Interviewtranskript Sommersemester 2015, Benedikt(4) und Robert(2)

Interviewer: Könntet ihr einfach mal so kurz beschreiben, was wir im Kurs gemacht haben? #00:00:40-3#

Benedikt: Wir haben angefangen, es war glaube ich jedem klar, dass es um Origami, also Papierfalten geht und Mathematik damit. Wir haben angefangen damit, dass du uns erstmal so Regeln oder Grundfaltungen erklärt hast, also dass man drüber nachdenkt, was kann ich überhaupt falten, also zum Beispiel ich kann zwei gegebene Punkte durch einen Falz, also durch eine Gerade verbinden. Dass man solche – wie soll ich sagen – ja Faltungen, die man sowieso macht. Wenn ich einen Papierflieger baue, dann weiß ich ja, dass ich in der Mitte eine Mittelsenkrechte machen muss, aber ich denke nicht drüber nach, dass es eine Mittelsenkrechte ist, also dass man das ein bisschen strukturiert, diese ganzen Faltungen, die man macht, die man machen kann, von der mathematischen Seite her. #00:01:35-8#

Robert: Hauptsächlich erst mal ohne Mathematik, oder? Also wir haben erst mal angefangen zu erklären, was ein Falz ist. Falz, Punkt, die ganzen Bausteine, Papier und genau losgelegt. Und dann im Endeffekt geklärt, was man alles machen kann und dann auf Axiomatik raus: Auf Grundregeln, dann noch geklärt, was Axiomatik im Endeffekt bedeutet, Axiomatisieren. **(unverständlich)** und dann ist es immer mathematischer geworden damit. #00:02:12-7#

Interviewer: Was meinst du mit Axiomatik, mit Axiomatisieren? #00:02:15-8#

Robert: Die Grundregeln des 1-fach-Origami-Papierfaltens aufstellen. Das heißt wenn man – wie war das wieder – als wir dann mathematischer geworden sind, ist dann alles klarer geworden, weil dann haben wir geschaut, was kann ich mit was inzidieren lassen. D.h. Punkt-Punkt, Punkt-Gerade, Gerade-Gerade. Und haben dann alle Kombinationen durchgemacht. Da warens am Anfang erst noch sieben Axiome, aber im Endeffekt hast sich das noch minimiert. Weil man zurückführen lassen auf dieses eine zwei Punkte auf zwei Geraden. #00:02:55-2#

Benedikt: Ja. Zwischendurch haben wir so schöne Dinge gefaltet. Was ich ganz gut fand, war das Tetraeder, ganz ganz schön. Oder dieses Problem, dass man anderen Leuten stellen kann, du sagtest so als Hausaufgabe möglichst anderen Leuten davon erzählen.:So, falt mal ein gleichseitiges Dreieck. **(...)** [**Interviewer:** Hast du es auch gemacht?] Ja [**Interviewer:** Und wie reagieren sie drauf? Was du denen gesagt?] Ich habe denen so ein Quadrat Papier gegeben **(nicht wichtig)** und dann zu paar Leuten, die mir zugehört haben, jeder weiß was ein gleichseitiges Dreieck ist, ganz kurz nochmal, für die Leute, die das nicht jeden Tag machen, erklärt, gleiche Seitenlängen und drei Mal 60° Winkel und dann soll man erst mal darüber nachdenken und dann **(kurze Pause)** die meisten haben wirklich richtig drüber nachgedacht. Also ein-zwei Leute haben natürlich so Hm, keine Ahnung, habe jetzt keine Lust dadrüber nachzudenken. Aber ich habe wirklich ein paar erwischt, die dann richtig dagesessen waren und gegrübelt haben. Ja, ich denke das Wichtigste haben wir jetzt gesagt; was man noch ergänzen könnte war Axiomatik. Wir haben quasi das Prinzip der Axiomatik oder überhaupt den Begriff erklärt und versucht durchzuführen anhand von Papierfalten. Axiomatisieren ist ja: Ich habe eine Theorie und ich versuche diese Theorie auf Grund…regeln auf Axiome zu stützen und das ist das was wir versucht haben, Faltungen zu elementarisieren und versuchen Grundfaltungen zu finden. #00:04:46-0#

Interviewer: Ich verstehe nicht ganz diesen Unterschied. Ihr verwendet zwei verschiedene Wörter, Axiomatik und Axiomatisieren. Bedeuten sie auch was verschiedenes oder was versteht #00:04:56-4#

Robert: Sind verschiedene Richtungen halt. Axiomatisieren ist von Theorie auf Axiome zu kommen und Axiomatik ist man gibt sich Regeln vor und baut dadraus die Theorie auf, so wie ich das verstanden hab. #00:05:09-8#

Benedikt: Axiomatisieren war auf jeden Fall, ich habe eine Theorie und ich versuche dann die Axiome zu finden [**Robert:** Genau], die Grundbausteine und **(kurze Pause)** ich bin mir jetzt gar nicht sicher, obs Axiomatik heißt [**Robert:** das hat sich so ähnlich angehört] oder axiomatisches Arbeiten. Axiomatisches Arbeiten ist das, was man in der Vorlesung macht. Ich fange an mit Axiomen und beweise da drauf, fang dann an. #00:05:33-0#

Interviewer: Entspricht das euren Vorstellung, diese Begriffe, klingen sie künstlich oder es ist so, ok, diese Begriffe passen zu der Vorstellung? #00:05:43-9#

Benedikt: Grundsätzlich passt es schon dazu. Was man eher macht, meistens, ist doch dieses Axiomatisieren, dass man zuerst sich in irgendwas einarbeitet, was auch immer das jetzt ist, und dann die Theorie dahinter erkennt oder so und dann versucht es in Bausteine zu zerlegen; ob man da noch weiter kommt. Ich glaube anders herum ist es selten. Also wenn ich so an den Alltag denke oder überhaupt die Entwicklung, die man so macht, das ist eher so, dass man immer so top-down macht, vom Ganzen versucht zu zerlegen. #00:06:21-5#

Interviewer: Kannst du das ein bisschen genauer erklären? #00:06:23-5#

Benedikt: Ich weiß nicht, wie ich das sagen soll. **(..)** Jetzt muss ich kurz abschweifen. Ich habe nächste Woche Psychologie-Staatsexamen, vielleicht kommts ein bisschen daher, dass ich in diese Richtung denke. Aber ist doch so, dass man als Kind oder man sich entwickelt oder überhaupt von neuen Sachen die so intuitiv begreift und irgendwann sich überlegt, was sind eigentlich die Regeln oder woher kommt das eigentlich. Zum Beispiel Sprache: Das macht mal intuitiv und irgendwann überlegt man sich, ok, da gibts ja auch Regeln. Auch, wenn ich eine neue Sprache lerne, ich lerne nicht erst alle Grammatikregeln, sondern ich lerne erstmal Sätze und dann zerlege ich die Sätze in Bausteine und überleg mir wie bildet mans. **(kurze Pause)** Also vom Gefühl her, würde ich sagen, man macht eher Axiomatisieren, auch wenn man vielleicht anders benennt. #00:07:13-1#

Interviewer: Wie siehst du das, Robert? #00:07:14-8#

Robert: Im Alltag schon. Axiomatisieren. Das heißt man sucht sich auch Untergruppen irgendwie. Keine Ahnung. Du willst ein Beispiel wissen. [**Interviewer:** Ne, wenn du kein Beispiel nennen willst] Insgesamt im Alltag ist das schon so. Axiomatik, dass man Grundbausteine vorgegeben hat und daraus irgendwas ableitet, das macht man im Endeffekt nur nur an der Uni. #00:07:46-0#

Interviewer: Ich verstehe das nicht ganz. Für mich klingt das so, als ob du sagen würdest: Diese Begriffe, kanntest du schon vor dem Kurs oder konntest damit umgehen, weil du sagst, das klingt so, als ob du sagen würdest: Axiomatik, das Wort oder den Begriff, kenne ich von früher. #00:08:03-6#

