

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	7
1 Grundlagen der Hyperflächentheorie für beliebige Normalisierungen	11
1.1 Vektorfelder und Tensorfelder	12
1.2 Die Ableitungsgleichungen von Gauß und Weingarten für allgemeine Normalen	13
1.3 Weitere Flächengrößen: Levi-Civita-Zusammenhang, Tschebyschewvektorfeld und konjugierter Zusammenhang	17
1.4 Die Konormale: Ableitungsgleichungen und daraus resultierende Größen	20
1.5 Beziehungen zwischen Flächengrößen verschiedener Normalisierungen	24
1.6 Die Formeln von Lelievre	27
1.6.1 Darstellung einer Fläche durch ihre Konormale	27
1.6.2 Betrachtungen zu den Formeln	31
1.6.3 Darstellung der Konormalen durch die Flächengrößen	37
2 Relativnormalisierte Hyperflächen	39
2.1 Eigenschaften von Relativnormalen	39
2.2 Spezielle Relativnormalen	41
2.2.1 Die euklidische Normale	42
2.2.2 Die Blaschkesche Affinnormale	42
2.2.3 Die Manhartsche Familie	44
2.2.4 Die zentroaffine Normale	46
2.2.5 Die zentroaffine Familie	47
2.3 Die Normalen N_h und N_η	49
2.4 Beispiele: Konkrete Flächen und ihre Normalen	51
2.4.1 Wendelfläche	51
2.4.2 Rotationsflächen	53
2.4.3 Pseudosphäre	54
2.4.4 Rotationshyperboloid	55
2.4.5 Kugel	56
2.4.6 n -dimensionales Paraboloid	56
2.4.7 Translationsflächen	58
3 Minimalflächen in der Relativgeometrie	61
3.1 Volumina	61
3.2 Bisherige Ergebnisse über Minimalflächen	63
3.2.1 Euklidische Minimalflächen	63

3.2.2	Affinminimalflächen	63
3.2.3	II -Minimalflächen	64
3.2.4	Zentroaffine Minimalflächen	64
3.3	Grundlegendes über Variationsrechnung	64
3.4	Integralformeln zur Vereinfachung von Variationsausdrücken	66
3.5	Variation der Volumina der zentroaffinen Normalen	71
3.5.1	Die 1. Variation der Volumina	71
3.5.2	Die 2. Variation des von h_c induzierten Volumens	73
3.6	Variation der Volumina bei allgemeinen Relativnormalen	74
3.6.1	Die Integranden der 1. Variation der drei induzierten Volumina	78
3.6.2	Integranden der 2. Variation	79
3.7	Anwendung auf die Normalen der Manhartschen Familie	80
3.7.1	Die 1. Variation der induzierten Volumina	81
3.7.2	N_α -Minimalflächen und Mittlere Krümmung	83
3.7.3	Die 2. Variation des von der Normalen induzierten Volumens	87
3.8	Anwendung auf die Normalen der zentroaffinen Familie	94
3.8.1	Die 1. Variation der induzierten Volumina	94
3.8.2	Mittlere Krümmung und \hat{H}	96
3.8.3	Die 2. Variation	100
4	Deformationen von zweidimensionalen Affinminimalflächen	105
4.1	Besonderheiten im zweidimensionalen Fall	105
4.1.1	Die Integrabilitätsbedingungen für die Formeln von Lelievre	106
4.1.2	Isotherme Parametrisierung der quadratischen Grundform	108
4.2	Die Weierstraßsche Darstellung einer Affinminimalfläche	108
4.3	Die Konjugierte	113
4.4	Deformationen von Affinminimalflächen – Modifikationen der Konormale	115
4.4.1	Addition eines konstanten Vektors	117
4.4.2	Multiplikation mit einer Konstanten	117
4.4.3	Adjungierte	118
4.4.4	Assoziierte	119
4.4.5	Verallgemeinerung der bisherigen Fälle	121
4.5	Darstellung der Flächengrößen von verallgemeinerten Assoziierten durch Größen der ursprünglichen Fläche	125
4.6	Beispiele: Konkrete Flächen und ihre Assoziierten	128
4.6.1	Paraboloid	128
4.6.2	Die Ennepersche Minimalfläche	130
4.6.3	Eine elliptische Affinminimalfläche	131
5	Das Problem von Björling für zweidimensionale, relativnormalisierte Flächen	133
5.1	Über die Lösung von partiellen Differentialgleichungen und eine spezielle Parametrisierung	134
5.1.1	Der Satz von Cauchy–Kowalewski	134
5.1.2	Auf eine Kurve bezogene isotherme Parametrisierung	135
5.2	Integrabilitätsbedingungen für Flächengrößen bei isothermer Parametrisie- rung	137

5.3	Anfangswerte von Flächengrößen	143
5.4	Die eigentliche Differentialgleichung bei beliebigen Relativnormalen	146
5.4.1	Das Differentialgleichungssystem für die Flächengrößen	147
5.4.2	Gewinnung der Fläche aus den Flächengrößen	151
5.5	Lösung bei Blaschkescher Affinnormalisierung	153
5.6	Die Blaschkesche Methode zur Gewinnung einer Affinminimalfläche aus einem Kurvenstreifen	157
5.6.1	Konstruktion einer hyperbolischen Affinminimalfläche	158
5.6.2	Konstruktion einer elliptischen Affinminimalfläche	159
5.6.3	Beispiele	161
5.7	Lösung bei euklidischer Normalisierung	163
5.8	Lösung bei Normalen der Manhartschen Familie	168
5.9	Lösung bei Normalen der zentroaffinen Familie	175
5.10	Der Einfluß der Kurvenparametrisierung auf die Lösung	180
5.11	Festlegung der Konormalen längs einer Kurve durch die Kurve und die Normale	185
5.12	Spezielle Flächenkurven	193
5.12.1	Krümmungslinien	193
5.12.2	Null-Linien bezüglich \bar{h}	195

Literaturverzeichnis

197