

Bei einem Meßwiderstand von  $R=10\text{ G}\Omega$  errechnet sich aus einer Ausgangs-Spannung von  $U=1\text{ V}$  der Strom zu  $I=0,1\text{ nA}$ . Dabei ist der parallel liegende Innenwiderstand des Elektrometerverstärkers um mindestens den Faktor 1000 größer, so daß dessen Einfluß vernachlässigt werden darf. Mit einer offenen Ionisationskammer (Abb. 4), die mit etwa 400 V betrieben wird, können so die dort auftretenden kleinen Ströme nachgewiesen werden.

Mit einer Flamme (Feuerzeug, Kerze, Bunsenbrenner, ...) werden Gas-Ionen erzeugt, die z. B. einfach durch Platten zwischen Platte und Gitter gebracht werden. Dort werden sie durch die angelegte Spannung beschleunigt und führen so zu einem deutlichen Ausschlag am angeschlossenen Meßgerät.

#### Anmerkung zum Elektrometer-Verstärker

Neben den beschriebenen Versuchsbeispielen sind noch eine Menge weiterer Experimente mit dem Elektrometerverstärker durchführbar. Gerade im Bereich der Radioaktivität (Ionisation durch Alpha-Strahlung, Zerfall von Rn-Atomen) gibt es interessante Experimentiermöglichkeiten.

Auf Grund der einfachen Handhabung durch Aufstecken von Steckelementen (Meßwiderstände bzw. Meßkondensatoren) können Schüler problemlos mit dem Elektrometerverstärker arbeiten.

Der Elektrometerverstärker ist aber auch als preiswerter Meßverstärker in Demonstrationsversuchen sehr gut einzusetzen.

#### Gerätehinweis (LEYBOLD Katalog-Nr.)

- |                            |                 |
|----------------------------|-----------------|
| (1) Elektrometerverstärker | 532 14          |
| (2) Netzgerät 450 V        | 522 27          |
| (3) Steckelemente (R)      | 577 00...577 78 |
| (4) Steckelemente (C)      | 578 09...578 42 |

#### Literatur

- [1] Hanschke, T., Experimente mit dem Elektrometer-Verstärker. Contact 1/1993
- [2] SVN-Versuchsbeschreibungen, Elektrische Felder, Leybold 589 171
- [3] Gebrauchsanweisung Elektrometerverstärker 532 14

#### Anschrift des Verfassers:

Frithjof Kempas, Leybold Didactic GmbH, Leyboldstr. 1, 50354 Hürth

# Magnetfeld längs der Achse von Kreisströmen

## Messung und Modellierung mit Animation

W. Reusch, Th. Grimmer und D. Heuer

### 1 Zielsetzung

Magnetfeldmessungen mittels Hallsonden sind in der Schulphysik längst gängig. Bei der hier vorgeschlagenen Anordnung fällt aber die preiswerte Realisierung des Magnetfeldmeßgeräts aus Hallsonde und Instrumentenverstärker (InV) mit Beschaltung (siehe Anhang A und B; vgl. [1], [2]) auf, so daß für Praktika auch mehrere Anordnungen erschwinglich sind.

Neben dem Einsatz des Halleffekts zur computerunterstützten (hier mittels PAKMA<sup>1)</sup> realisierten) Magnetfeldmessung soll mit dieser Versuchsreihe vor allem die

<sup>1)</sup> s. Praxis Serie: Effizientes Experimentieren und Analysieren durch universelle Programmierumgebung PAKMA PdN-Ph 38, Heft 7 ('89) bis 39, Heft 3 ('90)

Überlagerung von Magnetfeldern untersucht und modelliert, sowie durch Animation verdeutlicht werden.