Robert: Ja, den Begriff habe ich schon mal gehört, aber ich wusste das nicht unterscheiden. Ich habe gewusst, dass es irgendwas mit Axiomen zu tun hat, Axiomatisieren kann man sich vielleicht leichter erklären, dass man halt **(kurze Pause)** Axomatisieren – man hört schon die Endung dass man denkt, dass man auf Axiome hinwill, aber ansonsten die Unterscheidung kannte ich nicht. Dass einmal Rechts-, einmal Linksrichtung gibt. Irgendwas mit Axiomen zu tun. Ich wusste nur, man will vielleicht auf die Grundbausteine raus. #00:08:28-1#

Benedikt: Mir waren die Begriffe auch unbekannt, eigentlich. Man hats natürlich schon mal gehört, aber jetzt nicht drüber nachgedacht. Weil ich vorhin gemeint hab, jetzt das Beispiel von der Fremdsprache, eine neue Fremdsprache, die man lernt. Da benutzt man das Wort einfach nicht so Ich meine, so wie dus uns erklärt hast, so wie ichs verstanden hab, ist das schon im Prinzip das Gleiche. Axiomatisieren ist erst das gesamte zu wissen oder Teil davon und dann auf die Grundbausteine zu schließen. #00:08:56-5#

Robert: Ja ne, ist nicht dasselbe. Axiomatik und Axiomatisieren… #00:09:01-9#

Benedikt: Nein-nein, Moment. Ich hatte ja noch gar keinen Begriff dafür, ich habe darüber noch nicht drüber nachgedacht vorher. Ob man das irgendwie nennen könnte. Wenn man so drüber nachdenkt, ist es ja immer so, oder oft so, im Alltag, weil du gefragt, ob das für uns vertraut war, finde ich, dass man Axiomatisierung betreibt. Also dass man so das Ganze irgendwie kennt und dann sich die Grundregeln oder Grundbausteine überlegt. #00:09:35-8#

Interviewer: Ich komm noch kurz zurück. Davor hast du gesagt, du hast anderen Menschen versucht zu erklären, was wir machen, ein Tetraeder, ein gleichseitiges Dreieck. Habt ihr sonst so mit Menschen außerhalb des Kurses darüber gesprochen, habt ihr denen über Axiome erzählt oder wie haben die reagiert? #00:09:59-1#

Robert: Ich habe nicht viel gemacht. Ich habe nur mal ab und zu **(kurze Pause)** in Uffenheim mache ich noch einen Nebenjob als Nachhilfelehrer und denen habe ich mal als die Geometrie hatten halt mal versucht mit Origami, das was wir gemacht haben im Endeffekt das kann man so und so machen. Aber weiß nicht, ich glaube die haben gesehen, dass es was anderes ist, aber war jetzt nicht so der Weltumschwung. **(kurze Pause)** Weiß nicht, man muss, ich hab nur das, was ich aus dem Gedächtnis wusste, wenn man das anders macht, vielleicht… #00:10:37-9#

Benedikt: So direkt über Axiome oder Axiomatisieren, Axiomatik – dieses ganze Begrifffeld, habe ich mit niemanden drüber gesprochen außerhalb von Mathematik. Außer einmal, als du behauptet hast, wir sollen unsere Eltern fragen, was sie über das Thema Axiome wissen. Die müssen irgendwas wissen und die wussten überhaupt nichts, meine Eltern. Aber hat mich auch nicht gewundert. Weil ich kannte vor dem Studium das Wort Axiom auch noch nicht. [**Interviewer:** Du meinst, die kannten auch das Wort nicht.] Genau. Die wussten nichts mit dem Wort anzufangen, was das heißen soll. Was ich auch gemacht habe, so wie du (Robert) auch in der Nachhilfe, jetzt am Ende vom Schuljahr in den letzten 10 Minuten auch einfach mal diese Aufgabe gestellt: Wir falten mal ein gleichseitiges Dreieck. Und je nach Kenntnisstand, ich hatte eine Gruppe von jüngeren und älteren. Den einen habe ich das an diesem kurzen Beweis noch erklärt. Da hat man – du hast gemeint, wir dürfen was falten – (faltet). Dann falte ich so, dass die Kante hier, der Endpunkt der Kante auf dieser Halbierung liegt, auf der Seitenhalbierenden und dass der andere der ganze Falz durch die Ecke geht. Und dann sieht man doch hier ein rechtwinkliges Dreieck mit Gegenkathete von diesem Winkel einhalb und Hypothenuse eins und das hab ich mit dem 10. Klasse durchgesprochen und der kannte Sinus, kennen die natürlich schon. Ich glaube, der fand das ganz interessant, der hatte so ein kleines Aha-Erlebnis. Na gut, mit anderen habe ich das hier gemacht (faltet) und die habens zumindest eingesehen, warum. Ich habe meistens darauf verwiesen, das ist so wie man mit Zirkel und Lineal macht, eine gegebene Strecke. Und dann versuche ich, die Länge nach oben anzutragen, das ist ja das, was ich hier im Prinzip mache. #00:12:59-7#

Interviewer: Du hast ganz viele Wörter benutzt, als du erklärt hast, was wir im Kurs gemacht haben. Nämlich Axiomatisieren und Axiomatik und du hast von Grundfaltungen gesprochen, das haben wir kurz angesprochen. Dann hast du noch von 1-fach-Origami gesprochen. Kannst du kurz erklären, was das für dich ist, wie du das verstehst? #00:13:20-9#

Robert: 1-fach-Origami war – ja keine Ahnung, was war das genau? – dass man im Endeffekt nur einen Falz macht, ne? Dass man nicht irgendwie jetzt (zeigt) so einen Doppelfalz erzeugt, meiner Meinung nach. Sondern nur Schritt für Schritt einen Falz nach dem anderen und was man damit anstellen kann. Das ist 1-fach-Origami, oder? #00:13:47-0#

Benedikt: Ich habe das immer so weitergegeben, 1-fach-Origami ist immer nur, ich darf immer nur einen Falz machen, dann muss ich auffalten und dann darf ich erst den nächsten machen, den nächsten Schritt. Quasi, pro Schritt, Schritt bedeutet ein Mal falten, wieder auffalten, immer nur einen Falz erzeugen. #00:14:02-5#

Interviewer: Und was hat das mit diesen Grundfaltungen zu tun? #00:14:08-3#

Benedikt: Wir haben uns drauf geeinigt, aus **(kurze Pause)** bestimmten Gründen, die ich **(kurze Pause)** kannst du wahrscheinlich besser erklären (zum Interviewer), aus gewissen Gründen haben wir uns darauf geeinigt, dass wir immer nur von 1-fach-Origami sprechen und damit unsere ganze Theorie erstmal aufbauen wollen und dann nur über 1-fach-Origami sprechen wollen. #00:14:41-0#

Interviewer: Was hat das mit Grundfaltungen zu tun, dieses 1-fach-Origami? **(kurze Pause)** Also davor hast du von Grundfaltungen gesprochen, du hast von Grundfaltungen gesprochen und ich habe nicht ganz verstanden, was das eine mit dem anderen zu tun hat. #00:14:54-9#

Benedikt: Naja, 1-fach-Origami bedeutet, wie grade eben schon gesagt, nur einen Falz zu machen, pro Konstruktionsschritt. Und Grundfaltungen sind **(kurze Pause)** würde ich jetzt mal sagen Überlegungen wie man den Falz macht. Wie ich hier schon mal angedeutet habe (zeigt am Papier) , sowas wie den Falz so falten, dass er durch einen bestimmten Punkt geht oder durch zwei Punkt. Zwei Punkte mit dem Falz verbinden. Oder eine Gerade, eine gegebene auf sich selbst falten, um eine Senkrechte zu konstruieren. Grundfaltungen sind einfach so, würde ich mal sagen, Überlegungen wie ich meinen Falz setze im Bezug auf das, was schon gegeben ist. #00:15:33-1#

