vec{x}}_\alpha(t)$ kann ohne Probleme durch die Geschwindigkeit $\vec{v}_\alpha(t)$ ersetzt werden. Nehmen wir für einen Moment an, daß nur die elektrischen und magnetischen Felder im Plasma wirken, so kann man die Geschwindigkeitsänderung $\dot{\vec{v}}_\alpha(t)$ durch die Wirkung der Lorentz-Kraft ausdrücken. Berücksichtigt man jetzt noch, daß die Terme, auf die die Ableitungsoperatoren wirken, genau N_α sind, so erhält man die *Klimontovich-Gleichung*:

$$\frac{\partial N_\alpha(\vec{x}, \vec{v}, t)}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla_x N_\alpha + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \left(\vec{E}(\vec{x}, t) + \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B}(\vec{x}, t) \right) \cdot \nabla_v N_\alpha = 0. \quad (3.4)$$

Diese wurde von Klimontovich (1967) veröffentlicht und bildet zusammen mit den Maxwell-Gleichungen für $\vec{B}(\vec{x}, t)$ und $\vec{E}(\vec{x}, t)$ und einer Beschreibung, wie man die Ladungsdichte ρ und die Stromdichte \vec{j} aus N_α berechnet, eine vollständige, aber unhandliche Beschreibung eines Plasmas. Zudem enthält die Phasenraumdicke N_α sämtliche (größtenteils uninteressanten) mikroskopische Informationen und ist als Summe über extrem viele Delta-Funktionen viel „rauer“, als man es sich für analytische Rechnungen wünscht.

Man wechselt daher zum Ensemblemittel über viele makroskopisch vergleichbare Realisierungen des untersuchten Plasmas und ersetzt die Phasenraumdicke eines einzelnen Plasmas durch ihren glatten Mittelwert:

$$f_\alpha(\vec{x}, \vec{v}, t) = \langle N_\alpha(\vec{x}, \vec{v}, t) \rangle. \quad (3.5)$$

Möchte man die Entwicklungsgleichung für diese neue Größe aufstellen, so muß man auch für die Felder das Ensemblemittel $\langle \vec{E}(\vec{x}, t) \rangle$, $\langle \vec{B}(\vec{x}, t) \rangle$ und die zufälligen Abweichungen davon in einer einzelnen Realisierung $\delta \vec{E}(\vec{x}, t)$, $\delta \vec{B}(\vec{x}, t)$ betrachten. Für letztere muß – genau wie für den Unterschied zwischen N_α und f_α – gelten:

$$\langle \delta \vec{B} \rangle = 0, \langle \delta \vec{E} \rangle = 0, \langle \delta N_\alpha \rangle = 0. \quad (3.6)$$

Mit diesen Mittelwerten läßt sich das Äquivalent zu Gleichung 3.4 ausdrücken:

$$\frac{\partial f_\alpha(\vec{x}, \vec{v}, t)}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla_x f_\alpha + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \left(\langle \vec{E}(\vec{x}, t) \rangle + \frac{\vec{v}}{c} \times \langle \vec{B}(\vec{x}, t) \rangle \right) \cdot \nabla_v f_\alpha = \quad (3.7)$$

$$= - \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \left\langle \left(\delta \vec{E}(\vec{x}, t) + \frac{\vec{v}}{c} \times \delta \vec{B}(\vec{x}, t) \right) \cdot \nabla_v \delta N_\alpha \right\rangle. \quad (3.8)$$

Die linke Seite enthält nur Ensemblemittelwerte, während die rechte Seite den Einfluss der Abweichungen vom Mittelwert in einer einzelnen Realisierung beschreibt. Da man bei einem Plasma allerdings davon ausgeht, daß die kollektiven Effekte gegenüber (zufälligen) lokalen Effekten dominieren, ist es nicht unvernünftig davon auszugehen, daß die linke Seite der Gleichung überwiegt. Im Grenzfall von unendlich vielen Teilchen pro Plasmalängenskala (also unendlich großem Plasmaparameter, siehe weiter unten) kann man die rechte Seite von Gleichung 3.8 Null setzen und erhält die *Vlasov-Gleichung*:

$$\frac{\partial f_\alpha(\vec{x}, \vec{v}, t)}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla_x f_\alpha + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \left(\vec{E}(\vec{x}, t) + \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B}(\vec{x}, t) \right) \cdot \nabla_v f_\alpha = 0. \quad (3.9)$$

Diese Gleichung wurde in (Vlasov, 1938) zur Beschreibung von Plasmawellen aufgestellt, die obige Herleitung ist allerdings viel zugänglicher als das russische Originalpapier. Eine alternative Herleitung über die Liouville-Gleichung ist ebenfalls in Nicholson (1983) enthalten. In Abschnitt 5.1 wird erläutert, wie Gleichung 3.9 verwendet werden kann, um die Grundgleichungen für eine numerische Behandlung in einem PiC-Code zu liefern.

3.3 Fundamentale Plasmagrößen

Im Gegensatz zu den Maxwell-Gleichungen im Vakuum, die keine ausgezeichneten Zeit- oder Längenskala enthalten und für Wellen mit Kilometern Wellenlänge genauso funktionieren, wie für solche mit Bruchteilen von Mikrometern im sichtbaren Bereich des Spektrums, gibt es im Plasma Skalen, die einerseits das Plasma charakterisieren und die andererseits deutliche Unterschiede im Verhalten hervorrufen, wenn man eine solche Skala unter- oder überschreitet.

3.3.1 Plasmafrequenz

Als erste solche intrinsische Größe soll die *Plasmafrequenz* ω_p erwähnt werden. Diese Größe ist zuerst für jede Spezies – Elektronen und Ionen – im Plasma einzeln definiert. Anschaulich betrachtet ist die Plasmafrequenz die Frequenz, mit der Ladungsträger um ihre Ruhelage schwingen, wenn sie aus dieser ausgelenkt werden. Sie hängt von der Masse der Ladungsträger und der Stärke der elektrischen Felder (und damit der Ladungsträgerdichte) ab und ergibt sich im Falle von Elektronen zu (siehe Bittencourt 2004):

$$\omega_{pe} = \sqrt{\frac{4\pi n_e e^2}{m_e}}. \quad (3.10)$$

Bei einfach geladenen Ionen taucht aufgrund der Neutralität in der Plasmafrequenz ω_i die selbe Ladungsträgerdichte wie für die Elektronen auf. Die Ionenmasse ist jedoch wesentlich größer als die Elektronenmasse, die Plasmafrequenz entsprechend kleiner. Man kann nun eine Plasmafrequenz für das gesamte Plasma bilden, indem man die Plasmafrequenzen der einzelnen Spezies quadratisch addiert.

$$\omega_p = \sqrt{\omega_{pe}^2 + \omega_{pi}^2}. \quad (3.11)$$

Meist dominiert der Beitrag der Elektronen als beweglichste Spezies. Für alle Fälle von Elektronen-Positronen-Plasmen oder Plasmen in Simulationen mit künstlich verringertem Verhältnis von Ionen- zu Elektronenmasse, kann man den Unterschied zwischen Plasmafrequenz der Elektronen und des gesamten Plasmas jedoch nicht länger vernachlässigen.

Die Plasmafrequenz setzt eine natürliche Frequenz- und damit Zeitskala. So können etwa elektromagnetische Wellen mit einer Frequenz unterhalb der Plasmafrequenz nicht propagieren (siehe Abschnitt 3.4.5). Desweiteren geht ω_p in die charakteristischen Längenskalen wie Debye-Länge und Inertiallänge ein, die im Folgenden erläutert werden.

3.3.2 Debye-Länge

Die kleinste intrinsische Längenskala des unmagnetisierten Plasmas ist durch die sogenannte *Debye-Länge* gegeben. Diese gibt an, auf welchen Längenskalen die beweglichen Ladungsträger im Plasma elektrische Ladungen abschirmen und damit auf welchen Größenskalen maximal Abweichungen von der elektrischen Neutralität möglich sind.

Diese nach dem Entdecker benannte Längenskala wurde erstmals in (Debye u. Hückel, 1923) beschrieben und ist in moderner Notation gegeben durch (siehe Bittencourt (2004)):

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{k_B T_e}{4\pi n_e e^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{v_{th,e}}{\omega_{pe}}. \quad (3.12)$$

In Kapitel 3.4 zeigt sich, daß diese Längenskala in der Dispersionsrelation etlicher Wellenmoden auftaucht. Mit anderen Worten: Der Brechungsindex des Plasmas ändert sich, wenn die Wellenlänge die Debye-Länge unterschreitet. Im Kapitel 5.2 zur Gestaltung numerischer Modelle taucht die Debye-Länge nochmals auf, da viele Simulationsverfahren diese Längenskala auflösen müssen, um unphysikalisches Verhalten zu vermeiden.

3.3.3 Inertiallänge

Die nächstgrößere Längenskala ist die *Inertiallänge*. Sie wird bestimmt durch die Strecke, die Licht binnen der Zeitskala einer Plasmaoszillation zurücklegen kann.

$$\delta_\alpha = \frac{c}{\omega_{p\alpha}}. \quad (3.13)$$

Diese Größe gibt an, auf welchen Längenskalen sich die Verteilungsfunktion einer Spezies, also zum Beispiel die Temperatur, verändern kann. Diese Längenskala spielt eine wichtige

Rolle bei der Modellierung von Rekonnexion (siehe Klimas et al. 2008). Für die in dieser Arbeit betrachteten Schocks spielt sie jedoch nur eine untergeordnete Rolle. Die Inertiallänge der Elektronen (bzw. $1/\sum 1/\delta_\alpha$ wenn es mehr als eine leichte Spezies gibt) wird auch als *Skin Depth* bezeichnet und ist die typische Eindringtiefe von langsamen Wechselfeldern, die nur als evanescente Wellen ins Plasma eindringen können.

3.3.4 Gyroskalen

Die letzte verbliebene mikroskopische Längenskala ist der *Gyroradius*, der auch als *Larmor-Radius* oder *Zyklotronradius* bezeichnet wird. Da in die Definition jedoch die *Gyrofrequenz* eingeht, rentiert es sich, zuerst einen Blick auf diese zu werfen (vergleiche Book 2007).

Geladene Teilchen bewegen sich im homogenen Magnetfeld in der Ebene senkrecht zu den Feldlinien auf geschlossenen Kreisbahnen. Die Kreisfrequenz dieser Bewegung ist dabei durch

$$\Omega_\alpha = \frac{q_\alpha |\vec{B}|}{m_\alpha c} \quad (3.14)$$

gegeben. Der Radius der Kreisbahn hängt dann nur von der Geschwindigkeit in der Ebene senkrecht zum Magnetfeld und dieser Frequenz ab. Nimmt man an, daß sich Teilchen typischerweise mit der thermischen Geschwindigkeit bewegen, so erhält man für den Gyroradius:

$$r_\alpha = \frac{v_{\text{th},\alpha}}{\Omega_\alpha}. \quad (3.15)$$

Für nicht zu stark magnetisierte Plasmen liegt die Gyrofrequenz (deutlich) unter der Plasmafrequenz und der Gyroradius ist deutlich größer als die Debye-Länge. Während die Debye-Länge also die Untergrenze für die Auflösung eines numerischen Modells festlegt³, liefert der Gyroradius eine Mindestgröße für die Ausdehnung des simulierten Bereichs.

3.3.5 Plasmabeta

Nach den Längenskalen in einem Plasma sollen jetzt noch die zwei dimensionslosen Größen, die ein Plasma charakterisieren, beschrieben werden. Die erste davon wird als *Plasmabeta* bezeichnet und dementsprechend mit dem Formelzeichen β abgekürzt. Die Definition ist dabei:

$$\beta = \frac{8\pi n_\alpha k_B T_\alpha}{B^2}. \quad (3.16)$$

Anschaulich betrachtet gibt dieser Parameter das Verhältnis von Teilchendruck zu magnetischem Druck an. Wie am Index α zu erkennen ist, ist das Beta für unterschiedliche

³oder äquivalent die Obergrenze für die zulässige Zellgröße

Spezies getrennt definiert. Sollten außer den Elektronen andere Spezies signifikant beitragen, so werden deren β_α summiert. Für kleine Werte von β ist das Verhalten vom Magnetfeld dominiert, das Plasma wird als „magnetisiert“ bezeichnet. Für $\beta \gg 1$ dominiert das Verhalten der Teilchen und das Magnetfeld wird ohne großen Einfluss auf die Dynamik mittransportiert.

3.3.6 Plasmaparameter

Als letzten „fundamentalen“ Parameter kann man den sogenannten Plasmaparameter N betrachten. Dieser gibt die Zahl an freien Ladungsträgern in einer Kugel an, deren Radius der Debye-Länge entspricht:

$$N = \frac{4}{3}\pi \lambda_D^3 n_e. \quad (3.17)$$

Nur wenn dieser Parameter größer als Eins ist, dominieren die Effekte der kollektiven Wechselwirkung über Zweiteilcheninteraktionen. Dies ist jedoch für alle astrophysikalischen Plasmen gegeben.

3.4 Wellenmoden

Im Gegensatz zum Vakuum, in dem es nur eine Wellenmode – die elektromagnetische Welle – gibt, kann ein Plasma eine Vielzahl an Wellenmoden mit komplexem Verhalten enthalten. Das Verhalten der Wellenmoden kann sich in Abhängigkeit von verschiedenen Parametern (Temperatur von Ionen und Elektronen, Stärke und Richtung des Hintergrundmagnetfelds) ändern. Erschwerend kommt hinzu, daß die Nomenklatur der unterschiedlichen Moden in unterschiedlichen Bereichen der Plasmaphysik nicht einheitlich ist und sich von Lehrbuch zu Lehrbuch unterscheiden kann. Um Missverständnisse zu vermeiden, soll daher im Folgenden ein kurzer Überblick über die Wellenmoden, die für Schocksimulationen relevant sind, gegeben werden. Die Aufzählung ist jedoch in keinsten Weise vollständig; es existieren weit mehr Wellenmoden als hier diskutiert werden.

Um eine Wellenmode zu charakterisieren, ist neben der Angabe, welche Größen (elektrisches Feld, magnetisches Feld, Dichte, Strom) periodische Schwankungen in Raum und Zeit aufweisen, der Zusammenhang zwischen Frequenz und Wellenlänge interessant. Dieser Zusammenhang beschreibt auch die Ausbreitungsgeschwindigkeit in Abhängigkeit von der Wellenlänge und damit das Auseinanderlaufen von Wellen verschiedener „Farben“. Daher hat sich analog zur Optik der Begriff der *Dispersionsrelation* für $\omega(k)$ (oder das in manchen Fällen einfachere $k(\omega)$) eingebürgert.

Um die Dispersionsrelation einer Wellenmode zu berechnen, beschreibt man die Welle als kleine Störung aus dem Gleichgewichtszustand und linearisiert so die Vlasov-Gleichung. Zusammen mit Näherungen, wie dem kalten Plasma ($v_{th} \rightarrow 0$), statischen Ionen ($m_i \rightarrow \infty$), oder masselosen Elektronen ($m_e \rightarrow 0$), kann man dann analytische Ausdrücke für die Dispersionsrelation erhalten. Da sich diese Arbeit nicht primär

mit Wellenmoden und deren Kopplung beschäftigt, werden die Herleitungen hier allerdings nicht wiederholt. Der interessierte Leser sei auf Canuto et al. (1978), Stix (1992), Schreiner (2011) oder Ganse (2012) verwiesen.

3.4.1 Ionenschallwellen

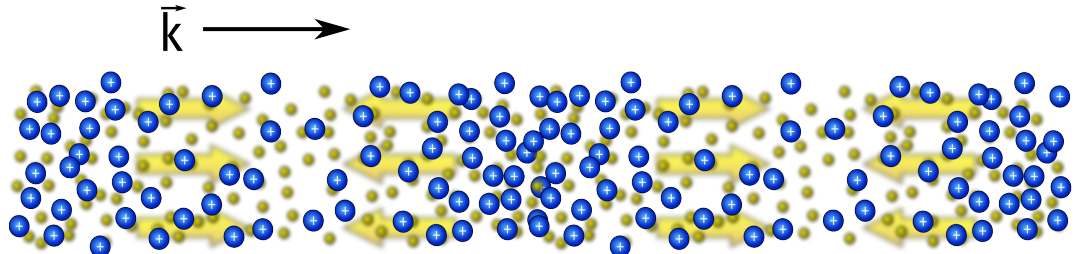


Abbildung 3.1: Die Ionenschallwelle wird durch Dichteschwankungen der Ionen getragen, die jedoch nicht über Teilchenstöße und resultierendem Druck wechselwirken, sondern durch die damit verbundenen Ladungsschwankungen und longitudinalen elektrischen Felder. Die Welle propagiert nur, wenn die Elektronen so warm sind, daß ihre thermische Geschwindigkeit ein Ausgleichen der Ladungsschwankungen und damit eine Dämpfung der Welle verhindert. Abbildung aus Ganse (2012).

Eine Welle, die man in jedem Medium erwartet, ist die *Schallwelle*. Da die hier betrachteten Plasmen allerdings kollisionsfrei sind, gestaltet sich die Schallwelle komplizierter als man erwarten könnte. Eine Schallwelle in einem Gas wird durch Teilchenstöße und dem damit verbundenen Druck getragen. In einem Plasma hingegen findet sich eine longitudinale Welle der Ionendichte, die mit einer Ladungsschwankung und longitudinalen elektrischen Feldern verbunden ist. Dies funktioniert nur, wenn die Elektronen so warm sind, daß ihre thermische Bewegung sie daran hindert die Ladungsschwankungen effektiv auszugleichen. Dies ist der Fall wenn die Elektronentemperatur T_e deutlich über der Iontemperatur T_i liegt. Dann ist die Dämpfung der Wellenmode klein und sie kann sich im Bereich

$$\sqrt{\frac{k_B T_i}{m_i}} < \frac{\omega}{k} < \sqrt{\frac{k_B T_e}{m_e}} \quad (3.18)$$

ausbreiten. Die Dispersionsrelation der *Ionenschallwelle* ist nicht zu kompliziert (vergleiche Koskinen 2011):

$$\omega^2 = \frac{v_S^2 k^2}{1 + k^2 \lambda_D^2}. \quad (3.19)$$

Die Ausbreitung der Welle erfolgt also für Wellenlängen deutlich größer als die Debye-

Länge mit konstanter *Schallgeschwindigkeit* v_S , die sich in der Herleitung zu

$$v_S = \sqrt{\frac{\gamma k_B T_e}{m_i}} \quad (3.20)$$

ergibt. Abbildung 3.1 zeigt eine schematische Darstellung der Welle aus Ganse (2012). Da die meisten Simulationen in dieser Arbeit mit Ionen und Elektronen im thermischen Gleichgewicht stattfinden, ist diese Mode in PiC Simulationen nicht aufzufinden. Die Schallgeschwindigkeit taucht allerdings später bei den magnetosonischen Wellen noch einmal auf.

3.4.2 Alfvén-Wellen

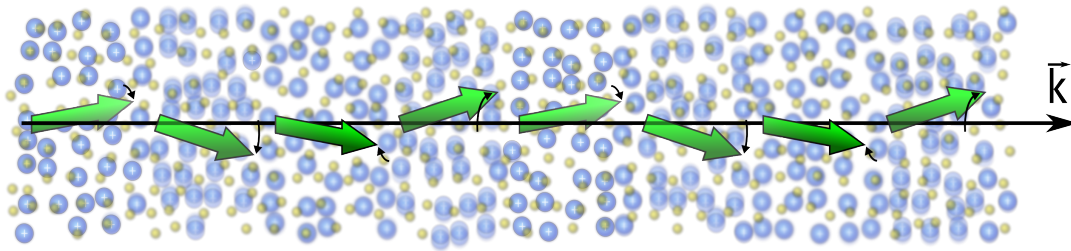


Abbildung 3.2: Die Alfvén-Welle ist eine linkszirkulare, transversale Störung von elektrischem und magnetischem Feld, die längs des Hintergrundmagnetfelds propagiert. Das elektrische Feld steht dabei senkrecht auf dem hier grün gezeichneten Magnetfeld und der Ausbreitungsrichtung. Verbunden mit der Welle ist eine kollektive Modulation der Geschwindigkeit der Ionen. Diese besitzen eine nicht verschwindende mittlere Geschwindigkeit antiparallel zum transversalen Anteil des Magnetfelds.

Eine Welle, die charakteristisch für ein Plasma ist, ist die *Alfvén-Welle*. Auf der einen Seite benötigt sie eine kollektive Veränderung der Teilchengeschwindigkeiten durch die Felder (was im nicht-ionisierten Gas nicht gegeben ist), und auf der anderen Seite den resultierenden Strom (der im Vakuum fehlen würde) als Quellterm in den Maxwell-Gleichungen. Dies lässt sich zu einem nicht-trivialen Leitfähigkeitstensor zusammenfassen, der Strom und elektrisches Feld verknüpft und vom Magnetfeld abhängt.

Statt einer Herleitung der Wellenmode soll hier vielmehr eine Beschreibung der charakteristischen Eigenschaften Platz finden. Die Welle erfordert ein Hintergrundmagnetfeld und breitet sich bevorzugt entlang dieses Felds aus. Eine Ausbreitung senkrecht zum Hintergrundmagnetfeld ist im Gegensatz zu den im Folgenden diskutierten magnetosonischen Wellen nicht möglich.

Eine schräge Wellenausbreitung ist prinzipiell möglich, verändert aber die Welleneigenschaften durch das Auftreten weiterer Feldkomponenten und bleibt daher vorerst unberücksichtigt. Desweiteren beschränkt sich die Beschreibung auf niedrige Frequenzen ω deutlich unterhalb der Zyklotronfrequenz der Ionen Ω_i im Hintergrundmagnetfeld.

Für eine Ausbreitung $\vec{k} \parallel \vec{B}$ findet man, daß die Welle räumlich und zeitlich harmonische Schwankungen von transversalem Magnetfeld, transversalem elektrischen Feld, transversalem Strom und transversalen Teilchengeschwindigkeiten aufweist. Longitudinale Schwankungen finden sich ebensowenig wie Dichtefluktuationen. Dabei ist die transversale Störung des Magnetfelds linkshändig zirkular polarisiert, die beiden Komponenten des Magnetfelds senkrecht zur Richtung des Hintergrundmagnetfelds haben also einen festen Phasenversatz von 90° . Das elektrische Feld steht senkrecht auf der Ebene, die vom k -Vektor und dem transversalen Magnetfeld aufgespannt wird. Der Strom wird hauptsächlich von den Ionen getragen und fließt antiparallel zur Richtung des transversalen magnetischen Felds. Abbildung 3.2 illustriert diese Zusammenhänge.

Die Ausbreitung erfolgt mit der charakteristischen *Alfvén-Geschwindigkeit* v_A :

$$v_A = \frac{B}{\sqrt{4\pi n_i m_i}}. \quad (3.21)$$

Für zunehmende Frequenzen, die nicht mehr klein gegen die Ionenzyklotronfrequenz sind, ist die Mode dispersiv und propagiert mit abnehmender Geschwindigkeit. Bei der Zyklotronfrequenz befindet sich eine Resonanz; die Welle koppelt stark an die Teilchen und wird schnell gedämpft. Die Dispersionsrelation $k(\omega)$ beschreibt diese Effekte und lautet:

$$k^2 \cos^2 \vartheta = \frac{\omega^2}{c^2} \cdot \left(1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega + \Omega_e)(\omega - \Omega_i)} \right). \quad (3.22)$$

Der Winkel ϑ erfaßt dabei die Abweichung zwischen Ausbreitungsrichtung und Hintergrundmagnetfeld. In der theoretischen Herleitung (siehe Schreiner 2011 oder Canuto et al. 1978) der Dispersionsrelation erkennt man, daß die Alfvén-Welle eine von vier Lösungen einer Gleichung vierter Ordnung für den Brechungsindex des Plasmas ist. Die zweite dieser Lösungen propagiert bei niedrigen Frequenzen ebenfalls mit Alfvén-Geschwindigkeit. Bei höheren Frequenzen enthält sie jedoch die *Whistler-Mode* mit der charakteristischen $\omega^2 \propto k$ Abhängigkeit und erreicht erst bei der Zyklotronfrequenz der Elektronen die Resonanz. Die beiden verbliebenen Lösungen beschreiben die *L- und R-Mode*, in welche die elektromagnetische Mode im magnetisierten Plasma aufspaltet.

3.4.3 Magnetosonische Wellen

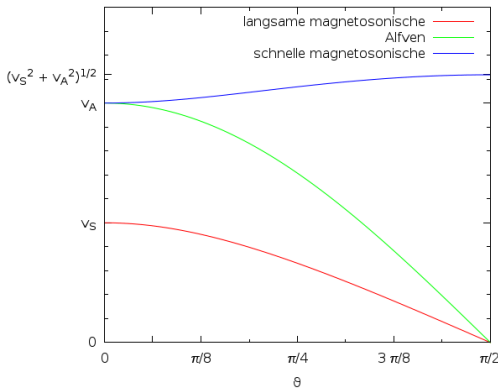
Da die Alfvén-Welle nicht quer zum Hintergrundmagnetfeld propagieren kann, ist für senkrechte Schocks eine andere Plasmamode wichtig. Es handelt sich dabei um die (schnelle) *magnetosonische Mode*, die in gewisser Weise eine Kombination aus Schallwelle und Alfvén-Welle darstellt. Die Mode enthält Schwankungen der Magnetfeldstärke in den Richtungen senkrecht zum Hintergrundmagnetfeld, aber auch Dichte- und Geschwindigkeitsschwankungen. Bei der schnellen magnetosonischen Mode sind die Druck- und Magnetfeldschwankungen in Phase und verstärken sich damit, was zu einer Phasengeschwindigkeit oberhalb von Schallgeschwindigkeit und Alfvén-Geschwindigkeit

führt. Zusätzlich existiert eine *langsame magnetosonische Mode*, bei der die Schwankungen gegenphasig sind. Die Dispersionsrelation läßt sich in Fluid-Näherung herleiten (siehe Koskinen 2011) und lautet:

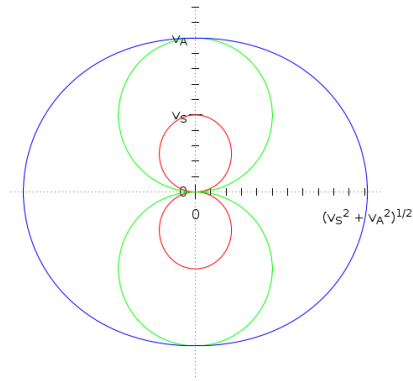
$$\frac{\omega^2}{k^2} = \frac{1}{2} (v_S^2 + v_A^2) \pm \frac{1}{2} \sqrt{(v_S^2 + v_A^2)^2 - 4 v_S^2 v_A^2 \cos^2 \vartheta}. \quad (3.23)$$

Dabei wird die schnelle magnetosonische Mode vom Fall mit dem + und die langsame durch den Fall mit dem – beschrieben. Der Winkel ϑ findet sich zwischen der Ausbreitungsrichtung und der Richtung des Hintergrundmagnetfelds.

Abbildung 3.3 zeigt die Winkelabhängigkeit der Ausbreitungsgeschwindigkeiten der drei niederfrequenten Plasmamoden. Wichtig ist dabei vor allem, daß in der Richtung parallel zum Hintergrundmagnetfeld die Alfvén-Welle genauso schnell wie die schnelle magnetosonische Mode ist. Damit ist für parallele Schocks nur die Machzahl relativ zur Alfvén-Geschwindigkeit wichtig. Für senkrechte Schocks ist aber die schnelle magnetosonische Mode wichtig, die sich mit $v_{ms} = (v_S^2 + v_A^2)^{1/2}$ ausbreitet.



(a) Ausbreitungsgeschwindigkeit zwischen paralleler und senkrechter Richtung zum Hintergrundmagnetfeld



(b) Ausbreitungsgeschwindigkeit in polarer Darstellung

Abbildung 3.3: Die drei niederfrequenten Plasmamoden haben Ausbreitungsgeschwindigkeiten, die vom Winkel zwischen Ausbreitungsrichtung und Hintergrundmagnetfeld abhängen. Gezeigt ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit für die langsame magnetosonische Mode, die Alfvén-Welle und die schnelle magnetosonische Mode. Nur die zuletzt genannte kann quer zum Hintergrundmagnetfeld propagieren und ist entsprechend wichtig für senkrechte Schocks. Gezeigt ist der Fall der supersonischen Alfvéngeschwindigkeit. Andernfalls würde es einen Geschwindigkeitsbereich zwischen Alfvén- und Schallgeschwindigkeit geben, der von keiner Wellenmode erreicht wird.

3.4.4 Langmuir-Mode

Eine Wellenmode, die hauptsächlich für die Simulationen zur Code-Validierung interessant ist, ist die *Langmuir-Mode*. Bei dieser handelt es sich um eine Auswirkung einer endlichen Temperatur auf die Plasmaoszillationen, die nicht wie im Grenzfall eines kalten Plasmas bei allen Wellenlängen mit der Plasmafrequenz erfolgen. Die Dispersionsrelation für diese Mode findet sich z.B. in Koskinen (2011) und lautet:

$$\omega^2 = \omega_{pe}^2 + 3k^2 v_{th,e}^2 = \omega_{pe}^2 \cdot (1 + 3k^2 \lambda_D^2). \quad (3.24)$$

Die Mode breitet sich mit etwa $v_{th,e}$ aus⁴. Die Mode ist gut im longitudinalen elektrischen Feld zu finden, koppelt aber nur wenig an Schwankungen der Massendichte und ist daher für die Schocksimulationen nicht von besonderer Bedeutung.

3.4.5 Elektromagnetische Wellen

Als letzte relevante Wellenmode soll noch die elektromagnetische Mode erwähnt werden. Diese trägt nicht dazu bei, den Shock zu stabilisieren, ist aber in der Form von Radiowellen für Beobachtungen wichtig und ist als schnellste und hochfrequenteste Wellenmode in Simulationen von Interesse, da sie in das CFL-Kriterium (siehe Abschnitt 5.2.5) eingeht. Zusätzlich ist sie schon mit wenig aufwendigen Simulationen gut aufzulösen und daher eine geeignete Mode, um die Auswirkung von Codeänderungen auf das Dispersionsverhalten zu untersuchen.

Im Gegensatz zu den bisher genannten Wellenmoden existiert die elektromagnetische Mode auch im Vakuum und breitet sich dort mit konstanter Geschwindigkeit – der Lichtgeschwindigkeit c – aus. Für sehr hohe Frequenzen gilt dies auch im Plasma. Für Frequenzen, die allerdings nicht sehr groß gegenüber der Plasmafrequenz sind, muß man berücksichtigen, daß die Ladungsträger mit den elektrischen Feldern interagieren und das Plasma einen nennenswerten Brechungsindex aufweist. Unterhalb der Plasmafrequenz sind diese Effekte so stark, daß die elektromagnetische Welle überhaupt nicht propagieren kann, sondern nur als evaneszente Welle existiert und binnen weniger skin depth absorbiert wird. All diese Effekte finden sich zusammengefasst in der Dispersionsrelation der *elektromagnetischen Mode*:

$$\omega^2 = \omega_p^2 + c^2 k^2. \quad (3.25)$$

Dabei ist ω_p die schon erwähnte *Plasmafrequenz*. Als zusätzlichen Effekt durch das Plasma muß man berücksichtigen, daß die Dispersionsrelation vom Hintergrundmagnetfeld abhängt. Wenn sich die Welle längs des Hintergrundmagnetfelds ausbreitet, spaltet sie in einen linkszirkular und einen rechtszirkular polarisierten Anteil auf. Diese als *L-* und *R-Mode* bezeichneten Wellen haben die Dispersionsrelation (siehe Schreiner 2011):

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \cdot \left(1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega \pm \Omega_e)(\omega \mp \Omega_i)} \right). \quad (3.26)$$

⁴Genau genommen ist die Phasengeschwindigkeit von der Wellenlänge abhängig

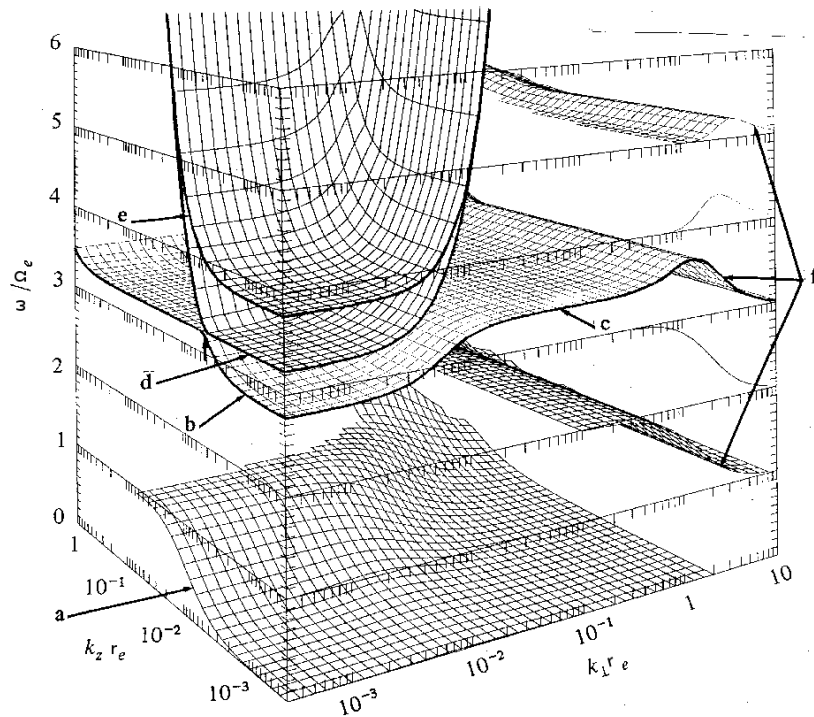


Abbildung 3.4: Darstellung von Wellenmoden als Dispersionsoberflächen. Die mit *a* bezeichnete Wellenmode ist die *Whistler-Mode*. Die *Alfvén-Welle* besitzt eine drei Größenordnungen kleinere Frequenz und ist nicht erkennbar. Die Buchstaben *b* und *e* verweisen auf die *L-* bzw. *R-Mode*. Dazwischen befindet sich bei *d* die Plasmalfrequenz ω_p . Quer zum Magnetfeld breitet sich die *X-Mode* (*c*) und die ab der Plasmalfrequenz vorhandene *O-Mode* aus. Mit *f* sind die ersten drei (Elektronen-) *Bernstein-Moden* bezeichnet. Die Abbildung stammt aus Koskinen (2011).

Bei Propagation quer zum Hintergrundmagnetfeld spaltet die Mode ebenfalls auf. Einerseits erhält man die *O-Mode* mit der selben Dispersionsrelation wie in Gleichung 3.25. Zusätzlich erhält man noch die *X-Mode*, die durch den Einfluß der Gyration der Teilchen auf den Strom, und damit die Permeabilität entsteht.

Betrachtet man schräge Propagation und variiert den Winkel zwischen Ausbreitungsrichtung und Hintergrundmagnetfeld, so ändert sich das Verhalten der Mode kontinuierlich zwischen den beschriebenen Grenzfällen. Abbildung 3.4 enthält eine Darstellung der Wellenmoden als Dispersionsoberflächen im dreidimensionalen Raum, der von k_{\parallel} , k_{\perp} und ω aufgespannt wird.

3.4.6 Thermische Fluktuationen

Für den Fall eines isotropen, unmagnetisierten Plasmas im thermischen Gleichgewicht wurden die Fluktuationen im elektrischen und magnetischen Feld von Sitenko (1967) berechnet. Die längliche Herleitung über die Fluktuationen in der Ladungsdichte und im Strom und den Maxwell-Tensor soll an dieser Stelle nicht wiederholt werden. Diese führt am Ende auf die Fouriertransformierte der räumlichen und zeitlichen Korrelationsfunktion, die man als Energiedichte im k - ω -Raum betrachten kann. Für den Fall unbeweglicher Ionen lautet sie:

$$\langle E^2 \rangle_{k\omega} = (2\pi)^{3/2} \frac{2T}{\omega_{pe}} \lambda_D k \left(\frac{e^{-z^2}}{(\lambda_D^2 k^2 + 1 - \varphi(z))^2 + \pi z^2 e^{-z^2}} + 2 \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \frac{e^{-z^2}}{\left(n^2 - 1 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \varphi(z)\right)^2 + \pi \frac{\omega_{pe}^4}{\omega^4} z^2 e^{-2z^2}} \right), \quad (3.27)$$

$$\langle B^2 \rangle_{k\omega} = (2\pi)^{3/2} \frac{4T}{\omega} \frac{\omega_{pe}}{\omega} \lambda_D k n^2 \left(\frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \frac{e^{-z^2}}{\left(n^2 - 1 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \varphi(z)\right)^2 + \pi \frac{\omega_{pe}^4}{\omega^4} z^2 e^{-2z^2}} \right). \quad (3.28)$$

Die Phasengeschwindigkeit ω/k taucht dabei einmal im Vergleich zur Lichtgeschwindigkeit, in Form des Brechungsindex n , und einmal im Vergleich zur thermischen Geschwindigkeit $v_{th,e}$, in Form der einheitenlosen Frequenz z auf. Zusätzlich taucht die Funktion $\varphi(z)$ auf, deren Verlauf in Abbildung 3.5 gezeigt ist. In Formeln ausgedrückt lauten diese Hilfsgrößen:

$$n = \frac{k c}{\omega}, \quad z = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\omega}{k v_{th,e}}, \quad \varphi(z) = 2z e^{-z^2} \int_0^z e^{x^2} dx. \quad (3.29)$$

In Gleichung 3.27 beschreibt der erste Term im elektrischen Feld die größtenteils longitudinalen, niederfrequenten Anregungen rund um die Langmuir-Mode. Der zweite Term ist

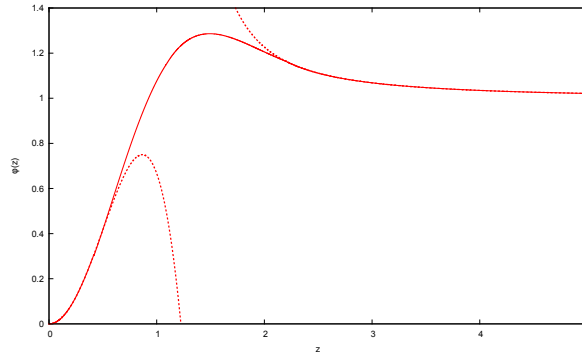


Abbildung 3.5: Verlauf der Funktion $\varphi(z)$. Für sehr $z \ll 1$ und $z \gg 1$ existieren einfach Reihendarstellungen, die jedoch im Bereich dazwischen nur schlecht konvergieren.

identisch mit der Anregung im magnetischen Feld und beschreibt die Anregung entlang der elektromagnetischen Mode.

Möchte man nun die Energiedichte im elektrischen Feld plotten, um sie später mit der Energiedichte in den Dispersionsplots aus der Simulation zu vergleichen, so stößt man auch einige unerwartete Probleme.

Das erste Problem ist, daß die Auswertung der Funktion $\varphi(x)$ durch das enthaltene Integral recht aufwändig ist. Für $z \ll 1$ und $z \gg 1$ sind Reihenentwicklungen einfach berechenbar und werden standardmäßig mit angegeben wenn die Funktion eingeführt wird. Wie in Abbildung 3.5 angedeutet konvergieren die Reihen für mittlere z selbst mit vielen Gliedern nur schlecht. Man kann die Funktion um $z = 1$ und $z = 2$ entwickeln, was zu weniger schönen und schlechter konvergierenden Reihen führt, die man aber verwenden kann um die Lücke zwischen den bekannten Reihendarstellungen abschnittsweise zu füllen.

Verwendet man die Plasmaparameter aus den Testsimulationen in Abschnitt 6 so taucht ein weiteres Problem auf. Die elektromagnetische Mode hat eine Phasengeschwindigkeit wesentlich größer als die thermische Geschwindigkeit, z ist dementsprechend hoch. Dies führt einerseits dazu, daß die Mode sehr schmallbandig ist⁵, andererseits dazu daß es schwer wird Terme wie $\exp -2z^2$ mit hinreichender Genauigkeit numerisch auszuwerten. Da der Beitrag der elektromagnetischen Mode so konzentriert ist integriert man den zweiten Term von Gleichung 3.27 über die Frequenz. Zusammen mit einer Deltafunktion, die der Dispersionsrelation in Gleichung 3.25 entspricht, erhält man als einfacher auszuwertende Näherung:

$$\langle E^2 \rangle_{k\omega} = 16\pi^2 \frac{T}{\omega_{pe}} \delta(\omega^2 - \omega_{pe}^2 - k^2 c^2). \quad (3.30)$$

⁵Dies ist letzten Endes der Grund wieso man meist nur die Dispersionsrelation als Zusammenhang zwischen k und ω angibt und davon ausgeht, daß die Energiedichte außerhalb der Mode vernachlässigbar ist.

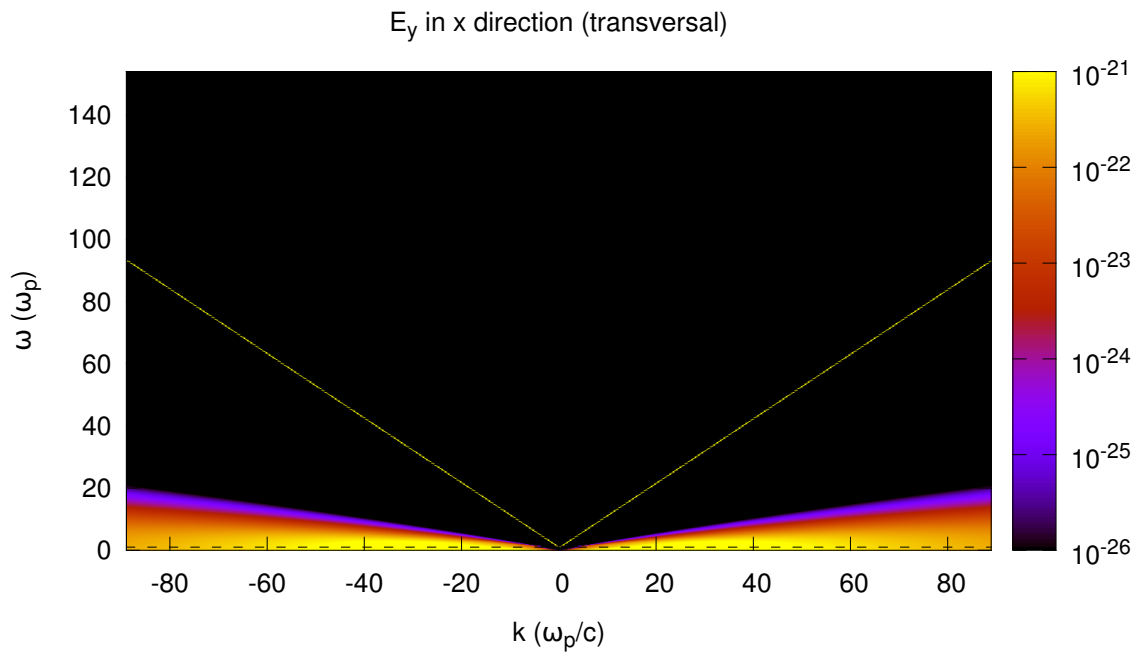


Abbildung 3.6: Theoretisch erwartete Energiedichte im transversalen elektrischen Feld. Die elektromagnetische Mode dominiert den Hochfrequenzbereich. Mehr als eine Größenordnungen schwächer und wesentlich breitbandiger ist thermische Emission im Niederfrequenzbereich zu erkennen. Die Farbachse gibt $\langle E^2 \rangle_{k\omega} dk^3 d\omega$ in erg/cm^3 an.

Gleichung 3.30 lässt sich zusammen mit dem ersten Term von Gleichung 3.27 für jeden Punkt im k - ω -Raum auswerten, um die spektrale Energiedichte zu erhalten. Um diese einfacher mit dem Output der Testsimulationen vergleichen zu können multipliziert man mit zusätzlich mit $dk^3 d\omega$ um die Energiedichte in erg/cm^3 zu erhalten.

Wie Abbildung 3.6 zeigt dominiert die elektromagnetische Moden den Hochfrequenzbereich mit einer Energiedichte von bis zu $\langle E^2 \rangle_{k\omega} dk^3 d\omega = 7,9 \cdot 10^{-21} \text{ erg/cm}^3$. Der Niederfrequenzbereich enthält breitbandige thermische Emission rund um die Langmuir-Mode mit einer Energiedichte von maximal $\langle E^2 \rangle_{k\omega} dk^3 d\omega = 5,2 \cdot 10^{-22} \text{ erg/cm}^3$. Da das Plasma unmagnetisiert ist sind keine weiteren Wellenmoden sichtbar.

4 Theorie - Schocks

4.1 Geschichte der Schockphysik

Betrachtet man die Geschichte der Physik von Schockwellen, so hat man den Eindruck, daß sämtliche bekannte Physiker des 18. und 19. Jahrhunderts an ihrer Entwicklung beteiligt waren. Dies liegt daran, daß man für eine Theorie der Schocks erst deutliche Fortschritte in der Mathematik von Differentialgleichungen, der Akustik und der Thermodynamik brauchte. Das Wechselspiel dieser Felder und der beteiligten Personen ist interessant genug, daß es einige Bücher gibt, die sich diesem Thema widmen. Der nachfolgende kurze Abriss stützt sich hauptsächlich auf Krehl (2008) und Salas (2009, Kapitel 1.2).

Ausgangspunkt der Entwicklung war le Rond D'Alembert (1749), der die eindimensionale Wellengleichung (wenn auch nicht in dieser Notation)

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \quad (4.1)$$

und Lösungen dazu angab. Dies war in gewisser Weise die erste partielle Differentialgleichung. Betrachtet man f allerdings nicht als den orts- und zeitabhängigen Luftdruck, der zu einer Schallwelle gehört, sondern als Auslenkung einer gespannten Saite, kann sich ein Problem ergeben. Wenn man an nur einer Stelle der Saite zupft, so ist f an dieser Stelle nicht stetig differenzierbar. Diese Möglichkeit wurde von D'Alembert – in Ermangelung der nötigen mathematischen Methoden – explizit ausgeschlossen, während Euler (1748) sie als wichtig erachtete. Der korrekte mathematische Umgang mit solchen Diskontinuitäten sorgte für einen Jahrzehnte langen Streit.

Später veröffentlichte Euler (1755) Gleichungen, die eine reibungsfreie Flüssigkeit beschreiben. Diese lassen prinzipiell Schockwellen in Form von endlichen Diskontinuitäten zu, was jedoch von Euler selbst noch nicht analysiert wurde. Einen weiteren wichtigen Beitrag lieferte er allerdings 1759 in einem Brief an Joseph de Lagrange, in dem er vermutete, daß die Ausbreitung von Schall von dessen Intensität abhängen könnte (siehe Euler 1759).

Poisson (1808) veröffentlichte eine Theorie der Schallwellen, welche nichtlineare Effekte wie Wellenkopplung und Wellenaufteilung enthält. Explizit diskutiert wurde dieser Effekt jedoch erst von Airy (1841) in seiner Beschreibung von Wasserwellen. Poisson diskutierte zudem den Einfluss von Druck- und Temperaturabnahme mit steigender Höhe und verwendet dabei für den Adiabatenindex (den Biot erstmals in die Zustandsgleichung eingefügt hat) den noch heute verwendeten Buchstaben γ .

Christian Doppler verewigte sich durch die Erklärung des nach ihm benannten Effekts (siehe Doppler 1842). Er leistete einige Jahre später aber noch einen weiteren wichtigen

Beitrag. Doppler (1847) sagt für Quellen, die sich schneller als die Schallgeschwindigkeit durch das Medium bewegen, eine kegelförmige Wellenfront voraus und gibt mit Hilfe des Huygens'schen Prinzips den korrekten Öffnungswinkel μ an:

$$\mu = \arcsin\left(\frac{v_s}{v}\right). \quad (4.2)$$

Stokes (1848) analysiert die schon vorher beobachtete und mathematisch beschriebene Aufsteilung der führenden Wellenseite und berechnet die Zeit, bei der die Front theoretisch unendliche Steigung haben müsste. Er bemerkt korrekterweise, daß ab dieser Zeit eine Diskontinuität besteht und gibt die Erhaltungsgleichungen für Masse und Impuls an:

$$(\rho_d - \rho_u) v_{sh} = \rho_d v_d - \rho_u v_u, \quad (4.3)$$

$$(\rho_d v_d - \rho_u v_u) v_{sh} = (\rho_d v_d^2 - \rho_u v_u^2) + (p_d - p_u). \quad (4.4)$$

Die Sprungbedingungen in Gleichungen 4.3 und 4.4 sind dabei in der modernen Notation, die auch im Rest der Arbeit verwendet wird, angegeben. Diese kennzeichnet Größen vor dem Durchgang durch die Schockfront mit einem u und solche nach dem Durchgang mit einem d. Die Geschwindigkeit v_{sh} ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Schockfront im gewählten Koordinatensystem. Die Dichte des Fluids wird mit ρ , der Druck mit p bezeichnet.

Rayleigh fiel jedoch auf, daß in diesem Fall die Energieerhaltung verletzt wird¹. Dabei blieb unberücksichtigt, daß in einem Schock Entropie erzeugt wird und ein Teil der kinetischen Energie der Strömung irreversibel in Wärme umgesetzt wird.

Rankine (1870) fiel einige Jahre später auf, daß man die beiden schon vorhandenen Sprungbedingungen nicht genügen um sowohl die Schockgeschwindigkeit als auch Druck und Dichte im Downstream alleine durch die Größen im Upstream festzulegen. Diese Unterbestimmtheit muß durch die Energieerhaltung aufgehoben werden. Unter der Annahme „the integral amount of heat received must be nothing“ müssen Druck und Dichte im Downstream also aus der Thermodynamik gegeben sein.

Hugoniot gibt den Zusammenhang einige Jahre später für ein polytropes Gas explizit an. Dieser als *Hugoniot-Relation* bezeichnete Zusammenhang lautet (siehe Courant u. Friedrichs 1976):

$$\left(\frac{1}{\rho_u} - \frac{1}{\rho_d}\right) \frac{p_u + p_d}{2} = e_d - e_u. \quad (4.5)$$

Dabei ist e die innere Energiedichte des Systems pro Masse. Für sie gilt:

$$e = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} = \frac{1}{\gamma - 1} RT. \quad (4.6)$$

Man kann Gleichung 4.5 also einerseits als weitere Gleichung, die Druck und Dichte verknüpft betrachten. Andererseits hängt die innere Energie direkt mit der Temperatur

¹Siehe dazu seinen Brief an Stokes, der in Truesdell (1987) abgedruckt ist.

zusammen, die sich beim Überqueren der Schockfront auf Grund der Entropieproduktion verändert. Unabhängig von der Betrachtungsweise läßt sich die innere Energie verwenden um die Energieerhaltung als dritte Sprungebedingung anzugeben:

$$\left(\frac{v_d^2}{2} + e_d\right) \rho_d v_{Sh} - \left(\frac{v_u^2}{2} + e_u\right) \rho_u v_{Sh} = \rho_d v_d \left(e_d + \frac{p_d}{\rho_d} + \frac{v_d^2}{2}\right) - \rho_u v_u \left(e_u + \frac{p_u}{\rho_u} + \frac{v_u^2}{2}\right). \quad (4.7)$$

Ernst Mach und seine Mitarbeiter fertigten ab 1884 Bilder von Geschossen und der umgebenden Luft mit Hilfe der von Toepler 1864 verbesserten Schlierenphotographie. Mach u. Salcher (1887) enthält mehrere solcher Abbildungen und eine genaue Beschreibung der beobachteten Bugwelle von überschallschnellen Geschossen. Deren Form wird als hyperbolisch beschrieben, mit dem später als Mach-Winkel bezeichneten Öffnungswinkel und der Beobachtung, daß die Schockwelle ein Stück vor abgeflachten Projektilen beginnt.²

De Hoffmann u. Teller (1950) erweiterten das Gebiet der Schockphysik von gasdynamischen Schocks auf magnetisierte Schocks und damit auf Schocks im Plasma. Dungey (1959) und Colgate (1959) diskutierten als Erste, daß der Schock nicht auf Fluide mit Teilchenkollisionen beschränkt sind, sondern daß *kollisionsfreie Schocks* möglich sind. Bei diesen findet der Übergang zwischen Upstream und Downstream nicht durch Teilchenstöße statt. Als mögliche Mechanismen wurden elektrische Felder durch Ladungstrennung oder die Kompression des Magnetfelds vermutet. Diese Arbeit enthält auch die Vorhersage, daß der Druck im geschockten Plasma auf die hohen Elektronentemperatur zurückzuführen ist, welche nicht mit der Ionentemperatur übereinstimmen muß. Auch die Möglichkeit einer nicht relaxierten und damit nicht thermischen Energieverteilung der Teilchen im Downstream wird erwähnt.

Axford (1962) und andere vermuteten, daß die Magnetosphäre der Erde einen solchen kollisionsfreien Schock an der Seite, die der Sonne zugewandt ist, aufweisen sollte. Ness et al. (1964) bestätigt die Existenz dieses Schocks anhand der Messdaten von IMP-1.

Sagdeev (1966) diskutiert ausführlich, wie dispersive Plasmawellen die Rolle von Stößen übernehmen können und zu Schocks führen können, die wesentlich dünner als die möglicherweise sehr lange mittlere freie Weglänge der Teilchen sein können. Zudem beschreibt er die mathematischen Analogien zwischen einem gedämpften Oszillator und den räumlichen Schwankungen der Magnetfeldstärke bei der Überquerung der Schockfront. Diese später als *Sagdeev-Potential* bezeichnete Beschreibung erklärt einige Details der Schockstruktur, die bei der Modellierung als unendlich dünne Diskontinuität vernachlässigt werden. Als dritten wichtigen Beitrag enthält der Artikel die Idee, daß Ionen an der Schockfront reflektiert werden können und dabei beschleunigt werden.

Forslund u. Shonk (1970) und Mason (1971) waren die ersten Wissenschaftler, die

²Die Tatsache, daß die Schockfront einen stumpfen, überschallschnellen Flugkörper nicht berührt, brachte Julian Allen 1952 auf die Idee, dadurch die Wärmebelastung von Wiedereintrittskörpern zu minimieren. Die Analyse in Allen u. Eggers (1958) ist also der Grund, wieso die Apollo und Sojuz-Kapseln flache Hitzeschilde und keine schlanke Raketenform besitzen, wie man naiv erwarten könnte.

Computersimulationen verwendeten, um Entwicklung und Struktur von kollisionsfreien Schocks zu untersuchen.

4.2 Schockbeschreibung

Nach diesem geschichtlichen Abriss sollen nun die grundlegenden Eigenschaften eines Schocks diskutiert werden. Dafür ist es als erstes nötig, die schon namentlich genannte *Mach-Zahl* zu definieren:

$$\mathcal{M} = \frac{v}{v_S}. \quad (4.8)$$

Im Falle von astrophysikalischen Schocks ist dabei die charakteristische Geschwindigkeit v die Geschwindigkeit des Upstream-Mediums (zur Definition dieses Begriffes siehe weiter unten) v_u im Ruhesystem der Schockfront. Auch mit der Geschwindigkeit des Downstream v_d ist eine Mach-Zahl verbunden, die im Folgenden mit \mathcal{M}_d bezeichnet wird.

In einem kollisionsfreien Plasma wird die Teilcheninteraktion nicht durch Stöße, die Information mit der Schallgeschwindigkeit v_S transportieren, sondern durch kollektive Wechselwirkung in Form von Plasmawellen dominiert. Dabei kommen mehrere Wellenmoden in Frage, die ihre eigene charakteristische Ausbreitungsgeschwindigkeit aufweisen. Die mikrophysikalischen Eigenschaften der Wellenmoden wurden bereits in Kapitel 3.4 erörtert. An dieser Stelle ist wichtig, daß die Schallgeschwindigkeit in der Definition der Mach-Zahl durch die Geschwindigkeit der Wellenmode, die an die Dichteschwankung koppelt, ersetzt wird.

Definiert man die Mach-Zahl auf diese Weise, so läßt sich die Bedingung für einen Schock in Form der *Prandtl-Relation* sehr kompakt darstellen (siehe Krehl 2008, Seite 30 oder Courant u. Friedrichs 1976, Seite 147):

$$\mathcal{M}_d < 1 < \mathcal{M}_u. \quad (4.9)$$

Die Strömung im Upstream trifft also schneller auf die Schockfront, als ihr Wellen von der Schockfront entgegen kommen können. Die Strömung hat folglich keine Zeit sich auf kontinuierliche Art und Weise an die Existenz der Schockfront anzupassen, sondern trifft diese unvorbereitet und ist dementsprechend geschockt. Hinter der Schockfront hingegen ist die Strömung langsamer als die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen³.

Abbildung 4.1 illustriert wie der Übergang zwischen überschallschnellem⁴ *Upstream* und langsamerem, dichterem und wärmerem *Downstream*.

³zumindest wenn man die Strömungsgeschwindigkeit in einem Koordinatensystem betrachtet, das sich nicht zu schnell entlang der Schockfront bewegt. Andernfalls gilt die Forderung im Downstream nur für die Mach-Zahl, die sich aus dem Verhältnis von v_d^{\parallel} und der Ausbreitungsgeschwindigkeit der charakteristischen Wellenmode ergibt.

⁴oder schneller als die relevante Wellenmode. Es gibt aber kein prägnantes Wort für diese allgemeinere Bedingung.

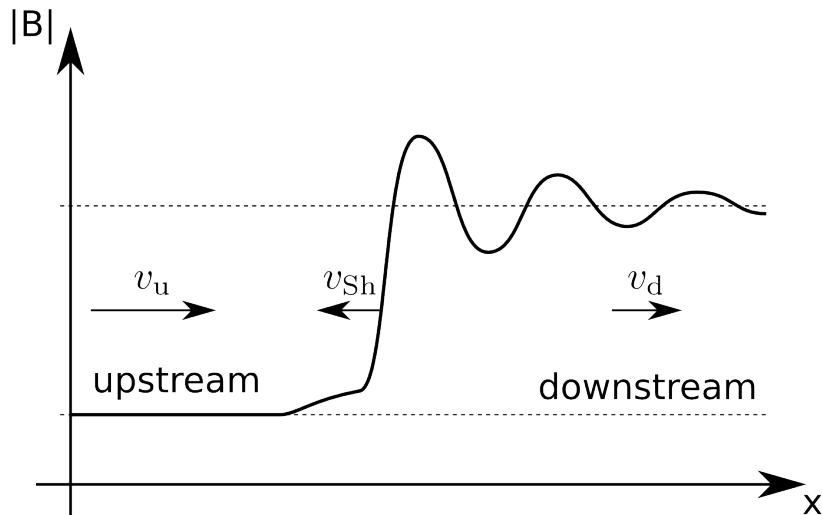


Abbildung 4.1: Skizze der Magnetfeldkompression an einem überkritischen Schock. Man erkennt deutlich die Trennung in den schnellen, schwach magnetisierten *Upstream* und den langsameren stärker magnetisierten *Downstream*. Die beiden Bereiche sind durch die *Schockfront* getrennt. Im Gegensatz zu gasdynamischen Schockwellen in Luft ist die Schockfront nicht ein plötzlicher diskontinuierlicher Sprung, sondern enthält nichttriviale Strukturen, die allerdings auf deutlich kleineren Längenskalen als der mittleren freien Weglänge entstehen. Zu diesen Strukturen gehört die Verdichtung schon vor der Schockfront, die durch reflektierte Teilchen erzeugt und als *shock foot* bezeichnet wird. Zudem erkennt man, daß die Kompression zunächst überschießt und erst nach einigen Oszillationen sich dem grob konstanten Wert im *Downstream* nähert.

Bei Schockfronten in Luft oder typischen Gasen findet die Teilcheninteraktion durch Stöße statt und die Dicke der Schockfront entspricht somit einigen wenigen freien Weglängen. Die freie Weglänge von Gasmolekülen liegt in Luft bei etwa $0.6 \mu\text{m}$ (siehe Jennings 1988) und die Schockdicke bei etwa $3 \mu\text{m}$ (siehe Salas 2009). Im Sonnenwind in der Nähe der Erdbahn hingegen ist die freie Weglänge der Ionen nach der klassischen Abschätzung von Palmer (1982) im Bereich von 10^{10} bis $4 \cdot 10^{10}$ Metern. Die Dicke des *Bugschocks* (mehr zum Bugschock in Abschnitt 4.8.1) beträgt jedoch nur etwa 10^5 Meter, wie Bale et al. (2003) aus Beobachtungen mit den Cluster-Satelliten schlossen.

Diese Längenskala ist weit unter der freien Weglänge aber lang genug, daß man die nicht trivialen Strukturen der Schockfront auflösen kann, die in Abbildung 4.1 angedeutet sind.

Eine letzte Eigenschaft ist wichtig, um die Trennung zwischen Up- und Downstream zu verstehen: Beim Durchgang durch die Schockfront wird Entropie erzeugt. Ein Teil der kinetischen Energie des Upstream wird in chaotische Bewegung im Downstream – sprich Wärme – umgewandelt. Die Flussrichtung ist also nicht umkehrbar.

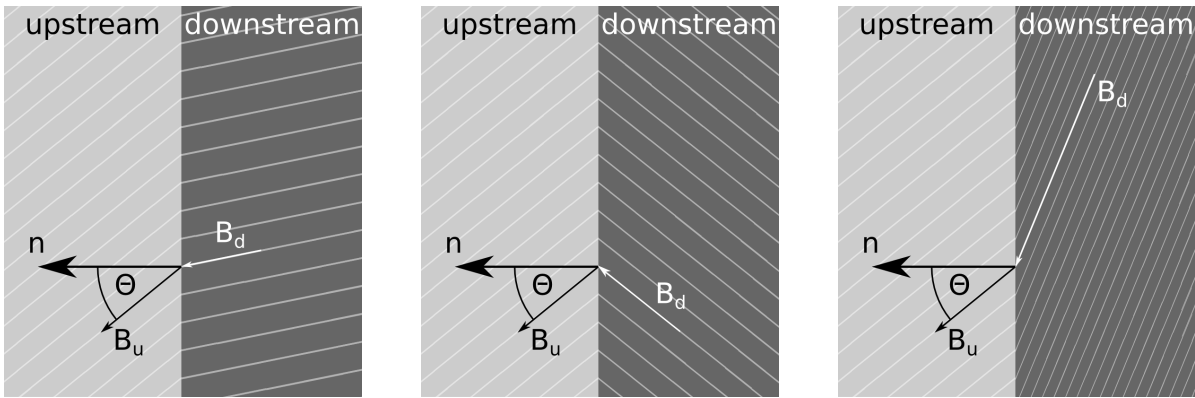
Das Magnetfeld spielt eine wichtige Rolle in astrophysikalischen Schocks. Unmagnetisierte, rein elektrostatische Schocks existieren nur in Ausnahmefällen und bleiben hier unberücksichtigt. Betrachtet man nun also das Magnetfeld, so spielt neben der Kompression der Feldstärke, die in Abbildung 4.1 gezeigt ist, auch die Richtung des Magnetfelds und deren Änderung eine wichtige Rolle. Abbildung 4.2 zeigt daher, wie der Winkel Θ , der als *shock normal angle* bezeichnet wird, definiert ist. Dieser Winkel wird von der Oberflächennormalen \vec{n} der Schockfront und der Richtung des Magnetfelds im Upstream eingeschlossen und ist wichtig für die Klassifikation von Schocks.

Außerdem zeigt die Abbildung, wie sich die Magnetfeldkomponenten beim Übergang über den Schock verhalten. Die parallele Komponente ist dabei erhalten, da andernfalls Feldlinien an der Schockfront beginnen müssten. Dies würde die Anwesenheit von magnetischen Monopolen erfordern, die bisher nicht beobachtet wurden. Die Komponente senkrecht zur Schocknormalen hingegen wird verstärkt, was zu einer Änderung der Magnetfeldrichtung führt.

Mit Hilfe des Winkels zwischen Magnetfeld und Schocknormalen kann man nun drei Fälle unterscheiden. Der erste ist der sogenannte *senkrechte Schock*. Bei dieser Sorte Schock können Teilchen über die Schockfront gyrieren, so daß diese eine natürliche Längenskala durch den Gyroradius der Ionen hat. Zusätzlich ändert das Magnetfeld seinen Winkel nicht, sondern wird lediglich komprimiert. In gewisser Weise sind diese Schocks daher am engsten mit gasdynamischen Schocks verwandt. Andererseits führen die Gyration über die Schockfront und die „freie“ Bewegung auf den Feldlinien längs der Schockfront zu einigen Szenarien für effiziente Beschleunigung von Teilchen an dieser Schockart. Da sich nur die schnelle magnetosonische Welle senkrecht zum Magnetfeld ausbreiten kann, kommt diese als einzige der Moden, die eine Magnetfeldschwankung mit sich führen, als Mechanismus für diesen Schocktyp in Frage. Daher ist klar, welche Geschwindigkeit zur Definition der Mach-Zahl herangezogen werden muß.

Die andere einfach zu klassifizierende Art von Schocks sind solche, bei denen Magnetfeld und Schocknormale parallel verlaufen. Diese *parallelen Schocks* sind insofern interessant, als daß sie eigentlich kein senkrecht magnetisiertes Magnetfeld aufweisen, welches komprimiert werden könnte. Da die Magnetfeldstärke aber anwachsen muß um die Sprungebedingungen zu erfüllen, bildet sich ausgehend von mikroskopischen Magnetfeldschwankungen ein endliches senkrecht magnetisiertes Magnetfeld im Downstream. Der Winkel des Magnetfelds ändert sich also deutlich durch das Auftauchen der neuen Magnetfeldkomponente. Da diese quasi spontan „angeschaltet“ wird, bezeichnet man solche Schocks auch als *switch-on shocks*. Schocks mit anderen Winkeln fasst man als *oblique shock* oder *schrägen Schock* zusammen. Kleine Winkel werden teilweise als *quasi-parallel* bezeichnet, große Winkel nahe 90° als *quasi-senkrecht*. Bis zu welcher Abweichung vom reinen Fall dies sinnvoll ist, hängt jedoch von der Magnetisierung und der Mach-Zahl im Upstream ab.

Bei schrägen Schocks tritt der interessante Fall auf, daß neben der Schallwelle auch die Alfvén-Welle und die beiden magnetosonischen Wellen für die Ausbildung des Schocks in Frage kommen. Je nach dominierender Mode wird der Schock als *slow shock*, *intermediate shock* oder *fast shock* bezeichnet. Sollte der Schock die Schockbedingung für mehr als eine Wellenmode erfüllen, so gewinnt eigentlich immer die schnellste. Dies bedeutet insbesondere, daß sehr starke, schräge Schocks stets fast shocks sind. Slow shocks sind



(a) slow shock

(b) rotational discontinuity

(c) fast shock

Abbildung 4.2: Verschiedene Arten von schrägen Schocks. Bei einem *slow shock* nimmt die senkrechte Komponente des Magnetfelds ab. Bei einem *intermediate shock* wird das Magnetfeld nur um die Schocknormale gedreht, weswegen dieser Fall auch als *rotational discontinuity* bezeichnet werden. Bei einem *fast shocks* nimmt das senkrechte Magnetfeld zu. Zusätzlich eingezeichnet ist, wie der Winkel Θ zwischen der *Schocknormalen* \vec{n} und dem Magnetfeld im Upstream definiert ist.

insofern von Interesse, als daß sie die einzige Schockart bilden, bei der die senkrechte Komponente des Magnetfelds abnimmt, die Feldlinien also zur Schocknormalen hin abknicken.

Um die Eigenschaften des Downstream in all diesen Fällen näher zu beschreiben eignen sich die im Folgenden beschriebenen Sprungbedingungen.

4.3 Sprungbedingungen

Die Sprungbedingungen verknüpfen die Eigenschaften des Mediums weit im Upstream mit denen weit im Downstream. Sämtliche Modifikationen durch den Schockfuß sind ausgenommen. Zur Herleitung nimmt man an, daß weder Masse, noch Impuls oder Energie im Bereich zwischen Up- und Downstream deponiert wird. Berücksichtigt man dabei den Beitrag, den das Magnetfeld zu Impuls und Energie hat, so erhält man statt der hydrodynamischen Sprungbedingungen in den Gleichungen 4.3 bis 4.7 die umfangreicheren, magnetohydrodynamischen Sprungbedingungen. Zusätzlich benötigt man noch die Divergenzfreiheit des Magnetfelds aus den Maxwell-Gleichungen. Damit erhält man:

$$\rho_u v_u^\parallel = \rho_d v_d^\parallel, \quad (4.10)$$

$$B_u^\parallel = B_d^\parallel, \quad (4.11)$$

$$v_u^\parallel B_u^\perp - v_u^\perp B_u^\parallel = v_d^\parallel B_d^\perp - v_d^\perp B_d^\parallel, \quad (4.12)$$

$$\rho_u v_u^\parallel{}^2 + p_u + \frac{B_u^\perp{}^2}{8\pi} = \rho_d v_d^\parallel{}^2 + p_d + \frac{B_d^\perp{}^2}{8\pi}, \quad (4.13)$$

$$\rho_u v_u^\perp v_u^\parallel - \frac{B_u^\perp B_u^\parallel}{4\pi} = \rho_d v_d^\perp v_d^\parallel - \frac{B_d^\perp B_d^\parallel}{4\pi}, \quad (4.14)$$

$$\frac{1}{2}v_u^2 + e_u + \frac{p_u}{\rho_u} + \frac{v_u^\parallel B_u^\perp{}^2 - v_u^\perp B_u^\perp B_u^\parallel}{4\pi \rho_u v_u^\parallel} = \frac{1}{2}v_d^2 + e_d + \frac{p_d}{\rho_d} + \frac{v_d^\parallel B_d^\perp{}^2 - v_d^\perp B_d^\perp B_d^\parallel}{4\pi \rho_d v_d^\parallel}. \quad (4.15)$$

Herleitungen dieser Gleichungen (leider in unterschiedlichen Notationen) finden sich zum Beispiel in Anderson (1963), Tidman u. Krall (1971) oder Courant u. Friedrichs (1976). Die Bedeutung der meisten Bedingungen ist bei näherer Betrachtung ersichtlich.

Gleichung 4.10 beschreibt, daß genausoviel Material in den Schock hineinströmt wie diesen verläßt. Die Alternative wäre eine Änderung der Massendichte am Schock, was zumindest im stationären Fall auf Grund der Kontinuitätsgleichung für die Massendichte nicht möglich ist, da ansonsten die Massendichte an der Schockfront über kurz oder lange divergiert.

Gleichung 4.11 verbietet die Entstehung einer parallelen Magnetfeldkomponente. Betrachtet man einen Schnitt parallel zur Schockfront, so führt eine Zunahme der Magnetfeldkomponente längs der Schocknormalen zu einer Zunahme an Flußlinien im Bereich hinter der Schockfront im Vergleich zum Upstream. Das würde jedoch bedeuten, daß Feldlinien an der Schockfront beginnen müssen, was die Existenz von magnetischen Ladungen dort erfordern würde. Die senkrechten Komponenten des Magnetfelds hingegen ändern sich, da die Strömung im Downstream langsamer und dichter ist und die Feldlinien zusammen mit dem Massenstrom komprimiert werden. Dies führt zu der Bedingung in Gleichung 4.12.

Gleichung 4.13 kann man als Bedingung an das Druckgleichgewicht oder alternativ den Impulsstrom pro Fläche durch die Schockfront betrachten. Der Druck muß über die Schockfront ausgeglichen, bzw. der Impulsstrom erhalten sein, da anderenfalls eine Kraft auf die Schockfront ausgeübt würde. Diese Kraft müsste die Schockfront beschleunigen, was im verwendeten Koordinatensystem, in dem die Schockfront stationär ist, nicht möglich ist. Beachtenswert ist, daß sowohl der dynamische Druck aus der Strömung ρv^2 , als auch der Gasdruck p aus der mikroskopischen Bewegung, als auch der magnetische Druck $B^2/8\pi$ berücksichtigt werden müssen. Gleichung 4.14 enthält analog die Bedingungen an den Impulsstrom senkrecht zur Schocknormalen. Auch diese Größe ist erhalten, da andernfalls die Schockfront in der Richtung senkrecht zu ihrer Normalen beschleunigt werden würde.

Als letzte verbliebene Bedingung beschreibt Gleichung 4.15 die Energieerhaltung am Schock. Die Energiedichte muß in der Summe aus kinetischer Energie v^2 , innerer Energie

e , der Spannenergie im Staudruck $p \cdot v$ und Energie im Magnetfeld erhalten bleiben. Der kompliziert aussehende Ausdruck für die Energie im Magnetfeld ergibt sich aus dem Poynting-Fluß, den Maxwell-Gleichungen und den anderen Sprungbedingungen.

4.4 Kompressionsverhältnis

Es gibt noch eine weitere Größe, die die Verhältnisse in Upstream und Downstream verknüpft, die jedoch nicht explizit in den Sprungbedingungen vorkommt. Dabei handelt es sich um das *Kompressionsverhältnis* r . Dieses ist durch das Verhältnis der Dichten definiert:

$$r = \frac{\rho_d}{\rho_u}. \quad (4.16)$$

Mit Hilfe der ersten Sprungbedingung in Gleichung 4.10 läßt sich das Kompressionsverhältnis auch sofort durch die Geschwindigkeitskomponenten parallel zur Schocknormalen ausdrücken:

$$r = \frac{v_u^{\parallel}}{v_d^{\parallel}}. \quad (4.17)$$

Interessanter ist es das Kompressionsverhältnis für das Magnetfeld r_M anzugeben:

$$r_B = \frac{|B_d|}{|B_u|}. \quad (4.18)$$

Es muß nicht identisch zum Kompressionsverhältnis der Teilchen sein, sondern liegt im allgemeinen darunter. Dies liegt einerseits daran, daß nur die senkrechte Komponente des Magnetfelds verstärkt wird und andererseits daran, daß ein Teil der Zunahme der Elektronentemperatur aus dem Magnetfeld gespeist wird (siehe dazu auch Abschnitt 4.6).

Möchte man weitergehende Aussagen über das Kompressionsverhältnis treffen, so lohnt es sich zuerst einen unmagnetisierten Schock zu betrachten. Damit bleiben als Sprungbedingungen nur noch die Gleichungen 4.10, 4.13 und 4.15 übrig. Aus der Definition des Kompressionsverhältnis und Gleichung 4.13 für das Druckgleichgewicht erhält man (diese und die folgenden Rechnungen orientieren sich an Fitzpatrick 2008):

$$p_d = p_u + \frac{r-1}{r} \rho_u v_u^{\parallel 2}. \quad (4.19)$$

Dieser Ausdruck für den Druck kann in Gleichung 4.15 eingesetzt werden. Ersetzt man zudem die innere Energie e durch Druck und Dichte, wie in Gleichung 4.6 angegeben, so erhält man eine Gleichung für das Kompressionsverhältnis, was nur noch von Größen im Upstream abhängt:

$$r = \frac{(\gamma + 1) \rho_u v_u^{\parallel 2}}{(\gamma - 1) \rho_u v_u^{\parallel 2} + 2\gamma p_u}. \quad (4.20)$$

Um diesen Ausdruck zu vereinfachen verwendet man die Schallgeschwindigkeit im Upstream

$$v_S = \sqrt{\gamma \frac{p_u}{\rho_u}} \quad (4.21)$$

und schreibt die Strömungsgeschwindigkeit als

$$v_u^{\parallel} = \mathcal{M}_u v_S. \quad (4.22)$$

Das Kompressionsverhältnis hängt dann nur noch von der Mach-Zahl ab und ergibt sich zu

$$r = \frac{(\gamma + 1) \mathcal{M}_u^2}{(\gamma - 1) \mathcal{M}_u^2 + 2}. \quad (4.23)$$

Schock, die gerade so die Schockbedingung in Gleichung 4.9 erfüllen, sind mit einem Kompressionsverhältnis, das nur wenig größer als Eins ist, verbunden. Mit steigender Schockgeschwindigkeit steigt auch das Kompressionsverhältnis. Im Grenzfall unendlicher Mach-Zahl divergiert das Kompressionsverhältnis jedoch nicht, sondern strebt gegen den festen Wert $(\gamma + 1)/(\gamma - 1)$. Ein Plasma besteht aus Punktteilchen mit $n = 3$ Freiheitsgraden und besitzt daher den Adiabatenexponenten $\gamma = 1 + 2/n = 5/3$. Der Downstream ist also maximal viermal so dicht wie der Upstream⁵.

Betrachtet man zusätzlich ein Magnetfeld senkrecht zur Schocknormalen, so werden die Sprungebedingungen etwas komplizierter und man muß zusätzlich Gleichung 4.12 betrachten. Diese Gleichung fordert, daß das senkrechte Magnetfeld genauso stark wie die Dichte komprimiert wird. Eliminiert man wieder nach und nach die Größen im Downstream, so erhält man auch hier eine Gleichung, die man nach dem Kompressionsgrad auflösen kann. Um diesen Ausdruck so weit wie möglich zu vereinfachen sollte man die Geschwindigkeit im Upstream relativ zur Alfvén-Geschwindigkeit Mode angeben.