Ausgehend von der bekannten Beziehung  $\Delta H \sim \frac{I}{r^2} \Delta l$

(Biot-Savart für den Spezialfall, daß  $\vec{r} \perp \vec{\Delta l}$ ) für den Betrag der magnetischen Feldstärke eines stromdurchflossenen Leiterelements  $I \cdot \Delta l$  und der kreisförmigen Feldlinienstruktur kann die Feldstärke auf der Achse eines Ringstroms durch Superposition der Beiträge zweier diametral gegenüberliegender Leiterelemente qualitativ diskutiert werden. Durch die vom Computer ermöglichte dynamische Repräsentation (Komponenten und Gesamtfeld) soll die qualitative Vorstellung von der Ortsabhängigkeit des Magnetfeldes (Betrag und Richtung) und der Superposition gebildet bzw. intensiviert werden.

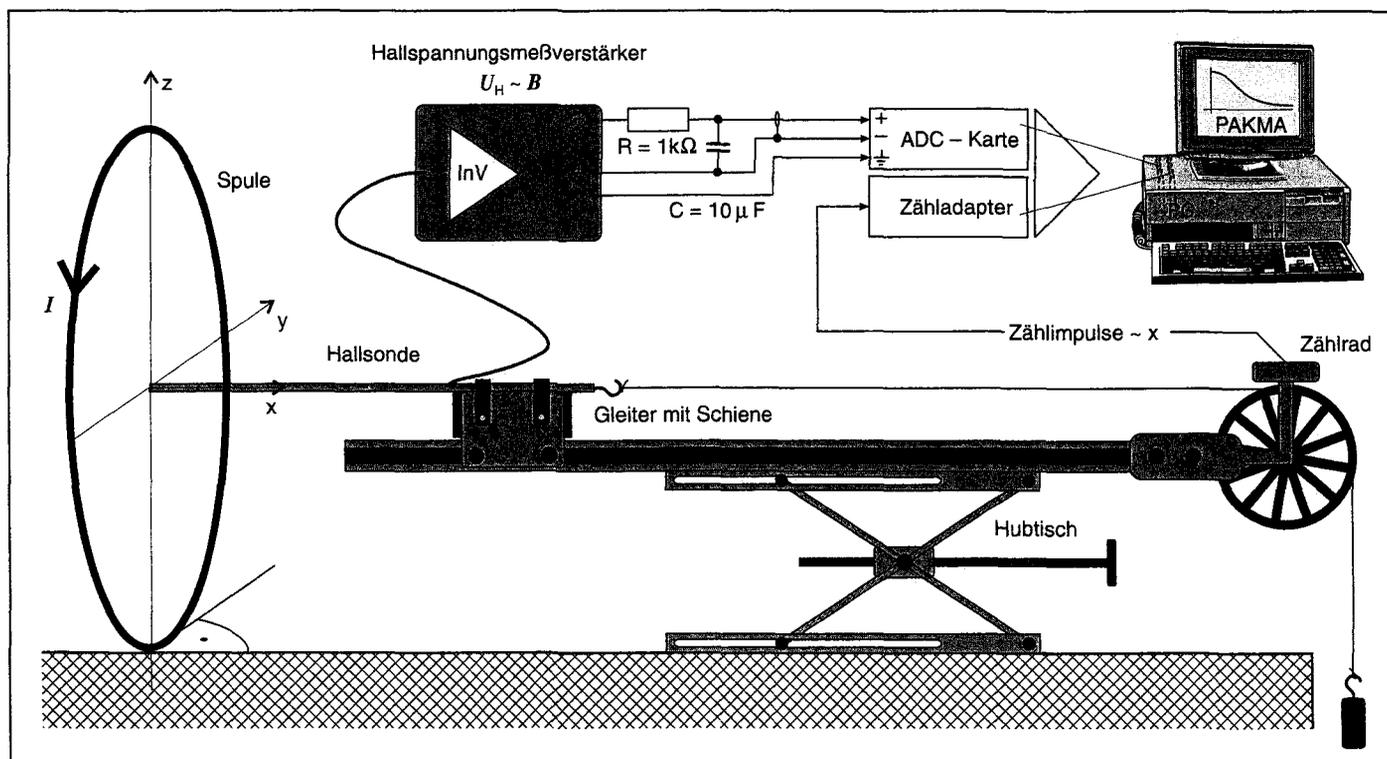


Abb. 1: Versuchsaufbau mit Blockschaltbild

## 2 Versuchsbeschreibung

Bei unserem Versuch dient eine Flachspule (Radius  $R$ ), deren Mittelpunkt man sich im Nullpunkt eines Koordinatensystems ( $x, y, z$ ) gelegt denkt, als kreisförmiger Leiter (vgl. Abb. 1). Mit einer Hallsonde wird der Verlauf der magnetischen Feldstärke längs der  $x$ -Achse, die senkrecht auf der Spulenfläche steht, gemessen.

Zum *Aufbau* des Versuchs wurden folgende Geräte verwendet:

### Zur Erzeugung des Magnetfelds

Kreisförmige Flachspule<sup>2)</sup> ( $R=20$  cm,  $N=154$ , eine Spule des Helmholtzspulenpaars, Spulenwiderstand  $R_{sp}=2,1 \Omega$ )

Netzgerät stabilisiert (ca. 3 A Konstantstrom bei ca. 12 V)

Strommeßgerät (3 A =)

Schalter

### Zur Messung der Hallspannung

Hallsonde SIEMENS KSY 10 (siehe Anhang A)

Hallspannungsmeßverstärker mit Spannungsversorgung, Aufbau mit Instrumentenverstärker (siehe Anhang B), (digitales) Vielfachmeßinstrument für den Offsetabgleich,