Interviewer: Ich stelle eine etwas allgemeinere Frage. Wie würdet ihr das beurteilen. Würdet ihr sagen, dass dieser Kurs eure vielleicht Art zu denken über Mathematik geändert hat? Wie steht ihr dazu? Wie würdet ihr das beurteilen? #00:16:02-9#

Benedikt: Ob unsere Art zu denken sich geändert hat? [**Interviewer:** Ja. Also deine persönliche und deine persönliche.] #00:16:09-3#

Robert: Nö. Hab ich zumindest nicht gemerkt. Ich meine klar, es ist im Endeffekt ein neues Gebiet und die Geometrievorlesungen, die ich bis jetzt gehört hab, die war für die Katze. Also davon habe ich Null und Nichts mitgenommen. Weil ich die einfach nicht gecheckt habe. **(lacht)** [**Interviewer:** Was hast du denn gehört?] Differentialgeometrie war cool. Aber projektive Geometrie, da hab ich auch kurz angeschnitten oder. Axiomatik, Inzidenzen, es gibt immer drei Punkte und so. Das hab ich auch schon irgendwo mal gehört. Aber das Weiterführende konnte ich in der projektiven Geometrievorlesung nichts **(kurze Pause)** mitnehmen. #00:17:00-4#

Interviewer: Wie siehst du das? #00:17:03-1#

Benedikt: Also ich finde schon, dass es was geändert hat. **(kurze Pause)** Für mich war einer der ausschlaggebenden Punkte, es war ein Punkt gegeben und eine Gerade, die zum Beispiel (zeigt mit Papier) und dann war die Aufgabe wir sollen den

Punkt rüberspiegeln. Und dann ist das erste, was man macht ist (zeigt), fertig. Aber dann ist er ja gar nicht da. Man muss sich wieder neu eindenken in diese Materie, die doch anders ist als Zirkel und Lineal, weil da hab ich was zum Markieren und zum Markieren brauche ich Faltungen. Es ist schon was anderes und ich finde vor allem was ich gut fand war was ich vorgestellt habe, diese Winkeldreiteilung, weil da dieses neue Origami und was es kann auch mit dem alten, sowas wie Ähnlichkeit von Dreiecken, das was man schon kennt, zusammengeführt wird. Man hat das Gefühl, dass in der Schule sowas wie auch so Kongruenzsätze von Dreiecken, sind halt Kongruenzsätze, kann ich Aufgaben mit lösen und das war ja so richtig **(kurze Pause)** man sieht was es kann eigentlich. **(..)** Also ich finde, ich könnte nicht genau sagen, was sich verändert hat, ich habe jetzt versucht zu erklären, in welchen Bereichen sichs bewegt, aber ich finds schon, dass es was verändert hat. #00:18:32-4#

Robert: Ich weiß nicht, was ist bei dir das neue an der Spiegelung? Man macht doch das allerselbe wie wenn ichs konstruieren würde, oder? #00:18:42-1#

Benedikt: Dann spiegels doch mal rüber! #00:18:43-6#

Robert: Was muss man da machen? Muss ich Senkrechte genauso wie bei, also den Falz hier (zeigt mit Papier) und wie bekommt man den Abstand hier? **(...)** keine Ahnung! **(lacht)** #00:19:03-8#

Benedikt: Siehst du! Denn da wäre ich auch drauf gekommen (die VG), weil das mach ich mit Zirkel und Lineal auch und dann wie gehts dann weiter? Was ich dann machen kann ist, die Winkelhalbierende zu produzieren. Ich kann mir erstmal **(kurze Pause)** erst mach ich die parallele Gerade dazu, dann hab ich schon mal einen Teil vom Quadrat oder vom Rechteck da unten. Das ist alles gegeben jetzt. Jetzt kann ich mir, indem ich die Winkelhalbierende davon mach, also die beiden aneinander falte (zeigt), kriege ich den Punkt, jetzt mache ich die parallele Gerade dazu, das heißt jetzt habe ich den Punkt. Jetzt mach ich eine Winkelhalbierende von den zweien, das heißt ich krieg den Punkt und jetzt mach ich eine parallele Gerade dazu und dann habe ich den da. #00:19:49-9#

Robert: Geht das nicht irgendwie einfacher? Ist das das einfachste? #00:19:53-2#

Interviewer: Weiß nicht, vielleicht muss man darüber nachdenken. Siehst du, ob das einfacher geht? [**Benedikt:** Ich weiß es nicht.] #00:19:58-8#

Robert: Ne, keine Ahnung, aber … #00:20:00-5#

Benedikt: Also so gehts auf jeden Fall. #00:20:02-5#

Robert: Also das Spiegeln kann nicht so kompliziert sein, dass man hier 1,2,3,4,5, 6 Teilschritte braucht. Im Endeffekt muss man ja nur diesen Abstand hier rüber abtragen (zeigt). #00:20:14-0#

Benedikt: Ja, aber ich meine du kannst keine Abstände transportieren, so in dem Sinne. Außer **(...)** vielleicht so (zeigt). Du kannst ja mit Origami keine Abstände transportieren. Ich kann keinen Abstand irgendwo antragen. **(...)** Was dafür einfach geht, sind Winkelhalbierende und Seitenhalbierende. Mittelsenkrechte – ich falte es aufeinander, dann habe ich die Mittelsenkrechte. Oder Winkelhalbierende. Ich falte einfach die beiden Schenkel aufeinander. Also dafür geht sowas einfacher als mit Zirkel und Lineal. #00:20:46-1#

Robert: Kann man keinen Abstand übertragen? #00:20:47-1#

Benedikt: Groß anders gehts nicht. Du musst einfach nur an gegebenen Falzen entlanghangen. Du kannst ja immer nur, ein Punkt ist ja immer nur ein Schnittpunkt von zwei Falzen, von zwei Geraden. Um den Punkt zu kriegen, brauche ich zwei Gerade, die sich hier schneiden in dem Teil. Und wie kriege ich die? (zeigt) von da nach da. Das ist das Gleiche wie ich den Punkt von da nach da kriege. Also das geht nicht mit einfach nur Rüberfalten. Ich kenne keinen anderen Weg. Aber ich habe jetzt geschafft, diesen Abstand da erstmal nach oben zu tragen (zeigen), dann nach da, dann nach darüber, dann nach da unten. #00:21:25-8#

Robert: Ja, aber. Ok, dann hast du den im Endeffekt als festen Schnittpunkt konstruiert. [**Benedikt:** Genau.] Aber ich meine auch beim **(kurze Pause)** ganz am Anfang, ich weiß ob das schon zu früh war, als wir unser gleichschenkliges Dreieck das erste Mal konstruiert haben, dann haben wir doch auch die Hälfte genommen und haben dann diese Faltung da drauf gemacht. (zeigt) Und dann durften wir uns auch diesen Punkt hier markieren. Diesen Eckpunkt hier drauf und konnten dann sagen **(unverständlich)** oder war das noch zu früh? #00:22:05-4#

Benedikt: Ich glaube das der Moment wo der Dmitri meinte, ok, was ist eigentlich ein Dreieck? Ist das ein Dreieck, nur weil ich ihn dann sehe? Weil wenn ich es wieder auffalte ist keines mehr da. Wohingegen, wenn jetzt so mach (zeigt), wenn ich das hier mach (zeigt) , dann sehe ich mein gleichschenkliges Dreieck. Pass auf. Das ist immer die Frage: Was will man? Für mich ist Das eher ein gleichschenkliges Dreieck als wie wenn ich sowas dann mach (zeigt). Da sehe ich nur, solange es gefaltet ist, und wenn ichs auffalte ist es dann weg. #00:22:43-8#

Robert: Schon klar. Die Frage ist, ob ich den Punkt irgendwie erklären kann. Weil auch in der mathematischen Sicht, wo wirs dann später gemacht haben, als wir Punkt mit Gerade inzidieren lassen [**Benedikt: mhm (bejahend)**] ich meine da kommt als Ergebnis ein Schnittpunkt raus, egal wie das **(..)** Gerade und Punkt ist ja nichts anderes wie Spezialfall von unserem dem einen Axiom, zwei Punkte auf zwei Geraden. Das war ja das Axiom, auf das wir alles zurückgeführt haben. Das heißt im Endeffekt kann ich auch einen Punkt auf eine Gerade inzidieren, keine Ahnung, durch irgendeinen Falz **(..)** aber da kommt ja ein Schnittpunkt raus, ein gewisser Schnittpukt. Den muss es ja geben. #00:23:29-6#