Der resultierende Ausdruck hängt zunächst von \mathcal{M}_u , B_u^{\perp} und p_u ab. Tatsächlich kann man allerdings einer der Abhängigkeiten entfernen, wenn man das Verhältnis von Teilchendruck und magnetischen Druck durch das Plasma β ausdrückt. Man erhält damit folgenden Ausdruck für das Kompressionsverhältnis:

$$r = \frac{\mathcal{M}_u^2(\gamma - 1) + (\beta + 1)\gamma - \sqrt{\mathcal{M}_u^4(\gamma - 1)^2 + 2\mathcal{M}_u^2(4 + (\beta - 1)(\gamma - 1)\gamma) + (\beta + 1)^2\gamma^2}}{2(\gamma - 2)} \quad (4.24)$$

Dieser Ausdruck ist erkennbar unhandlich und es erscheint sinnvoll Grenzfälle zu betrachten. Der Fall $\beta \rightarrow \infty$ führt zurück zum schon diskutierten unmagnetisierten Fall. Betrachtet man den Fall eines Schock, der völlig vom magnetischen Druck dominiert ist ($\beta \rightarrow 0$), so erhält man:

$$r = \frac{\mathcal{M}_u^2(\gamma - 1) + \gamma - \sqrt{\mathcal{M}_u^4(\gamma - 1)^2 + 2\mathcal{M}_u^2(4 + \gamma - \gamma^2) + \gamma^2}}{2(\gamma - 2)}. \quad (4.25)$$

⁵Betrachtet man den hier nicht relevanten Fall ultrarelativistischer Teilchen, so erhält man $\gamma = 4/3$ und damit ein maximales Kompressionsverhältnis von 7.

Das Kompressionsverhältnis wächst also mit steigender Mach-Zahl von Eins bis zum maximal möglichen Wert von Vier.

Den anderen Grenzfall der Magnetfeldrichtung – parallel zur Schocknormalen – kann man so nicht sinnvoll betrachten. Man erhält bei einer naiven Rechnung das Ergebnis, daß er sich wie ein unmagnetisierter Schock verhält. Die Entwicklung des Magnetfelds im Downstream wird nicht vorher gesagt. Betrachtet man jedoch den allgemeineren Fall eines schrägen Schocks und läßt dann den Winkel zur Schocknormalen gegen Null gehen, so versteht man was beim parallelen Schock vor sich geht.

Der Fall des schrägen Schocks gestaltet sich leider deutlich schwerer zu handhaben als der unmagnetisierte oder der senkrechte Schock. Um der zunehmenden Zahl an freien Größen Herr zu werden ist es sinnvoll das de Hoffmann-Teller-Bezugssystem (siehe 4.5.2) zu verwenden. In diesem gilt sowohl im Upstream als auch im Downstream:

$$\frac{B^\perp}{B^\parallel} = \frac{v^\perp}{v^\parallel} = \tan \Theta. \quad (4.26)$$

Setzt man dies zusammen mit den Sprungbedingungen an und ersetzt nach und nach alle Größen im Downstream, so erhält man eine komplizierte Bestimmungsgleichung für r . Diese Gleichung läßt sich etwas vereinfachen, wenn man den Druck im Upstream über das Plasma-Beta ausdrückt und die Geschwindigkeit des Upstream über die Machzahl relativ zur Geschwindigkeit der schnellen magnetosonischen Mode. Damit erhält man:

$$(r(\gamma - 1) - \gamma - 1) (r (r - 2\mathcal{M}_u^2) + \mathcal{M}_u^4 \sec^2 \Theta) + r \mathcal{M}_u^2 (r(2 - \gamma) + \gamma) \tan^2 \Theta = 0. \quad (4.27)$$

Diese Gleichung hat drei Lösungen, korrespondieren mit einem *slow shock*, einer *rotational discontinuity* und einem *fast shock*. Die Lösungen lassen sich zwar explizit angeben, sind aber extrem unhandlich und bringen keine neuen Erkenntnisse.

Ab einer gewissen Mach-Zahl fallen zwei der drei Lösungen zusammen. Physikalisch sind dies die beiden langsameren Schocks, die sich gegenseitig annihilieren. Nur die Lösung, die zum *fast shock* gehört bleibt im Grenzfall $\beta \rightarrow 0$ und $\mathcal{M}_u \rightarrow \infty$ übrig. Bei dieser Lösung zeigt sich, daß die Dichte und das senkrechte Magnetfeld das asymptotische Kompressionsverhältnis von $(\gamma + 1)/(\gamma - 1)$ aufweisen, das auch schon beim senkrechten Schock auftaucht.

Betrachtet man den schon erwähnten Fall von $\Theta \rightarrow 0$, also einen parallelen Schock, so gilt:

$$r = \frac{\mathcal{M}_u (\gamma + 1)}{\mathcal{M}_u (\gamma - 1 + 2\beta)}. \quad (4.28)$$

Noch interessanter ist das Kompressionsverhältnis des senkrechten Magnetfelds, welches keine feste Obergrenze besitzt:

$$\frac{B_d^\perp}{B_u^\perp} = \frac{(\mathcal{M}_u^2 - 1) (\gamma + 1)}{\mathcal{M}_u^2 (\gamma - 1) - (\gamma + 1)}. \quad (4.29)$$

Für Mach-Zahlen nahe an $\sqrt{(\gamma + 1)/(\gamma - 1)}$ wird dieses Verhältnis beliebig groß und selbst winzige magnetische Schwankungen im Upstream führen zu einer ausgeprägten Magnetisierung des Downstreams. Dieser Fall wird als *switch-on shock* bezeichnet. Für nicht verschwindenden Winkel Θ divergiert die Magnetfeldverstärkung nicht mehr, kann aber trotzdem deutlich über Vier liegen.

Neben dem *Kompressionsverhältnis* für die Plasmadichte und das senkrechte Magnetfeld kann man auch die Kompression von Wellenmoden betrachten. Da diese für unterschiedliche Wellenmoden unterschiedlich sein kann beschränkt man sich dabei üblicherweise auf die *Alfvén-Wellen*. Diese interagieren am stärksten mit den Teilchen (insbesondere energiereichen Protonen) am Shock und sind gewissermaßen am interessantesten. Dementsprechend wird dieses Kompressionsverhältnis auch als *scattering center compression ratio* r_k bezeichnet.

Nach Vainio u. Schlickeiser (1998) hängt diese über

$$r_k = r \frac{\mathcal{M}_u + \mathcal{H}_u}{\mathcal{M}_u + \sqrt{r} \mathcal{H}_d} \quad (4.30)$$

mit dem Kompressionsverhältnis r des Plasmas zusammen. Dabei ist \mathcal{M}_u die Mach-Zahl relativ zur Alfvén-Geschwindigkeit im Upstream und $\mathcal{H}_{u,d}$ die Helizität der betrachteten Wellenmodem im Upstream bzw. Downstream. Im Grenzfall eines sehr starken Schocks mit sehr hoher Mach-Zahl ist der Unterschied zwischen r und r_k vernachlässigbar. Gerade für die Schocks mit vergleichsweise kleiner Mach-Zahl, wie die CME-getriebenen Schocks in dieser Arbeit, kann es jedoch signifikante Abweichungen geben. Insbesondere kann r_k (zum Beispiel in der Nähe von $\mathcal{H} = -1$ und $\beta = 0$) den Wert vier übersteigen. Dies betrifft vor allem Schocks mit moderater Mach-Zahl wie sie in dieser Arbeit auftauchen.

4.5 Koordinatensysteme

Betrachtet man die Sprungbedingungen in den Gleichungen 4.10-4.15, so fällt auf, daß diese im Ruhesystem der Schockfront angegeben wurden, aber weder für die Richtung von Strömungsgeschwindigkeit, noch für das Magnetfeld besondere Annahmen getroffen wurden. Dadurch sind die Sprungbedingungen allgemein, aber auch recht unhandlich. Da die Schockfront in der Richtung senkrecht zur Schocknormalen als eben und unendlich ausgedehnt angenommen wird, hat man selbst im Ruhesystem der Schockfront noch die Freiheit, das Koordinatensystem mit beliebiger Geschwindigkeit entlang der Schockfront zu boosten. Auf diese Weise kann man in zwei spezielle Bezugssysteme gelangen, die im Folgenden diskutiert werden sollen.

4.5.1 Bezugssystem mit senkrechter Anströmung

Bei einem Boost des Bezugssystems mit $-v_\perp$ parallel zur Schockoberfläche verschwindet die tangentielle Geschwindigkeit der Strömung im Upstream so daß diese dann senkrecht auf die Schockfront trifft. Diese Wahl von $\vec{v}_u \parallel \vec{n}$ wird auch als *normal incident frame* (*NIF*) bezeichnet, da die Strömung entlang der Schocknormalen eintrifft. Zusätzlich

kann das Koordinatensystem so gedreht werden, daß die senkrechte Komponente des Magnetfelds im Upstream längs einer Koordinatenrichtung zeigt. Das Magnetfeld im Downstream liegt in der Ebene, die von Schocknormale und Upstreammagnetfeld aufgespannt wird. Damit verschwindet die dritte Komponente des Magnetfelds auf beiden Seiten der Schockfront. Dieses *Bezugssystem mit senkrechter Anströmung* kann unabhängig vom Winkel zwischen Magnetfeld und Schocknormale verwendet werden.

4.5.2 de Hoffmann-Teller-Bezugssystem

De Hoffmann u. Teller (1950) haben in ihrer Behandlung von schrägen Schocks ein nützliches Bezugssystem vorgeschlagen. In diesem Bezugssystem trifft die Strömung im Upstream parallel zum Magnetfeld im Upstream ein und verläßt die Schockfront im Downstream parallel zum dortigen Magnetfeld. Man erreicht dieses Bezugssystem, indem man einen Boost mit der de Hoffmann-Teller-Geschwindigkeit \vec{v}_{dHT} durchführt. Diese ist gegeben durch:

$$\vec{v}_{\text{dHT}} = \frac{\vec{n} \times \vec{v}_u \times \vec{B}_u}{\vec{n} \cdot \vec{B}_u}. \quad (4.31)$$

Im *de Hoffmann-Teller Bezugssystem* gilt auf beiden Seiten der Schockfront $\vec{v} \times \vec{B} = 0$, die Felder sind also (anti-)parallel zur Flußrichtung und es gibt keine großskaligen elektrischen Felder längs der Schockfront. Bei quasi senkrechten Schocks funktioniert diese Methode allerdings nicht, da die nötige Boostgeschwindigkeit größer als die Lichtgeschwindigkeit wird. Dieser Fall wird teilweise als superluminal bezeichnet.

4.6 Elektrostatisches Schockpotential

Die Sprungbedingungen in Abschnitt 4.3 verknüpfen die Fluid- und Feldgrößen weit ab von der Schockfront. In der Herleitung nimmt man – wie bei der Fluidbeschreibung üblich – an, daß das Plasma neutral und ohne elektrische Felder ist. Bei genauerer Betrachtung zeigt sich jedoch, daß die Elektronen und Ionen aufgrund ihrer unterschiedlichen Massen sich am Schock etwas unterschiedlich verhalten. Daher kann es hier kleinskalige, aber geordnete elektrische Felder geben, die zu einem elektrischen Potentialunterschieds über die Schockfront führen können. Dieses *Schockpotential* soll in folgenden näher beschrieben werden, bevor in Abschnitt 4.7 auf die möglichen Auswirkungen eingegangen wird.

Morse (1973) enthält eine zugängliche Herleitung des Potentialsprungs für den Fall eines senkrechten Schocks. Wichtigste Annahme in der Herleitung ist, daß die Schockdicke von der Größenordnung des Protonengyroradius ist und damit viel dicker als der Gyroradius der Elektronen. Zumindest die Elektronen können daher als Fluid betrachtet werden. Die Bewegungsgleichung für ein Flüssigkeitselement lautet:

$$n_e m_e \frac{\partial \vec{v}_e}{\partial t} = -n_e e \left(\vec{E} + \frac{\vec{v}_e}{c} \times \vec{B} \right) - \nabla P_e - n_e m_e \nu (\vec{v}_e - \vec{v}_i) = 0. \quad (4.32)$$

Im Gegensatz zum Originalpapier ist die Notation der vorliegenden Arbeit angepasst und die Rechnung in cgs-Einheiten. Der Kollisionsterm ν ist in der endgültigen Form für das Potential nicht mehr enthalten. Wichtig ist nur, daß die Elektronen eine grob isotrope Geschwindigkeitsverteilung haben und der Elektronendruck P_e in der Herleitung als isotrop angenommen werden kann. Ob dies durch Stöße mit Ionen, oder durch starke Fluktuationen der elektromagnetischen Felder bewirkt wird, ist hier egal.

Im gewählten Koordinatensystem mit senkrechtem Schock und Anströmung parallel zur Schocknormalen lassen sich unter einigen Annahmen die Geschwindigkeiten explizit angeben:

$$v_{e,x} = \frac{E_y}{B} c + \frac{\nu}{\Omega_e} v_{e,y}, \quad (4.33)$$

$$v_{e,y} = -\frac{E_x}{B} c - \frac{c}{n e B} \frac{\partial P_e}{\partial x}. \quad (4.34)$$

Die Kontinuitätsgleichung für die Masse erfordert $v_{e,x}/n_u = v_u/n_e$. Die Geschwindigkeit $v_{e,x}$ kann man damit aus Gleichung 4.33 eliminieren, die Geschwindigkeit im Upstream v_u durch der Annahme $E_y = v_u B_u$. Löst man die resultierende Gleichung nach den Größen im Downstream auf, so erhält man:

$$\frac{B}{n} = \frac{B_u}{n_u} - \frac{\eta c j_y}{n_u v_u}. \quad (4.35)$$

Darin enthalten ist der Strom $j_y = n e v_{e,y}$, der durch die Ablenkung der Elektronen entlang der Schockfront erzeugt wird, und der spezifische Widerstand η . Dieser entsteht aus dem Stoßterm und ist gegeben durch:

$$\eta = \frac{m_e \nu}{n e^2}. \quad (4.36)$$

Man erkennt jedoch bereits, daß das Magnetfeld weniger stark komprimiert wird als die Dichte, falls der Strom Feldenergie in Wärme dissipieren kann. Besagter Strom läßt sich über das Ampèresche Gesetz auch schreiben als:

$$j_y = -\frac{c}{4\pi} \frac{\partial B}{\partial x}. \quad (4.37)$$

Setzt man die beiden Gleichungen für den Strom j_y gleich und setzt Gleichung 4.34 ein, so erhält man eine Gleichung für die räumliche Entwicklung des Magnetfelds. Ersetzt man zusätzlich das elektrische Feld durch die Ableitung des elektrostatischen Potentials Φ , so erhält man:

$$\frac{1}{4\pi} \frac{\partial B}{\partial x} = \frac{n e}{B} \frac{\partial \Phi}{\partial x} - \frac{1}{B} \frac{\partial P_e}{\partial x}. \quad (4.38)$$

Da der Druck der Elektronen sowieso als isotrop betrachtet wird, kann er durch die Temperatur ausgedrückt werden, $P_e = n k_B T_e$. Löst man die vorhergehende Gleichung

nach der Potentialdifferenz auf und ersetzt den Druck auf diese Weise, so erhält man direkt:

$$\frac{\partial\Phi}{\partial x} = \frac{B}{4\pi n e} \frac{\partial B}{\partial x} + \frac{k_B T_e}{n e} \frac{\partial n}{\partial x} + \frac{k_B}{e} \frac{\partial T_e}{\partial x}. \quad (4.39)$$

Um dies weiter zu vereinfachen, betrachtet man die zeitliche Veränderung der Beiträge zur Energie eines infinitesimalen Elements des Elektronenfluids. Dies umfaßt die Wärmeenergie, die Spannenergie aufgrund des Drucks und die joulesche Wärme aufgrund von Strom und Widerstand. Da man dies verwenden will um die vorhergehende Gleichung, die in räumlichen Ableitungen formuliert ist, zu vereinfachen, ersetzt man die zeitlichen Ableitungen in der Energiebilanz durch die Strömungsgeschwindigkeit und räumliche Ableitungen. Zusammengefaßt erhält man:

$$\frac{3}{2} n v k_B \frac{\partial T_e}{\partial x} = -P_e \frac{\partial v_{e,x}}{\partial x} + \eta j_y^2. \quad (4.40)$$

Auch diese Gleichung läßt sich durch das Ersetzen des Elektronendrucks durch die Temperatur und die Kontinuitätsgleichung für die Masse vereinfachen. Dividiert man zusätzlich die ganze Gleichung durch $n v k_B$ so lautet sie:

$$\frac{3}{2} \frac{\partial T_e}{\partial x} = \frac{T_e}{n} \frac{\partial n}{\partial x} + \frac{\eta j_y^2}{n_u v_u k_B}. \quad (4.41)$$

Damit läßt sich nun Gleichung 4.39 vereinfachen. Man ersetzt dafür B/n mittels Gleichung 4.35, $\partial n/\partial x$ mittels Gleichung 4.41 und (zum Kürzen des Stromterms) $\partial B/\partial x$ mit Hilfe von Gleichung 4.37. Man erhält nach einigen algebraischen Vereinfachungen für das *Schockpotential*:

$$\frac{\partial\Phi}{\partial x} = \frac{1}{4\pi e} \frac{B_u}{n_u} \frac{\partial B}{\partial x} + \frac{5}{2} \frac{k_B}{e} \frac{\partial T_e}{\partial x}. \quad (4.42)$$

Betrachtet man das elektrische Feld, das sich aus dem Potentialverlauf ergibt, so erkennt man, daß es positiv geladene Ionen von der Upstreamgeschwindigkeit zur niedrigeren Downstreamgeschwindigkeit abbremst. Elektronen hingegen gewinnen durch das elektrische Feld zunächst Energie, die sie allerdings in eine Zunahme von ungeordneter thermische Bewegung umwandeln.

Während die Berechnung des Potentialverlaufs für den senkrechten Schock noch beherrschbar war, ist die Lage bei schrägen Schocks komplizierter. Goodrich u. Scudder (1984) erkannten als zusätzliche Schwierigkeit, daß das berechnete elektrische Feld nicht in allen Bezugssystemen gleich ist, sondern durch den Boost beim Wechsel vom und zum de Hoffmann-Teller-System teilweise in magnetische Felder umgewandelt wird.

Dies erschwert bei Beobachtungsdaten, wie zum Beispiel Schwartz et al. (1988) oder Bale et al. (2008), die das elektrische Feld in unterschiedlichen Bezugssystemen angeben, sowohl den Vergleich untereinander, als auch mit theoretischen Vorhersagen. Trotzdem ließ sich die Existenz des elektrostatischen Schockpotentials am *Bugschock* der Erde bestätigen und die Stärke liegt mit etlichen hundert Volt im erwarteten Bereich.

4.7 Teilchenreflexion

Wie in Abschnitt 4.6 beschrieben, kann sich ein elektrisches Feld an der Schockfront bilden, welches Ionen verzögern kann. Ist der Potentialunterschied größer als die Energie des einfallenden Teilchens, wird es sogar reflektiert. Zudem kann die Verdichtung der magnetischen Feldlinien wie ein magnetischer Spiegel wirken, der ebenfalls Teilchen in den Upstream reflektiert. In beiden Fällen genügt die Beschreibung über eine Flüssigkeit nicht mehr.

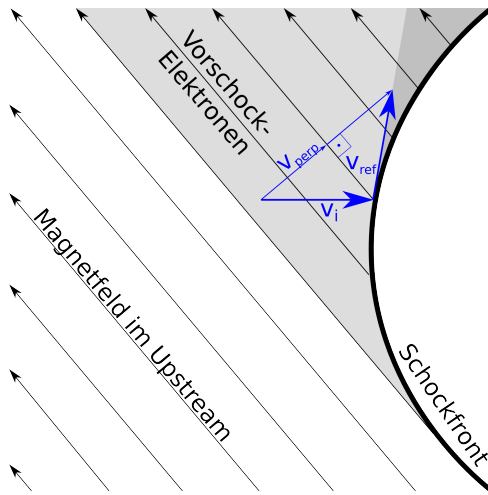
Während die Existenz der reflektierten Teilchen durch einen Mehr-Fluid-Code auch in MHD-Näherung noch beschrieben werden kann, ist es nicht möglich die Veränderung der Geschwindigkeitsverteilung und die Effekte auf das Plasma im Upstream-Bereich (Erhöhung der Temperatur und Turbulenz) zu erfassen. Möchte man diese selbstkonsistent beschreiben, muß man die Tatsache, daß es sich um strömende Einzelteilchen handelt, berücksichtigen und einen kinetischen Simulationscode verwenden.

Dies betrifft insbesondere Schocks, die als *überkritisch* bezeichnet werden. Bei diesen ist die ankommende Strömung so schnell, daß die Entropie-Produktion nicht genug der kinetischen Energie in Wärme umwandeln kann, um den Downstream auf Geschwindigkeiten im Unterschallbereich zu verlangsamen. Edmiston u. Kennel (1984) berechnen anhand der magnetohydrodynamischen Sprungbedingungen die *kritische Mach-Zahl*, ab der dieses Phänomen auftritt.

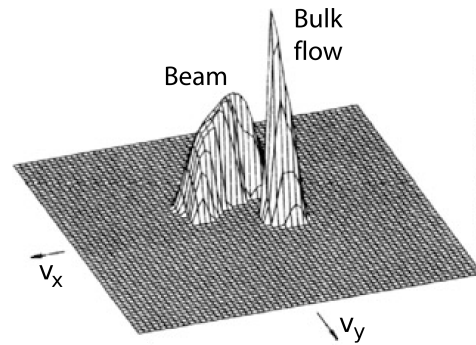
Livesey et al. (1982, 1984) analysieren anhand von Beobachtungsdaten des *Bugschocks* der Erde, wie sich dieser verändert, wenn das überkritische Regime erreicht wird. Die erste Veränderung ist, daß Oszillationen, wie in Abbildung 4.1 gezeigt, auftreten. Die zweite neue Eigenschaft ist, daß sich ein Schockfuß bildet, der bei quasi-senkrechten Schocks etwa einen Ionengyroradius dick ist. Diese *Vorschock*-Region wird dadurch erzeugt, daß Teilchen an der Schockfront gerichtet reflektiert werden. Die Reflexion erfolgt anhand eines einfachen Reflexionsgesetzes, in das allerdings nicht die Oberflächennormale der Schockfront eingeht, sondern die Richtung des Magnetfelds. Die Ionen prallen also nicht an der Schockfront ab, sondern werden durch das Magnetfeld abgelenkt. Eine geometrische Veranschaulichung findet sich in Abbildung 4.3a.

Bei der Reflexion wird die Geschwindigkeitskomponente senkrecht zum Magnetfeld im Upstream erhalten, während die parallele Geschwindigkeitskomponente umgeklappt wird. Ionen, die mit Geschwindigkeit v_i auf die Schockfront treffen, verlassen diese, falls sie reflektiert werden, mit v_{ref} . Ab dem Punkt, an dem Teilchen mit dieser Geschwindigkeit die Schockfront tangential verlassen können, existiert der Vorschockbereich der Ionen. Dieser Bereich ist in Abbildung 4.3a dunkelgrau hinterlegt. Während bei quasi-senkrechten Schocks der Vorschockbereich nur etwa einen Gyroradius dick ist, kann sich der Schockfuß beim quasi-parallelen Schock deutlich weiter ausdehnen. Elektronen können zusätzlich die Schockregion in einem größeren Winkelbereich – maximal (anti-)parallel zum Magnetfeld – verlassen und erzeugen daher einen größeren Vorschockbereich. Eine genauere Darstellung findet sich in Balogh u. Treumann (2013, Kapitel 6.2.3).

Interessanter als die genaue Ausdehnung der Vorschockregion sind die Auswirkungen der Teilchen, die sich gegen die Strömung im Upstream-Bereich vom Schock wegbewegen. Nah am Schock findet man zwei gegenströmende Populationen, eine Konfiguration, die



(a) Die Reflexion von Ionen und Elektronen in den Vorschock-Bereich erfolgt gerichtet, mit einem einfachen Reflexionsgesetz zwischen einfallender Geschwindigkeit, Magnetfeldrichtung um Upstream und Richtung der reflektierten Teilchen. Abbildung nach Balogh u. Treumann (2013, Abb. 6.3 und 6.16).



(b) Beobachtete Geschwindigkeitsverteilung von Ionen aus Paschmann et al. (1981). Man erkennt deutlich den Sonnenwind mit klar definierter Strömungsgeschwindigkeit und Temperatur. Zusätzlich existiert ein Beam an reflektierten Ionen, der sich wieder vom Schock entfernt (negatives v_y), aber eine etwas breitere Geschwindigkeitsverteilung ausweist.

Abbildung 4.3: Reflexion von Ionen und Elektronen an der Schockfront.

nicht stabil ist. Es bilden sich daher eine oder mehrere Plasmainstabilitäten aus, die Wellen produzieren und die Geschwindigkeitsverteilung der reflektierten Teilchen zunehmend modifizieren. In nicht zu großem Abstand zum Schock findet man daher eine Verteilung wie in Abbildung 4.3b wiedergegeben. Diese Geschwindigkeitsverteilung wurde von Paschmann et al. (1981) beobachtet. Mit wachsendem Abstand zum Schock wird die Verteilung zunehmend breiter, sprich wärmer und diffuser.

4.8 Kollisionsfreie Schocks in der Heliosphäre

Wie in Kapitel 2.2 schon erwähnt, finden sich mehrere Sorten kollisionsfreie Schocks im Sonnensystem. Die drei wichtigsten sollen im Folgenden in Skizzen dargestellt und erläutert werden.

4.8.1 Bugschocks

Historisch zuerst entdeckt und in der größerer Anzahl vorhanden sind *Bugschocks* vor Hindernissen im Sonnenwind. Prinzipiell kann man mehrere Sorten an Bugschocks unterscheiden, je nachdem ob das Hindernis ein Magnetfeld oder eine Atmosphäre besitzt.

Eine schöne Übersicht über die Umgebungen der verschiedenen Planeten findet sich in Russell (1993).

Hindernisse wie der Mond, die keines von beidem besitzen, bilden keinen ausgeprägten Bugschock aus. Ihr Einfluß auf den Sonnenwind beschränkt sich hauptsächlich darauf, einen Schatten mit fehlendem Sonnenwind zu hinterlassen, der sich auf einer Längenskala von etlichen Hindernisdurchmessern von den Rändern her füllt. Eine genauere Beschreibung findet sich in Ogilvie et al. (1996).

Schwach magnetisierte Planeten mit Atmosphäre, wie Venus und Mars, besitzen durchaus einen Bugschock. Dieser entsteht, weil die obere Atmosphäre ionisiert ist und für das strömende Plasma des Sonnenwinds ein Hindernis darstellt. Der Schock berührt also die Ionosphäre des Planeten und der Abstand zwischen dem Scheitel des Schocks und dem Mittelpunkt des Planeten beträgt nur etwa 1,5 bis 2 Planetenradien. Für weitere Details sei auf Zhang et al. (1990), beziehungsweise Vignes et al. (2000) verwiesen.

Damit bleibt noch der Fall magnetisierter Hindernisse im Sonnenwind. Wenn das Magnetfeld des Himmelskörpers stark genug ist, hält es den Sonnenwind lange vor dem Erreichen einer möglicherweise vorhandenen Atmosphäre auf. Ein solcher Bugschock ist in Abbildung 4.4 für den Fall der Erde skizziert. Auch Merkur und die Gasplaneten Jupiter, Saturn und Neptun fallen in diese Kategorie.

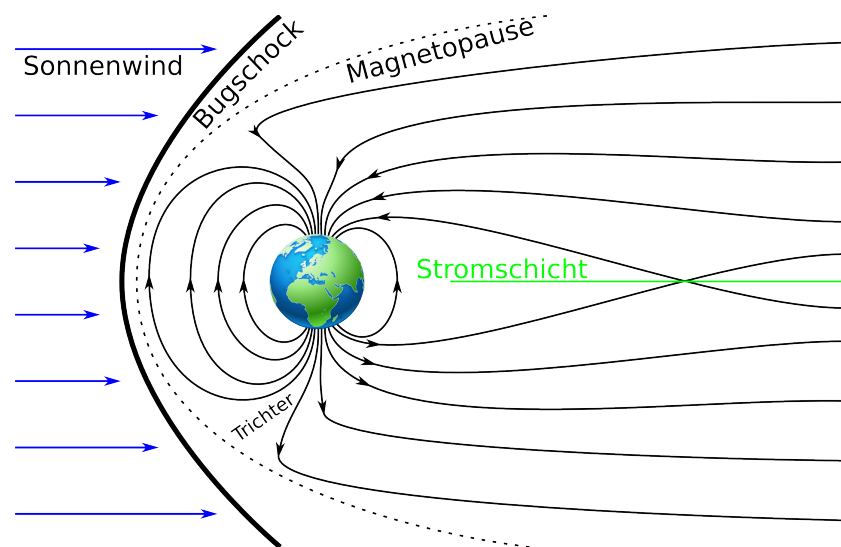


Abbildung 4.4: Skizziert ist der Bugschock der Erde für den einfachen Fall, daß die Dipolachse des (in schwarz gezeichneten) Magnetfelds der Erde senkrecht auf der Flußrichtung des (blau gezeichneten) Sonnenwinds und parallel zum interplanetaren Magnetfeld steht. Dies ist meist nicht der Fall, nördliche und südliche Hemisphäre sind dann nicht symmetrisch. Die Zeichnung ist nicht maßstabsgetreu. Eine hübschere, aber weniger übersichtlichere Darstellung findet sich in Birn et al. (2012)

Das Magnetfeld der Erde ist viel stärker als das Magnetfeld im Sonnenwind und erzeugt daher eine große *Magnetosphäre* um die Erde. Der Abstand zwischen dem Scheitel des

Bugschocks und der Erde beträgt an der sonnenzugewandten Seite 12 bis 15 Erdradien. Die Magnetosphäre der Erde erstreckt sich streng genommen nur bis zu *Magnetopause*, wo der Druck von Sonnenwind und Erdmagnetfeld sich gegenseitig aufheben. Die Magnetopause trennt das (verformte) Magnetfeld im Sonnenwind vom planetaren Magnetfeld, was zur Ausbildung einer Stromschicht führt. Der Bereich zwischen der (in Abbildung 4.4 gestrichelten gezeichneten) Stromschicht und dem Bugschock wird als *Magnetosheath* bezeichnet und enthält turbulentes Plasma und ungeordnete Magnetfelder.

Auf der sonnenabgewandten Seite werden die Feldlinien des planetaren Magnetfelds langgezogen und bilden einen als *Magnetotail* bezeichneten Schweif. Die Plasmadichte im Schweif ist sehr gering. Da die Feldlinien im nördlichen und südlichen Schweif entgegengesetzte Polarität haben, bildet sich von der letzten geschlossenen Feldlinie stromabwärts eine (in der Abbildung grün gezeichnete) Stromschicht. Diese Stromschicht ist einige Erdradien dick und enthält eine Plasmaumgebung, die heißer⁶ und dichter ist als der restliche Schweif. Die Stromschicht ist räumlich nicht stabil, sondern bewegt sich auf der Skala von Stunden merklich auf und ab. Rekonnexion in dieser Stromschicht führt einerseits dazu, daß Teilchen beschleunigt werden. Andererseits zieht sich die Feldlinie, sobald sie nicht mehr unter Zug steht, zusammen. Durch beide Prozesse strömen Teilchen entlang der Feldlinien bis sie an den Polkappen die Atmosphäre der Erde erreichen (siehe Angelopoulos et al. 2008). Die Interaktion der geladenen Teilchen mit Stickstoff- und Sauerstoffatomen in etwa 80 Kilometer Höhe führt zu sichtbaren Polarlichtern.

4.8.2 Termination Shock

Mittelbarer Grund für alle Bugschocks im Sonnensystem ist, daß der Sonnenwind mit einer Geschwindigkeit auf die Hindernisse trifft, die größer ist als die Geschwindigkeiten der Wellenmoden, die Dichteschwankungen und damit Informationen über die Existenz der Hindernisse in den Upstream transportieren würden. Mit zunehmender Distanz von der Sonne nehmen Geschwindigkeit und Dichte des Sonnenwinds jedoch ab, so daß ab einem gewissen Punkt die Ausbreitung nicht mehr super-alfvénisch stattfindet. An diesem Punkt befindet sich der sogenannte *Termination Shock*. An diesem sollte die Geschwindigkeit des Sonnenwindes deutlich abnehmen, während Temperatur, Dichte und Magnetfeld zunehmen.

Stone et al. (2005) berichten, daß der Satellit Voyager 1 diesen Schock im Dezember 2004 überquert hat. Voyager 2 erreichte auf einer anderen Flugbahn den Termination Shock Ende August 2007. Die erwarteten Änderungen der Plasmaeigenschaften, wie Temperaturzunahme und Geschwindigkeitsabnahme, wurden, wie in Burlaga et al. (2009) berichtet, eindeutig beobachtet. Auch die Zunahme von Dichte und Magnetfeld wurde bestätigt. Die Messungen dieser beiden Größen zeigen allerdings deutlich größere Fluktuationen, hauptsächlich aufgrund von Unzulänglichkeiten der Sensoren.

Außerhalb des Termination Shocks befindet sich eine warme Plasmaumgebung, die als *Heliosheath* bezeichnet wird. Ganz analog zur Magnetopause der Erde findet sich auch für

⁶tatsächlich sogar heißer als der Sonnenwind

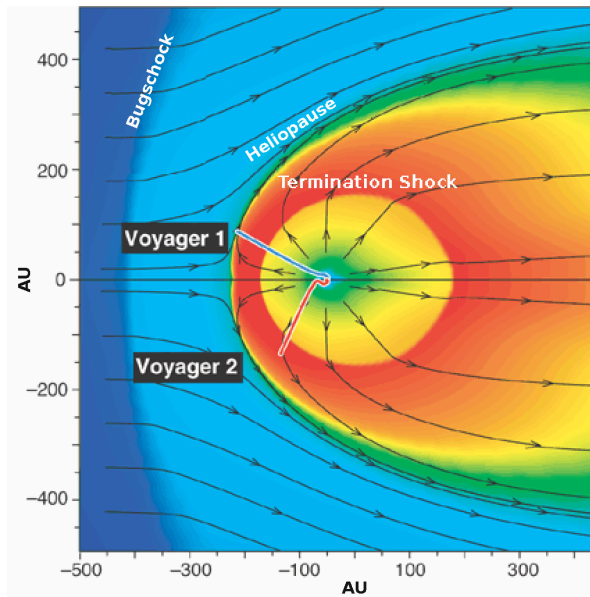


Abbildung 4.5: Simulation der Temperaturverteilung im äußeren Sonnensystem. Deutlich zu erkennen sind der *termination shock* bei 150 AU, an dem der Sonnenwind sub-alfvénisch und wärmer wird. Bis zur Heliopause kühlt er durch Expansion ab. Jenseits der Heliopause stammt das Plasma aus dem kälteren interstellaren Medium. Ob der Bugschock wirklich ein Schock, oder eine unterkritische Verdichtung ist, ist nicht abschließend geklärt. Abbildung übersetzt aus Stone (2001) basierend auf Simulationen von Zank (1999).

den Sonnenwind eine Grenzschicht, an der Druckgleichgewicht mit dem anströmenden interstellaren Medium herrscht. Diese wird als *Heliopause* bezeichnet. Die genauen Eigenschaften dieser Grenzschicht, sowie der Plasmaumgebung jenseits davon sind noch nicht abschließend geklärt. Daher muß man sich bisher auf Simulationen wie die von Zank (1999) verlassen, auch wenn Beobachtungen unerwartete Effekte wie die Existenz einer Depletion Region (Burlaga et al., 2013) zeigen. Auch die Existenz eines Bugschocks des Sonnensystems ist nicht sicher, da unklar ist, ob die Strömung des interstellaren Mediums dafür schnell genug auf die Heliosphäre trifft.

4.8.3 CME-getriebene Schocks

Es existiert noch eine dritte Sorte kollisionsfreier Schocks im Sonnenwind. Diese treten auf, wenn sich Auswürfe aus der Korona wesentlich schneller als der Sonnenwind von der Sonne wegbewegen und den Sonnenwind einholen. Betrachtet man statistische Auswertungen von CMEs, wie zum Beispiel Yashiro et al. (2004), so erkennt man, daß CMEs sich typischerweise mit einigen hundert Kilometern pro Sekunde von der Sonne wegbewegen. Die Expansionsgeschwindigkeit schwankt zwischen einzelnen CMEs und selbst die jährlichen Mittelwerte hängen von der Aktivität der Sonne ab.

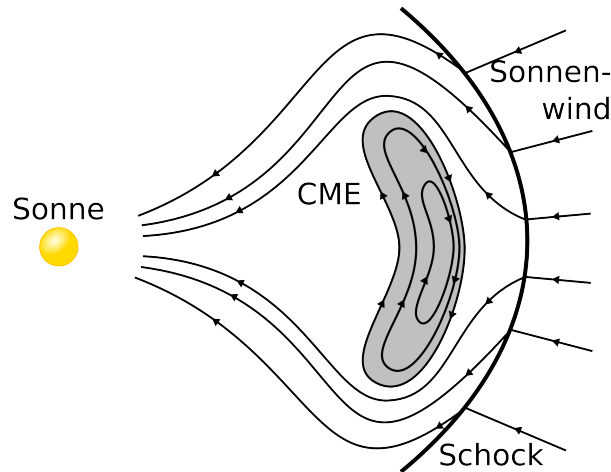


Abbildung 4.6: Diese Abbildung zeigt eine Skizze der Magnetfeldstruktur an einem CME getriebenen Schock im Sonnenwind. Ein CME höherer Dichte (in grau gezeichnet) transportiert dabei eine Verdichtung von Material und Magnetfeld durch den Sonnenwind von der Sonne weg. Ist die Geschwindigkeit, mit der er den Sonnenwind einholt, groß genug, so bildet sich eine Schockfront aus. Abbildung übersetzt aus Lang (2007)

Als zusätzliche Komplikation muß man bedenken, daß CMEs sich nicht mit konstanter Geschwindigkeit von der Korona entfernen, sondern anfänglich langsam aufsteigen, dann deutlich beschleunigen und schließlich mit hoher, nur langsam abnehmender Geschwindigkeit propagieren. Interessanterweise scheinen Flares mit der Beschleunigungsphase korreliert zu sein (siehe Zhang et al. 2001).

Trotz allem kann man sagen, daß einige CMEs (etwa fünf Prozent) mit einer Geschwindigkeit von 1000 Kilometern pro Sekunde oder mehr aufsteigen, schnell genug, um den Sonnenwind mit einer größeren Geschwindigkeitsdifferenz als der lokalen Alfvén-Geschwindigkeit einzuholen.

Dies führt dazu, daß sich an der Vorderseite des aufsteigenden CMEs eine Schockfront bildet. Diese wird in der englischsprachigen Literatur als *piston driven* bezeichnet, da die Stoßwelle durch einen Stoß von hinten ausgelöst wird, analog zu einem Kolben in einem Stoßrohr.

Abbildung 4.6 zeigt schematisch die Magnetfeldstruktur im Fall eines solchen CME-getriebenen Schocks. Bildliche Wiedergaben sind trotz der großen Zahl an beobachtenden Satelliten schwer zu finden, da die Schockfront im Gegensatz zum Plasmoiden kaum sichtbar ist. Vourlidas et al. (2003) gelang es, einen Schock in den Lasco C2 Bildern zu identifizieren.

Die vorliegende Arbeit versucht jedoch nicht die ungeklärten Fragen rund um die Erzeugung und Beschleunigung von CMEs zu klären, sondern überläßt dies Simulationen mit MHD Codes wie in Pomoell et al. (2011). Das Ziel ist vielmehr, mit realistischen Parametern für das Plasma im Upstream (Temperatur, Magnetfeld, etc.) Schockfronten

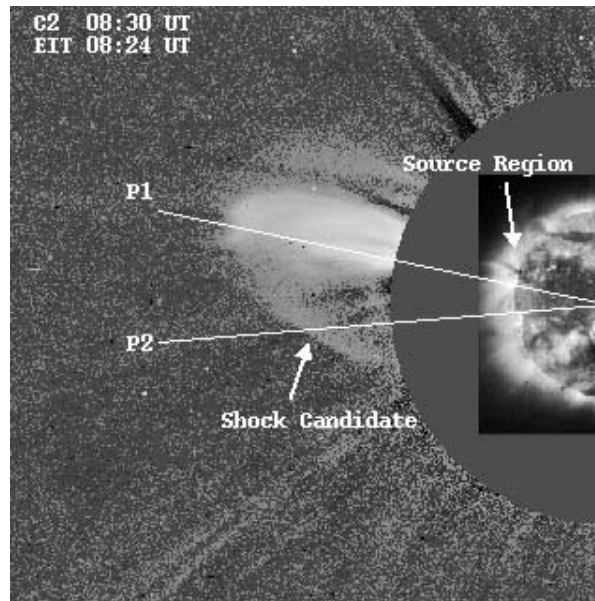


Abbildung 4.7: Am 2. April 1999 ereignete sich ein CME, der hier in einer Aufnahme von Lasco C2 und EIT wiedergegeben ist. Vourlidis et al. (2003) identifizierten die scharfe Kante am Rand des CMEs als Schockfront.

zu simulieren, die mit den beobachteten Schockgeschwindigkeiten übereinstimmen und es erlauben, die Mikrophysik am Schock zu untersuchen, ohne sich in den für PiC Codes unzugänglichen Längenskalen zu verlieren.

Reiner et al. (1998) schlugen ein Modell vor, nach dem die oft mit CMEs koinzidierenden Type II Radiobursts durch Emission an der Plasmafrequenz der Vorschockregion und der ersten Harmonischen entsteht. Energiequelle sind dabei Elektronen, die an der Schockfront beschleunigt wurden. Wie Elektronen einer fest vorgegebenen Geschwindigkeitsverteilung in der Vorschockregion Energie abgeben und Wellen erzeugen, wurde in Ganse (2012) mit dem ACRONYM Code, der auch für die vorliegende Arbeit verwendet wurde, untersucht. Wie die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen zustande kommt soll aus theoretischer Sicht nun im folgenden Abschnitt erläutert werden. In Kapitel 7.3 wird dann diskutiert, ob die erwarteten Prozesse in den Simulationen beobachtet werden konnten.

4.9 Beschleunigung geladener Teilchen

Schocks können auf verschiedene Arten die kinetische Energie des einströmenden Materials nicht nur in Wärme, sondern auch in die Beschleunigung einzelner Teilchen umsetzen. Da dies wie im vorherigen Abschnitt angesprochen für die Erzeugung von Radiobursts relevant und generell Gegenstand der Untersuchung in der vorliegenden Arbeit ist, werden im Folgenden die wichtigsten Mechanismen für die Teilchenbeschleunigung an Schockfronten erläutert.

4.9.1 Fermi Beschleunigung 2. Ordnung

Die erste Beschreibung eines effektive Beschleunigungsprozess stammt von Fermi (1949). Auch wenn der Prozess nicht direkt Schockfronten involviert, ist es lehrreich, die Herleitung zu verfolgen.

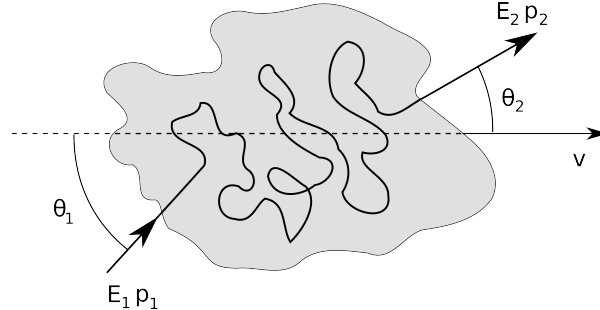


Abbildung 4.8: Ein Teilchen trifft unter einem Winkel θ_1 auf eine Plasmawolke der Geschwindigkeit v und wird darin mehrfach gestreut, bevor es die Wolke in eine zufällige Richtung θ_2 wieder verläßt. Abbildung aus Ivascenko 2009

Abbildung 4.8 skizziert die Situation, von der die *Fermi Beschleunigung zweiter Ordnung* ausgeht. Ein (relativistisches) Teilchen trifft unter dem Winkel θ_1 auf eine Region, die viele Streuzentren bietet und verläßt diese nach einiger Zeit unter dem Winkel θ_2 . Die Region bewegt sich gegen das Laborsystem mit der Geschwindigkeit v . Da die einzelnen Streuprozesse elastisch sein müssen⁷, bietet sich eine Region mit starken Schwankungen im Magnetfeld, etwa in Form von turbulenten Alfvén-Wellen, an. An diesen kann das Teilchen effizient streuen und seine Richtung ändern. Die Energien im Laborsystem (ungestrichen) und im Ruhesystem der Wolke (gestrichene Größen) sind durch einfache Lorentz-Transformationen verknüpft:

$$E'_1 = \gamma E_1 (1 - \beta \cos \theta_1), \quad (4.43)$$

$$E_2 = \gamma E'_2 (1 + \beta \cos \theta_2). \quad (4.44)$$

Die relativistische Geschwindigkeit β und der zugehörige Lorentz-Faktor γ beziehen sich dabei auf die Bewegung der Streuregion im Laborsystem. Da sich im Ruhesystem der Wolke die Energie des einfallenden Teilchens nicht ändert, gilt $E'_1 = E'_2$. Der relative Energiegewinn ist damit:

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{1 - \beta \cos \theta_1 + \beta \cos \theta_2 - \beta^2 \cos \theta_1 \cos \theta_2}{1 - \beta^2} - 1. \quad (4.45)$$

Da man eigentlich nicht einzelne Teilchen, sondern die Veränderung der Teilchenverteilung durch die Streuregion betrachten will, mittelt man diese Größe über alle Eintritts-

⁷ andernfalls würde ein überdurchschnittlich energiereiches Teilchen im Mittel Energie verlieren, anstatt beschleunigt zu werden

und Austrittswinkel. Wenn genug Streuvorgänge passieren, kann man davon ausgehen, daß θ_2 komplett zufällig und isotrop verteilt ist. Für den Eintrittswinkel ist die Lage etwas komplizierter, da mehr Teilchen die Wolke von vorne treffen, als sie von hinten einholen. Der ursprünglich betrachtete und einfach zu berechnende Fall ultrarelativistischer Teilchen liefert dabei, daß die einkommenden Teilchen wie $1 - \beta \cos \theta_1$ verteilt sind. Für die Mittelwerte erhält man also:

$$\langle \cos \theta_1 \rangle \approx -\frac{1}{3}\beta, \quad (4.46)$$

$$\langle \cos \theta_2 \rangle = 0, \quad (4.47)$$

$$\left\langle \frac{\Delta E}{E} \right\rangle \approx \frac{4}{3}\beta^2. \quad (4.48)$$

Man erkennt, daß der Energiegewinn wie die zweite Potenz der Geschwindigkeit der Streuregion skaliert. Diese muß also eindeutig relativistisch sein, um signifikant Teilchen beschleunigen zu können. Für den erwähnten Fall von Streuung an Alfvén-Wellen ist β durch das Verhältnis von v_A zur Teilchengeschwindigkeit gegeben.

Auf Grund des Skalierungsverhaltens und der Tatsache, daß eine – für Schocks relevantere – Abwandlung existiert, die linear mit β skaliert, wird der gerade dargestellte Beschleunigungsmechanismus als *Fermi Beschleunigung zweiter Ordnung* bezeichnet.

Blandford u. Eichler (1987) folgend gibt es noch eine zweite Betrachtungsweise. Die Beschleunigung ist ein *Markov-Prozess*⁸ und erfolgt in kleinen Schritten⁹ $\Delta\vec{p}$. Man kann also an statt über die Bewegung einzelner Teilchen zu mitteln alternativ die Zeitentwicklung der Phasenraumdicke f betrachten:

$$\frac{\partial}{\partial t}f + \frac{\vec{p}}{m} \cdot \nabla_x f + \nabla_p \cdot \left(\left\langle \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} \right\rangle f - \frac{1}{2} \nabla_x \left\langle \frac{\Delta\vec{p} \Delta\vec{p}}{\Delta t} \right\rangle f \right) = 0. \quad (4.49)$$

Die Größen in spitzen Klammern sind dabei die Fokker-Planck-Koeffizienten. Kennt man die Wahrscheinlichkeit $\Psi(\vec{p}, \Delta\vec{p})$ mit der ein Teilchen in der Zeitspanne Δt seinen Impuls von \vec{p} zu $\vec{p} + \Delta\vec{p}$ ändert, so kann man diese explizit angeben:

$$\left\langle \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} \right\rangle = \frac{1}{\Delta t} \int \Delta\vec{p} \Psi(\vec{p}, \Delta\vec{p}) d\Delta\vec{p}, \quad (4.50)$$

$$\left\langle \frac{\Delta\vec{p} \Delta\vec{p}}{\Delta t} \right\rangle = \frac{1}{\Delta t} \int \Delta\vec{p} \Delta\vec{p} \Psi(\vec{p}, \Delta\vec{p}) d\Delta\vec{p}. \quad (4.51)$$

Bei der Fermi-Beschleunigung kann man die Rückwirkung auf die Wellen, die als Streuzentren dienen, vernachlässigen weswegen die die Streuwahrscheinlichkeiten einen einfachen Zusammenhang für Energiegewinn und -verlust aufweisen:

$$\Psi(\vec{p}, \Delta\vec{p}) = \Psi(\vec{p} + \Delta\vec{p}, -\Delta\vec{p}). \quad (4.52)$$

⁸Sie hängt nur von Ort und Geschwindigkeit des Teilchens ab, nicht von den Details der Teilchenbahn, die das Teilchen an diesen Punkt des Phasenraums gebracht haben.

⁹Um einfacher zum relativistischen Fall übergehen zu können wird die Formulierung in den Impulsen anstelle der Geschwindigkeiten verwendet

Da zusätzlich die Streuwahrscheinlichkeit für ruhende Teilchen verschwindet kann man einen (im allgemeinen tensoriellen) Diffusionskoeffizienten im Impulsraum \mathbf{D}_{pp} einführen und beide Koeffizienten damit ausdrücken:

$$\left\langle \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \right\rangle = \frac{1}{2} \nabla_p \left\langle \frac{\Delta \vec{p} \Delta \vec{p}}{\Delta t} \right\rangle = \nabla_p \mathbf{D}_{pp}. \quad (4.53)$$

Die Zeitentwicklung für die Phasenraumdicke vereinfacht sich damit zu:

$$\frac{\partial}{\partial t} f + \left(\frac{\vec{p}}{m} \cdot \nabla_x \right) f = \nabla_p \mathbf{D}_{pp} \nabla_p f. \quad (4.54)$$

Die rechte Seite dieser Gleichung entspricht von ihrer Struktur einer Diffusion im Impulsraum mit impulsabhängigen Diffusionskoeffizienten \mathbf{D}_{pp} . Aus diesem Grund wird Fermi Beschleunigung zweiter Ordnung auch als *diffuse Beschleunigung* bezeichnet.

4.9.2 Fermi Beschleunigung 1. Ordnung

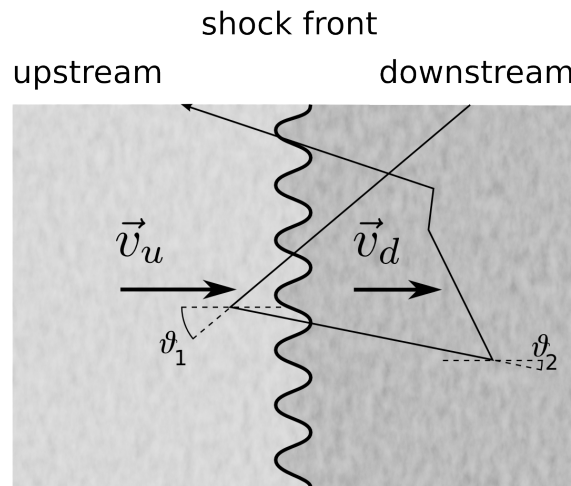


Abbildung 4.9: Skizze der Geometrie zur Herleitung der Fermi Beschleunigung erster Ordnung an einem Schock. Die Winkel θ_1 und θ_2 werden relativ zur Schocknormalen im Upstream angegeben. Die Struktur der Schockfront wird jedoch gar nicht betrachtet, sondern nur der Energiegewinn beim Wechsel vom Upstream- zum Downstream Bezugssystem.

Nachdem Fermi seine Theorie zur Herkunft der hochenergetischen kosmischen Teilchen veröffentlicht hatte, gab es darauf aufbauende Arbeiten, die effizientere Beschleunigungsszenarien an Schocks beschrieben. Dazu gehören zum Beispiel die Veröffentlichungen von Bell (1978a,b) oder Blandford u. Ostriker (1978). Axford (1981) bemerkte, daß diese Szenarien nicht nur für die kosmische Strahlung relevant sind, sondern auch für die Teilchenbeschleunigung in der Heliosphäre eine Rolle spielen könnten. Daher soll hier,

der Darstellung in Protheroe u. Clay (2004) folgend, skizziert werden, wie die *Fermi Beschleunigung erster Ordnung* abläuft.

Die Herleitung funktioniert ähnlich wie bei dem Prozess zweiter Ordnung. Man verfolgt die Energieänderung eines relativistischen Teilchens beim Wechsel vom Upstream Bezugssystem zum Downstream und zurück. Man erhält damit wieder Gleichungen der selben Form wie Gleichung 4.43 und 4.44. Die Größen β und γ sind diesmal durch die Geschwindigkeitsdifferenz zwischen der Upstream und Downstream Region gegeben. Der relative Energiegewinn sieht etwas anders aus, da er diesmal im Upstream Bezugssystem angegeben wird:

$$\frac{\Delta E}{E_1} = \gamma_p^2 (1 - \beta \cos \theta_1) (1 + \beta \cos \theta_2) - 1. \quad (4.55)$$

Der größere Unterschied findet sich in der Winkelverteilung. Um diese zu erhalten, muß man die möglichen Winkel mit dem Fluß an Teilchen, die unter diesem Winkel die Schockfront überqueren, gewichten. Der Upstream strömt auf die Schockfront zu, Teilchen überqueren diese also hauptsächlich antiparallel zur Schocknormalen. Dies schlägt sich in einem negativen mittleren θ_1 nieder:

$$\langle \cos \theta_1 \rangle \approx -\frac{2}{3}. \quad (4.56)$$

Damit ein Teilchen es vom Downstream wieder in den Upstream schafft, muß es eine größere Geschwindigkeitskomponente antiparallel zur Schocknormalen aufweisen, als die Schockfront im Downstream Bezugssystem. Dies ist vor allem für Werte von θ_2 nahe Null der Fall, sprich wenn das Teilchen sich direkt Richtung Upstream bewegt. Dies ist natürlich nur für einen Teil der Teilchen gegeben, führt aber für die Teilchen, die es tatsächlich in den Upstream schaffen zu:

$$\langle \cos \theta_2 \rangle \approx \frac{2}{3}. \quad (4.57)$$

Damit erhält man einen relativ großen mittleren Energiegewinn, der linear mit der Schockgeschwindigkeit anwächst:

$$\left\langle \frac{\Delta E}{E_1} \right\rangle \approx \frac{4}{3}\beta. \quad (4.58)$$

Der Anteil an Teilchen für die dies passiert ist nicht all zu groß. Wenn es klappt, ist der Energiegewinn aber substanziell. Problematischer ist, daß dieser Mechanismus nur für Schockgeschwindigkeiten funktioniert, die zumindest mild relativistisch sind. Das ist in manchen astrophysikalischen Szenarien der Fall, trifft aber auf CME-getriebene Schocks mit höchstens einem Prozent der Lichtgeschwindigkeit nicht zu. Auch die Frage, wie Teilchen auf (mild) relativistische Geschwindigkeiten kommen, um dann durch Fermi Beschleunigung Energie zu gewinnen, ist nicht geklärt und wird als *injection problem* bezeichnet.

Falls genug Teilchen mit ausreichender Anfangsenergie in den Prozess injiziert werden, kann man auch das resultierende Spektrum angeben. Blandford u. Eichler (1987) zeigt,

daß man ein Potenzgesetz erhält, dessen Spektralindex man unter einigen sehr allgemeinen Annahmen angeben kann. Sofern die Shockfront dünn im Vergleich zur mittleren Weglänge zwischen zwei Streuvorgängen ist, die Streuung elastisch und zufällig erfolgt und die Verteilungsfunktion hinreichend isotrop ist, erhält man¹⁰:

$$f(p) \propto p^{-\frac{3r}{r-1}}. \quad (4.59)$$

Dabei ist $1 < r \leq 4$ das Kompressionsverhältnis aus Abschnitt 4.4. Rechnet man die Verteilung der Impulse via $4\pi p^2 f(p) dp = f(E) dE \propto E^{-s}$ in das entsprechende Powerlaw für die Energieverteilung um (vergleiche Caprioli 2012), so erhält man:

$$f(E) \propto E^{-\frac{r+2}{r-1}}. \quad (4.60)$$

Der Spektralindex s des Potenzgesetzes für die Energie ist also $(r+2)/(r-1)$. Die Teilchendichte im Bereich hoher Energien fällt also mindestens wie $1/E^2$ ab. Bei genauerer Betrachtung stellt man fest, daß die Rückwirkung der Teilchen auf den Schock diese Grenze lockern ($s < 2$, Berezhko u. Ellison 1999) können. Die Anisotropie durch das Magnetfeld hingegen kann zu einer strikteren Grenze führen ($s = 2.5$, Kirk et al. 1996). Der für diese Arbeit nicht relevante ultrarelativistische Fall führt über die Erhöhung des maximalen Kompressionsverhältnisses von vier auf sieben auch zu einem härteren Spektrum mit $s = 3/2$.

Prinzipiell ist die Effizienz der Fermi-Beschleunigung unabhängig von Streumechanismus. Die Herleitung von Gleichung 4.59 bzw. 4.60 geht jedoch davon aus, daß die Streuwahrscheinlichkeit mit dem Kompressionsverhältnis zunimmt. Sollten die Teilchen hauptsächlich resonant an Alfvén-Wellen gestreut werden, so muß man anstelle von r das Kompressionsverhältnis r_k für diese Wellen verwenden. Vainio u. Schlickeiser (1999) zeigt, daß dies Spektralindices im Bereich $1 < s < 2$ zuläßt.

Zusätzlich zu diesen Unsicherheiten im erwarteten Spektralindex, kann man in einer Simulation nicht erwarten, daß das Potenzgesetz, welches man für den stationären Zustand erwartet, bis zu beliebig hohen Energien erfüllt ist, da die Teilchen viele Kollisionen und damit viel Zeit benötigen, um so weit beschleunigt zu werden. Dementsprechend haben andere Simulationen einen exponentiellen Cutoff beobachtet, an dem das Spektrum abbricht (siehe Bednarz u. Ostrowski 1996, Spitkovsky 2008 oder Martins et al. 2009). Der cut-off Impuls wächst linear mit der Simulationsdauer und kann nach Kang (2011) über

$$p_{max} = \frac{(2\mathcal{M}_u - 1) \cdot ((r-1)\mathcal{M}_u - r)}{r \mathcal{M}_u (\mathcal{M}_u - 1)} \cdot \beta^2 \cdot e B \cdot t \quad (4.61)$$

abgeschätzt werden. Dabei ist \mathcal{M}_u die Mach-Zahl relativ zur Alfvén-Geschwindigkeit im Upstream, r das Kompressionsverhältnis, β die Schockgeschwindigkeit im Ruhesys-

¹⁰All diese Annahmen sind für die hier betrachteten Schock sinnvoll. Das Paper enthält auch noch zwei weitere, unabhängige Herleitungen, die andere Annahmen treffen und zum gleichen Ergebnis kommen.

tem des Upstreams als Bruchteil der Lichtgeschwindigkeit und B das Magnetfeld im Upstream.

4.9.3 Ion Shock Surfing

Eine Möglichkeit, wie zumindest Ionen auf die nötigen Energien kommen könnten, um sacht relativistisch zu werden, und einen Gyroradius deutlich größer als die Dicke der Schockfront zu haben, und dadurch z.B. an Fermi Beschleunigung teilnehmen zu können, ist das sogenannte *Shock Surfing*.

Dieser Beschleunigungsmechanismus, der zum Beispiel in Shapiro u. Üçer (2003) anschaulich erklärt ist, betrifft vor allem Ionen, deren kinetische Energie $1/2m_i v_{\parallel}^2$ aus der Bewegung parallel zur Schocknormalen zu klein ist, um das elektrostatische *Schockpotential* Φ zu überwinden. Diese Ionen sind nicht nur für die Vorschockregion verantwortlich, sondern halten sich lange genug in der Nähe der Schockfront auf, um vom elektrischen Feld, welches im Bezugssystem des Schock durch $\vec{v}/c \times \vec{B}$ gegeben ist, entlang der Schockfront beschleunigt zu werden. Die Geschwindigkeit senkrecht zur Schocknormalen v_{\perp} nimmt solange zu, bis die ablenkende Wirkung des Magnetfelds nicht mehr durch die elektrische Abstoßung kompensiert werden kann. Dies ist der Fall bei:

$$v_{\perp} = \frac{E_{\parallel}}{B_{\perp}} \cdot c. \quad (4.62)$$

Die Ionen „surfen“ also die Schockfront entlang und sammeln Energie, bis sie das Schockpotential überwinden können. Wie in Abschnitt 4.6 schon erläutert, ist die Berechnung des elektrischen Felds nicht trivial und die Magnetfeldstärke ist aufgrund des Überschwingens nicht einfach anzugeben. Daher ist es schwer, eine Vorhersage über den Energiegewinn zu treffen, die sich mit der beobachteten Energieverteilung der Ionen vergleichen läßt. Hier könnten Simulationen mit hinreichender Ausdehnung quer zur Schockfront Abhilfe schaffen.

4.9.4 Electron Shock Surfing

Elektronen können aufgrund der Polarität des elektrischen Schockpotentials nicht durch den Mechanismus, der im vorhergehenden Abschnitt beschreiben wurde, Energie gewinnen. Generell sind Elektronen durch ihre kleinen charakteristischen Längenskalen nur schwer für Beschleunigungsprozesse zugänglich. Hoshino et al. (2001) hat jedoch ein Modell zur Beschleunigung von Elektronen vorgeschlagen.

Ausgangspunkt ist, daß die einströmenden Elektronen und die reflektierten Ionen eine Situation darstellen, die anfällig für die Buneman-Instabilität (siehe Buneman (1958)) ist. Diese erzeugt starke Wellen, die an der Schockfront Solitonen-Charakter haben können. Die Wellenlänge kann abgeschätzt werden und man erwartet:

$$\lambda = 2 \mathcal{M} v_A / \omega_{pe}. \quad (4.63)$$

Für hohe Machzahlen ist sie vergleichbar mit der Inertiallänge der Elektronen c/ω_{pe} und die Elektronen können – analog zu den Ionen und dem elektrostatischen Schockpotential

– von der elektrostatischen Solitonwelle über längere Zeit getragen werden und entlang der Schockfront surfen. Simulationen von Amano u. Hoshino (2007) zeigen Elektronen, die längere Zeit an der Schockfront verweilen und derweil Energie gewinnen. Ob der Mechanismus auch für die CME getriebenen Schockfronten, die in der vorliegenden Arbeit simuliert werden, relevant ist, wird in folgenden Kapiteln untersucht.

5 Numerik

5.1 Bewegungsgleichungen für Phasenraumelemente

Die Vlasov-Gleichung beschreibt, wie in 3.2 erläutert, das zeitliche Verhalten der Phasenraumdichte $f(\vec{x}, \vec{v}, t)$. Durch die Rückkopplung über die selbst erzeugten elektromagnetischen Felder entsteht eine komplexe, nichtlineare Dynamik im Plasma, die es unmöglich macht, eine allgemeine Lösung der Vlasov-Gleichung direkt analytisch anzugeben. Als Ausweg bietet sich die numerische Lösung einer geeigneten Diskretisierung der Vlasov-Gleichung an. Systeme mit reduzierter Dimensionalität lassen sich hierbei in einigen Fällen direkt simulieren, siehe Minoshima et al. (2011). Für den Fall, daß alle drei Raum- und Geschwindigkeitsdimensionen relevant sind, erreicht man selbst mit geschickter Diskretisierung und Lösungsverfahren hoher Ordnung, die die begrenzte Auflösung effizient ausnutzen, schnell die Grenzen der gegenwärtig zur Verfügung stehenden Computer.

An dieser Stelle knüpfen Particle-in-Cell Codes an, die die kontinuierliche Phasenraumdichte wieder durch eine Summe einzelner Phasenraumelemente ersetzen:

$$f(\vec{x}, \vec{v}, t) \rightarrow \sum_{\alpha=1}^{N_p} f_{\alpha}(\vec{x}, \vec{v}, t).$$

Jedes Phasenraumelement besitzt dabei eine Ausdehnung in Orts- und Geschwindigkeitsraum:

$$f_{\alpha}(\vec{x}, \vec{v}, t) = w_{\alpha} \cdot S_x(\vec{x} - \vec{x}_{\alpha}(t)) \cdot S_v(\vec{v} - \vec{v}_{\alpha}(t)). \quad (5.1)$$

Die Größe w_{α} wird dabei als Makrofaktor des Phasenraumelements bezeichnet; ihre Bedeutung wird bei der Herleitung der Bewegungsgleichungen ersichtlich. Die Details der Funktionen S_x und S_v werden in Abschnitt 5.2.2 erörtert. Um die Bedeutung der Phasenraumzerlegung zu erkennen muß man sich vergegenwärtigen, daß das dreidimensionale (oder in einigen Fällen auch niedrigerdimensionale) Raumgebiet der Simulation in Zellen zerlegt wird, die jeweils die Werte für die elektromagnetischen Felder, sowie die Ströme und Dichte enthalten. In jeder der Zellen sind aber nur einige Phasenraumelemente vorhanden. Der Geschwindigkeitsraum wird also analog zum *sparse sampling* nicht vollständig abgedeckt. Solange genug Phasenraumsamples pro Zelle und genug Zellen pro räumlicher Variationslänge vorhanden sind, wird die Phasenraumdichte insgesamt aber hinreichend durch die Summe der einzelnen Phasenraumelemente wiedergegeben.

Die große Besonderheit von Particle-in-Cell Codes ist, neben der deutlichen Rechenzeitersparnis gegenüber Codes, die die Vlasov-Gleichung direkt diskretisieren, daß die

resultierenden Bewegungsgleichungen für die Phasenraumelemente sehr intuitiv sind, wie im Folgenden (folgend Lapenta (2011)) gezeigt werden soll.

Ersetzt man in der Vlasov-Gleichung in ihrer eindimensionalen, nicht-relativistischen Form die Verteilungsfunktion durch die Summe aus einzelnen f_α , so kann man Ableitungen und Summation vertauschen und erhält für die Zeitentwicklung des einzelnen Phasenraumelements:

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial x} + \frac{F}{m} \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial v} = 0. \quad (5.2)$$

Ausgehend von dieser Gleichung bildet man Momente und erhält nach Integration einfachere Gleichungen. Im Falle des 0. Moment ergibt sich:

$$\iint \frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial x} + \frac{F}{m} \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial v} dx dv = 0. \quad (5.3)$$

Auf Grund der Linearität des Integrals läßt sich dies in drei Teile zerlegen. Zusätzlich kann man Integrationsschritte vertauschen und die Form von f_α aus Gleichung 5.1 einsetzen. Damit erhält man:

$$\frac{\partial}{\partial t} w_\alpha \iint S_x S_v dx dv + \int v \int \frac{\partial f_\alpha}{\partial x} dx dv + \iint \frac{F}{m} \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial v} dv dx = 0. \quad (5.4)$$

Für den ersten Summanden nutzt man nun aus, daß die beiden Formfaktoren in Ort- und Geschwindigkeitsraum normiert sind. Der zweite verschwindet aufgrund der Periodizität des Raumes, die wir hier der Einfachheit halber annehmen, bei Integration über den Ort. Die Erkenntnis, daß f_α im Limes $v \rightarrow \pm\infty$ verschwinden muß, zeigt, daß auch der dritte Teil identisch Null ist. Damit bleibt nur noch eine einfache Gleichung für die Zeitentwicklung des Makrofaktors übrig:

$$\frac{\partial}{\partial t} w_\alpha = 0. \quad (5.5)$$

Das Gewicht eines jeden Phasenraumelements bleibt also im Verlaufe der Simulation konstant. Streng genommen gilt Gleichung 5.5 nur für die Summe aller Phasenraumelemente. Die zusätzlichen Möglichkeiten und Komplikationen daraus werden in Abschnitt 5.6.2 kurz angeschnitten. Zunächst genügt, daß wir nicht in jedem Zeitschritt den Makrofaktor auf komplizierte Art und Weise neu berechnen müssen.

Um die zeitliche Entwicklung des Systems zu simulieren benötigt man jedoch noch weitere Gleichungen. Daher betrachtet man im Folgenden das erste räumliche Moment.

$$\iint x \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial t} dx dv + \iint x \cdot v \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial x} dx dv + \iint \frac{F}{m} \cdot x \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial v} dx dv = 0. \quad (5.6)$$

Vereinfacht man wieder die drei Teile des Integrals getrennt, so kann man im ersten Teil f_α einsetzen, den Makrofaktor aus den Integralen ziehen und die Geschwindigkeitsintegration ausführen. Im zweiten Teil des Integrals führt man die räumliche Integration als partielle Integration aus und erhält so zwei Terme. Der letzte Teil des Integrals fällt

genau wie bei der Berechnung des nullten Moments bei der Integration im Geschwindigkeitsraum weg. Damit erhält man den noch nicht wirklich einfacheren Ausdruck:

$$w_\alpha \frac{\partial}{\partial t} \int x \cdot S_x dx + \int v \cdot x \cdot [f_\alpha(x)]_0^L dv - \int v \int f_\alpha dx dv = 0. \quad (5.7)$$

Die Ortsintegration von $x \cdot S_x$ führt gemäß der Eigenschaften der Formfaktoren auf die Teilchenposition x_α . Der zweite Term hängt dabei vom Unterschied der Verteilungsfunktion am linken und rechten Rand ab. Für die allermeisten Teilchen im Inneren des Integrationsgebiets verschwindet diese Differenz, genau wie die Phasenraumdichte an den Rändern selbst. Teilchen nahe an einem Rand haben unter Umständen einen Beitrag, der sich jedoch zumindest im Fall der einfachen periodischen Ränder, die wir hier betrachten, weghebt. Im letzten Term Integration führt man die triviale Ortsintegration aus. Die Geschwindigkeitsintegration liefert – wieder auf Grund der Eigenschaften der Formfaktoren – die Teilchengeschwindigkeit v_α . Man erhält somit als Bewegungsgleichung:

$$w_\alpha \frac{\partial}{\partial t} x_\alpha - w_\alpha v_\alpha = 0. \quad (5.8)$$

Phasenraumelemente ändern ihre Position also genau wie gewöhnliche Teilchen durch Propagation mit ihrer charakteristischen Geschwindigkeit. Um die zeitliche Veränderung dieser Geschwindigkeit zu erhalten ist es nötig, das erste Moment im Geschwindigkeitsraum zu betrachten.

$$\iint v \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial t} dx dv + \iint v^2 \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial x} dx dv + \iint \frac{F}{m} \cdot v \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial v} dx dv = 0. \quad (5.9)$$

Dies läßt sich ein klein wenig vereinfachen:

$$w_\alpha \frac{\partial}{\partial t} \int v \cdot S_v dv + \int v^2 \int \frac{\partial f_\alpha}{\partial x} dx dv + \iint \frac{F}{m} \cdot v \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial v} dx dv = 0. \quad (5.10)$$

Der zweite Term ist aufgrund der räumlichen Periodizität, die wir wieder annehmen, gleich Null. Bei der Kraftwirkung im dritten Term nehmen wir der Einfachheit halber an, daß die Kraft nicht geschwindigkeitsabhängig ist. Dies trifft in einem Plasma nur für das elektrische Feld zu. Die Herleitung läßt sich auch ohne diese Annahme durchführen, hier genügt aber der elektrostatische Fall¹. Damit erhält man:

$$w_\alpha \frac{\partial}{\partial t} v_\alpha + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \cdot \iint E \cdot v \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial v} dx dv = 0. \quad (5.11)$$

Führt man nun die Integration der Geschwindigkeit partiell aus so erkennt man, daß der erste Term davon verschwindet. Damit bleibt nur noch

$$w_\alpha \frac{\partial}{\partial t} v_\alpha - \frac{q_\alpha \cdot w_\alpha}{m_\alpha} \cdot \int E \cdot S_x dx = 0 \quad (5.12)$$

¹Es finden sich zahlreiche Lehrbücher, die eine entsprechende Herleitung über die Momente für die Magnetohydrodynamik durchführen. Für die Bewegungsgleichung von Phasenraumelementen in PiC-Codes findet sich allerdings keine Quelle, die die Herleitung im Detail ausführt.

übrig. Der letzte Term ist ein Ausdruck für das elektrische Feld am Teilchenort $E(x_\alpha)$. Insgesamt erhält man so:

$$\frac{\partial}{\partial t} v_\alpha - \frac{q \cdot w_\alpha}{m \cdot w_\alpha} \cdot E(x_\alpha) = 0. \quad (5.13)$$

Die Geschwindigkeit des Phasenraumelements ändert sich also durch die Kraftwirkung, die man am jeweiligen Ort erwartet. Damit genügt die Zeitentwicklung eines solchen Elements genau den gleichen Entwicklungsgleichungen wie ein Teilchen der repräsentierten Spezies. Der einzige Unterschied ist, daß sowohl Masse als auch Ladung um den Makrofaktor w_α erhöht sind. Dieses Äquivalent führt dazu, daß die Phasenraumelemente oft (genau wie im Rest der Arbeit) als *Makroteilchen* bezeichnet werden. Ihr Verhalten gleicht normalen Teilchen, was der Intuition und dem Verständnis bei der Codeentwicklung sehr zugute kommt.

5.2 Schema eines expliziten elektromagnetischen PiC-Codes

Der vorhergehende Abschnitt hat den Zusammenhang zwischen Phasenraumelementen und Makroteilchen erläutert und die Bewegungsgleichungen dieser motiviert. Nun soll es darum gehen, wie sich das Wechselspiel mit den elektromagnetischen Feldern, die nur an diskreten Gitterpositionen realisiert sind, gestaltet. Abbildung 5.1 skizziert den groben Aufbau eines expliziten elektromagnetischen PiC-Codes.

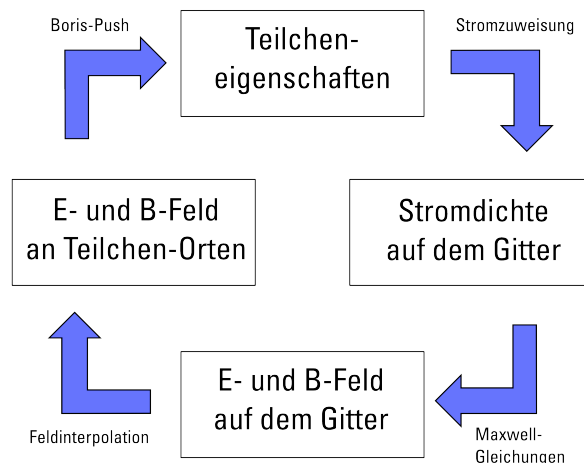


Abbildung 5.1: Grundlegender Aufbau eines PiC-Codes aus den Zeitschritten für Feld und Teilchen und den Interpolationsschritten für die lokalen Felder und Ströme

Zuerst wird die Teilchenbewegung, welche neue Positionen und Geschwindigkeiten berechnet, ausgeführt. Dazu wird meist der nach seinem Erfinder benannte *Boris-Push* verwendet, dessen Funktionsweise und Implementation in Abschnitt 5.2.3 beschrieben wird.

In diesem Teilschritt werden elektrisch geladene Teilchen bewegt, was in elektrischen Strömen resultiert. Diese Ströme müssen berechnet und an den geeigneten Gitterpositionen abgelegt werden, um als Quellterme für das elektrische Feld zu dienen. Dazu wird im Code, der für diese Arbeit verwendet wurde, das Verfahren von Esirkepov (2001) verwendet, das in Abschnitt 5.2.4 näher erläutert wird.

Ausgehend von den Werten der elektromagnetischen Felder und der Quellterme ist es möglich, die neuen Werte der Felder aus der Diskretisierung der Maxwell-Gleichungen zu berechnen. Die verschiedenen Optionen hierzu werden in Abschnitt 5.2.5 diskutiert. An dieser Stelle sind sowohl Teilchen als auch Felder einen Zeitschritt weiter in der Zukunft bekannt und alle für die weitere Analyse interessanten Größen werden gespeichert. Durch die schiere Größe der Simulation können hier Schwierigkeiten in der technischen Umsetzung erwachsen, die in Abschnitt 5.6.4 angerissen werden sollen.

Um den Zeitschritt abzuschließen und die nächste Teilchenbewegung zu beginnen ist es jetzt noch nötig, aus den Feldern an den Gitterpositionen auf das lokale Feld an der Teilchenposition zu schließen. Hierfür wird der noch mehrfach vorkommende Formfaktor benötigt. Aufgrund ihrer zentralen Rolle widmet sich der übernächste Abschnitt eben diesen Funktionen.