Aluschiene mit Wagen (z. B. Schülerübungsfahrbahn Leybold)

Hubtisch

### Zur Darstellung und Auswertung

PC mit PAKMA (unter WINDOWS und TURBO PASCAL für WINDOWS) und Steckkarte

<sup>2)</sup> Phywe, Best. Nr. 06960.00

### Zählrad mit Zähladapter

AD-Spannungsmeßkarte (einkanalig benutzt)

Adapterkabel zum Betreiben zweier PAKMA-Module

Die Anordnung der einzelnen Komponenten erfolgt entsprechend der Abbildung 1, wobei auf folgende Details zu achten ist.

Die Flachspule wird mit ihrer Windungsfläche senkrecht zu einer Tischkante justiert und über Schalter und Strommeßgerät an die Konstantstromquelle angeschlossen.

Die Hallsonde mit Halter (siehe Anhang A) wird auf dem Fahrbahnwagen montiert und über ein entsprechend langes Kabel an den Hallspannungsmeßverstärker angeschlossen. Der Wagen wird auf der Aluschiene über einen Faden, an dessen Ende ein kleines Gewicht zur Spannung des Fadens hängt, mit dem Zählrad am Ende der Schiene verbunden. Die Schiene ist mit Hilfe eines Hubtisches so justiert, daß die Sonde vom Spulenmittelpunkt ( $x=0$ ) mindestens 50 cm einseitig (bei längerer Schiene evtl. auch beidseitig) von der Spule wegbewegt werden kann und dabei immer auf der Spulenachse ( $x$ -Achse) läuft.

Das Zählrad wird über den Zähladapter und der Ausgang des Hallspannungsmeßverstärkers über die AD-Spannungsmeßkarte mit dem Computer (PAKMA) verbunden<sup>3)</sup>.

Die *Versuchsdurchführung* beginnt mit dem Offset-Abgleich des Meßverstärkers. Dazu wird das Vielfachmeßgerät an den Ausgang des Meßverstärkers angeschlossen und bei ausgeschaltetem Spulenstrom auf 0 Volt bestmöglichst abgeglichen.