Benedikt: Die Frage ist, was ist ein Punkt? Für mich ist ein Punkt Schnittpunkt von zwei Geraden. Wenn du die Faltung machst, habe ich hier eine Gerade (zeigt am Papier), hier eine Gerade, irgend **die haben keinen Schnittpunkt,** weil sie parallel sind, und den Punkt sehe ich ja nicht. Den sehe ich nur, wenn ich **(nicht wichtig)** #00:23:51-0#

Robert: Aber wenn ich doch **(..)** ich kann im Endeffekt diesen Punkt auf jeden Punkt auf der Geraden **(kurze Pause)** spiegeln. Das heißt der Punkt wo der hinfällt, der legt mir eindeutig meinen Falz fest bzw. mein Falz legt mir eindeutig den Punkt fest, also muss es ihn eigentlich geben. #00:24:08-5#

Benedikt: Ja das stimmt. #00:24:11-8#

Robert: Eigentlich müsste man **(kurze Pause)** kanns doch nicht so schwer sein dann**(kurze Pause)** oder was weiß ich #00:24:17-9#

Benedikt: Was ich hier dann mache (zeigt) noch eine senkrechte Gerade auf diese Gerade durch diesen Punkt und der legt mir den Punkt fest, weil das ist ein Schnittpunkt. **(...)** Ne, war das so gemeint? Ich glaub das war anders gemeint. [**Robert:** Ja doch, das ist schon so.] Nene, so war doch der Abstand, jetzt stimmt der nicht. **(...)** #00:24:44-0#

Robert: Hier senkrecht drauf, dann passt schon, oder? Das sind ja Tangente an die Parabel. #00:24:50-9#

Benedikt: Aber du kriegst doch immer nur **(..)** der Punkt hat den gleichen Abstand zur Parabel wie alle Punkte auf der Leitgeraden **(..)** ist es so? Also so hab ichs in Erinnerung. Also die Parabel ist der Ort aller Punkte, die von Brennpunkt und Leitgerade jeweils den gleichen Abstand haben. [**Interviewer:** Klingt plausibel.] Das heißt insbesondere wenn ich da drüben bin, (diskutieren an der Skizze) #00:25:44-3# wo wollten wir eigentlich hin? Was ein Punkt ist, glaube ich? #00:25:46-0#

Robert: Nein, wir wollten hin, ob wir einen Abstand einfach übertragen können. #00:25:53-0#

Interviewer: Vielleicht stelle ich diese Frage nochmal. Ihr redet von 1-fach-Origami und du hast von Grundfaltungen gesprochen. Vielleicht frage ich nochmal, was ist der Zusammenhang? Du sagst wir dürfen pro Schritt einen Falz erstellen, das hast du gesagt, und **(...)** vielleicht reden wir alle aneinander vorbei **(lacht)** was ist eigentlich deine Frage bei diesem Abstandübertragen? #00:26:24-6#

Robert: Meine Frage war, ob das **(kurze Pause)** ganz am Anfang haben wir das gemacht, dass wir irgendeinen Falz gebildet haben (zeigt) und wenn wir jetzt vom Eckpunkt ausgehen und uns diesen Punkt auf dem wir gefaltet haben markieren durften **(...)** also das war ziemlich am Anfang von dem Seminar. Deswegen weiß ich nicht, ob das immer noch mit diesem ganzen Zeug hier bzw. im

Fortgeschrittenen übereinstimmt. #00:26:54-3#

Interviewer: Ich weiß nicht, wie würdest du sagen? Würdest du das als eine Konstruktion zulassen? Redest du jetzt über 1-fach-Origami oder über irgendwas anderes bei dieser Konstruktion? #00:27:13-0#

Robert: Ja, das ist halt die Frage! Ob das 1-fach-Origami, weil im Endeffekt 1-fach-Origami haben wir gesagt, wir falten einmal, es entsteht genau ein Falz und kein Punkt **(lacht)** #00:27:25-9#

Benedikt: Deswegen würde ich sagen, weil ein Falz entsteht, können Punkte nur durch Schnittpunkte von zwei Falzen entstehen [**Robert:** ja, **(unverständlich)**] also außerdem ist für mich 1-fach-Origami nur Papier und Hände. Du hast kein **(nicht wichtig)** man kann keine Markierungen machen oder Markierungen nur als so eine Hilfe machen, so dass ich den Falz besser erkenne zum Beispiel. Oder den Punkt, den ich schon gefaltet habe, den möchte ich mir markieren. Aber allein so die Konstruktion für mich jetzt für mein Verständnis kein Stift zugelassen. Und deswegen habe ich ein Problem damit, dass du sagst den habe ich jetzt darüber gespiegelt. #00:28:13-0#

Robert: Jo. #00:28:17-5#

Interviewer: Lassen wir das, das führt vielleicht ein bisschen zu weit. Ich stelle die Frage: Hat sich die Art zu denken über Mathematik geändert, anders. Würdet ihr sagen, dass eure Art über Zirkel-und-Lineal-Konstruktionen zu denken, dass sie sich geändert hat. Während des Kurses oder nach dem Kurs? Wie würdet ihr das beurteilen? #00:28:39-7#

Robert: Geändert ist auch so eine Sache. Ich finde es hat sich nichts geändert, sondern man hat noch eine neue Perspektive gesehen. Genau so man hat jetzt eine neue Art von Geometrie zu betreiben gesehen, mit der man teilweise dasselbe machen kann, teilweise mehr. Teilweise auch Sachen, die schwieriger sind, ja. Aber es geht ja trotzdem. Das heißt man kann sich auch darauf einigen, dass man das im Schnellverfahren als Baukasten sich vorstellen kann. Aber an sich über Zirkel-und-Lineal geändert hat sich meiner Meinung nach nichts, nur es halt was dazugekommen. Dass man im Endeffekt alles noch anders machen könnte. #00:29:25-8#

Benedikt: Finde Zirkel-und-Lineal ist jetzt ein bisschen langweilig. Also weil, das ist natürlich was neues, mit Zirkel-und-Lineal haben wir schon ganz gemacht in der Schule. Man hat schon fast alles konstruiert, was so in sinnvoller Zeit noch geht. Und deswegen **(unverständlich)** kennt man schon alles. Und bei mir jetzt ist die Neugierde ein bisschen da, wie geht jetzt überhaupt alles? Weil wir bewiesen haben, dass Origami das Gleiche kann, was Zirkel-und-Lineal kann und noch mehr. Ist ein bisschen Neugier da, dass man alles ausprobieren möchte. Zum Beispiel eine Spiegelung. Wie ich sie mit Zirkel-und-Lineal mach – weiß ich. Aber wie gehts mit Origami? Es gibt noch ganz viele andere Faltungen bzw.