5.2.1 Speicherung von Feldgrößen auf dem Gitter

Makroteilchen weisen kontinuierliche Koordinaten auf und führen ihre Eigenschaften wie Masse, Ladung und Geschwindigkeit mit sich; die Informationen über die elektromagnetischen Felder werden hingegen nur an diskreten Gitterpositionen gespeichert. Während in einem elektrostatischen Code die Ladung auf das Gitter deponiert wird, das Potential und daraus das elektrische Feld berechnet wird und von den gleichen Gitterpositionen wieder auf die Teilchen wirkt, ist die Situation bei einem elektromagnetischen Code komplizierter. Die Rotation von elektrischem und magnetischem Feld wirken über die Maxwell-Gleichungen auf das jeweils duale Feld. Die Berechnung der Rotation benötigt nicht nur Werte aus der lokalen Zelle sondern auch aus umliegenden Zellen. Damit ist die Positionierung der Feldgrößen in der Zelle plötzlich wichtiger als beim elektrostatischen Code.

Um die Rotation numerisch einfach zu diskretisieren, ist es sinnvoll die beiden Felder auf zueinander dualen Untergittern, die um $\Delta x/2$ gegeneinander verschoben sind, zu speichern. Diese Anordnung wurde in Yee (1966) vorgeschlagen und wird daher üblicherweise als *Yee-Gitter* bezeichnet. Für die konkrete Implementation der Rotation gibt es neben der Diskretisierung von Yee (1966) mehrere Möglichkeiten, die in Abschnitt 5.2.5 diskutiert werden.

Die Wahl, welches der beiden Felder auf den Kanten und welches auf den Seitenmitten der Zellen liegt, ist prinzipiell frei. Der Vorteil der im Code gewählten und in Abbildung 5.2 gezeigten Anordnung ist, daß beide tangential elektrische Felder und das normale

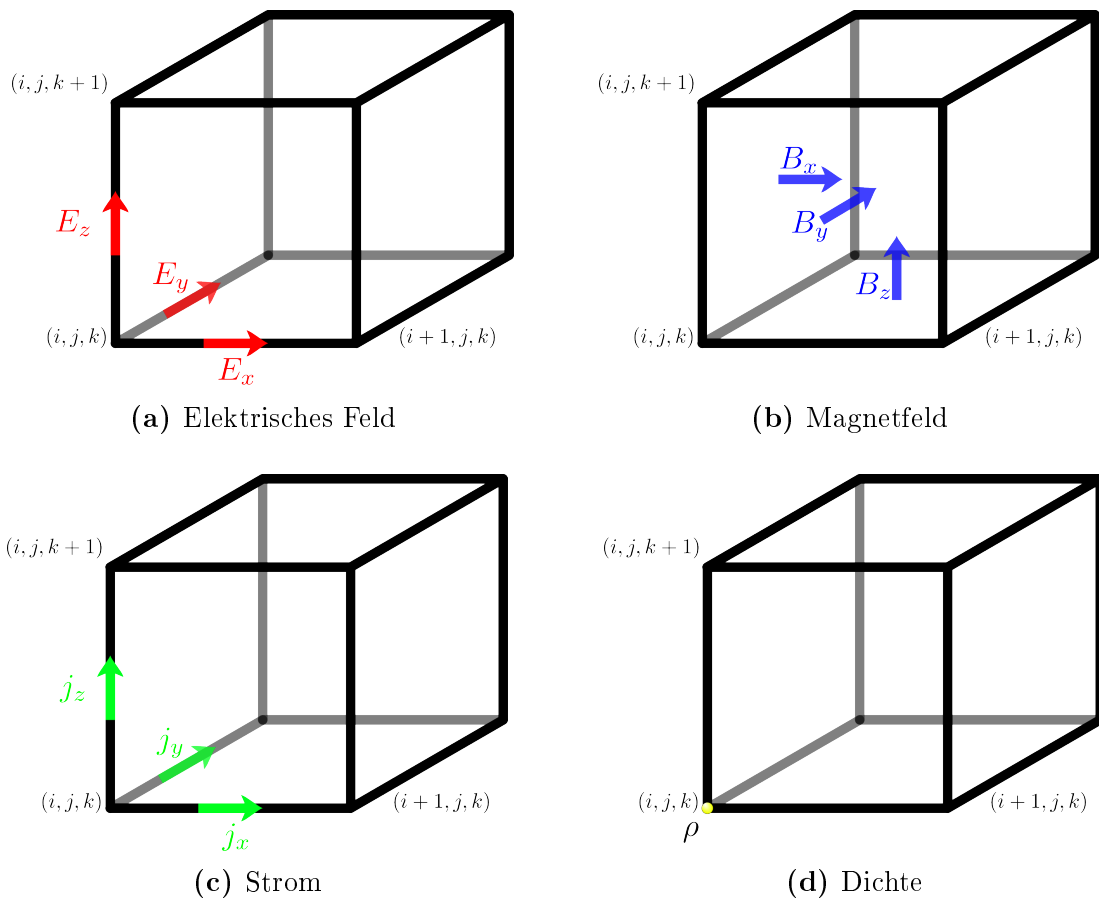


Abbildung 5.2: Gitterpositionen für elektrische und magnetische Felder, Ströme und Dichten von Ladung, Masse und Anzahl. Ströme sind Quellen des elektrischen Felds und daher an der gleichen Gitterposition abgelegt. Elektrische und magnetische Felder sind an die Rotation des jeweils anderen Felds gekoppelt und daher auf zueinander dualen Untergittern abgelegt. Die Wahl, welches der beiden Felder auf den Kanten und welches auf den Seitenmitten liegt, ist prinzipiell frei. In der gewählten und hier gezeigten Anordnung lassen sich elektrisch leitfähige Wände auf die Oberfläche der Gitters legen. Die Dichten werden nicht für die Berechnung sondern nur für die Visualisierung benötigt und sind daher zwischen den Strömen und elektrischen Feldern platziert um die Einhaltung der Kontinuitätsgleichung oder der Poisson-Gleichung leicht überprüfen zu können.

magnetische Feld, die von den Randbedingungen an einer elektrisch leitfähigen Wand vorgegeben werden, an der Oberfläche des Gitters liegen.

Ströme sorgen für eine zeitliche Änderung des elektrischen Felds und werden daher an der gleichen Gitterposition wie dieses abgelegt. Der Code, der für diese Arbeit verwendet wurde, kann zusätzlich für Visualisierungs- und Interpretationszwecke auch Dichten von Ladung, Masse und Teilchenzahl berechnen. Diese werden am Ursprung der Zelle gespeichert. Damit entsprechen sie zwar nicht der Ladung in der Zelle – diese wird auf die acht Eckpunkte aufgeteilt – sind aber praktischer gelegen um, die Kontinuitätsgleichung oder die Poisson-Gleichung in diskreter Form zu betrachten.

5.2.2 Gewichtung zwischen Feld- und Teilchengrößen

Gleichung 5.1 beschreibt formell, wie jedes der Makroteilchen aufgebaut ist. Damit ist allerdings noch nicht geklärt, durch welche Funktionen sich die Formfaktoren S_x und S_v realisieren lassen. Beim Formfaktor für die Geschwindigkeit ist die Lage relativ eindeutig. Alle bekannten Particle-in-Cell Codes verwenden Dirac-Delta-Funktionen für S_v . Andernfalls müsste aufwendig geklärt werden, mit welcher Geschwindigkeit das Teilchen propagieren soll und wie die Geschwindigkeit in die Berechnung der Lorentz-Kraft eingeht.

Im Ortsraum herrscht soweit Einigkeit daß die Erweiterung des eindimensionalen Formfaktors auf zwei oder drei Dimensionen durch Faktorisierung vorgenommen wird:

$$S(\vec{x}) = S(x) \cdot S(y) \cdot S(z).$$

Umso größer ist dafür die Auswahl an Funktionen die für S in Frage kommen. Bevor diese diskutiert werden sei noch darauf verwiesen, daß in der Implementation statt der *shape function* S oftmals das Integral darüber, also die Gewichtungsfunktion W (von *weight function*) benötigt wird. Der Zusammenhang zwischen diesen beiden Möglichkeiten, einen Formfaktor zu spezifizieren, ist gegeben durch:

$$W(x) = \int_{x-\Delta x/2}^{x+\Delta x/2} S(x') dx'. \quad (5.14)$$

Dieses Integral löst man analytisch und implementiert direkt W im Code, anstatt für jede Zelle über S von jedem Teilchen zu integrieren. Dadurch spart man Rechenzeit und erhöht die Genauigkeit.

Nearest Grid Point

Analog zur Wahl von S_v kann man natürlich auch für den Formfaktor im Raum S_x eine Dirac-Delta-Funktion wählen. Konzeptionell erhält man so Punktteilchen, die sehr geringen numerischen Aufwand pro Teilchen erfordern. Die Tatsache, daß sich ein ganzer Abschnitt der vorliegenden Arbeit mit Formfaktoren beschäftigt, deutet aber schon an, daß diese naive Wahl nicht optimal ist.

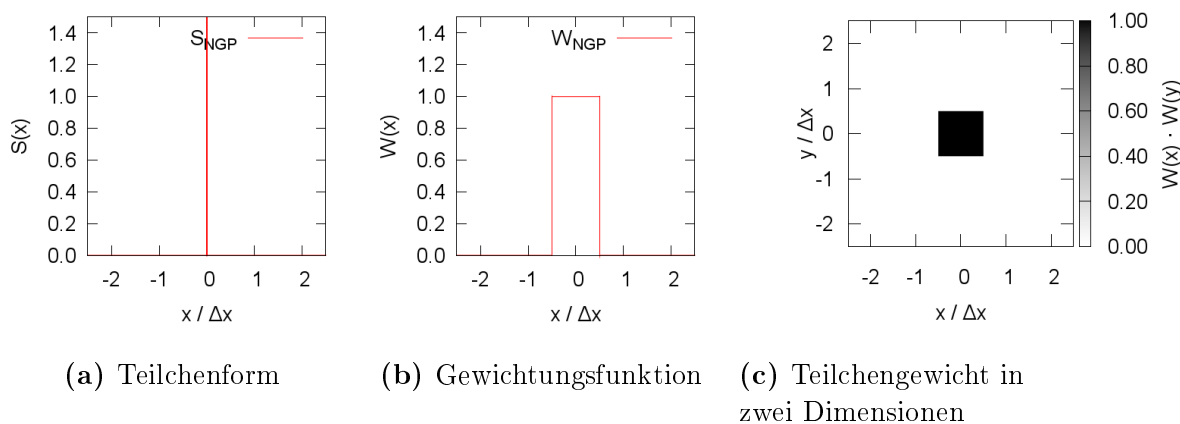


Abbildung 5.3: Verschiedene Visualisierungen des einfachst möglichen Formfaktors, der immer das gesamte Makroteilchen der nächstgelegenen Gitterposition zuordnet (*Nearest Grid Point*)

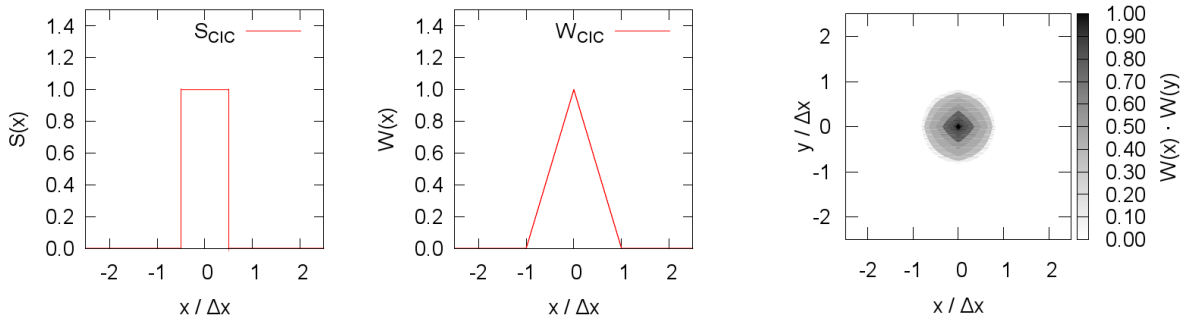
Das grundlegende Problem ist, daß die Zuordnung eines Teilchens immer nur direkt zum nächstgelegenen Gitterpunkt erfolgt und sich bei Teilchenbewegung schlagartig ändern kann. Dadurch wird die Ladung des Teilchens plötzlich einer anderen Zelle zugeordnet, was einem starken kurzzeitigen Strompuls durch die Zelloberfläche entspricht. Dieser Strompuls führt zur Produktion starker elektromagnetischer Wellen, so daß man bei diesem Formfaktor mit extrem großem Rauschen zu kämpfen hat. Hinzu kommt, daß die Teilchen, wie in Abbildung 5.3c ersichtlich, nicht rund, sondern quadratisch sind. Der Raum verliert hierdurch seine natürliche Isotropie, achsparallele und diagonale Richtungen weisen unterschiedliche Zeitentwicklungen auf.

Cloud in Cell

Birdsall u. Fuss (1997) veröffentlichten den Vorschlag die Teilchengewichtung durch lineare Interpolation auf die beiden benachbarten Gitterpunkte zu verbessern und analysierten die Auswirkungen dieses Verfahrens. Dabei zeigt sich, daß die Genauigkeit der Verteilung von Teilchengrößen auf Gitterpunkte etwa eine Größenordnung kleinere Fehler aufweist. Diese Verbesserung zeigt sich vor allem in drei Punkten:

Die effektive über das Gitter übertragene Kraft zwischen zwei Teilchen entspricht viel besser dem erwarteten $1/r$ -Verlauf (die Analyse erfolgte in zwei Dimensionen). Für Abstände kleiner als eine Zelle, in denen Gittereffekte dominieren, zeigt die Kraft ein lineares Verhalten, ohne wie beim NGP Schema einen Bereich mit inkorrektweise verschwindender Abstoßung zu produzieren.

Abbildung 5.5 zeigt das Verhalten der Formfaktoren im Fourier-Raum. Analysiert man den Formfaktor nullter Ordnung, so zeigt sich, daß dieser Beiträge in Höhe von 60% des Maximums bei Wellenzahlen $k > \pi/\Delta x$ enthält und im Bereich $k > 2\pi/\Delta x$ langsam abklingende Nebenmaxima von bis zu 20% der Maximalstärke besitzt. Diese hohen



(a) Teilchenform (b) Gewichtungsfunktion (c) Teilchengewicht in zwei Dimensionen

Abbildung 5.4: Verschiedene Visualisierungen des *Cloud in Cell* Formfaktors, bei dem Makroteilchen genau eine Gitterzelle groß sind

Wellenzahlen werden vom diskreten Gitter auf niedrige Wellenzahlen abgebildet (*Aliasing*), was zu numerischen Artefakten führt. Der Formfaktor erster Ordnung hingegen ist – aufgrund seiner größeren Ausdehnung im Raum und seiner glatteren Form – im Fourier-Raum viel kompakter.

Die Reduktion von Anteilen bei hohen Wellenzahlen hat neben der besseren Wiedergabe von räumlichen Spektren noch einen weiteren Vorteil. Die Erhaltung der Gesamtenergie ist wesentlich besser, das Plasma wird also viel weniger durch numerische Effekte geheizt. Als Abschätzung für den Energiegewinn im elektrostatischen Code verwenden Birdsall u. Fuss (1997):

$$\Delta E \propto \int_{\pi/\Delta x}^{\infty} \tilde{W}^2(k) dk.$$

Damit erwartet man für den CIC Formfaktor einen numerischen Energiegewinn der etwa eine Größenordnung kleiner ist als bei NGP. Abschnitt 6.3 wertet aus, wie groß die Verbesserung in unserem elektromagnetischen Code tatsächlich ist.

Die Autoren merken außerdem an, daß der Wechsel von NGP zu CIC keine Selbstkräfte auf das Teilchen hervorruft, solange sowohl Ladungszuweisung als auch Kraftberechnung mit dem neuen Schema erfolgen. Generell ist es meist ratsam, den gleichen Formfaktor für alle Teile des Codes zu verwenden. Ausnahmen von dieser Regel werden auf Seite 80 erörtert.

Triangular Shaped Cloud

Trotz aller Vorteile, die der CIC Formfaktor mit sich bringt, ist er nicht perfekt. Eine mögliche anschauliche Erklärung für die Form des nächst-besseren Formfaktors ist die Beobachtung, daß W_{NGP} und S_{CIC} identisch sind. Es bietet sich also an, ein dreieckiges Profil für den Formfaktor zweiter Ordnung zu verwenden. Ausgehend von seiner Form

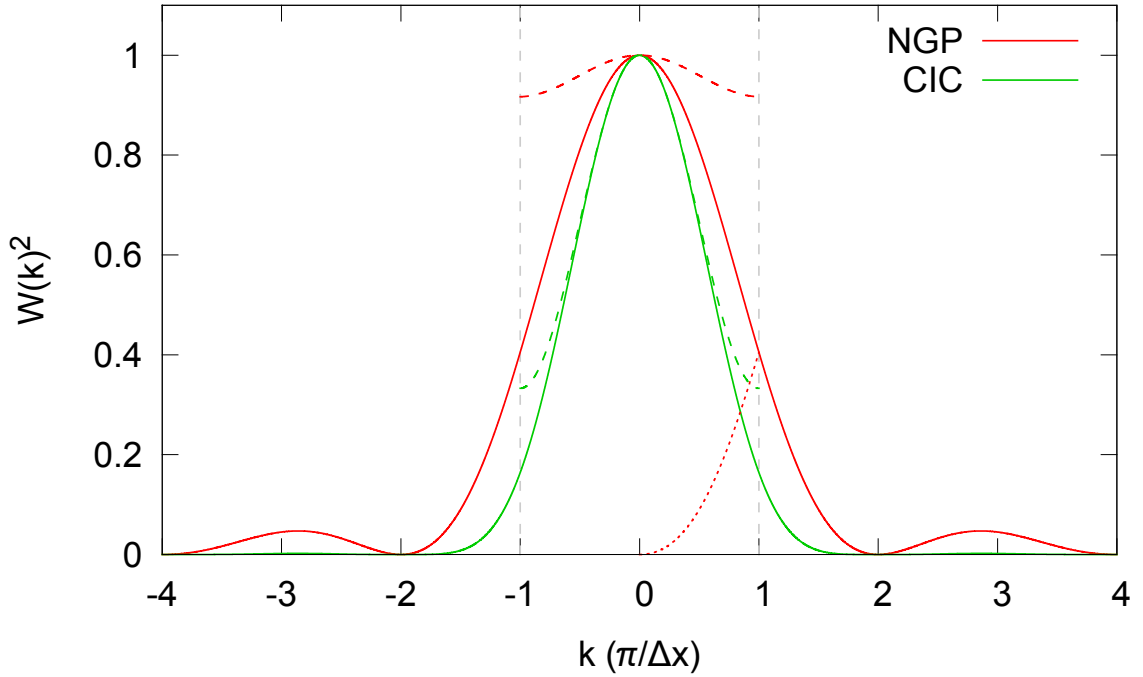
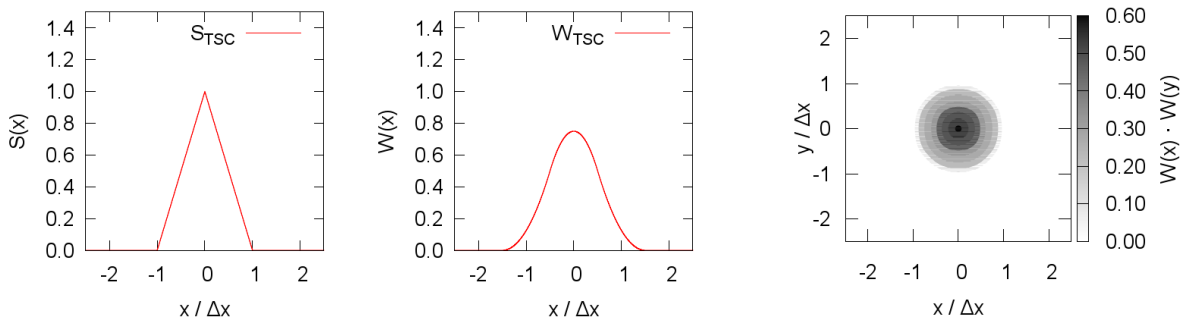


Abbildung 5.5: Fourier-Transformierte der Gewichtungsfunktion und Aliasing. In Rot ist der Verlauf der Gewichtungsfunktion für das *Nearest Grid Point* Verfahren über die Wellenzahl k aufgetragen. Aufgrund des räumlichen Gitters werden nur $|k| < \pi/\Delta x$ korrekt wieder gegeben. Die Fourier-Transformierte (durchgezogene Linie) enthält jedoch auch Beiträge bei höheren k . Diese erscheinen durch das Gitter fälschlicherweise bei kleineren k (gepunktete Linie), was als *Aliasing* bezeichnet wird. Effektiv führt dies zu einem modifizierten Formfaktor, der als gestrichelte Linie gezeigt ist. Zum Vergleich ist auch das *Cloud in Cell* Verfahren gezeigt. Die stetige Gewichtungsfunktion fällt bei hohen k viel schneller ab, der effektive Formfaktor kommt dem gewünschten Verlauf viel näher.



(a) Teilchenform (b) Gewichtungsfunktion (c) Teilchengewicht in zwei Dimensionen

Abbildung 5.6: Verschiedene Visualisierungen des Standard-Formfaktors. Das Teilchen hat hier ein Dreiecksprofil, was dem Verfahren die Bezeichnung *Triangular Shaped Cloud* gegeben hat.

wird dieses Verfahren als *Triangular Shaped Cloud* bezeichnet. Die exakte Breite und Höhe von S_{TSC} kann aus Überlegungen zur Ladungserhaltung und der korrekten Wiedergabe von langreichweitigen Kräften hergeleitet werden (siehe Hockney u. Eastwood, 1988), sie ist allerdings identisch zu W_{CIC} . Die Gewichtungsfunktion besteht aus drei Parabelstücken, die sich numerisch effizient auswerten lassen. Die Makroteilchen sind mit diesem Verfahren doppelt so breit, der Radius, in dem die Hälfte der Ladung konzentriert ist, steigt allerdings nur moderat von $\sqrt[3]{3/\pi} \Delta x/2 \approx 0.49\Delta x$ auf etwa $0.66\Delta x$. Die resultierende Kraftwirkung ist stetig differenzierbar und die Teilchen sind wesentlich „runder“. Erkennbar ist dies zum Beispiel wenn man Abbildung 5.4c mit Abbildung 5.6c vergleicht. Durch die größere Ausdehnung im Ortsraum ist der TSC Formfaktor im Fourier-Raum besser lokalisiert, was die Wiedergabe von Spektren verbessert und die Energieerhaltung deutlich genauer erfüllt.

Formfaktoren höherer Ordnung

Die Idee, einen Formfaktor niedrigerer Ordnung mit einer Rechteckfunktion zu falten, um einen Formfaktor höherer Ordnung zu erhalten – oder anders formuliert W_i als S_{i+1} zu verwenden – läßt sich natürlich weiter fortsetzen. Auf diese Art kommt man vom TSC Formfaktor, der abschnittsweise linear ist, zum PQS (*Piecewise Quadratic Shape*) Formfaktor, der, wie der Name schon andeutet, abschnittsweise aus Parabelstücken zusammengesetzt ist. Die resultierende Kraftwirkung ist hier zweimal stetig differenzierbar und die noch größere Ausdehnung im Ortsraum sorgt für noch bessere Lokalisierung im Fourier-Raum. Der Ladungshalbradius steigt auf etwas über $3\Delta x/4$, die gesamte Ausdehnung der Gewichtungsfunktion ist vier Zellen. Diese Größe sorgt dafür, daß bei der Stromzuweisung (siehe 5.2.4) 125 Zellen betrachtet werden müssen, was sehr aufwendig (und Speicherbandbreiten-intensiv) ist.

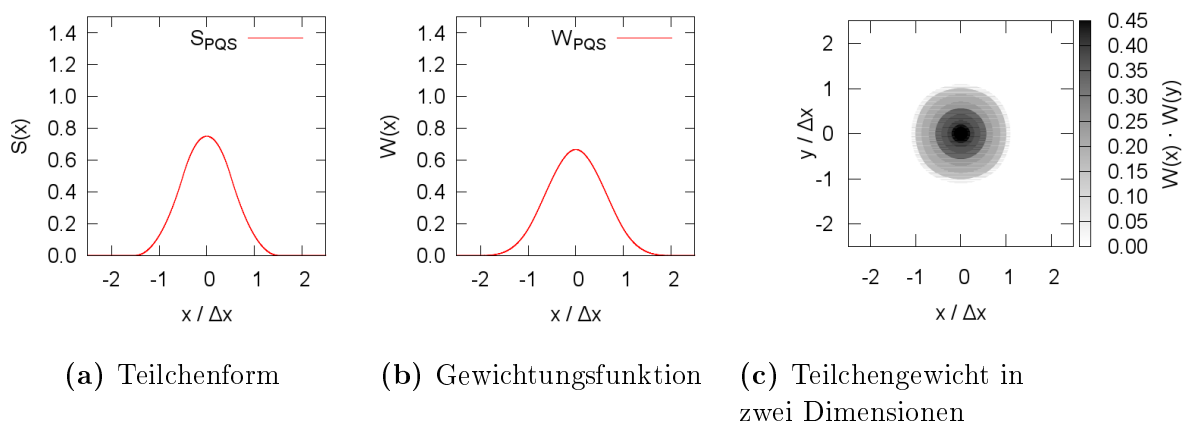


Abbildung 5.7: Verschiedene Visualisierungen des Formfaktors der nächst höheren Ordnung. Das Teilchenprofil ist hier aus Parabelstücken zusammengesetzt. Dementsprechend wird das Verfahren als *Piecewise Quadratic Shape* bezeichnet.

Eine weitere Iteration liefert den *Piecewise Cubic Shape* Formfaktor, der wenig überraschend aus Stücken von Polynomen dritter Ordnung zusammengesetzt ist. Die bereits erläuterten Trends in den Eigenschaften setzen sich auch hier fort, der zusätzliche Aufwand rechtfertigt aber die erhöhten Kosten nicht, so daß dieser Formfaktor nicht in nennenswertem Umfang verwendet wird.

Mit weiter steigender Ordnung n des Formfaktors nähert sich die Form immer weiter einer Gaußverteilung mit verschwindendem Mittelwert und Breite $\sqrt{n/12} \Delta x$ an (siehe Abe et al. (1986)).

Kombinationen von Formfaktoren

In der ersten Analyse des CIC Formfaktors und in weitergehenden Analysen anderer Formfaktoren hat sich gezeigt, daß es sinnvoll ist, für beide Schritte, die Teilchengrößen und Gittergrößen verknüpfen, den selben Formfaktor zu verwenden. Im Fall von elektrostatischen PiC Codes läßt sich leicht zeigen, daß andernfalls das Teilchen Selbstkräfte von seiner eigenen Ladungsverteilung spürt, was die Impulserhaltung zerstört. Hockney u. Eastwood (1988) zeigen, daß die Selbstkräfte für den Fall, daß die Ladung mit dem CIC Verfahren verteilt und die elektrischen Felder mit dem NGP Verfahren vom Gitter gesammelt werden, zu harmonischen Oszillationen führen, im umgekehrten Fall jedoch exponentiell wachsende Felder auftreten. Generell führen Formfaktoren niedrigerer Ordnung in der Kraftberechnung zu gutartigerem Verhalten.

Die gängigen Analysen beschränken sich auf eindimensionale elektrostatische Codes, bei denen Ladungsdichte, Potential und elektrisches Feld an der gleichen Gitterposition gespeichert werden. Im Falle elektromagnetischer Codes mit ihrer komplizierteren Feldanordnung (siehe 5.2.1) ist die Lage allerdings komplizierter. Sokolov (2011) machte daher den Vorschlag für die Feldinterpolation die Formfaktoren der Ordnung $n - 1$ und

n geschickt zu kombinieren, während für die Stromverteilung weiterhin der Formfaktor der Ordnung n verwendet wird.

Überlegungen zu Energie- und Impulserhaltung diktieren dabei, daß die Formfaktoren der Ordnung $n - 1$ verwendet werden, wenn längs einer Richtung interpoliert wird, in der die Feldkomponente vom Ursprung weg versetzt ist. Bei E_x , das längs der x-Achse um $\Delta x/2$ versetzt ist, also für die Interpolation in x :

$$S(\vec{x}) = S_{n-1}(x) \cdot S_n(y) \cdot S_n(z).$$

Für die Magnetfelder, die in den beiden Richtungen, in die sie nicht zeigen, versetzt sind, wird also sogar zweimal der reduzierte Formfaktor verwendet. Im Fall von B_x also:

$$S(\vec{x}) = S_n(x) \cdot S_{n-1}(y) \cdot S_{n-1}(z).$$

Es läßt sich analytisch zeigen, daß dieses Vorgehen die Energieerhaltung entscheidend verbessert, was sich auch bei der Implementation im ACRONYM Code bestätigt hat (siehe 6.3). Der Preis, den man hierfür zahlt, sind (kleine) Selbstkräfte, die jedoch deutlich schwächer sein sollten als die Kräfte durch die umgebenden Makroteilchen.

Subtracted Dipole Scheme

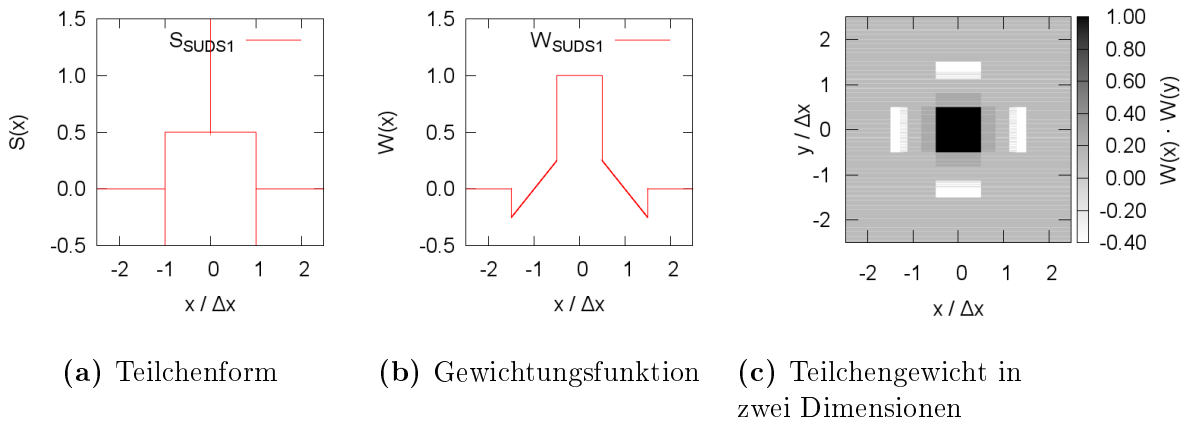
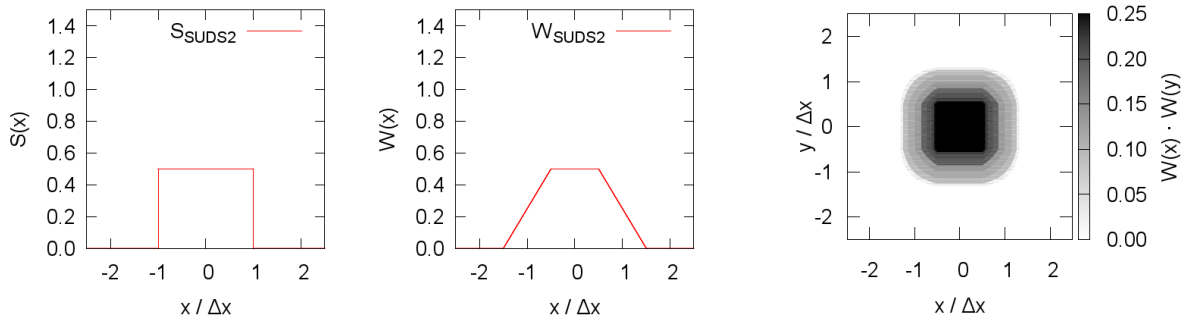


Abbildung 5.8: Die Teilchenform des *Subtracted Dipole Scheme* ist durch die drei enthaltenen Delta-Funktionen unterschiedlichen Vorzeichens recht unüblich. Bei diesem Verfahren wurde allerdings das Teilchengewicht direkt unter Einbeziehung des Dipolmoments des Teilchens konstruiert und die Teilchenform hier nur zur Visualisierung rekonstruiert. Die Teilchendichte ist hier im Gegensatz zu allen anderen Formfaktoren stellenweise negativ.

Frühe eindimensionale, elektrostatische Codes (siehe Dawson 1970) nutzten teilweise keine auf dem Gitter angeordneten Ladungsdichten für die Berechnung der elektrischen Felder, sondern zerlegten direkt die Ladungsdichteverteilung in die Fourier-Moden. Der



(a) Teilchenform (b) Gewichtungsfunktion (c) Teilchengewicht in zwei Dimensionen

Abbildung 5.9: Beim *modifizierten Subtracted Dipole Scheme* wurden die Unstetigkeiten aus der Teilchenform und die negativen Bereiche aus der Gewichtungsfunktion entfernt.

Vorteil ist, daß sich das Potential als Lösung der Poisson-Gleichung und damit die Kraft auf jedes Teilchen sich im Fourier-Raum leicht berechnen läßt. Der Nachteil ist, daß bei steigender Systemgröße L sowohl die Anzahl der Teilchen als auch die Anzahl der nötigen Fourier-Moden und damit der Aufwand pro Teilchen ansteigt.

Handhabbarer wird die Berechnung, wenn man feste Gitterpositionen einführt. Für jedes Teilchen werden Multipolmomente der Ladung auf die Gitterpunkte abgelegt. Dabei ist der Monopolanteil identisch mit der Ladungsverteilung aus dem NGP-Schema. Das Dipolmoment erhält man aus dem Produkt aus Teilchenladung und Abstand zum nächsten Gitterpunkt $q_\alpha(x_\alpha - X_i)/\Delta x$. Das Quadrupolmoment skaliert quadratisch mit $x_\alpha - X_i$, wird jedoch in den meisten Codes gar nicht betrachtet. Aus den Momenten der Ladungsverteilung läßt sich (näherungsweise) die Fourier-Zerlegung der Ladungsdichte berechnen, die relativ einfach das Potential liefert. Aus dem Potential werden die Kraft und deren erste Ableitung für jeden Gitterpunkt berechnet. Diese gehen in die Taylorentwicklung der Kraft am Teilchenort ein.

Die Berechnung der Momente der Ladungsverteilung und der Ableitungen der Kraft verbraucht viel Speicher und Rechenkraft. Kruer et al. (1973) kam daher auf die Idee, die Ableitungen der Kraft nicht explizit zu berechnen, sondern aus finiten Differenzen zwischen den Gitterpunkten zu rekonstruieren, was einigen Speicherplatz spart. Genauso lassen sich die höheren Momente der Ladungsverteilung durch finite Differenzen der Monopoldichte annähern. Üblicherweise betrachtet man dabei nur die Dipoldichte und erhält das *Subtracted Dipole Scheme*. Die Besonderheit ist hier, daß man einen Formfaktor angeben kann, der direkt Ladungs- und Dipoldichte korrekt wiedergibt. Dieser ist in Abbildung 5.8 gezeigt. Rechnet man zurück auf die zugrundeliegende Teilchenform, so erhält man Abbildung 5.8a und erkennt einige Unterschiede zu den anderen Verfahren, die daher rühren, daß hier direkt die Gewichtungsfunktion 5.8b konstruiert wurde. Das Teilchen hat Beiträge in drei Zellen, ist also mindestens zwei Zellen breit, die Diskonti-

nuitäten sorgen jedoch dafür, daß das Spektrum $\tilde{S}(k)$ deutlich langsamer abfällt als für andere Formfaktoren dieser Ausdehnung. Dies führt zu erhöhtem Aliasing und damit schlechter Energieerhaltung.

Kruer et al. (1973) schlägt daher auch ein verbessertes Verfahren vor, bei dem nicht Ladungs- und Dipoldichte eines Punktteilchens sondern eines Teilchens, das eine Zelle breit ist, verteilt werden. Der resultierende Formfaktor ist in 5.9 gezeigt. Das Verfahren ist identisch zu einer Zerlegung der Teilchen in zwei Hälften, die um $\pm\Delta x/2$ gegeneinander versetzt sind und beide mit dem CIC Formfaktor behandelt werden. Dementsprechend funktioniert es auch nicht besser als die direkte Verwendung des CIC Verfahrens zusammen mit einer Glättung der Quellterme. Tatsächlich zeigt sich, daß das lineare Interpolieren automatisch die Dipolanteile relativ zur Zellmitte enthält. Aus diesem Grund wurde die Idee der Multipol-Expansion kaum weitergeführt und die allermeisten Codes beschränken sich darauf, die Ladungsdichte als nullte Ordnung der Ladungsverteilung durch immer bessere Formfaktoren auszudrücken. Abschnitt 5.6.1 behandelt die Möglichkeit, Quellterme oder Felder im Fourier-Raum zu filtern, um Aliasingeffekte zu reduzieren.

5.2.3 Bewegung der Teilchen

Hat man sich – zum Beispiel nach Lektüre von Abschnitt 6.3 – für einen Formfaktor entschieden, so kann man diesen verwenden, um aus den Werten des elektromagnetischen Felds an den Gitterpunkten das elektromagnetische Feld an der Teilchenposition x_α zu bestimmen. Damit die Summation über die Gitterzelle schnell geht, summiert man nicht über alle Gitterpunkte im Simulationsgebiet, sondern nur über die Gitterpunkte nahe an der Teilchenposition, für die der Formfaktor S nicht verschwindet. Anschließend läßt sich prinzipiell leicht die Kraft auf das Teilchen berechnen:

$$\vec{F} = q \left(\vec{E} + \vec{v}/c \times \vec{B} \right). \quad (5.15)$$

Damit ließe sich eine neue Teilchengeschwindigkeit für den nächsten Zeitschritt berechnen:

$$\vec{v}^{t+1/2} = \vec{v}^{t-1/2} + \Delta t \cdot \vec{F}/m. \quad (5.16)$$

Genauere Betrachtung zeigt jedoch, daß die Kraft \vec{F} zum Zeitpunkt t von der Geschwindigkeit \vec{v}^t abhängt, die weder bekannt noch leicht berechenbar ist. Näherungsweise kann man jedoch annehmen, daß gilt:

$$\vec{v}^t = \frac{1}{2} \left(\vec{v}^{t+1/2} + \vec{v}^{t-1/2} \right). \quad (5.17)$$

Setzt man die Gleichungen 5.15, 5.16 und 5.17 ineinander ein, so erhält man folgenden Zusammenhang, der implizit die korrekte neue Geschwindigkeit angibt:

$$\vec{v}^{t+1/2} = \vec{v}^{t-1/2} + \frac{q\Delta t}{m} \cdot \left(\vec{E}^t + \frac{\vec{v}^{t+1/2} + \vec{v}^{t-1/2}}{2c} \times \vec{B}^t \right). \quad (5.18)$$

Eine gute Möglichkeit diese implizite Gleichung zu lösen, bietet die Methode von Boris (Penn et al., 2003). Hier wird die Wirkung der elektrischen und magnetischen Felder getrennt berechnet. Zuerst wird die Beschleunigung durch das elektrische Feld berechnet und zur Hälfte auf die Geschwindigkeit angewandt. Die Wirkung des Magnetfelds beschränkt sich auf eine Drehung des Geschwindigkeitsvektors und läßt sich über zwei Kreuzprodukte explizit angeben. Die zweite Hälfte der Beschleunigung durch das elektrische Feld wird auf die gedrehte Geschwindigkeit angewandt und ergibt die neue Geschwindigkeit $\vec{v}^{t+1/2}$. Die geometrischen Zusammenhänge zwischen den vektoriellen Größen ist in Boris (1970) erklärt und in Abbildung 5.10 wiedergegeben.

$$\begin{aligned}
\vec{v}^- &= \vec{v}^{t-1/2} + \frac{q\Delta t}{2m} \vec{E}, \\
\vec{\Omega} &= \frac{q\Delta t}{2mc} \vec{B}, \\
\vec{t} &= \frac{2\vec{\Omega}}{1+\vec{\Omega}\cdot\vec{\Omega}}, \\
\vec{v}' &= \vec{v}^- + \vec{v}^- \times \vec{\Omega}, \\
\vec{v}^+ &= \vec{v}^- + \vec{v}' \times \vec{t}, \\
\vec{v}^{t+1/2} &= \vec{v}^+ + \frac{q\Delta t}{2m} \vec{E}.
\end{aligned}$$

Dadurch, daß sich die Gleichung 5.18 auf die Weise auflösen läßt, benötigt man kein Prädiktor-Korrektor-Verfahren, sondern kann die neue Geschwindigkeit numerisch effizient ermitteln. Trotzdem erhält man, wie man es sich von einem impliziten Updateverfahren erhofft, hohe Genauigkeit und Stabilität. Für den Fall großer Zeitschritte riskiert man keine numerischen Instabilitäten, sondern erhält stabile Gyrationen – allerdings mit zunehmend verfälschtem Larmor-Radius. Nimmt die Zeitschrittlänge immer weiter zu, so geht der Boris-Push in die adiabatische Drift über. Für sehr kleine Magnetfelder oder Zeitschritte zeigt sich das Verfahren selbst bei 10^7 Schritten pro Gyration unempfindlich gegen Rundungsungenauigkeiten in der Berechnung.

Das Verfahren läßt sich für den Fall relativistischer Geschwindigkeiten auf $\vec{u} = \gamma(\vec{v}) \cdot \vec{v}$ anwenden, solange man annimmt, daß sich die Geschwindigkeit und damit der Lorentz-Faktor nicht zu schnell ändert. Vay (2008) diskutiert die Grenzen und Verbesserungsmöglichkeiten dieses Ansatzes, die jedoch erst bei $\gamma \approx 1000$ relevant werden, also bei Geschwindigkeiten, die weit jenseits dessen liegen, was für diese Arbeit relevant ist.

Während die Geschwindigkeitsabhängigkeit der Kraft die Berechnung der neuen Geschwindigkeit etwas komplizierter gestaltet, ist die Berechnung der neuen Position trivial möglich. Ort und Geschwindigkeit sind um einen halben Zeitschritt Δt gegeneinander versetzt und der neue Ort berechnet sich zu:

$$\vec{x}^{t+1} = \vec{x}^t + \vec{v}^{t+1/2} \cdot \Delta t. \tag{5.19}$$

5.2.4 Stromberechnung

Nachdem der erste Schritt aus Abbildung 5.1 – die Bewegung der Teilchen – mit Abschnitt 5.2.3 erfolgt ist, wenden wir uns nun dem nächsten Schritt zu: der Berechnung des Stroms. Als ersten Ansatz berechnet man den Strom aus der Ladung der Teilchen und

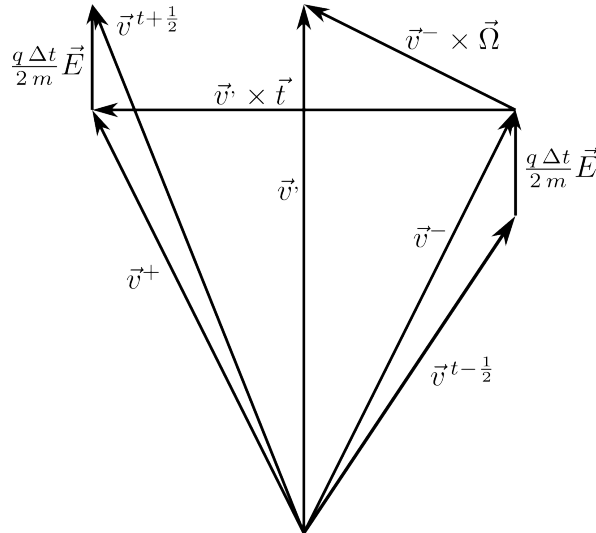


Abbildung 5.10: Illustration der Funktionsweise des Boris-Push in der Ebene senkrecht zum lokalen Magnetfeld. Die Rotation durch das Magnetfeld kann in zwei Schritten geometrisch konstruiert werden. Die Wirkung des elektrischen Felds wird in zwei Hälften vor und nach der Rotation geteilt.

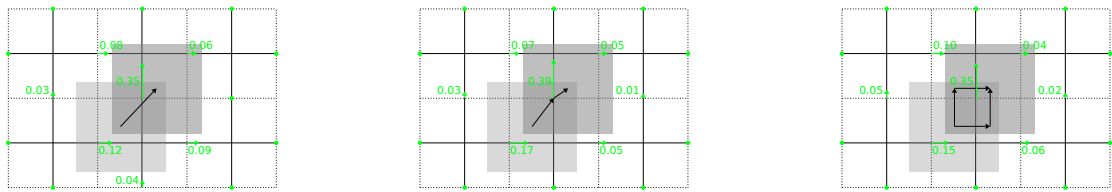
ihrer Geschwindigkeit und verteilt ihn mit Hilfe des Formfaktors auf die Gitterpunkte:

$$\vec{j}(\vec{X}_{ijk}) = \sum_{\alpha} q_{\alpha} \cdot \vec{v}_{\alpha} \cdot S(\vec{x}_{\alpha} - \vec{X}_{ijk}). \quad (5.20)$$

Diese naive Methode ist in Abbildung 5.11a skizziert. Leider hat Gleichung 5.20 ein großes Problem: Die Position und Geschwindigkeit der Teilchen sind nicht zu den gleichen Zeitpunkten bekannt. Man kann versuchen, dies zu beheben, indem man die Gewichtungsfunktionen der beiden Zeitpunkte vor und nach dem Zeitpunkt, zu dem die Geschwindigkeit bekannt ist, mittelt (siehe Boris, 1970), oder indem man den Ort durch Mittelung oder Verschiebung mit der aktuellen Geschwindigkeit für eine halbe Zeitschrittlänge berechnet (siehe Morse u. Nielson, 1971) und für die Gewichtung verwendet. All diese Ansätze führen aber nicht zu einer Stromzuweisung, die die Kontinuitätsgleichung zwischen Strom und Ladung erfüllt, was zu einem Anwachsen der elektrischen Felder führt. Entweder man korrigiert das elektrische Feld, wozu man eine Poisson-Gleichung lösen muß, oder man verwendet eine kompliziertere Stromzuweisung, die per Konstruktion ladungserhaltend ist.

Glücklicherweise stehen mehrere solche Algorithmen zur Auswahl. Der Erste wurde von Villasenor u. Buneman (1992) veröffentlicht und nimmt an, daß das Teilchen sich während des Zeitschritts auf einer geraden Bahn zwischen Anfangs- und Endpunkt bewegt hat. Je nachdem wie viele Zelloberflächen auf diesem Weg durchquert wurden, wird der Strom in mehreren Unteralgorithmen auf die betroffenen Zellen verteilt.

Umeda et al. (2003) enthält eine Alternative, die höhere Rechengeschwindigkeit bei ähnlich guter Wiedergabe der Physik bietet. Bei dieser wird die Teilchenbewegung in ein zwei



(a) Naive Stromberechnung

(b) Methode von Umeda et al. (2003)

(c) Methode von Esirkepov (2001)

Abbildung 5.11: Verschiedene Methoden der Stromberechnung in einem Gitter (durchgezogene Linien). Gestrichelt dargestellt sind die Mittelsenkrechten. In dieser Darstellung ist der Strom an der Mitte einer Gitterkante einfach das Integral der Ladungsdichte, das eine Begrenzungslinie in einem Zeitschritt überquert. In der naiven Stromberechnung wird dies angenähert, indem man Teilchengeschwindigkeit mal Teilchenladung mit Hilfe des Formfaktors um die Position zur Hälfte des Zeitschrittes aufs Gitter gewichtet. Das Verfahren von Umeda teilt die Bewegung in zwei Teilstücke auf, die Begrenzungslinie nur an Zellgrenzen überqueren können. Das Verfahren von Esirkepov spaltet die Bewegung in achsparallele Anteile auf und ist im Text näher erläutert.

Teilstücke zerlegt. Die Einschränkung ist hierbei, daß die Teilchen die Symmetrieebenen der Gitterzelle nur exakt in der Zellmitte durchstoßen können. Wird keine der Symmetrieebenen erreicht, so erfolgt die Teilung einfach auf halben Weg. Die Symmetrieebenen und den resultierenden Knick in der Bewegung (weswegen das Verfahren auch teilweise als Zick-Zack-Verfahren bezeichnet wird) kann man in Abbildung 5.11b erkennen.

Im Code wird hauptsächlich das Verfahren von Esirkepov (2001) verwendet. Dieses ist zwar auf kartesische Gitter beschränkt, ist dafür aber mit beliebigen faktorisierten Formfaktoren verwendbar. Im Gegensatz zu den anderen Verfahren enthält es keine Spezialfälle² was zu kompakterem Code führt. Da dieses Verfahren für fast alle Simulationen in dieser Arbeit verwendet wurde soll im Folgenden die Funktionsweise und Implementation näher erläutert werden.

Wer die Erklärung anhand des Originalpapers nachvollziehen will, sollte beachten, daß dort die Gewichtungsfunktion W als Formfaktor S bezeichnet wird, und daß die Gitterpositionen der elektrischen und magnetischen Feld gegenüber der Wahl im Code vertauscht sind. Betrachtet man nun die Kontinuitätsgleichung in einer Zelle i, j, k , so erhält man in diskreter Form³:

$$\frac{\rho_{i,j,k}^{t+1} - \rho_{i,j,k}^t}{\Delta t} + \frac{j_{x\ i+\frac{1}{2},j,k}^{t+\frac{1}{2}} - j_{x\ i-\frac{1}{2},j,k}^{t+\frac{1}{2}}}{\Delta x} + \frac{j_{y\ i,j+\frac{1}{2},k}^{t+\frac{1}{2}} - j_{y\ i,j-\frac{1}{2},k}^{t+\frac{1}{2}}}{\Delta x} + \frac{j_{z\ i,j,k+\frac{1}{2}}^{t+\frac{1}{2}} - j_{z\ i,j,k-\frac{1}{2}}^{t+\frac{1}{2}}}{\Delta x} = 0. \quad (5.21)$$

Dabei hat jedes Teilchen α einen Beitrag ρ_α zur Ladungsdichte:

$$\rho_{\alpha\ i,j,k}^t = q_\alpha \cdot W(x_\alpha^t - X_i) \cdot W(y_\alpha^t - Y_j) \cdot W(z_\alpha^t - Z_k). \quad (5.22)$$

Die Gewichtungsfunktion muß dazu normiert sein, die Summe über die Ladungsbeiträge $\rho_{\alpha\ i,j,k}$ über alle Gitterpunkte i, j, k muß also die Ladung q_α des Teilchens ergeben. Alle Formfaktoren in Abschnitt 5.2.2 erfüllen diese Forderung.

Für die weitere Herleitung ist es hilfreich, sich den Vektor \vec{C} (im Originalpaper als W bezeichnet, was leicht mit der Gewichtungsfunktion verwechselt werden könnte) als (skalierte) räumliche Ableitung des Stroms zu definieren:

$$C_{x\ i,j,k}^{t+\frac{1}{2}} = -\frac{1}{q_\alpha} \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(j_{x\ i+\frac{1}{2},j,k}^{t+\frac{1}{2}} - j_{x\ i-\frac{1}{2},j,k}^{t+\frac{1}{2}} \right), \quad (5.23)$$

$$C_{y\ i,j,k}^{t+\frac{1}{2}} = -\frac{1}{q_\alpha} \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(j_{y\ i,j+\frac{1}{2},k}^{t+\frac{1}{2}} - j_{y\ i,j-\frac{1}{2},k}^{t+\frac{1}{2}} \right), \quad (5.24)$$

$$C_{z\ i,j,k}^{t+\frac{1}{2}} = -\frac{1}{q_\alpha} \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(j_{z\ i,j,k+\frac{1}{2}}^{t+\frac{1}{2}} - j_{z\ i,j,k-\frac{1}{2}}^{t+\frac{1}{2}} \right). \quad (5.25)$$

Mit dieser Größe reduziert sich die Kontinuitätsgleichung für den Beitrag eines einzelnen Teilchens auf:

$$C_{x\ i,j,k}^{t+\frac{1}{2}} + C_{y\ i,j,k}^{t+\frac{1}{2}} + C_{z\ i,j,k}^{t+\frac{1}{2}} = W(\vec{x}_\alpha^{t+1} - \vec{X}_{i,j,k}) - W(\vec{x}_\alpha^t - \vec{X}_{i,j,k}). \quad (5.26)$$

²Damit ist das Verfahren prinzipiell branchfrei implementierbar.

³Es ist verständlich, aber beim Nachvollziehen oder Implementieren unpraktisch, daß das Originalpaper einen Großteil der Indizes unterdrückt.

Zur Bestimmung von \vec{C} nimmt man an, daß sich dieser Vektor als Linearkombination von folgenden acht Größen darstellen läßt:

$$\begin{aligned}
W_1 &= W(x_\alpha^t - X_i) \cdot W(y_\alpha^t - Y_j) \cdot W(z_\alpha^t - Z_k), \\
W_2 &= W(x_\alpha^{t+1} - X_i) \cdot W(y_\alpha^t - Y_j) \cdot W(z_\alpha^t - Z_k), \\
W_3 &= W(x_\alpha^t - X_i) \cdot W(y_\alpha^{t+1} - Y_j) \cdot W(z_\alpha^t - Z_k), \\
W_4 &= W(x_\alpha^t - X_i) \cdot W(y_\alpha^t - Y_j) \cdot W(z_\alpha^{t+1} - Z_k), \\
W_5 &= W(x_\alpha^t - X_i) \cdot W(y_\alpha^{t+1} - Y_j) \cdot W(z_\alpha^{t+1} - Z_k), \\
W_6 &= W(x_\alpha^{t+1} - X_i) \cdot W(y_\alpha^t - Y_j) \cdot W(z_\alpha^{t+1} - Z_k), \\
W_7 &= W(x_\alpha^{t+1} - X_i) \cdot W(y_\alpha^{t+1} - Y_j) \cdot W(z_\alpha^t - Z_k), \\
W_8 &= W(x_\alpha^{t+1} - X_i) \cdot W(y_\alpha^{t+1} - Y_j) \cdot W(z_\alpha^{t+1} - Z_k).
\end{aligned}$$

Diese acht Größen beschreiben die Ladungsverteilung des Teilchens zentriert um den Anfangspunkt der Bewegung, den Endpunkt und die sechs anderen Eckpunkte des achsparallelen Quaders, der von diesen beiden Punkten aufgespannt wird. (Die achsparallelen Bewegungen sind für den zweidimensionalen Fall in Abbildung 5.11c skizziert.) Um zu bestimmen, *welche* Linearkombination verwendet wird, stellt man einige physikalisch motivierte Forderungen auf. Die Erste ist, daß die Kontinuitätsgleichung in Form von Gleichung 5.26 erfüllt ist. Die zweite Forderung betrachtet Teilchenbewegungen in einer Ebene senkrecht zur Achse \vec{e}_β . Für diesen Fall fordert man, daß der entsprechende Strom j_β und damit C_β verschwindet. Als drittes fordert man noch, daß bei der Vertauschung zweier Koordinaten auch die Einträge in \vec{C} vertauschen, der Strom also unabhängig von der Reihenfolge der Koordinatenachsen ist. Dies genügt bereits, um die Linearkombination eindeutig festzulegen und damit eine explizite Konstruktion von \vec{C} anzugeben.

$$C_{x\ i,j,k}^{t+\frac{1}{2}} = \frac{1}{3} W_8 - \frac{1}{3} W_5 + \frac{1}{6} W_6 - \frac{1}{6} W_4 + \frac{1}{6} W_7 - \frac{1}{6} W_3 + \frac{1}{3} W_2 - \frac{1}{3} W_1, \quad (5.27)$$

$$C_{y\ i,j,k}^{t+\frac{1}{2}} = \frac{1}{3} W_8 - \frac{1}{3} W_6 + \frac{1}{6} W_5 - \frac{1}{6} W_4 + \frac{1}{6} W_7 - \frac{1}{6} W_2 + \frac{1}{3} W_3 - \frac{1}{3} W_1, \quad (5.28)$$

$$C_{z\ i,j,k}^{t+\frac{1}{2}} = \frac{1}{3} W_8 - \frac{1}{3} W_7 + \frac{1}{6} W_5 - \frac{1}{6} W_3 + \frac{1}{6} W_6 - \frac{1}{6} W_2 + \frac{1}{3} W_4 - \frac{1}{3} W_1. \quad (5.29)$$

Im ersten Augenblick sieht es so aus, als müsste man Gleichung 5.25 aufwendig lösen, um von \vec{C} aus Gleichung 5.29 auf den Strombeitrag eines Teilchens zu schließen. Glücklicherweise sind jedoch die Gewichtungsfaktoren W und damit \vec{C} nur für einen kleinen Bereich um die Teilchenposition ungleich Null. Um $j_{x\ i+\frac{1}{2},j,k}$ in der Zelle i, j, k zu bestimmen, beginnt man also an einem Punkt weit genug links vom Teilchen, so daß der Strom in der linken Nachbarzelle $i-1, j, k$ sicher Null ist. Damit ist die Stromberechnung trivial. Dies erlaubt es, aus der Kenntnis von $C_{x\ i+1,j,k}$ den Strom $j_{x\ i+\frac{3}{2},j,k}$ zu bestimmen und man kann sich Schrittweise durch jede Zelle in dem Streifen mit konstantem j und k hangeln. Analog arbeitet man sich für die beiden anderen Komponenten des Stroms entlang von Streifen längs der Stromrichtung vor.

In der Implementation ist dies der Performance-kritische Teil des Codes, da für jedes von extrem vielen Teilchen Strombeiträge in etliche Zellen geschrieben werden müssen. Im Falle des TSC-Formfaktors ist die Gewichtungsfunktion drei Zellen breit. Berücksichtigt

man, daß das Teilchen sich ganz am linken oder rechten Rand einer Zelle befinden kann und sich in einem Zeitschritt bis zu eine Zelle weit bewegen kann, muß der Strombeitrag in 6^3 Zellen berechnet und geschrieben werden. Es rentiert sich daher, einige kleine Änderungen an der Berechnung vorzunehmen.

So berechnet man zum Beispiel nicht alle $W_{1\dots 8}$ in jeder Zelle neu, sondern einmal die Gewichte W_x für die Zellpositionen links und rechts der Teilchenposition. Analog berechnet man die W_y und W_z in den beiden anderen Richtungen. Dies erfordert für alle drei Raumrichtungen nur 15 Auswertungen der Gewichtungsfunktion.

Als nächstes betrachtet man die Änderungen der Gewichte $\Delta W_i := W_i^{t+1} - W_i^t$. Dies erfordert nur 15 zusätzliche Auswertung der Gewichtungsfunktion. Wie Esirkepov (2001, Gl. (31)) andeutet, lassen sich das Vektorelement C als kompakte Ausdrücke von je drei Gewichten und vier Änderungen ΔW (im Originalpaper als DS bezeichnet) darstellen. Tatsächlich ist diese Methode numerisch so effizient, daß nicht die arithmetischen Operationen die Ausführungsgeschwindigkeit begrenzen, sondern die Operationen zum Laden des Stroms und zum Zurückschreiben des neuen Stroms, der den Strombeitrag des Teilchens enthält, die die Speicherbandbreite zwischen CPU und Arbeitsspeicher sättigen. Es rentiert aus diesem Grund, die Teilchen vor der Berechnung des Stroms vorzusortieren, so daß möglichst oft hintereinander der Strombeitrag von zwei Teilchen, die in der gleichen Zelle liegen, berechnet wird, da sich in diesem Fall die Gesamtstromdichte in der Cachehierarchie näher an der CPU befindet.

5.2.5 Lösung der Maxwell-Gleichungen

Hat man die Teilchen bewegt und ihren Strombeitrag berechnet, so hat man einen Großteil des Rechenaufwandes für den Zeitschritt bereits erbracht. Wie in Abbildung 5.1 erkennbar, folgt nun die Berechnung der elektromagnetischen Felder. Deren Entstehung aus dem Strom und Wechselwirkung untereinander wird von den Maxwell-Gleichungen beschrieben. In differenzieller Form und in den verwendeten Gauß-Einheiten lauten diese:

$$\begin{aligned}\nabla \times \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \\ \nabla \times \vec{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j}, \\ \nabla \cdot \vec{D} &= 4\pi \rho, \\ \nabla \cdot \vec{B} &= 0.\end{aligned}\tag{5.30}$$

Da in einem PiC-Code alle Materialeffekte durch die Teilchen simuliert werden, sind ϵ_r und μ_r gleich eins. Da in den verwendeten cgs-Einheiten ϵ_0 und μ_0 ebenfalls gleich eins sind kann die Unterscheidung zwischen Feldstärke und Flußdichte entfällt. Um die Zeitentwicklung zu verstehen, bietet es sich an, die ersten beiden Gleichungen umzuschreiben:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -c \cdot \nabla \times \vec{E},\tag{5.31}$$

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = c \cdot \nabla \times \vec{B} - 4\pi \vec{j}.\tag{5.32}$$

Der PiC-Code greift hier auf die Methoden der *FDTD* (Finite-Differences Time-Domain) zurück, um diese gekoppelten Differentialgleichungen (näherungsweise) zu lösen. Die zweite Hälfte des Methodennamens *Time-Domain* bezieht sich darauf, daß die Felder zeitabhängig simuliert werden und die Simulation in diskreten Zeitschritten voranschreitet. Dies ist gut verträglich mit der ebenfalls schrittweisen Berechnung der Teilchendynamik. Die alternative Methode zur Simulation der elektromagnetischen Felder wäre ein Verfahren im Frequenzraum, hier sind jedoch zeitlich veränderliche Phänomene nur schwer zu erfassen. Zusätzlich läßt sich dieses Verfahren nur schlecht mit der selbstkonsistenten Erzeugung von Feldern durch die Teilchen kombinierbar. Statt diese Probleme zu lösen, verwendet man die Maxwell-Gleichungen in Form von Gleichung 5.33 als Update-Vorschrift für die Felder.

$$\begin{aligned}\vec{B}^{t+1/2} &= \vec{B}^{t-1/2} - c \cdot \Delta t \cdot \nabla \times \vec{E}^t, \\ \vec{E}^{t+1} &= \vec{E}^t + c \cdot \Delta t \cdot \nabla \times \vec{B}^{t+1/2} - 4\pi \Delta t \cdot \vec{j}^{t+1/2}.\end{aligned}\tag{5.33}$$

Dieses Verfahren ist relativ einfach und robust, solange man eine wichtige Einschränkung beachtet: Der Zeitschritt Δt darf nicht beliebig groß sein. Die maximale Länge eines Zeitschritts, die zu einer numerisch stabilen Simulation führt, wird dabei durch die *Courant-Friedrichs-Lewy-Bedingung* (CFL) gegeben. Diese Bedingung wurde von Courant et al. (1928) aufgestellt und ist für die Konvergenz von hyperbolischen Differentialgleichungen, bei denen man die partiellen Ableitungen (im Original als Differentialquotienten bezeichnet) durch finite Differenzen (im Original: Differenzenquotienten) ersetzt hat, nötig. Anschaulich fordert diese, daß das nächste Update erfolgen muß, bevor ein Wellenberg der sich am schnellsten ausbreitenden Welle sich eine Zelle weit fortbewegt hat. Ist diese Forderung verletzt, so führt das Verfahren in Gleichung 5.33 nicht nur zu einer Ausbreitung, sondern auch einer Verstärkung der Welle. Binnen weniger Zeitschritte wächst die Welle über alle Grenzen und die Simulation liefert keine physikalischen Ergebnisse mehr. Die Ableitungsoperatoren werden in der Simulation durch Differenzen von Werten, die an Gitterpositionen mit endlichem Abstand gespeichert sind, genähert. Die verschiedenen Möglichkeiten dazu, insbesondere für die Näherung des Rotationsoperators, werden im folgenden Abschnitt erläutert. Als Beispiel soll dabei immer die Berechnung der x -Komponente der Rotation des elektrischen Felds dienen, die in das neue B_x eingeht.

Yee

Die einfachste Näherung der Rotation in Gleichung 5.33 – die historisch zur Konstruktion des *Yee-Gitters* führte – erhält man aus der Gleichung

$$\left(\nabla \times \vec{f}\right)_i = \epsilon_{ijk} \frac{\partial f_k}{\partial x_j}$$

und der Ersetzung der partiellen Ableitung durch zentrale Differenzen. Für die x -Komponente der Rotation des elektrischen Felds bedeutet das:

$$\left(\nabla \times \vec{E}\right)_x = \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \quad (5.34)$$

$$\approx \frac{E_{z,i,j+1,k} - E_{z,i,j,k}}{\Delta x} - \frac{E_{y,i,j,k+1} - E_{y,i,j,k}}{\Delta x}. \quad (5.35)$$

Abbildung 5.12 zeigt in rot die vier Werte des elektrischen Felds aus Gleichung 5.35, die in den neuen Wert der Komponente des Magnetfelds (in blau eingezeichnet) eingehen.

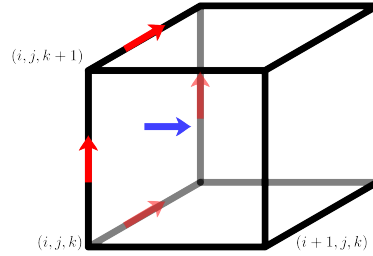


Abbildung 5.12: x -Komponente des Magnetfelds und die umgebenden Komponenten des elektrischen Felds, die über die Rotation in den neuen Wert des Magnetfelds eingehen. In dieser Abbildung erkennt man den Grund für die Konstruktion des Yee-Gitters.

Die Abbildung zeigt deutlich, wieso die von Yee (1966) vorgeschlagene Anordnung so praktisch und nützlich ist. Um jede Feldkomponente des magnetischen (elektrischen) Felds sind ringförmig die vier Komponenten des elektrischen (magnetischen) Felds angeordnet und drei Additionen und eine Division genügen, um die Rotation zu berechnen. Das Verfahren liefert automatisch und ohne Interpolation Ergebnisse, die um die richtige Position zentriert sind und deren Fehler wie $\mathcal{O}((\Delta x/\lambda)^2)$ abnehmen. Außerdem kommt es bei dieser Methode nicht zu einem Anwachsen der Divergenz, so daß die beiden vernachlässigten Maxwell-Gleichungen erfüllt bleiben, wenn sie es in den Anfangsbedingungen sind. Dies erspart ein aufwendiges Divergence-Cleaning. Bei einer naiven Feldanordnung, in der alle Feldkomponenten an einer Stelle in der Gitterzelle sind, benötigt man zwölf Feldkomponenten aus neun Gitterzellen, was den Rechenaufwand und die nötige Randkommunikation erhöhen würde.

Der maximal stabil mögliche Zeitschritt aufgrund des CFL Kriteriums beträgt hier (vergleiche Vay et al. 2011)

$$\Delta t < \sqrt{\frac{1}{3}} \frac{\Delta x}{c}. \quad (5.36)$$

Trotz seiner Einfachheit und Robustheit ist der *Yee-Zeitschritt* natürlich nicht perfekt. Für kurze Wellenlängen nahe an der Größe der Gitterzellen kommt es zu Abweichungen von der korrekten Wellenausbreitung. Eine Möglichkeit, diese zu untersuchen, ist die Betrachtung der Dispersionsrelation der elektromagnetischen Welle. Diese ist üblicherweise die kurzwelligste Wellenmode, die in der Simulation von Interesse ist. Ihre Dispersionsrelation im kalten Plasma ist in Gleichung 3.25 angegeben. In der numerischen Simulation

wird diese leicht modifiziert und lautet (Vay et al. 2011 enthält diese Korrektur in sehr verkürzter Notation):

$$\sin^2\left(\frac{\omega\Delta t}{2}\right)\left(\frac{2}{\Delta t}\right)^2 = \omega_{\text{pe}}^2 + \left(\frac{2c}{\Delta x}\right)^2 \cdot \left(\sin^2\left(\frac{k_x\Delta x}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{k_y\Delta x}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{k_z\Delta x}{2}\right)\right).$$

In dieser Dispersionsrelation erkennt man zwei Effekte aufgrund des endlichen Zeitschritts und der endlichen Raumauflösung. Auf der linken Seite der Gleichung sieht man den Einfluss des endlichen Zeitschritts, der in der Simulation meist nicht sonderlich ins Gewicht fällt, da das CFL-Kriterium Zeitschritte wesentlich unter ω^{-1} für alle interessanten Wellen erfordert. Auf der rechten Seite erkennt man die Wirkung der endlichen Gitterausdehnung. In beiden Fälle treten Terme \sin^2 auf: typisch für Verfahren zweiter Ordnung. Für große Wellenlängen reduziert sich die numerische Dispersionsrelation auf die eines kalten Plasmas.

Für achsparallele Wellen mit großen k -Werten hingegen sinkt die Gruppengeschwindigkeit von ihrem erwarteten Wert ab und geht bei $k\Delta x \approx \pi$ gegen Null. Für Wellen entlang der Raumdiagonalen tritt dieser Effekt – zumindest für den maximal vom CFL-Kriterium erlaubten Zeitschritt – nicht auf. Unter anderem wegen dieser nicht perfekten Isotropie des Raumes sucht man nach besseren Verfahren.

Naives Verfahren vierter Ordnung

Möchte man eine bessere diskrete Näherung der Rotation verwenden, so kann man für die partiellen Ableitungen in Gleichung 5.35 zentrale Differenzen über vier Stützstellen⁴ verwenden. Für die Rotation, die in B_{xijk} eingeht, erhält man damit:

$$\left(\nabla \times \vec{B}\right)_x \approx \frac{E_{z\,i,j-1,k} - 27E_{z\,i,j,k} + 27E_{z\,i,j+1,k} - E_{z\,i,j+2,k}}{24\Delta x} - \frac{E_{y\,i,j,k-1} - 27E_{y\,i,j,k} + 27E_{y\,i,j,k+1} - E_{y\,i,j,k+2}}{24\Delta x}, \quad (5.37)$$

An Gleichung 5.37 oder der graphischen Darstellung in Abbildung 5.13 erkennt man schon, warum das Verfahren nicht die Verbesserung bringt, die man von einem Verfahren vierter Ordnung erwartet. Die Ableitungen werden nur entlang der Achsen besser genähert. Wellen die entlang der Diagonalen oder entlang schräger Ausbreitungsrichtungen laufen, profitieren kaum. Die numerischen Fehler werden bei Verkleinerung der Gitterzellen zwar durchaus wie $\mathcal{O}((\Delta x/\lambda)^4)$ kleiner, bei identischem $\Delta x/\lambda$ überwiegt jedoch, daß der Raum klare Vorzugsrichtungen hat und man gewinnt im Vergleich zum Verfahren von Yee nicht an Genauigkeit.

⁴Die benötigten Koeffizienten berechnet man entweder durch Taylor-Entwicklung an den Stützstellen und Elimination der Terme bis auf die Ableitung und den Fehlerterm fünfter Ordnung selbst, oder schlägt sie in den praktischen Tabellen in Fornberg (1988) nach.

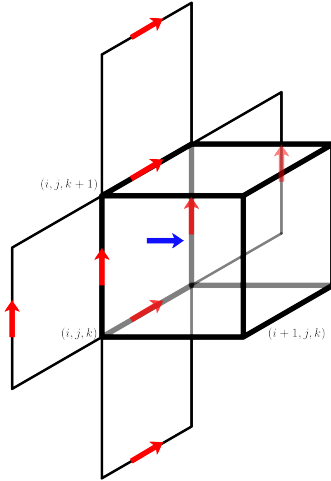


Abbildung 5.13: x -Komponente des Magnetfelds und die Komponenten des elektrischen Felds, die beim Verfahren vierter Ordnung in den neuen Wert des Magnetfelds eingehen.

NSFD / CK / CK5

Aus diesem Grund wurden von Cole (2002) und Kärkkäinen et al. (2006) andere Verfahren zweiter Ordnung vorgeschlagen, die bei gegebener Auflösung geringere Fehler zeigen. Diese Verfahren werden, da sie nicht dem üblichen Verfahren zweiter Ordnung entsprechen, als *nonstandard finite differences* bezeichnet.

Vergleicht man diese Verfahren mit dem einfachen Verfahren von Yee, so erkennt man, daß außer $E_{z i, j, k}$ noch weitere Terme in die Berechnung der Rotation eingehen. Dementsprechend gehen die vier direkt umliegenden Feldkomponenten nicht mehr mit Gewicht ± 1 , sondern nur noch mit niedrigerem Gewicht α ein. Dazu kommen mit Gewicht $\beta/4$ jeweils die vier benachbarten Feldkomponenten, also zum Beispiel $E_{z i-1, j, k}$, $E_{z i, j, k+1}$, $E_{z i+1, j, k}$ und $E_{z i, j, k-1}$. Zu guter Letzt nimmt man noch mit niedrigem Gewicht $\gamma/4$ die jeweils vier über Eck sitzenden Komponenten mit, also $E_{z i-1, j, k+1}$, $E_{z i+1, j, k+1}$, $E_{z i+1, j, k-1}$ und $E_{z i-1, j, k-1}$ und symmetrische. Insgesamt gehen also 36 Feldkomponenten in die Berechnung der Rotation ein.

Betrachtet man die Anordnung der Feldkomponenten in Abbildung 5.14, so erkennt man, daß diese sehr isotrop um die $B_{x i, j, k}$ -Komponente, in deren Update sie eingehen, angeordnet sind. Und tatsächlich ist ein Vorteil dieses Verfahrens eine sehr isotrope Wellenausbreitung. Wie gut diese ist und welche zusätzlichen Vorteile dieses Verfahren bringt, hängt von der Wahl der drei Parameter ab, die nur einer Zwangsbedingung unterliegen:

$$\alpha + \beta + \gamma = 1 \quad (5.38)$$

Vay et al. (2011) untersucht unter dem Stichpunkt *tunable solvers* unterschiedliche Parametersätze. Als Referenzpunkt verwendet er das Verfahren von Yee, also den Fall

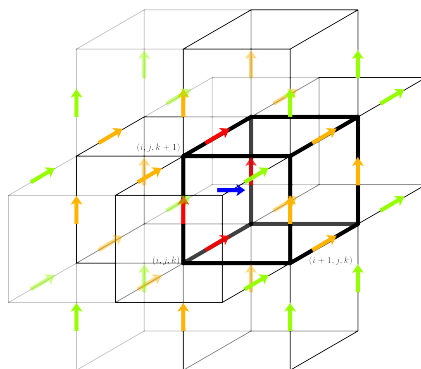


Abbildung 5.14: x -Komponente des Magnetfelds (in blau) und alle Komponenten des elektrischen Felds, die beim *nonstandard finite differences* Verfahren betrachtet werden. Die bei anderen Verfahren verwendeten direkt umgebenden Komponenten des elektrischen Felds sind rot markiert und gehen mit hohem Gewicht α ein. Zusätzlich werden die direkt benachbarten Komponenten mit Gewicht $\beta/4$ (orange markiert) und die über Eck liegenden Komponenten mit Gewicht $\gamma/4$ (in grün) verwendet, um isotropere Wellenausbreitung zu erreichen.

$\alpha = 1, \beta = 0, \gamma = 0$. Dabei sind allerdings nur zwei der Parametersätze von praktischem Interesse. Der erste verwendete Parametersatz wird als *CK* bezeichnet und verwendet:

$$\alpha = 7/12, \quad \beta = 4/12, \quad \gamma = 1/12.$$

Der große Vorteil ist, daß dieses Verfahren längere Zeitschritte von bis zu $\Delta t = \Delta x/c$ erlaubt und damit gut 40% längere Zeitschritte als der Algorithmus von Yee. Noch viel interessanter ist aber eigentlich der als *CK5* bezeichnete Parametersatz mit

$$\alpha = 5/8, \quad \beta = 3/10, \quad \gamma = 3/40.$$

Hier darf der Zeitschritt zwar „nur“ maximal

$$\Delta t < \sqrt{\frac{5}{6}} \frac{\Delta x}{c} \tag{5.39}$$

lang sein, dafür ist die Wellenausbreitung aber maximal isotrop.

NSFD / M24

Es existieren auch andere *nonstandard finite differences* Verfahren. Als Beispiel sei das als M24 bezeichnete Verfahren von Hadi u. Picket-May (1997) gezeigt. Bei diesem werden sowohl die Stützstellen, die im Standardverfahren 2. Ordnung verwendet werden als auch die Stützstellen für das Verfahren 4. Ordnung. Letztere gehen mit einem geringeren

Gewicht κ_1 ein. Zusätzlich werden die übrigen Gitterpositionen, die beim Durchlaufen einer Schleife mit Durchmesser $3\Delta x$ erreicht werden, aber nicht im Verfahren 4. Ordnung verwendet werden mit Gewicht κ_2 verwendet.