Da der Wagen mit der Hallsonde durch das Gewicht am Faden zum Zählrad gezogen wird, muß er vor der Mes-

<sup>3)</sup> Inzwischen gibt es eine Interfacebox, in der u. a. die Funktionen des Zähladapters, des Sonaradapters und der AD-Umsetzung (12-bit) zusammengefaßt sind. (Firma Microsystems, Neufahrner Str. 21, 85748 Garching)

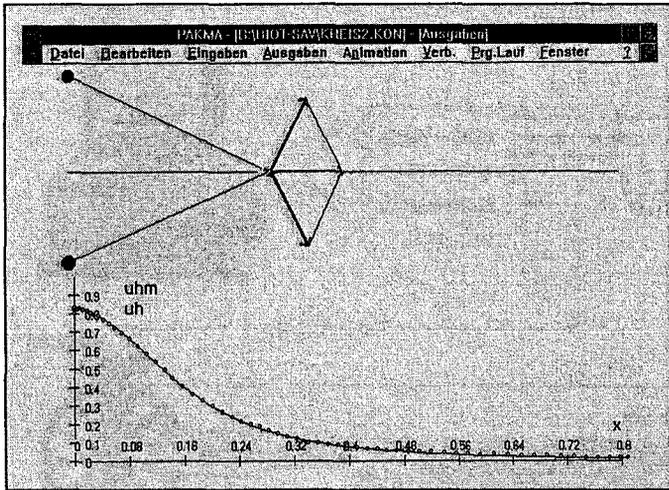


Abb. 2: PAKMA-Bildschirm-Hardcopy mit Darstellung der Überlagerung der Feldanteile zweier senkrecht zur Zeichenebene stehender Stromelemente. Im unteren Teil ist  $H(x)$  dargestellt, repräsentiert durch die Hallspannungen  $u_h(x)$ , die Meßwerte sind als Kreise eingezeichnet, die zugehörige Modellierung als Kurve. Die Anpassung der Modellierung erfolgt bei  $x=0$

sung mit z. B. einem Holzklötz möglichst exakt bei  $x=0$  gehalten werden, da die Messung von hier aus starten muß. (Alternativ wäre ein umlaufender Faden denkbar.) Nun wird am Computer das Programm geladen und die Aufnahme einer Originalmessung vorbereitet. Dazu schaltet man den Spulenstrom ein und führt nach Start des Kernprogramms die Sonde relativ zügig (ca. 10 cm/s) durch das Feld.

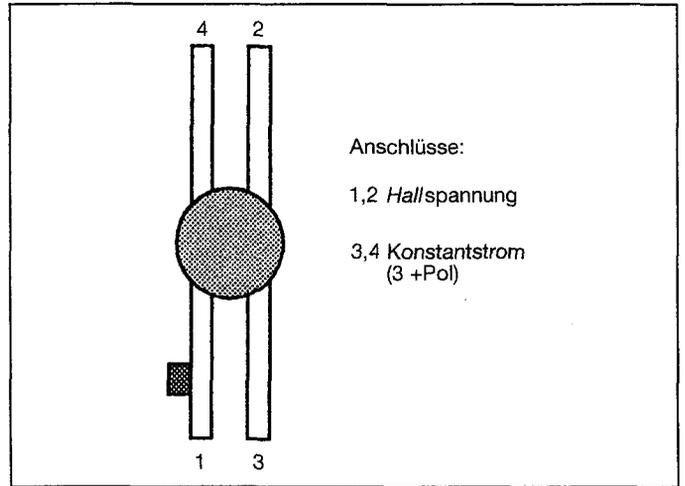
Alternativen bezüglich der verwendeten Geräte: Statt des PAKMA-Systems kann natürlich auch jedes andere computerunterstützte Meßsystem verwendet werden, das die gleichzeitige Messung von Spannung und Ort ermöglicht. Inwieweit dann Modellierungen und auch Animationen gleichzeitig möglich sind, hängt von dem System ab.

Zur Magnetfeldmessung kann auch ein handelsübliches System der Lehrmittelfirmen benutzt werden, bzw. kann statt des Hallspannungsmeßverstärkers ein Mikrovoltmeter zur Anwendung gelangen, falls Zugriff auf die Ausgangsspannung besteht. In beiden Fällen kann sich jedoch eine evtl. vorhandene Erdung oder anderweitige interne Festlegung des Ausgangspotentials bei der Verbindung mit dem Computerinterface als hinderlich erweisen.