Konstruktionen, die man noch nicht als Faltung gemacht, aber mit Zirkel-und-Lineal plausibel sind. Und sich sowas zu überlegen. Ich finds interessant und Zirkel-und-Lineal, naja gut, **(..)** aber ich seh es immer noch als zwei verschiedene Dinge, auch wenns zwar das Gleiche kann, es ist irgendwie was anderes. **(...)** So hat sichs vielleicht geändert. #00:30:49-8#

Interviewer: Ihr habt über Axiomatisieren relativ schnell gesprochen. Dieses Wort ist relativ schnell gefallen. Wie seht ihr das? Warum macht man das überhaupt? Also wozu? Warum axiomatisiert man? Oder wer tut das überhaupt? #00:31:21-0#

Benedikt: Ich könnte mir vorstellen, dass man axiomatisiert, wenn man so eine Theorie hat und versucht Grundregeln zu finden, Axiome zu finden, damit man dann wieder axiomatisch arbeiten kann und sagen kann, jetzt versuche ich noch andere Sachen rauszufinden über die Theorie, die ich bisher noch nicht wusste. **(..)** Wie soll ich sagen, irgendwelche Dinge sieht man sofort ein oder sind aus den Erfahrungen da, irgendwelche Regeln oder wie auch immer oder vielleicht erreicht man dadurch, dass man sag ok jetzt bilde ich erstmal Axiome und dann baue aus diesen Axiomen die ganze Theorie neu auf und vielleicht erkenne ich dann noch andere Dinge. #00:32:17-5#

Interviewer: Wie würdest du das machen? Diese Axiome bilden? #00:32:22-0#

Benedikt: Ich sag jetzt einfach mal am Beispiel von Origami, so ähnlich wie wir es gemacht haben: Einfach überlegen, was gibts denn alles für **(kurze Pause)** darf ich wieder Grundfaltung nennen [**Interviewer:** Bitte!] Grundfaltungen – weil du vorher so darauf rumgeritten bist – welche Grundfaltungen gibt es alles, welche sind vielleicht äquivalent, wie wir auch teilweise gemacht haben und dann **(kurze Pause)** aus so einer kleinen Menge aus Grundfaltungen versuchen dann wieder Dinge herzuleiten, vielleicht Dinge, die es schon gibt. Oder wie mans, sagen wir mal, in Algebra macht, einfach so lange drauf starren, bis wieder was neues kommt. #00:33:08-5#

Interviewer: Vielleicht frage ich das nochmal: Du beschreibt, wenn ich das richtig verstehe, das, was passiert ist, wenn du schon diese Axiome hast. Du versuchst dann die Theorie neu zu interpretieren. #00:33:18-2#

Benedikt: Ja, auf die Axiome zu kommen, man muss sich erst mal überlegen, um dieses gleichseitige Dreieck zu falten (zeigt am Papier), was habe ich da alles gemacht? Was habe ich zuerst gemacht? Ich habe zuerst eine Mittelsenkrechte gefaltet von der Seite. Dann überlege ich mir, Mittelsenkrechten falten, was genau mache ich da? Ich falte eine Gerade, ne eigentlich falte ich die beiden Eckpunkte aufeinander, den einen auf den anderen Eckpunkt. Und dann kann ich mir sowas überlegen, ok, einen Punkt auf einen Punkt zu falten **(kurze Pause)** daraus bekomme ich die Mittelsenkrechte von der Verbindungsstrecke der zwei Punke, das ist vielleicht eine Grundfaltung, weil ich die bei ganz vielen anderen Sachen auch brauche. [**Interviewer:** Was heißt vielleicht? Also wie meinst du das mit vielleicht?] Ich glaube, das ist die Schwierigkeit, dass man **(..)** wenn man ganz viel gefaltet hat, dann komm ich meinetwegen drauf, dass ich ganz oft die Mittelsenkrechte benutzt habe, so als erste oder zweite Faltung und dann kann ich mir überlegen, ob die Mittelsenkrechte falten, also einen Punkt auf einen Punkt falten, vielleicht so eine Art Axiom ist, so eine Grundfaltung ist. #00:34:29-2#

Interviewer: Wie entscheidest du das dann? #00:34:31-7#

Benedikt: Ja! **(...)** Das finde ich ehrlich gesagt das Schwierigste und das ist mir auch nicht ganz klar, wie man sowas entscheidet. Wie entscheide ich, dass es wirklich so eine Grundfaltung ist? Wie entscheide ich zum Beispiel wie wir auch hatten, dass der Satz von Pythagoras ein Axiom ist oder vielleicht ist er auch gar keins. Vielleicht ist es aber auch mehr so – wie ichs eben haben will – wenn ich sage ok das ist jetzt meine Sichtweise, dann sag ich das ist meine Grundfaltung, weils mir einfach gefällt oder warum auch immer. Also vielleicht gibts auch gar keine Kriterien und je nachdem welche Grundfaltungen, welche Faltungen ich aufnehme, kriege ich dann was anderes raus. #00:35:16-5#

Interviewer: Wie siehst du das Robert? #00:35:16-7#

Robert: Ich hätts auch gesagt, man kanns machen wie man will. Axiome **(kurze Pause)** ist ja nur **(kurze Pause)** eine Festlegung bzw. wir haben mal eine Definition gehabt, weiß nicht von wem das war, dass Axiom halt nur das ist, was man momentan als unterstes Glied ansieht. Aber das heißt ja nicht, dass ich mir mein Axiom, was ich zum heutigen Zeitpunkt hab, vielleicht kommt jemand in zehn Jahren jemand, wo das in zwei **(kurze Pause)** Unteraxiome aufteilt. Dann schmeiße ich das obere raus und nehme die zwei unteren dazu wieder. Wenn ich mir da draus wieder das selbe beweisen kann oder herleiten kann oder vielleicht gibts dann **(kurze Pause)** ne die Theorie muss schon **(kurze Pause)** bleiben. #00:36:05-6#

Interviewer: Verstehe ich das richtig: Ihr sagt, man kann Axiome aufstellen und **(kurze Pause)** also ich stelle meine Axiome auf und du stellst deine Axiome auf und du stellst deine eigenen Axiome auf. #00:36:15-0#

Robert: Ja genau, solange sie auf Selbe rauslaufen. Ist halt einfach ein anderes Axiomensystem. #00:36:19-0#

Benedikt: Oder vielleicht solange sie sinnvoll sind oder von ganz vielen Leuten als sinnvoll angesehen werden und dann kann man auch sinnvolle Sachen machen #00:36:28-4#

Interviewer: Ein schwieriges Wort »sinnvoll«. Was heißt denn »sinnvoll«? Oder wer würde dann überhaupt entscheiden? #00:36:33-1#

Benedikt: Naja, zum Beispiel **(kurze Pause)** ich überleg mir ja, jetzt meine Theorie, welche Axiome nehme ich her. Welche Faltungen nehme ich als Axiome als Grundfaltungen her? Und ich habe mir wahrscheinlich dabei was gedacht. Vielleicht, vielleicht auch nicht. Aber wenn ich mir was dabei gedacht habe, dann ist es ja, weil ich damit zum Beispiel ganz viele von meinen komplizierten Faltungen beweisen kann oder zusammenbauen kann. Vielleicht ist es schlecht, Axiome nur zu nehmen, weil sie schön aussehen. Die sollen vielleicht auch einem Zweck dienen. #00:37:12-7#

Interviewer: Ich verstehe das grade auch nicht. Also wer sollte dann entscheiden, was sinnvoll ist? Ich meine, Robert, du sagst auch, jeder kann sich seine Axiome so aufstellen, solang das passt. Kannst du das vielleicht ein bisschen anders beschreiben oder genauer beschreiben, mir ist nicht klar: Was bedeutet »passt«? #00:37:28-1#

Robert: Naja, dass es übersichtlich ist, keine Ahnung. Wir hatten ja mal diese drei Richtlinien, dass es vollständig ist, also dass man im Endeffekt die ganze Theorie damit beschrieben wird; dass sie möglichst unabhängig voneinander sind, also dass ich nicht drei Mal dasselbe Axiom habe, bloß in unterschiedlicher Schreibweise; und dass es halt am besten wenige sind. Ich meine **(kurze Pause)** das mit den wenigen, klar, ich meine, wenn ich 30000 Axiome hab, dann werde ich auch irgendwann die Geometrie beschreiben können, aber da blickt keiner mehr durch, das macht ja keinen Sinn. Ich muss das schon auf so möglichst **(kurze Pause)** eine Grundanleitung sein, was darf ich alles machen. Und die muss übersichtlich sein, wenn ich in die Anleitung schon alles reinschreibe **(kurze Pause)** dann brauche ich sie nicht, weil dann #00:38:18-7#