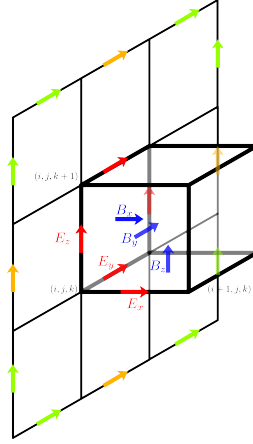


Abbildung 5.15: x -Komponente des Magnetfelds (in blau) und alle Komponenten des elektrischen Felds, die beim $M24$ Verfahren betrachtet werden. Die bei anderen Verfahren verwendeten direkt umgebenden Komponenten des elektrischen Felds sind rot markiert und gehen mit hohem Gewicht ein. Zusätzlich werden die weiter entfernt liegenden Komponenten, die auch vom Verfahren 4. Ordnung verwendet werden, mit Gewicht κ_1 (orange markiert) und der Rest der Schleife mit Durchmesser $3\Delta x$ mit Gewicht κ_2 (in grün), verwendet.

Im Grenzfall $\kappa_1 = 0, \kappa_2 = 0$ fällt man zurück auf das Standardverfahren von Yee, im Falle $\kappa_1 = -1/8, \kappa_2 = 0$ erhält man das naive Verfahren 4. Ordnung. Man kann jedoch auch andere Werte $\kappa_1 < 0$ wählen. Für κ_2 wählt man dann üblicherweise 0 oder $2\kappa_1$. Greenwood et al. (2004) diskutiert verschiedene Parametersätze und zeigt, daß das Verfahren eine Eigenschaft aufweist, die es für Simulationen mit relativistischen Teilchen interessant macht. Diese Teilchen erzeugen kurzwellige elektromagnetische Felder, die aufgrund der numerischen Dispersion eine kleinere Gruppengeschwindigkeit aufweisen können als die Driftgeschwindigkeit der erzeugenden Teilchen. In diesem Fall entsteht numerisch bedingte Tscherenkow-Strahlung, mit der die erzeugenden Teilchen nichtlinear interagieren können was zu unphysikalischen Ergebnissen führt. Bei geeigneter Wahl von κ_1, κ_2 kann dieser Effekt unterdrückt werden. Erkauft wird dieser Vorteil, durch einen Zeitschritt der

$$\Delta t < \frac{\Delta x}{\sqrt{3}c(1 - 4/3\kappa_1 - 2/3\kappa_2)} \quad (5.40)$$

erfüllen muß.

So wie sich das Verfahren von Yee durch die Verwendung von Stützstellen in den Gitterzellen, die in der dritten Raumrichtung angrenzen, zu CK oder CK5 erweitern läßt, kann man auch das $M24$ Verfahren durch zwei weitere Schleifen mit Durchmesser $3\Delta x$ erweitern. Diese als $FV24$ bezeichnete Familie verwendet drei wählbare Parameter. Mögliche

Werte für diese Parameter und Spezialfälle, bei denen ein oder mehrere der Parameter Null sind und sich das Verfahren auf teilweise schon vorher bekannte Verfahren reduziert, werden in Hadi (2007) diskutiert. All diesen Verfahren ist jedoch ein vergleichsweise kurzer maximaler Zeitschritt gemeinsam, so daß sie sich höchsten für Spezialfälle wie relativistische Strahlen in Teilchenbeschleunigern rentieren.

Prinzipiell sind noch viele weitere NSFD Verfahren denkbar, diese wurden hier jedoch nicht weiter untersucht. Zwei seien kurz namentlich erwähnt. Einerseits das Verfahren CK3 (siehe Vay et al. 2011), welches für 2d Simulationen maximal isotrop ist und andererseits das Verfahren von Lehe et al. (2013), welches numerische Tscherenkow-Strahlung noch effizienter unterdrückt als das M24 Verfahren, allerdings nur für Bewegungen entlang einer Raumrichtung.

5.2.6 Behandlung von Rändern

Sowohl die Beschreibung der Teilchenbewegung in Abschnitt 5.2.3, als auch die Beschreibung der Feldgleichungen in Abschnitt 5.2.5 gingen immer von einer Position im Inneren des Simulationsgebiets aus, die auf allen Seiten von Nachbarzellen umgeben ist. Das ist zwar für große Teile des Simulationsgebiets richtig, aber es ist klar, daß das Simulationsgebiet nicht unendlich weit ausgedehnt sein kann. Es muß also auch Bereiche am Rand geben, die eine spezielle Behandlung erfordern. Für die Simulationen dieser Arbeit sind drei Sorten von Randbedingungen besonders interessant. Zum einen die periodischen Ränder, die in vielerlei Hinsicht einem unendlich weit ausgedehnten Raum am nächsten kommen. Desweiteren ungeladene, leitfähige Wände, die Teilchen reflektieren. Diese können verwendet werden, um die Strömungsrichtung von Plasma umzukehren und so gegenströmende Plasmen, die unter den richtigen Bedingungen wechselwirken und zur Ausbildung einer Schockfront führen, zu erzeugen. Als Drittes kommen noch Wände, die elektromagnetische Wellen absorbieren und Teilchen aus dem Simulationsgebiet entfernen, in Betracht. Diese eignen sich, um das Entweichen ins Unendliche anzunähern.

Periodische Ränder

Für viele astrophysikalische Szenarien kann man annehmen, daß das Gebiet von Interesse viel größer ist als die kinetischen Skalen, die man mit einem Particle-in-Cell Code simulieren kann. Das Plasma außerhalb der Simulationsbox hat also oft genau die gleichen Eigenschaften wie innerhalb. In diesem Fall kann man für das Simulationsgebiet periodische Ränder annehmen. Dies bedeutet für Zellkoordinaten, daß man diese Modulo der Zellanzahl betrachten kann und für Teilchen, daß sie beim Verlassen des Simulationsgebiets an der gegenüberliegenden Wand wieder in die Simulation gelangen. Ein homogenes Plasma gewinnt an einer solchen Wand Teilchen mit einer vergleichbaren Geschwindigkeitsverteilung, wie es durch die Wand verliert.

Problematischer ist die Situation bei den elektromagnetischen Feldern. Eine Simulationsbox, die in eine Richtung n Zellen breit ist und an den Enden mit einer periodischen Wand abgeschlossen ist, kann nur n unterschiedliche Wellenmoden, die entlang dieser Richtung propagieren, enthalten. Davon propagieren jeweils $n/2 - 1$ vorwärts

und rückwärts, eine ist der (ortsunabhängige) Hintergrund und eine Wellenmode hat die Wellenlänge $\lambda = 2\Delta x$ und undefinierte Ausbreitungsrichtung. Für große Ausdehnung ist dies kein Problem, bei kleinen n , wie sie insbesondere in der Querrichtung von quasi-eindimensionalen Simulationen verlockend wären, kann dies zu ernststen Problemen führen. Achtet man bei der Wahl der Simulationsparameter darauf, daß sowohl Elektronen- als auch Protonengyroradius mit mehreren Zellen aufgelöst werden und in allen drei Raumrichtungen in die Simulationsbox passen, so erfordert dies eigentlich immer mehrere Dutzend Zellen in allen drei Raumrichtungen und die Quantisierung der Wellenmoden auf die möglichen Hohlraummoden beeinflusst die Simulation kaum.

Metallische Wand

Eine andere Sorte Wand, die gerne verwendet wird, dient gar nicht erst dazu den Einfluss auf das Plasma im Simulationsgebiet zu minimieren, sondern wird verwendet um gezielt das Plasma zu beeinflussen. Diese reflektierenden Wände werden verwendet, um auf konsistente Art und Weise die Strömungsrichtung von Plasmaströmen umzukehren. Im Folgenden sollen die Randbedingungen für alle vorkommenden Größen an einer Wand bei $x = x_{\min}$, die den Simulationsraum zu kleineren Koordinaten begrenzt, beschrieben werden. An der Obergrenze bei $x = x_{\max}$ sind die Randbedingungen symmetrisch, lediglich Innen- und Außenraum sind vertauscht. Durch die Konstruktion des Yee-Gitters erhält man die Randbedingungen in y und z Richtung durch zyklische Umbenennung der Koordinaten.

Teilchen werden an der Wand vollständig elastisch und energieerhaltend reflektiert. Das bedeutet, daß bei Unterschreiten der Koordinatenuntergrenze die x Position des Teilchens zurück in den Innenraum des Simulationsgebiets gespiegelt wird. Die beiden anderen Koordinaten werden nicht angetastet. Auch die beiden Geschwindigkeitskomponenten parallel zur Wand bleiben unverändert, während die dritte Komponente ihr Vorzeichen ändert.

Beim elektrischen Feld sind die Randbedingungen relativ einfach. Die beiden Komponenten parallel zur Wand (die genau in der Wand liegen wenn man x_{\min} als ganzzahliges Vielfaches der Gittergröße wählt) sind Null. Die Komponente parallel zur Wandnormalen ist um eine Halbzelle versetzt und wird von der Wand nicht beeinflusst. Für alle Zellen links von der Wand verschwindet das elektrische Feld – genau wie in einer metallischen Wand mit unendlicher Leitfähigkeit.

Das magnetische Feld wird für alle Zellen in der Wand auf den bei Simulationsbeginn vorgegebenen Wert des Hintergrundmagnetfelds gesetzt. Für die Komponente parallel zur Wandnormalen geschieht dies auch für die Zellen, deren linker Rand der Wand selbst entspricht. Die beiden anderen Komponenten liegen in der Zellmitte und damit ein Stück von der Wand entfernt und dürfen beliebige Werte annehmen. Dieses Verfahren verletzt unter Umständen die Divergenzfreiheit des Magnetfelds in den Zellen, die die Wand enthalten. Um dies zu vermeiden müsste man für die Komponente senkrecht zur Wand eine Poisson-Gleichung lösen. In der Praxis zeigt sich aber, daß diese räumlich begrenzte Divergenz nicht zu Problemen führt.

Die Randbedingungen für den Strom sind die kompliziertesten, da sich hier der Umstand

auswirkt, daß die Teilchen nicht punktförmig sind, sondern eine gewisse Ausdehnung aufweisen und sich teilweise innerhalb und teilweise außerhalb der Simulationsbox befinden. Herleiten lassen sich die Randbedingungen allerdings aus einer einfachen Überlegung: Für einen Ladungsträger vor einer metallenen Wand sieht es so aus, als würde sich symmetrisch hinter der Wand ein Ladungsträger der entgegengesetzten Ladung bewegen. Man deponiert also zuerst den Strom eines jeden Teilchens mit dem Esirkepov-Algorithmus und berechnet dann aus dem Strom, der hinter der Wand deponiert wurde, den Strom, der von den Spiegelladungen innerhalb des Simulationsgebiets hervorgerufen würde. Für die Stromkomponente senkrecht zur Wand, bei der sich die Vorzeichen der Spiegelladung und der Geschwindigkeit wegheben, wird der Strom also vom Bereich hinter der Wand in den Bereich vor der Wand addiert. In den beiden anderen Komponenten ist der Strom der Spiegelladungen dem der Ladungen im Simulationsgebiet entgegengesetzt. Der Strom im Bereich hinter der Wand wird also vom Strom im Simulationsgebiet abgezogen. Anhand der Symmetrie erkennt man schon, daß dies bedeutet, daß der tangentiale Strom an der Oberfläche verschwindet. Und tatsächlich wird der Strom vor der weiteren Rechnung in der Oberfläche und für alle Gitterzellen dahinter auf Null gesetzt. Wird für diagnostische Zwecke die Ladungsdichte ausgegeben so kann diese ebenfalls über das Konzept der Spiegelladungen ermittelt werden. Kurz gefasst wird die Ladungsdichte, die naiverweise hinter der Wand deponiert würde, von der Ladungsdichte im Simulationsbereich abgezogen.

Mittels dieser einfachen Randbedingungen erhält man eine robuste Methode, um sowohl Teilchen als auch Wellen zu reflektieren. Wie dies verwendet wird, um einen kollisionsfreien Schock im Simulationsgebiet zu erzeugen, wird in Abschnitt 7.1 erläutert.

Absorbierende Wand

Die dritte Sorte Wand, die in Particle-in-Cell Simulation sehr verbreitet ist, absorbiert Teilchen und Wellen. Die Absorption von Teilchen von Teilchen ist vergleichsweise einfach, bedeutet aber daß das Plasma sich so verhält wenn auf der anderen Seite der Wand ein Vakuum wäre. Möchte man die Simulationsdomäne in ein thermisches Plasma einbetten, so muß man nicht nur hinausfliegende Teilchen absorbieren, sondern auch neue Teilchen mit der richtigen Geschwindigkeitsverteilung injizieren. Falls das simulierte Plasma mit einer Nettogeschwindigkeit durch die Simulationsbox driftet, wird dieser Punkt noch wichtiger. Zur korrekten Injektion von Teilchen an einer Wand sei auf Cartwright et al. (2000) verwiesen.

Bei elektromagnetischen Wellen ist die Injektion nicht so wichtig, dafür bereitet die Absorption deutlich mehr Schwierigkeiten. Der naive Ansatz, die elektromagnetischen Felder im Rand nicht weiter zu berechnen, sondern auf einen festen Wert zu setzen, führt, wie im vorherigen Abschnitt klar wurde, nicht zu einer absorbierenden sondern zu einer reflektierenden Wand. Um nach außen laufende Wellen zu absorbieren ist also etwas mehr Aufwand nötig.

Eine sehr einfache Form der absorbierenden Wand, die sehr gute Ergebnisse liefern kann und nicht auf eine spezielle Wellengeschwindigkeit oder Einfallsrichtung optimiert werden muß, wurde von Liao et al. (1984) veröffentlicht. Obwohl diese Wände ursprünglich

für die Simulation des (skalaren) Drucks von Erdbebenwellen vorgeschlagen wurden, lassen sie sich auf die gekoppelten vektoriellen elektromagnetischen Felder verallgemeinern. Das Problem hier ist jedoch, daß diese Randbedingungen zusätzliche Forderungen an die Länge des Zeitschritts stellen. Um die kürzest mögliche Wellenlänge $\lambda = 2\Delta x$ noch zu dämpfen, darf der Zeitschritt nicht länger als $\Delta t < \frac{1}{2} \frac{\Delta x}{c}$ sein. Dies ist deutlich kürzer als die Stabilitätsbedingung der Maxwell Löser aus Abschnitt 5.2.5.

Eine weit verbreitete Alternative ist daher die Methode des *Perfectly Matched Layers*. Diese Methode wurde von Berenger (1994) vorgeschlagen und verwendet einen Bereich, dessen Impedanz identisch mit der des freien Raums ist. Diese Impedananzpassung gab der Methode den Namen und führt dazu, daß einlaufende Wellen nicht reflektiert werden. In der Schicht verschwindet dann aber – anders als im freien Raum – die Leitfähigkeit nicht, so daß Wellen gedämpft werden. Streng genommen handelt es sich also nicht um eine absorbierende Wand, sondern einen Bereich, der Wellen absorbiert, bevor die eigentliche Wand – üblicherweise eine leitfähige Wand – erreicht wird. Diese mögliche Simulation eines offenen Endes existiert in mehreren mathematisch äquivalenten Formen. Die Originalmethode von Berenger selber zerlegt die Felder wie E_x in zwei unphysikalische Teile E_{xy} und E_{xz} , deren Quellen $\partial_y B$ und $\partial_z B$ sind, und wird daher auch teilweise als *split field PML* bezeichnet. Die geteilten Felder benötigen beide Speicherplatz. Dies ist bei PiC-Simulationen, die in jeder Zelle viel Speicherplatz für die enthaltenen Teilchen benötigen, aber von untergeordneter Bedeutung. Wenige Jahre später schlug Gedney (1996) eine Variante vor, bei der die Absorption auf Grund von anisotroper Permittivität und Permeabilität erfolgt. Die Variation dieser Materialgrößen erfolgt entlang der Achse senkrecht zur Wand, was dieser Formulierung den Namen *uniaxial perfectly matched layer* gegeben hat. Auch hier muß man im Bereich des Absorbers die doppelte Anzahl an Feldern simulieren, es handelt sich aber nicht um eine unphysikalische Aufteilung, sondern um eine korrekte Unterscheidung zwischen Flußdichten und Feldstärken. Parallel dazu wurde von Chew u. Weedon (1994) eine mathematisch äquivalente Formulierung über Koordinatentransformationen entwickelt. Diese als *stretched-coordinate perfectly matched layer* bezeichnete Methode eignet sich insbesondere, um die Randbedingungen in nicht kartesischen Koordinatensystemen herzuleiten.

Um zusätzlich zu propagierenden Wellen auch evaneszente Wellen im Absorber zu dämpfen schlugen Kuzuoglu u. Mittra (1996) eine Modifikation vor, bei der der Pol der Transferfunktion geeignet verschoben wird. Entsprechend der Herleitung wird diese Methode als *Complex frequency shift PML* bezeichnet. Eine einfacher zu implementierende Variante hiervon wird als *Convolutional PML* bezeichnet. Eine gute Übersicht über all die verschiedenen Varianten gibt Berenger (2007).

Unabhängig davon, welche Formulierung des PML Absorbers gewählt wird, sind noch zwei kleine Abweichungen von der analytischen Herleitung zu beachten. Einerseits kommt es durch die Diskretisierung der Felder zu Reflexionen an der Vorderseite des absorbierenden Bereichs, ab der die Leitfähigkeit nicht mehr Null ist. Um diesen unerwünschten Effekt zu vermeiden, verwendet man einen vier bis zehn Zellen dicken Absorber, dessen Leitfähigkeit langsam zunimmt. Zusätzlich muß man im Gegensatz zu reinen FDTD Simulationen auch die Absorption der Teilchen simulieren. Eine Möglichkeit ist, den Teilchenmakrofaktor mit zunehmender Eindringtiefe langsam zu verringern und Teil-

chen kurz vor dem Erreichen der leitfähigen Wand aus der Simulation zu entfernen. Alternativ kann man die Teilchen in der Mitte des absorbierenden Bereiches entfernen. Obwohl sehr viele Particle-in-Cell Codes angeben, inzwischen PML Randbedingungen zu unterstützen, ist keine systematische Untersuchung, welche Teilchenbehandlung die Absorptionseigenschaften optimiert, veröffentlicht.

5.2.7 Vorgabe der Startbedingungen

Nach den Einflüssen von Rändern soll nun der Einfluss der Startbedingungen diskutiert werden. Hierbei ist zwischen den Startbedingungen für die Teilchen und denen für die Felder zu unterscheiden.

Teilchenstart

In den meisten Fällen werden die Teilchen zum Beginn homogen im Raum verteilt und erhalten eine thermische Anfangsgeschwindigkeit, optional überlagert mit einer Driftbewegung. Der Code zieht für die thermische Bewegung drei normalverteilte Zufallszahlen mit Mittelwert $\mu = 0$ und Verteilungsbreite $\sigma = v_{\text{th}}$. Die thermische Verteilungsbreite wird dabei in der Simulationsbeschreibung vorgegeben und bestimmt die Temperatur des Plasmas. Die Driftbewegung wird ebenfalls in der Simulationsbeschreibung angegeben und wird zum Beispiel dazu genutzt, das Plasma gegen die reflektierende Wand driften zu lassen, um die Evolution einer Schockfront auszulösen. Alternativ ist es möglich, Elektronen und Protonen gegeneinander oder relativ zu einer zweiten Teilchenpopulation driften zu lassen, um Plasmainstabilitäten anzuregen oder Elektronenbeams wiederzugeben.

Um der angestrebten Gleichverteilung im Raum möglichst nahe zu kommen, werden jeder Gitterzelle exakt gleich viele Makroteilchen zugewiesen. Innerhalb jeder Zelle wird die Position zufällig gewählt. Diese Abweichung von einer einfachen, zufälligen Verteilung im Simulationsraum hat zwei Gründe.

Den Ersten erkennt man gut, wenn man die erwarteten Dichtefluktuationen betrachtet. Im Plasma sind in einer Kugel mit Radius einer Debye-Länge N Teilchen enthalten. Die erwarteten Fluktuationen in dieser Anzahl liegen im Bereich $N^{1/2}$. Gibt man nun diese N Teilchen durch n Makroteilchen in der Simulation wieder, die jeweils $w_\alpha = N/n$ reale Teilchen repräsentieren, so schwankt die Makroteilchenanzahl in einer Debye-Kugel um etwa $n^{1/2}$. Dies entspricht jedoch Schwankungen der Ladungsträger von $n^{1/2} \cdot w_\alpha \gg n^{1/2} w_\alpha^{1/2}$. Eine naive zufällige Verteilung der Teilchen erhöht also das Rauschen in der Ladungsdichte um einen Faktor $w_\alpha^{1/2}$. Dieser Effekt wird als Poisson Clumping bezeichnet. Man kann dieser Fehlerquelle ein Stück weit entgehen, indem man, wie eingangs erwähnt, in jede Zelle exakt gleich viele Teilchen initialisiert.

Ein zweiter Grund, dies zu tun, ist der zusätzliche Vorteil, daß alle CPUs ihr Simulationsgebiet unabhängig voneinander initialisieren können und keinerlei Kommunikation benötigen. Im Gegensatz zur früher verwendeten Methode, bei der alle CPUs parallel gemeinsam zufällige Startpositionen zogen und nur die Teilchen, die im eigenen Simulationsgebiet positioniert wurden, gespeichert haben, wird der Simulationsstart deutlich

beschleunigt und die Parallelisierungseffizienz deutlich erhöht.

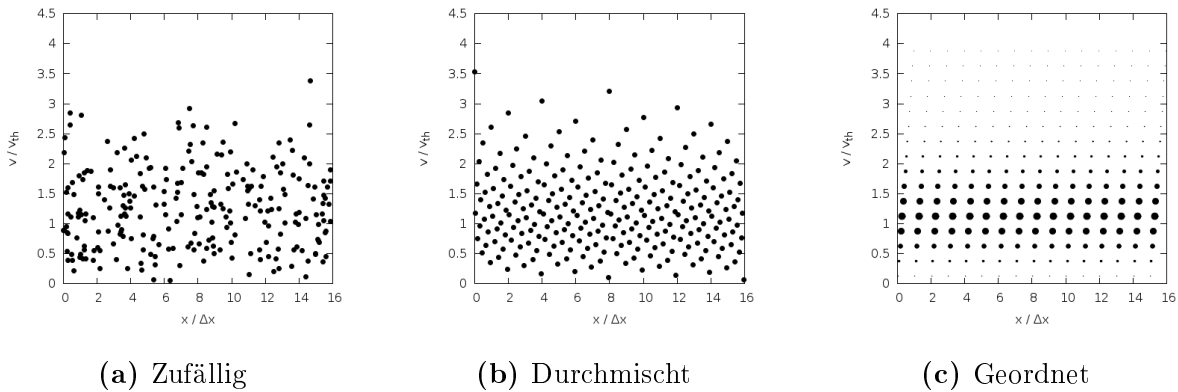


Abbildung 5.16: Mögliche initiale Anordnungen der Makroteilchen im Phasenraum. 5.16a zeigt die im Code verwendete Anordnung mit gleich vielen Teilchen pro Zelle und zufälliger Positionierung innerhalb der Zelle und im Geschwindigkeitsraum. 5.16b zeigt die Variante mit geordnet erzeugten Geschwindigkeiten, die auf das Simulationsgebiet verteilt werden. An den schnellsten acht Teilchen erkennt man, wie versucht wird die Phasenraumelemente räumlich so homogen wie möglich zu verteilen. 5.16c zeigt die Möglichkeit, den Phasenraum mit einem regulären Gitter abzudecken und den Makrofaktor zu variieren.

Möchte man das unphysikalische Rauschlevel weiter unterdrücken als es mit konstanter Teilchenzahl pro Zelle möglich ist, so muß man die Verteilung in den Geschwindigkeitskoordinaten verbessern. Für jedes Teilchen (unkorrelierte) Zufallszahlen gemäß einer Maxwell-Verteilung zu ziehen, gibt auf großen Skalen die thermische Verteilung in all ihren Momenten korrekt wieder. Auf kleinen Skalen kann es jedoch zu großen Abweichungen kommen. Dies läßt sich vermeiden, indem man den Geschwindigkeitsraum geordnet mit Teilchen, die jeweils gleichgroße Phasenraumvolumina repräsentieren, abrastert und diese so auf den Simulationsraum verteilt, daß sich in jedem Teilgebiet des Simulationsraums ein repräsentatives Sample des Geschwindigkeitsraums befindet. Dieses als *noise-free* oder *quiet start* bezeichnete Verfahren wurde erstmals von Byers u. Grewal (1970) vorgeschlagen. Um die Teilchen gleichmäßig und ohne große Dichteschwankungen im Raum zu verteilen eignen sich sogenannte *low-discrepancy sequences* wie zum Beispiel die *Halton-Sequenz* (siehe Halton 1964).

Man kann noch einen Schritt weiter gehen und den Phasenraum in einem wohlgeordneten Muster abdecken. Um die Geschwindigkeitsverteilung zu berücksichtigen, variiert man den Makrofaktor gemäß der Phasenraumdichte. In diesem Fall sind keinerlei Fluktuationen bei mittleren oder großen Wellenlängen vorhanden. Wie man sich leicht vorstellen kann, gibt es Zeitpunkte, bei denen mehrere Teilpopulationen, die um δv gegeneinander versetzt sind, sich an identischen Positionen befinden. Dies erzeugt starke Dichtefluktuationen, die das elektrische Feld um mehrere Größenordnungen anwachsen lassen können und damit die Vorteile des fluktuationslosen Starts zunichte machen.

Nicht ganz so dramatisch, aber ebenfalls weniger vorteilhaft als erwartet, gestaltet sich

die Zeitentwicklung für die Teilchenverteilung, die sorgfältig auf den Simulationsraum verteilt wurde. Da diese Methode der Teilchenerzeugung sich nicht so einfach parallelisieren läßt, wurde sie für die Simulationen in dieser Arbeit nicht verwendet.

Feldvorgaben

Nach den Geschwindigkeits- und Positionsvorgaben für die Teilchen sollen in diesem Abschnitt nun die Startbedingungen für die elektrischen und magnetischen Felder besprochen werden. Die einfachste Art und Weise, den Particle-in-Cell Code zu starten, ist sämtliche Felder auf Null zu setzen. Für diese Startbedingung verschwindet die Divergenz des Magnetfelds offensichtlich und auch das in Abschnitt 5.2.5 besprochene Verfahren führt nicht zu einem Anwachsen einer unphysikalischen Divergenz.

Für das elektrische Feld ist diese Startbedingung etwas heikler. Nach dem Gaußschen Gesetz, wie es in 5.30(c) gegeben ist, müsste die Divergenz des elektrischen Felds der Ladungsdichte entsprechen. Auch wenn, wie im vorherigen Abschnitt besprochen, in jeder Zelle gleich viele entgegengesetzt geladene Teilchen deponiert werden, bleiben kleine Ladungsschwankungen übrig, die vom elektrischen Feld widergespiegelt werden müssten. Da dies nicht der Fall ist, verhält sich die ganze Simulation so, als gäbe es eine unbewegliche, neutralisierende Ladungsverteilung, die ρ für den ersten Zeitschritt genau ausgeglichen hat und sich im Simulationsverlauf nicht ändert. Dieses Verhalten kann sehr praktisch sein, wenn man nur die Dynamik von Elektronen simulieren möchte, da man keine Protonen simulieren muß und damit die Simulationsgeschwindigkeit verdoppeln kann. Umgekehrt können Teilchen natürlich an den statischen Ladungsschwankungen streuen. Damit dieser Effekt nicht zu stark wird, muß die initiale Ladungsverteilung glatt genug sein; Man benötigt also genug Teilchen in jeder Zelle. Abbildung 5.17 illustriert in drei Schritten, wie sich das elektrische Feld rings um ein einzelnes Teilchen ausbildet und wie das Feld um eine entgegengesetzte Pseudoladung am Startpunkt bestehen bleibt.

Um den Einfluss der neutralisierenden Pseudoladung zu minimieren, erlaubt es der Code vor dem ersten Zeitschritt die elektrostatischen Felder aus der Ladungsverteilung zu berechnen. Die Berechnung erfolgt im Fourier-Raum und ist im Abschnitt 5.3 näher beschrieben. Im dort erläuterten elektrostatischen Particle-in-Cell Code wird diese Berechnung in jedem Zeitschritt ausgeführt, um das neue elektrische Feld anhand der Ladungsverteilung zu bestimmen. Die elektrischen und magnetischen Felder, die aus der Bewegung der Teilchen stammen, werden weiterhin vernachlässigt und dementsprechend braucht der Code auch weiterhin etwa eine Plasmazeitskala ω_p^{-1} , um diese Felder korrekt zu produzieren. Trotz dieser kleinen Einschränkung sind diese Startbedingungen eine deutliche Verbesserung. Abbildung 5.18 illustriert die Unterschiede im Verhalten. Eine weitere Möglichkeit, den Einfluss der neutralisierenden Pseudoladungen zu mindern, beschreibt Marder (1987). In diesem Paper findet sich eine Methode, um in der Simulation auf einfache Art und Weise Verletzungen des Gaußschen Gesetzes zu beseitigen. Dazu konstruiert man eine Größe F , welche den lokalen Fehler beschreibt:

$$F = \nabla \vec{E} - 4\pi\rho. \quad (5.41)$$

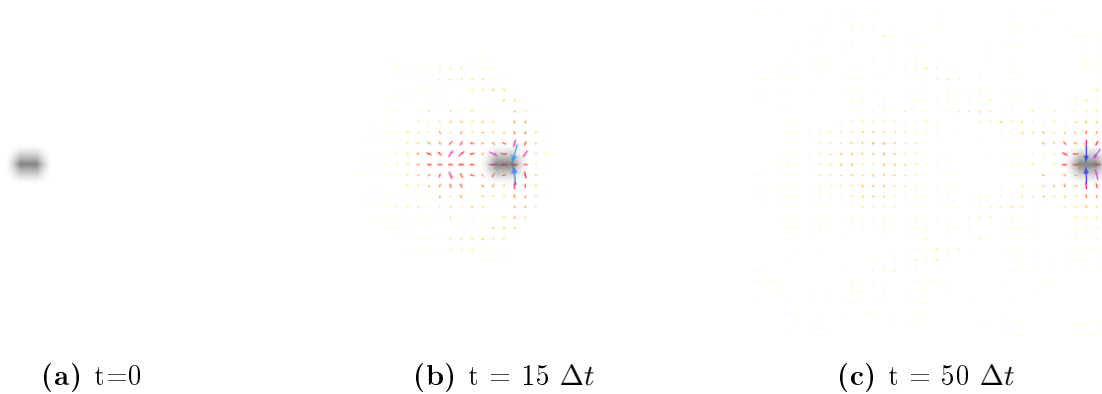


Abbildung 5.17: Illustration, wie sich um ein bewegtes Makroteilchen das korrekte elektrische Feld ausbildet. Die Ladungsdichte ist in Graustufen gezeichnet, das elektrische Feld jeder Zelle ist durch einen Vektor repräsentiert. Vor dem ersten Zeitschritt ist das Feld inkorrekterweise gleich Null. Über die nächsten 30 Schritte bewegt sich der Ladungsträger nach rechts und bildet in seiner Umgebung ein korrektes elektrisches Feld aus. Rings um den Startpunkt bleibt das elektrische Feld eines unbeweglichen Ladungsträgers umgekehrter Ladung zurück.

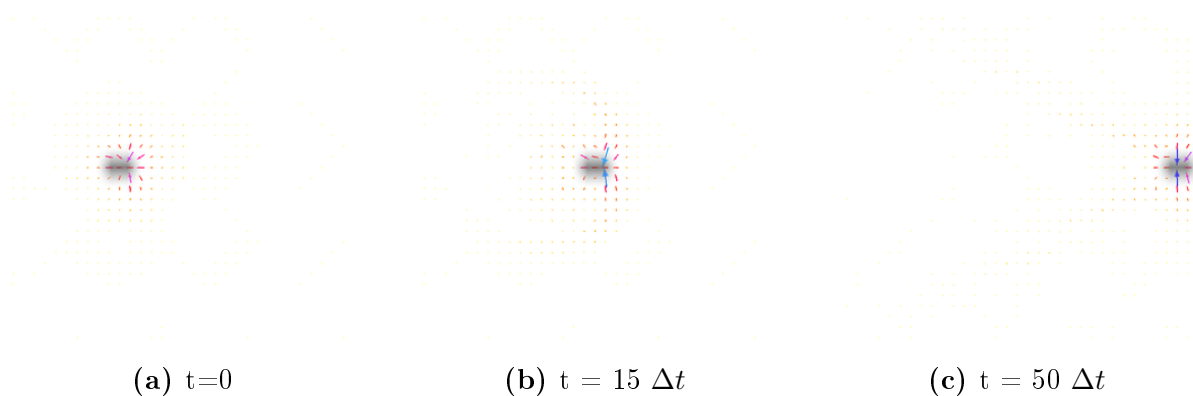


Abbildung 5.18: Zum Vergleich mit Abbildung 5.17 wurde hier ein Makroteilchen mit identischen Eigenschaften und korrektem elektrostatischem Feld gestartet. Man erkennt deutlich, daß sich für das Feld um den Ladungsträger keine wesentlichen Änderungen ergeben. Das Feld der Pseudoladung am Startpunkt hingegen fällt weitgehend weg.

Ausgehend von dieser Gleichung fügt man in Gleichung 5.32(b) einen kleinen Korrekturterm ein:

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = c \nabla \times \vec{B} - 4\pi \vec{j} + d \nabla F. \quad (5.42)$$

Dieser Term führt zu einer Diffusion des Fehlers im elektrischen Feld. Da die Simulation insgesamt elektrisch neutral ist und die Pseudoladungsdichte nur eine kleine Schwankung um Null ist, führt die Diffusion und der damit verbundene Transport des Fehlers zu größeren Längenskalen dazu, daß sich nach einiger Zeit das korrekte elektrische Feld ausbildet. Damit dieses Schema stabil ist, darf der Diffusionskoeffizient d nicht zu groß sein. Das Limit der Stabilität ist dabei durch

$$d < \frac{\Delta x^2}{6 \cdot \Delta t}$$

gegeben. Anschaulich ergibt sich dieses Limit aus der Forderung, daß die Diffusion in einem Zeitschritt nicht weiter als eine Zelldiagonale reichen darf. Im Code wird ein Zehntel dieses Grenzwertes verwendet, um Fehler schnell auszugleichen ohne die elektrischen Felder zu sehr zu beeinflussen. Diese Methode der Korrektur kann auch verwendet werden um das elektrische Feld zu korrigieren, wenn an einer absorbierenden Wand (siehe Abschnitt 5.2.6) ein Teilchen entfernt wurde.

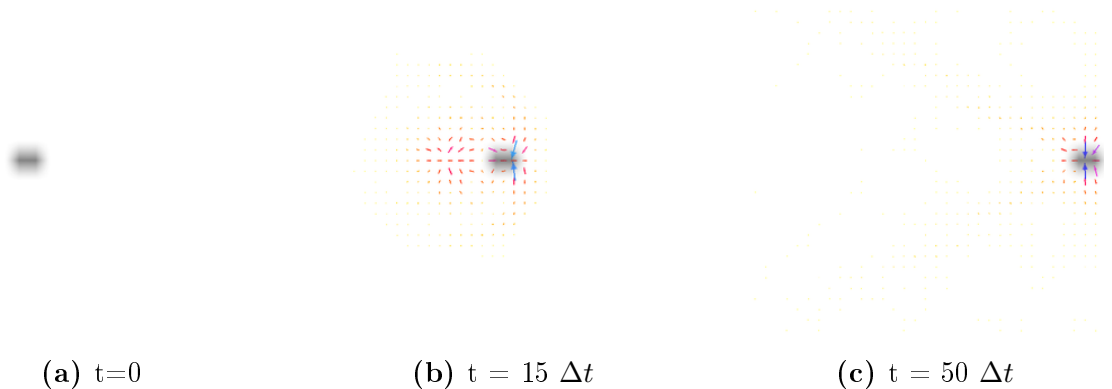


Abbildung 5.19: Genau wie in Abbildung 5.17 wurde hier ein Makroteilchen in verschwindendem elektromagnetischem Feld gestartet. Auch hier bildet sich neben dem korrekten elektrischen Feld um das Teilchen ein entgegengesetztes Feld um die Pseudoladung am Startpunkt aus. Diese wird in den folgenden Zeitschritten zu größeren Längenskalen diffundiert und kommt somit der korrekten Feldverteilung näher.

Zusätzlich zu den drei beschriebenen Methoden um die Felder in einem einfachen thermischen Plasma zu initialisieren, unterstützt der Code die Vorgabe von Hintergrundfeldern, zum Beispiel um das Plasma im gesamten Simulationsgebiet zu magnetisieren. Da diese Felder nicht selbstkonsistent zur Teilchenverteilung bestimmt werden müssen, ist die einfache Methode eines festen Startwertes ausreichend.

Über die Vorgabe statischer Felder hinausgehend erlaubt es der Code einige Wellenmoden in selbstkonsistenter Art und Weise zu initialisieren. Verfügbar sind der Hoch- und Niederfrequenzast der L- und R-Mode. Dies umfaßt insbesondere den Bereich der Alfvén-Wellen und der Whistler-Mode. Für weitere Details zu diesen Startbedingungen sei auf die Bachelorarbeit von Schreiner (2011) verwiesen.

Mit dieser Diskussion der Startbedingungen endet die Beschreibung der nötigen Bausteine um einen elektromagnetischen Particle-in-Cell Code zu erhalten. Da man die Mikrophysik im Plasma nicht nur simulieren will, sondern auch analysieren will, um neue Einsichten zu gewinnen, ist es nötig, zumindest manche der simulierten Größen zur späteren Auswertung zu speichern. Dies birgt insbesondere bei großen Simulationen ganz eigene Herausforderungen, die in Abschnitt 5.6.4 kurz angesprochen werden sollen.

5.3 Schema eines expliziten elektrostatischen PiC-Codes

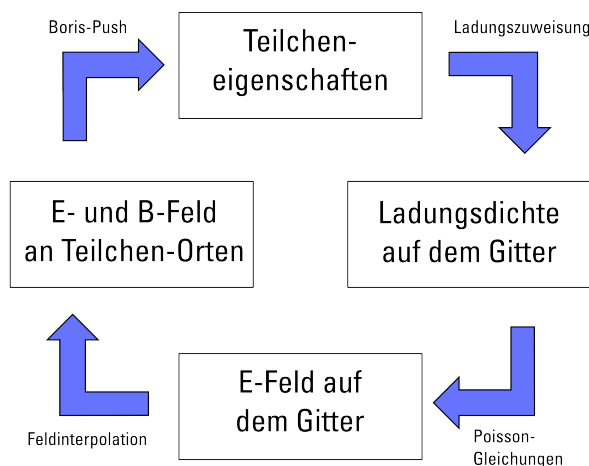


Abbildung 5.20: Grundlegender Aufbau eines elektrostatischen PiC-Codes aus den Zeitschritten für die Feldberechnung und Teilchenbewegung und den Interpolationsschritten für die Ladungsdichte und die lokalen Felder

Im vorangegangenen Kapitel ging es um den Aufbau des elektromagnetischen Simulationscodes, der auch für den Großteil der Simulationen in der vorliegenden Arbeit verwendet wurde. Dieser Code berücksichtigt die Auswirkungen der Ströme und die Erzeugung von elektromagnetischen Feldern. In manchen Anwendungen – z.B. wenn die hochfrequenten Wellenmoden nicht von Interesse sind und die Teilchen nichtrelativistische Geschwindigkeiten besitzen – kann man sich auf die elektrostatischen Felder beschränken. Diese Näherung erlaubt es einige Rechenzeit einzusparen, was auch erklärt, warum diese Klasse an Simulationscodes historisch gesehen vor den elektromagnetischen

Codes populär wurde und warum sich ein Großteil der grundlegenden Literatur (Birdsall u. Fuss (1997), Hockney u. Eastwood (1988)) damit beschäftigt.

Abbildung 5.20 skizziert den groben Ablauf eines Zeitschritts in einem elektrostatischen Code. Vergleicht man mit dem Ablauf eines elektromagnetischen Codes (Abbildung 5.1), so erkennt man neben der strukturellen Ähnlichkeit einige kleine Unterschiede. Statt der vektoriellen Stromdichte wird im elektrostatischen Code nur die skalare Ladungsdichte auf dem Gitter abgelegt. Aus dieser wird das elektrische Feld berechnet. Das magnetische Feld wird (sofern es überhaupt berücksichtigt wird) nicht selbstkonsistent berechnet, sondern wird zum Beginn der Simulation vorgegeben und ist zeitlich unveränderlich.

Um das elektrische Feld zu berechnen, lösen viele Codes nicht das Gaußsche Gesetz direkt, sondern lösen die Poisson-Gleichung für das elektrostatische Potential Φ und berechnen daraus das elektrische Feld. Eine Möglichkeit, das Potential zu bestimmen, bieten spektrale Verfahren, bei denen man die Tatsache nutzt, daß die Poisson-Gleichung

$$\nabla^2\Phi(\vec{x}) = -4\pi\rho(\vec{x}) \quad (5.43)$$

im Fourier-Raum zu einer analytischen Gleichung wird

$$v^2k^2\tilde{\Phi}(\vec{k}) = -4\pi\tilde{\rho}(\vec{k}), \quad (5.44)$$

die sich leicht lösen läßt. Dazu berechnet man mit einer FFT die Fourier-Darstellung $\tilde{\rho}(\vec{k})$ der Ladungsverteilung $\rho(\vec{x})$. Punktweise Multiplikation mit einem Faktor und eine zweite Fouriertransformation liefern das gesuchte $\Phi(\vec{x})$. Dieses kann zur Berechnung der elektrischen Felder sowie – zusammen mit der Ladungsverteilung – zur Berechnung der potentiellen Energie, die eine wichtige diagnostische Größe darstellt, verwendet werden. Alternativ kann man die Poisson-Gleichung über Multigridverfahren lösen. An dieser Stelle soll jedoch nicht auf die Vor- und Nachteile der einzelnen Methoden eingegangen werden, sondern nur die direkte Berechnung der elektrischen Felder im Fourier-Raum, wie sie im Code durchgeführt wird, beschrieben werden. Der Vorteil ist, daß man das elektrische Feld nicht aus finiten Differenzen des Potentials berechnet, was zu numerischen Fehlern bei kleinen Wellenlängen führt. Der Nachteil ist, daß man jede der drei Feldkomponenten getrennt zurück transformieren muß.

Auch diese Berechnung beginnt mit der Fouriertransformation der Ladungsverteilung $\rho(\vec{x})$, um $\tilde{\rho}(\vec{k})$ zu erhalten. Für diese (und alle weiteren) Fouriertransformationen verwendet der Code die MPI-parallelisierte FFT Bibliothek von Steve Plimpton (Sandia National Laboratories).

Für den nächsten Schritt vergegenwärtigt man sich, daß der Zusammenhang zwischen elektrischem Feld und Potential

$$\vec{E} = -\nabla\Phi \quad (5.45)$$

lautet, was sich ebenfalls leicht im Fourier-Raum darstellen läßt. Dort erhält man für jede Komponente des elektrischen Felds den Zusammenhang

$$\tilde{E}_i = -ik_i\tilde{\Phi}. \quad (5.46)$$

Damit läßt sich direkt die Fourier-transformierte Komponente des elektrischen Felds berechnen:

$$\tilde{E}_i(\vec{k}) = -4\pi\epsilon \frac{k_i}{k^2} \tilde{\rho}(\vec{k}). \quad (5.47)$$

Insgesamt sind also vier Fouriertransformationen nötig, um die drei Komponenten des elektrischen Felds zu berechnen.

In der tatsächlichen Implementierung ist es noch nützlich, folgende Substitutionen durchzuführen um die Lokalisierung der Ableitungsoperatoren zu verbessern und Gittereffekte zu reduzieren (siehe Birdsall u. Fuss 1997).

$$\begin{aligned} k_i &\rightarrow \kappa_i = k_i \frac{\sin(k_i \Delta x)}{k_i \Delta x}, \\ k^2 &\rightarrow K^2 = k^2 \left(\frac{\sin\left(\frac{k \Delta x}{2}\right)}{\frac{k \Delta x}{2}} \right). \end{aligned} \quad (5.48)$$

Mit dem neuen elektrischen Feld ist es möglich, die Kraftwirkung auf die Teilchen zu berechnen und damit die neue Geschwindigkeit und Position jedes Teilchens. Daraus berechnet sich die Ladungsdichte für den nächsten Zeitschritt und der Updatezyklus aus Abbildung 5.20 ist komplett.

Der Code für den Start und den Output kann quasi unverändert aus dem elektromagnetischen Code übernommen werden. Als wichtigster Unterschied bleibt noch zu nennen, daß der elektrostatische Code viel längere Zeitschritte verwenden kann. Da sich keine elektromagnetischen Wellen, die mit Lichtgeschwindigkeit propagieren, ausbreiten können, darf der Zeitschritt länger ausfallen, als vom CFL Limit im elektromagnetischen Code erlaubt. Dies ist insbesondere für sehr kalte Plasmen nützlich, bei denen durch die geringe thermische Geschwindigkeit die Debye-Länge und damit die Zellgröße und die Lichtlaufzeit durch eine Zelle extrem klein ausfällt. Die relevante Begrenzung entsteht durch die Forderung, daß Plasmaoszillationen durch mehrere Zeitschritte aufgelöst werden. Damit darf der Zeitschritt maximal eine Länge von

$$\Delta t < \frac{1}{2\omega_p} \quad (5.49)$$

haben.

5.4 Schema eines expliziten PiC-Codes in Darwin-Näherung

Genügt die Näherung eines elektrostatischen Codes nicht, so muß man nicht zwangsweise auf einen elektromagnetischen Code zurückgreifen. Vielmehr existiert die *Darwin-Näherung*⁵, die man als ersten Schritt einer Entwicklung der Maxwell-Gleichungen in

⁵Benannt nach Charles Galton Darwin, dem Enkel des Autor von „On the Origin of Species“. Der Namensgeber zeigte 1920, daß der Wechselwirkungs-Lagrangian zweier geladener Teilchen nicht nur

v/c von den statischen Feldern des elektrostatischen Grenzfalles hin zur vollständig elektromagnetischen Beschreibung betrachten kann. Teilchenbewegungen werden also nicht mehr völlig ignoriert, die Wellenausbreitung erfolgt aber so viel schneller als die Teilchenbewegung, daß Effekte der Lichtlaufzeit vernachlässigt werden können.

Alternativ kann man diese Näherung als technischen Kunstgriff betrachten, der die Möglichkeit elektromagnetischer Wellen aus den Maxwell-Gleichungen eliminiert. Dies ist von Interesse, da diese Wellenmoden mit ihrer hohen Ausbreitungsgeschwindigkeit den maximal möglichen Zeitschritt begrenzen und die Untersuchung von niederfrequenten Plasmaphänomenen, zu denen sie gar nicht beitragen, sehr erschweren.

Eine andere Sicht der Dinge ist, daß die Darwin-Näherung das Differentialgleichungssystem der Maxwell-Gleichungen von hyperbolischer zu elliptischer Form verändert. Daß all diese verschiedenen Sichtweisen zu den selben Gleichungen führen ist nicht unmittelbar einsichtig und der Nachweis erfordert einigen Aufwand, siehe Krause et al. (2007).

Um die Darwin-Näherung gut beschreiben zu können, ist es hilfreich, die Zerlegung von Vektorfeldern in einen longitudinalen und einen transversalen Anteil einzuführen.

$$\vec{F} = \vec{F}_L + \vec{F}_T. \quad (5.50)$$

Für den longitudinalen Anteil \vec{F}_L gilt dabei:

$$\nabla \times \vec{F}_L = 0 \Leftrightarrow \vec{k} \times \vec{F}_L = 0 \Leftrightarrow \vec{F}_L = \nabla \phi. \quad (5.51)$$

Der transversale Anteil \vec{F}_T hingegen erfüllt:

$$\nabla \cdot \vec{F}_T = 0 \Leftrightarrow \vec{k} \cdot \vec{F}_T = 0 \Leftrightarrow \vec{F}_T = \nabla \times \vec{A}. \quad (5.52)$$

Das *Helmholtz-Theorem* garantiert dabei, daß diese Zerlegung bis auf die Wahl des Potentialnullpunkts ϕ_0 eindeutig ist⁶. Mit dieser Notation lassen sich die veränderten Maxwell-Gleichungen, die die Darwin-Näherung beschreiben, kompakt formulieren:

$$\nabla \times \vec{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}_L}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j}, \quad (5.53)$$

$$\nabla^2 \vec{E}_T = \frac{1}{c} \nabla \times \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (5.54)$$

$$\nabla \cdot \vec{E}_L = 4\pi \rho, \quad (5.55)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0. \quad (5.56)$$

vom elektrostatischen Potential, sondern auch vom Vektor-Potential \vec{A} abhängen muß. Prinzipiell ist es nötig retardierte Potentiale zu betrachten, bis zur Ordnung v^2/c^2 ist dies jedoch nicht nötig. Obwohl diese methode ursprünglich hergeleitet wurde um die Auswirkung der Elektronen-Wechselwirkung auf das Linienspektrum zu studieren, ist sie auch für PiC-Simulationen, die über den rein elektrostatischen Fall hinausgehen wollen nützlich. Für weitere Details zur Herleitung sei der Leser auf Darwin (1920) und Jackson (1999) verwiesen.

⁶Dies entspricht der Wahl wie der Beitrag von \vec{F} bei $\vec{k} = \vec{0}$ auf den longitudinalen und den transversalen Anteil aufgeteilt wird.

Vergleicht man Gleichung 5.56 mit der Originalform in Gleichung 5.30, so fällt auf, daß die wesentliche Änderung die Vernachlässigung des transversalen elektrischen Felds im Ampèreschen Gesetzes ist.

Die große Herausforderung bei dieser Sorte von Code ist die Tatsache, daß man weder einfache Zeitentwicklungsgleichungen für das elektrische und magnetische Feld hat, noch alle Felder direkt aus Teilchengrößen berechnen kann. Der longitudinale Teil des elektrischen Felds und das Magnetfeld lassen sich aus der Ladungsdichte und dem elektrischen Strom berechnen. Für das transversale elektrische Feld jedoch ist die Lage komplizierter. Gleichung 5.56(b) läßt sich auch schreiben als

$$\nabla^2 \vec{E}_T = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial \vec{j}_T}{\partial t}. \quad (5.57)$$

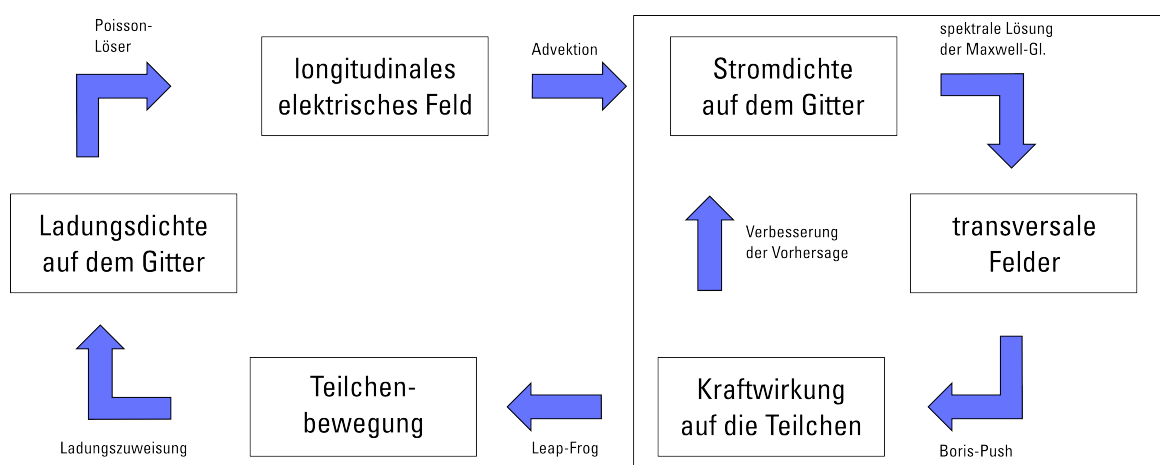


Abbildung 5.21: Aufbau eines PiC-Codes in Darwin-Näherung. Die Abhängigkeit zwischen Geschwindigkeitsänderung und transversalem elektrischem Feld läßt sich nicht einfach auflösen. Eine Möglichkeit ist ein Prädiktor-Korrektor-Schema, das drauf beruht, daß sich die Teilchengeschwindigkeit in jedem Zeitschritt nicht stark ändert. Die Teilschleife in der rechten Box konvergiert daher nach nur zwei oder drei Durchläufen.

Um die Änderung des transversalen Anteils des Stroms zu berechnen, benötigt man aber den neuen Strom und damit die neuen Teilchengeschwindigkeiten, die aber genau vom elektrischen Feld zwischen den Zeitschritten verändert werden. Eine Möglichkeit dieser Situation zu entkommen, ist ein Prädiktor-Korrektor-Verfahren. Abbildung 5.21 illustriert, wie damit ein Zeitschritt des PiC-Codes in Darwin-Näherung abläuft. Im ersten Schritt nimmt man an, daß die Teilchengeschwindigkeiten sich nicht ändern. Daraus berechnet man die neuen elektrischen und magnetischen Felder, die man auf die Teilchengeschwindigkeiten wirken läßt, um eine bessere Schätzung der neuen Geschwindigkeiten zu erhalten. Mit diesen kann man die elektrischen und magnetischen Felder genauer berechnen. Dieses Verfahren konvergiert zum Glück sehr schnell, so daß man

die Schleife üblicherweise nur zwei- oder dreimal durchlaufen muß. Für weitere Details der Implementierung sei auf Decyk (2011) verwiesen. Eine alternative Formulierung der Darwin-Näherung basierend auf den Potentialen ϕ und \vec{A} findet sich in Eremin et al. (2013).

Ein einzelner Zeitschritt in Darwin-Näherung ist wesentlich komplizierter als ein Zeitschritt eines elektromagnetischen Codes und erfordert für die Fouriertransformationen von Ladungsdichte und elektrischen Strömen, sowie die wiederholte Lösung der Feldgleichungen im Fourier-Raum und die Rücktransformation der elektrischen und magnetischen Felder wesentlich mehr Rechenaufwand. Im Gegenzug ist man jedoch nicht durch die Lichtlaufzeit durch eine Zelle begrenzt.

5.5 Schema eines impliziten elektromagnetischen PiC-Codes

Die Beschränkung von expliziten elektromagnetischen Particle-in-Cell Codes auf die kleinen Längenskalen der Elektronen und die kurzen Zeitskalen durch die Lichtlaufzeit in den kleinen Gitterzellen macht die Untersuchung von Phänomenen auf der Zeit- und Längenskala von Protonen oder gar schweren Ionen sehr rechenaufwendig. In einigen Fällen kann man zufriedenstellende Ergebnisse erhalten, indem man sich auf den elektrostatischen Fall oder die Darwin-Näherung beschränkt. Andere Probleme, wie zum Beispiel die Wechselwirkung einer Plasmarandschicht mit einer Radiowelle, bei der man die Ausbildung einer Oberflächenwelle erwartet, sind so nicht zugänglich.

Aus diesem Grund wurden numerische Verfahren entwickelt, die die Beschränkung des Zeitschritts durch bessere – und aufwendigere – Verfahren umgehen können. Die Arbeiten von Brackbill und Kollegen (Brackbill u. Forslund (1982), Vu u. Brackbill (1992) und Referenzen darin) haben dabei eine wichtige Rolle gespielt.

Das Problem ist – wie man schon vermuten kann, wenn man bedenkt daß das CFL-Kriterium der limitierende Faktor ist – der Algorithmus, der die Maxwell-Gleichungen löst, um die Felder im neuen Zeitschritt zu berechnen. Dies wird durch die Kopplung zwischen Teilchen und Feldern wesentlich erschwert. Glücklicherweise hängen die Felder von Teilchendichte und Geschwindigkeiten ab; höhere Momente der Teilchenverteilung tauchen nicht auf. Für die implizite Methode berechnet man daher Näherungen der Ladungsdichte und Ströme aus den Teilcheneigenschaften im gegenwärtigen Zeitschritt und den Feldern zu dieser Zeit und verwendet diese in der Bestimmungsgleichung für die Felder im nächsten Zeitschritt.

Um dieses Vorgehen zu illustrieren, wird im Folgenden erläutert, wie das semi-impliziten Verfahren funktioniert, das in Petrov u. Davis (2011) diskutiert wurde und das aufbauend auf dem expliziten ACRONYM PiC Code in der Arbeitsgruppe implementiert wurde (siehe Kempf et al. 2013). Ausgangspunkt der Überlegungen ist die Gleichung 5.18, die die Lorentz-Kraft auf ein Teilchen beschreibt. Zusammen mit dem Vektor $\vec{\Omega}$, der das Magnetfeld und seine Vorfaktoren zusammenfasst, läßt sich diese Gleichung schreiben

als:

$$\vec{v}^{t+1/2} - \vec{v}^{t-1/2} = \frac{q}{m} \vec{E}^t \Delta t + \vec{v}^{t+1/2} \times \vec{\Omega}^t + \vec{v}^{t-1/2} \times \vec{\Omega}^t. \quad (5.58)$$

Anstatt nun wie beim Boris-Push die Gleichung in eine Beschleunigung durch das elektrische Feld, eine Drehung durch das Magnetfeld und eine abschließende Beschleunigung durch das elektrische Feld zu zerlegen, betrachtet man das Kreuzprodukt mit $\vec{\Omega}$ als eine Matrixmultiplikation. Diese kann man mit einer Einheitsmatrix zusammenfassen und invertieren. Die resultierende Matrix wird \hat{T} genannt und ist in Gleichung (6) von Petrov u. Davis (2011) ausgeschrieben dargestellt. Mit dieser kann man die Gleichung nach der neuen Geschwindigkeit auflösen und erhält

$$\vec{v}^{t+1/2} = \hat{T} \left(\frac{q}{m} \vec{E}^t \Delta t + \vec{v}^{t-1/2} + \vec{v}^{t-1/2} \times \vec{\Omega} \right). \quad (5.59)$$

Dies ist rechnerisch aufwendiger als der Boris-Push, erlaubt uns aber im nächsten Schritt den Strom \vec{j}^t durch die Ladung und die gemittelte Teilchengeschwindigkeit auszudrücken:

$$\vec{j}^t = \frac{q}{2} \left(\hat{T} \left(\frac{q}{m} \vec{E}^t \Delta t + \vec{v}^{t-1/2} + \vec{v}^{t-1/2} \times \vec{\Omega} \right) + \vec{v}^{t-1/2} \right). \quad (5.60)$$

Den Ausdruck für den Strom kann man nun in zwei Teile zerlegen. Der erste Term beschreibt die Wirkung des elektrischen Felds auf die Teilchen. Da die Teilchen sich im Magnetfeld befinden, ist dieser Term komplizierter als eine einfache Verschiebung längs des elektrischen Felds, was sich im Tensor \hat{T} niederschlägt. Der zweite Term wird als $\delta\vec{j}^t$ bezeichnet und fasst alle weiteren Terme aus Gleichung 5.60 zusammen. Mit dieser Abkürzung erhält man:

$$\vec{j}^t = \frac{q^2 \Delta t}{2m} \hat{T} \vec{E}^t + \delta\vec{j}^t. \quad (5.61)$$

Mit diesem Ausdruck für den Strom kann man nun die Zeitentwicklungsgleichung für das elektrische Feld erneut betrachten. Diese ist in 5.32 gegeben. Der entscheidende Schritt für die Entwicklung des impliziten PiC Codes ist, daß man das elektrische Feld, das in den Strom auf der rechten Seite der Gleichung eingeht, durch den Mittelwert aus dem alten und dem neuen – noch zu berechnenden – elektrischen Feld schreibt, ähnlich wie bei der impliziten Bestimmungsgleichung für das Teilchenupdate.

$$\frac{\vec{E}^{t+1/2} - \vec{E}^{t-1/2}}{\Delta t} = c \nabla \times \vec{B}^t - 4\pi \frac{q^2 \Delta t}{2m} \hat{T} \frac{\vec{E}^{t+1/2} + \vec{E}^{t-1/2}}{2} - 4\pi \delta\vec{j}^t. \quad (5.62)$$

Der Einfachheit halber fasst man den Tensor \hat{T} mit einigen Vorfaktoren zu einem neuen Tensor \hat{S} zusammen

$$\hat{S} = \frac{\pi q^2 \Delta t^2}{m} \hat{T} \quad (5.63)$$

und erhält so

$$\left(\mathbf{1} + \hat{S}\right) \vec{E}^{t+1/2} = \left(\mathbf{1} - \hat{S}\right) \vec{E}^{t-1/2} + \left(c\nabla \times \vec{B}^t - 4\pi\delta\vec{j}^t\right). \quad (5.64)$$

Um damit das neue elektrische Feld zu erhalten, berechnet man für alle Teilchen $\delta\vec{j}^t$ und \hat{S} und gewichtet sie mit dem üblichen Formfaktor auf das Gitter. Wenn dies geschehen ist, kann man $\mathbf{1} + \hat{S}$ invertieren (dies ist per Konstruktion immer möglich) und aus den alten elektrischen und magnetischen Feldern und den Teilcheneigenschaften das neue elektrische Feld berechnen. Dies ist wesentlich aufwendiger als im expliziten Code und dauert pro Zeitschritt etwa eine Größenordnung länger. Dafür sind die Zellgrößen aber nicht mehr an die Debye-Länge gebunden und können ein bis zwei Größenordnungen größer als im expliziten Code gewählt werden. Die Zeitschritte sind im Falle dieses semi-impliziten Codes immer noch an das CFL-Limit gebunden, können aber durch die größeren Zellen wesentlich länger ausfallen, so daß man bei der Simulation von langwelligeren, niederfrequenten Phänomenen unter dem Strich Rechenzeit einspart.

5.6 Weitere technische Überlegungen

5.6.1 Filterung von Quelltermen

Betrachtet man die Speicherung von Feldgrößen auf einem festen räumlichen Gitter so ist relativ offensichtlich, daß dies mit Artefakten einhergehen muß. Ein solches Artefakt ist die Quantisierung der möglichen \vec{k} Vektoren in Abständen von $\pi N_x^{-1} \Delta x^{-1}$ und die Existenz einer höchsten aufgelösten Wellenzahl $k_{\max} = \pi/\Delta x$. Eine Folge des Sampling Theorem ist, daß räumliche Schwankungen auf kürzeren Skalen durch das Gitter wie Schwankungen auf einer längeren Skala erscheinen. Dieser Effekt wird *Aliasing* genannt und kann zu unphysikalischen Effekten führen, z.B. wenn kleinskalige Ladungsschwankungen fälschlicherweise bei größeren Längenskalen wiedergegeben werden. Um diesen Effekt zu unterdrücken, ist es möglich, hohe räumliche Frequenzen nahe am Cutoff durch einen Filter zu unterdrücken. Alle physikalischen Prozesse sollten bei größeren, gut aufgelösten Wellenlängen stattfinden und von dieser Filterung unbetroffen sein. Bei spektralen elektrostatischen Codes bietet es sich an, $\tilde{\rho}$ im Fourier-Raum zu filtern. Bei elektromagnetischen Codes ist es effizienter, die Filter durch Faltung mit einem kompakten Stenzil durchzuführen. Im einfachsten Fall genügt ein Dreipunktfilter der Form

$$\left(\frac{1-\alpha}{2}, \alpha, \frac{1-\alpha}{2}\right).$$

Der Frequenzgang eines solchen Filters ist (siehe Vay et al. 2011)

$$g(k, \alpha) = \alpha + (1 - \alpha) \cdot \cos(k \Delta x).$$

Um Aliasing bei k_{\max} zu unterdrücken, bietet es sich an, $\alpha = 1/2$ zu verwenden. Möchte man einen größeren ungedämpften Bereich haben, so rentiert sich ein zweiter Durchgang mit $\alpha = 3/2$. Da der Filter eine lineare Operation ist, macht es keinen Unterschied

bei mehrdimensionalen Simulationen, ob man einzelne Durchläufe für jede Dimension verwendet, oder ob man einen größeren Stenzil verwendet. Weitere Überlegungen zur Filterung finden sich in Vay et al. (2011).

5.6.2 Adaptive Teilchen

Bei der Herleitung der Bewegungsgleichungen durch Momentenbildung der Vlasov-Gleichung hatten wir aus dem 0. Moment Gleichung 5.5 erhalten. Berücksichtigt man jedoch, daß die Vlasov-Gleichung eigentlich für die Summe aller Phasenraumelemente f_i als Näherung für die kontinuierliche Phasenraumdicke f_α gilt, so muß die Gleichung vollständigerweise lauten:

$$\frac{\partial}{\partial t} \sum_i w_i = 0. \quad (5.65)$$

Was sich also nicht ändern darf, ist die Summe aller Makrofaktoren. Es bleibt als zusätzliche, bisher unberücksichtigte Freiheit die Möglichkeit, die Anzahl und Gewichtung einzelner Makroteilchen zu verändern. Insbesondere können Makroteilchen an interessanten Stellen des Phasenraums – weit über der thermischen Geschwindigkeit oder in der Nähe einer Phasenraum-Separatrix – durch mehrere dicht gruppierte Makroteilchen kleineren Makrofaktors ersetzt werden, um die Abdeckung an dieser Stelle zu verbessern. Im einfachsten Fall wird hierzu bei jeder Teilchenbewegung jedes Teilchen, das die Grenzggeschwindigkeit überschreitet, in zwei gleiche Hälften geteilt, die einen Bruchteil einer Zellgröße in der Richtung senkrecht zum lokalen elektrischen und magnetischen Feld gegeneinander versetzt werden. Auf diese Art und Weise bleiben die Position des Schwerpunkts, der Gesamtimpuls und die Gesamtenergie erhalten. Ein etwas komplizierteres Verfahren ist in Lapenta u. Brackbill (1994) beschrieben.

Die Vereinigung von Makroteilchen in Bereichen mit mehr numerischen Teilchen, als für die gewünschte Genauigkeit nötig sind, ist komplizierter. Für die einfache Addition zweier Teilchen ist eine Suche nach einem Partner, der sich sehr nahe im Phasenraum befindet, nötig. Dieses Verfahren wurde von Shon et al. (2001) verwendet. Da eine solche Suche in drei Dimensionen aufwendig sein kann, gibt es Codes, die für Zellen mit zu hohen Teilchenzahlen numerisch die ersten Momente der Verteilungsfunktion ausrechnen und dann die gewünschte kleinere Anzahl an Makroteilchen zufällig so ziehen, daß die Momente der Verteilungsfunktion reproduziert werden. Beschreibungen finden sich etwa in Welch et al. (2007) oder Martin u. Cambier (2012).

5.6.3 Parallelisierung

Durch die Simulation der kompletten Mikrophysik im Versuch, die interessante Makrophysik als emergentes Verhalten zu erreichen, sind Simulation mit Particle-in-Cell Codes extrem rechenaufwendig. Eine typische Simulation im Rahmen der vorliegenden Arbeit enthält 10^7 Zellen mit 10^9 Teilchen. Selbst gut optimierte Codes schaffen die Berechnung eines neuen Zeitschritts nur für einige 10^5 Teilchen pro Sekunde. Typische Simulationsdauern liegen aber im Bereich von 10^4 Zeitschritten. Um nun nicht ein Jahr auf ein

Simulationsergebnis warten zu müssen, ist es nötig, den Rechenaufwand auf mehr als eine CPU zu verteilen. Verteilt man die gleiche Simulation auf einige tausend CPUs und schafft man es, eine hinreichende Parallelisierungseffizienz zu erreichen, so läuft die gleiche Simulation binnen eines Tages.

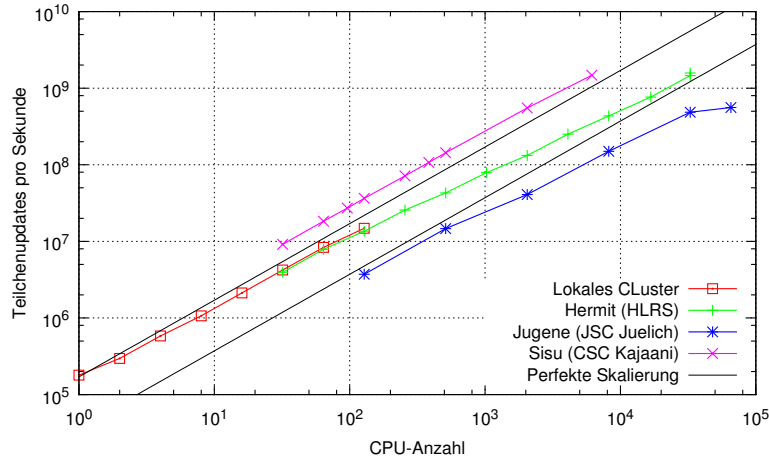


Abbildung 5.22: Zuwachs der Simulationsleistung bei Erhöhung der CPU-Anzahl bei konstanter Arbeitsmenge pro CPU (*Weak Scaling*). Der Test erfolgt ohne Teilchenoutput aber mit vollem Feldoutput in 4% der Zeitschritte. Dies begrenzt letzten Endes die Skalierbarkeit auf Jugene. Ohne Output skaliert der Code auf diesem Rechner bis 2^{16} CPUs. Modernere Rechner, wie Hermit oder Sisu, erreichen höhere Rechenkraft bei kleineren CPU-Anzahlen, was die IO-Probleme durch Lock-Contention mildert und zu höherer Parallelisierungseffizienz führt.

Der Code erreicht die Arbeitsverteilung über viele CPUs durch eine Zerlegung des Simulationsgebiets in einzelne Teilgebiete. Jede CPU simuliert nur die Teilchen in ihrem Teilgebiet. Teilchen, die die Gebietsgrenzen überschreiten, sowie die Werte der elektromagnetischen Felder an den Gebietsgrenzen werden per MPI zwischen benachbarten CPUs kommuniziert. Dadurch, daß jede CPU nur mit den (maximal) 26 direkten Nachbarn kommuniziert, skaliert dieses Verfahren sehr gut auf modernen Supercomputern mit Torus-Interconnect. Abbildung 5.22 zeigt, wie gut der Code ohne maschinenabhängige Optimierungen von einzelnen CPUs, über ein kleines lokales Cluster, zu mehreren zehntausend CPUs skaliert.

Abbildung 5.23 illustriert die Zerlegung des Simulationsgebiets auf (hier acht farbkodierte) CPUs. Allgemein wird das Simulationsgebiet kartesisch aufgeteilt. Jede Achse wird in Teilintervalle geteilt:

$$\begin{aligned}
 X &= [0 \dots N_x - 1] \rightarrow [0, a_1 - 1] \cup [a_1, a_2 - 1] \cup \dots \cup [a_l, N_x - 1], \\
 Y &= [0 \dots N_y - 1] \rightarrow [0, b_1 - 1] \cup [b_1, b_2 - 1] \cup \dots \cup [b_m, N_y - 1], \\
 Z &= [0 \dots N_z - 1] \rightarrow [0, c_1 - 1] \cup [c_1, c_2 - 1] \cup \dots \cup [c_n, N_z - 1].
 \end{aligned}
 \tag{5.66}$$

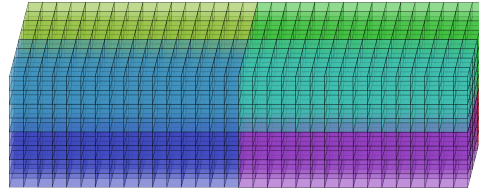


Abbildung 5.23: Das Simulationsgebiet wird auf mehrere hier farbkodiert dargestellte CPUs verteilt. Jedes einzelne Gebiet enthält einzelne Gitterzellen. Die Größe der Gitterzellen ist im ganzen Simulationsgebiet konstant, die Anzahl der Gitterzellen pro CPU allerdings nicht unbedingt, auch wenn es sich für ein homogenes Plasma anbietet.

Der gesamte Koordinatenraum wird durch das kartesische Produkt aufgespannt:

$$\begin{aligned}
 X \times Y \times Z = & [0, a_1 - 1] \times [0, b_1 - 1] \times [0, c_1 - 1] \cup \\
 & [0, a_1 - 1] \times [0, b_1 - 1] \times [c_1, c_2 - 1] \cup \\
 & \vdots \\
 & [a_1, N_x - 1] \times [b_m, N_y - 1] \times [c_n, N_z - 1].
 \end{aligned} \tag{5.67}$$

Jede dieser einzelnen Teilmengen wird genau einer CPU zugeordnet. Die Verteilung, welche CPU welches Teilgebiet simuliert, wird dabei der MPI Implementation überlassen, welche üblicherweise dafür sorgt, daß benachbarte Gebiete kommunikationstechnisch günstig zu liegen kommen. Der Code startet mit anfänglich gleich vielen Zellen auf jeder CPU, unterstützt aber das loadbalancing zwischen MPI Threads. Dies geschieht durch Veränderung der Lage der achsparallelen Schnitte durch das Simulationsgebiet, also durch Veränderung der a , b oder c in Gleichung 5.66. Dies ist eine gewisse Einschränkung im Vergleich zu einer freien Verschiebung von Grenzen zwischen Teilgebieten, sorgt aber für eine konstante Anzahl an benachbarten CPUs und überschaubaren Code, der die Übergänge eines Simulationsgebiets und der darin enthaltenen Teilchen an die neu zuständige CPU übernimmt. Die Größe der einzelnen Gitterzellen ist durch die Debye-Länge gegeben und sowohl zeitlich als auch im gesamten Simulationsgebiet konstant.

5.6.4 Output

Output ist in Simulationscode ein notwendiges Übel⁷. Man muß mindestens eine Teilmenge der berechneten Daten ausgeben, um sie zu analysieren, sie graphisch darzustellen und neue Einsichten zu gewinnen. Auf der anderen Seite steht der Ausspruch von Ken Batcher: „A supercomputer is a device for turning compute-bound problems into I/O-bound problems.“ Es gilt also, Output möglichst zu vermeiden (die Simulationsbeschreibung als Input ist meist klein und unproblematisch) und ihn, wenn nötig, möglichst effizient durchzuführen. Aus diesem Grund erlaubt der ACRONYM Code eine

⁷Schon Hockney (1966) bemängelt, daß Output Zeit kostet, die man besser für die Berechnung weiterer Zeitschritte nutzen könnte.

feinmaschige Kontrolle über die Häufigkeit von verschiedenen Output-Arten, um nur die benötigten Informationen dauerhaft zu speichern. Diese sollen im Folgenden getrennt charakterisiert werden.

Makroskopische Variablen

Die kleinste zu speichernde Datenmenge verursacht der Output von aggregierten, makroskopischen Größen. Zu diesen gehören die kinetische Energie der Teilchen, die Energien der elektrischen und magnetischen Felder (einmal für die drei Komponenten getrennt und einmal aggregiert) und die Gesamtenergie. Diese Größen erlauben es, viele numerische Probleme auf einen Blick zu erkennen, da der PiC Code per Konstruktion den Gesamtimpuls erhält und die Gesamtenergie nur erhalten ist, solange die getroffenen Modellannahmen zutreffen. Auch das Anwachsen von physikalischen Instabilitäten, oder die Produktion von Wellenmoden läßt sich gut erkennen. Die Gesamtenergie bleibt bei diesen Vorgängen gut erhalten, es findet jedoch eine Umschichtung der genannten Einzelenergien statt. Ganz ähnlich funktioniert auch die Ausgabe der Impulse von Teilchen und Feldern. Da bei dieser Sorte von Output nur kleine Datenmengen anfallen, erfolgt die Speicherung in Textdateien mit einer Zeile pro Zeitschritt und einer Spalte pro Größe.

Eindimensionale Feldgrößen

Genügt es nicht, die Energie im elektrischen Feld zu kennen, so bietet sich als nächst-detailliertere Möglichkeit die Ausgabe von Feldern an, die auf eine Dimension reduziert wurden. Statt dem vollen dreidimensionalen $E_i(x, y, z)$ schreibt man also die drei achsparallelen Projektionen

$$\bar{E}_i(x) = \frac{\sum_{y,z} E_i(x, y, z)}{N_y \cdot N_z}, \quad \bar{E}_i(y) = \frac{\sum_{x,z} E_i(x, y, z)}{N_x \cdot N_z} \quad \text{und} \quad \bar{E}_i(z) = \frac{\sum_{x,y} E_i(x, y, z)}{N_x \cdot N_y}.$$

Für zweidimensionale Simulationen ist $N_z = 1$ und die Summation in dieser Richtung trivial. Für jedes Vektorfeld werden alle drei Komponenten getrennt gemittelt und ausgegeben. Zur Auswahl stehen, außer dem elektrischen Feld, das magnetische Feld, die Ladungsdichte, die elektrische Stromdichte, die Massendichte und ihre Ströme und die Anzahldichte.

Die eindimensionalen Größen sparen durch ihren Verzicht auf die räumliche Auflösung in zwei Richtungen in vielen Fällen einen Faktor 1000 oder mehr an Speicherplatz und benötigter IO-Bandbreite bzw. IO-Zeit. Entsprechend öfter kann man sich Output dieser Art leisten, was die Auflösung in zeitlicher Richtung verbessert.

Insbesondere für Dispersionsrelationen, bei denen man sich im Normalfall sowieso nur für die Wellenvektoren exakt parallel und senkrecht zum achsparallelen Hintergrundmagnetfeld interessiert, sind diese eindimensionalen Feldgrößen extrem hilfreich. Neben der Speicherersparnis profitiert man in diesem Fall davon, daß die Mittelung über die beiden vernachlässigten Richtungen nicht beim Plotten von einer einzelnen CPU durchgeführt wird, sondern von allen, die die Simulation durchführen, gemeinsam. Dementsprechend schneller hat man nach dem Simulationseende die geplotteten Ergebnisse.