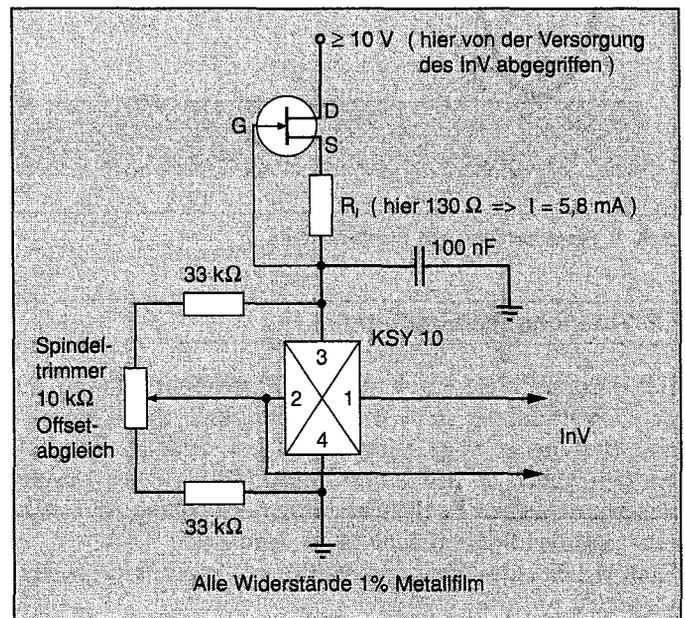
### 3 Aufgabenstellung und Auswertung

Vor den Experimenten sollten qualitative Überlegungen bezüglich der magnetischen Feldstärke  $H$  (Richtung vor und hinter der Spule, Abhängigkeit des Betrages  $H(x)$ ) angestellt werden. Dabei sollte man deutlich herausstellen, daß es aus Symmetriegründen ausreicht, zwei diametral gegenüberliegende Leiterelemente zu betrachten, was zur Folge hat, daß die Aussagen über den Betrag der magnetischen Feldstärke nur in relativen Einheiten erfolgen. (Außerdem wird ja auch nur die zur Feldkomponente  $H_x$  proportionale Hallspannung gemessen.) Zuerst sollten die Schüler ihre Vorstellungen zum qualitativen Verlauf von  $H(x)$  in einem Diagramm skizzieren.

Mit Hilfe einer Darstellung wie Abb. 2 (obere Hälfte) läßt sich sehr anschaulich zunächst qualitativ begründen,



Anschlüsse:  
1,2 Hallspannung  
3,4 Konstantstrom (3 +Pol)



```
begin
t:=0;dt:=0.08;x:=0;
r0:=0.2;l_einh:=0.0009;
zählen;
vorb(1);
vor_rück;
s_folg('l',dt);
;
u_meter;
h_auf;
m_bereich(10,1);
vorb(1);
;
repeat
zählen;
mes;
dx:=mes_w*l_einh;
x:=x+dx;
u_meter;
mes;
uh:=mes_w;
ausgabe(x,uh);
t:=t+dt;
until x>0.8;
end;
```

Abb. 3 (oben): Vergrößerte Draufsicht des Hallelements KSY 10

Abb. 4 (Mitte): Beschaltung des Hallelements

Abb. 5 (unten): Kernprogramm zur Aufnahme und Darstellung der Meßkurve  $u_h(x)$  unter PC-PAKMA

wie sich das Überlagerungsfeld zweier Stromelemente auf der Achse einerseits „in der Spule“, d. h. nahe bei  $x=0$  und andererseits in großer Entfernung bezüglich Betrag und Richtung verhält.