Benedikt: Vielleicht war das Wort »sinnvoll« an der Stelle ein bisschen falsch oder bisschen unglücklich gewählt [**Robert:** Sinnvoll ist Ansichtssache] ja. Sicherlich Ansichtssache. Es kommt drauf an, was ich damit machen will. Wenn ich nur für mich irgendwas beschreiben will, dann reichts, wenn ich die Axiome für sinnvoll erachte, aus welchen Gründen auch immer. Aber wenn ich möchte, dass möglichst viele damit irgendwas anstellen oder das verstehen dadurch, dann sollte ich vielleicht die Axiome so zusammenbauen, zusammensuchen, dass da möglichst viele Menschen, möglichst leicht mit zurecht kommen. Oder meine Denkweise nachvollziehen oder auf meine Theorie kommen. Vielleicht kommts drauf an, was ich damit anstellen will. #00:39:10-0#

Interviewer: Ja, eine schwierige Frage. Wer oder wie soll man das festlegen? **(...)** [**Robert:** Was? Was man für Axiome nimmt?] Zum Beispiel. Oder wer sollte entscheiden, dass es besonders leicht für die anderen ist oder besonders nachvollziehbar ist. Das, was Benedikt sagt, dass andere Menschen damit arbeiten können. #00:39:30-8#

Robert: Naja, der der sein System aufstellt, oder? Ich meine, das muss man nach Abnehmer dann anpassen. Wenn ich das in der Schule mache, dann sollte ich nicht bei komplett Null anfangen, sondern halt [**Benedikt:** an Vorwissen anknüpfen.] Genau! Da, wo die halt mit dem Wissenstand sind. Ich meine, wenn die keinen Dunst von Pythagoras haben, dann soll ich vielleicht Pythagoras nicht als **(kurze Pause)** Axiom nehmen **(lacht)** #00:39:50-8#

Interviewer: Ja, wie soll mans dann machen? #00:39:53-0#

Robert: Ja, ein Schritt drunter halt. Vielleicht den Pythagoras beweisen erst oder einen Schritt **(kurze Pause)** keine Ahnung **(kurze Pause)** da wo die halt mit dem Wissensstand sind. Oder bzw. je nach dem wie viel Zeit man auch hat, um auf Originalaxiomatik zu kommen. #00:40:10-0#

Interviewer: Vielleicht frag ich das ein bisschen konkreter. Also irgendwo muss man ja anfangen wahrscheinlich. Du sagst ok mit Pythagoras sollte man nicht anfangen, also als Axiom zu nehmen; vielleicht sollte man das beweisen. Wie beweist man das dann? Wie würdest du in der Schule vorgehen? Bald wirst du ja auch unterrichten, wie würdest du das dann machen? #00:40:43-7#

Robert: Den Pythagoras? [**Interviewer:** Zum Beispiel, ja] Muss ich halt den Beweis von Pythagoras anschauen, dass es wirklich so ist und dann schaut man ok vielleicht ist in dem Beweis kleinere sinnvollere oder verständnisvollere Bausteine, mit den ich mir einerseits den Pythagoras beweise und erkläre, andererseits kann ich die aber auch vielleicht benutzen, um andere Wege zu gehen, andere Sachen schon damit anzustellen. #00:41:10-4#

Interviewer: Wie siehst du das? #00:41:13-2#

Benedikt: Ich bin im Prinzip auch der Meinung, man sollte halt gucken, wo **(..)** wenn wir jetzt in der Schule bleiben, wo die Schulklasse grad steht, zum Beispiel was haben die letztes Schuljahr schon gelernt, haben sie zum Beispiel gelernt wie ich die Fläche von einem Quadrat berechnen kann und dann kann ich darüber machen, sag ich ok, ich kann Quadrate bilden mit den Seitenlängen und so in der Art den Beweis führen zum Beispiel, also schon auf bekannte Sachen zurückgreifen. **(...)** Und dann sieht man irgendwann ein, ok oder sieht durch den Beweis ok scheint wohl so zu sein und dann kann der Lehrer ja verkünden, ok das nehmen wir als neues Axiom, als Grundannahme an und bauen darauf die anderen Geschichten auf, den Kathetensatz folgt daraus oder so ähnlich, wie auch immer. So kann ich irgendwie weitermachen. #00:42:04-5#

Robert: Als neues Axiom würde ichs aber nicht annehmen. Also wenn ich den Pythagoras von unten herauf von meinen ursprünglichen Axiomen bewiesen hab, dann bleibe die ja die Axiome. Der Pythagoras ist dann ein Satz oder ein Zwischenschritt oder keine Ahnung zwischendrin, aus dem ich mir dann weiter beweisen kann. Aber die Axiome bleibt ja der unterste Baustein. Meiner Meinung nach, oder? [**Benedikt:** ja] Man kann, im Axiomatisieren, wenn man von oben kommt, sagen, ok, man geht Satz für Satz zurück oder von irgendwelchen Tatsachen, die ich weiß, gehe ich zurück und sag dann ok, das kann ich mir alles aus dem Pythagoras herleiten, das heißt ich nehme meinen Pythagoras als unterstes Baustein und dementsprechend ist das mein Axiom. Oder ich gehe noch ein Schritt tiefer und sage, den Pythagoras kann ich mir wieder aus der, der und der Eigenschaft herleiten, das heißt ich nehme das als Axiome. Aber andersrum gehts, finde ich, nicht. Wenn ich schon die untersten Axiome habe und gehe dann Level nach oben, dann kann ich nicht sagen, ok, jetzt habe ich mir dadraus was bewiesen, ich nehme das jetzt einfach als Axiom. Also ich würde schon das unterste nehmen. Weil aus denen kann man ja sich nicht nur den Pythagoras beweisen, sondern auch irgendwie andersrum. #00:43:15-0#

Benedikt: Ich glaube so habe ichs auch nicht gemeint, dass man quasi den Pythagoras als unterstes wieder hernimmt, sondern dass man den Pythagoras wieder einführt und sagt ok, jetzt haben wir den als Satz und kann dann damit weitermachen. Dass ich nicht wieder mit den untersten Axiomen anfangen muss. Weil ich glaube, irgendwann wirds zu mühseelig, wenn ich alles aus meinen Axiomen herleiten #00:43:35-5#

Robert: Jaja klar, aber das ist ja die Reihenfolge. Ich meine, in der Mathematikvorlesung da beweise ich mir irgendwas auch aus Satz 16.1 beweis ich mir als den nächsten Satz, aber der Satz 16.1 weiß ich ja, dass er irgendwann direkt auf meine Axiome zurückkommt. Das heißt im Endeffekt kommt der nächste Satz, den ich mir aus diesem Satz beweise, wieder indirekt aus meinen Axiomen. #00:43:58-2#

Interviewer: Wie würdest du das sagen: Du sagst diese Axiome bleiben die unterste Schicht sozusagen, die untersten Bausteine. Woher sollen die kommen? #00:44:08-3#

Robert: Die legt man sich fest! Man hat, man hat (nimmt ein Blatt Papier) ich weiß auch nicht, ich stelle mir das immer so vor, man hat irgendwelche Eigenschaften, die einen sind ein bisschen komplizierter, die liegen auf höheren Ebenen; die anderen ein bisschen niedriger und im Endeffekt bildet das meine ganze Theorie. Und jetzt, keine Ahnung, ich kann mir immer von unten nach oben, kann ich mir das beweisen, aus den beiden Eigenschaften beweise ich wieder die nächste Eigenschaft. Man geht jetzt im Endeffekt einen Schritt rückwärts, dass man sagt, ok, kann ich das nochmal in Grundbausteine zerlegen. Entweder ich finde was, dann sage ich ok, ich habe hier zwei Sachen, aus denen beweise das, sind das meine untersten Bausteine. Das heißt, keine Ahnung, wenn das so aufgebaut ist, dann könnte ich mir diese hier als Axiome wählen, als temporäre Axiome. Wenn ich mir nochmal eine Eigenschaft weiter zerkleinern kann, dann #00:45:05-3#

Interviewer: Das verstehe ich nicht ganz. Das, was du beschreibst, du versuchst deine Theoreme oder deine Sätze irgendwie zu zerlegen in Axiome, das verstehe ich. Und gleichzeitig sagst du, diese Axiome legt man sich vorher fest. Also in diesem Prozess legst du ja keine Axiome fest, du versuchst die zu finden. Gleichzeitig sagst du, die muss man sich festlegen. Für mich ist das ein bisschen widersprüchlich. Wie siehst du das? #00:45:33-9#

Robert: Widersprüchlich vielleicht. Man weiß ja im Endeffekt nicht, was Axiome sind.