Dreidimensionale Feldgrößen

In manchen Fällen reicht es nicht aus die reduzierten Felddaten zu speichern, zum Beispiel wenn man räumliche Strukturen wie Flussschläuche oder Current-Sheets analysieren möchte, oder das Verhalten entlang eines nicht achsparallelen \vec{k} untersuchen möchte. Auch Schnappschüsse, die die Wiederaufnahme einer Simulation zu einem fortgeschrittenen Zeitschritt erlauben, benötigen die volle Information über die elektrischen und magnetischen Felder (und die Teilchen), um den Simulationszustand nach einem Neustart wieder laden zu können.

Um die großen Datenmengen effizient wegzuschreiben und gut handhabbar zu speichern, wird das HDF5 Datenformat verwendet. Es handelt sich dabei um ein selbstbeschreibendes Datenformat, das im Inneren der Datei eine Baumstruktur aus Daten und Metadaten enthält. Alle CPUs der Simulation schreiben parallel eine gemeinsame Datei. Darin befinden sich die Daten gruppiert nach Zeitschritten und Feldarten.

Ebenfalls in dieser HDF5 Datei befinden sich eine Kopie der Simulationsbeschreibung und wichtige daraus abgeleitete Größen, wie Δx und Δt . Dies dient einerseits der Möglichkeit, eine Simulation fortzusetzen und erleichtert andererseits die Auswertung.

Momente der Teilchenverteilung

Neben den Informationen über die Felder sind auch Informationen über die Teilcheneigenschaften wichtig. (Wenn dem nicht so wäre, hätte man sich nicht die Mühe einer kinetischen Simulation machen müssen.) Außer den vollen Informationen über jedes einzelne Teilchen, bietet der Code jedoch auch die Möglichkeit, sich für jede Spezies die zentralen Momente der Teilchenverteilung bis zur zweiten Ordnung ausgeben zu lassen. Das nullte Moment (die Teilchenzahl) ist bei Problemen mit dem Code, absorbierenden Wänden oder adaptiven Teilchenzahlen interessant. Die drei Momente erster Ordnung liefern die drei Komponenten der Driftgeschwindigkeit. Von den neun Momenten zweiter Ordnung liefern die drei Diagonalterme die drei Temperaturen. Der Fall anisotroper Temperatur ist insbesondere für Instabilitäten, wie die Weibel-Instabilität, interessant. Die symmetrischen restlichen Terme liefern die drei Korrelationen zwischen den Geschwindigkeitskomponenten. Sämtliche Momente können sowohl auf das Gitter deponiert werden (was bei vielen Teilchen pro Zelle wesentlich weniger Output erzeugt als die Ausgabe sämtlicher Teilchen), als auch als globales Mittel über alle Teilchen einer Spezies.

Daten der Einzelteilchen

Die Momente der Teilchenverteilung bieten einen ersten Überblick über die Teilchendynamik. Falls man jedoch die Geschwindigkeitsverteilung oder Phasenraumdiagramme plotten möchte, so benötigt man mehr Informationen. Diese lassen sich aus dem vollständigen Teilchenoutput entnehmen, der auch dazu verwendet wird die Teilchen bei einer Wiederaufnahme der Simulation zu laden.

Im Gegensatz zum Format der Feldinformationen gibt es für die Teilchendaten mehrere Dateiformate. Der Grund ist hier, daß sich durch die schlichte Menge an Output und die damit verbundenen Performance-Probleme selbst kleine Optimierungen rentieren. Zwei

der Formate basieren ebenfalls auf dem HDF5 Format, im Gegensatz zu den Felddaten wird jedoch pro Zeitschritt und CPU eine neue Datei begonnen. Die Formate sind mit Metadaten ausgestattet und selbstbeschreibend. Da es bei sehr großen Mengen an Teilchen oder MPI-Threads zu Performance-Problemen gekommen ist, gibt es zusätzlich noch ein „rohes“ Datenformat, bei dem jede CPU ihren Speicherinhalt mit einem minimalen Header via MPI-IO ablegt. Dieses Format ist unhandlicher beim Auswerten und garantiert keine Portabilität über Rechengrenzen hinweg, ist aber wesentlich schneller beim Schreiben von Restart-Points.

6 Validierung

6.1 Design des Test-Problems

Das vorangegangene Kapitel stellt eine Auswahl an Methoden dar, die im Rahmen der vorliegenden Arbeit implementiert wurden. Um diese zu testen, miteinander zu vergleichen und hinsichtlich ihres Nutzens für die Simulation von Schockfronten zu bewerten, ist es nötig, ein Test-Problem festzulegen. Die Wahl fiel hierbei auf die Wellenmoden, die von den thermischen Fluktuationen im Plasma angeregt werden und Eigenmoden des Maxwell-Vlasov-Gleichungssystems darstellen. Die Dispersionsrelationen dieser Moden und deren Anregungsstärke sind aus analytischen Rechnungen bekannt. Da die Wellenmoden ein emergentes Phänomen aus dem Zusammenspiel von Lorentz-Kraft und Maxwell-Gleichungen sind, werden Teilchenbewegung, Maxwell-Löser und Stromzuweisung gleichzeitig getestet. Die Wahl von Hintergrundmagnetfeld und longitudinalen/transversalen Wellen erlaubt es, die Wirkung von externen und selbstkonsistent erzeugten Feldern zu unterscheiden. Für niederfrequente Wellen kann man außerdem untersuchen, wie sich reduzierte Plasma-Modelle verhalten, die die Maxwell-Gleichungen in elektrostatischer oder Darwin-Näherung enthalten. Die Parameter dieser Simulationen sind in Tabelle 6.1 angegeben. Sie sind so gewählt, daß keine relativistischen Effekte zu erwarten sind und selbst ein einzelner Computer in wenigen Stunden gut aufgelöste Ergebnisse liefern kann.

Parameter	Kürzel	Wert	Einheit
Simulationsdauer	N_t	10400	Δt
		200	$\omega_{p,e}^{-1}$
Länge	N_x	2048	Δx
Breite	N_y, N_z	8	Δx
Teilchen	ppc	8	Δx^{-3}
Massenverhältnis	m_p/m_e	1836	
thermische Geschwindigkeit	$v_{th,e}$	0,05	c
Plasmafrequenz	$\omega_{p,e}$	10^9	1/s

Tabelle 6.1: Parameter der Testsimulationen

Um die Simulationen reproduzierbar zu machen und einen Vergleich mit anderen Codes zu erlauben, ist eine kurze Erklärung, wie die spektrale Energiedichte berechnet wurde, nützlich. Als Beispiel dient eine Komponente des elektrischen Felds (hier E_y), dessen Verteilung in Abhängigkeit von k_x und ω untersucht werden soll. (Bei dieser Wahl sollten transversale elektromagnetische Wellen sichtbar sein.) Zuerst wurden die Felddaten für

jeden Zeitschritt t_i über die beiden kurzen Raumrichtungen gemittelt, um $E_y(x, t_i)$ zu erhalten. Eine eindimensionale Fouriertransformation entlang der verbliebenen Raumachse liefert $\tilde{E}(k_x, t_i)$. Wenn diese Größe für alle Zeitschritte berechnet ist, folgt eine Fouriertransformation in der Zeit, um $\tilde{E}(k_x, \omega)$ zu erhalten. Das Betragsquadrat dieser Größe entspricht der Energiedichte in erg/cm^3 . Abbildung 6.1 illustriert dieses Vorgehen und zeigt auch, daß die Reduktion auf $E_y(x, t_i)$ noch im Simulationscode erfolgt, die weiteren Schritte aber von der Analysepipeline nach dem Ende der Simulation übernommen werden. Um die Größe der HDF5-Datei zu verringern und nicht auf Output warten zu müssen, kann der Output mit reduzierter Auflösung in x oder nur gelegentlich, z.B. alle 15 Schritte, erfolgen. Dies verringert natürlich den nutzbaren k - bzw. ω -Bereich, welcher aber insbesondere für niederfrequente Wellenmoden immer noch völlig ausreicht.

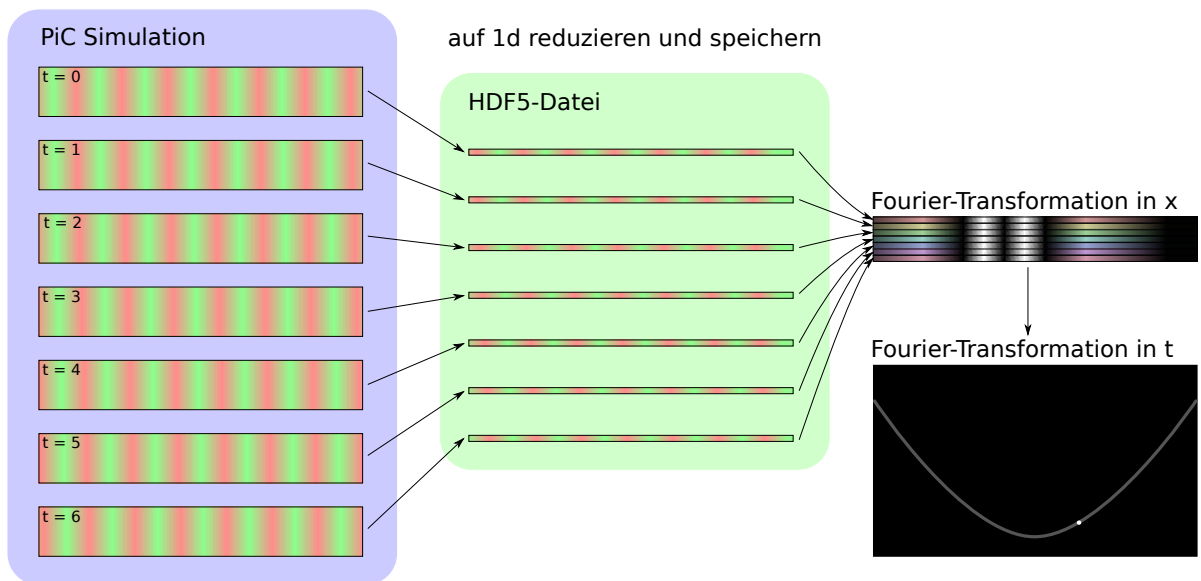


Abbildung 6.1: Vorgehen, um von einer Komponente des elektrischen Felds $E_y(x, t)$ zur spektralen Energieverteilung $\tilde{E}(k_x, \omega)$ zu kommen.

Zusätzlich zur spektralen Verteilung der Energiedichte wurde die Energieerhaltung untersucht.

6.2 Maxwell-Solver

In Abschnitt 5.2.5 wurde erläutert, daß es verschiedene Algorithmen gibt, um die elektromagnetischen Felder im nächsten Zeitschritt mit Hilfe einer diskretisierten Form der Maxwell-Gleichungen zu lösen. Um deren Einfluss zu untersuchen, wurden ansonsten identische Testsimulationen mit den unterschiedlichen Algorithmen durchgeführt und das elektrische Feld wie in 6.1 beschrieben analysiert. Die resultierenden spektralen Energiedichten sind in Abbildung 6.2 für die unterschiedlichen Maxwell-Löser aufgetragen.

Energie in E_y für verschiedene Maxwell-Solver

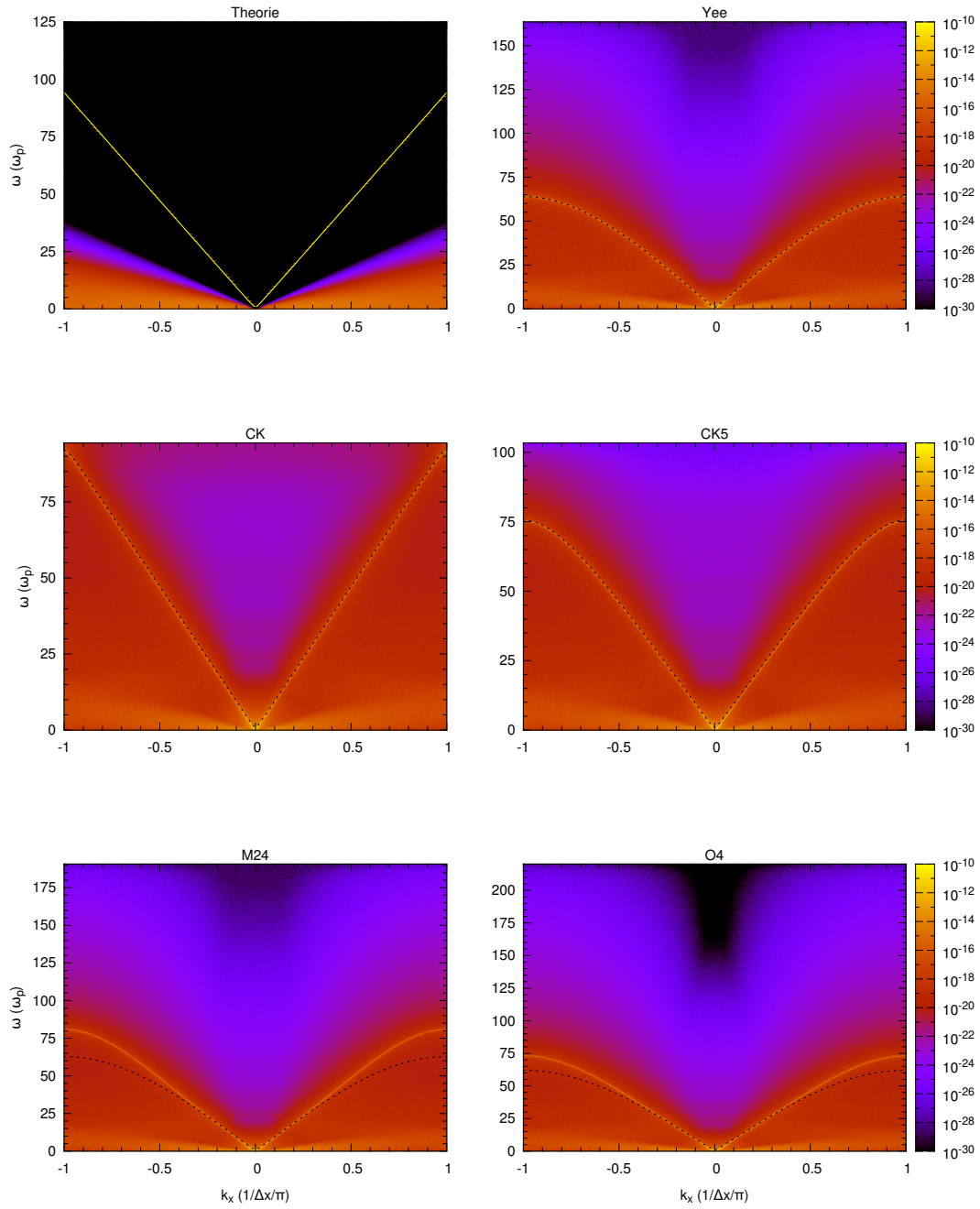


Abbildung 6.2: Auswirkung verschiedener Maxwell-Löser auf die Energieverteilung im transversalen elektrischen Feld. Eine Erklärung der Unterschiede findet sich im Text.

Links oben ist die Energieverteilung, die man für ein unmagnetisiertes Plasma im thermischen Gleichgewicht erwartet, anhand von Gleichung 3.27 geplottet. Man erkennt deutlich die elektromagnetische Mode und die niederfrequenten Fluktuationen unterhalb der Ionenschallgeschwindigkeit. Um der Tatsache Rechnung zu tragen, daß das simulierte Plasma mit jedem Makroteilchen 39 Millionen physikalische Teilchen repräsentiert, wurde die Vorhersage mit diesem Makrofaktor reskaliert.

Rechts daneben ist der standardmäßig verwendete *Yee-Zeitschritt* gezeigt. Der Cutoff der elektromagnetischen Mode bei $\omega_{p,e}$ ist in der gewählten Auftragung nicht gut zu erkennen, existiert aber bei der korrekten Frequenz. Die Tatsache, daß die Dispersionsrelation für große $|k_x|$ keinen linearen Anstieg zeigt, sondern abknickt, ist für ein einfaches Verfahren zweiter Ordnung zu erwarten. Die gestrichelte Linie zeigt die Vorhersage von Gleichung 5.2.5 für diesen Fall und beschreibt das beobachtete Verhalten sehr gut.

Rechts unten ist das Resultat mit dem *Maxwell-Löser 4.Ordnung* gezeigt. Der erste Unterschied der auffällt ist, daß ein anderer Frequenzbereich gezeigt ist. Dies liegt daran, daß Zellen mit einem größeren Abstand in die Näherung der Rotation eingehen, was aufgrund des CFL-Kriteriums einen kleineren Zeitschritt erzwingt. Dies bedeutet umgekehrt, daß höhere Frequenzen in der Simulation vorhanden sind. Da eine konstante Anzahl an Zeitschritten verwendet wurde¹ geht die Abdeckung höherer Frequenzen zu Lasten der Auflösung bei niedrigen Frequenzen. Da bei einer Schocksimulation alle Prozesse bei Frequenzen deutlich unterhalb der Plasmafrequenz ablaufen, ist das Verfahren 4. Ordnung für diesen Anwendungsfall ineffizienter.

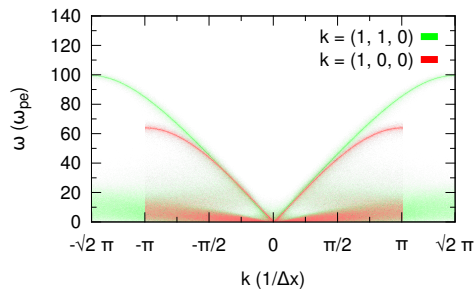
Das Verfahren 4. Ordnung bringt auch bei der Wiedergabe der Dispersionsrelation keinen entscheidenden Vorteil. Zwar erfolgt das Abknicken der Kurve bei etwas größeren k_x bzw. ω , es kann hierbei jedoch nicht mit den noch folgenden Algorithmen konkurrieren. Der Grund hierfür ist, daß das Verfahren bei einer Verkleinerung der Zellgröße Δx einen Fehler in der Wiedergabe einer Welle mit Wellenlänge λ aufweist, der wie $(\Delta x/\lambda)^4$ kleiner wird. Da die diskrete Natur der Teilchen elektrische Ströme und damit Wellen anregt, deren Wellenlänge oftmals nicht viel größer als die Kantenlänge der Zellen ist, bedeutet dies jedoch nicht, daß der Fehler bei festem Δx wesentlich kleiner ist, als bei einem Verfahren 2. Ordnung.

Dementsprechend ist der Mitte links gezeigte Algorithmus – kurz als *CK* bezeichnet – wesentlich besser, obwohl er nur wie $\mathcal{O}(\Delta x^2)$ konvergiert². Bei diesem Algorithmus handelt es sich um eines der in Abschnitt 5.2.5 erläuterten *nonstandard finite differences Verfahren*, aufbauend auf den Ideen von Cole (2002) und Kärkkäinen et al. (2006).

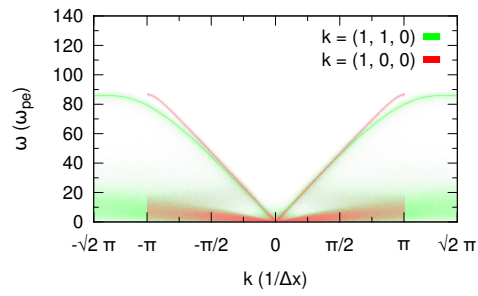
Betrachtet man das Simulationsergebnis für diesen Fall, so gibt es zwei gravierende Unterschiede verglichen mit dem üblichen Yee-Zeitschritt: Erstens sind die Zeitschritte deutlich länger, was sich in einer verbesserten Auflösung bei niedrigen Frequenzen niederschlägt. Zweitens zeigt die Dispersionsrelation der elektromagnetischen Mode den erwarteten linearen Verlauf bei großen $|k_x|$. Diesen Vorteil sollte man jedoch nicht über-

¹Alternativ hätte die gleiche Spanne an physikalischer Zeit simuliert werden können. Dies hätte jedoch mehr Zeitschritte und damit mehr Rechenzeit erfordert.

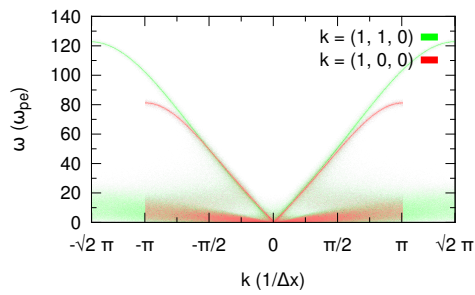
²Alle gezeigten Algorithmen außer O4 zeigen Konvergenz dieser Ordnung, allerdings mit unterschiedlichen numerischen Konstanten.



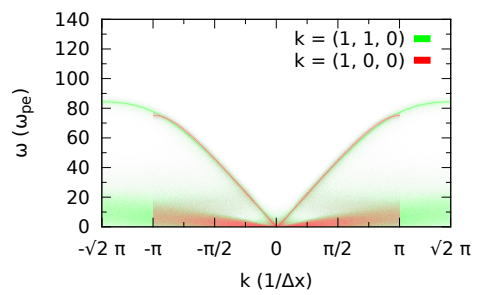
(a) Yee



(b) CK



(c) M24



(d) CK5

Abbildung 6.3: Energieverteilung im transversalen elektrischen Feld für verschiedene Maxwell-Solver, sowohl längs einer Gitterachse (in rot) und entlang einer 2d Diagonale (in grün).

bewerten. Das Verfahren wurde für diesen Zweck optimiert und die Wahl der Parameter geht zu Lasten der Wiedergabe der Dispersionsrelationen für \vec{k} , die nicht achsenparallel sind. Dies ist deutlich in Abbildung 6.3b zu sehen, die zusätzlich das Verhalten für k längs einer 2d Flächendiagonale zeigt. Man erkennt, daß das wesentlich bessere Verfahren parallel zur Gitterachse mit stärkerem Abknicken für Moden, die sich diagonal ausbreiten erkaufte wird. Das Yee-Verfahren hingegen ist ideal entlang der 3d Raumdiagonalen.

An dieser Stelle kommt das rechts daneben und in Abbildung 6.3d gezeigte Verfahren – hier als *CK5* bezeichnet – ins Spiel. Auch hierbei handelt es sich um eines der *nonstandard finite differences Verfahren*. Allerdings wurde nicht die Wiedergabe der Dispersionsrelation in achsparalleler Richtung optimiert, sondern die Isotropie des Raums. Die gezeigte Dispersionsrelation zeigt also das gleiche, schwache Abknicken fast unabhängig von der Orientierung von \vec{k} . Interessanterweise erlaubt das Verfahren Zeitschritte, die länger sind als das Verfahren von Yee. Die zusätzlichen Speicherzugriffe werden von diesem Vorteil mehr als aufgewogen. Nur zwei kleine Details haben die Verwendung dieses Verfahrens bei den bisherigen Schocksimulationen verhindert: Das Review-Paper von Vay et al. (2011) ist zu spät erschienen und die bisherige Implementierung der elektrisch leitenden Wand ist nicht kompatibel mit diesem Maxwell-Löser. Für zukünftige Schocksimulationen bietet sich dieses Verfahren aber eindeutig an.

Als letztes verbleibt noch das links unten gezeigte Verfahren aus Hadi u. Picket-May (1997), hier als *M24* bezeichnet. Dieses ist darauf ausgelegt, in FDTD Simulationen die numerische Dispersion zu minimieren. Für Particle-in-Cell Simulationen ist besonders interessant, daß dabei die numerische Tscherenkow-Strahlung unterdrückt wird, die von Teilchen erzeugt wird, die sich mit Geschwindigkeiten bewegen, die oberhalb der Gruppengeschwindigkeit der von ihnen produzierten kurzwelligigen Felder liegt (siehe Greenwood et al. 2004). Dies ist für die Simulation relativistischer Beams und Schocks interessant, bei den Simulationen der nichtrelativistischen Schocks in dieser Arbeit überwiegt jedoch der Nachteil durch den vergleichsweise kleinen Zeitschritt, der bei diesem Maxwell-Löser erlaubt ist.

Betrachtet man die Energiedichten in der elektromagnetischen Mode für Simulationen mit unterschiedlichen Maxwell-Lösern, so liegt diese nicht weit auseinander, aber durchgängig wesentlich oberhalb der theoretischen Vorhersage. Beim Yee-Algorithmus findet man Werte bis $8,5 \cdot 10^{-15}$ erg/cm³, beim CK5-Verfahren sogar $1,0 \cdot 10^{-14}$ erg/cm³. Die beiden anderen Verfahren liegen dazwischen. Anhand der Theorie (siehe Abschnitt 3.4.6) erwartet man für die Parameter der Testsimulation maximal $7,9 \cdot 10^{-21}$ erg/cm³. Die berücksichtigt allerdings noch nicht den Effekt, daß in der Simulation ein Phasenraumelement mit vielen physikalischen Teilchen zu einem Makroteilchen zusammengefasst wird. Die Erfahrung zeigt, daß die Energie in den Fluktuationen linear mit dem Makrofaktor skaliert. Verwendet man zehn mal so viele Makroteilchen, so sinken sowohl Makrofaktor also auch die Energie in den Fluktuationen auf ein Zehntel (siehe hierzu auch Schreiner 2013). Der Makrofaktor in den Testsimulationen betrug $4,66 \cdot 10^{10}$, daher ist es nicht verwunderlich, daß der PiC-Code die Fluktuationen um sechs Größenordnungen überschätzt. Die Intensität der niederfrequenten thermischen Anregung und des numerischen Rauschens zwischen den Moden ist bei allen vier Verfahren vergleichbar, es ergeben sich also auch daraus keine klaren Vorteile für einen bestimmten Maxwell-

Solver. Auffallend ist lediglich, daß das Verfahren vierter Ordnung im gut aufgelösten Bereich kleiner Wellenzahlen durch sein besseres Konvergenzverhalten deutlich weniger Rauschen aufweist.

6.3 Formfaktoren

Die Formfaktoren sind, wie in Abschnitt 5.2.2 erläutert, wichtig, um die Teilcheneigenschaften mit den elektromagnetischen Feldern auf dem Gitter zu verknüpfen. Um nun den Einfluss der unterschiedlichen Formfaktoren auf das Simulationsergebnis zu untersuchen, wurden ebenfalls die Testsimulationen mit thermischem Plasma verwendet.

Abbildung 6.4 enthält die schon gezeigte Abbildung für den Fall des TSC Formfaktors zusammen mit dem Standard-Löser für die elektromagnetischen Felder und vergleicht die Verteilung der Energie im k_x - ω -Raum mit dem Ergebnissen von Simulationen mit andere Formfaktoren. Während sich die Lage und Form der elektromagnetischen Mode nicht ändert, gibt es deutliche Auswirkungen auf die Intensität. Sowohl die Energie in den elektromagnetischen Wellen, als auch die des weit verteilten Untergrunds, der keiner Eigenmode des kalten Plasmas entspricht, nimmt bei Formfaktoren niedriger Ordnung deutlich zu.

Fluktuationen im Strom auf dem Gitter produzieren Fluktuationen im elektrischen Feld. Weist dieses zufällige Korrelationen in Raum und Zeit auf, werden diese von der Fourier-Transformation zu einem gleichmäßigen Untergrund im k_x - ω -Raum transformiert. Dieser Untergrund füllt auch den Bereich innerhalb des Lichtkegels, in dem sich keine physikalischen, kausal zusammenhängenden Oszillationen befinden können. Bei Formfaktoren niedriger Ordnung sind die Fluktuationen im Strom auf Grund der harten Kanten der Teilchen so stark, daß schwächere Moden komplett überdeckt werden.

Nicht nur der Untergrund, sondern auch die elektromagnetische Mode gewinnt bei Formfaktoren niedriger Ordnung deutlich an Intensität. Tabelle 6.2 zeigt die Energiedichte des Rauschens und die maximalen Energiedichten entlang der elektromagnetischen Mode für die Testsimulationen mit unterschiedlichen Formfaktoren.

Formfaktor	Rauschen (erg cm^{-3})	Peak (erg cm^{-3})
NGP	$6,6 \cdot 10^{-26}$	$2,4 \cdot 10^{-12}$
CIC	$6,4 \cdot 10^{-27}$	$1,1 \cdot 10^{-14}$
TSC	$8,7 \cdot 10^{-28}$	$8,5 \cdot 10^{-15}$
PQS	$5,6 \cdot 10^{-31}$	$8,8 \cdot 10^{-15}$
SUDS1	$1,3 \cdot 10^{-25}$	$2,3 \cdot 10^{-14}$
SUDS2	$1,8 \cdot 10^{-26}$	$8,2 \cdot 10^{-15}$

Tabelle 6.2: Energiedichte im Rauschen und auf der elektromagnetischen Mode in Abhängigkeit vom Formfaktor.

Man erkennt deutlich, daß das NGP-Verfahren der elektromagnetischen Welle viel zu große Intensität zuschreibt. Sämtliche Prozesse, die an elektromagnetische Wellen koppeln, werden dementsprechen völlig falsch wiedergegeben. Bei den Formfaktoren höherer

Energie in E_y für verschiedene Formfaktoren

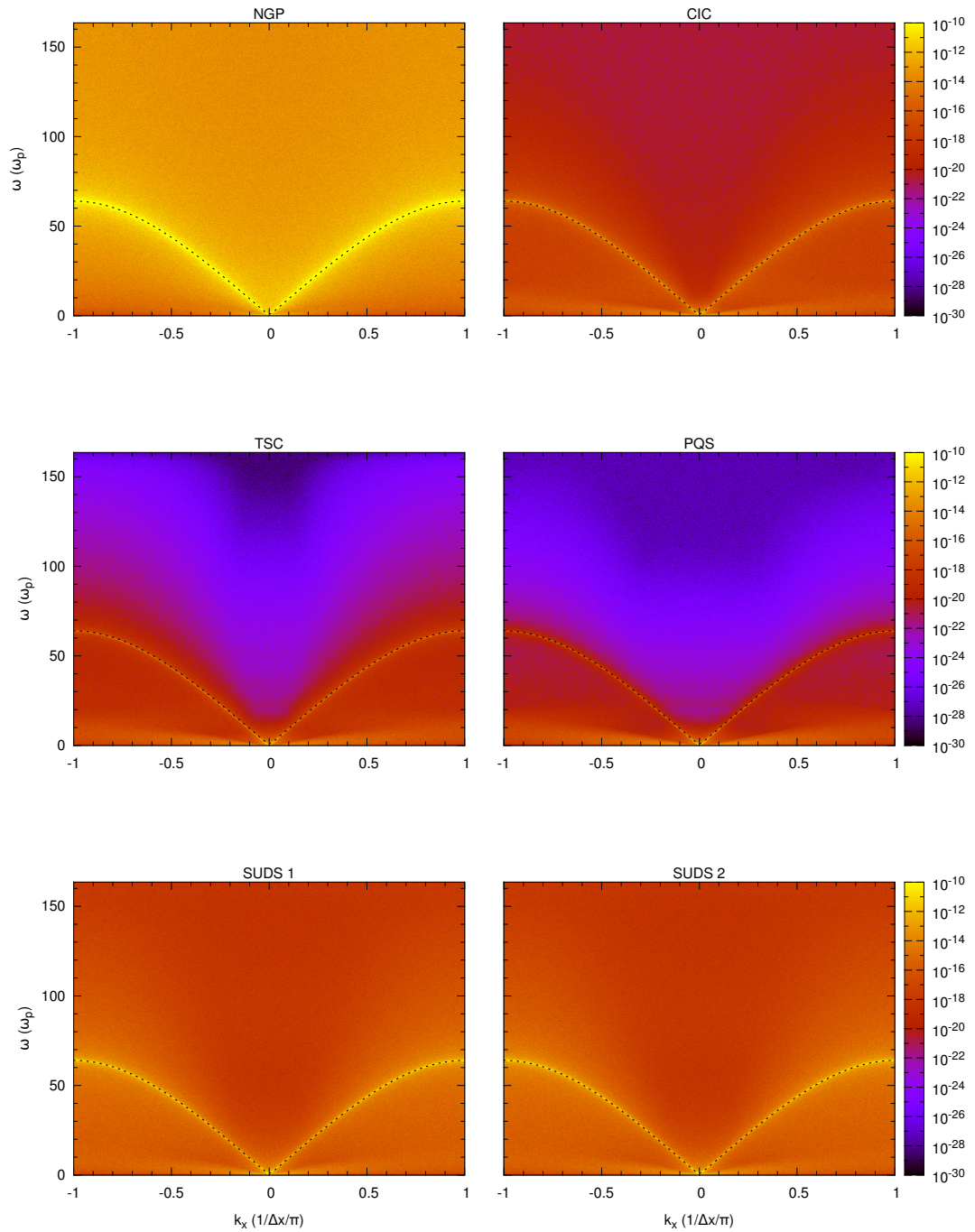


Abbildung 6.4: Auswirkung verschiedener Formfaktoren auf die Energieverteilung im transversalen elektrischen Feld. Die Unterschiede werden im Text erläutert. Der Verlauf der elektromagnetischen Mode ist dem Maxwell-Solver geschuldet, siehe 6.3 hierzu.

Ordnung stabilisiert sich die Intensität der elektromagnetischen Welle und das Rauschen nimmt deutlich ab. Bei TSC und PQS ist das Rauschen so weit gefallen, daß man die niederfrequente, thermische Emission ausmachen kann. Die Formfaktoren, die man aus der Expansion bis zum Dipolmoment erhält – SUDS 1 und SUDS 2 – zeigen dies genauso wenig wie das CIC Verfahren. Dies erklärt, warum diese Verfahren heutzutage kaum zum Einsatz kommen.

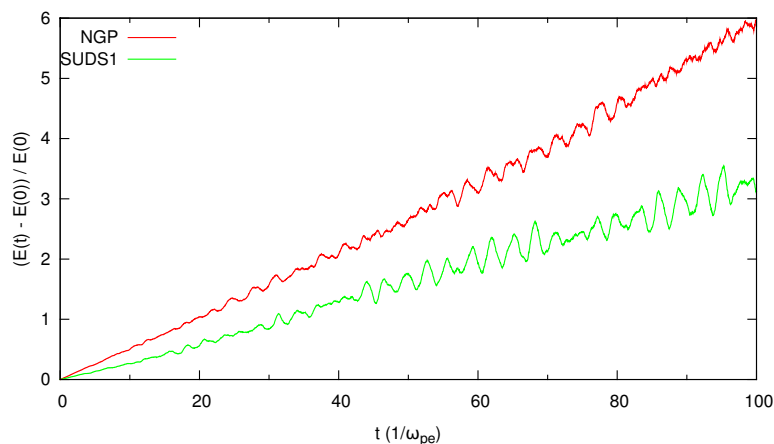


Abbildung 6.5: Änderung der Gesamtenergie im Verlauf der Testsimulation. Punktförmige Teilchen (wiedergegeben durch den *Nearest Grid Point* Formfaktor) führen zu starker numerischer Heizung und großer Zunahme der Gesamtenergie. Teilchen, deren Ladung und Dipolmoment naiv auf die umgebenden Gitterpunkte deponiert werden (*zeroth order subtracted dipole scheme*), führen zu einem ähnlichen Ergebnis.

Eine weitere Möglichkeit, die unterschiedlichen Formfaktoren zu vergleichen, ist die Betrachtung von Erhaltungsgrößen in den Testsimulationen. Während in der Natur in einem geschlossenen System sowohl Gesamtenergie als auch Gesamtimpuls erhalten sind, trifft dies in einem Particle-in-Cell-Code nur für eine der beiden Größen zu. Bei der Konstruktion des Codes hat man die Wahl, entweder eine impulserhaltende, oder eine energieerhaltende Formulierung zu wählen. Die jeweils andere Größe ist nur näherungsweise erhalten. Wie zum Beispiel in Birdsall u. Langdon (2005) gezeigt, ist eine Konstruktion, die beides exakt erhält, nicht möglich. Da es sich beim verwendeten ACRONYM-Code um einen impulserhaltenden Code handelt, betrachtet man die Gesamtenergie im Verlauf der Testsimulationen. Je besser diese erhalten ist, um so näher kommt das numerische Modell der Natur.

Abbildung 6.5 zeigt die relative Änderung der Gesamtenergie im Verlauf der Testsimulationen für den *Nearest Grid Point* Formfaktor. Man erkennt ein Anwachsen der Gesamtenergie auf ein Vielfaches der Anfangsenergie im Verlauf von Einhundert Plasmazeitskalen. Genau wie die Betrachtung der Energieverteilung kommt auch dieser Test zu dem Ergebnis, daß der NGP-Formfaktor nicht sinnvoll ist.

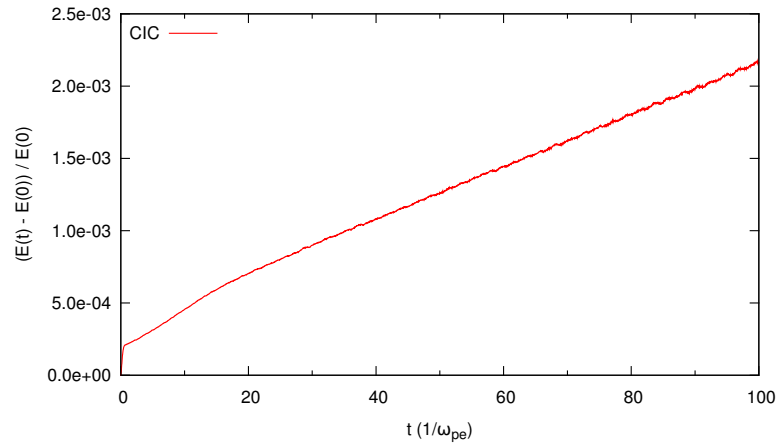


Abbildung 6.6: Änderung der Gesamtenergie im Verlauf der Testsimulation. Bilineare Interpolation (sprich die Verwendung des *Cloud in Cell* Formfaktor) führt zu einer deutlichen Verbesserung.

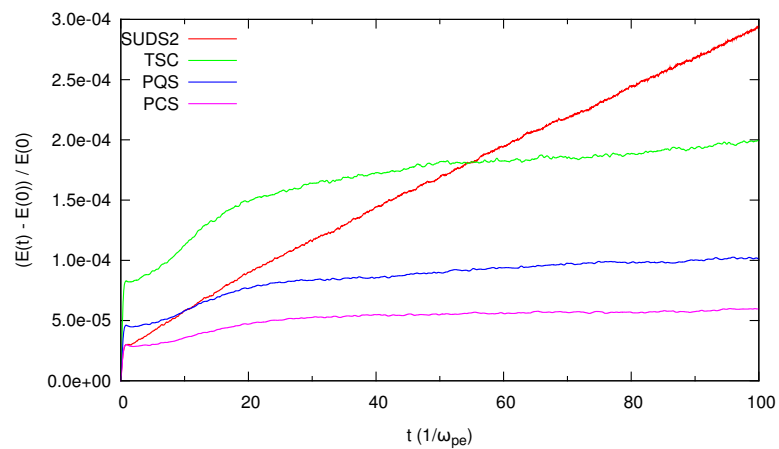


Abbildung 6.7: Änderung der Gesamtenergie im Verlauf der Testsimulation. Formfaktoren höherer Ordnung (*Triangular Shaped Cloud*, *Piecewise Quadratic Shape*, *Piecewise Cubic Shape*) erhalten die Gesamtenergie deutlich besser. Zum Vergleich ist auch das *first order subtracted dipole scheme* gezeigt.

Auch der ursprüngliche Formfaktor des *subtracted dipole scheme* (SUDS1) in der gleichen Abbildung zeigt einen dramatischen Energiezuwachs, der eine Verwendung in Produktsimulationen verbietet.

In der darauffolgenden Abbildung 6.6 ist der Energiezuwachs für den *Cloud in Cell* Formfaktor gezeigt. Dieser zeigt ebenfalls ein konstantes Anwachsen, allerdings mehr als drei Größenordnungen langsamer. Bei lange laufenden Simulationen akkumulieren sich jedoch zu große numerische Fehler.

Formfaktoren höherer Ordnung schaffen hier Abhilfe. Abbildung 6.7 zeigt das Verhalten der noch übrigen getesteten Formfaktoren. Das modifizierte *subtracted dipole scheme* (SUDS2) stellt eine deutliche Verbesserung gegenüber der naiven Zuweisung von Ladung und Dipolmoment (SUDS1) dar, kann jedoch nicht mit dem ähnlich rechenaufwändigen *Triangular Shaped Cloud* Verfahren konkurrieren. Der TSC-Formfaktor benötigt zwar etwa 20 Plasmazeitskalen, um von den Startbedingungen zu einer Situation im numerischen Gleichgewicht zu kommen, erhält dann die Gesamtenergie aber sehr gut. Den Verfahren noch höherer Ordnung gelingt dies noch etwas besser, allerdings zum Preis noch höheren Rechenaufwands.

Tabelle 6.3 fasst den Energiegewinn beim Einschwingen, die numerische Heizrate und die Rechengeschwindigkeit zusammen. Die absolute Anzahl an Teilchenschritten pro Sekunde hängt sehr von der Taktrate und der CPU des verwendeten Rechners ab, die Proportionen sind aber relativ stabil.

Formfaktor	$\Delta E/E$	$\Delta E/E/\omega$	Teilchen / s
NGP	$-4,6 \cdot 10^{-1}$	$6,3 \cdot 10^{-2}$	$1,01 \cdot 10^6$
CIC	$3,6 \cdot 10^{-4}$	$1,8 \cdot 10^{-5}$	$5,43 \cdot 10^5$
TSC	$1,6 \cdot 10^{-4}$	$4,3 \cdot 10^{-7}$	$2,89 \cdot 10^5$
PQS	$7,7 \cdot 10^{-5}$	$2,7 \cdot 10^{-7}$	$1,20 \cdot 10^5$
PCS	$5,1 \cdot 10^{-5}$	$8,3 \cdot 10^{-8}$	$7,56 \cdot 10^4$
SUDS1	$-2,8 \cdot 10^{-2}$	$3,3 \cdot 10^{-2}$	$2,93 \cdot 10^5$
SUDS2	$4,3 \cdot 10^{-5}$	$2,5 \cdot 10^{-6}$	$3,00 \cdot 10^5$

Tabelle 6.3: Effekt der verschiedenen Formfaktoren auf die Testsimulationen

Durch geschickte Kombination von Formfaktoren ist es möglich, den ACRONYM-Code als energieerhaltenden Code zu verwenden. Diese Möglichkeit und weitere Details zu den verschiedenen Formfaktoren finden sich in Kilian et al. (2013).

6.4 Stromzuweisung

Wie in Abschnitt 5.2.4 erklärt, ist die Berechnung des Stroms, der von einer Teilchenverteilung erzeugt wird, etwas komplizierter als man naiv annimmt. Zur Auswahl stehen einmal das Verfahren aus Esirkepov (2001), oder die Alternative aus Umeda et al. (2003). Beide Verfahren sind im ACRONYM Code implementiert und in Abbildung 6.8 miteinander verglichen. Es fällt auf, daß das Verfahren von Umeda deutlich mehr Rauschen bei hohen Frequenzen erzeugt.

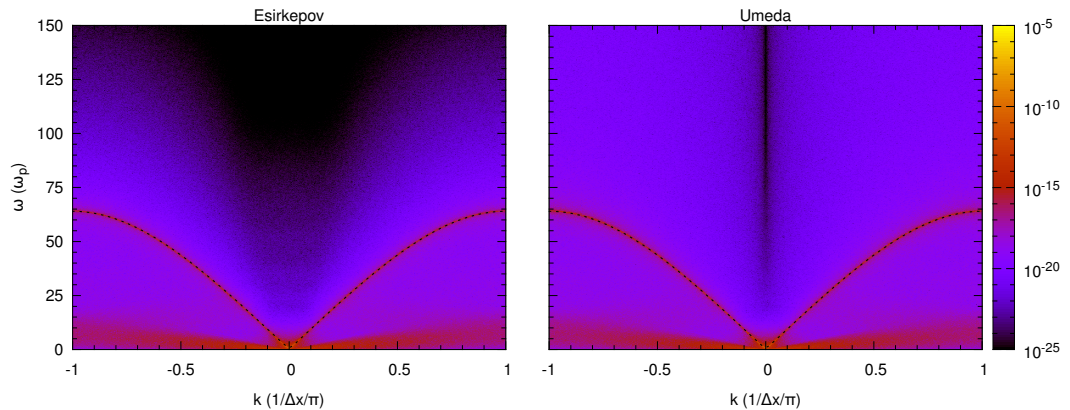


Abbildung 6.8: Auswirkung verschiedener Stromzuweisungen auf die Energiedichte im transversalen elektrischen Feld. Beide Simulationen wurden mit dem Yee-Verfahren und dem TSC-Formfaktor durchgeführt.

Betrachtet man Abbildung 5.11, so sieht man, daß im ersten Fall die Teilchenbewegung in achsparallele Bewegungen zerlegt wird, die so gewichtet werden, daß sie den korrekten Gesamtstrom ergeben. Im zweiten Fall wird die Teilchenbahn hingegen durch eine Zick-Zack-Bahn genähert. Die Teilchengeschwindigkeit ändert sich schlagartig zwischen den beiden Teilstücken. Dies entspricht effektiv einer Beschleunigung eines bewegten Teilchens und man erwartet (zusätzliche) abgestrahlte elektromagnetische Felder. Es ist also nicht verwunderlich, daß der Strom, der von dieser Methode berechnet wird, in mehr Rauschen resultiert. Dieses Rauschen hat aufgrund seiner sehr hohen Frequenz kaum einen Einfluss auf die Schockdynamik, die auf Ionenzeitskalen stattfindet, und kann prinzipiell durch zeitliche Mittelung aus dem Output entfernt werden. Da die Methode aber keinen großen Geschwindigkeitsvorteil über das Verfahren von Esirkepov bietet, wurde letzteres für alle Simulationen in dieser Arbeit verwendet.

6.5 Filter

In Abschnitt 5.6.1 wurde erläutert, daß es möglich ist, negative Effekte von Aliasing durch einen numerischen Filter, der Wellenzahlen nahe an der Grenze zum Zurückfallen unterdrückt, zu reduzieren. Abbildung 6.9 zeigt, wie sich dies auf Simulationen mit dem Yee-Verfahren und dem TSC-Formfaktor auswirkt. Das Rauschen bei großen $|k|$ nimmt durch den Filter deutlich ab. Leider zeigt dies keine deutliche Auswirkung auf die Energieerhaltung. Für die thermischen Testsimulationen rentiert sich der Aufwand der Filterung daher nicht. Bei Simulationen anderer Situationen, die Wellen mit klei-

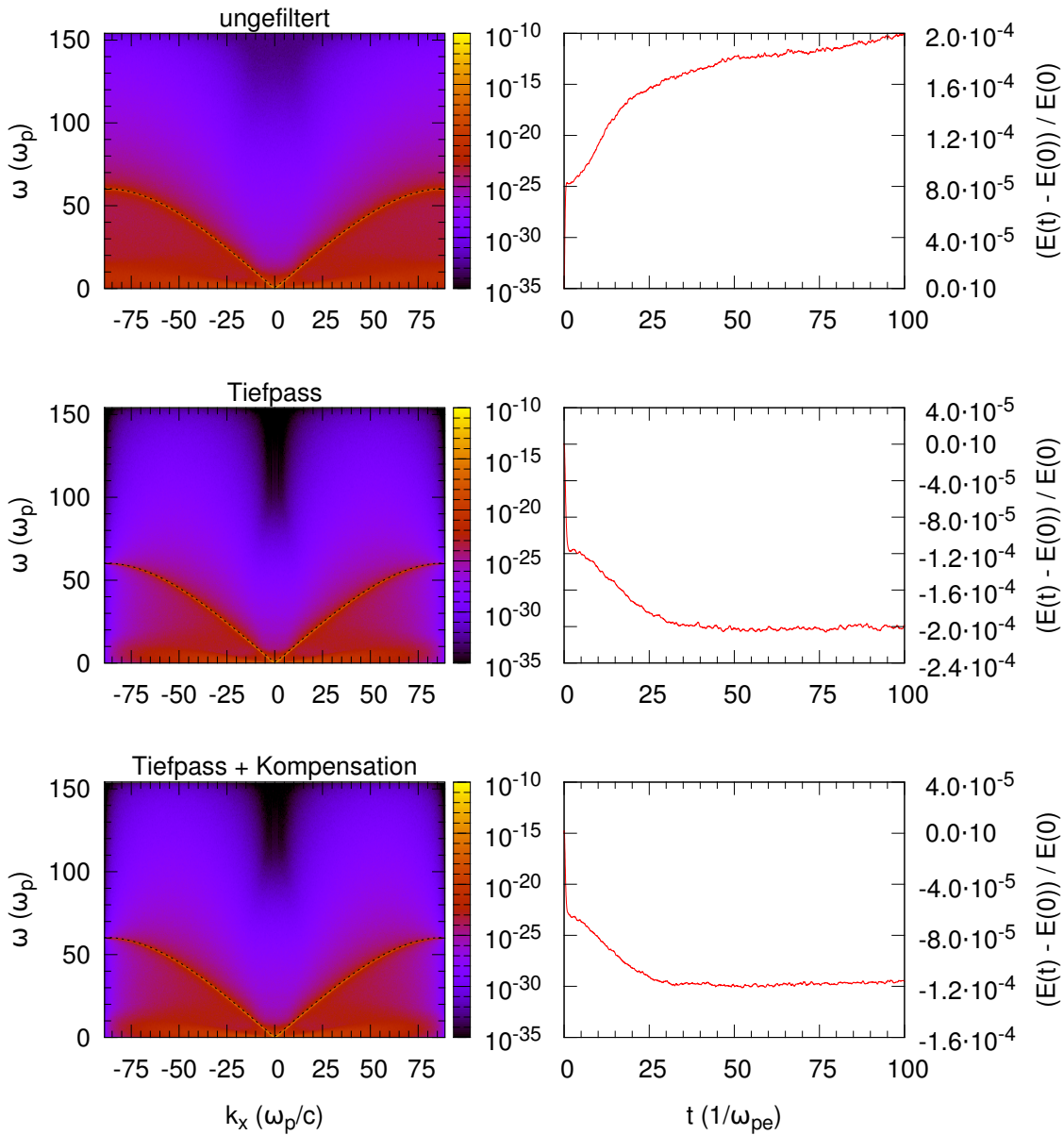


Abbildung 6.9: Auswirkung verschiedener Filter auf die Energieverteilung im transversalen elektrischen Feld und die Erhaltung der Gesamtenergie. Alle drei Simulationen wurden mit dem Yee-Verfahren und dem TSC-Formfaktor durchgeführt.

ner Wellenlänge anregen, etwa durch strömende Teilchenpopulationen, könnte sich dies ändern.

Betrachtet man jedoch Simulationen mit dem NGP-Formfaktor, so erkennt man in den Testsimulationen einen deutlichen Vorteil in der Verwendung des Filters. Die Energieerhaltung wird um mehr als eine Größenordnung besser, obwohl der Rechenaufwand deutlich weniger zunimmt. Die Filterung der Quellterme ist also eine Maßnahme, die nicht immer nötig ist, aber in einigen Situationen, die keiner anderen Verbesserung zugänglich sind, deutliche Vorteile bringen kann. Die Schocksimulationen zeigen eine sehr gute Energieerhaltung, selbst über eine halbe Million Zeitschritte, so daß auf die Filterung des Stroms verzichtet wurde.

6.6 Initalisierung

Bei den verschiedenen Möglichkeiten der Initalisierung hat sich gezeigt, daß keine der Startbedingungen für die Teilchen den Start mit zufälligen Positionen innerhalb der Zelle schlagen kann.

Die Version mit sortierten Geschwindigkeiten und sorgfältig durchmischter Verteilung im Raum zeigt in der Testsimulation identische Energieverteilung im k - ω -Raum und eine etwa 20 Prozent größer numerische Heizrate.

Die geordnete Füllung des Geschwindigkeitsraumes benötigt bei drei Geschwindigkeitsdimensionen extrem viele Teilchen pro Zelle, um genug diskrete Geschwindigkeitswerte, und gleichzeitig genug Teilchen pro Teilpopulation zu enthalten. Da es sich genau wie das vorhergehende Verfahren nur schlecht parallelisieren läßt, wurden alle Schocksimulationen mit zufälligen gewählten Teilchenpositionen und Geschwindigkeiten begonnen. Das Magnetfeld wurde mit dem homogenen Hintergrundfeld initalisiert, das elektrische Feld wurde mit Hilfe der Poisson-Gleichung aus der Ladungsverteilung bestimmt. Bei der sehr langen Simulationsdauer (mehrere Hunderttausend Zeitschritte) wäre dies vermutlich nicht nötig gewesen, da das Verfahren von Marder (1987) verwendet wurde, um Verletzungen des Gaußschen Gesetzes zu beseitigen.

6.7 Erweiterung des Test-Problems

Um den Code weitergehend zu testen als hier dargestellt und einen Vergleich mit anderen Simulationscodes, die teilweise andere Plasmamodelle verwenden welche keine elektromagnetische Mode enthalten, enthält das Test-Problem mehr Szenarien als hier gezeigt. Die einfachste Erweiterung ist auch den longitudinalen Anteil des elektrischen Felds zu betrachten. Dies ist insbesondere nützlich, wenn man andere Plasmamodelle betrachten will.

Abbildung 6.10 zeigt, wie sich die elektrostatische Näherung, die Darwin-Näherung und die volle Beschreibung mithilfe der Maxwell-Gleichungen (numerisch mit dem Verfahren von Yee gelöst) voneinander unterscheiden. In der linken Spalte ist dabei der longitudinale Anteil des elektrischen Felds, in der rechten Spalte eine der beiden transversalen

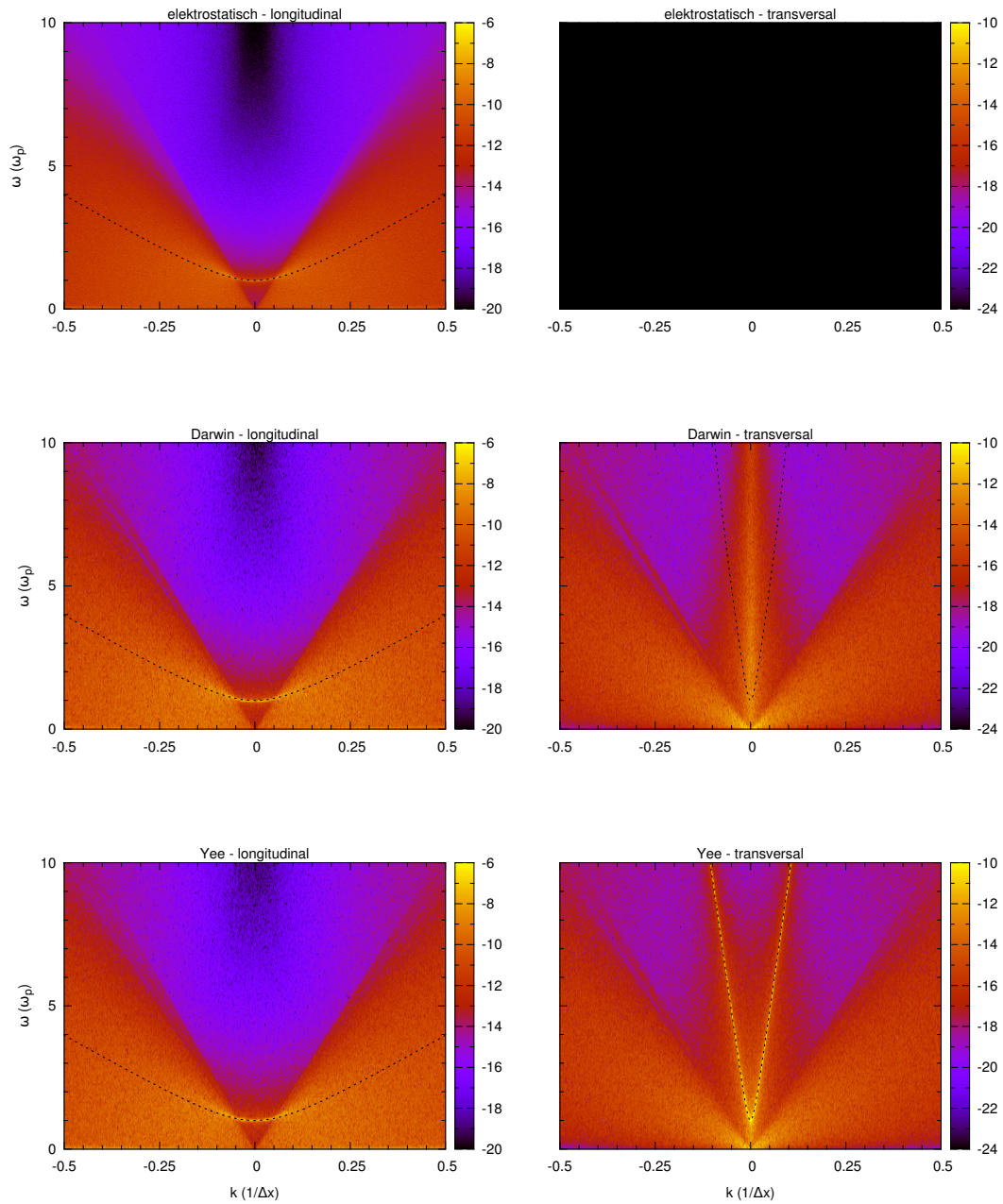


Abbildung 6.10: Longitudinale und transversale Komponenten des elektrischen Felds in verschiedenen Plasmamodellen. In der longitudinalen Komponente erwartet man die Langmuir-Mode, die auch in allen Modellen vorhanden ist. Die elektromagnetische Mode ist unten rechts ebenfalls wie erwartet sichtbar. In der Darwin-Näherung wird diese Mode gezielt aus der transversalen Komponente entfernt. In der elektrostatischen Näherung fehlt diese Komponente ganz.

Komponenten gezeigt. Letztere verschwindet in der elektrostatischen Näherung natürlich komplett. In der Darwin-Näherung bleiben die niederfrequenten Fluktuationen und die Effekte der nicht-relativistischen Teilchen (erhöhtes Rauschen für alle Gruppengeschwindigkeiten kleiner als die Schallgeschwindigkeit) erhalten. Die elektromagnetische Mode, die das nicht eingeschränkte Modell in der untersten Zeile dominiert, verschwindet jedoch. Bei Wellenlängen größer als die Skin Depth der Elektronen, kommt es zu einer unphysikalischen Erhöhung der Energiedichte, die auf eine numerische Instabilität des Algorithmus zurückzuführen ist, die sich zwar stabilisieren läßt, aber nicht ganz verschwindet.

Die longitudinalen Anteile hingegen werden auch von den reduzierten Plasmamodellen recht gut wiedergegeben. Einziger deutlich sichtbarer Unterschied ist die Lücke bei $k = 0$, die durch die Verwendung der spektralen Solver entsteht. Da im Plasma jedoch generell keine großskaligen elektrischen Felder existieren sollten, ist dies meist vernachlässigbar. Da die elektromagnetische Mode aus dem Modell entfernt wurde, entfällt auch die Beschränkung an den Zeitschritt Δt aufgrund der Lichtlaufzeit von elektromagnetischen Wellen über die Länge einer Zelle. Im gezeigten Vergleich konnte der Zeitschritt dadurch 8.6 mal länger sein. Der erhöhte Aufwand pro Zeitschritt frißt den Vorteil jedoch wieder auf. Hinzu kommt, daß die spektralen Solver in beiden reduzierten Modellen die Implementierung von reflektierenden Randbedingungen um ein Vielfaches erschweren. Die nächste Erweiterung des Testproblems umfasst die Betrachtung von magnetisierten Plasmen. Dadurch stehen mehr Moden, auch niederfrequenter Natur, zur Verfügung, was insbesondere für reduzierte Plasmamodelle wichtig ist, die hochfrequente Moden gezielt unterdrücken. Außerdem eröffnet die Existenz eines statischen Hintergrundfelds die Möglichkeit, zwischen der Reaktion auf ein externes Feld und der Interaktion mit den selbstgenerierten Felder der Teilchen zu unterscheiden. Das Magnetfeld wird dabei stets so gewählt, daß die Gyrofrequenz der Elektronen $\Omega_{c,e}$ die Hälfte ihrer Plasmafrequenz $\omega_{p,e}$ beträgt. Die Ausrichtung wird variiert, so daß man die Ausbreitung von longitudinalen und transversalen Wellen längs und quer zum Hintergrundmagnetfeld untersuchen kann.

7 Schock-Simulationen

7.1 Simulationssetup

Kapitel 5 erläutert den Aufwand und die eleganten Algorithmen, die zur Simulation verwendet werden. Trotz allem ist es nicht möglich, die gesamte Heliosphäre mit Sonnenwind und CMEs zu simulieren. Die Zellgröße der PiC-Simulation wird durch die Debye-Länge vorgegeben und bewegt sich im Bereich einzelner Zentimeter. Die Ausdehnung des CME und damit der Krümmungsradius der Schockfront ist elf Größenordnungen darüber (siehe Gopalswamy u. Kundu 1992). Die Dicke des Schocks liegt bei Hunderten bis Tausenden Kilometern, also etwa acht Größenordnungen über der Debye-Länge. Selbst auf einem Supercomputer ist die Simulationsbox nur Hunderttausend Zellen lang. Dementsprechend erfasst man in keiner der beiden Richtungen den gesamten Schock. Längs der Schockfront ändert sich hauptsächlich der Winkel zwischen Magnetfeld und Schocknormalen. Senkrecht zur Schockfront erfasst man weder den ganzen Vorschockbereich, noch genug vom Downstream um sämtliche Oszillationen, die von der Schockfront angeregt werden, abklingen zu lassen.

Dies bedeutet jedoch nicht, daß Simulationen von CME-getriebenen Schockfronten mit einem PiC-Code unmöglich oder nutzlos sind. Längs der Schockfront ändert sich hauptsächlich der Winkel zwischen Schocknormalen und Magnetfeld, den man zwischen getrennten Simulationen variieren kann. Die Oszillationen hinter der Schockfront, die nicht genug Platz und Zeit zum abklingen haben, kann man durch Mittelung entfernen, um die Größen, die der Downstream im Gleichgewicht erreicht, in guter Näherung abschätzen zu können. Der Vorschockbereich in der Simulation fällt durch das reduzierte Massenverhältnis und die begrenzte Simulationszeit kleiner als in der Natur aus. Dies könnte den Einfluss des Vorschocksbereichs auf das Upstreammedium verändern, bedeutet aber andererseits, daß man sich keine Gedanken machen muß, daß der Vorschockbereich die Grenzen der Simulationsdomäne erreicht und zu Problemen führt.

Möchte man nun also einen kleinen Bereich einer CME-getriebenen Schockfront simulieren, so will man prinzipiell die in Abbildung 7.1a gezeigte Situation erreichen: eine Schockfront in der Simulationsbox, die einen eintreffenden Upstream abbremst und komprimiert. Um dies zu erreichen gibt es mehrere Möglichkeiten (siehe zum Beispiel Lembège 2003).

Anfangsbedingungen

Man kann versuchen, die gewünschte Situation direkt als Anfangsbedingung für die Simulation vorzugeben. Dazu sucht man zunächst analytisch eine Lösung, die die *Sprungbedingungen* bei den gewünschten Parameter (Winkel zur Schocknormalen, Mach-Zahl

im Upstream, Temperatur im Upstream, etc.) erfüllt. Abschließend füllt man Upstream und Downstream mit homogenem Plasma, das der gefundenen Lösung für die beiden Seiten entspricht. Die Schockfront selbst, also sprich den Übergang zwischen den beiden Bereichen, sollte man auf etliche Zellen ausdehnen, wobei man die Plasmaeigenschaften dort durch lineare Interpolation¹ gewinnt. Der Vorteil dieser Methode ist, daß sie relativ unabhängig von der Simulationsmethode ist und eine gute Kontrolle über die gewünschten Parameter erlaubt. Problematisch ist, daß die Sprungbedingungen keine Beschreibung des Vorschocks oder der Oszillationen enthalten. Das Überschießen des Magnetfelds über die asymptotische Kompression spielt aber eine Rolle bei der Verzögerung und Thermalisierung des Upstream. Diese nicht initialisierten Features tauchen also möglicherweise erst nach einiger Zeit auf, was die Selbstkonsistenz der Schockfront in Frage stellt. Im schlimmsten Fall zerläuft die Schockfront einfach, ohne diese Features auszubilden.

Antrieb durch einen Strompuls

Eine weitere Möglichkeit besteht darin die Simulationsbox bis auf einen kleinen Bereich am linken Rand der Domäne homogen mit Plasma zu füllen, das die gewünschten Parameter des Upstream aufweist. An dem Ende der Simulationsbox das nur Vakuum enthält gibt man dann in den ersten Schritten der Simulationen ein anwachsenden Strompuls vor. Dieser erzeugt ein starkes Magnetfeld, welches das Plasma am linken Ende der Simulation vor sich her schiebt. Da das Magnetfeld wie ein Kolben in einem Laborexperiment auf das Plasma wird wird diese Methode auch als *magnetic piston* bezeichnet. Diese Methode ist halbwegs einfach zu implementieren und hat nur wenige freie Parameter². Es dauert jedoch einige Zeit bis sich an der Vorderfront des geschobenen Materials eine stabile Schockfront bildet. Außerdem ist es extrem schwer vorherzusagen, welche Parameter der Downstream hinter der Schockfront haben wird, bzw. wie der Strompuls aussehen muß um vorgegebene Schockparameter zu erreichen.

Expansion in ein weniger dichtes Medium

Eine weitere Möglichkeit besteht darin ein dichtes und heißes Plasma in ein dünneres und kälteres Plasma strömen zu lassen. Die Grenzfläche entwickelt sich nach einiger Zeit zu einer Schockfront. Dieses Verfahren erscheint eine sehr natürliche Wahl für die Simulation eines CME getriebenen Schocks, bei dem ein heißer und dichter Plasmoid sich im Sonnenwind bewegt. Außerdem benötigte der Code fast keine Modifikationen um dieses Szenario zu ermöglichen. Initiale Tests brachen jedoch keine Schockfront zustande.

Kollision zweier Medien

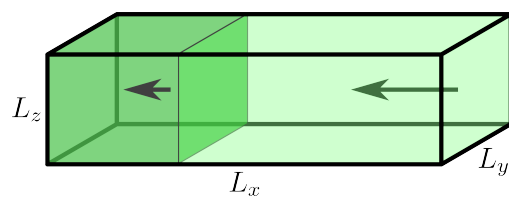
Eine Variante der vorhergehenden Methode ist die Kollision zweier Plasmapopulationen. Man füllt dazu sowohl die linke als auch die rechte Hälfte der Simulationsbox mit

¹oder einen anderen glatten Übergang wie $v_d + (v_u - v_d) \cdot (2 \tanh(x) - 1)$

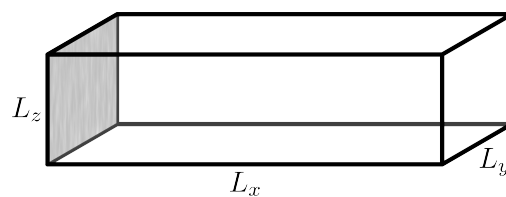
²Dauer, Stärke und Form des Strompulses

Plasma, das die gewünschten Parameter des Upstream aufweist. Zusätzlich zur thermischen Geschwindigkeit gibt man den Teilchen aber noch eine Driftgeschwindigkeit mit, die die beiden Plasmapopulationen in der Mitte der Simulationsbox kollidieren läßt. Im Interaktionsbereich findet man zwei gegenströmende „Strahlen“, eine Situation die Plasmainstabilitäten wie die Two-Stream-Instabilität oder die Firehose-Instabilität anregt. Diese Instabilitäten konvertieren kinetische Energie aus der Strömung zunächst in starke Wellen und – wenn diese dissipiert werden – in eine Temperaturerhöhung. Dieser Prozess setzt sich fort, bis sich ein warmer und dichter Downstream als Gleichgewichtszustand bildet. An der linken und rechten Grenzfläche zwischen Downstream und Upstream bildet sich jeweils eine Schockfront, die in den Upstream propagiert. Der Vorteil dieser Methode ist, daß man keinerlei Randbedingungen benötigt. Der Nachteil ist, daß man nur wenig Kontrolle über die Ausbildung des Downstream hat, und daß man eine recht lange Zeit simulieren muß, bis die beiden Schockfronten durch genug Downstream getrennt sind, um eine Interaktion auszuschließen. Bei ersten Tests erwies es sich als Problem, daß energiereiche Protonen den gesamten Downstream durchquerten und den gegenüberliegenden Upstream erreichten. Daher wurde diese Methode nicht für die endgültigen Simulationen in dieser Arbeit verwendet.

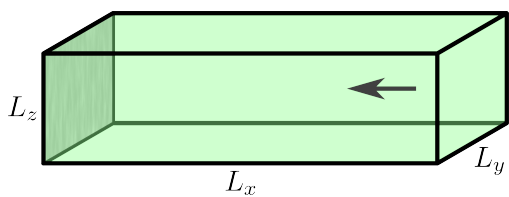
Reflexion an einer Wand



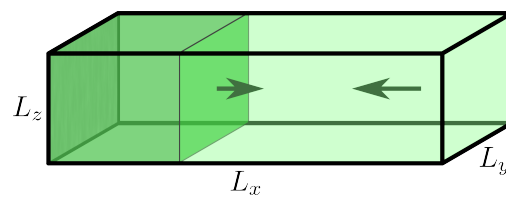
(a) Gewünschtes Ergebnis: Upstream und Downstream getrennt durch eine Schockfront



(b) Wichtigstes Hilfsmittel: Eine elektrisch leitende Wand, die Teilchen reflektiert



(c) Startbedingung: Plasma strömt gegen die Wand



(d) Resultat: Eine Schockfront die sich in den Upstream bewegt

Abbildung 7.1: Erzeugung des Schocks mit Hilfe einer elektrisch leitenden Wand, die Teilchen reflektiert.

Nach all den möglichen Alternativen soll nun natürlich auch das gewählte Simulationsetup erläutert werden. In diesem Fall wird eine elektrisch leitfähige Wand (Abbildung

7.1b enthält eine Skizze, Seite 97 eine Beschreibung der Implementierung im Code) verwendet. Diese reflektiert sowohl elektromagnetische Wellen, als auch eintreffende Teilchen. Man füllt nun das gesamte Simulationsgebiet mit Plasma, dessen Parameter dem gewünschten Upstream entsprechen. Zusätzlich erhält das Plasma eine Driftgeschwindigkeit, mit der die Wand angeströmt wird. Die resultierende Ausgangssituation zu Beginn der Simulation ist in Abbildung 7.1c dargestellt. Das Plasma, welches auf die Wand trifft, wird dort reflektiert und strömt zurück in den ankommenden Upstream. Genau wie im vorher besprochenen Fall zweier kollidierender Plasmapopulationen treten Plasmainstabilitäten auf, die das Plasma interagieren lassen und so abbremesen und aufheizen. So erhält man nach einiger Zeit die in Abbildung 7.1d gezeigte Situation. Nahe der Wand befindet sich ein verdichteter, warmer Downstream, der durch eine Schockfront vom einströmenden Upstream getrennt ist. Der dichte Downstream entkoppelt das Plasma relativ schnell von Beeinflussungen durch die Wand. Im Vergleich zum Fall kollidierender Plasmapopulationen erhält man für die halbe Rechenkraft eine anstatt von zwei Schockfronten. Man kann also kleinere Teile eines Supercomputers verwenden und hat weniger Probleme mit dem Output, ohne an Effizienz zu verlieren. Der Nachteil ist natürlich, daß man die metallische Wand implementieren muß, und daß die Wahl der Driftgeschwindigkeit, welche am Ende die Schockgeschwindigkeit und die Mach-Zahl im Upstream bestimmt, etwas umständlich ist. Dies bringt uns zur Wahl der Upstream-Parameter, dem Thema des nächsten Abschnittes.

7.2 Verwendete Parametersätze

Für die Simulation muß man einige Parameter vorgeben, die das Ergebnis der Simulation bestimmen. Einige der Parameter wurden für die Simulationen in der vorliegenden Arbeit konstant gehalten, andere wurden zwischen verschiedenen Simulationsläufen variiert, um ihren Einfluß auf das Simulationsergebnis zu studieren. Tabelle 7.1 enthält die wichtigsten Parameter, die für alle Simulationen gleich sind, während Tabelle 7.2 eine Übersicht über die wichtigsten Parameter, die variiert werden, gibt. In beiden Tabellen nicht enthalten sind numerische Parameter, wie die Häufigkeit der Ausgabe, oder die Stärke, mit der Nichterfüllung des Gaußschen Gesetzes entfernt wird (siehe Seite 102 für den technischen Hintergrund). Um die Simulationen reproduzierbar zu machen, enthält der Anhang ab Seite 179 die verwendeten Dateien mit sämtlichen Simulationsparametern.

Parameter	Kürzel	Wert	Einheit
Breite	N_y, N_z	8	Δx
Teilchen	ppc	4+4	Δx^{-3}
Plasmafrequenz	$\omega_{p,e}$	$2 \cdot 10^8$	1/s
Ortsauflösung	$\lambda_{D,u}/\Delta x$	3	

Tabelle 7.1: Gemeinsame Parameter der Schocksimulationen

Wie Tabelle 7.1 zu entnehmen ist, wurden die Simulationen mit nur acht Zellen in den

beiden Querrichtungen durchgeführt. Der Grund hierfür ist, daß die Simulationen in der dritten Richtung extrem lang sind und für sehr viele Zeitschritte ausgeführt werden müssen. Diese Einschränkung führt aber dazu, daß sich die Schockfront nicht verformen kann. Phänomene wie die Krümmung der Schockfront werden daher nicht wieder gegeben.

Auch die Anzahl an Teilchen pro Zelle ist mit vier Elektronen und vier Protonen an der Untergrenze des Machbaren³. Diese ist jedoch insofern unproblematisch, als daß die Debye-Länge überaufgelöst wird und genug Makroteilchen pro Debye-Sphäre vorhanden sind.

Der Grund, wieso die Debye-Länge so weit überaufgelöst wird, liegt in der Art, wie der Code die Größe der Gitterzellen Δx berechnet, begründet. Beim Start der Simulation ist der gesamte Raum mit Plasma, welches die (niedrige) Upstreamdichte aufweist gefüllt. Daran orientiert sich der Code. Die Gitterzellen müssen jedoch kleiner sein als die Debye-Länge im Upstream, um auch im Bereich der Plasmainstabilitäten genug Auflösung zu bieten. Die Auflösung im Downstream ist weniger kritisch, da neben der Dichte auch die Temperatur ansteigt. Bei ersten Tests hat sich gezeigt, daß eine Gittergröße, die drei Zellen pro $\lambda_{D,u}$ aufweist, ausreicht, um die die Debye-Länge überall aufzulösen. Daher wurde dieser Faktor für alle weiteren Simulationen verwendet.

Als vierter Parameter, der allen Simulationen gemein ist, bleibt noch die Plasmafrequenz der Elektronen im Upstream $\omega_{p,e}$. Diese wird zu $2 \cdot 10^8$ 1/s gewählt, was einer Dichte von $2,5 \cdot 10^7$ Teilchen/cm³ entspricht. Diese Dichte ist wesentlich größer als für den Sonnenwind in Erdnähe, ist aber realistisch für eine Höhe von etwa 1,2 Sonnenradien über der Photosphäre. Diese Höhe wurde in Übereinstimmung mit MHD Simulationen von Jens Pomoell gewählt, die die Ausbildung einer Schockfront zeigen, wenn der aufsteigende Plasmoid diese Höhe erreicht. Es wäre jedoch durchaus interessant in weiteren Simulationen eine kleinere Plasmafrequenz (und damit kleinere Dichte und größeren Abstand zur Sonne) zu simulieren, um den Einfluß diesen Parameters zu studieren.

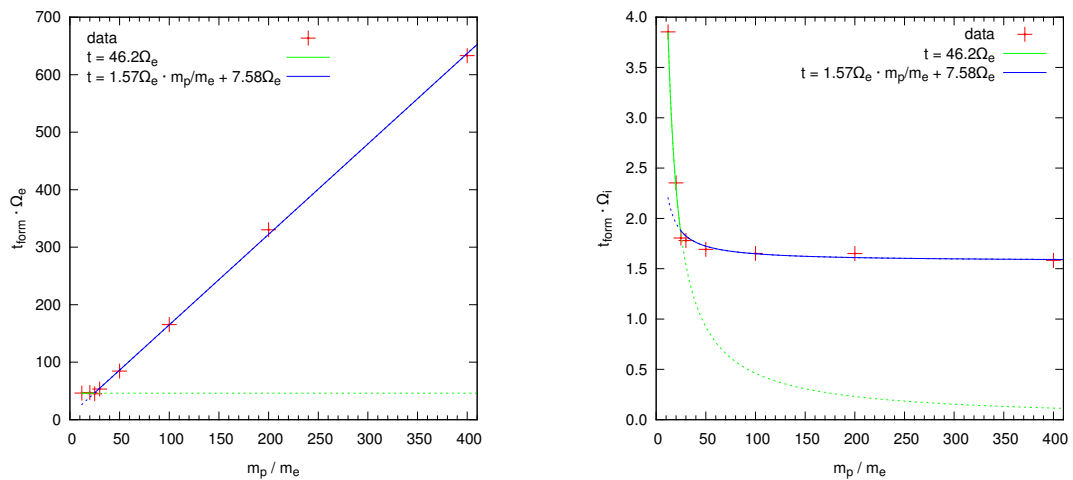
run	m_p/m_e	$ B_u $	Θ	T_e / MK	u/c	nx
4b	20	0,568	72,0	20,5	-0,23534	60000
5a	20	0,227	72,0	3,28	-0,09414	60000
5b	20	0,784	72,0	6,66	-0,14365	60000
5c	42	1,14	72,0	6,66	-0,13345	60000
5d	100	1,74	72,0	6,59	-0,12704	100000
5e	100	1,74	85,6	6,59	-0,12704	100000
5f	100	1,74	90,0	6,59	-0,12704	100000
6a	100	1,74	72,0	6,59	-0,12704	100000
6b	100	1,74	85,6	6,59	-0,12704	100000
6c	100	1,74	88,9	6,59	-0,12704	100000

Tabelle 7.2: Variierte Parameter der Schocksimulationen

³Die Simulation „run 4b“ wurde, da sie vergleichsweise klein war, mit 5+5 Teilchen pro Zelle durchgeführt.