In einem ersten Experiment kann man nun ein Zeigerinstrument statt des Computers zur Anzeige der verstärkten Hallspannung (und damit der magnetischen Feldstärke) verwenden und die deutliche Abnahme der Feldstärke bei Entfernung von der Spule zeigen bzw. bei fehlender Computerausstattung auch punktweise messen und auftragen lassen.

Als Hauptexperiment haben wir die computerunterstützte Aufnahme der Meßkurve  $H(x)$  mit vorgegebenem Kernprogramm (siehe Anhang C) vorgesehen. Nach dem Experiment sollten dann Vorhersage und Meßkurve verglichen und bei großen Diskrepanzen nach einer Erklärung für den andersartigen Meßkurvenverlauf gesucht werden. Daran sollten sich die Modellbildung und der Vergleich von Messung und Modell anschließen. Als Startwert für die Modellierung dient der Meßwert an der Stelle  $x=0$ . Damit ergibt sich eine hervorragende Übereinstimmung von Messung und Theorie. Gegebenenfalls kann das Kernprogramm auch interpretiert werden.

Schließlich könnte die  $\frac{1}{x^3}$ -Abhängigkeit der magnetischen Feldstärke für große Entfernung herausgestellt, auch aus der grafischen Darstellung in Abb. 2 oben erschlossen und gegebenenfalls durch logarithmische Auftragung bestätigt werden.

Ergänzungen:

Nach der Behandlung und Untersuchung eines Ringstroms bietet sich die Beschäftigung mit der Helmholtzspulenanordnung förmlich an. Zuerst wird man versuchen, den Feldverlauf auf der Achse vorherzusagen und zu begründen. Als Hilfsmittel bietet es sich an, zwei gegeneinander verschobene Feldstärkengrafiken eines Ringstroms zu überlagern. Dazu können  $H(x)$ -Grafiken kopiert und ausgeteilt werden, eine andere Möglichkeit bestünde in der computerunterstützten Weiterverarbeitung der Meßdaten eines Ringstroms. (Anmerkung: Die Datenerhebung erfolgt nicht ortsäquidistant, sondern in gleichen Zeitintervallen. Folglich muß entweder durch ein Konvertierungsprogramm oder durch Ablesen von Werten aus der Grafik  $H(x)$  eine entsprechende Tabelle erstellt werden. Alternativ erfolgt die rein grafische Superposition).

Nach der theoretischen Behandlung wird das entsprechende Experiment durchgeführt. Hierzu ist die oben beschriebene Anordnung so zu modifizieren, daß man vor allem den Innen- und den Randbereich der Spulenanordnung mit der Hallsonde abfahren kann.

#### 4 Ergebnisse

Die Abb. 2 zeigt die gute Übereinstimmung der Meßwerte  $u_h(x)$  und der modellierten Kurve  $u_{hm}(x)$  eines Ringstroms<sup>4)</sup>.

<sup>4)</sup> Die Experimente führte Herr T. Grimmer im Rahmen seiner Zulassungsarbeit durch.

#### 5 Erweiterte Aufgaben- und Fragestellungen

Durch Veränderung des Abstands zweier Ringströme (Helmholtzspulenanordnung) läßt sich sowohl experimentell als auch theoretisch zeigen, wie die Homogenität des Feldes im Zwischenbereich vom Verhältnis zwischen Spulenzradius und Spulenabstand abhängt.

Als weitere Möglichkeit eröffnet sich der Übergang vom einzelnen Ringstrom zu der langgestreckten Spule bestehend aus vielen Ringströmen. Diese Thematik bietet sich genauso wie die oben angegebene Fragestellung zum Übergang von der zeitäquidistanten Datenerhebung zur ortsäquidistanten Darstellung als Thema in einem Informatikkurs, speziell in einem Kurs Informatik (Physik) an.