Also man hat eine Theorie und Axiome sind, meiner Meinung nach, oder sind das oder eine Gruppe an Bausteinen, aus der ich mir die komplette Theorie herleiten kann. Aber wie ich die wähle ist im Endeffekt wurscht. Hauptsache, das ganze Ding ist vollständig. Das heißt, dass ich alles damit beschreibe. Und damit ich natürlich, ja, ich bin immer der Ansicht, dass man, wenn mans richtig macht, sollte man die niedersten Bausteine nehmen, also die einfachsten und die in der Reihenfolge ganz unten stehen. #00:46:11-9#

Interviewer: Wie findet man die? #00:46:13-9#

Robert: Durch Ausprobieren. Dadurch, dass sich irgendwann so ein System ergibt, aus gewissen Sachen leite ich mir das nächste her, dann weiß ich, ja ok, dass was ich mir hergelitten habe, ist nicht das unterste, das heißt ich muss mir die ersten Bausteine anschauen und schauen kann ich mir die doch mal zerlegen. #00:46:32-0#

Interviewer: Jetzt will ich gezielter nachfragen: Meinst du das auf die Uni bezogen oder auf die Schule bezogen? Also das, was du beschreibst, dass, was man tun? #00:46:40-9#

Robert: Auf alles! [**Interviewer:** Auf alles, **mhm (bejahend)**] Man hat immer ein System mit gewissen Bausteinen und versucht, keine Ahnung, Legoklötzchen oder so. #00:46:51-4#

Interviewer: Vielleicht frage ich noch gezielter: Wenn du in der euklidischen Geometrie – ein Standardthema in der Schule – wenn darüber irgendwas beweisen willst, wie würdest du das da machen? Wie würdest du das sehen mit diesen Axiomen und Beweisen, Formalisieren oder so was? Wie muss man das machen oder wie würdest du das machen? #00:47:15-6#

Robert: Puh. **(...)** Keine Ahnung, man bräuchte die Axiome, wenn man, dann braucht man die Axiome immer**(unverständlich)** aber es gibt auch immer Schritte **(..)** was gibt's denn von der**(unverständlich)** euklidischen **(...)** #00:47:33-1#

Benedikt: Also ich glaube, vielleicht ist das auch, worauf du hinaus willst (zu Robert), man muss, vor allem bei so was anschaulichem wie Geometrie, einfach von ein paar Fakten ausgehen. Zum Beispiel muss man davon ausgehen, dass jeder ungefähr schon weiß, was ein Punkt ist, vielleicht. Um drauf dann aufzubauen. Oder, wenn man in die Zahlen geht, jeder kann zählen, wenn aus dem Kindergarten kommt, oder zumindest aus der Grundschule. Und dass Zahlen irgendwelche Mengen repräsentiert, kann vielleicht keiner so sagen, aber das ist uns intuitiv klar. Und vielleicht sollte man quasi **(kurze Pause)** der Grundbaustein oder die Grundbausteine, aus den die Axiome bestehen, sind vielleicht wirklich so ein paar Grundannahmen, die man einfach festlegen muss. Die sieht in der Regel jeder ein oder ja, wie soll ich sagen? Also ich glaube jeder Schüler und jeder Grundschüler hätte eine Antwort drauf, wenn man ihn fragt, was ist ein Punkt? Das heißt jeder hat schon ungefähr eine Vorstellung, was ein Punkt ist.

#00:48:41-6#

Robert: Ja, aber der Punkt gehört ja nicht zu Axiomen. Der Punkt ist ein Objekt, das ich dann in die Axiomatik reinschmeiße. #00:48:51-9#

Benedikt: Naja, ich baue meine Axiome aus solchen Dingen zusammen. So was wie ein Punkt oder dazwischen#00:48:58-1#

Robert: Aber ein Axiomensystem ist doch **(kurze Pause)** die Relationen zwischen den Bausteinen. [**Benedikt:** ja] Also die Eigenschaften, das sind dann Aussagen, die dann entweder: Schmeiße ich Punkte darein – sind sie erfüllt, schmeiße ich **(kurze Pause)** Kaffeetassen da rein – ist sie vielleicht nicht erfüllt. Das ist ja nur Relationen und Aussagen, die halt wahr oder falsch sein können, je nach dem, was ich als Material, als Objekte da rein gebe. #00:49:26-4#

Benedikt: Ja, aber ich muss mir ers tmal, was sind diese Grundbausteine oder diese Begriffe, die ich **(kurze Pause)** dann kann ich vielleicht so was erst machen, dass ich meine Theorie soweit zerlege, dass ich nur noch Relationen zwischen solchen Begriffen habe, die ich mir vorher überlegt habe, also zum Beispiel: Jeder weiß, was ein Punkt ist oder so und dann #00:49:46-2#

Robert: Aber **(kurze Pause)** also ich habe das so verstanden, als wir da diese allgemeinen Axiome mal gesehen haben, dass es dann im Endeffekt wurscht ist, was ich rein gebe oder? Dass ich Geraden auch oder **(kurze Pause)** Hauptsache man hat zwei unterschiedliche Sachen [**Benedikt:** ja] also die eine Menge und die andere Menge, die dann immer wieder verknüpft werden, aber was der Punkt und was die Gerade genau ist, ist im Endeffekt wurscht. #00:50:15-5#

Benedikt: Ja gut. Aber wenn wir auf die Schule zu sprechen kommen, aus meiner Sicht, muss ich mir einfach das vorher überlegen, muss das festlegen, sagen, ok, was ein Punkt ist, weiß jeder, und was eine Gerade ist, weiß irgendwie jeder. Und dann kann ich anfangen und dann kann ich zerlegen. Also ich muss für die Schule auf jeden Fall das Zeug vorher festlegen. #00:50:35-6#

Interviewer: Vielleicht klingt das ein bisschen ketzerisch. Was ist denn ein Punkt dann? Also vielleicht haben wir nicht dieselbe Vorstellung davon. Wie würdest du das sagen? Ich meine, das ist eine interessante Behauptung: Jeder hat eine Vorstellung davon, was ein Punkt ist. #00:50:52-8#

Benedikt: Also ich gehe jetzt ganz naiv her, wenn ich **(kurze Pause)** zum Beispiel meinen kleinen Cousin fragen würde, Grundschule, der würde mir sowas malen. (malt) Ein Punkt. Ich würde sagen, je nach dem, was wir **(...)** um was es dann später geht, ein Punkt ist zum Beispiel ein Ort im Raum oder ein Ort auf der Ebene. Oder ein Punkt ist Element aus R^2, wenn man so will. Oder ein Punkt ist ein nulldimensionales Unterraum oder eindimensionaler Unterraum, wenn ich in der projektiven Geometrie bin. Also je nach dem, über was ich später sprechen möchte. Und wenn ich zum Beispiel über eine Punktspiegelung sprechen möchte in der Schule, dann kann ich einen Punkt, dann würde ich sagen, dass diese Vorstellung, dass ein Punkt so eine Art Fleck, so ein Klecks oder so ein **(kurze Pause)** ja ein Ort irgendwo auf der Tafel, aufm Papier ist, den ich mir wegen mir mit einem Stift markieren kann. Und diesen Ort möchte ich irgendwie an einer Geraden spiegeln, zum Beispiel. **(..)** Also vielleicht kommts wirklich drauf an, über was ich sprechen möchte, aber wenn es so um Geometrie geht, zum Beispiel Spiegelung, dann **(..)** würde mir so was genügen. #00:52:16-9#