Nach den Parametern, die in allen Simulationen identisch waren führt Tabelle 7.2 die Parameter auf, die variiert wurden. Dies betraf insbesondere die Strömungsgeschwindigkeit, die Richtung des Magnetfelds relativ zur Schocknormalen Θ und das Massenverhältnis. Insbesondere das Massenverhältnis ist ein kritischer Parameter. Einerseits sollten Protonen sehr viel schwerer als Elektronen sein, um zu einer weitgehenden Entkopplung zu führen. Andererseits ist das natürliche Massenverhältnis von etwa 1836 zu groß, um in einer Simulation verwendet zu werden, denn die Länge der Zeitschritte und Gittergrößen ist durch die schnellen und kleinen Elektronenskalen begrenzt, der Schock bildet sich aber auf den Ionenskalen. Der Rechenaufwand skaliert also mindestens quadratisch im Massenverhältnis, wenn man den Ionengyroradius in Querrichtung auflöst sogar wie die vierte Potenz.

Wie in eigentlich allen vollständig kinetischen Simulationen verwendet die vorliegende Arbeit ein reduziertes Massenverhältnis und variiert diesen Parameter, um die Veränderung der Ergebnisse einzuschätzen und im Idealfall auf das echte Massenverhältnis extrapolieren zu können. Dies gelingt aber nur, wenn das simulierte Massenverhältnis groß genug ist, daß Elektronen und Ionen entkoppelt. Erfahrungen mit anderen Szenarien (siehe Kilian et al. 2012) haben gezeigt, daß Massenverhältnisse unter 20 mit Vorsicht zu genießen sind.



(a) Schockbildung in Elektronen-Zeitskalen

(b) Schockbildung in Protonen-Zeitskalen

Abbildung 7.2: Einfluss des Massenverhältnis m_p/m_e auf die Dauer t_{form} bis sich eine Schockfront ausbildet. Man erkennt deutlich, daß es zwei unterschiedliche Regime gibt, die bei einem Massenverhältnis von etwa 25 aufeinandertreffen.

Simuliert man Schocks bei gleichen physikalischen Parametern, sprich mit identischem Plasmabeta β , Mach-Zahl M_A und Magnetisierung $\omega_{p,e}/\Omega_e$, mit unterschiedlichen Massenverhältnissen m_p/m_e so beobachtet man, wie zu erwarten, daß die Zeit bis zur Bildung einer Schockfront linear mit dem Massenverhältnis anwächst.

Dies deckt sich gut mit den Ergebnissen von Lembège u. Dawson (1987) und Umeda u. Yamazaki (2006), die sowohl die Bildung einer Schockfront auf der Zeitskala einiger weniger Ionengyrationen beschreiben, als auch die periodische Neubildung der Schockfront. Dieser als *shock reformation* bezeichnete Vorgang ist prinzipiell bereits aus Biskamp u. Welter (1972) bekannt, hier aber nur insofern interessant, als daß er auf einer ähnlichen Zeitskala stattfindet, wie die erste Bildung einer Schockfront bei Simulationsbeginn.

Die genaue Dauer t_{form} hängt natürlich von der Definition ab, die man verwendet, um die Existenz einer Schockfront zu prüfen. Für Abbildung 7.2 wurde die Zeit des ersten lokalen räumlichen Minimums der Grenze des Upstreams verwendet, in Abbildung 7.4 also etwa $1,6 \Omega_i$. Betrachtet man Abbildung 7.2b, so erkennt man, daß diese Dauer für große Massenverhältnisse annähernd konstant $1,6 \Omega_i$ beträgt. Für kleine Massenverhältnisse hingegen scheint t_{form} anzusteigen. Dies ist jedoch ein Artefakt der Auftragung, wie man beim Vergleich mit Abbildung 7.2a erkennt. Vielmehr ist die Dauer durch eine charakteristische Zeitskala der Elektronen gegeben und beträgt etwa $45\Omega_e$. Hieraus kann man einerseits schlußfolgern, daß bei den Elektronen ein anderer Mechanismus zur Bildung der Schockfront führt und andererseits, daß die Elektronen bis zu einem Massenverhältnis von 25 nicht hinreichend von den Elektronen entkoppeln.

Für die weiteren Simulationen wurden daher die Massenverhältnisse 42 und 100 gewählt. Um den Einfluss dieser veränderten Teilchenmassen zu testen, wurden Simulationen mit nominell identischen Parametern (z.B. Simulation 5d und 6a) durchgeführt, bei denen einmal die Elektronen die physikalische Masse aufweisen und die Protonen zu leicht sind (5a) und im anderen Fall die Protonen die korrekte Masse ausweisen und die Elektronen eine erhöhte Masse ausweisen (6a). Mit steigenden Massen nehmen Gittergröße und Zeitschrittlänge zu, was jedoch aus Tabelle 7.2 nicht direkt ersichtlich ist.

Der Winkel Θ zwischen der Richtung des Magnetfelds und der Schocknormalen wurde variiert, um den Einfluß dieses Parameters auf die Teilchen zu studieren. Die Winkel wurden dabei im Bereich quasi-senkrechter Schocks gewählt. Dies hat zum einen den Grund, daß sich senkrechte Schocks auf der Zeitskala einiger Gyrationen entwickeln und nicht wie parallele Schocks durch die vergleichsweise langsame Anwachsrate einer Instabilität (Firehose o.ä.) begrenzt sind. Dies bedeutet, daß man nur einen vergleichsweise kleinen Teil der Rechenkraft verliert, bis sich ein selbstkonsistenter Schock gebildet hat. Zum anderen erwartet man an einem senkrechten Schock effizientere Teilchenbeschleunigung. Einerseits weil sich ein elektrisches Potential am Schock ausbilden kann, auf dem Ionen „surfen“ können und dabei Energie gewinnen (siehe Abschnitt 4.9.3), andererseits weil *Fermi Beschleunigung erster Ordnung* hier viel effizienter funktioniert (siehe Abschnitt 4.9.2 und Jokipii 1987).

Bisher wurden keine exakt senkrechten Schocks betrachtet, da es sich hierbei um einen Spezialfall handelt, der in der Natur nur unwahrscheinlich eintritt. Zum Vergleich mit analytischen Rechnung könnte sich eine solche Simulation jedoch rentieren.

Strömungsgeschwindigkeit, Magnetfeldstärke und thermische Geschwindigkeit unterliegen einigen Einschränkungen, die dazu führen, daß diese Parameter nicht unabhängig von einander gewählt werden können. Die thermische Geschwindigkeit darf nicht zu klein sein, da ansonsten die Debye-Länge und damit die Größe der Zellen sehr viel kleiner als die Inertiallänge der Ionen wird. Sie sollte aber – auch wenn die *Langmuir-Mode* nur

schwach an Dichteschwankungen koppelt – auch nicht oberhalb der Schockgeschwindigkeit liegen, um zu vermeiden, daß schnelle, thermische Elektronen die Schockfront auswaschen. Zusätzlich definiert die thermische Geschwindigkeit zusammen mit dem Massenverhältnis die Geschwindigkeit der *Ionenschallwelle*. Zusammen mit der *Alfvén-Geschwindigkeit* gibt diese die Geschwindigkeit der schnellsten Mode im System, die *magnetosonische Mode*, vor. Die Schockgeschwindigkeit muß (deutlich) über all diesen Geschwindigkeiten liegen. Um einen solchen Schock zu erreichen, muß die Strömungsgeschwindigkeit u im Ruhesystem des Downstreammedium ausreichend hoch sein. Andererseits sollten Strömung nicht so schnell sein, daß relativistische Effekte eine Rolle spielen oder störende numerische Effekte wie Tscherenkow-Strahlung am Gitter auftreten.

Die Werte in Tabelle 7.2 sind ein Kompromiss an all diese Anforderungen.

7.3 Ergebnisse

Eine einzelne Schocksimulation erzeugt Hunderte Gigabyte an Daten und es ist völlig illusorisch, jedes Häppchen Output einzeln zu betrachten. Es ist daher nötig, aus der Fülle an Daten die interessanten Informationen herauszudestillieren. Eine einzelne Teilchengeschwindigkeit ist uninteressant im Vergleich zum Temperaturanstieg beim Durchgang durch den Schock, ein einzelner Wert des elektrischen Felds irrelevant im Vergleich zum Potentialunterschied über den Schock. In diesem Abschnitt soll es daher um den nötigen Schritt der Datenauswertung gehen.

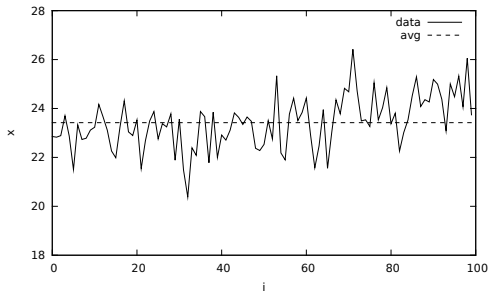
7.3.1 Statistische Methoden zur Erkennung der Schockposition

Möchte man die Änderung von Größen zwischen Upstream und Downstream bestimmen, ist es als erstes nötig festzulegen, welcher Bereich der Simulation damit jeweils gemeint ist. Der erste Schritt in diese Richtung besteht darin, die Veränderung von Plasmaeigenschaften auf objektive Art und Weise zu erfassen. Zu diesem Zweck wurde die Methode der *kumulativen Summe*, kurz *CUSUM*, verwendet. Diese Methode von Page (1954) ist im Bereich der Qualitätskontrolle weit verbreitet, wird aber auch zur Analyse von Meßdaten, die in Form von Zeitreihen vorliegen, verwendet. Da die Methode kaum bei Schocksimulationen verwendet wird⁴, ist es nötig die Methode hier zu erläutern.

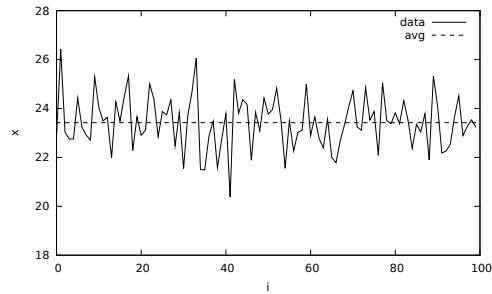
Abbildung 7.3a zeigt einen Satz Beispieldaten, die auf die Existenz einer signifikanten Veränderung untersucht werden sollen. Bei genauer Betrachtung fällt auf, daß die Werte x_i bei höheren i tendenziell größer als der gestrichelt eingezeichnete Mittelwert \bar{x} ausfallen. Da die Daten sehr verrauscht sind, ist aber fraglich, ob dies nur ein Zufall ist, oder wirklich ein signifikanter Unterschied. Um diese Frage zu beantworten berechnet man:

$$\bar{x} = \sum_{i=0}^{n-1} x_i, \quad S_0 = 0, \quad S_i = S_{i-1} + x_i - \bar{x}. \quad (7.1)$$

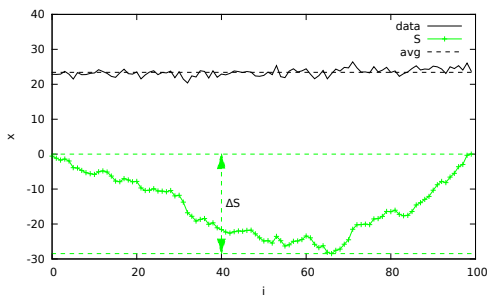
⁴Das einzige leicht zu findende Paper hierzu ist Krausz u. Bauckhage (2011) und behandelt Schocks in einem ganz anderen „Fluid“.



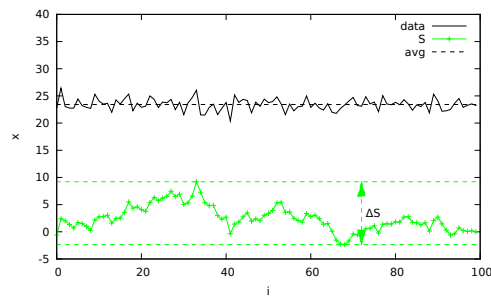
(a) Verrauschte Daten, die auf die Existenz einer signifikanten Änderung des Mittelwerts untersucht werden sollen



(b) Daten, die durch zufälliges Umsortieren aus den Ausgangsdaten hervorgegangen sind



(c) Kumulative Summe der Abweichungen vom Mittelwert



(d) Kumulative Summe für die randomisierten Daten

Abbildung 7.3: Um statistisch signifikante Veränderungen in verrauschten Daten zu finden kann man die kumulative Summe über die Abweichungen verwenden. Liegt die Spanne zwischen Minimum und Maximum für die Originaldaten höher als für die meisten randomisierten Abfolgen der gleichen Daten, so kann man schließen, daß die Originaldaten nicht nur Rauschen enthalten.

In der Originaldefinition werden Abweichungen nach oben und nach unten getrennt in S^+ und S^- erfasst, und beim Überschreiten eines vorher festgelegten Grenzwertes S_{\max} geht man von einer signifikanten Änderung aus. Um diesen Grenzwert sinnvoll festlegen zu können, benötigt man mehr Kenntnis über das Rauschen, als man im allgemeinen Fall hat. Um dieses Problem zu umgehen, berechnet man im ersten Schritt die Spannweite an S , die auftreten:

$$\Delta S = \max(S_i) - \min(S_i). \quad (7.2)$$

Wenn die x_i bei großen i systematisch größer sind, dann liegen die Datenpunkte bei kleinen i systematisch unter dem globalen Durchschnitt, was sich in einem zunehmend negativen S_i niederschlägt. Die späteren x_i liegen dann systematisch über \bar{x} , S weist einen Wendepunkt auf und strebt wie man an Abbildung 7.3c erkennt gegen $S_n = 0$. Im gezeigten Beispiel führt dies zu $\Delta S = 28,5$.

Den Grenzwert, wie weit sich S durch zufälliges Rauschen von Null entfernen darf, setzt man nun über die Methode des Bootstrapping (siehe Efron u. Tibshirani 1994 für eine allgemeine Einführung in diese Technik) fest. Dazu erzeugt man neue Datenfolgen x'_i durch zufälliges Umsortieren der Daten (siehe Abbildung 7.3b). Für diese neue Datenfolge berechnet man analog S'_i und $\Delta S'$, wie in Abbildung 7.3d illustriert. Für diese Abfolge erhält man $\Delta S' = 11,6$.

Dieser Mischvorgang läßt sich wiederholen, so daß man einen ganzen Satz an $\Delta S'$ berechnen kann. Falls die Unterschiede zwischen den x_i einzig und alleine auf zufälliges Rauschen zurückzuführen sind, sollte Umsortieren nichts ausmachen. Wenn ΔS jedoch weit außerhalb der beobachteten Verteilung der $\Delta S'$ liegt, so kann man schlussfolgern, daß die Abweichungen nicht rein zufällig sind. Für 1000 Permutationen der Beispieldaten findet man, daß $\Delta S'$ in 95 Prozent aller Fälle kleiner als 16,9 ist und in allen Fällen kleiner als 22,6 ist. Dementsprechend schließt man mit einem Confidence Level von (mehr als) 95 Prozent, daß die x_i für große i nicht nur zufällig größer ausfallen. Dies entspricht auch der Erzeugung der Beispieldaten. Die ersten 66 Datenpunkte wurden mit einem Mittelwert von 23 und einer Standardabweichung von 1,1 erzeugt, danach wurde der Mittelwert auf 24 erhöht.

Möchte man diese Methode, die auf Taylor (2000) zurückgeht, auf die Massendichte in den Schocksimulationen anwenden, so kann man die Analyse entweder für die zeitliche Entwicklung an unterschiedlichen Punkten, oder für die räumliche Verteilung zu gegebenen Zeitpunkten durchführen. Obwohl CUSUM-Tests oftmals zur Erkennung von Veränderungen in Zeitreihen verwendet werden, bietet es sich an, für die Simulationen die zweite Alternative zu wählen, da dann die Analyse parallel zum Lauf der Simulation durchgeführt werden kann.

Hierbei tritt allerdings noch eine weitere Komplikation auf. Die CUSUM-Methode geht von abschnittsweise konstanten Daten und unkorreliertem Rauschen aus. Beides ist in der Simulation nicht gegeben, da die Massendichte eine nicht verschwindende Autokorrelation aufweist. Dies liegt einerseits an der Numerik, oder genauer gesagt dem Formfaktor, der die Teilchen auf mehrere benachbarte Zellen verteilt. Andererseits erwartet man rein physikalisch, daß die Massendichte (die von den Ionen dominiert wird) sich nur auf Län-

genskalen von etwa einer Inertiallänge der Ionen frei entwickeln kann. Die Inertiallänge umfasst jedoch mehr als 1000 Zellen. Sortiert man nun eine Folge von Datenpunkten mit korreliertem Rauschen zufällig um, so sinkt $\Delta S'$ fast zwangsläufig, da neben einem Datenpunkt mit zu hohem Wert nicht mehr fast sicher ein weiterer Ausreißer nach oben folgt, sondern genauso gut eine Abweichung nach unten folgen kann. Als Ausweg wurde die Massendichte vor der Anwendung der CUSUM-Methode über jeweils 200 Zellen gemittelt. Dies entfernt kleinskalige Schwankungen auf Elektronenskalen, reduziert die Datenpunkte auf eine handlichere Menge und entfernt alle „false positives“ im Bereich des Upstreams.

Wenn der CUSUM-Test die Existenz einer signifikanten Änderung feststellt, muß man im nächsten Schritt noch feststellen, wann bzw. wo die Änderung aufgetreten ist. Hierzu nennt Taylor (2000) zwei Möglichkeiten. Im einfachsten Fall geht man davon aus, daß die Änderung direkt nach dem Punkt i passiert ist, an dem $|S_i|$ maximal war. Alternativ berechnet man

$$D(m) = \sum_{i=0}^{m-1} (x_i - \bar{x}_1)^2 + \sum_{i=m}^{n-1} (x_i - \bar{x}_2)^2, \quad (7.3)$$

wobei \bar{x}_1 und \bar{x}_2 die getrennten Mittelwerte für den ersten bzw. zweiten Teil der Daten sind:

$$\bar{x}_1 = \sum_{i=0}^{m-1} x_i/m, \quad \bar{x}_2 = \sum_{i=m}^{n-1} x_i/(n-m). \quad (7.4)$$

Man modelliert die Daten also als zwei Bereiche mit konstantem Mittelwert, der sich bei m schlagartig ändert und die Größe $D(m)$ gibt an, wie sehr die Daten von dieser Annahme abweichen. Um die Veränderung des Mittelwerts zu lokalisieren variiert man m und versucht $D(m)$ zu minimieren. Bei minimalem $D(m)$ schließt man auf eine Änderung zwischen $m-1$ und m . Diese Methode funktioniert etwas zuverlässiger als das Maximum von $|S_i|$, benötigt bei großen Datenmengen etwas länger⁵. Da nicht alle 100000 Datenpunkte getrennt betrachtet werden, ist die zweite Methode schnell genug für die vorliegenden Schocksimulationen.

Hat man die Position einer signifikanten Änderung ermittelt, so teilt man den Datensatz an dieser Stelle und prüft, ob im Bereich davor oder dahinter weitere signifikante Änderungen enthalten sind. Dies wird fortgesetzt bis keine weiteren signifikanten Änderungen gefunden werden.

Wenn alle signifikanten Änderungen gefunden sind, kann es sinnvoll sein, die Liste zu sortieren und zu testen, ob alle Veränderungen immer noch signifikant sind, wenn man nur den Bereich zwischen der vorhergehenden und der nachfolgenden Änderung betrachtet. Andernfalls entfernt man die Position, an der eine Änderung mit dem kleinsten Confidence Level erkannt wird und wiederholt den Vorgang. Bei den Schocksimulationen werden so nur sehr wenige Punkte entfernt, die Überprüfung geht jedoch schnell und entfernt Artefakte durch die rekursive Suche. Zusätzlich filtert man Positionen aus, an

⁵Eine naive Suche nach dem minimalen $D(m)$ skaliert wie $\mathcal{O}(n^2)$.

denen in den vorhergehenden oder nachfolgenden Zeitschritten keine Veränderungen in der Nähe auffindbar waren. Abbildung 7.4 zeigt die Massendichte relativ zur Dichte des Upstream in der Simulation 5d zusammen mit den Positionen, an denen signifikante Änderungen gefunden wurden.

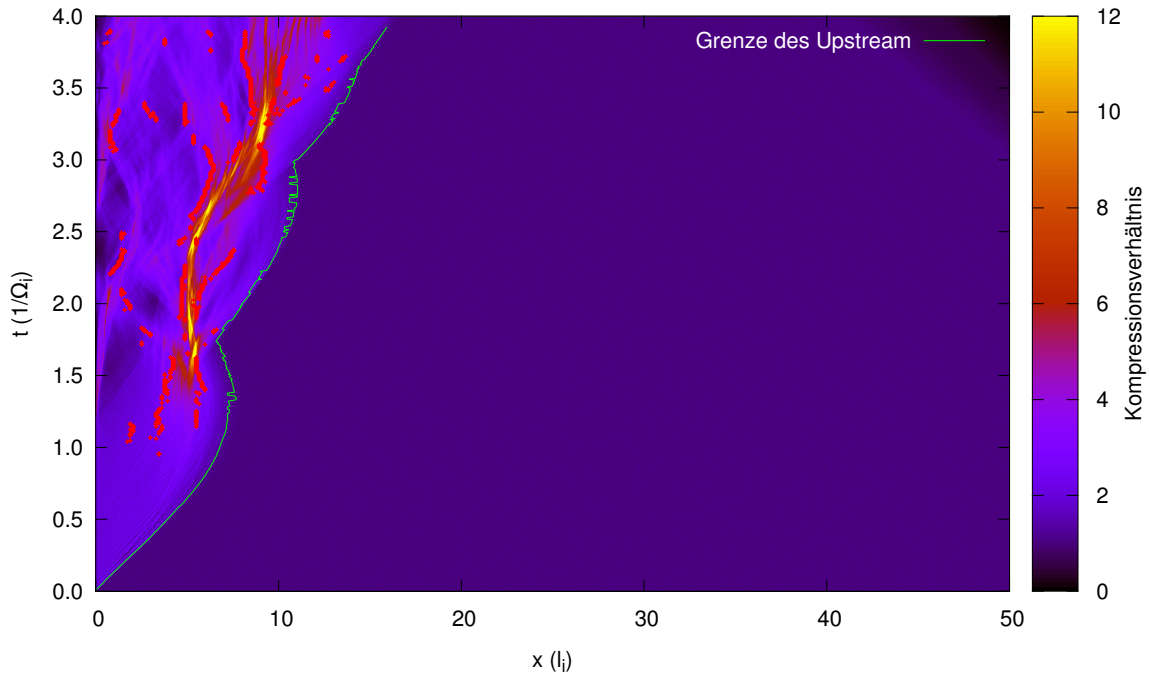


Abbildung 7.4: Signifikante Änderungen in der Massendichte am Ende des ungestörten Upstreams und an transienten Kompressionsbereichen im Downstreambereich.

In der Abbildung erkennt man rechts den ungestörten Upstream, mit einer relativen Dichte von 1. Die am weitesten rechts gelegene, signifikante Änderung wird als Ende des Upstream identifiziert. Zwischen dieser Position und der reflektierenden Wand bei $x = 0$ befindet sich der Downstream. Dieser ist nicht homogen, sondern weist zusätzliche Dichteschwankungen auf. Bevor in Abschnitt 7.3.3 auf diese eingegangen wird, befasst sich der folgende Abschnitt mit der Geschwindigkeit des Schocks.

7.3.2 Schockgeschwindigkeit

Wie man in Abbildung 7.4 gut erkennen kann bewegt sich die Schockfront nicht mit konstanter Geschwindigkeit in den Upstream. Vielmehr wird die Schockfront zeitweise langsamer, was zu einer erhöhten Dichte kurz hinter der Schockfront führt und beschleunigt dann erneut in den Upstream. Um diese kurzzeitigen Schwankungen auszugleichen, fittet man eine Gerade an die Begrenzung des Upstreams und ermittelt die mittlere Schockgeschwindigkeit. Diese liegt für die unterschiedlichen Simulationen bei etwa fünf

run	v_{Sh}/c
4b	$0,09888 \pm 0,00082$
5a	$0,04765 \pm 0,00093$
5b	$0,05550 \pm 0,00035$
5c	$0,05467 \pm 0,00044$
5d	$0,05307 \pm 0,00048$
5f	$0,06177 \pm 0,00028$
5e	$0,05446 \pm 0,00051$
6a	$0,04936 \pm 0,00085$
6b	$0,0831 \pm 0,0014$
6c	$0,0701 \pm 0,0014$

Tabelle 7.3: Mittlere Geschwindigkeit der Schockfront im Ruhesystem des Downstreams in Bruchteilen der Lichtgeschwindigkeit. Die angegebenen Fehlergrenzen erfassen nur den Standardfehler aus dem Fit.

bis zehn Prozent der Lichtgeschwindigkeit. Tabelle 7.3 enthält eine Übersicht mit den einzelnen Ergebnissen und Fehlergrenzen aus der Fit-Prozedur. Die angegebenen Fehler sind die Standardfehler des Fits. Diese unterschätzen den tatsächlichen aus der anfänglich zu hohen Schockgeschwindigkeit sowie aus kurzzeitigen Schwankungen. Sowohl ein Chi-Quadrat-Test als auch ein Blick auf die Abbildung zeigen eindeutig, daß die Schockfront sich nicht mit konstanter Geschwindigkeit bewegt.

run	r	\mathcal{M}_u
4b	$2,449 \pm 0,031$	$13,61 \pm 0,11$
5a	$3,05 \pm 0,43$	$14,44 \pm 0,28$
5b	$2,259 \pm 0,064$	$9,053 \pm 0,058$
5c	$2,388 \pm 0,094$	$9,222 \pm 0,075$
5d	$2,43 \pm 0,12$	$9,276 \pm 0,084$
5e	$2,50 \pm 0,12$	$9,309 \pm 0,088$
5f	$2,0565 \pm 0,0096$	$11,858 \pm 0,018$
6a	$2,27 \pm 0,22$	$9,08 \pm 0,16$
6b	$4,78 \pm 0,18$	$10,78 \pm 0,18$
6c	$3,46 \pm 0,23$	$10,11 \pm 0,20$

Tabelle 7.4: Kennt man die Schockgeschwindigkeit kann man weitere Größen berechnen. Dies sind einerseits das Kompressionsverhältnis r und andererseits die Mach-Zahl des Upstreams relativ zur magnetosonischen Mode.

Die Ermittlung der Schockgeschwindigkeit ist kein reiner Selbstzweck, sondern erlaubt es, weitere Größen, welche den Schock charakterisieren, zu berechnen. Als erstes ist hier die *Mach-Zahl* \mathcal{M}_u zu nennen. Diese ergibt sich aus dem Verhältnis der Geschwindigkeiten des Upstream und der *magnetosonischen Mode* dort. Man erhält so Mach-Zahlen von etwa zehn, was laut Zank et al. (2000) für einen CME getriebenen Schock ab etwa 0,4 AU

realistisch ist. Für den kleinen Sonnenabstand, der für Dichte und Magnetfeld verwendet wurde, wäre eine Mach-Zahl von vier oder knapp darüber typischer. Eine niedrigere Strömungsgeschwindigkeit wurde – auf Kosten einer langsameren Schockbildung und längerer Rechenzeit – zu einer niedrigeren Mach-Zahl führen.

Desweiteren bietet das Verhältnis aus den Geschwindigkeiten im Upstream und im Downstream eine Möglichkeit, das *Kompressionsverhältnis* r zu berechnen. Die resultierenden Werte sind, genau wie die Mach-Zahl, in Tabelle 7.4 aufgeführt. Wie gut das so berechnete Verhältnis zur Dichtezunahme und zur Vorhersage anhand der Mach-Zahl passt, wird in den folgenden Abschnitten erläutert.

Die angegebenen Fehler in Kompressionsverhältnis und Mach-Zahl ergeben sich mit Hilfe des Fehlerfortpflanzungsgesetzes aus dem Fehler der Schockgeschwindigkeit. Dementsprechend sind die Fehlergrenzen auch hier zu niedrig.

7.3.3 Dichte im Downstream

Man kann die Dichte im Downstream auch direkt ermitteln. Betrachtet man aber die Dichteschwankungen im Downstream, wie sie zum Beispiel in Abbildung 7.4 erkennbar sind, so ist klar, daß man geeignet mitteln muß, um die Dichte weit entfernt von der Schockfront abzuschätzen.

run	r_D	r_B
4b	$2,80 \pm 0,56$	
5a	$2,44 \pm 0,58$	
5b	$2,97 \pm 0,59$	
5c	$2,82 \pm 0,62$	
5d	$2,59 \pm 0,75$	$2,61 \pm 0,84$
5e	$2,40 \pm 0,73$	$2,59 \pm 0,82$
5f	$2,9 \pm 1,2$	$2,67 \pm 0,93$
6a	$2,7 \pm 1,2$	$2,52 \pm 0,89$
6b	$2,16 \pm 0,29$	
6c	$2,22 \pm 0,45$	

Tabelle 7.5: Die Dichteschwankungen nach dem Durchgang durch die Schockfront erschweren die Bestimmung von ρ_d , was sich auch in den größeren Fehlergrenzen für das Kompressionsverhältnis $r_D = \rho_d/\rho_u$ niederschlägt. Ähnliches gilt für die Kompression r_B der Magnetfeldkomponente B_y .

Um die räumlichen und zeitlichen Schwankungen auszugleichen, wird der Bereich ab einer Ioneninertiallänge von der Wand entfernt bis zu fünf Ioneninertiallänge hinter der Schockfront gemittelt. Dies entfernt mögliche Einflüsse der Wand und ignoriert das Maximum der Kompression hinter der Schockfront, das Werte deutlich über dem asymptotischen Limit von vier erreicht. Spätere Zeitschritte haben bei dieser Methode effektiv ein höheres Gewicht, da sie einen größeren Raumbereich enthalten, der den genannten Kriterien entspricht. Dies ist jedoch aller Wahrscheinlichkeit nach kein Problem, da hier

der Downstream mehr Zeit zum Relaxieren hatte und den Verhältnissen weit entfernt von der Schockfront ähnlicher ist. Alle Zeitschritte, bei denen die Schockfront noch nicht mindestens sechs Ioneninertiallängen von der Wand entfernt ist, tragen nicht bei. Hat man so die Dichte im Downstream ermittelt, so kann man mit der bekannten Dichte im Upstream das Kompressionsverhältnis r_D als Verhältnis der Dichten ρ_d/ρ_u berechnen. Tabelle 7.5 enthält die so erhaltenen Werte. Auf Grund der Dichteschwankungen im Downstream sind die Fehlergrenzen deutlich größer als in Abschnitt 7.3.2.

Analog zum Kompressionsverhältnis für die Massendichte kann man auch die Kompression der Magnetfeldkomponente B_y betrachten und erhält so r_B . Diese ist ebenfalls in Tabelle 7.5 enthalten.

7.3.4 Temperatur im Downstream

Genauso wie die Dichte im Downstream, ist auch die Temperatur dort eine nicht trivial zu ermittelnde Größe. Der Grund hierfür ist die kollisionsfreie Natur des System. Die Teilchen stoßen nicht permanent aneinander und thermalisieren daher nach dem Durchgang durch die Schockfront nicht instantan. Abbildung 7.5 illustriert die Zeitentwicklung im Phasenraum.

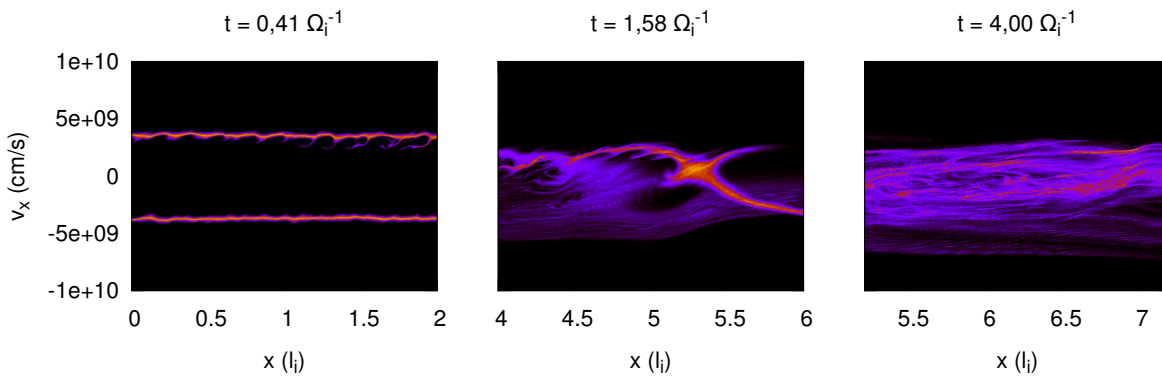


Abbildung 7.5: Drei Entwicklungsschritte der Phasenraumdichte der Ionen. Die drei Abbildungen verwenden Daten aus der Simulation 5d. Die Zeitpunkte und Bildausschnitte haben keine besondere Bewandnis.

Zu Beginn der Simulation bewegt sich das Plasma mit konstanter Geschwindigkeit $|u|$ und kleiner thermischer Verteilungsbreite v_{th} nach links. Das eintreffende Plasma wird an der Wand reflektiert und bewegt sich mit der gleichen Geschwindigkeit $|u|$ in die Gegenrichtung. Dies führt zu einer Situation, in der Plasmainstabilitäten anwachsen können. Diese Instabilitäten betreffen zunächst Elektronen und finden auf entsprechend kurzen Längenskalen statt. Die Elektronen wechselwirken jedoch mit den Ionen und beeinflussen deren Phasenraumdichte. Dies ist im linken Plot von Abbildung 7.5 illustriert, wo man kleine Wirbel mit einer typischen Längenskala von einigen Zehnteln der Inertiallänge l_i

der Ionen⁶ findet.

Einige Zeit später sind die Instabilitäten angewachsen und haben die Ionen voll erfasst. Dies ist im zweiten Plot dargestellt. Es bilden sich geschlossene Wirbel um Löcher im Phasenraum, mit einer Längenskala von etwas unter einer Inertiallänge und Geschwindigkeiten, die den gesamten Bereich von $-|u|$ bis $|u|$ abdecken.

Der dritte Plot zeigt einen noch späteren Zeitpunkt. Die großen Wirbel im Phasenraum sind über sekundäre Instabilitäten zerfallen. Die Teilchen decken einen großen Geschwindigkeitsbereich ab, weisen im Mittel aber keine große Drift auf. Die Teilchenpopulation ist zu diesem Zeitpunkt nicht vollständig thermalisiert, da die Verteilung $f(v)$ aber kaum noch ansteigende Flanken aufweist ist die Verteilung viel stabiler gegenüber Instabilitäten. Dementsprechend kann man nicht einfach abwarten, bis sich eine Maxwell-Verteilung eingestellt hat, sondern muß die Temperatur im Downstream schätzen.

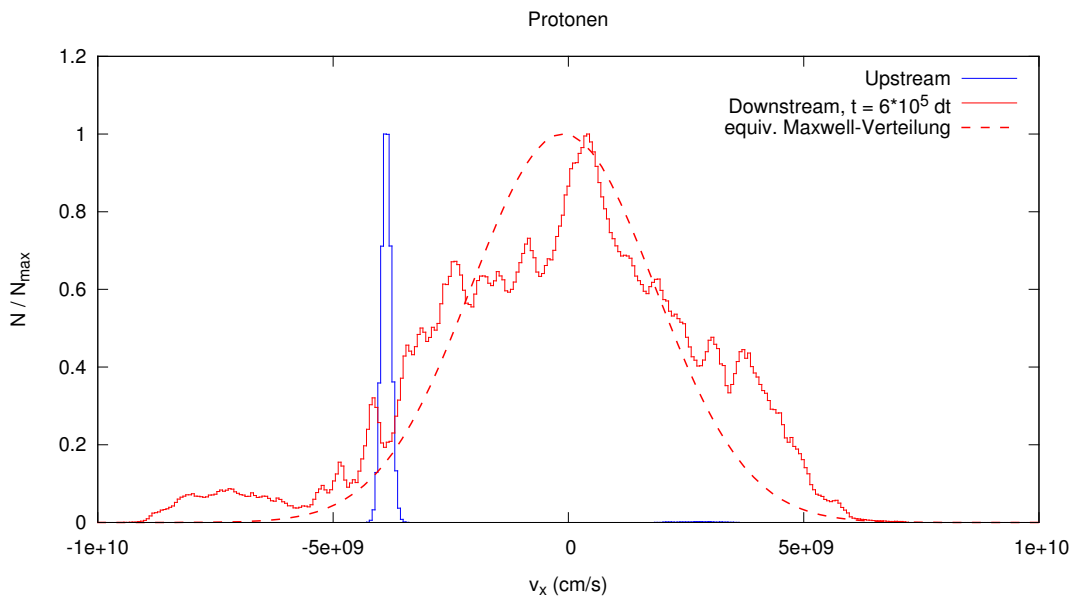


Abbildung 7.6: Energieverteilung der Protonen im Downstream nach $6 \cdot 10^5$ Zeitschritten in Simulation „5d“. Zu Vergleichszwecken ist auch die Verteilung im ursprünglichen Upstream gezeigt. Beide Verteilungen sind auf die höchste auftretende Teilchenzahl N_{\max} in einem Histogrammbin normiert. Außerdem ist eine Maxwell-Verteilung gezeigt, die die gleiche mittlere Geschwindigkeit $\langle v_x \rangle$ und das gleiche Geschwindigkeitsquadrat $\langle v_x^2 \rangle$ wie der Downstream aufweist.

Hierzu mittelt man über alle Teilchen (Elektronen und Protonen getrennt) im letzten verfügbaren Zeitschritt der Simulation, die im Raumgebiet liegen, welches für die Schätzung der Dichte im Downstream verwendet wurde, und berechnet die mittleren quadratischen Geschwindigkeiten $\langle v_x^2 \rangle$, $\langle v_y^2 \rangle$ und $\langle v_z^2 \rangle$. Hierbei fällt auf, daß die Breite der Geschwindig-

⁶Das Massenverhältnis m_p/m_e in dieser Simulation ist 100.

keitsverteilung in der Richtung senkrecht zum Magnetfeld und zur Strömungsrichtung $\langle v_y^2 \rangle$ wesentlich kleiner als in den beiden anderen Richtungen ausfällt. Daher werden nur die Geschwindigkeitsverteilung entlang der Strömung $\langle v_x^2 \rangle$ und längs des Magnetfelds $\langle v_z^2 \rangle$ verwendet. Die lassen sich über $k_B T = 3/2 m v_{\text{th}}^2$ in eine Temperatur umrechnen und mitteln. Die so erhaltenen Temperaturen sind in Tabelle 7.6 zusammengefasst.

run	T_p / MK	T_e / MK
4b	2400	129
5a	400	118
5b	900	95
5c	2330	81
5d	3900	108
5e	4400	124
5f	4500	187
6a	3100	194
6b	1900	190
6c	2600	210

Tabelle 7.6: Temperaturen der Protonen und Elektronen im Downstream. Die Teilchenpopulationen weisen nicht die gleiche Temperatur auf und die Geschwindigkeitsverteilung ist nicht isotrop. Dementsprechend groß sind die Fehler in diesen Größen.

Betrachtet man Abbildung 7.6 so fällt auf, daß die Geschwindigkeitsverteilung noch zu viele Teilchen bei hohen Geschwindigkeiten und zu wenige bei kleinen Geschwindigkeiten aufweist. Dadurch wird vermutlich die Temperatur der Protonen etwas unterschätzt. Zusätzlich ist die Geschwindigkeitsverteilung der Protonen noch recht anisotrop, was ebenfalls die Bestimmung der Protonentemperatur erschwert. Bei den Elektronen fällt auf, daß diese zwar eine isotrope Verteilung aufweisen, die in guter Näherung einer Maxwell-Verteilung entspricht, sie aber eine viel niedrigere Temperatur als die Protonen besitzen.

7.3.5 Entropieproduktion

Eng verknüpft mit der Umwandlung von kinetischer Energie in der gerichteten Strömung in die kinetische Energie in der zufälligen thermischen Bewegung einzelner Teilchen ist die Zunahme der Entropie. Bei dieser thermodynamischen Größe gibt es jedoch ein unvorhergesehenes Problem: In einem völlig kollisionsfreien Plasma ist die Entropie gemäß dem *H-Theorem* konstant. Nur Kollisionen – entweder binäre Kollisionen zweier Teilchen oder resonante Wechselwirkungen zweier Teilchengruppen – können zu einer Zunahme der Entropie führen.

In einem Particle-in-Cell-Code, der eigentlich ein kollisionsfreies Plasma simuliert, gibt es nun drei Mechanismen die zu einer Zunahme der Entropie beim Durchgang durch den Schock führen. Der erste Mechanismus ist genau genommen eine Schwäche des Simulationsverfahrens. Durch die Verringerung der Teilchenzahl auf vergleichsweise wenige

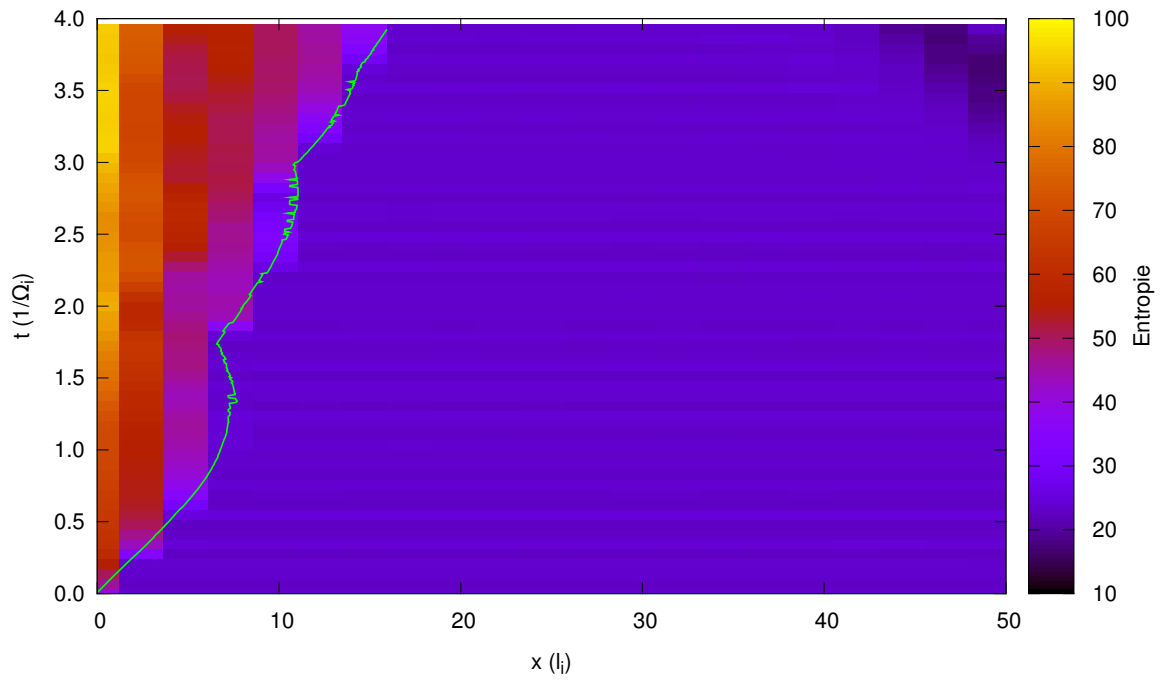


Abbildung 7.7: Entropie, berechnet nach Formel 7.5, mit Hilfe der Teilchenverteilung nach einem coarse graining. Da der Absolutwert von der Auflösung des coarse graining abhängt, wurde auf eine Normierung verzichtet.

Makroteilchen sinkt die effektive freie Weglänge und es kommt zu „numerischen“ Kollisionen. Ein geschickter Formfaktor minimiert diesen Effekt, kann ihn aber nicht ganz entfernen. Der zweite Effekt ist, daß Teilchenpopulationen positiver Steigung $\partial f/\partial v$ Plasmawellen abstrahlen können und damit zu einer Maxwell-Verteilung relaxieren⁷. Daß tatsächlich sowohl in der Natur ein Relaxationsmechanismus an einem eigentlich kollisionsfreien Schock vorhanden sein muß, erkennt man daran, daß die zunächst vorhandenen oszillatorischen Überschwinger hinter der Schockfront nicht erhalten bleiben, sondern irgendwann abklingen und einen homogenen Downstream bilden.

Als dritte Möglichkeit bleibt noch, daß die Entropie gar nicht auf die Dynamik des Systems selber sondern die Unwissenheit des Beobachters zurückzuführen ist. Diese Idee geht auf Buneman (1964) zurück. In diesem Fall führt die kollisionsfreie Dynamik des Systems zu einer Phasenraumdicke, welche nicht wirklich an Entropie gewinnt, die aber so kompliziert ist, daß jede Berechnung bzw. Messung der Entropie auf Grund des begrenzten Wissens bzw. der begrenzten Auflösung zu einer (scheinbaren) Zunahme der Entropie führt. Tatsächlicher Grund sind jedoch nicht Kollisionen, sondern das *coarse graining*. In der Auswertung der Simulationen kommt dieser Verlust an Auflösung deutlich zum Tragen. Die Entropie wird entlang der langen Richtung der Simulationsbox berechnet, in dem der Simulationsbereich in Abschnitte zerlegt wird. In jedem der Abschnitte wird die Geschwindigkeitsverteilung durch die Anzahl an Teilchen in einem $32 \cdot 32 \cdot 32$ -Würfel im Geschwindigkeitsraum beschrieben. Aus diesem Histogramm der Teilchengeschwindigkeiten wird dann die Entropie berechnet⁸:

$$S(x) = - \sum_{v_x, v_y, v_z} N_i \ln N_i. \quad (7.5)$$

Der numerische Wert von S hängt dabei von der gewählten Auflösung ab, daher wird S nur unnormiert in willkürlichen Einheiten verwendet. Wichtiger als der Absolutbetrag der Entropie ist die Veränderung in Raum und Zeit. Diese ist in Abbildung 7.7 zu erkennen. Diese enthält die Entropie in der gleichen Auftragung wie die Massendichte in Abbildung 7.4.

Wie gut zu erkennen ist, bleibt die Entropie im Upstream zeitlich konstant, was dafür spricht, daß die numerischen Kollisionen keinen starken Einfluss haben, steigt aber deutlich beim Durchgang durch die Schockfront.

7.3.6 Erfüllung der Sprungbedingungen

Nach all den Beobachtungen der vorangegangenen Abschnitte ist der Leser hoffentlich überzeugt, daß sich der Code und das verwendete Setup dazu eignen, einen nichtrelativistischen, kollisionsfreien Schock zu simulieren. Es bleibt aber noch die Frage, wie gut die beobachteten Größen zu den Vorhersagen der Theorie passen.

⁷Dieser Prozess ist invers zur Landau-Dämpfung.

⁸Folgt man Moddemeijer (1989), so sollte noch eine logarithmische Korrektur für die Bingröße erfolgen. Diese ist jedoch konstant und wird genau wie die Normierung vernachlässigt.

run	v_{Sh}/c	r	T / MK
4b	0,079	3,96	2219
5a	0,032	3,96	355
5b	0,049	3,96	824
5c	0,045	3,97	1484
5d	0,043	3,98	3190
5e	0,042	3,99	3199
5f	0,042	3,99	3200
6a	0,043	3,98	3190
6b	0,042	3,99	3199
6c	0,042	3,99	3200

Tabelle 7.7: Vorhersage anhand der Sprungbedingungen und der Größen im Upstream für einen Adiabatenexponenten von $\gamma = 5/3$.

run	v_{Sh}/c	r	T / MK
4b	0,119	2,98	3317
5a	0,047	2,98	531
5b	0,072	2,98	1233
5c	0,067	2,99	2225
5d	0,064	2,99	4787
5e	0,064	3,00	4795
5f	0,064	3,00	4796
6a	0,064	2,99	4787
6b	0,064	3,00	4795
6c	0,064	3,00	4796

Tabelle 7.8: Vorhersage für einen Medium mit nur zwei Freiheitsgraden und einem Adiabatenexponenten von $\gamma = 2$.

Tabelle 7.7 enthält die Werte, die man aus den Sprungbedingungen erhält, wenn man die vorgegebenen Eigenschaften des Upstreams einsetzt. Die vorgesagten Schockgeschwindigkeiten liegen jedoch deutlich unterhalb der Werte, die aus der Simulation bestimmt werden. Da die Temperatur in y -Richtung nicht mit der Temperatur entlang der beiden anderen Raumrichtungen gestiegen ist, liegt es nahe die Vorhersage für zwei Freiheitsgrade und $\gamma = 2$ zu wiederholen. So erhält man Tabelle 7.8.

Die so vorhergesagten Schockgeschwindigkeiten sind höher und passen besser zu den Werten in Tabelle 7.3. Trotzdem sind die Werte in der Simulation nochmal etwas höher, was darauf zurückzuführen ist, daß die Schockfront sich am Anfang der Simulation erst bildet und zunächst mit der Geschwindigkeit u des Upstreams unterwegs ist, bevor sie an Geschwindigkeit verliert.

Die Kompressionsverhältnis in Tabelle 7.5, die direkt aus der Dichte im Downstream ermittelt werden, stimmen im Rahmen der Fehlergrenzen mit den Vorhersagen für $\gamma = 2$ überein. Die Werte für das Kompressionsverhältnis in Tabelle 7.4 fallen (außer bei den sehr kurz laufenden Simulationen) niedriger aus. Im Rahmen der Fehlergrenzen stimmen sie nicht mit der Theorie überein, die Fehlergrenzen stammen jedoch nur aus dem Fit, mit dem die Schockgeschwindigkeit ermittelt wurde, und sind höchstwahrscheinlich zu niedrig.

Die Temperaturen im Downstream, die in Tabelle 7.6 angegeben sind, zeigt sich, daß die Elektronen etwa eine Größenordnung kühler als erwartet sind. Die Protonen weisen eine Temperatur auf, die etwas unter der Vorhersage für $\gamma = 5/3$ liegt. Die vorhergesagten Temperaturen für $\gamma = 2$ liegen noch etwas höher. Da die Verteilung noch nicht einer isotropen Maxwell-Verteilung entspricht, ist es sehr schwer, Fehlergrenzen anzugeben und zu entscheiden, ob es eine signifikante, systematische Abweichung gibt.

7.3.7 Vermittlung der Inter-Teilchen-Wechselwirkung

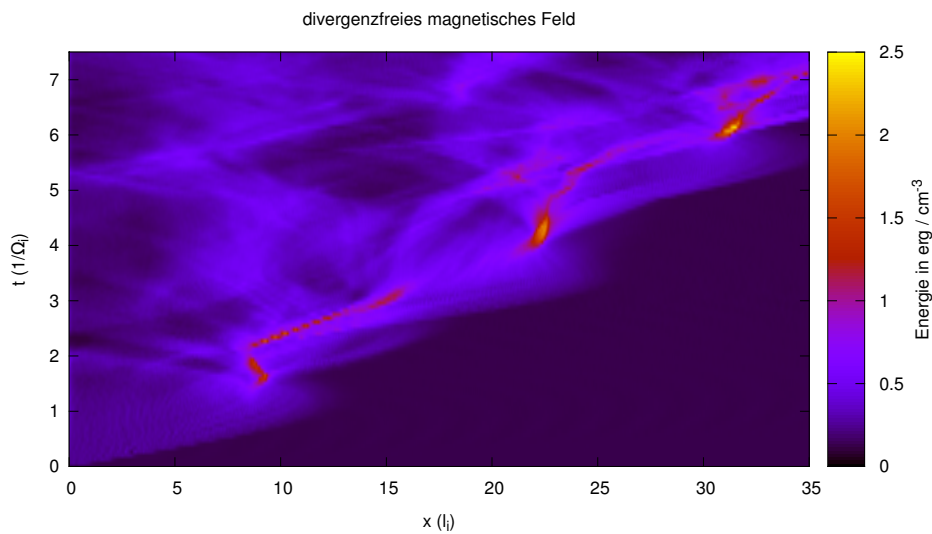


Abbildung 7.8: Gezeigt ist die Energie im divergenzfreien Anteil des magnetischen Felds. Da der räumlich konstante Anteil miteinbezogen ist, ist dies wie zu erwarten der dominante Anteil des elektromagnetischen Felds.

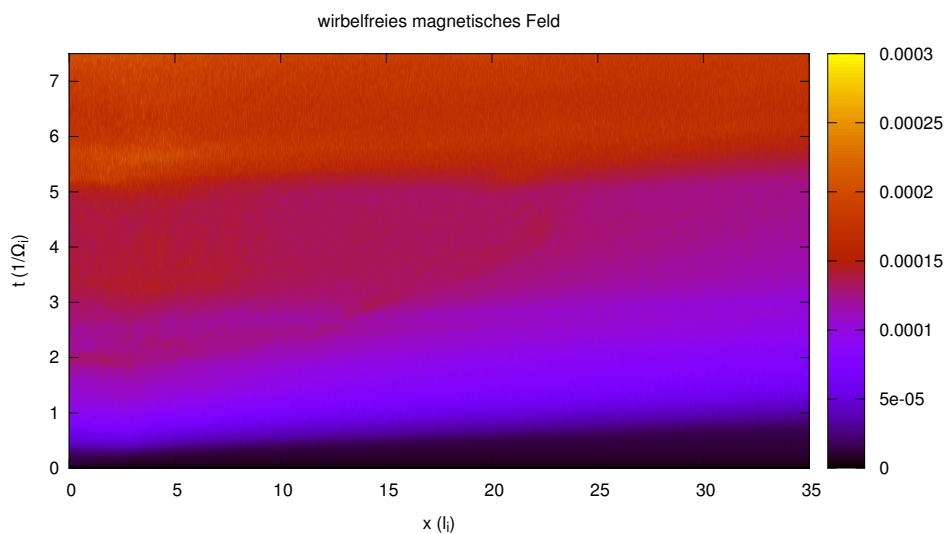


Abbildung 7.9: Hier die Energie im wirbelfreien Anteil des magnetischen Felds. Diese wird vom spektralen Algorithmus für die Helmholtz Zerlegung deutlich überschätzt, ist aber trotzdem vernachlässigbar klein.

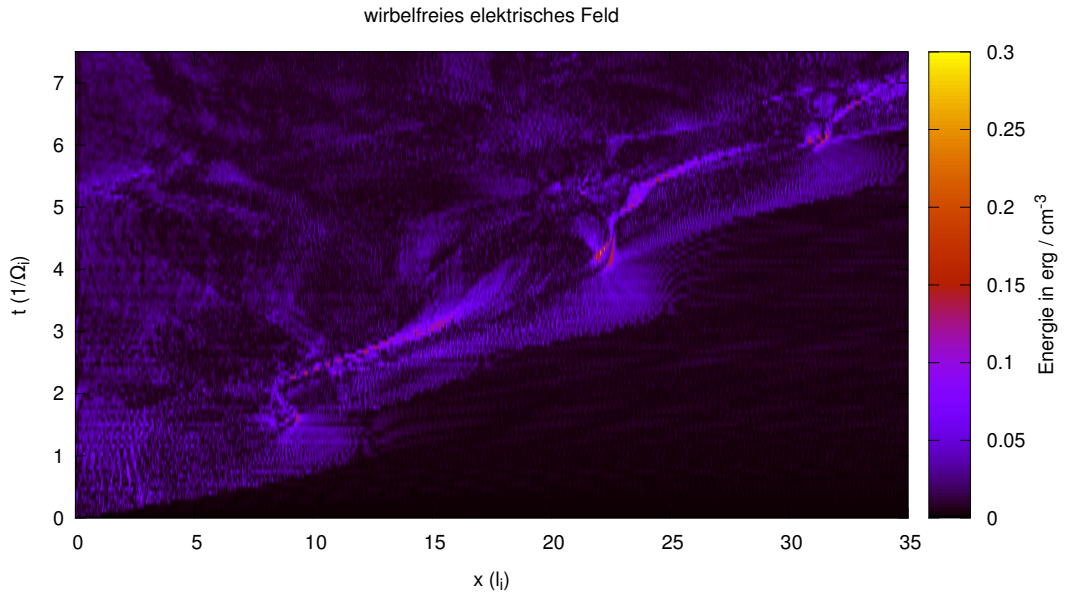


Abbildung 7.10: In der Energie des wirbelfreien, elektrostatischen elektrischen Felds erkennt man deutlich die Downstream Region hinter der Schockfront.

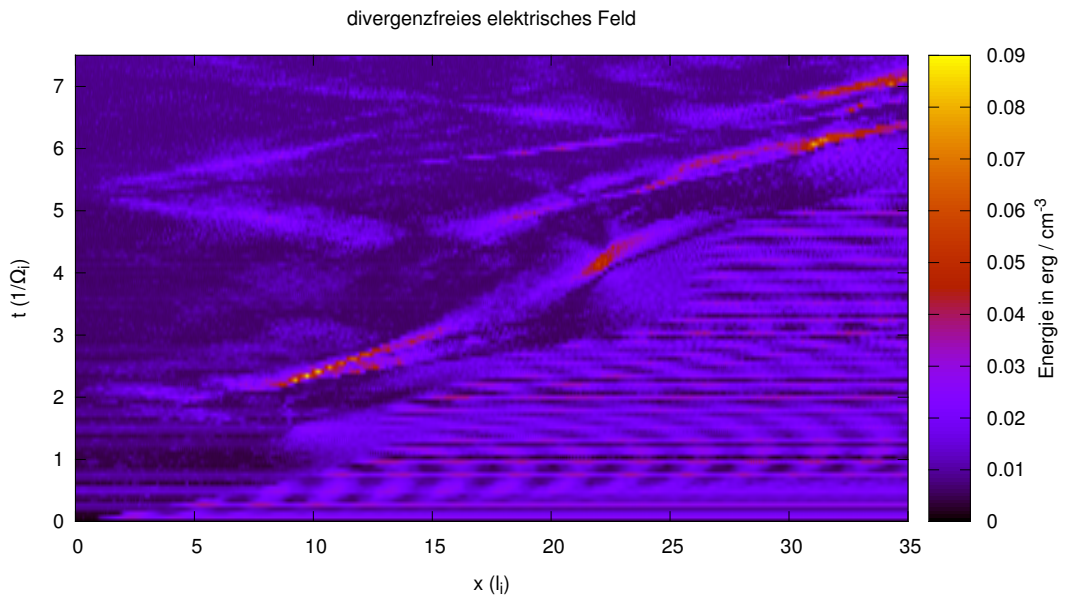


Abbildung 7.11: In der Energieverteilung des divergenzfreien elektrischen Felds erkennt man ein deutliches Maximum am Punkt größter Dichte und im Upstream. Die horizontalen Streifen sind ein Artefakt der Randbedingungen.

Im Abschnitt 5.4 wurde erläutert, daß man die elektromagnetischen Felder in den divergenzfreien, transversalen und den wirbelfreien, longitudinalen Anteil zerlegen kann. Im Kontext der Darwin-Näherung wird diese *Helmholtz-Zerlegung* verwendet, um die Entwicklungsgleichungen der Felder zu modifizieren. Die Zerlegung ist aber auch für die Auswertung interessant, um die relative Stärke der unterschiedlichen Felder zu vergleichen.

Für die Zerlegung wurden die Felder einer elektromagnetischen Simulation nach deren Ende Fourier-transformiert, auf den Anteil parallel zum k -Vektor reduziert und zurück-transformiert. Der so erhaltene longitudinale Anteil wurde vom Ausgangsfeld abgezogen, um den transversalen Anteil zu erhalten. Einziges Problem der Methode ist, daß die Fourier-Transformation impliziert periodische Daten erwartet, was jedoch aufgrund der Randbedingungen in x -Richtung nicht zutrifft.

Vergleicht man die beiden Komponenten des magnetischen Felds in Abbildung 7.8 und 7.9, so sieht man, daß der transversale Anteil (der auch den $k = 0$ Anteil enthält) deutlich dominiert. Der longitudinale Anteil verschwindet jedoch nicht. Prüft man jedoch in jeder Zelle einzeln die Divergenz des magnetischen Felds, so verschwindet diese überall im Rahmen der Fließkommagenauigkeit. Ein kleiner Anteil, mit einer relativen Amplitude von etwa 10^{-4} , des ursprünglich divergenzfreien Magnetfelds wird von der Methode also fälschlich dem wirbelfreien Anteil zugeordnet. Solche Probleme sind in Diagnosetools lästig. In Simulationen in Darwin-Näherung wären sie, selbst wenn die Implementierung der reflektierenden Ränder fertiggestellt würde, jedoch verheerend.

Ein weiterer Punkt, den man an Abbildung 7.8 erkennen kann, ist daß die Änderungen im magnetischen Feld δB deutlich größer sind, als das ursprüngliche Magnetfeld B im Upstream. Alle analytischen Verfahren, die $\delta B/B \ll 1$ betrachten, sind hier also nutzlos. Beim magnetischen Feld ist die Zerlegung in wirbelfreien und divergenzfreien Anteil von vornherein klar und kann durch finite Differenzen leicht überprüft werden. Beim elektrischen Feld ist die Zerlegung hingegen interessanter.

Das elektrostatische Feld in Abbildung 7.10 ist hauptsächlich entlang der Schockfront und im Downstream gegenwärtig. An der Schockfront wird es durch die Ladungstrennung von Elektronen und Protonen, die aufgrund ihrer unterschiedlichen Masse unterschiedlich schnell von der Schockfront abgebremst werden, erzeugt. Im Downstream hinter der Schockfront ist die Teilchenverteilung nicht sofort thermisch und relaxiert durch Emission von elektrostatischen Wellen⁹.

Das transversale elektrische Feld in Abbildung 7.11 ist ebenfalls an der Schockfront und der Stelle größter Verdichtung vertreten. Von dort aus breitet es sich jedoch vor allem in den Upstream aus. Grund hierfür ist die höhere Ausbreitungsgeschwindigkeit der elektromagnetischen Wellen, die die Schockfront überholen können und in den Upstream entkommen. Die erkennbaren Streifen sind ein Artefakt der Randbedingung bzw des nichtverschwindenden elektrischen Potentials zwischen linker und rechter Wand, die von der spektralen Zerlegung nicht korrekt behandelt werden.

Trotzdem ist erkennbar, daß die transversalen elektrischen Felder nicht gegenüber den elektrostatischen longitudinalen Feldern vernachlässigt werden können. Dies stellt, zu-

⁹Dieser Prozess ist invers zur Landau-Dämpfung.

sammen mit der Schwierigkeit reflektierende Wände mit einem spektralen elektrostatischen Solver zu koppeln, einen guten Grund für die Benutzung eines elektromagnetischen Codes dar.

Bei der Untersuchung der erwähnten Artefakte, die die spektrale Zerlegung hinterläßt, wurde versuchsweise auch das elektrische Feld aufgrund des Hall-Effekts $E_{\text{hall}} = \vec{j} \times \vec{B}$ betrachtet. Dies ist trotz der hohen Magnetisierung und der Strömung des Upstreams vernachlässigbar, da das strömende Plasma elektrisch neutral ist und daher kaum Nettostrom führt.

7.3.8 Energieverteilung der Teilchen

Abschnitt 7.3.4 hat gezeigt, daß die Geschwindigkeitsverteilung der Teilchen im Downstream mehr oder weniger einer thermischen Verteilung entspricht. Betrachtet man die Energieverteilung der Teilchen genauer, so findet man jedoch einen kleinen Anteil an Teilchen, die wesentlich höhere Energien aufweisen.

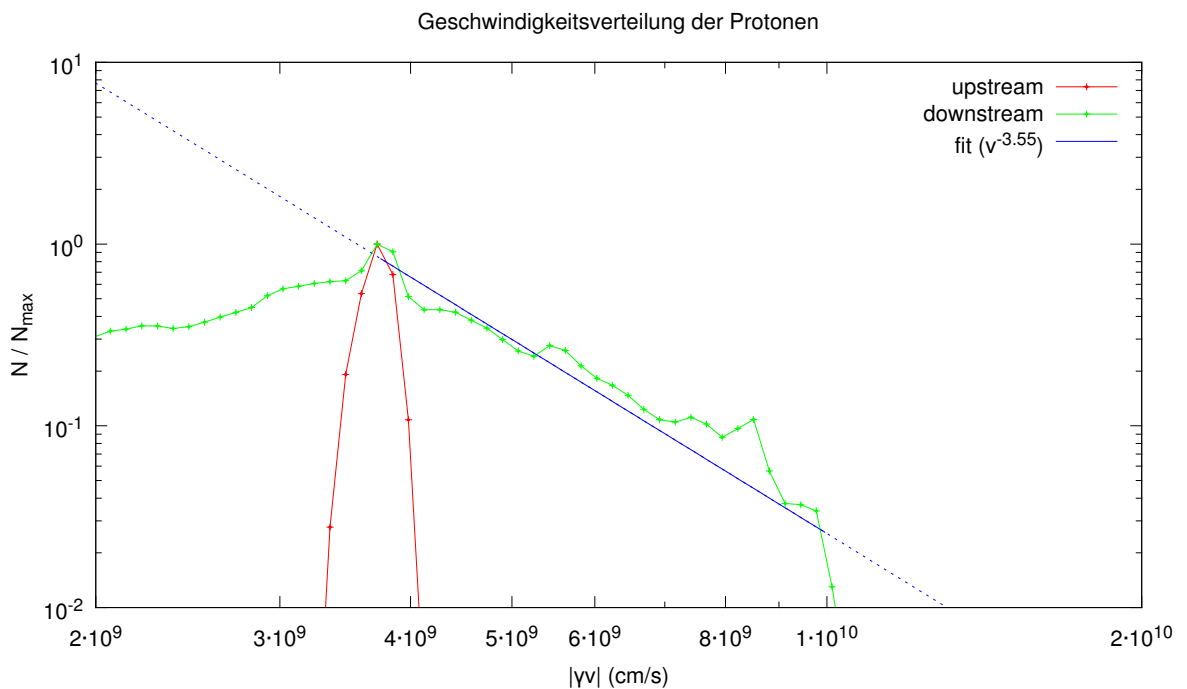


Abbildung 7.12: Geschwindigkeitsverteilung der Protonen im Upstream und Downstream. Beide Kurven sind jeweils auf die höchste auftretende Anzahl N_{max} pro Geschwindigkeitsintervall Δv normiert. Ebenfalls eingezeichnet ist eine Fit-Kurve in Form eines Powerlaw. Diese ist im Bereich, der gefittet wurde, durchgezogen, außerhalb nur gepunktet.

Betrachtet man Abbildung 7.12, so fallen in der gewählten (doppelt-logarithmischen) Auftragung zwei Dinge auf. Erstens weist die Verteilung der Protonen im Downstream

bei hohen Geschwindigkeiten einen Bereich auf, der gut von einem Potenzgesetz beschrieben wird. Ein Fit dieses Bereichs liefert einen Spektralindex von $-2,55$. Bei noch höheren Energien bricht das Potenzgesetz jedoch plötzlich ab. Der Grund ist, daß die Simulation zum gewählten Zeitpunkt (zu dem noch einige Teilchen im Upstream übrig sind) noch keine Teilchen zu höheren Energien beschleunigt hat. Dies ist ein oft beobachtetes Phänomen in PiC-Simulationen von Schockbeschleunigung. Die Grenzenergie verschiebt sich dabei mit fortschreitender Simulationsdauer nach oben. Dies deckt sich mit den Simulationen von Amano u. Hoshino (2009).

Betrachtet man die Energieverteilung des Upstreams, so muß man beachten, daß diese hier im Ruhesystem des Downstreams betrachtet wird. Die relative Strömungsgeschwindigkeit verschiebt die Verteilung also zu höheren Geschwindigkeitsbeträgen. Andererseits erkennt man so, daß ein Großteil der Teilchen im Upstream ähnliche Geschwindigkeitsbeträge aufweisen. Ein nicht unerheblicher Anteil verliert sogar an Geschwindigkeit. Die kinetische Energie dieser Teilchen ist die Energiequelle für die Beschleunigung einer kleinen Teilpopulation zu hohen Energien und für die Erzeugung von Plasmawellen.

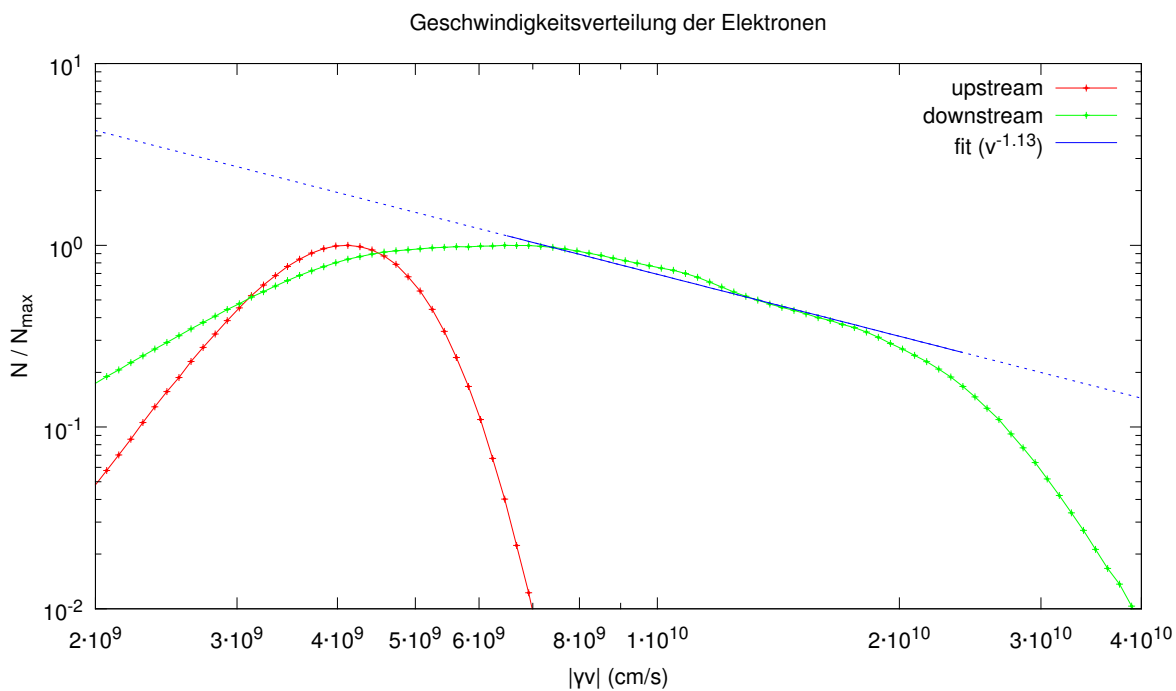


Abbildung 7.13: Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen im Upstream und Downstream. Beide Kurven sind jeweils auf die höchste auftretende Anzahl N_{\max} pro Geschwindigkeitsintervall Δv normiert. Ebenfalls eingezeichnet ist eine Fit-Kurve in Form eines Powerlaw. Diese ist im Bereich, der gefittet wurde, durchgezogen, außerhalb nur gepunktet.

Betrachtet man die Verteilung der Elektronen wie in Abbildung 7.13, so kann man ebenfalls eine Verteilung erkennen, die einen Abschnitt enthält, der gut durch ein Po-

tenzgesetz beschrieben wird. Dieses setzt jedoch erst bei höheren Energien ein und hat kein scharfes Ende. Dies erschwert den Fit um den Spektralindex zu bestimmen.

run	α_e	α_p	α_r	α_2	α_3
5d	-2,13	-3,90	$-4,8 \pm 1,1$	-4,5	-4,0
5e	-2,41	-3,64	$-5,1 \pm 1,5$	-4,5	-4,0
5f	-2,36	-4,55	$-4,6 \pm 1,7$	-4,5	-4,0
6a	-2,32	-3,49	$-4,8 \pm 2,5$	-4,5	-4,0

Tabelle 7.9: Exponenten der Powerlaw-Fits für Elektronen (α_e) und Protonen (α_p) im Downstream. Zum Vergleich die Werte, die man anhand des mittleren Kompressionsverhältnisses im Downstream erwartet (α_r) und die Vorhersagen mit dem Kompressionsverhältnis aus den Sprungbedingungen für Einzelteilchen mit zwei bzw. drei Freiheitsgraden.

Tabelle 7.9 fasst die Simulationen mit dem größten Massenverhältnis zusammen und erlaubt einen Vergleich der Fitparameter. Die Simulationen unterscheiden sich vor allem durch den Winkel Θ zwischen Magnetfeld und Schocknormale. Mit steigendem Winkel (näher am Grenzfall des senkrechten Schocks) erkennt man (insbesondere bei den Protonen) ein Spektrum bei dem die Teilchenanzahl immer schneller mit der Energie abnimmt. Der Schock wird also etwas ineffizienter beim Beschleunigen der Teilchen.

Zum Vergleich kann man die Vorhersagen für Fermibeschleunigung erster Ordnung aus Gleichung 4.59 betrachten. Dazu setzt man das Kompressionsverhältnis aus Tabelle 7.5 ein und erhält so den erwarteten Exponenten α_r . Zusätzlich kann man den Powerlawindex anhand des Kompressionsverhältnisses, das man für ein Medium mit zwei oder drei Freiheitsgraden vorhersagt (siehe Tabellen 7.7 und 7.8), berechnen. Diese sind in der Übersicht in Tabelle 7.9 als α_2 bzw. α_3 aufgeführt.

In allen Fällen erhält man aus den Simulationen mehr energetische Teilchen, sprich flachere Spektren mit weniger negativen Powerlawindizes, als man für Fermibeschleunigung erster Ordnung an einem Schock mit dem gegebenen Kompressionsverhältnis erwarten würde. Dies liegt auf jeden Fall mit daran, daß die Teilchenstreuung hauptsächlich an Dichtekonzentrationen erfolgt. Diese weisen jedoch lokal wesentlich höhere Kompressionsverhältnisse auf. Die Lokalisierung der Streuzentren sieht man auch gut im Abschnitt 7.3.10.

7.3.9 Teilchentrajektorien

Eine weitere Möglichkeit, die Beschleunigung von Teilchen zu untersuchen, bietet die Verfolgung der Bahnen von energtischen Teilchen. Dazu wurde in einem ersten Simulationsdurchlauf die Maximalgeschwindigkeit jedes Teilchens erfasst. In einem zweiten Durchlauf wurde dann für die schnellsten Tausend Teilchen sehr oft Position und Geschwindigkeit ausgegeben (würde man alle Teilchen verwenden, würde man den verfügbaren Speicherplatz deutlich überschreiten). Zum Vergleich wird ein weiterer Durchlauf mit Tausend zufällig gewählten Teilchen gestartet, die jedoch keine hohen Energien erreichen. Aufgrund des großen zusätzlichen Simulationsaufwands wurden diese Schritte

nur für die Elektronen und Protonen an einem senkrechten Schock (Parametersatz 5f) und am maximal schrägen Schock (Parametersatz 6a) durchgeführt.