#### Anhang A

##### Hallsensor mit Beschaltung

Das verwendete Hallelement KSY 10 von SIEMENS (Preis ca. 8 DM) ist in einem 1 mm dicken und 3 mm im Durchmesser großen Kunststoffgehäuse mit 4 Anschlußfahnen untergebracht (Abb. 3). Es ist an der Stirnseite eines etwa 20 cm langen Plexiglasstabs von 1 cm Durchmesser plan aufgeklebt und über eine 4-adrige Leitung mit der Elektronik (Abb. 4) verbunden. Der n-Kanal-Fet (z. B. 2N 3819 od. BF 245) bildet zusammen mit  $R_1$  eine Konstantstromquelle. Dabei ist  $R_1$  so zu wählen, daß sich eine Stromstärke von ca. 5 mA einstellt. Die Hallspannung wird an den Verstärker (InV) angelegt.

Daten des Hallelements KSY 10:

Nennsteuerstrom  $I_N = 5$  mA

Empfindlichkeit (bei  $I_N = 5$  mA)  $U_H = 1000 \pm 150$  mV/T

Hall- und steuerseitiger Innenwiderstand  $1170 \pm 200$   $\Omega$

Bezug z. B. über HOLZ Elektronik GmbH, Melchior-Huber-Str. 22, 85650 Ottersberg bei München, Tel.: 081 21/79061, Fax 807 51

#### Anhang B

##### Instrumentenverstärker (InV)

Zur Verstärkung der Hallspannung dient ein InV nach [2] mit einstellbaren Verstärkungsfaktoren  $G$  zwischen 1 und 1000. An dessen Ausgang (Abb. 1) liegt zur Unterdrückung von Störungen ein RC-Glied mit einer Zeitkonstante in der Größenordnung von 10 ms bei gewählten Verstärkungen von  $V \geq 500$ .

#### Anhang C

##### Programme

Messung, Modellierung und Animation wurden über PC-PAKMA<sup>5)</sup> realisiert. Zur Messung dient das Kernprogramm nach Abb. 5.

<sup>5)</sup> Das PC-PAKMA-System wurde aufbauend auf den Erfahrungen, die mit dem C 64- und Amiga-PAKMA gemacht wurden, konzipiert. Die Realisierung wurde von IBM-Deutschland finanziell unterstützt. Die Programmierung führten durch: cand. Thomas Hahn, Uni Würzburg; cand. Stefan Hild, Kings College, London; cand. Michael Schmidt, Uni Würzburg.

Mit dem gleichen bzw. entsprechendem Kernprogramm kann auch am C 64 mit dem C 64-PAKMA und am Amiga mit dem Amiga-PAKMA gearbeitet werden.

Die Modellierung auf der Grundlage der bekannten Beziehung  $H \sim \frac{I}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$  (siehe z. B. [3]) erfordert die

Übergabe eines Startwerts durch z. B. „If  $t=0$  then  $uh_0_m := uh$ “ und die Einsetzung der entsprechenden Zuweisungen im Kernprogramm. Die Realisierung der Animation (Abb. 2 obere Hälfte) in PC-PAKMA erfordert nur die Berechnung der Entfernung  $l$  vom Leitelement zum Aufpunkt mittels  $l = \sqrt{R^2 + x^2}$  und die Berechnung der Beträge der Magnetfeldkomponenten aus  $\Delta H_x = \text{calib} \cdot uh \cdot R/l$  und  $\Delta H_y = \text{calib} \cdot uh \cdot x/l$  mit dem von der gewünschten Darstellungsgröße abhängigen Kalibrierungsfaktor  $\text{calib}$ . Schließlich werden im Animationsedi-

tor entsprechende Elemente (Pfeile, Strecken o. ä.) ausgewählt und mit den darzustellenden Größen verknüpft. D. h. es können prinzipiell sowohl Meßwerte als auch modellierte Werte zur Steuerung der Animation herangezogen werden.

#### Literatur

[1] D. Heuer und H. Joas: Didaktische und methodische Gesichtspunkte zur Messung der magnetischen Kraftflußdichte  $B$  mit Hallgeneratoren und Vorschläge für grundlegende Schülerübungsversuche, PdN-Ph. 30, Heft 10, 1981, S. 289 ff.