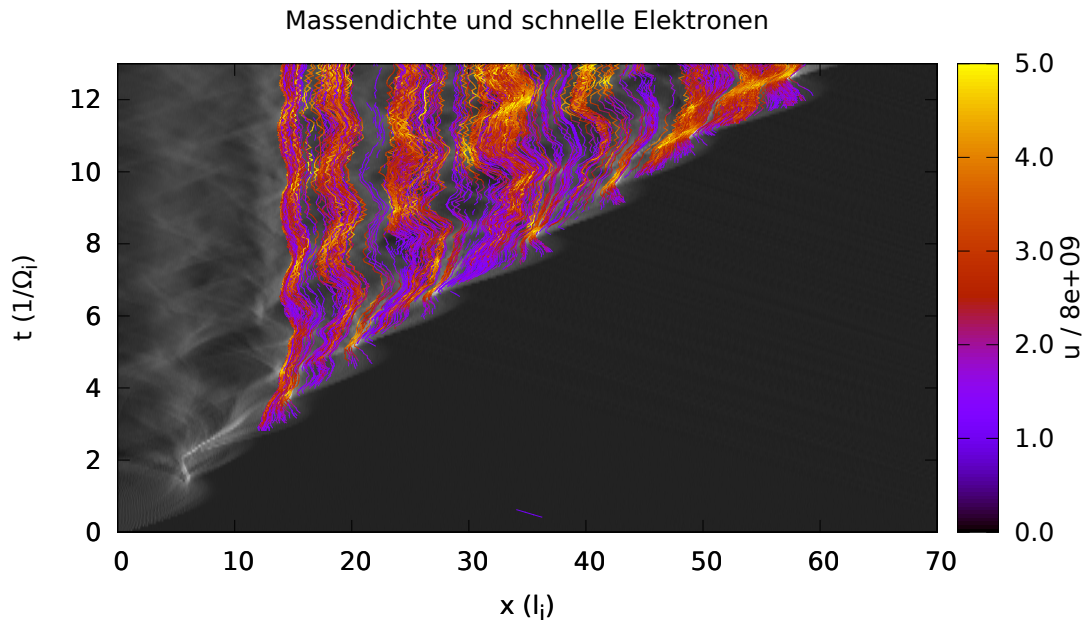
Betrachtet man die schnellen Elektronen in Abbildung 7.14a und vergleicht mit zufällig ausgewählten Elektronen in Abbildung 7.14b, so sieht man, daß die Geschwindigkeitsnormalisierung so gewählt ist, daß man die Teilchenbahnen erst nach der Überquerung der Schockfront sieht. Die zufällig gewählten Elektronen gewinnen nach dem Aufheizen im Downstream aber nicht weiter an Energie. Die energetischeren Elektronen hingegen gewinnen oftmals beim Durchqueren dichterere Raumgebiete nochmals Energie. Auffällig ist auch, daß insbesondere Elektronen, die beim Zurückweichen der Schockfront, kurz bevor sich diese neu bildet, den Downstream erreichen dann zu hohen Energien gelangen. Elektronen, die den Downstream erreichen, während sich die Schockfront nach der Neubildung schnell vorwärtsbewegt, erreichen hingegen meist keine so hohen Geschwindigkeiten.

Vergleicht man die Geschwindigkeiten entlang der Teilchenbahnen, so fällt zuerst auf, daß sich die beiden Populationen in der Geschwindigkeit längs des Magnetfelds v_y nicht unterscheiden. Es kommt zu keiner nennenswerten Drift und die Temperatur nimmt auch bei den schnellen Elektronen nur sehr moderat zu. Dies deckt sich mit Abschnitt 7.3.4. Die Geschwindigkeit längs der Schocknormalen v_x geht in beiden Fällen auf einen kleinen Bruchteil der Upstreamgeschwindigkeit zurück. Der Erwartungswert des Geschwindigkeitsquadrats $\langle v_x^2 \rangle \propto T_{e,x}$ nimmt jedoch stark zu, im Falle der zufälligen Elektronen auf das Doppelte, im Falle der schnellen Elektronen sogar auf das Achtfache. Ähnlich verhält es sich in der dritten Raumrichtung, in der $\langle v_z^2 \rangle$ auf das gut Doppelte bzw. das Neunfache ansteigt.

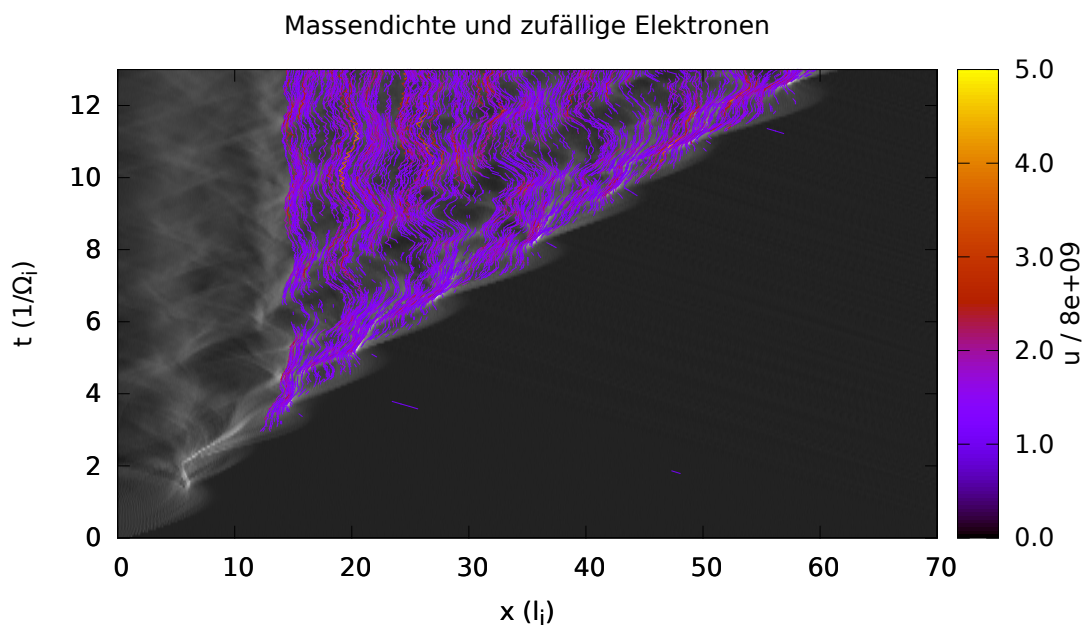
Die Situation am schrägen Schock weist einige Unterschiede auf (siehe Abbildung 7.15a und 7.15b). Als erstes ist anzumerken, daß die tausend schnellen Teilchen deutlich höhere Geschwindigkeiten erreichen, weswegen die willkürliche Referenzgeschwindigkeit höher angesetzt ist. Der wichtigste Unterschied ist, daß schnelle Elektronen auftreten, die die Schockfront einholen können und in den Upstream entweichen.

Die Beschleunigung findet auch wieder in einer kurzen Zeitspanne an der Schockfront oder an einem Bereich mit erhöhter Dichte im Downstream statt. Nach dem Beschleunigungsvorgang bleibt die Energie der Teilchen größtenteils konstant oder nimmt langsam ab. Während die zufälligen Elektronen beim Überqueren der Schockfront von der (im Ruhesystem des Downstreams negativen) Anströmgeschwindigkeit $-u$ auf etwa Null abgebremst werden, ist die Geschwindigkeit längs der Schocknormalen v_x für die schnellen Teilchen diesmal nicht vernachlässigbar. Sie bewegen sich vielmehr mit $v_x = 1,1 \dots 1,3 u$ entgegen dem Upstream. Die Geschwindigkeit in y Richtung (grob die Richtung des Magnetfelds) ist für die zufälligen Teilchen vor und nach der Schockfront vernachlässigbar. Die schnellen Teilchen weisen auch in dieser Komponente eine mittlere Geschwindigkeit von etwa $v_y = 1,3 u$ auf. Gleichzeitig steigt die Temperatur $\langle v_y^2 \rangle \propto T_{e,y}$ in dieser Richtung auf das 18-fache. Zum Vergleich: Bei den zufällig gewählten Teilchen steigt die Temperatur im Downstream nur auf das Doppelte der Temperatur im Upstream. In der dritten Raumrichtung ist kein Drift der gesamten Population schneller Elektronen erkennbar, die Temperatur nimmt aber auch drastisch, auf das Neunfache, zu.

Betrachtet man statt x und y Richtung die Komponente entlang des lokalen Magnet-

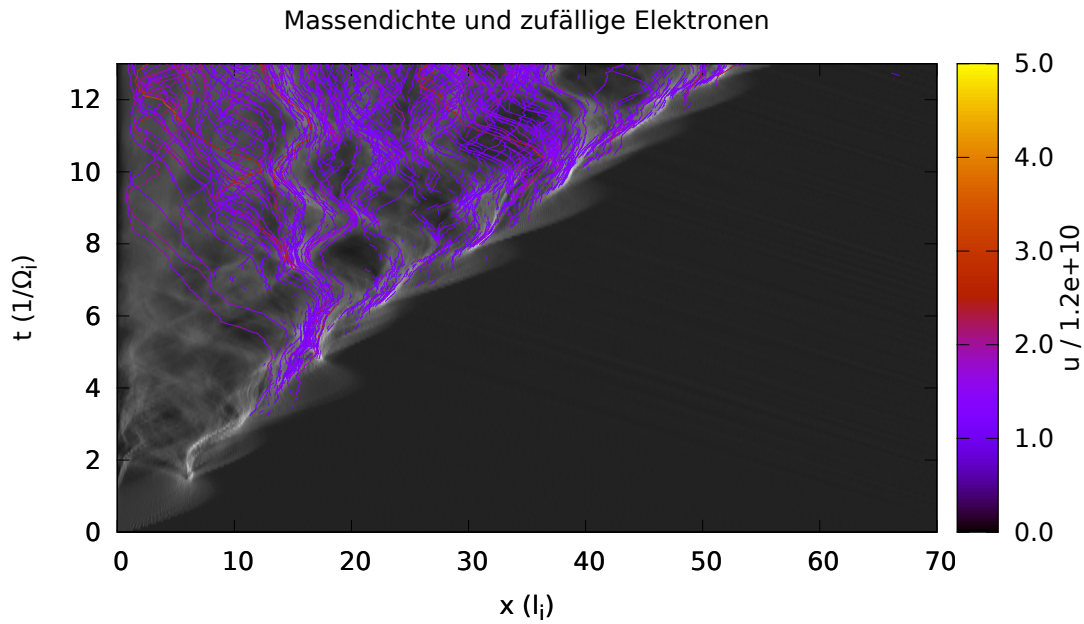


(a) Massendichte in Graustufen und die Bahn der 1000 schnellsten Elektronen am senkrechten Schock.

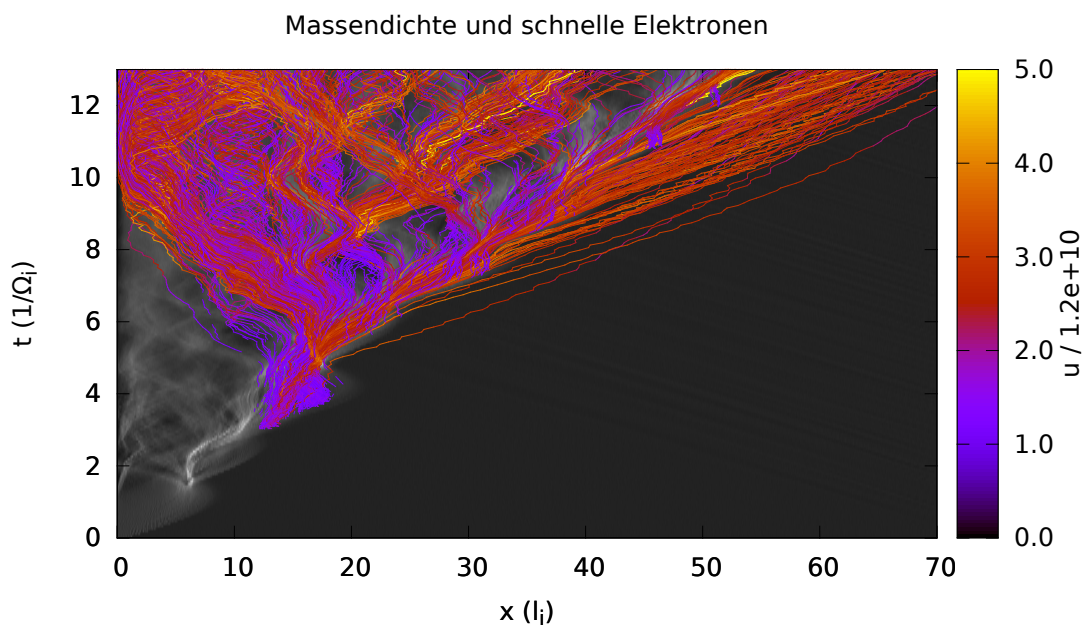


(b) Massendichte in Graustufen und die Bahn von 1000 zufälligen Elektronen am senkrechten Schock. Die Geschwindigkeitsnormierung ist willkürlich, aber identisch zu Abbildung 7.14a gewählt.

Abbildung 7.14



(a) Massendichte in Graustufen und Bahnen von 1000 zufälligen Elektronen am schrägen Schock.



(b) Massendichte in Graustufen und Bahnen der 1000 schnellsten Elektronen am schrägen Schock. Die Farben für die Geschwindigkeit sind relativ zu einer willkürlichen Referenzgeschwindigkeit, die aber mit Abbildung 7.15a übereinstimmt.

Abbildung 7.15

felds, so findet man für die zufälligen Elektronen keine große Geschwindigkeitsänderung, und eine moderate Temperaturzunahme auf das Doppelte. Für die schnellen Elektronen hingegen findet man eine drastische Temperaturzunahme und eine Drift entlang des Magnetfelds mit grob $1,2 u$.

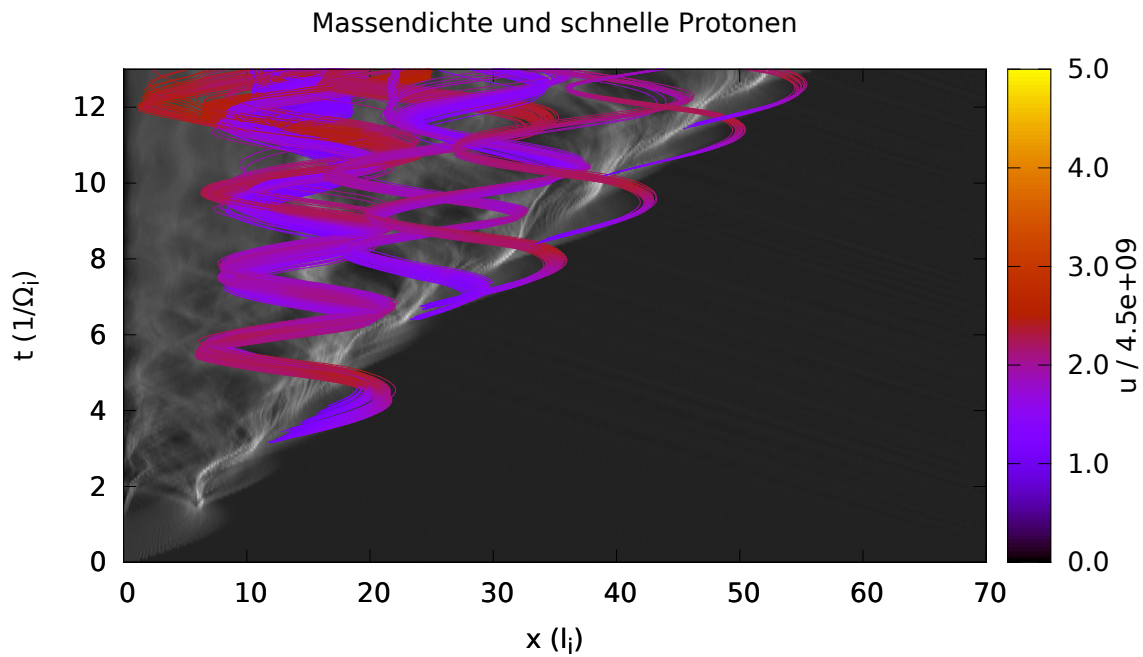
Geht man über das erste und zweite Moment der Verteilungen für die Geschwindigkeitskomponenten hinweg und betrachtet die Verteilung der Teilchen in zweidimensionalen Schnitten $x - v_i$ durch den Geschwindigkeitsraum, so fällt auf, daß es einerseits die äußersten Enden der thermischen Verteilung im Downstream in die Auswahl schaffen. Zusätzlich gibt es einen Teil der Teilchen, die in den Upstream entkommen. Diese weisen eine deutlich größere Driftgeschwindigkeit längs des Magnetfelds auf, die sich in einen großen Anteil längs y und einen kleineren Anteil längs x aufspaltet. Insgesamt erhält man eine Driftgeschwindigkeit von etwa $5 u$ und eine hohe Temperatur, die aber längst nicht das 18-fache des Upstreams erreicht. Genaue Zahlenwerte sind aufgrund der kleinen Teilchenzahl und der daraus resultierenden schlechten Statistik nicht verfügbar.

Soweit wurde nur das Verhalten der Elektronen betrachtet. Protonen verhalten sich aufgrund ihrer größeren Masse jedoch deutlich anders, so daß es sich lohnt, diese getrennt zu betrachten. Abbildung 7.16b und 7.16a zeigen das Verhalten von zufällig ausgewählten Protonen als Referenz und den 1000 Protonen, die die höchste Maximalgeschwindigkeit erreichen.

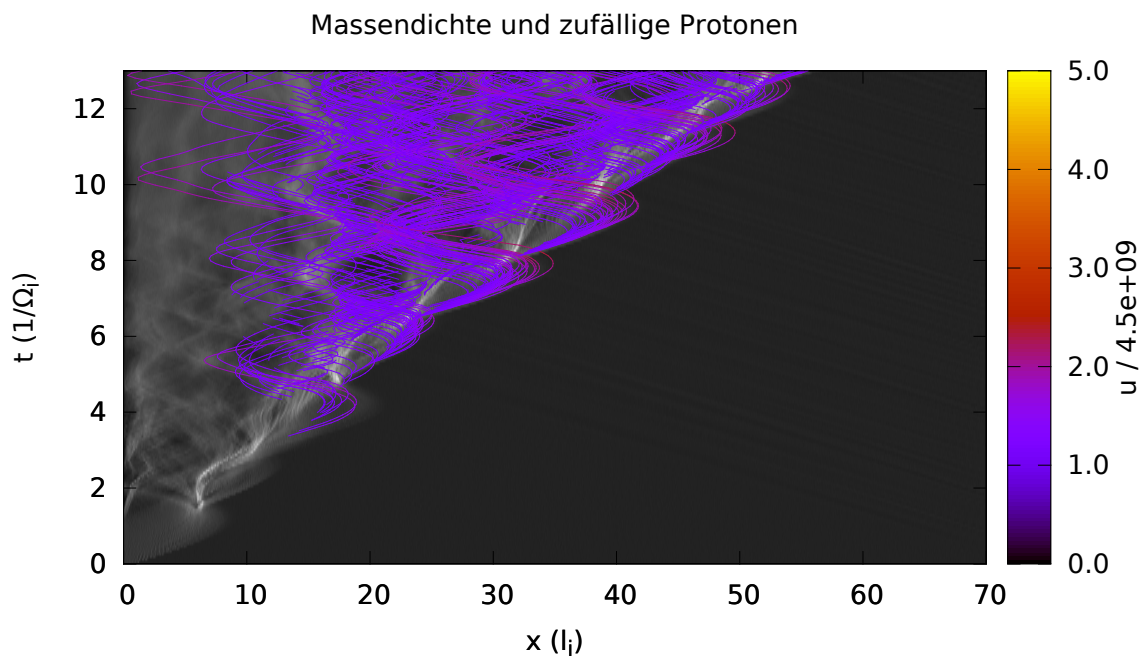
Im Vergleich zu den Elektronen fällt sofort die größere Zeit- und Längenskala der Bewegungen auf, die sich aus der viel kleineren spezifischen Ladung ergibt. Die Gyration um das Magnetfeld erfolgt – unabhängig von der Teilchengeschwindigkeit und daher für beide Populationen übereinstimmend – mit einer Gyrofrequenz von 10^6 rad/s. Daraus kann man schließen, daß das Magnetfeld nach der Kompression das 3,26-fache des Upstream-Felds betragen muß. Dies ist konsistent mit dem Kompressionsverhältnis in Abschnitt 7.3.3. Der Gyroradius beträgt für die langsameren Protonen etwa $6,8 l_i$, wobei l_i die Inertiallänge c/Ω_i in den Bedingungen des Upstreams bezeichnet. Die Gyration erfolgt also mit einer überraschend hohen Geschwindigkeit von $2,6 u$, die sich aus gerichteter Bewegung und der gestiegenen Temperatur im Downstream zusammensetzt. Die schnellen Protonen haben wie erwartet einen größeren Gyroradius, im Schnitt $14 l_i$.

Betrachtet man die Bewegung der schnellen Protonen genauer, so fällt auf, daß diese mit ihrer Gyrobewegung beginnen, wenn sie aus dem Upstream kommend auf die Schockfront treffen und gestreut werden. Passiert dies im Zustand kurz vor der Neubildung der Schockfront, während der Schock eine unterdurchschnittliche Geschwindigkeit und maximale Verdichtung aufweist, so gewinnen die Teilchen überdurchschnittlich viel Energie. Dies deckt sich mit den Beobachtungen von Chapman et al. (2005).

Der Grund für die Richtungsänderung und den Energiegewinn der Protonen muß in den elektromagnetischen Feldern liegen. Betrachtet man deren Mittelwert längs der Bahnen der schnellen Teilchen, so stellt man keine signifikanten Unterschiede zu den Mittelwerten längs der Bahnen zufälliger Teilchen fest. Dies ist insofern nicht verwunderlich, daß die Beschleunigung nur einen kleinen Bruchteil der gesamten Simulation andauert. Betrachtet man die Entwicklung der Geschwindigkeit über die Zeit, so stellt man fest, daß der Anstieg binnen einer Gyration stattfindet. Im Output ist dieser Zeitraum durch zehn Zeitschritte repräsentiert. Mittelt man über diese, so erhält man die mittleren Felder



(a) Die farbigen Spuren stellen die Spuren der schnellsten Protonen am senkrechten Schock dar. Der Hintergrund in Graustufen repräsentiert die Massendichte.



(b) Spuren zufällig ausgewählter Protonen, eben falls farbkodiert anhand der Geschwindigkeit relativ zu einer willkürlichen Referenzgeschwindigkeit, die auch in 7.16b verwendet wurde.

Abbildung 7.16

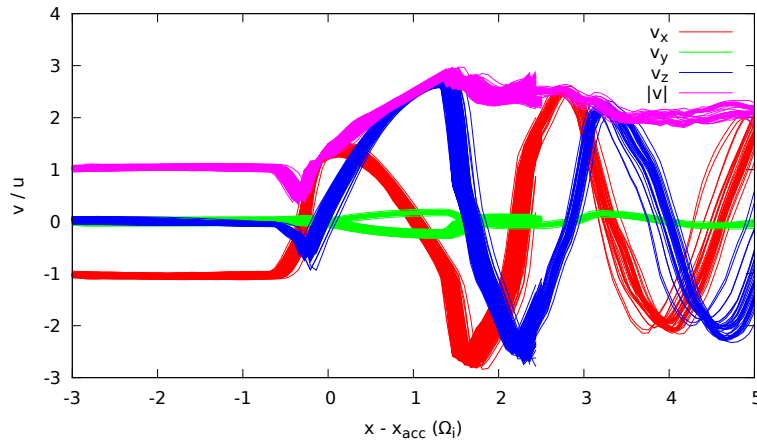
während des Beschleunigungszeitraums.

Durch den Aufenthalt im komprimierten Downstream ist die dominierende Magnetfeldkomponente $\langle B_y \rangle$ entlang einer zufällig gewählten Teilchenbahn das 1,57 fache des Werts im Upstream. Während der Beschleunigungsphase ist es jedoch sogar das 4,84 fache, einen Faktor drei höher. Die Fluktuation im Magnetfeld in den Richtungen senkrecht dazu werden ebenfalls deutlich verstärkt.

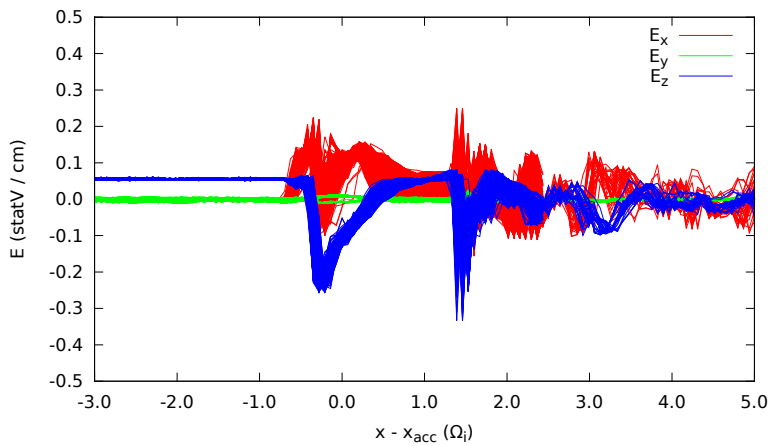
Beim elektrischen Feld dominiert die Komponente E_x längs der Schocknormalen. Dieses ist auf die Ladungstrennung an der Schockfront und das damit verbundene elektrostatische Potential zurückzuführen. Da dieses Feld für die Verzögerung der Ionen und die Bildung des Downstreams wichtig ist, wird es im folgenden Abschnitt getrennt betrachtet. Die Komponente E_y längs des Magnetfelds ist vernachlässigbar klein, daß die Teilchen in dieser Richtung eine sehr hohe Mobilität aufweisen und Felder sofort zugunsten einer Bewegung der Ladungsträger (vor allem der Elektronen) abgebaut werden.

Die verbliebene, dritte Komponente E_z zeigt ein interessantes Verhalten. Im Upstream hat sie als Initial- und Randbedingung einen kleinen positiven Wert, um $\vec{u} \times \vec{B}$ zu kompensieren und die Protonen senkrecht zum Magnetfeld Richtung $-x$ strömen zu lassen. Direkt hinter der Schockfront jedoch weist sie einen etwa fünfmal so großen negativen Wert auf. Dieses elektrische Feld beschleunigt die Protonen kurzfristig in $-z$ Richtung. Binnen eines Bruchteils einer Gyration sind die Protonen aber soweit abgebremst, daß u_x positiv wird und der $\vec{u} \times \vec{B}$ Term dominiert die Beschleunigung in z Richtung. Die Geschwindigkeit u_z nimmt zu und eine Gyration um B_y beginnt. Die Geschwindigkeit wird zu zeitlich variablen Anteilen auf u_x und u_z aufgeteilt, ist aber insgesamt etwa dreimal so groß wie die Upstream Geschwindigkeit.

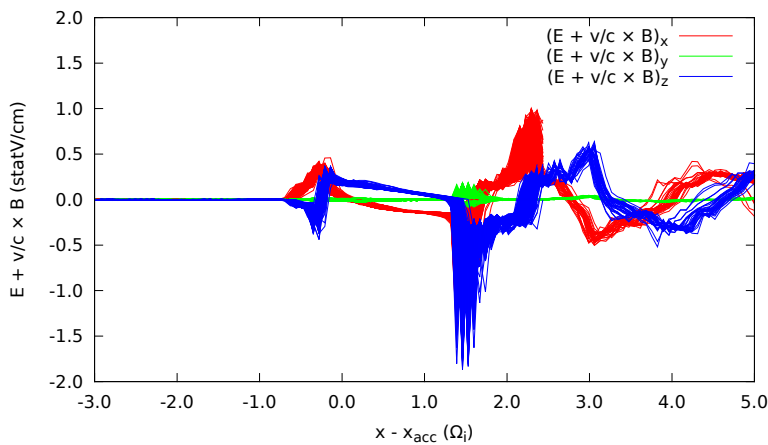
Betrachtet man nochmals den schrägen Schock in den Abbildungen 7.18a und 7.18b, so stellt man fest, daß die Unterschiede bei den Protonen viel kleiner ausfallen. Die Energieverteilung ist ähnlich, keine Protonen werden im Laufe der Simulation ausreichend beschleunigt um in den Upstream zu entkommen.



(a) Entwicklung der Geschwindigkeitskomponenten als Vielfaches der Upstreamgeschwindigkeit u .

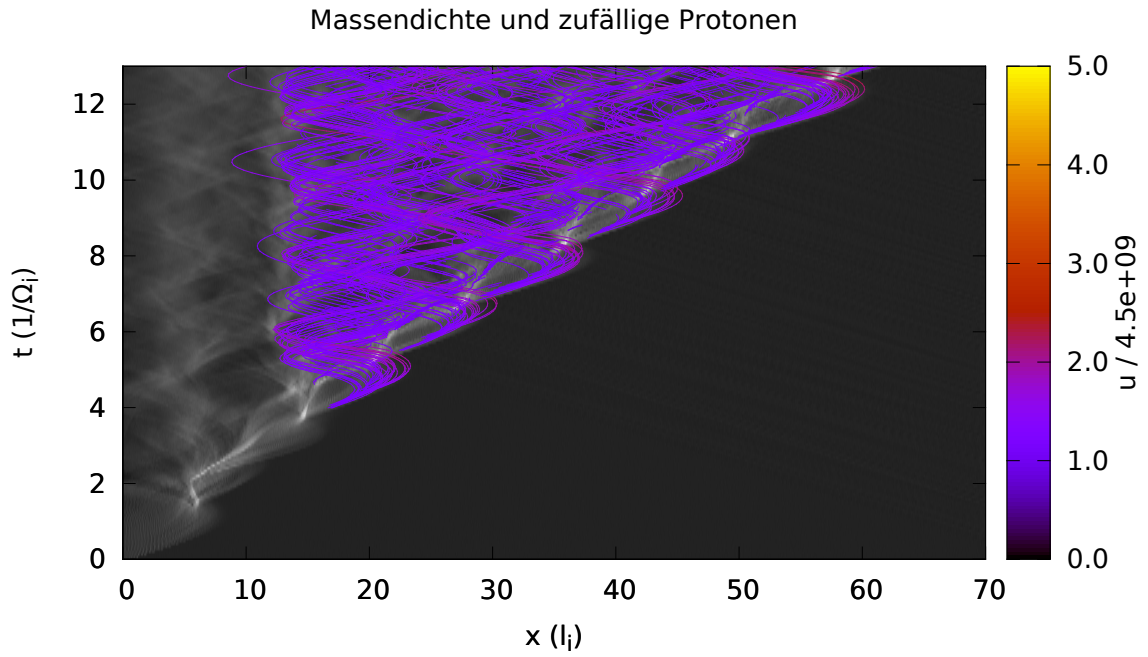


(b) Komponenten des elektrischen Felds entlang der Bahnen.

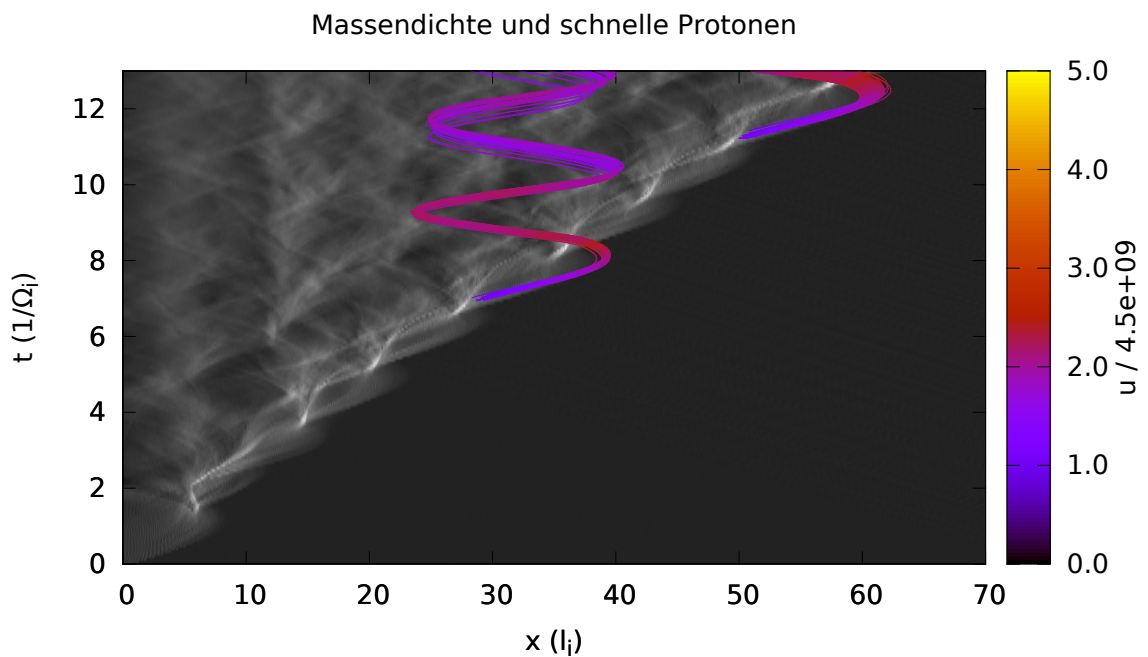


(c) Komponenten des elektrischen Felds plus Hall Terms $\vec{v} \times \vec{B}$.

Abbildung 7.17: Entwicklung von teilchenbasierten Größen für die 1000 schnellsten Protonen rund um den Moment der Beschleunigung t_{acc} .



(a) Massendichte am schrägen Schock als Graustufenbild und darüber die Spuren von 1000 zufälligen Protonen mit einem Farbcodem, der Vielfache einer willkürlichen Referenzgeschwindigkeit abgibt.



(b) Ebenfalls Massendichte, aber mit den Spuren der 1000 Protonen, die während der Simulation die höchsten Momentangeschwindigkeiten erreicht haben.

Abbildung 7.18

7.3.10 Cross Shock Potential

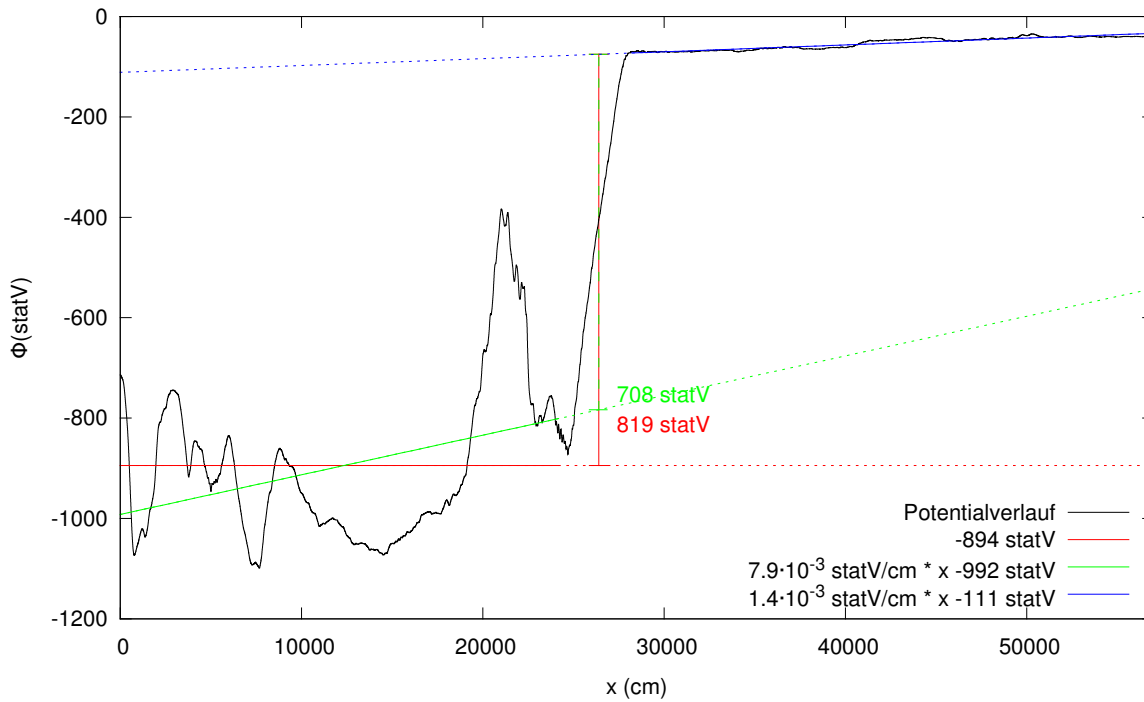


Abbildung 7.19: Potentialverlauf über die Schockfront zusammen mit zwei Möglichkeiten, den Potentialunterschied über die Schockfront trotz der großen Fluktuationen im Downstream zu ermitteln.

run	$\Delta\Phi_{\text{const}}(\text{statV})$	$\Delta\Phi_{\text{lin}}(\text{statV})$	$\Delta\Phi_{\text{B}}(\text{statV})$	$\Delta\Phi_{\text{T}}(\text{statV})$
5d	819	708	64	218
5e	660	601	92	253
5f	1335	1542	99	389
6a	914	919	60	404

Tabelle 7.10: Unterschiede im elektrostatischen Potentialverlauf über die Schockfront, die man bei Annäherung des Downstream mit einem konstanten Potential oder konstanten elektrischen Feld erhält.

Es bietet sich an, den Potentialverlauf aus Gleichung 4.42 über die Schockfront hinweg zu integrieren, um mit den Simulationsdaten zu vergleichen. Man erhält:

$$\Delta\Phi = \frac{1}{4\pi e n_u} \frac{B_u}{e} \cdot (B_d - B_u) + \frac{5}{2} \frac{k_B}{e} \cdot (T_{d,e} - T_{u,e}). \quad (7.6)$$

Der erste Term beschreibt den Beitrag $\Delta\Phi_{\text{B}}$ der Kompression des Magnetfelds zum elektrostatischen Potential über die Schockfront, während der zweite Teil den Beitrag $\Delta\Phi_{\text{T}}$ durch die Aufheizung der Elektronen erfasst.

Nicht alle Schocks, die simuliert wurden, sind tatsächlich senkrechte Schockfronten, trotzdem enthält die Tabelle 7.10 neben den Werten aus der Simulation zum Vergleich auch die Vorhersagen, die man für diesen Grenzfall erwartet.

Dabei fällt auf, das man anhand von Gleichung 4.42 nur ein Drittel bis die Hälfte des Potentialsprungs erwarten würde, der in der Simulation auftritt. Schätzt man andererseits das maximal mögliche Potential Φ_{\max} durch die kinetische Energie der Protonen im Upstream ab, so erhält man:

$$e \Phi_{\max} = \frac{1}{2} m_p u^2. \quad (7.7)$$

Der maximal mögliche Potentialsprung beträgt 4121 statV, von denen nur ein Bruchteil tatsächlich erreicht wird. Dieser Bruchteil steigt mit größer werdendem Winkel zwischen Schocknormale und Richtung des Magnetfelds. Man muß bei diesem Vergleich natürlich beachten, daß sowohl Φ_{\max} , als auch die Vorhersagen für $\Delta\Phi_B$ und $\Delta\Phi_T$ auf zeitlich gemittelten Größen beruhen. Die Werte $\Delta\Phi$ aus der Simulation hingegen sind zwar räumlich integriert, was die kleinskaligen Schwankungen der Particle-in-Cell Methode entfernt, geben aber nur einen einzelnen Zeitpunkt wieder.

8 Zusammenfassung

Um Prozesse im Sonnenwind zu studieren, sind Simulationen unverzichtbar. In-situ Beobachtungen von Satelliten sind nur punktuell verfügbar und vermischen zeitliche und räumliche Veränderungen von Beobachtungsgrößen längs der Trajektorie. Remote-sensing Beobachtungen können Aussagen für größere Raumgebiete treffen, haben aber eine begrenzte Auflösung und stehen meist vor dem Problem der Inversion, welche Modellannahmen erfordert, um die eigentlich gewünschten Größen aus den Rohdaten zu erhalten.

Im Falle der Teilchenbeschleunigung müssen die Simulationen, da sie Veränderungen der Geschwindigkeitsverteilung der Teilchen erfassen wollen, zwingend kinetische Prozesse umfassen. Die Simulation erfasst so alle mikrophysikalischen Prozesse und die Makrophysik folgt emergent aus der selbstkonsistenten Beschreibung des Systems auf kleinen Skalen. Der Preis dieses Ansatzes ist der hohe numerische Aufwand.

Der Particle-in-Cell Code ACRONYM wurde für dieses Projekt wesentlich erweitert. Es wurden verschiedene Lösungsverfahren für die Maxwell-Gleichungen implementiert, um die numerische Dispersion von elektromagnetischen Wellen zu minimieren, die zu Problemen bei Teilchen mit hoher Geschwindigkeit führen kann. Auf der Teilchenseite wurden Modifikationen zum Standardverfahren von Boris implementiert und getestet. Verschiedene Gewichtungsfunktionen, die die Langrange-Beschreibung der Teilchen mit der Eulerschen Sichtweise der Felder verknüpfen, wurden implementiert und systematisch untersucht, um die Abstimmung zwischen Genauigkeit und Rechenaufwand zu optimieren. Neue Arten des Outputs wurden erprobt, welche nur makroskopische, physikalisch relevante Größen speichern, um so die Effizienz der Simulationen zu erhöhen und die Skalierung zu größeren Systemen zu erlauben.

Um den Schock erzeugen zu können, wurde der Code, der vorher auf periodische Setups beschränkt war, um nichttriviale Randbedingungen ergänzt. Zuerst wurden reflektierende, elektrisch leitende Wände implementiert, welche mit dem bewegten Upstream interagieren, um eine Schockfront zu erzeugen. Darüber hinaus wurden absorbierende Wände implementiert, die zusätzlich die Injektion von Teilchen erlauben, um den Upstream wieder auffüllen und längere Zeiträume bei gegebener Simulationsgröße simulieren zu können. Die Möglichkeit von alternativen Startbedingungen, welche das Rauschniveau in der Simulation senken können, wurde eruiert. Um die verfügbare Rechenzeit effizient zu nutzen und die Skalierung auf Supercomputern zu verbessern, wurde eine dynamische Lastverteilung eingeführt, welche den Rechenaufwand, der mit der Position der Schockfront zeitlich variiert, gleichmässig auf alle verfügbaren Ressourcen verteilt.

Da Simulationen nur so verlässlich sein können wie ihre numerischen Bausteine, wurden alle Teile des Particle-in-Cell Codes für dieses Projekt sorgfältig getestet und eine Reihe

an automatisierten Tests implementiert, die verhindern, daß funktionierende Verfahren bei Veränderungen am Code versehentlich beschädigt werden. Darüber hinaus wurden Test-Probleme erprobt, um das Zusammenspiel der verschiedenen Verfahren im fertigen Code validieren zu können.

Nach all den Vorarbeiten wurden Simulationen durchgeführt, die so angelegt sind, daß sich selbstkonsistent eine kollisionsfreie Schockfront bildet, deren Parameter so weit wie möglich den Bedingungen an einem CME getriebenen Schock im Sonnenwind entsprechen. Die entstehenden Schockfronten sind stabil und erfüllen auf großen Skalen die Sprungbedingungen der MHD. Darüber hinaus zeigen sie aber eine zeitliche Dynamik, bei der sich die Schockfront kontinuierlich neu bildet.

Die Untersuchung der simulierten elektromagnetischen Felder liefert mehrere Ergebnisse: Die Wechselwirkung der Teilchen ist nicht auf eine einfache elektrostatische Abstoßung beschränkt und es ist wichtig, den Effekt transversaler Felder zu berücksichtigen. Darüber hinaus erhöht die Schockfront nicht nur die Massendichte sondern auch die Stärke der Plasmawellen, was zu einer Erhöhung der Streuwahrscheinlichkeit im Downstream führt. Direkt an der Schockfront beobachtet man ein elektrisches Feld längs der Schocknormalen, was zu einem Potentialunterschied über die Schockfront führt, der sich mit den Vorhersagen aus der Zwei-Fluid-Theorie vergleichen lässt.

Betrachtet man die Teilchen, so findet man, daß sowohl Elektronen, als auch Protonen an Dichtekonzentrationen direkt hinter der Schockfront gestreut werden und dabei zu höheren Energien gelangen können. Dies führt bei den Elektronen (und in begrenztem Maße auch bei den Protonen) zu einem Anteil hochenergetischer Teilchen, die durch ein Potenzgesetz beschrieben werden können. Der genaue Zeitpunkt des Eintreffens an der Schockfront während der zyklischen Neubildung der selben spielt dabei eine entscheidende Rolle für den Energiegewinn der Teilchen.

8.1 Ausblick

Der Simulationscode bietet in seiner jetzigen, erweiterten Form die Möglichkeit, Schocks im gesamten Bereich von mild relativistisch bis hinunter zu nichtrelativistischen Schocks mit kleiner Mach-Zahl zu simulieren.

Damit lassen sich nun der Einfluss von Parametern wie Mach-Zahl und Magnetisierung, aber auch künstlich angeregten Plasmawellen im Upstream auf die Streuung und Beschleunigung von Teilchen an kollisionsfreien Schockfronten untersuchen. Diese müssen nicht unbedingt dem Fall von CME getriebenen Schockfronten entsprechen, auch der Fall des Bugschocks von Planeten mit einem intrinsischen Magnetfeld ist realisierbar.

Die Verbesserungen am Code sind allgemeiner auch für die Simulation anderer Szenarien nützlich, insbesondere die Verbesserung der Maxwell-Löser um eine isotropere Wellenausbreitung zu garantieren und die Probleme durch Selbstwechselwirkung relativistischer Teilchen zu beseitigen. Die Lastverteilung kommt sämtlichen Simulationen zugute, die eine nicht homogene Plasmadichte aufweisen, etwa im Falle von dünnen Stromschichten, die im Zusammenhang mit Rekonnexion gerne betrachtet werden.

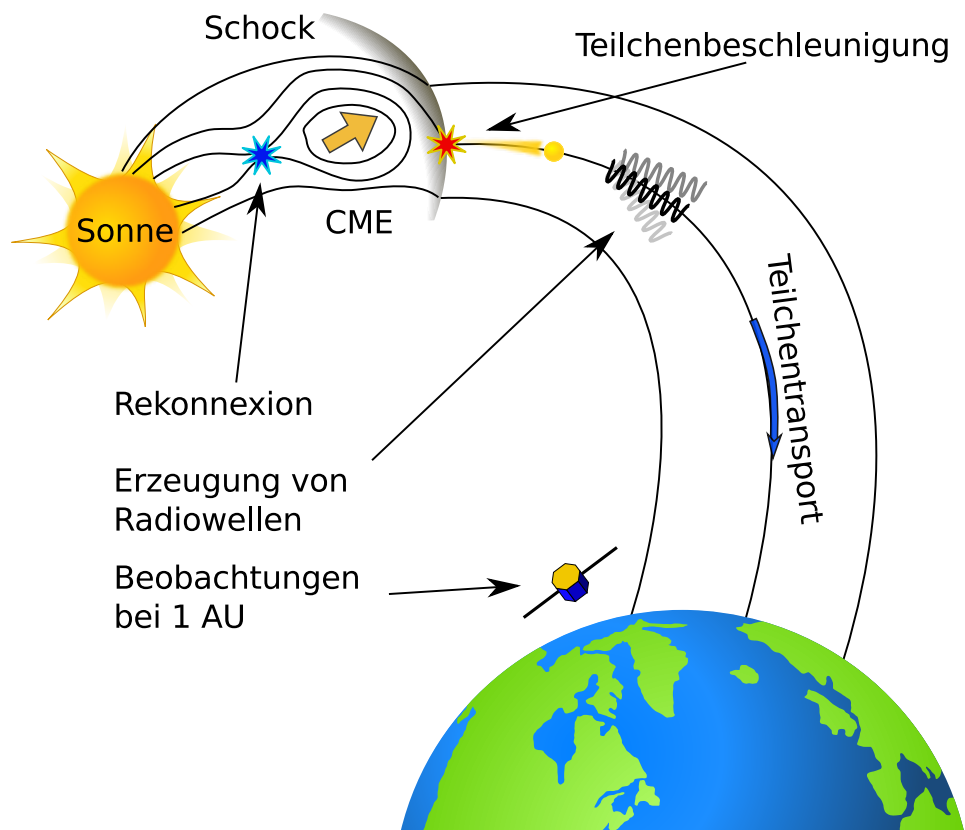


Abbildung 8.1: Einordnung der Schockbeschleunigung in den größeren Kontext im Sonnenwind. Kinetische Prozesse spielen dabei an vielen Stellen eine Rolle.

Abbildung 8.1 ordnet die Simulationen zur Schockbeschleunigung aus dieser Doktorarbeit in den größeren Kontext der CME-verbundenen Phänomene ein. Dazu gehört der Auslöser des CMEs, bei dem Feldlinien zwischen Plasmoid und Sonne durch Rekonnexion getrennt werden, was das Aufsteigen des CMEs erlaubt. Auf der anderen Seite erzeugen die schnellen Teilchen, die der Schockfront entlang der Feldlinien entkommen, Radiowellen, die von der Erde aus beobachtet werden können. Ein Teil der Teilchen folgt den Feldlinien weiter in den interplanetaren Raum und kann dort von Satelliten (z.B. im erdnahen Orbit) beobachtet werden.

Für etliche dieser Prozesse haben andere Benutzer des ACRONYM Codes bereits Simulationen durchgeführt. Für die Rekonnexion sei insbesondere auf Muñoz et al. (2014), Muñoz et al. (2015) und Muñoz (2015) verwiesen. Die Erzeugung von Radiowellen durch schnelle Elektronen im Sonnenwind wurde in Ganse (2009), Ganse et al. (2012), Ganse et al. (2014), Ganse (2012) von einem weiteren Doktoranden in der Arbeitsgruppe untersucht. Die Propagation der energetischen Teilchen durch den Sonnenwind ist durch die wesentlich größeren Längenskalen für kinetische Simulationen schlechter zugänglich. Daher sei an dieser Stelle auf Wisniewski (2011) und Lange (2012) verwiesen. Doch auch hier kann man die Mikrophysik mit kinetischen Methoden genauer untersuchen, wie Schreiner u. Spanier (2014) gezeigt hat.

Auch wenn die einzelnen Teile dieses zusammenhängenden Bildes gut untersucht sind, einige sogar mit Hilfe von ACRONYM, so bleibt doch die Beschränkung, daß keine einzelne Simulation das ganze Bild auf einmal erfassen kann. Dementsprechend ist es nicht möglich, mit einer Simulation synthetische Messdaten zu erzeugen, die man mit den tatsächlichen Beobachtungen vergleichen könnte, oder gar die Parameter der Ausgangssituation zu bestimmen. Vielmehr muß man die Erkenntnisse eines Modells erst als Input für das nächste Modell verwenden und bei jedem Schritt bewusst entscheiden, welche Prozesse relevant sind und welche vernachlässigt werden können. Dafür sind die Simulationen reproduzierbar und erlauben die getrennte Variation einzelner Parameter, um ihren Einfluss zu untersuchen. Beobachtungsdaten hingegen enthalten immer das Endergebnis der konsistenten Interaktion aller möglichen Prozesse, dafür ist man aber auf einzelne punktuelle Ergebnisse beschränkt, in denen es selbst bei einer statistischen Auswertung über alle je beobachteten Schockfronten schwer ist, einzelne Prozesse soweit zu isolieren, daß sie verständlich werden.

Anhang

Simulationsparameter	179
Literaturverzeichnis	191
Begriffsindex	222
Publikationsliste	223
Danksagung	227

Simulationsparameter

run 4b

seed = 42

nx0 = 60000

nx1 = 8

nx2 = 8

space_part_x = 0

space_part_y = 1

space_part_z = 1

gesamt_zeitschritte = 290000

output_zeitschritte = 5000

part_output_zeitschritte = 5000

rhoM_lineout_zeitschritte = 500

energy_output_zeitschritte = 500

move_border_zeitschritte = 100

mpzume = 20

electronnumberbg = 5

protonnumberbg = 5

plasmafreq = 200000000

Bx = 0.17551337924037225

By = 0.5401746378420905

Bz = 0

widthbg = 0.05883484054145523

widthj = 0

rescale_dx = 3

```
rescale_dt = 1.01

bordertype_x = 3
bordertype_y = 0
bordertype_z = 0

do_poisson = 1
gauss_cleaning = 0.1

vbgx = -0.235339
vbg_y = 0
vbgz = 0
```

run 5a

```
seed = 42

nx0 = 60000
nx1 = 8
nx2 = 8

space_part_x = 0
space_part_y = 1
space_part_z = 1

gesamt_zeitschritte = 659961

output_zeitschritte = 10000
part_output_zeitschritte = 10000
rhoM_lineout_zeitschritte = 1000
energy_output_zeitschritte = 500

move_border_zeitschritte = 50

mpzume = 20

electronnumberbg = 4
protonnumberbg = 4

plasmafreq = 200000000

Bx = 0.0702053516961489
By = 0.2160698551368362
Bz = 0
```

```
widthbg = 0.02353393621658209
widthj = 0
```

```
rescale_dx = 3
rescale_dt = 1.01
```

```
bordertype_x = 3
bordertype_y = 0
bordertype_z = 0
```

```
do_poisson = 1
gauss_cleaning = 0.1
```

```
vbgx = -0.0941357
vbg_y = 0
vbgz = 0
```

run 5b

```
seed = 42
```

```
nx0 = 60000
nx1 = 8
nx2 = 8
```

```
space_part_x = 0
space_part_y = 1
space_part_z = 1
```

```
gesamt_zeitschritte = 480000
```

```
output_zeitschritte = 5000
part_output_zeitschritte = 5000
rhoM_lineout_zeitschritte = 1000
energy_output_zeitschritte = 500
```

```
move_border_zeitschritte = 50
```

```
mpzume = 20
```

```
electronnumberbg = 4
protonnumberbg = 4
```

plasmafreq = 200000000

Bx = 0.242208

By = 0.745441

Bz = 0.

widthbg = 0.033541

widthj = 0

rescale_dx = 3

rescale_dt = 1.01

bordertype_x = 3

bordertype_y = 0

bordertype_z = 0

do_poisson = 1

gauss_cleaning = 0.1

vbgx = -0.14365

vbg_y = 0.

vbg_z = 0.

run 5c

seed = 42

nx0 = 60000

nx1 = 8

nx2 = 8

space_part_x = 0

space_part_y = 1

space_part_z = 1

gesamt_zeitschritte = 500000

output_zeitschritte = 5000

part_output_zeitschritte = 5000

rhoM_lineout_zeitschritte = 1000

energy_output_zeitschritte = 500

move_border_zeitschritte = 50

```
mpzume = 42

electronnumberbg = 4
protonnumberbg = 4

plasmafreq = 200000000

Bx = 0.351027
By = 1.080349
Bz = 0.

widthbg = 0.033544
widthj = 0

rescale_dx = 3
rescale_dt = 1.01

bordertype_x = 3
bordertype_y = 0
bordertype_z = 0

do_poisson = 1
gauss_cleaning = 0.1

vbgx = -0.133454
vbg_y = 0.
vbg_z = 0.
```

run 5d

```
seed = 42

nx0 = 100000
nx1 = 8
nx2 = 8

space_part_x = 0
space_part_y = 1
space_part_z = 1

gesamt_zeitschritte = 1000000

output_zeitschritte = 5000
part_output_zeitschritte = 5000
```

```
rhoM_lineout_zeitschritte = 1000  
energy_output_zeitschritte = 500
```

```
move_border_zeitschritte = 5
```

```
mpzume = 100
```

```
electronnumberbg = 4  
protonnumberbg = 4
```

```
plasmafreq = 200000000
```

```
Bx = 0.53865056  
By = 1.65779596  
Bz = 0.
```

```
widthbg = 0.033358  
widthj = 0
```

```
rescale_dx = 3  
rescale_dt = 1.01
```

```
bordertype_x = 3  
bordertype_y = 0  
bordertype_z = 0
```

```
do_poisson = 1  
gauss_cleaning = 0.1
```

```
vbgx = -0.127037  
vbgy = 0.  
vbgz = 0.
```

run 5e

```
seed = 42
```

```
nx0 = 100000  
nx1 = 8  
nx2 = 8
```

```
space_part_x = 0  
space_part_y = 1  
space_part_z = 1
```

```
gesamt_zeitschritte = 1000000

output_zeitschritte = 5000
part_output_zeitschritte = 5000
rhoM_lineout_zeitschritte = 1000
energy_output_zeitschritte = 500

move_border_zeitschritte = 5

mpzume = 100

electronnumberbg = 4
protonnumberbg = 4

plasmafreq = 200000000

Bx = 0.13466264
By = 1.73790041
Bz = 0.

widthbg = 0.033358
widthj = 0

rescale_dx = 3
rescale_dt = 1.01

bordertype_x = 3
bordertype_y = 0
bordertype_z = 0

do_poisson = 1
gauss_cleaning = 0.1

vbgx = -0.127037
vbgx = 0.
vbgz = 0.
```

run 5f

```
seed = 42

nx0 = 100000
nx1 = 8
```

```
nx2 = 8

space_part_x = 0
space_part_y = 1
space_part_z = 1

gesamt_zeitschritte = 1000000

output_zeitschritte = 10000
part_output_zeitschritte = 10000
rhoM_lineout_zeitschritte = 1000
energy_output_zeitschritte = 1000

move_border_zeitschritte = 1

mpzume = 100

electronnumberbg = 4
protonnumberbg = 4

plasmafreq = 200000000

Bx = 0.
By = 1.74310982
Bz = 0.

widthbg = 0.033358
widthj = 0

rescale_dx = 3
rescale_dt = 1.01

bordertype_x = 3
bordertype_y = 0
bordertype_z = 0

do_poisson = 1
gauss_cleaning = 0.1

vbgx = -0.127037
vbgy = 0.
vbgz = 0.
```


run 6a

```
seed = 42

nx0 = 100000
nx1 = 8
nx2 = 8

space_part_x = 0
space_part_y = 1
space_part_z = 1

gesamt_zeitschritte = 1000000

output_zeitschritte = 5000
part_output_zeitschritte = 5000
rhoM_lineout_zeitschritte = 1000
energy_output_zeitschritte = 500

move_border_zeitschritte = 5

mpzume = 100

electronnumberbg = 4
protonnumberbg = 4

plasmafreq = 200000000

Bx = 0.53865056
By = 1.65779596
Bz = 0.

widthbg = 0.033358
widthj = 0

rescale_dx = 3
rescale_dt = 1.01

bordertype_x = 3
bordertype_y = 0
bordertype_z = 0

do_poisson = 1
```

gauss_cleaning = 0.1

vbgx = -0.127037

vbgy = 0.

vbgz = 0.

run 6b

seed = 42

nx0 = 100000

nx1 = 8

nx2 = 8

space_part_x = 0

space_part_y = 1

space_part_z = 1

gesamt_zeitschritte = 1000000

output_zeitschritte = 1000

part_output_zeitschritte = 1000

rhoM_lineout_zeitschritte = 1000

energy_output_zeitschritte = 1000

move_border_zeitschritte = 1

mpzume = 100

electronnumberbg = 4

protonnumberbg = 4

plasmafreq = 200000000

Bx = 0.13466264

By = 1.73790041

Bz = 0.

widthbg = 0.033358

widthj = 0

rescale_dx = 3

rescale_dt = 1.01

```
bordertype_x = 3
bordertype_y = 0
bordertype_z = 0
```

```
do_poisson = 1
gauss_cleaning = 0.1
```

```
vbgx = -0.127037
vbg_y = 0.
vbgz = 0.
```

run 6c

```
seed = 42
```

```
nx0 = 100000
nx1 = 8
nx2 = 8
```

```
space_part_x = 0
space_part_y = 1
space_part_z = 1
```

```
gesamt_zeitschritte = 4000000
```

```
output_zeitschritte = 1000
part_output_zeitschritte = 1000
rhoM_lineout_zeitschritte = 1000
energy_output_zeitschritte = 1000
```

```
move_border_zeitschritte = 1
```

```
mpzume = 100
```

```
electronnumberbg = 4
protonnumberbg = 4
```

```
plasmafreq = 200000000
```

```
Bx = 0.03366566
By = 1.74278469
Bz = 0.
```

```
widthbg = 0.033358
```

```
widthj = 0

rescale_dx = 3
rescale_dt = 1.01

bordertype_x = 3
bordertype_y = 0
bordertype_z = 0

do_poisson = 1
gauss_cleaning = 0.1

vbgx = -0.127037
vbgz = 0.
```

Literaturverzeichnis

[Abe et al. 1986]

ABE, Hirotade ; SAKAIRI, Natsuhiko ; ITATANI, Ryohei ; OKUDA, Hideo: High-order spline interpolations in the particle simulation. In: *Journal of Computational Physics* 63 (1986), Nr. 2, 247–267. [http://dx.doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/0021-9991\(86\)90193-2](http://dx.doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/0021-9991(86)90193-2). – DOI [http://dx.doi.org/10.1016/0021-9991\(86\)90193-2](http://dx.doi.org/10.1016/0021-9991(86)90193-2). – ISSN 0021-9991

[Airy 1841]

AIRY, George B.: Tides and waves. In: ROSE, H. J. a. (Hrsg.): *Encyclopedia metropolitana (1817–1845)*. London, 1841

[Allen u. Eggers 1958]

ALLEN, H. J. ; EGGERS, A. J.: A study of the motion and aerodynamic heating of ballistic missiles entering the earth's atmosphere at high supersonic speeds. (1958)

[Amano u. Hoshino 2007]

AMANO, T. ; HOSHINO, M.: Electron Injection at High Mach Number Quasi-perpendicular Shocks: Surfing and Drift Acceleration. In: *The Astrophysical Journal* 661 (2007), Mai, S. 190–202. <http://dx.doi.org/10.1086/513599>. – DOI 10.1086/513599

[Amano u. Hoshino 2009]

AMANO, Takanobu ; HOSHINO, Masahiro: Electron Shock Surfing Acceleration in Multidimensions: Two-Dimensional Particle-in-Cell Simulation of Collisionless Perpendicular Shock. In: *The Astrophysical Journal* 690 (2009), Nr. 1, 244. <http://stacks.iop.org/0004-637X/690/i=1/a=244>

[Anders 1990]

ANDERS, A.: *A Formulary for Plasma Physics*. Akademie-Verlag <http://books.google.de/books?id=igv8exA8VTUC>. – ISBN 9783055012631

[Anderson 1963]

ANDERSON, J. E.: *Magnetohydrodynamic shock waves*. Cambridge : MIT Press, 1963. – ISBN 0262010054

[Angelopoulos et al. 2008]

ANGELOPOULOS, Vassilis ; MCFADDEN, James P. ; LARSON, Davin ; CARLSON, Charles W. ; MENDE, Stephen B. ; FREY, Harald ; PHAN, Tai ; SIBECK, David G. ; GLASSMEIER, Karl-Heinz ; AUSTER, Uli ; DONOVAN, Eric ; MANN, Ian R. ; RAE, I. J.

; RUSSELL, Christopher T. ; RUNOV, Andrei ; ZHOU, Xu-Zhi ; KEPKO, Larry: Tail Reconnection Triggering Substorm Onset. In: *Science* 321 (2008), Nr. 5891, 931-935. <http://dx.doi.org/10.1126/science.1160495>. – DOI 10.1126/science.1160495

[Axford 1962]

AXFORD, W. I.: The interaction between the solar wind and the Earth's magnetosphere. In: *Journal of Geophysical Research* 67 (1962), Nr. 10, 3791–3796. <http://dx.doi.org/10.1029/JZ067i010p03791>. – DOI 10.1029/JZ067i010p03791. – ISSN 2156–2202

[Axford 1981]

AXFORD, W. I.: The acceleration of cosmic rays by shock waves. In: *Annals of the New York Academy of Sciences* 375 (1981), Nr. 1, 297–313. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1749-6632.1981.tb33702.x>. – DOI 10.1111/j.1749-6632.1981.tb33702.x. – ISSN 1749–6632

[Bahcall et al. 2005]

BAHCALL, John N. ; SERENELLI, Aldo M. ; BASU, Sarbani: New Solar Opacities, Abundances, Helioseismology, and Neutrino Fluxes. In: *The Astrophysical Journal Letters* 621 (2005), Nr. 1, L85. <http://stacks.iop.org/1538-4357/621/i=1/a=L85>. – Raw data at http://www.sns.ias.edu/~jnb/SNdata/Export/BS2005/bs05_agsop.dat

[Bale et al. 2003]

BALE, S. D. ; MOZER, F. S. ; HORBURY, T. S.: Density-Transition Scale at Quasi-perpendicular Collisionless Shocks. In: *Phys. Rev. Lett.* 91 (2003), Dec, 265004. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.91.265004>. – DOI 10.1103/PhysRevLett.91.265004

[Bale et al. 2008]

BALE, S. D. ; MOZER, F. S. ; KRASNOSELSKIKH, V. V.: Direct measurement of the cross-shock electric potential at low plasma β , quasi-perpendicular bow shocks. In: *ArXiv e-prints* (2008), September

[Balogh u. Treumann 2013]

BALOGH, A. ; TREUMANN, R. A.: *ISSI Scientific Report Series*. Bd. 12: *Physics of Collisionless Shocks*. New York : Springer, 2013. <http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4614-6099-2>. <http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4614-6099-2>. – ISBN 978–1–4614–6098–5

[Bednarz u. Ostrowski 1996]

BEDNARZ, J. ; OSTROWSKI, M.: The acceleration time-scale for first-order Fermi acceleration in relativistic shock waves. In: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 283 (1996), Nr. 2, 447-456. <http://dx.doi.org/10.1093/mnras/283.2.447>. – DOI 10.1093/mnras/283.2.447

- [Bell 1978a]
 BELL, A. R.: The acceleration of cosmic rays in shock fronts. I. In: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 182 (1978), Januar, S. 147–156
- [Bell 1978b]
 BELL, A. R.: The acceleration of cosmic rays in shock fronts. II. In: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 182 (1978), Februar, S. 443–455
- [Bemporad u. Mancuso 2010]
 BEMPORAD, A. ; MANCUSO, S.: First Complete Determination of Plasma Physical Parameters Across a Coronal Mass Ejection-driven Shock. In: *The Astrophysical Journal* 720 (2010), September, S. 130–143. <http://dx.doi.org/10.1088/0004-637X/720/1/130>. – DOI 10.1088/0004-637X/720/1/130
- [Berenger 1994]
 BERENGER, Jean-Pierre: A Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic-Waves. In: *Journal of Computational Physics* 114 (1994), Nr. 2, S. 185–200
- [Berenger 2007]
 BERENGER, Jean-Pierre: Perfectly Matched Layer (PML) for Computational Electromagnetics. In: *Synthesis Lectures on Computational Electromagnetics* 2 (2007), Nr. 1, S. 1–117. <http://dx.doi.org/10.2200/S00030ED1V01Y200605CEM008>. – DOI 10.2200/S00030ED1V01Y200605CEM008
- [Berezhko u. Ellison 1999]
 BEREZHKO, E. G. ; ELLISON, Donald C.: A Simple Model of Nonlinear Diffusive Shock Acceleration. In: *The Astrophysical Journal* 526 (1999), Nr. 1, 385. <http://stacks.iop.org/0004-637X/526/i=1/a=385>
- [Bessell et al. 1989]
 BESSELL, M. S. ; BRETT, J. M. ; WOOD, P. R. ; SCHOLZ, M.: The effects of photospheric extension upon the spectra of M-type Mira variables. In: *Astronomy and Astrophysics* 213 (1989), April, S. 209–225
- [Birdsall u. Langdon 2005]
 BIRDSALL, C. K. ; LANGDON, A. B.: *Plasma physics via computer simulation*. First. New York: Taylor and Francis, 2005. – ISBN 0750310251
- [Birdsall u. Fuss 1997]
 BIRDSALL, Charles K. ; FUSS, Dieter: Clouds-in-Clouds, Clouds-in-Cells Physics for Many-Body Plasma Simulation. In: *Journal of Computational Physics* 135 (1997), Nr. 2, 141 - 148. <http://dx.doi.org/10.1006/jcph.1997.5723>. – DOI 10.1006/jcph.1997.5723. – ISSN 0021-9991
- [Birn et al. 2012]
 BIRN, J. ; ARTEMYEV, A. V. ; BAKER, D. N. ; ECHIM, M. ; HOSHINO, M. ; ZELENYI,

L. M.: Particle Acceleration in the Magnetotail and Aurora. In: *Space Science Reviews* 173 (2012), Nr. 1–4, 49–102. <http://dx.doi.org/10.1007/s11214-012-9874-4>. – DOI 10.1007/s11214-012-9874-4. – ISSN 0038–6308

[Biskamp u. Welter 1972]

BISKAMP, D. ; WELTER, H.: Numerical studies of magnetosonic collisionless shock waves. In: *Nuclear Fusion* 12 (1972), Nr. 6, 663. <http://stacks.iop.org/0029-5515/12/i=6/a=006>

[Bittencourt 2004]

BITTENCOURT, J. A.: *Fundamentals of Plasma Physics*. Third. Springer. – 678 S. www.springer.com/978-0-387-20975-3. – ISBN 978–0–387–20975–3

[Blandford u. Ostriker 1978]

BLANDFORD, R. D. ; OSTRIKER, J. P.: Particle acceleration by astrophysical shocks. In: *The Astrophysical Journal - Letters* 221 (1978), April, S. L29–L32. <http://dx.doi.org/10.1086/182658>. – DOI 10.1086/182658

[Blandford u. Eichler 1987]

BLANDFORD, Roger ; EICHLER, David: Particle acceleration at astrophysical shocks: A theory of cosmic ray origin. In: *Physics Reports* 154 (1987), Nr. 1, 1 - 75. [http://dx.doi.org/DOI:10.1016/0370-1573\(87\)90134-7](http://dx.doi.org/DOI:10.1016/0370-1573(87)90134-7). – DOI DOI: 10.1016/0370-1573(87)90134-7. – ISSN 0370–1573

[Book 2007]

BOOK, D. L. ; WAGNER, L. S. (Hrsg.) ; GOLDSTEIN, J. A. (Hrsg.) ; CHAPMAN, E. A. (Hrsg.): *NRL (Naval Research Laboratory) plasma formulary, revised*. 2007

[Boris 1970]

BORIS, J. P.: Relativistic Plasma Simulation—Optimization of a Hybrid Code. In: BORIS, J. (Hrsg.) ; SHANNY, R. (Hrsg.): *Proceedings of the Fourth Conference on the Numerical Simulation of Plasmas, Washington DC*. Washington DC : Naval Research Laboratory, 1970, S. 3–67

[Brackbill u. Forslund 1982]

BRACKBILL, J. U. ; FÖRSLUND, D. W.: An implicit method for electromagnetic plasma simulation in two dimensions. In: *Journal of Computational Physics* 46 (1982), Nr. 2, 271 - 308. [http://dx.doi.org/10.1016/0021-9991\(82\)90016-X](http://dx.doi.org/10.1016/0021-9991(82)90016-X). – DOI 10.1016/0021-9991(82)90016-X. – ISSN 0021-9991

[Broggini u. LUNA Collaboration 2006]

BROGGINI, Carlo ; LUNA COLLABORATION: Underground nuclear astrophysics and solar neutrinos. In: *AIP Conference Proceedings* 853 (2006), Nr. 1, 358-365. <http://dx.doi.org/10.1063/1.2338402>. – DOI 10.1063/1.2338402

[Brueckner et al. 1995]

BRUECKNER, G. E. ; HOWARD, R. A. ; KOOMEN, M. J. ; KORENDYKE, C. M. ; MICHELSON, D. J. ; MOSES, J. D. ; SOCKER, D. G. ; DERE, K. P. ; LAMY, P. L. ; LLEBARIA, A. ; BOUT, M. V. ; SCHWENN, R. ; SIMNETT, G. M. ; BEDFORD, D. K. ; EYLES, C. J.: The Large Angle Spectroscopic Coronagraph (LASCO). In: *Solar Physics* 162 (1995), Dezember, S. 357–402. <http://dx.doi.org/10.1007/BF00733434>. – DOI 10.1007/BF00733434

[Buneman 1958]

BUNEMAN, O.: Instability, Turbulence, and Conductivity in Current-Carrying Plasma. In: *Phys. Rev. Lett.* 1 (1958), Jul, Nr. 1, S. 8–9. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.1.8>. – DOI 10.1103/PhysRevLett.1.8

[Buneman 1964]

BUNEMAN, O.: Models of Collisionless Shock Fronts. In: *Physics of Fluids (1958-1988)* 7 (1964), Nr. 11, S3 – S8. <http://dx.doi.org/http://dx.doi.org/10.1063/1.1711088>. – DOI <http://dx.doi.org/10.1063/1.1711088>

[Burlaga et al. 2009]

BURLAGA, L. F. ; NESS, N. F. ; ACUÑA, M. H. ; RICHARDSON, J. D. ; STONE, E. ; McDONALD, F. B.: Observations of the heliosheath and solar wind near the termination shock by Voyager 2. In: *The Astrophysical Journal* 692 (2009), Nr. 2, S. 1125

[Burlaga et al. 2013]

BURLAGA, L. F. ; NESS, N. F. ; STONE, E. C.: Magnetic Field Observations as Voyager 1 Entered the Heliosheath Depletion Region. In: *Science* 341 (2013), Nr. 6142, 147-150. <http://dx.doi.org/10.1126/science.1235451>. – DOI 10.1126/science.1235451

[Byers u. Grewal 1970]

BYERS, Jack A. ; GREWAL, Mahesh: Perpendicularly Propagating Plasma Cyclotron Instabilities Simulated with a One-Dimensional Computer Model. In: *Physics of Fluids* 13 (1970), Nr. 7, 1819-1830. <http://dx.doi.org/10.1063/1.1693160>. – DOI 10.1063/1.1693160

[Böhm-Vitense 1989]

BÖHM-VITENSE, Erika: *Introduction to Stellar Astrophysics: Basic stellar observations and data*. 1St Edition. Cambridge University Press, 1989. – ISBN 0521348692,9780521348690,0521344026,9780521344029

[Böhm-Vitense 1990]

BÖHM-VITENSE, Erika: *Introduction to Stellar Astrophysics: Volume 2*. 1St Edition. Cambridge University Press, 1990. – ISBN 0521344034,9780521344036

[Canuto et al. 1978]

CANUTO, V. ; CHOU, C. K. ; FASSIO-CANUTO, L.: Plasma Astrophysics. In: *Fundamentals of Cosmic Physics* 3 (1978), S. 221–339. – ISSN 0094–5846

[Caprioli 2012]

CAPRIOLI, D.: Fermi acceleration at supernova remnant shocks. In: *AIP Conference Proceedings* 1505 (2012), Nr. 1, 237-240. <http://dx.doi.org/http://dx.doi.org/10.1063/1.4772241>. – DOI <http://dx.doi.org/10.1063/1.4772241>

[Cartwright et al. 2000]

CARTWRIGHT, K.L. ; VERBONCOEUR, J.P. ; BIRDSALL, C.K.: Loading and Injection of Maxwellian Distributions in Particle Simulations. In: *Journal of Computational Physics* 162 (2000), Nr. 2, 483–513. <http://dx.doi.org/http://dx.doi.org/10.1006/jcph.2000.6549>. – DOI <http://dx.doi.org/10.1006/jcph.2000.6549>. – ISSN 0021–9991

[Chapman et al. 2005]

CHAPMAN, S. C. ; LEE, R. E. ; DENDY, R. O.: Perpendicular Shock Reformation and Ion Acceleration. In: *Space Science Reviews* 121 (2005), 11, Nr. 1–4, 5–19. <http://search.proquest.com/docview/734656536?accountid=105701>. ISBN 00386308

[Chen 2011]

CHEN, P. F.: Coronal Mass Ejections: Models and Their Observational Basis. In: *Living Reviews in Solar Physics* 8 (2011), Nr. 1. <http://dx.doi.org/10.12942/lrsp-2011-1>. – DOI 10.12942/lrsp-2011-1

[Cheng et al. 2013]

CHENG, X. ; ZHANG, J. ; DING, M. D. ; LIU, Y. ; POOMVISES, W.: The Driver of Coronal Mass Ejections in the Low Corona: A Flux Rope. In: *The Astrophysical Journal* 763 (2013), Januar, S. 43. <http://dx.doi.org/10.1088/0004-637X/763/1/43>. – DOI 10.1088/0004-637X/763/1/43

[Chew u. Weedon 1994]

CHEW, Weng C. ; WEEDON, William H.: A 3D perfectly matched medium from modified maxwell's equations with stretched coordinates. In: *Microwave and Optical Technology Letters* 7 (1994), Nr. 13, 599–604. <http://dx.doi.org/10.1002/mop.4650071304>. – DOI 10.1002/mop.4650071304

[Ciaravella et al. 2006]

CIARAVELLA, A. ; RAYMOND, J.C. ; KAHLER, S.W.: Ultraviolet Properties of Halo Coronal Mass Ejections: Doppler Shifts, Angles, Shocks, and Bulk Morphology. In: *Astrophys. J.* 652 (2006), S. 774–792. <http://dx.doi.org/10.1086/507171>. – DOI 10.1086/507171

[Cole 2002]

COLE, J.B.: High-accuracy Yee algorithm based on nonstandard finite differences: new developments and verifications. In: *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on* 50 (2002), Nr. 9, S. 1185–1191. <http://dx.doi.org/10.1109/TAP.2002.801268>. – DOI 10.1109/TAP.2002.801268. – ISSN 0018–926X

[Colgate 1959]

COLGATE, Stirling A.: Collisionless Plasma Shock. In: *Physics of Fluids* 2 (1959), Nr. 5, 485–493. <http://dx.doi.org/10.1063/1.1705938>. – DOI 10.1063/1.1705938

[Courant et al. 1928]

COURANT, R. ; FRIEDRICHS, K. ; LEWY, H.: Über die partiellen Differenzgleichungen der mathematischen Physik. In: *Mathematische Annalen* 100 (1928), December, Nr. 1, 32–74. <http://dx.doi.org/10.1007/BF01448839>. – DOI 10.1007/BF01448839

[Courant u. Friedrichs 1976]

COURANT, R. ; FRIEDRICHS, K. O.: *Supersonic Flow and Shock Waves*. Springer, 1976 (Applied mathematical sciences). – ISBN 0387902325

[Cranmer u. van Ballegooijen 2005]