[2] D. Heuer: Instrumentenverstärker: komplette, fast ideale Differenzverstärker als IC, PdN-Ph. 36, Heft 2, 1987, S. 2 ff.

[3] A. Meißner: PHYWE Schriftenreihe, Versuchseinheiten Physik, 11.-13. Schuljahr, Das magnetische Feld 2, 1977, Kap. MF 2.6.4

#### Anschrift der Verfasser:

W. Reusch, Th. Grimmer, Prof. Dr. D. Heuer, Lehrstuhl Didaktik der Physik, Universität Würzburg, Am Hubland, 97074 Würzburg

# Rechnerunterstützte Untersuchungen am Transformator

H. J. Prinz

Transformatoren finden in der Technik in vielfältigen Bereichen ihren Einsatz. So werden sie etwa zum Betrieb von Halogenleuchten verwandt, bilden in den Umspannwerken der Energieversorgungsbetriebe die Schnittstelle zwischen Überlandleitung und privatem Netz bzw. Kraftwerk oder dienen der galvanischen Trennung von Stromkreisen. Deshalb erscheint eine vertiefende Behandlung der Übertragungseigenschaften von Transformatoren lohnend. Insbesondere lassen sich die Begriffe der Wechselstromtechnik am realitätsnahen Experiment anwenden.

Im allgemeinen werden bei der Behandlung von Spulen im Wechselstromkreis Fragen von Strom- und Spannungsverlauf sowie deren jeweilige Phasenlage diskutiert. Beim Übergang zu Transformatoren verzichtet man häufig auf diese Aspekte, vermutlich auch weil der meßtechnische Aufwand gewaltig steigt, wenn Strom und Spannung im Primär- sowie Sekundärkreis des Trafos gemessen werden sollen. Diese meßtechnische Aufgabe läßt sich mit CASSY problemlos realisieren (s. a. [1]). Das Meß- und Auswertprogramm „Transformator“ liefert über die vierkanalige Aufnahme von Strom und Spannung auch die Phaseninformation. Damit werden die physikalischen Größen Wirk- und Blindleistung der Messung zugänglich.

Für die Experimente wurde ein zerlegbarer Trafo eingesetzt. Hierdurch ergibt sich die Möglichkeit nicht nur das Übersetzungsverhältnis zu variieren, sondern auch den Kopplungsgrad durch Verschieben des Eisenjochs zu ver-

ändern. Die Beschaltung des zerlegbaren Trafos erfolgt gemäß Abb. 1, zur Spannungsversorgung dient ein Kleinspannungstelltrafo.

Ausgehend vom idealen Transformator, d. h.

- keine ohmschen Verluste in der Primärspule (Kupferverluste)
- keine Streuung des magnetischen Flusses
- weder Wirbelstrom- noch Hystereseverluste im Eisenkern (Eisenverluste)

ergibt sich für die Wirkleistungsbilanz am belasteten Trafo

$$U_1 I_1 \cos \Phi_1 = U_2 I_2 \cos \Phi_2.$$

Hier stehen  $U$  und  $I$  für effektive Spannung und Strom im jeweiligen Kreis und  $\Phi_1$  bzw.  $\Phi_2$  für ihre Phasenlage zueinander. Diese Leistungsbilanz soll im folgenden anhand von einigen Experimenten genauer untersucht werden, wobei insbesondere die Phaseninformation genutzt wird. Hierzu wird ein festes Übersetzungsverhältnis von  $n_1/n_2 = 1$  gewählt, da im Rahmen dieses Artikels nur die Übertragungseigenschaften untersucht werden sollen. Soweit im Text nicht explizit anders angegeben, werden zwei Spulen mit je 500 Windungen verwendet.

#### Der unbelastete Trafo

Beginnt man mit offenem Sekundärkreis, d. h.  $I_2 = 0$ , so sollte auch die primärseitige Wirkleistung verschwinden.