CRANMER, S. R. ; BALLEGOOIJEN, A. A.: On the Generation, Propagation, and Reflection of Alfvén Waves from the Solar Photosphere to the Distant Heliosphere. In: *The Astrophysical Journal Supplement Series* 156 (2005), Nr. 2, 265. <http://stacks.iop.org/0067-0049/156/i=2/a=265>

[Darwin 1920]

DARWIN, Charles G.: The dynamical motions of charged particles. In: *Philosophical Magazine Series* 5 39 (1920). <http://dx.doi.org/10.1080/14786440508636066>. – DOI 10.1080/14786440508636066

[Davis et al. 2009]

DAVIS, C. J. ; DAVIES, J. A. ; LOCKWOOD, M. ; ROUILLARD, A. P. ; EYLES, C. J. ; HARRISON, R. A.: Stereoscopic imaging of an Earth-impacting solar coronal mass ejection: A major milestone for the STEREO mission. In: *Geophysical Research Letters* 36 (2009), April, S. 8102. <http://dx.doi.org/10.1029/2009GL038021>. – DOI 10.1029/2009GL038021

[Dawson 1970]

DAWSON, John M.: The electrostatic sheet model for plasma and its modification to finite-size particles. In: *Methods in Computational Physics* 9 (1970), S. 1 – 28

[De Hoffmann u. Teller 1950]

DE HOFFMANN, F. ; TELLER, E.: Magneto-Hydrodynamic Shocks. In: *Phys. Rev.* 80 (1950), Nov, 692–703. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRev.80.692>. – DOI 10.1103/PhysRev.80.692

[Debye u. Hückel 1923]

DEBYE, Peter ; HÜCKEL, Erich: Zur Theorie der Elektrolyte. I. Gefrierpunktserniedrigung und verwandte Erscheinungen. In: *Physikalische Zeitschrift* 24 (1923), Nr. 185, S. 305

[Decyk 2011]

DECYK, Viktor K.: *Description of Spectral Particle-in-Cell. Codes in the UPIC Framework*. Presentation at ISSS-10. www.ualberta.ca/~iss10/talks/Decyk_ISSS10.pdf. Version: 2011

[Doppler 1842]

DOPPLER, Christian: Über das farbige Licht der Doppelsterne und einiger anderer Gestirne des Himmels. In: *Abhandlungen der königlich böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften* 2 (1842), S. 465–482

[Doppler 1847]

DOPPLER, Christian: Über den Einfluß der Bewegung des Fortpflanzungsmittels auf die Erscheinungen der Aether-, Luft- und Wasserwellen. In: *Abhandlungen der königlich böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften* 5 (1847), S. 295–306

[Dungey 1959]

DUNGEY, J. W.: Strong hydromagnetic disturbances in a collision-free plasma. In: *Philosophical Magazine* 4 (1959), Nr. 41, 585–593. <http://dx.doi.org/10.1080/14786435908238254>. – DOI 10.1080/14786435908238254

[Edmiston u. Kennel 1984]

EDMISTON, J. P. ; KENNEL, C. F.: A parametric survey of the first critical Mach number for a fast MHD shock. In: *Journal of Plasma Physics* 32 (1984), 12, 429–441. <http://dx.doi.org/10.1017/S002237780000218X>. – DOI 10.1017/S002237780000218X. – ISSN 1469–7807

[Efron u. Tibshirani 1994]

EFRON, Bradley ; TIBSHIRANI, Robert J.: *An Introduction to the Bootstrap*. (1994)

[Emilio et al. 2012]

EMILIO, M. ; KUHN, J. R. ; BUSH, R. I. ; SCHOLL, I. F.: Measuring the Solar Radius from Space during the 2003 and 2006 Mercury Transits. In: *The Astrophysical Journal* 750 (2012), Nr. 2, 135. <http://stacks.iop.org/0004-637X/750/i=2/a=135>

[Erdélyi u. Ballai 2007]

ERDÉLYI, R. ; BALLAI, I.: Heating of the solar and stellar coronae: a review. In: *Astronomische Nachrichten* 328 (2007), Nr. 8, 726–733. <http://dx.doi.org/10.1002/asna.200710803>. – DOI 10.1002/asna.200710803. – ISSN 1521–3994

[Eremin et al. 2013]

EREMIN, Denis ; HEMKE, Torben ; BRINKMANN, Ralf P. ; MUSSENBROCK, Thomas: Simulations of electromagnetic effects in high-frequency capacitively coupled discharges using the Darwin approximation. In: *Journal of Physics D: Applied Physics* 46 (2013), Nr. 8, 084017. <http://stacks.iop.org/0022-3727/46/i=8/a=084017>

[Esirkepov 2001]

ESIRKEPOV, T. Z.: Exact charge conservation scheme for Particle-in-Cell simulation

- with an arbitrary form-factor. In: *Computer Physics Communications* 135 (2001), Nr. 2, 144 - 153. [http://dx.doi.org/10.1016/S0010-4655\(00\)00228-9](http://dx.doi.org/10.1016/S0010-4655(00)00228-9). – DOI 10.1016/S0010-4655(00)00228-9. – ISSN 0010-4655
- [Euler 1748]
EULER, Leonhard: *Introductio in analysin infinitorum*. (1748)
- [Euler 1755]
EULER, Leonhard: Principes généraux du mouvement des fluids. In: *Memoires de l'academie des sciences de Berlin* 11 (1755)
- [Euler 1759]
Letter to Lagrange, opera omnia 1363
- [Feng et al. 2007]
FENG, L. ; INHESTER, B. ; SOLANKI, S. K. ; WIEGELMANN, T. ; PODLIPNIK, B. ; HOWARD, R. A. ; WUELSE, J.-P.: First Stereoscopic Coronal Loop Reconstructions from STEREO SECCHI Images. In: *The Astrophysical Journal Letters* 671 (2007), Nr. 2, L205. <http://stacks.iop.org/1538-4357/671/i=2/a=L205>
- [Fermi 1949]
FERMI, Enrico: On the Origin of the Cosmic Radiation. In: *Phys. Rev.* 75 (1949), Apr, Nr. 8, S. 1169–1174. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRev.75.1169>. – DOI 10.1103/PhysRev.75.1169
- [Fisk u. Gloeckler 2006]
FISK, L. A. ; GLOECKLER, G.: The Common Spectrum for Accelerated Ions in the Quiet-Time Solar Wind. In: *The Astrophysical Journal* 640 (2006), März, S. 79–82. <http://dx.doi.org/10.1086/503293>. – DOI 10.1086/503293
- [Fitzenreiter et al. 1998]
FITZENREITER, R. J. ; OGILVIE, K. W. ; CHORNAY, D. J. ; KELLER, J.: Observations of electron velocity distribution functions in the solar wind by the WIND Spacecraft: High angular resolution Strahl measurements. In: *Geophysical Research Letters* 25 (1998), S. 249–252. <http://dx.doi.org/10.1029/97GL03703>. – DOI 10.1029/97GL03703
- [Fitzenreiter et al. 1996]
FITZENREITER, R. J. ; VIÑAS, A. F. ; KLIMAS, A. J. ; LEPPING, R. P. ; KAISER, M. L. ; ONSAGER, T. G.: Wind observations of the electron foreshock. In: *Geophysical Research Letters* 23 (1996), S. 1235–1238. <http://dx.doi.org/10.1029/96GL00826>. – DOI 10.1029/96GL00826
- [Fitzpatrick 2008]
FITZPATRICK, Richard: *The Physics of Plasmas*. 2. Lulu, 2008. – 261 S

[Forbes 2000]

FORBES, T. G.: A review on the genesis of coronal mass ejections. In: *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 105 (2000), Nr. A10, 23153–23165. <http://dx.doi.org/10.1029/2000JA000005>. – DOI 10.1029/2000JA000005. – ISSN 2156–2202

[Fornberg 1988]

FORNBERG, Bengt: Generation of finite difference formulas on arbitrarily spaced grids. In: *Math. Comp.* 51 (1988), Nr. 184, 699–706. <http://dx.doi.org/10.2307/2008770>. – DOI 10.2307/2008770. – ISSN 0025–5718

[Forslund u. Shonk 1970]

FORSLUND, D. W. ; SHONK, C. R.: Formation and Structure of Electrostatic Collisionless Shocks. In: *Phys. Rev. Lett.* 25 (1970), Dec, 1699–1702. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.25.1699>. – DOI 10.1103/PhysRevLett.25.1699

[Ganse et al. 2014]

GANSE, U. ; KILIAN, P. ; SPANIER, F. ; VAINIO, R.: Fundamental and harmonic plasma emission in different plasma environments. In: *Astronomy and Astrophysics* 564 (2014), April, S. A15. <http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361/201322834>. – DOI 10.1051/0004-6361/201322834

[Ganse 2009]

GANSE, Urs: *Typ II Radiobursts bei koronalen Masseauswürfen - Simulation mit PiC-Codes*, Universität Würzburg, Diplomarbeit, März 2009

[Ganse 2012]

GANSE, Urs: *Kinetische Simulationen solarer Typ II Radiobursts*, Universität Würzburg, Doktorarbeit, Juni 2012

[Ganse et al. 2012]

GANSE, Urs ; KILIAN, Patrick ; SPANIER, Felix ; VAINIO, Rami: Nonlinear Wave Interactions as Emission Process of Type II Radio Bursts. In: *Astrophysical Journal* 751 (2012), June, Nr. 2. <http://arxiv.org/abs/1204.0355>. – cite arxiv:1204.0355

[García et al. 2007]

GARCÍA, Rafael A. ; TURCK-CHIÈZE, Sylvaine ; JIMÉNEZ-REYES, Sebastian J. ; BALLOT, Jérôme ; PALLÉ, Pere L. ; EFF-DARWICH, Antonio ; MATHUR, Savita ; PROVOST, Janine: Tracking Solar Gravity Modes: The Dynamics of the Solar Core. In: *Science* 316 (2007), Nr. 5831, 1591–1593. <http://dx.doi.org/10.1126/science.1140598>. – DOI 10.1126/science.1140598

[Gedney 1996]

GEDNEY, S.D.: An anisotropic perfectly matched layer-absorbing medium for the truncation of FDTD lattices. In: *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on* 44 (1996), Nr. 12, S. 1630–1639. <http://dx.doi.org/10.1109/8.546249>. – DOI 10.1109/8.546249. – ISSN 0018–926X

[Goodrich u. Scudder 1984]

GOODRICH, C. C. ; SCUDDER, J. D.: The adiabatic energy change of plasma electrons and the frame dependence of the cross-shock potential at collisionless magnetosonic shock waves. In: *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 89 (1984), Nr. A8, 6654–6662. <http://dx.doi.org/10.1029/JA089iA08p06654>. – DOI 10.1029/JA089iA08p06654. – ISSN 2156–2202

[Gopalswamy u. Kundu 1992]

GOPALSWAMY, N. ; KUNDU, M. R.: Estimation of the mass of a coronal mass ejection from radio observations. In: *Astrophysical Journal Letter* 390 (1992), Mai, S. L37–L39. <http://dx.doi.org/10.1086/186366>. – DOI 10.1086/186366

[Greenwood et al. 2004]

GREENWOOD, Andrew D. ; CARTWRIGHT, Keith L. ; LUGINSLAND, John W. ; BACA, Ernest A.: On the elimination of numerical Cerenkov radiation in PIC simulations. In: *Journal of Computational Physics* 201 (2004), Nr. 2, 665 – 684. <http://dx.doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/j.jcp.2004.06.021>. – DOI <http://dx.doi.org/10.1016/j.jcp.2004.06.021>. – ISSN 0021–9991

[Gurnett u. Frank 1978]

GURNETT, D. A. ; FRANK, L. A.: Ion acoustic waves in the solar wind. In: *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 83 (1978). <http://dx.doi.org/10.1029/ja083ia01p00058>. – DOI 10.1029/ja083ia01p00058

[Gurnett u. Anderson 1977]

GURNETT, Donald A. ; ANDERSON, Roger R.: Plasma wave electric fields in the solar wind: Initial results from Helios 1. In: *Journal of Geophysical Research* 82 (1977). <http://dx.doi.org/10.1029/ja082i004p00632>. – DOI 10.1029/ja082i004p00632

[Hadi 2007]

HADI, M. F.: A Finite Volumes-Based 3-D Low Dispersion FDTD Algorithm. In: *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on* 55 (2007), Aug, Nr. 8, S. 2287–2293. <http://dx.doi.org/10.1109/TAP.2007.901996>. – DOI 10.1109/TAP.2007.901996. – ISSN 0018–926X

[Hadi u. Piket-May 1997]

HADI, M.F. ; PIKET-MAY, M.: A modified FDTD (2, 4) scheme for modeling electrically large structures with high-phase accuracy. In: *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on* 45 (1997), Feb, Nr. 2, S. 254–264. <http://dx.doi.org/10.1109/8.560344>. – DOI 10.1109/8.560344. – ISSN 0018–926X

[Halton 1964]

HALTON, J. H.: Algorithm 247: Radical-inverse quasi-random point sequence. In: *Commun. ACM* 7 (1964), Dezember, Nr. 12, 701–702. <http://dx.doi.org/10.1145/355588.365104>. – DOI 10.1145/355588.365104. – ISSN 0001–0782

[Hannah et al. 2011]

HANNAH, I. G. ; HUDSON, H. S. ; BATTAGLIA, M. ; CHRISTE, S. ; KAŠPAROVÁ, J. ; KRUCKER, S. ; KUNDU, M. R. ; VERONIG, A.: Microflares and the Statistics of X-ray Flares. In: *Space Science Reviews* 159 (2011), September, S. 263–300. <http://dx.doi.org/10.1007/s11214-010-9705-4>. – DOI 10.1007/s11214-010-9705-4

[Hellinger et al. 2006]

HELLINGER, P. ; TRÁVNÍČEK, P. ; KASPER, J. C. ; LAZARUS, A. J.: Solar wind proton temperature anisotropy: Linear theory and WIND/SWE observations. In: *Geophysical Research Letters* 33 (2006), Mai, S. 9101. <http://dx.doi.org/10.1029/2006GL025925>. – DOI 10.1029/2006GL025925

[Hockney 1966]

HOCKNEY, R. W.: Computer Experiment of Anomalous Diffusion. In: *Physics of Fluids* 9 (1966), Nr. 9, 1826–1835. <http://dx.doi.org/10.1063/1.1761939>. – DOI 10.1063/1.1761939

[Hockney u. Eastwood 1988]

HOCKNEY, R. W. ; EASTWOOD, J. W.: *Computer simulation using particles*. Bristol: Hilger, 1988, 1988

[Hoilijoki et al. 2013]

HOILIJOKI, S. ; POMOELL, J. ; VAINIO, R. ; PALMROTH, M. ; KOSKINEN, H. E. J.: Interpreting Solar EUV Wave Observations from Different Viewing Angles Using an MHD Model. In: *Solar Physics* 286 (2013), Nr. 2, 493–507. <http://dx.doi.org/10.1007/s11207-013-0276-x>. – DOI 10.1007/s11207-013-0276-x. – ISSN 0038–0938

[Hoshino et al. 2001]

HOSHINO, M. ; MUKAI, T. ; TERASAWA, T. ; SHINOHARA, I.: Suprathermal electron acceleration in magnetic reconnection. In: *Journal of Geophysical Research* 106 (2001), November, S. 25979–25998. <http://dx.doi.org/10.1029/2001JA900052>. – DOI 10.1029/2001JA900052

[Hudson et al. 1969]

HUDSON, H. S. ; PETERSON, L. E. ; SCHWARTZ, D. A.: The Hard Solar X-Ray Spectrum Observed from the Third Orbiting Solar Observatory. In: *The Astrophysical Journal* 157 (1969), Juli, S. 389. <http://dx.doi.org/10.1086/150075>. – DOI 10.1086/150075

[Hurford et al. 2003]

HURFORD, G. J. ; SCHWARTZ, R. A. ; KRUCKER, S. ; LIN, R. P. ; SMITH, D. M. ; VILMER, N.: First Gamma-Ray Images of a Solar Flare. In: *The Astrophysical Journal* 595 (2003), Oktober, S. L77–L80. <http://dx.doi.org/10.1086/378179>. – DOI 10.1086/378179

[Ivascenko 2009]

IVASCENKO, Alex: *Beschleunigung und Transport hochenergetischer Elektronen in elliptischen Galaxien*, Universität Würzburg, Diplomarbeit, April 2009

[Jackson 1999]

JACKSON, John D.: *Classical Electrodynamics*. 3rd ed. New York : Wiley, 1999. – 808 S. – ISBN 047130932X

[Jennings 1988]

JENNINGS, S.G: The mean free path in air. In: *Journal of Aerosol Science* 19 (1988), Nr. 2, 159–166. [http://dx.doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/0021-8502\(88\)90219-4](http://dx.doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/0021-8502(88)90219-4). – DOI [http://dx.doi.org/10.1016/0021-8502\(88\)90219-4](http://dx.doi.org/10.1016/0021-8502(88)90219-4). – ISSN 0021-8502

[Jokipii 1987]

JOKIPII, J. R.: Rate of energy gain and maximum energy in diffusive shock acceleration. In: *Astrophysical Journal* 313 (1987), Februar, S. 842–846. <http://dx.doi.org/10.1086/165022>. – DOI 10.1086/165022

[Kaiser et al. 2008]

KAISER, M. L. ; KUCERA, T. A. ; DAVILA, J. M. ; ST. CYR, O. C. ; GUHATHAKURTA, M. ; CHRISTIAN, E.: The STEREO Mission: An Introduction. In: *Space Science Reviews* 136 (2008), April, S. 5–16. <http://dx.doi.org/10.1007/s11214-007-9277-0>. – DOI 10.1007/s11214-007-9277-0

[Kalkofen 2007]

KALKOFEN, Wolfgang: Is the Solar Chromosphere Heated by Acoustic Waves? In: *The Astrophysical Journal* 671 (2007), Nr. 2, 2154. <http://stacks.iop.org/0004-637X/671/i=2/a=2154>

[Kang 2011]

KANG, H.: Energy Spectrum of Nonthermal Electrons Accelerated at a Plane Shock. In: *Journal of Korean Astronomical Society* 44 (2011), April, S. 49–58

[Kempf et al. 2013]

KEMPF, A. ; GANSE, U. ; KILIAN, P. ; SPANIER, F.: Note on the use of Yee-lattices in (semi-) implicit particle-in-cell codes. In: *Journal of Computational Physics* 237 (2013), März, S. 56–60. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jcp.2012.11.045>. – DOI 10.1016/j.jcp.2012.11.045

[Kilian et al. 2012]

KILIAN, Patrick ; BURKART, Thomas ; SPANIER, Felix: The Influence of the Mass Ratio on Particle Acceleration by the Filamentation Instability. Version: 2012. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-23869-7>. In: NAGEL, Wolfgang E. (Hrsg.) ; KRÖNER, Dietmar B. (Hrsg.) ; RESCH, Michael M. (Hrsg.): *High Performance Computing in Science and Engineering '11*. Springer, 5-13. – Online Ressource. – DOI 10.1007/978-3-642-23869-7. – ISBN 978-3-642-23869-7

[Kilian et al. 2013]

KILIAN, Patrick ; GANSE, Urs ; SPANIER, Felix: Different Choices of the Form Factor in Particle-in-Cell Simulations. In: POGORELOV, N. V. (Hrsg.) ; AUDIT, E. (Hrsg.) ; ZANK, G. P. (Hrsg.): *Numerical Modeling of Space Plasma Flows (ASTRONUM2012)* Bd. 474, 2013, S. 208

[Kirk et al. 1996]

KIRK, J. G. ; DUFFY, P. ; GALLANT, Y. A.: Stochastic particle acceleration at shocks in the presence of braided magnetic fields. In: *Astronomy and Astrophysics* 314 (1996), Oktober, S. 1010–1016

[Klimas et al. 2008]

KLIMAS, A. ; HESSE, M. ; ZENITANI, S.: Particle-in-cell simulation of collisionless reconnection with open outflow boundaries. In: *Physics of Plasmas* 15 (2008), August, Nr. 8, S. 082102. <http://dx.doi.org/10.1063/1.2965826>. – DOI 10.1063/1.2965826

[Klimontovich 1967]

KLIMONTOVICH, . L.: *The statistical theory of non-equilibrium processes in plasma*. Bd. 9. Pergamon, 1967

[Koskinen 2011]

KOSKINEN, Hannu E. J.: *Physics of Space Storms Volume 33*. Berlin Heidelberg : Springer-Verlag, 2011. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-00319-6>. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-00319-6>. – ISBN 978-3-642-00310-3

[Krause et al. 2007]

KRAUSE, Todd B. ; APTE, A. ; MORRISON, P. J.: A unified approach to the Darwin approximation. In: *Physics of Plasmas* 14 (2007), Nr. 10, 102112. <http://dx.doi.org/10.1063/1.2799346>. – DOI 10.1063/1.2799346

[Krausz u. Bauckhage 2011]

KRAUSZ, B. ; BAUCKHAGE, C.: Automatic detection of dangerous motion behavior in human crowds. In: *Advanced Video and Signal-Based Surveillance (AVSS), 2011 8th IEEE International Conference on*, 2011, S. 224–229

[Krehl 2008]

KREHL, Peter O.: *History of Shock Waves, Explosions and Impact: A Chronological and Biographical Reference*. 1. Springer, 2008. – ISBN 3540206787

[Krimigis et al. 2011]

KRIMIGIS, Stamatios M. ; ROELOF, Edmond C. ; DECKER, Robert B. ; HILL, Matthew E.: Zero outward flow velocity for plasma in a heliosheath transition layer. In: *Nature* 474 (2011), Nr. 7351, 359-361. <http://dx.doi.org/10.1038/nature10115>. – DOI 10.1038/nature10115

[Kruer et al. 1973]

KRUEER, W.L ; DAWSON, J.M ; ROSEN, B: The dipole expansion method for plasma

- simulation. In: *Journal of Computational Physics* 13 (1973), Nr. 1, 114 - 129. [http://dx.doi.org/10.1016/0021-9991\(73\)90129-0](http://dx.doi.org/10.1016/0021-9991(73)90129-0). – DOI 10.1016/0021-9991(73)90129-0. – ISSN 0021-9991
- [Kuzuoglu u. Mittra 1996]
 KUZUOGLU, M. ; MITTRA, R.: Frequency dependence of the constitutive parameters of causal perfectly matched anisotropic absorbers. In: *Microwave and Guided Wave Letters, IEEE* 6 (1996), Nr. 12, S. 447-449. <http://dx.doi.org/10.1109/75.544545>. – DOI 10.1109/75.544545. – ISSN 1051-8207
- [Kärkkäinen et al. 2006]
 KÄRKKÄINEN, Mikko ; GJONAJ, Erion ; LAU, Thomas ; WEILAND, Thomas: Low-Dispersion Wake Field Calculation Tools. In: *Proceedings of ICAP 2006* Bd. 1. Chamonix, France : Joint Accelerator Conferences Website, 2006, S. 35
- [Lang 2007]
 LANG, Kenneth R.: *Sun, Earth and Sky*. 2. Springer, 2007. – ISBN 0387333657
- [Lange 2012]
 LANGE, S.: *Turbulenz und Teilchentransport in der Heliosphäre Simulationen von inkompressiblen MHD-Plasmen und Testteilchen*, Universität Würzburg, Dissertation, 2012
- [Lapenta 2011]
 LAPENTA, Giovanni: *Particle in Cell Methods*. PDF on research website. <https://perswww.kuleuven.be/~u0052182/pic/book.pdf>. Version: Januar 2011
- [Lapenta u. Brackbill 1994]
 LAPENTA, Giovanni ; BRACKBILL, Jeremiah U.: Dynamic and Selective Control of the Number of Particles in Kinetic Plasma Simulations. In: *Journal of Computational Physics* 115 (1994), Nr. 1, 213 - 227. <http://dx.doi.org/10.1006/jcph.1994.1188>. – DOI 10.1006/jcph.1994.1188. – ISSN 0021-9991
- [le Rond D'Alembert 1749]
 LE ROND D'ALEMBERT, Jean: Recherches sur la courbe que forme une corde tendue mise en vibrations. In: *Histoire de l'Académie Royale des Sciences et Belles Lettres (Année 1747)* Bd. 3. Berlin : Haude et Spener, 1749, S. 214-249
- [Lehe et al. 2013]
 LEHE, R. ; LIFSCHITZ, A. ; THAURY, C. ; MALKA, V. ; DAVOINE, X.: Numerical growth of emittance in simulations of laser-wakefield acceleration. In: *Phys. Rev. ST Accel. Beams* 16 (2013), Feb, 021301. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevSTAB.16.021301>. – DOI 10.1103/PhysRevSTAB.16.021301
- [Lembège u. Dawson 1987]
 LEMBÈGE, B. ; DAWSON, J. M.: Plasma heating through a supercritical oblique collisionless shock. In: *Physics of Fluids (1958-1988)* 30 (1987), Nr. 4,

1110–1114. <http://dx.doi.org/http://dx.doi.org/10.1063/1.866309>. – DOI <http://dx.doi.org/10.1063/1.866309>

[Lembège 2003]

LEMBÈGE, Bertrand: Full Particle Electromagnetic Simulation of Collisionless Shocks. Version: 2003. <http://dx.doi.org/10.1007/3-540-36530-3-3>. In: BÜCHNER, Jörg (Hrsg.) ; SCHOLER, Manfred (Hrsg.) ; DUM, Christian T. (Hrsg.): *Space Plasma Simulation* Bd. 615. Springer Berlin Heidelberg, 54–78. – Online Ressource. – DOI 10.1007/3-540-36530-3-3. – ISBN 978-3-540-00698-5

[Liao et al. 1984]

LIAO, Z. P. ; WONG, H. L. ; YANG, B. P. ; YUAN, Y. F.: A transmitting boundary for transient wave analyses. In: *Scienta Sinica (series A)* 17 (1984), S. 1063 – 1076

[Lin 2000]

LIN, R. P.: The High Energy Solar Spectroscopic Imager (HESSI) Mission. In: RAMATY, R. (Hrsg.) ; MANDZHAVIDZE, N. (Hrsg.): *High Energy Solar Physics Workshop - Anticipating Hess!* Bd. 206, 2000, S. 1–58381

[Livesey et al. 1982]

LIVESEY, W. A. ; KENNEL, C. F. ; RUSSELL, C. T.: ISEE-1 and -2 observations of magnetic field strength overshoots in quasi-perpendicular bow shocks. In: *Geophysical Research Letters* 9 (1982), Nr. 9, 1037–1040. <http://dx.doi.org/10.1029/GL009i009p01037>. – DOI 10.1029/GL009i009p01037. – ISSN 1944–8007

[Livesey et al. 1984]

LIVESEY, W. A. ; RUSSELL, C. T. ; KENNEL, C. F.: A comparison of specularly reflected gyrating ion orbits with observed shock foot thicknesses. In: *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 89 (1984), Nr. A8, 6824–6828. <http://dx.doi.org/10.1029/JA089iA08p06824>. – DOI 10.1029/JA089iA08p06824. – ISSN 2156–2202

[Mach u. Salcher 1887]

MACH, Ernst ; SALCHER, Peter: Photographische Fixirung der durch Projectile in der Luft eingeleiteten Vorgänge. In: *Annalen der Physik* 268 (1887), Nr. 10, 277–291. <http://dx.doi.org/10.1002/andp.18872681008>. – DOI 10.1002/andp.18872681008. – ISSN 1521–3889

[MacQueen et al. 1974]

MACQUEEN, R. M. ; EDDY, J. A. ; GOSLING, J. T. ; HILDNER, E. ; MUNRO, R. H. ; NEWKIRK, G. A. ; POLAND, A. I. ; ROSS, C. L.: The Outer Solar Corona as Observed from Skylab: Preliminary Results. In: *Astrophysical Journal Letters* 187 (1974), Januar, S. L85. <http://dx.doi.org/10.1086/181402>. – DOI 10.1086/181402

[Mann et al. 1999]

MANN, G. ; KLASSEN, A. ; ESTEL, C. ; THOMPSON, B. J.: Coronal Transient Waves

and Coronal Shock Waves. In: VIAL, J.-C. (Hrsg.) ; KALDEICH-SCHÜ, B. (Hrsg.): *8th SOHO Workshop: Plasma Dynamics and Diagnostics in the Solar Transition Region and Corona* Bd. 446, 1999, S. 477

[Marder 1987]

MARDER, B.: A Method for Incorporating Gauss' Law into Electromagnetic PIC Codes. In: *Journal of Computational Physics* 68 (1987), Januar, S. 48. [http://dx.doi.org/10.1016/0021-9991\(87\)90043-X](http://dx.doi.org/10.1016/0021-9991(87)90043-X). – DOI 10.1016/0021-9991(87)90043-X

[Marsch 1991]

Kapitel 8. In: MARSCH, E.: *Kinetic Physics of the Solar Wind Plasma*. 1991, S. 45–133

[Marsch et al. 1982a]

MARSCH, E. ; MÜHLHÄUSER, K.-H. ; ROSENBAUER, H. ; SCHWENN, R. ; NEUBAUER, F. M.: Solar wind helium ions: Observations of the Helios solar probes between 0.3 and 1 AU. In: *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 87 (1982). <http://dx.doi.org/10.1029/ja087ia01p00035>. – DOI 10.1029/ja087ia01p00035

[Marsch et al. 1982b]

MARSCH, E. ; MÜHLHÄUSER, K.-H. ; SCHWENN, R. ; ROSENBAUER, H. ; PILIPP, W. ; NEUBAUER, F. M.: Solar wind protons: Three-dimensional velocity distributions and derived plasma parameters measured between 0.3 and 1 AU. In: *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 87 (1982). <http://dx.doi.org/10.1029/ja087ia01p00052>. – DOI 10.1029/ja087ia01p00052

[Martin u. Cambier 2012]

MARTIN, Robert Scott ; CAMBIER, Jean-Luc: Moment preserving adaptive particle weights using octree velocity distributions for PIC simulations. In: *28th International Symposium on Rarefied Gas Dynamics*. Zaragoza, Spain : AIP Publishing, 9 – 13 July 2012 (AIP Conference Proceedings)

[Martins et al. 2009]

MARTINS, S. F. ; FONSECA, R. A. ; SILVA, L. O. ; MORI, W. B.: Ion Dynamics and Acceleration in Relativistic Shocks. In: *The Astrophysical Journal Letters* 695 (2009), Nr. 2, L189. <http://stacks.iop.org/1538-4357/695/i=2/a=L189>

[Mason 1971]

MASON, R. J.: Computer Simulation of Ion-Acoustic Shocks. The Diaphragm Problem. In: *Physics of Fluids* 14 (1971), Nr. 9, 1943–1958. <http://dx.doi.org/10.1063/1.1693704>. – DOI 10.1063/1.1693704

[Miesch 2005]

MIESCH, Mark S.: Large-Scale Dynamics of the Convection Zone and Tachocline. In: *Living Reviews in Solar Physics* 2 (2005), Nr. 1. <http://dx.doi.org/10.12942/lrsp-2005-1>. – DOI 10.12942/lrsp-2005-1

- [Minoshima et al. 2011]
 MINOSHIMA, Takashi ; MATSUMOTO, Yosuke ; AMANO, Takanobu: Multi-moment advection scheme for Vlasov simulations. In: *Journal of Computational Physics* 230 (2011), Nr. 17, 6800 - 6823. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jcp.2011.05.010>. – DOI 10.1016/j.jcp.2011.05.010. – ISSN 0021-9991
- [Mitalas u. Sills 1992]
 MITALAS, R. ; SILLS, K. R.: On the photon diffusion time scale for the sun. In: *The Astrophysical Journal* 401 (1992), Dezember, S. 759. <http://dx.doi.org/10.1086/172103>. – DOI 10.1086/172103
- [Moddemeijer 1989]
 MODDEMEIJER, R.: On estimation of entropy and mutual information of continuous distributions. In: *Signal Processing* 16 (1989), Nr. 3, 233–248. [http://dx.doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/0165-1684\(89\)90132-1](http://dx.doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/0165-1684(89)90132-1). – DOI [http://dx.doi.org/10.1016/0165-1684\(89\)90132-1](http://dx.doi.org/10.1016/0165-1684(89)90132-1). – ISSN 0165-1684
- [Morse 1973]
 MORSE, D. L.: Electrostatic potential rise across perpendicular shocks. In: *Plasma Physics* 15 (1973), Nr. 12, 1262–1264. <http://stacks.iop.org/0032-1028/15/i=12/a=010>
- [Morse u. Nielson 1971]
 MORSE, R. L. ; NIELSON, C. W.: Numerical Simulation of the Weibel Instability in One and Two Dimensions. In: *Physics of Fluids* 14 (1971), Nr. 4, 830–840. <http://dx.doi.org/10.1063/1.1693518>. – DOI 10.1063/1.1693518
- [Muñoz et al. 2014]
 MUÑOZ, P. A. ; KILIAN, P. ; BÜCHNER, J.: Instabilities of collisionless current sheets revisited: The role of anisotropic heating. In: *Physics of Plasmas* 21 (2014), November, Nr. 11, S. 112106. <http://dx.doi.org/10.1063/1.4901033>. – DOI 10.1063/1.4901033
- [Muñoz et al. 2015]
 MUÑOZ, P. A. ; TOLD, D. ; KILIAN, P. ; BÜCHNER, J. ; JENKO, F.: Gyrokinetic and kinetic particle-in-cell simulations of guide-field reconnection. Part I: macroscopic effects of the electron flows. In: *ArXiv e-prints* (2015), April
- [Muñoz 2015]
 MUÑOZ, Patricio A.: *Fully kinetic PiC simulations of current sheet instabilities for the Solar corona*, Georg-August-Universität Göttingen, Diss., June 2015
- [Ness et al. 1964]
 NESS, Norman F. ; SCEARCE, Clell S. ; SEEK, Joseph B.: Initial results of the imp 1 magnetic field experiment. In: *Journal of Geophysical Research* 69 (1964), Nr. 17, 3531–3569. <http://dx.doi.org/10.1029/JZ069i017p03531>. – DOI 10.1029/JZ069i017p03531. – ISSN 2156-2202

[Nicholson 1983]

NICHOLSON, D.R.: *Introduction to plasma theory*. Wiley (Wiley series in plasma physics). <http://books.google.de/books?id=fyRRAAAAMAAJ>. – ISBN 9780471090458

[Ogilvie et al. 1996]

OGILVIE, K. W. ; STEINBERG, J. T. ; FITZENREITER, R. J. ; OWEN, C. J. ; LAZARUS, A. J. ; FARRELL, W. M. ; TORBERT, R. B.: Observations of the lunar plasma wake from the WIND spacecraft on December 27, 1994. In: *Geophysical Research Letters* 23 (1996), S. 1255–1258. <http://dx.doi.org/10.1029/96GL01069>. – DOI 10.1029/96GL01069

[Page 1954]

PAGE, E. S.: Continuous Inspection Schemes. In: *Biometrika* 41 (1954), Nr. 1/2, 100 – 115. <http://www.jstor.org/stable/2333009>. – ISSN 00063444

[Palmer 1982]

PALMER, I. D.: Transport coefficients of low-energy cosmic rays in interplanetary space. In: *Reviews of Geophysics* 20 (1982), Nr. 2, 335–351. <http://dx.doi.org/10.1029/RG020i002p00335>. – DOI 10.1029/RG020i002p00335. – ISSN 1944–9208

[Parker 1958]

PARKER, E. N.: Dynamics of the Interplanetary Gas and Magnetic Fields. In: *The Astrophysical Journal* 128 (1958), November, S. 664. <http://dx.doi.org/10.1086/146579>. – DOI 10.1086/146579

[Paschmann et al. 1981]

PASCHMANN, G. ; SCKOPKE, N. ; PAPAMASTORAKIS, I. ; ASBRIDGE, J. R. ; BAME, S. J. ; GOSLING, J. T.: Characteristics of reflected and diffuse ions upstream from the Earth's bow shock. In: *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 86 (1981), Nr. A6, 4355–4364. <http://dx.doi.org/10.1029/JA086iA06p04355>. – DOI 10.1029/JA086iA06p04355. – ISSN 2156–2202

[Penn et al. 2003]

PENN, G ; STOLTZ, P H. ; CARY, J R. ; WURTELE, J: Boris push with spatial stepping. In: *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics* 29 (2003), Nr. 8, 1719–1722. <http://stacks.iop.org/0954-3899/29/1719>

[Pesnell et al. 2012]

PESNELL, W. D. ; THOMPSON, B. J. ; CHAMBERLIN, P. C.: The Solar Dynamics Observatory (SDO). In: *Solar Physics* 275 (2012), Januar, S. 3–15. <http://dx.doi.org/10.1007/s11207-011-9841-3>. – DOI 10.1007/s11207-011-9841-3

[Petrov u. Davis 2011]

PETROV, G. M. ; DAVIS, J.: A generalized implicit algorithm for multi-dimensional particle-in-cell simulations in Cartesian geometry. In: *Physics of Plasmas* 18 (2011), Nr. 7, 073102. <http://dx.doi.org/10.1063/1.3603837>. – DOI 10.1063/1.3603837

[Phillips et al. 1995]

PHILLIPS, J. L. ; BAME, S. J. ; BARNES, A. ; BARRACLOUGH, B. L. ; FELDMAN, W. C. ; GOLDSTEIN, B. E. ; GOSLING, J. T. ; HOOGVEEN, G. W. ; MCCOMAS, D. J. ; NEUGEBAUER, M. ; SUESS, S. T.: Ulysses solar wind plasma observations from pole to pole. In: *Geophysical Research Letters* 22 (1995). <http://dx.doi.org/10.1029/95gl03094>. – DOI 10.1029/95gl03094

[Phillips et al. 1993]

PHILLIPS, J. L. ; BAME, S. J. ; GOSLING, J. T. ; MCCOMAS, B. E. ; BALOGH, A.: Solar wind thermal electrons from 1.15 to 5.34 AU: Ulysses observations. In: *Advances in Space Research* 13 (1993), Nr. 6, 47 – 50. [http://dx.doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/0273-1177\(93\)90389-S](http://dx.doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/0273-1177(93)90389-S). – DOI [http://dx.doi.org/10.1016/0273-1177\(93\)90389-S](http://dx.doi.org/10.1016/0273-1177(93)90389-S). – ISSN 0273-1177

[Pilipp et al. 1987]

PILIPP, W. G. ; MIGGENRIEDER, H. ; MONTGOMERY, M. D. ; MÜHLHÄUSER, K.-H. ; ROSENBAUER, H. ; SCHWENN, R.: Characteristics of electron velocity distribution functions in the solar wind derived from the Helios Plasma Experiment. In: *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 92 (1987). <http://dx.doi.org/10.1029/ja092ia02p01075>. – DOI 10.1029/ja092ia02p01075

[Poisson 1808]

POISSON, Simeón-Denis ; JAMES N. JOHNSON, Roger C. (Hrsg.): *A Paper on the Theory of Sound*. 1998. Springer, 1808 (Shock Wave and High Pressure Phenomena). – ISBN 0387984100

[Poland 1995]

POLAND, V. Domingo; B. Fleck; A. I.: The SOHO mission: An overview. In: *Solar Physics* 162 (1995). <http://dx.doi.org/10.1007/bf00733425>. – DOI 10.1007/bf00733425

[Pomoell et al. 2011]

POMOELL, J. ; VAINIO, R. ; KISSMANN, R.: MHD simulation of the evolution of shock structures in the solar corona: implications for coronal shock acceleration. In: *Astrophysics and Space Sciences Transactions* 7 (2011), September, S. 387–394. <http://dx.doi.org/10.5194/astra-7-387-2011>. – DOI 10.5194/astra-7-387-2011

[Protheroe u. Clay 2004]

PROTHEROE, Ray J. ; CLAY, R. W.: Ultra high energy cosmic rays. In: *Publ. Astron. Soc. Pac.* 21 (2004), 1-22. <http://fr.arxiv.org/abs/astro-ph/0311466>

[Rankine 1870]

RANKINE, W. J. M.: On the Thermodynamic Theory of Waves of Finite Longitudinal Disturbance. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 160 (1870), 277–288. <http://www.jstor.org/stable/109061>. – ISSN 02610523

- [Reale 2010]
 REALE, Fabio: Coronal Loops: Observations and Modeling of Confined Plasma. In: *Living Reviews in Solar Physics* 7 (2010), Nr. 5. <http://dx.doi.org/10.12942/lrsp-2010-5>. – DOI 10.12942/lrsp-2010-5
- [Reiner et al. 1998]
 REINER, M. J. ; KAISER, M. L. ; FAINBERG, J. ; STONE, R. G.: A new method for studying remote type II radio emissions from coronal mass ejection-driven shocks. In: *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 103 (1998), Nr. A12, 29651–29664. <http://dx.doi.org/10.1029/98JA02614>. – DOI 10.1029/98JA02614. – ISSN 2156–2202
- [Russell 1993]
 RUSSELL, C. T.: Planetary magnetospheres. In: *Reports on Progress in Physics* 56 (1993), Nr. 6, 687. <http://stacks.iop.org/0034-4885/56/i=6/a=001>
- [Russell 2001]
 RUSSELL, C. T.: Solar Wind and Interplanetary Magnetic Field: A Tutorial. Version: 7 2001. <http://dx.doi.org/10.1029/GM125p0073>. In: SONG, P. (Hrsg.) ; SINGER, H.J. (Hrsg.) ; SISCOE, G.L. (Hrsg.): *Space Weather*. American Geophysical Union (Geophysical monograph), Kapitel 2, 73–89. – Online Ressource. – DOI 10.1029/GM125p0073. – ISBN 9781118668351
- [Sagdeev 1966]
 SAGDEEV, R. Z.: Cooperative Phenomena and Shock Waves in Collisionless Plasmas. In: *Reviews of Plasma Physics* 4 (1966), S. 23–91
- [Salas 2009]
 SALAS, Manuel D.: *A Shock-Fitting Primer*. 2009 (Chapman & Hall CRC Applied Mathematics & Nonlinear Science). – ISBN 1439807582
- [Sazhin 1978]
 SAZHIN, S. S.: The conductivity of solar wind plasma. In: *Soviet Astronomy Letters* 4 (1978), April, S. 174
- [Schou et al. 2012]
 SCHOU, J. ; SCHERRER, P. H. ; BUSH, R. I. ; WACHTER, R. ; COUVIDAT, S. ; RABELLO-SOARES, M. C. ; BOGART, R. S. ; HOEKSEMA, J. T. ; LIU, Y. ; DUVALL, T. L. ; AKIN, D. J. ; ALLARD, B. A. ; MILES, J. W. ; RAIRDEN, R. ; SHINE, R. A. ; TARBELL, T. D. ; TITLE, A. M. ; WOLFSON, C. J. ; ELMORE, D. F. ; NORTON, A. A. ; TOMCZYK, S.: Design and Ground Calibration of the Helioseismic and Magnetic Imager (HMI) Instrument on the Solar Dynamics Observatory (SDO). In: *Solar Physics* 275 (2012), Januar, S. 229–259. <http://dx.doi.org/10.1007/s11207-011-9842-2>. – DOI 10.1007/s11207-011-9842-2
- [Schreiner 2011]
 SCHREINER, Cedric: *Anregung und Analyse dispersiver, rechts-zirkularer Moden in*

numerischen Simulationen kinetischer Plasmen, Universität Würzburg, Bachelorarbeit, November 2011

[Schreiner 2013]

SCHREINER, Cedric: *Resonante Welle-Teilchen-Wechselwirkung in kinetischen Plasmen*, Universität Würzburg, Masterarbeit, November 2013

[Schreiner u. Spanier 2014]

SCHREINER, Cedric ; SPANIER, Felix: Wave-particle-interaction in kinetic plasmas. In: *Computer Physics Communications* 185 (2014), Nr. 7, 1981 - 1986. <http://dx.doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/j.cpc.2014.03.028>. – DOI <http://dx.doi.org/10.1016/j.cpc.2014.03.028>. – ISSN 0010-4655

[Schwartz et al. 1988]

SCHWARTZ, Steven J. ; THOMSEN, Michelle F. ; BAME, S. J. ; STANSBERRY, John: Electron heating and the potential jump across fast mode shocks. In: *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 93 (1988), Nr. A11, 12923-12931. <http://dx.doi.org/10.1029/JA093iA11p12923>. – DOI 10.1029/JA093iA11p12923. – ISSN 2156-2202

[Selhorst et al. 2005]

SELHORST, C. L. ; SILVA, A. V. R. ; COSTA, J. E. R.: Solar atmospheric model with spicules applied to radio observation. In: *Astronomy and Astrophysics* 433 (2005), November, Nr. 1, 365-374. <http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361:20042043>. – Raw data at <http://www.aanda.org/articles/aa/full/2005/13/aa2043/aa2043.html>. – DOI 10.1051/0004-6361:20042043

[Shapiro u. Üçer 2003]

SHAPIRO, Vitali D. ; ÜÇER, Defne: Shock surfing acceleration. In: *Planetary and Space Science* 51 (2003), Nr. 11, 665 - 680. [http://dx.doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/S0032-0633\(03\)00102-8](http://dx.doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/S0032-0633(03)00102-8). – DOI [http://dx.doi.org/10.1016/S0032-0633\(03\)00102-8](http://dx.doi.org/10.1016/S0032-0633(03)00102-8). – ISSN 0032-0633

[Sheeley et al. 1980]

SHEELEY, N. R. ; MICHELS, D. J. ; HOWARD, R. A. ; KOOMEN, M. J.: Initial observations with the SOLWIND coronagraph. In: *Astrophysical Journal Letters* 237 (1980), Mai, S. L99-L101. <http://dx.doi.org/10.1086/183243>. – DOI 10.1086/183243

[Shon et al. 2001]

SHON, C.H. ; LEE, H.J. ; LEE, J.K.: Method to increase the simulation speed of particle-in-cell (PIC) code. In: *Computer Physics Communications* 141 (2001), Nr. 3, 322 - 329. [http://dx.doi.org/10.1016/S0010-4655\(01\)00417-9](http://dx.doi.org/10.1016/S0010-4655(01)00417-9). – DOI 10.1016/S0010-4655(01)00417-9. – ISSN 0010-4655

[Sitenko 1967]

SITENKO, A. G.: *Electromagnetic Fluctuations in Plasma*. New York : Academic Press, 1967

[Smith et al. 2005]

SMITH, D. M. ; LOPEZ, L. I. ; LIN, R. P. ; BARRINGTON-LEIGH, C. P.: Terrestrial Gamma-Ray Flashes Observed up to 20 MeV. In: *Science* 307 (2005), Februar, S. 1085–1088. <http://dx.doi.org/10.1126/science.1107466>. – DOI 10.1126/science.1107466

[Smith 2001]

SMITH, Edward J.: The heliospheric current sheet. In: *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 106 (2001), Nr. A8, 15819–15831. <http://dx.doi.org/10.1029/2000JA000120>. – DOI 10.1029/2000JA000120. – ISSN 2156–2202

[Sokolov 2011]

SOKOLOV, I. V.: Alternating-Order Interpolation in a Charge-Conserving Scheme for Particle-In-Cell Simulations. In: *ArXiv e-prints* (2011), Januar

[Solanki 1998]

SOLANKI, SamiK.: Structure of the Solar Photosphere. In: *Space Science Reviews* 85 (1998), Nr. 1-2, 175–186. <http://dx.doi.org/10.1023/A:1005165429724>. – DOI 10.1023/A:1005165429724. – ISSN 0038–6308

[Song 2012]

SONG, Kevin: *Sun Poster*. http://en.wikipedia.org/wiki/File:Sun_poster.svg. Version: Dezember 2012

[Spitkovsky 2008]

SPITKOVSKY, A.: Particle Acceleration in Relativistic Collisionless Shocks: Fermi Process at Last? In: *The Astrophysical Journal* 682 (2008), Juli, S. L5–L8. <http://dx.doi.org/10.1086/590248>. – DOI 10.1086/590248

[Stix 1992]

STIX, Thomas H.: *Waves in Plasma*. Springer-Verlag, New York, Inc., 1992. – ISBN 0–88318–859–7

[Stokes 1848]

STOKES, George G.: On a difficulty in the theory of sound. In: *Philosophical Magazine* 33 (1848), S. 349–356

[Stone et al. 2005]

STONE, E. C. ; CUMMINGS, A. C. ; McDONALD, F. B. ; HEIKKILA, B. C. ; LAL, N. ; WEBBER, W. R.: Voyager 1 Explores the Termination Shock Region and the Heliosheath Beyond. In: *Science* 309 (2005), Nr. 5743, 2017–2020. <http://dx.doi.org/10.1126/science.1117684>. – DOI 10.1126/science.1117684

[Stone et al. 1998]

STONE, E. C. ; FRANSEN, A. M. ; MEWALDT, R. A. ; CHRISTIAN, E. R. ; MARGOLIES, D. ; ORMES, J. F. ; SNOW, F.: The Advanced Composition Explorer. Version: 1998. <http://dx.doi.org/10.1007/978-94-011-4762-0-1>. In: RUSSELL,

C. T. (Hrsg.) ; MEWALDT, R. A. (Hrsg.) ; ROSENVINGE, T. T. (Hrsg.): *The Advanced Composition Explorer Mission*. Springer Netherlands, 1–22. – Online Ressource. – DOI 10.1007/978-94-011-4762-0-1. – ISBN 978-94-010-6001-1

[Stone 2001]

STONE, Edward C.: News from the Edge of Interstellar Space. In: *Science* 293 (2001), Nr. 5527, 55-56. <http://dx.doi.org/10.1126/science.1060090>. – DOI 10.1126/science.1060090

[Sui et al. 2005]

SUI, L. ; HOLMAN, G. D. ; DENNIS, B. R.: Determination of Low-Energy Cutoffs and Total Energy of Nonthermal Electrons in a Solar Flare on 2002 April 15. In: *The Astrophysical Journal* 626 (2005), Juni, S. 1102–1109. <http://dx.doi.org/10.1086/430086>. – DOI 10.1086/430086

[Taylor 2000]

TAYLOR, Wayne A.: *Change-Point Analysis: A Powerful New Tool For Detecting Changes*. <http://www.variation.com/cpa/>. Version: 2000

[Tidman u. Krall 1971]

TIDMAN, D. A. ; KRALL, N. A.: *Shock waves in collisionless plasmas*. New York : Wiley-Interscience, 1971 (Wiley series in plasma physics). – ISBN 0471867853

[Torsti et al. 1998]

TORSTI, J. ; ANTTILA, A. ; KOCHAROV, L. ; MÄKELÄ, P. ; RIIHONEN, E. ; SAHLA, T. ; TEITTINEN, M. ; VALTONEN, E. ; LAITINEN, T. ; VAINIO, R.: Energetic (~ 1 to 50 MeV) protons associated with Earth-directed coronal mass ejections. In: *Geophysical Research Letters* 25 (1998), S. 2525–2528. <http://dx.doi.org/10.1029/98GL50062>. – DOI 10.1029/98GL50062

[Torsti et al. 2000]

TORSTI, J. ; MÄKELÄ, P. ; TEITTINEN, M. ; LAIVOLA, J.: SOHO/Energetic and Relativistic Nucleon and Electron Experiment Measurements of Energetic H, He, O, and Fe Fluxes during the 1997 November 6 Solar Event. In: *The Astrophysical Journal* 544 (2000), Dezember, S. 1169–1180. <http://dx.doi.org/10.1086/317219>. – DOI 10.1086/317219

[Truesdell 1987]

TRUESDELL, Clifford: *An Idiot's Fugitive Essays on Science: Methods, Criticism, Training, Circumstances*. Springer Verlag GmbH, 1987. – ISBN 0387912215

[Umeda et al. 2003]

UMEDA, T ; OMURA, Y ; TOMINAGA, T ; MATSUMOTO, H: A new charge conservation method in electromagnetic particle-in-cell simulations. In: *Computer Physics Communications* 156 (2003), Nr. 1, 73 - 85. [http://dx.doi.org/10.1016/S0010-4655\(03\)00437-5](http://dx.doi.org/10.1016/S0010-4655(03)00437-5). – DOI 10.1016/S0010-4655(03)00437-5. – ISSN 0010-4655

[Umeda u. Yamazaki 2006]

UMEDA, Takayuki ; YAMAZAKI, Ryo: Full particle simulation of a perpendicular collisionless shock: A shock-rest-frame model. In: *Earth, Planets and Space* 58 (2006), Nr. 10, e41–e44. <http://dx.doi.org/10.1186/BF03352617>. – DOI 10.1186/BF03352617. – ISSN 1343–8832

[Vainio u. Schlickeiser 1999]

VAINIO, R. ; SCHLICKEISER, R.: Self-consistent Alfvén-wave transmission and test-particle acceleration at parallel shocks. In: *Astronomy and Astrophysics* 343 (1999), März, S. 303–311

[Vainio u. Schlickeiser 1998]

VAINIO, Rami ; SCHLICKEISER, Reiner: Alfvén wave transmission and particle acceleration in parallel shock waves. In: *Astronomy and Astrophysics* 331 (1998), März, S. 793–799

[Vay 2008]

VAY, J.-L.: Simulation of beams or plasmas crossing at relativistic velocity. In: *Physics of Plasmas* 15 (2008), Mai, Nr. 5, S. 056701–+. <http://dx.doi.org/10.1063/1.2837054>. – DOI 10.1063/1.2837054

[Vay et al. 2011]

VAY, J.-L. ; GEDDES, C.G.R. ; CORMIER-MICHEL, E. ; GROTE, D.P.: Numerical methods for instability mitigation in the modeling of laser wakefield accelerators in a Lorentz-boosted frame. In: *Journal of Computational Physics* 230 (2011), Nr. 15, 5908 - 5929. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jcp.2011.04.003>. – DOI 10.1016/j.jcp.2011.04.003. – ISSN 0021–9991

[Vignes et al. 2000]

VIGNES, D. ; MAZELLE, C. ; RME, H. ; ACUÑA, M. H. ; CONNERNEY, J. E. P. ; LIN, R. P. ; MITCHELL, D. L. ; CLOUTIER, P. ; CRIDER, D. H. ; NESS, N. F.: The solar wind interaction with Mars: Locations and shapes of the bow shock and the magnetic pile-up boundary from the observations of the MAG/ER Experiment onboard Mars Global Surveyor. In: *Geophysical Research Letters* 27 (2000), Nr. 1, 49–52. <http://dx.doi.org/10.1029/1999GL010703>. – DOI 10.1029/1999GL010703. – ISSN 1944–8007

[Villasenor u. Buneman 1992]

VILLASENOR, John ; BUNEMAN, Oscar: Rigorous charge conservation for local electromagnetic field solvers. In: *Computer Physics Communications* 69 (1992), Nr. 2–3, 306 – 316. [http://dx.doi.org/10.1016/0010-4655\(92\)90169-Y](http://dx.doi.org/10.1016/0010-4655(92)90169-Y). – DOI 10.1016/0010-4655(92)90169-Y. – ISSN 0010–4655

[Vlasov 1938]

VLASOV, A. A.: On high-frequency properties of electron gas. In: *Journal of Experimental and Theoretical Physics* 8 (1938), Nr. 3, S. 291–318

[Vourlidas et al. 2010]

VOURLIDAS, A. ; HOWARD, R. A. ; ESFANDIARI, E. ; PATSOURAKOS, S. ; YASHIRO, S. ; MICHALEK, G.: Comprehensive Analysis of Coronal Mass Ejection Mass and Energy Properties Over a Full Solar Cycle. In: *The Astrophysical Journal* 722 (2010), Oktober, S. 1522–1538. <http://dx.doi.org/10.1088/0004-637X/722/2/1522>. – DOI 10.1088/0004-637X/722/2/1522

[Vourlidas et al. 2011]

VOURLIDAS, A. ; HOWARD, R. A. ; ESFANDIARI, E. ; PATSOURAKOS, S. ; YASHIRO, S. ; MICHALEK, G.: Erratum: "Comprehensive Analysis of Coronal Mass Ejection Mass and Energy Properties Over a Full Solar Cycle". In: *The Astrophysical Journal* 730 (2011), März, S. 59. <http://dx.doi.org/10.1088/0004-637X/730/1/59>. – DOI 10.1088/0004-637X/730/1/59

[Vourlidas et al. 2003]

VOURLIDAS, A. ; WU, S. T. ; WANG, A. H. ; SUBRAMANIAN, P. ; HOWARD, R. A.: Direct Detection of a Coronal Mass Ejection-Associated Shock in Large Angle and Spectrometric Coronagraph Experiment White-Light Images. In: *The Astrophysical Journal* 598 (2003), Nr. 2, 1392. <http://stacks.iop.org/0004-637X/598/i=2/a=1392>

[Vu u. Brackbill 1992]

VU, H.X. ; BRACKBILL, J.U.: CELEST1D: an implicit, fully kinetic model for low-frequency, electromagnetic plasma simulation. In: *Computer Physics Communications* 69 (1992), Nr. 2–3, 253 - 276. [http://dx.doi.org/10.1016/0010-4655\(92\)90165-U](http://dx.doi.org/10.1016/0010-4655(92)90165-U). – DOI 10.1016/0010-4655(92)90165-U. – ISSN 0010-4655

[Welch et al. 2007]

WELCH, D.R. ; GENONI, T.C. ; CLARK, R.E. ; ROSE, D.V.: Adaptive particle management in a particle-in-cell code. In: *Journal of Computational Physics* 227 (2007), Nr. 1, 143 - 155. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jcp.2007.07.015>. – DOI 10.1016/j.jcp.2007.07.015. – ISSN 0021-9991

[Weygand et al. 2007]

WEYGAND, James M. ; MATTHAEUS, W. H. ; DASSO, S. ; KIVELSON, M. G. ; WALKER, R. J.: Taylor scale and effective magnetic Reynolds number determination from plasma sheet and solar wind magnetic field fluctuations. In: *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 112 (2007), Nr. A10. <http://dx.doi.org/10.1029/2007JA012486>. – DOI 10.1029/2007JA012486. – ISSN 2156-2202

[Wisniewski 2011]

WISNIEWSKI, M.: *Numerische Untersuchung von Turbulenz und Teilchentransport in der Heliosphäre*, Universität Würzburg, Dissertation, 2011

[Yashiro et al. 2004]

YASHIRO, S. ; GOPALSWAMY, N. ; MICHALEK, G. ; ST. CYR, O. C. ; PLUNKETT,

S. P. ; RICH, N. B. ; HOWARD, R. A.: A catalog of white light coronal mass ejections observed by the SOHO spacecraft. In: *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 109 (2004), Nr. A7. <http://dx.doi.org/10.1029/2003JA010282>. – DOI 10.1029/2003JA010282. – ISSN 2156–2202

[Yee 1966]

YEE, Kane: Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media. In: *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on* 14 (1966), May, Nr. 3, S. 302–307. – ISSN 0018–926X

[Zank 1999]

ZANK, G. P.: Interaction of the solar wind with the local interstellar medium: a theoretical perspective. In: *Space Science Reviews* 89 (1999), Nr. 3-4, 413-688. <http://dx.doi.org/10.1023/A:1005155601277>. – DOI 10.1023/A:1005155601277. – ISSN 0038–6308

[Zank et al. 2000]

ZANK, G. P. ; RICE, W. K. M. ; WU, C. C.: Particle acceleration and coronal mass ejection driven shocks: A theoretical model. In: *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 105 (2000), Nr. A11, 25079–25095. <http://dx.doi.org/10.1029/1999JA000455>. – DOI 10.1029/1999JA000455. – ISSN 2156–2202

[Zhang et al. 2001]

ZHANG, J. ; DERE, K. P. ; HOWARD, R. A. ; KUNDU, M. R. ; WHITE, S. M.: On the Temporal Relationship between Coronal Mass Ejections and Flares. In: *The Astrophysical Journal* 559 (2001), Nr. 1, 452. <http://stacks.iop.org/0004-637X/559/i=1/a=452>

[Zhang et al. 1990]

ZHANG, T.-L. ; LUHMANN, J. G. ; RUSSELL, C. T.: The solar cycle dependence of the location and shape of the Venus bow shock. In: *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 95 (1990), Nr. A9, 14961–14967. <http://dx.doi.org/10.1029/JA095iA09p14961>. – DOI 10.1029/JA095iA09p14961. – ISSN 2156–2202

Begriffsindex

- Alfvén-Geschwindigkeit, 30, 142
- Alfvén-Welle, 29, 33, 50
- Aliasing, 77, 78, 111
- Bernstein-Mode, 33
- Beschleunigung
 - diffus, 61
 - Fermi I, 64, 141
 - Fermi II, 61
 - Shock Surfing, 66, 141
- Bezugssystem
 - de Hoffmann-Teller, 51
 - senkrechte Anströmung, 51
- Boris-Push, 73
- Bugschock, 8, 43, 53–55
- CFL, 90
- Chromosphäre, 4
- CIC, 77, 78, 128, 129
- CK, 94, 122
- CK5, 94, 124
- Cloud in Cell, 129
- Cloud in Cell, 77, 78, 128
- CME, 8
- coarse graining, 153
- coronal mass ejection, 8
- cosmic rays, 1
- Courant-Friedrichs-Lewy, 90
- CUSUM, 142
- Darwin-Näherung, 107
- Debye-Länge, 21, 25
- de Hoffmann-Teller Bezugssystem, 51
- differentielle Rotation, 4
- diffuse Beschleunigung, 63
- Dispersionsrelation, 27
- Downstream, 42, 43
- eingefrorene Feldlinien, 7
- elektromagnetische Mode, 32
- extraordinary mode, 33, 34
- fast mode, 30, 142, 147
- FDTD, 89
- Fermi Beschleunigung
 - erste Ordnung, 64, 141
 - zweite Ordnung, 61
- Formfaktor, 75
 - CIC, 77, 78, 128, 129
 - NGP, 76, 78, 127
 - PCS, 80, 128
 - PQS, 80, 128
 - SUDS1, 127, 129
 - SUDS2, 128, 129
 - TSC, 79, 128, 129
- frozen-in flux, 7
- Gaußsches Gesetz, 102
- Gauß Cleaning, 102
- Gyrofrequenz, 26
- Gyroradius, 26
- H-Theorem, 151
- Halton-Sequenz, 100
- HCS, 5
- Heliopause, 8, 58
- Heliosheath, 8, 57
- heliospheric current sheet, 5, 7
- heliotail, 8
- Helmholtz-Zerlegung, 108, 157
- Hugoniot-Relation, 40
- inertial length, 25

Inertiallänge, 25
 injection problem, 65
 Ionenschallwelle, 28, 142
 Ionisierungsgrad, 21
 ISM, 8

 Klimontovich-Gleichung, 23
 kollisionsfrei, 21
 Kompressionsverhältnis, 47, 50, 148
 Konvektionszone der Sonne, 4
 Korona, 5
 koronaler Massenauswurf, 8
 kosmische Strahlung, 1
 Kritikalität, 54
 kumulative Summe, 142

 L-Mode, 30, 32, 33
 Langmuir Mode, 31, 141
 Larmor-Radius, 26
 low-discrepancy sequences, 100

 M24, 124
 Mach-Zahl, 42, 147
 kritisch, 54
 magnetic piston, 136
 magnetische Reynolds-Zahl, 8
 Magnetopause, 57
 Magnetosheath, 57
 magnetosonische Mode, 30, 142, 147
 Magnetosphäre, 56
 Magnetotail, 57
 Makroteilchen, 72
 Markov-Prozess, 62
 Maxwell-Löser
 4. Ordnung, 92, 122
 CK, 94, 122
 CK5, 94, 124
 M24, 124
 Yee, 90, 91, 122
 Mode
 Alfvén, 29, 33, 50
 Bernstein, 33
 elektromagnetisch, 32
 extraordinary, 33, 34
 fast, 30, 142, 147
 Ionenschall, 28, 142
 L, 33
 Langmuir, 31, 141
 lefthanded, 30
 magnetosonisch, 30, 142, 147
 ordinary, 32, 33
 R, 33
 righthanded, 30
 slow, 30
 Whistler, 30, 33

 Nearest Grid Point, 78, 127
 Nearest Grid Point, 127
 Nearest Grid Point, 76
 NGP, 76, 78, 127
 NIF, 50
 nonstandard finite differences, 93, 94, 122
 normal indicent frame, 50
 NSFD, 93, 94, 122

 O-Mode, 32, 33
 O4, 122
 ordinary mode, 32, 33

 Parker-Spirale, 7
 PCS, 80, 128
 Perfectly Matched Layer, 98
 Photosphäre, 4
 Piecewise Cubic Shape, 80, 128
 Piecewise Quadratic Shape, 79, 80, 128
 piston driven, 136
 Plasmabeta, 26
 Plasmafrequenz, 24, 32
 Plasmoid, 11
 PML, 98
 PQS, 79, 80, 128
 Prandtl-Relation, 42
 Protuberanz, 11

 Quasi-Neutralität, 21
 quiet start, 100

 R-Mode, 30, 32, 33
 rotational discontinuity, 49

 Sagdeev-Potential, 41

scattering center compression ratio, 50
 Schallgeschwindigkeit, 28
 Schallwelle, 28
 Schock

- front, 43
- normale, 45
- potential, 51, 53, 66
- überkritisch, 54
- kollisionsfrei, 41
- kritisch, 54
- parallel, 44
- quasi-parallel, 44
- quasi-senkrecht, 44
- schräg, 44
- senkrecht, 44

 shape function, 75
 shock

- fast, 44, 45, 49
- foot, 43
- intermediate, 44, 45
- normal angle, 44
- oblique, 44
- piston driven, 59
- reformation, 141
- slow, 44, 45, 49
- supercritical, 54
- surfing, 66
- switch-on, 44, 50

 Skin Depth, 26
 slow mode, 30
 solar energetic particles, 1
 Sonnenradius, 5
 sparse sampling, 69
 Sprungbedingung, 45, 135
 Strahlungszone der Sonne, 4
 subtracted dipole scheme, 81, 82, 127, 128, 129
 SUDS1, 81, 127, 129
 SUDS2, 82, 128, 129

 Tachokline, 4
 Termination Shock, 8, 13, 57
 Triangular Shaped Cloud, 79, 128, 129
 TSC, 79, 128, 129

 Upstream, 42, 43
 Vlasov-Gleichung, 22, 24
 Vorschock, 54

 Weak Scaling, 113
 weight function, 75
 Whistler-Mode, 30, 33

 X-Mode, 33, 34

 Yee

- Gitter, 73, 74, 90
- Zeitschritt, 90, 91, 122

 Zyklotronradius, 26

Publikationsliste

Im Rahmen der Arbeit an dieser Dissertation wurden folgende wissenschaftliche Arbeiten erstellt und veröffentlicht:

Peer-Reviewed Paper

- MUÑOZ, P. A.; TOLD, D.; **KILIAN, P.**; BÜCHNER, J.; JENKO, F.: Gyrokinetic and kinetic particle-in-cell simulations of guide-field reconnection. Part I: macroscopic effects of the electron flows. Accepted In: *Physics of Plasmas* (2015)
- KEMPF, A.; **KILIAN, P.**; GANSE, U.; SCHREINER, C.; SPANIER, F.: PICPANTHER: A simple, concise implementation of the relativistic moment implicit particle-in-cell method. In: *Computer Physics Communications* 188 (2015), Nr. 0, 198 - 207.
- MUÑOZ, P. A.; **KILIAN, P.**; BÜCHNER, J.: Instabilities of collisionless current sheets revisited: The role of anisotropic heating. In: *Physics of Plasmas* 21 (2014), November, Nr. 11, S. 112106.
- GANSE, U.; **KILIAN, P.**; SPANIER, F.; VAINIO, R.: Fundamental and harmonic plasma emission in different plasma environments. In: *Astronomy and Astrophysics* 564 (2014), April, S. A15.
- VAINIO, R.; VALTONEN, E.; HEBER, B.; MALANDRAKI, O. E.; PAPAIOANNOU, A.; KLEIN, K.-L.; AFANASIEV, A.; AGUEDA, N.; AURASS, H.; BATTARBEE, M.; BRAUNE, S.; DRÖGE, W.; GANSE, U.; HAMADACHE, C.; HEYNDERICKX, D.; HUTTUNEN-HEIKINMAA, K.; KIENER J.; **KILIAN, P.**; KOPP, A.; KOULOUMVAKOS, A.; MAISALA, S.; MISHEV, A.; MITEVA, R.; NINDOS, A.; OITTINEN, T.; RAUKUNEN, O.; RIIHONEN, E.; RODRÍGUEZ-GASÉN, R.; SALONIEMI, O.; SANAHUJA, B.; SCHERER, R.; SPANIER, F.; TATISCHEFF, V.; TZIOTZIOU, K.; USOSKIN, I. G.; VILMER, N.: The first SEP Server event catalogue ~68-MeV solar proton events observed at 1 AU in 1996-2010. In: *Journal of Space Weather and Space Climate* 3 (2013), März, Nr. 27, S. A12. DOI 10.1051/swsc/2013030.
- KEMPF, A.; GANSE, U.; **KILIAN, P.**; SPANIER, F.: Note on the use of Yee-lattices in (semi-) implicit particle-in-cell codes. In: *Journal of Computational Physics* 237 (2013), März, S. 56–60. DOI 10.1016/j.jcp.2012.11.045.
- **KILIAN, P.**; GANSE, U.; SPANIER, F.: Different Choices of the Form Factor in Particle-in-Cell Simulations. In: Pogorelov, N. V. (Hrsg.); Audit, E. (Hrsg.); Zank,

G. P. (Hrsg.): *Numerical Modeling of Space Plasma Flows (ASTRONUM2012)* Bd. 474, 2013, S. 208ff.

- GANSE, U.; **KILIAN, P.**; VAINIO, R.; SPANIER, F.: Emission of Type II Radio Bursts - Single-Beam Versus Two-Beam Scenario. In: *Solar Physics* 280 (2012), Oktober, S. 551–560. DOI 10.1007/s11207-012-0077-7
- GANSE, U.; **KILIAN, P.**; SPANIER, F.; VAINIO, R.: Nonlinear Wave Interactions as Emission Process of Type II Radio Bursts. In: *Astrophysical Journal* 751 (2012), Juni, Nr. 2.
- GANSE, U.; **KILIAN, P.**; SIEGEL, S.; SPANIER, F.: Numerical Challenges in Kinetic Simulations of Three-wave Interactions. In: Pogorelov, N. V. (Hrsg.); Font J. A. (Hrsg.); Audit, E. (Hrsg.); Zank, G. P. (Hrsg.): *Numerical Modeling of Space Plasma Flows (ASTRONUM 2011)* Bd. 459, 2012, S. 265ff.
- **KILIAN, P.**; BURKART, T.; SPANIER, F.: The Influence of the Mass Ratio on Particle Acceleration by the Filamentation Instability. In: Nagel, W. E. (Hrsg.); Kröner, D. B. (Hrsg.); Resch, M. (Hrsg.): *High Performance Computing in Science and Engineering '11*. DOI 10.1007/978-3-642-23869-7.

Teilnahme an Workshops und Konferenzen

- 2015 5th PlanetMag Meeting, Nördlingen (Vortrag)
- 2014 EGU General Assembly, Vienna (Vortrag)
- 2014 Spring Meeting of the German Physical Society (DPG), Berlin (Vortrag)
- 2014 4th PlanetMag Meeting, Potsdam (Vortrag)
- 2013 SEPServer Workshop, Meudon (Vortrag)
- 2013 Spring Meeting of the German Physical Society (DPG), Jena (Vortrag)
- 2012 HAP Code Retreat, Zeuthen (Vortrag)
- 2012 Fourth SEPServer Meeting, Barcelona (Vortrag)
- 2012 International Conference on Numerical Modeling of Space Plasma Flows (Vortrag)
- 2012 Third SEPServer Meeting, Leuven (Vortrag)
- 2012 joint Finnish-German Summer school on Instruments and Detection Techniques in High-Energy Astrophysics, Savonlinna
- 2012 Spring Meeting of the German Physical Society (DPG), Stuttgart (Vortrag)
- 2011 Second SEPServer Meeting, Kiel
- 2011 Summerschool on High Energy Astrophysics of the joint Finnish-German graduate school on Plasma-Astrophysics, Weesenstein
- 2010 Finnish Graduate School Summer School for Astronomy and Space Physics, Mariehamn
- 2010 Spring Meeting of the German Physical Society (DPG), Hannover (Poster)

Danksagung

Diese Arbeit wäre ohne eine ganze Reihe von Personen nie entstanden. An erster Stelle ist hier eindeutig Professor Felix Spanier zu nennen. Ohne die Diplomarbeit bei ihm wäre ich nie zur numerischen Plasmaphysik gekommen. Als er mir das Thema dieser Doktorarbeit, und damit die Möglichkeit weiter am ACRONYM-Code zu entwickeln, anbot, nahm ich dieses gerne an und bin ihm dafür und für die Jahre intensiver Zusammenarbeit und Betreuung sehr dankbar. Die Arbeitsatmosphäre in der AG Spanier war einfach super und zu einem guten Teil auch deiner Bereitschaft, mit uns Eis kaufen zu fahren oder uns an Weihnachten kugelrund zu füttern, zu verdanken.

Auch dem Zweitprüfer meiner Arbeit, Professor Karl Mannheim, möchte ich danken. Er hat viele Dienstreisen möglich gemacht, in denen ich Kollegen an anderen Instituten kennen- und schätzen gelernt habe und eigene Ergebnisse vorstellen konnte. Darüber hinaus hat er es mir großzügigerweise ermöglicht, den engen Kontakt zum Institut auch nach dem Umzug nach Göttingen zu halten.

Auch Professor Jörg Büchner hat sehr zum Erfolg dieser Arbeit beigetragen. Einerseits durch sein enormes Wissen über die Prozesse in der Atmosphäre der Sonne und im Sonnenwind und seine Bereitschaft, dieses mit mir zu teilen und so zum Verständnis des größeren Ganzen massiv beizutragen. Andererseits aber auch natürlich durch die Möglichkeit, auch nach meinem Umzug nach Göttingen weiter am Simulationscode und dieser Doktorarbeit zu arbeiten. Es hat viel Spaß gemacht zwei Jahre lang mit dir und deiner Arbeitsgruppe zu arbeiten.

Auf sehr vielfältige und sehr wichtige Weise haben alle Kollegen aus dem PiC-Büro zur Verbesserung des Codes und der Entstehung dieser Arbeit beigetragen. Vielen Dank für Hilfe beim Debuggen des Codes, Entfernen von Rechtschreibfehlern, dem Vernichten von Grillgut und koffeinhaltigen Getränken, dem Trainieren der Treffsicherheit mit Nerf Blastern und dem Verstehen von unverständlicher Plasmaphysik. Alles in allem: Danke Urs, Andy und Cedric, daß ihr verhindert habt, daß ich komplett verrückt werde.

Ein dickes Danke auch an die restliche AG Spanier, insbesondere Alex, Matthias, Stephan und Sebastian. Ich vermisse die Zeit in Würzburg mit euch und bin froh wenn man sich zumindest noch gelegentlich online sieht, um zu hören wie es euch geht und über Wissenschaft zu diskutieren (nur böse Personen würden das als Lästern bezeichnen). Sagt mal: gibt es diese Brauerei in Weesenstein noch?

Ein großes Dankeschön auch an Patricio, der nicht zur AG Spanier gehörte, aber enthusiastisch und erfolgreich an ACRONYM mitentwickelt und stets bereit ist, Fragen zur Numerik oder Plasmaphysik solange durchzudiskutieren, bis ich sie verstanden habe. Deine Fähigkeit, Veröffentlichungen tatsächlich fertig zu bekommen, ist etwas was ich mir dringend noch von dir anschauen muß. (Don't worry, I'll translate that paragraph, just like all the other German stuff.)

Viele Grüße und vielen Dank für die freundliche Aufnahme am neuen Institut in Göttingen auch an Kok Leng, Marc, Nafiseh, Vali und alle die anderen in der Coffee Group (ihr seid einfach zu viele um euch alle einzeln aufzuzählen). Durch euch habe ich mich sehr schnell zurecht gefunden und heimisch gefühlt. Sobald ich eine Couch habe, könnt ihr mich gerne besuchen kommen.

Vielen, vielen Dank an Katharina, die sich durch den gesamten langen Text gequält hat und Unmengen an Rechtschreibfehlern gefunden und angestrichen hat. Ich habe natürlich noch genug Fehler dringelassen, damit der geneigte Leser auch selber suchen gehen kann. Ansonsten auch danke dir, daß du mich all die Jahre immer wieder gepiekt hast, damit ich fertig werde, auch wenn ich dann immer eher genervt und unfreundlich reagiert habe.

Ganz vielen Dank auch an meine Familie, die mich schon als kleines neugieriges Kind ertragen mußte und jetzt mitansehen mußte, wie ich andauernd lieber neue Fragen untersuche, statt endlich mal fertigzupromovieren. Aber Ende gut, alles gut, ich hab es dann doch irgendwie noch geschafft. Meine beiden lieben Lästerschweine: jetzt seid ihr dran.

Und zu guter Letzt ein großes Danke schön an meine Freundin Natalia, die jetzt jahrelang ein abwechselnd gutgelauntes und gestresstes und genervtes Murmeltier ertragen hat und mir bei jeder Gelegenheit Hilfe angeboten hat, obwohl sie selber mit promovieren schwerst beschäftigt war. Und egal wohin uns der Postdoc oder die Stelle danach verschlägt: ich geb dich nicht her. Mrau!