Robert: Ja, aber das ist wieder der Unterschied. Also Punkt kann ich mir erst erklären, wenn ich dann weiß, über was ich rede. Und Axiomatik **(kurze Pause)** oder das Axiomensystem, das steht ja da einfach so im Raum. #00:52:30-8#

Benedikt: Ja, es ist jetzt die Frage. Sprechen wir über die Schule oder sprechen wir allgemein über **(kurze Pause)** #00:52:36-4#

Robert: Ja allgemein! Schule ist ja im Endeffekt wieder nur ein Spezialfall von der Allgemeinheit. Also weil Schule ist im Endeffekt nur eine entschärfte Version der Allgemeinheit, meiner Meinung nach. Da fange ich nicht ganz unten an, sondern dann nehme ich irgendwie am besten so ein Axiomensystem, das möglichst anschaulich ist, das recht einfach verständlich ist, ohne jetzt ins tiefste Detail zu gehen, sondern man sagt, ok, das da passt. [**Benedikt:** Und intuitiv?] Genau. Also dass es jeder versteht, dass es Kinder verstehen können. Und Mathematiker natürlich, der wird wahrscheinlich mehr Wert drauf legen, das bis ins kleinste Detail irgendwann mal zu erklären, aber **(kurze Pause)** das ist halt die Frage; das ist die Frage, was man will. Deswegen ja auch, was ich vorhin gesagt habe, was die Axiome im Endeffekt sind, ist wurscht, das kann man sich selber wählen oder **(kurze Pause)** für seinen Gebrauch wählen oder keine Ahnung. #00:53:24-8#

Interviewer: Wie würdet ihr das sagen, wenn wir schon in der Schule sind: Hattet ihr irgendwie in der Schule mit Axiomen irgendwas zu tun oder? #00:53:33-3#

Robert: Ja, mal gehört. Aber in der Schule habe ich davon **(kurze Pause)** ist mir das nie so klar geworden, dass im Endeffekt Axiome **(kurze Pause)** klar man hat irgendwie gewusst, das sind die Grundbauregeln, aber was man in der Schule, **(kurze Pause)** mir ist damals so gegangen, dass ich die ganzen Beweise und so, was man da gemacht hat, habe ich nie so richtig durchgestiegen. Sondern im Endeffekt hat man das ja nur am Rand gemacht, man hat dann irgendwas bewiesen, aber im Endeffekt hat man doch ganz normal nur rumgerechnet [**Benedikt:** ja] oder bzw. auf die Schulaufgabe habe ich nur die ganze Rechnerei gelernt, das heißt das ist alles dann wieder verschwunden, aber Axiome habe ich schon mal gehört, also ich habe in der Stochastik diese komischen Kolmogoroff, kann ich mich dran erinnern [**Benedikt:** ach so, ja, ok, das kann schon sein, dass wir da was gemacht haben, aber so richtig an so Beweise oder Axiome kann ich mich jetzt gar nicht erinnern an der Schulzeit.] #00:54:22-9#

Benedikt: Wir haben halt irgendwie gerechnet, es gab Rechenregeln, so was wie das Distributivgesetz, es mag in verschiedenen Strukturen ein Axiom sein, aber wir das einfach als Rechengesetz kennengelernt, ok. #00:54:33-7#

Interviewer: Wie würdet ihr das sagen: Welche Rolle SOllen dann überhaupt Axiome in der Schule spielen? Bleiben wir kurz in der Schule. #00:54:41-4#

Benedikt: Die Frage ist, wo will man hin mit den Schülern. Und wenn ich sage, ich sag das jetzt mal pragmatisch, ich möchte sie einfach ausbilden, dass sie in der Welt zurecht kommen, dass sie eine ungefähre Ahnung haben, wie man so die alltäglichen Rechnungen durchführt, was weiß ich, ich möchte irgendwas einkaufen, dann steht da Rabatt und ich muss Prozent rechnen können und ich muss Bruchteile berechnen können. Und solche Geschichten. Da gehts eigentlich ganz stur darum irgendwas zu rechnen und dann brauche ich keine Axiome [**Interviewer:** Und wenn wir in der Geometrie sind? Wie ist es dann? Mir gehts vorrangig um Geometrie.] #00:55:22-6#

Robert: Ja keine Ahnung, so eine richtige Axiomatik **(kurze Pause)** so eine recht detaillierte finde ich nicht so wichtig, aber ich finde, man soll sich, bevor man mit Geometrie anfängt, so Grundbausteine, was man machen darf. Ich meine, zum Beispiel, mit Zirkel und Lineal Konstruktionen da macht man sich auch so eine Art Axiomatik, das heißt ich darf Geraden zeichnen, ich darf mir Punkte zeichnen, ich darf **(kurze Pause)** Kreise zeichnen. **(kurze Pause)** Das ist im Endeffekt auch nichts anderes wie alles was ich später mal mache, ich kann mir dann erklären, ich kann mir ein rechtwinkliges Dreieck konstruieren, und das kann ich aber alles wieder auf meine drei Grundbausteine auf meine theoretischen Axiome zurückführen. So was würde ich schon machen. #00:56:09-3#

Benedikt: So wie du es sagst, finde ichs ehrlich gesagt auch sinnvoll, dass ich in der Geometrie, grade wenn es um Konstruktionen geht, einfach diese Grundregeln, diesen Rahmen besprechen muss, ok, was darf ich überhaupt machen? Ich darf zum Beispiel für Konstruktionen **(kurze Pause)** nicht die Markierung vom Lineal benutzen. Oder solche Geschichten. #00:56:30-8#

Robert: Manche Klassen dürfen Winkeln, müssen auch nicht konstruieren, sondern die haben ein Axiom: ich darf mein Geodreieck benutzen. Zum Beispiel, also das würde ich schon sozusagen aufbauen. Was sind meine Grundregeln, das würde ich als Axiomatik irgendwie festlegen. #00:56:48-2#

Benedikt: Also ich glaube, wenn nur auf die Geometrie schauen, ist das schwierig ohne Axiome das aufbauen. Ich meine, was kennt man so aus dem Alltag in Geometrie? Man kennt verschiedene Formen: Vielleicht was ist ein Würfel, Quader und so weiter, was ist ein Dreieck. Aber man macht sich keine mathematischen Gedanken, so was wie: Was ist die Winkelsumme in einem Dreieck? Ich glaube, wenn das keiner in der Schule durchnehmen würde, würds vielleicht keinen interessieren. Ich glaube, dass der Knackpunkt, warum man Axiome braucht, ist, dass nicht nur besprechen möchte, ok, Dreieck ist was anderes als Viereck, sondern man möchte Dreiecke untersuchen: Was gibts für Dreiecke? Was gibts da für Gesetzmäßigkeiten? Wie die Winkelsumme **(kurze**

Pause) und dafür wird diese mathematische Theorie, die man damit machen will, braucht man vielleicht schon die Axiome. Also wenn ich richtige Mathematik machen möchte und nicht einfach nur: **sag den** Unterschied zwischen Dreieck und Viereck oder so. #00:57:53-6#

Interviewer: Wie würdet ihr sagen: Welche Probleme können Schülerinnen und Schüler haben mit Axiomen? Du sagst du hast Axiome schon in der Schule gesehen, du sagst vielleicht auch so ein bisschen, mehr oder weniger. Trotzdem sagt ihr gleichzeitig, man könnte sich schon dann in der Schule auf so gewisse Bausteine, Axiome festlegen, es ist irgendwie komisch. Ihr sagt: sollte man machen, andererseits sagt ihr, haben wir nicht wirklich gemacht. #00:58:41-1#

Benedikt: Wir habens nicht so benannt glaube ich bzw. wir habens als Schüler nicht gemerkt, dass es so was größeres dahintersteckt. Wir haben irgendwie gedacht, ok, das sind so Regeln, das ist halt so, Punkt. Wo vielleicht das Problem liegen könnte, ist dass Schüler manchmal gar nicht die Notwendigkeit sehen von Axiomen oder so was wie **(kurze Pause)** ich darf nur Zirkel und Lineal benutzen und Lineal ohne die Markierungen. Und dann sich jeder, hä warum, wenn da 10 cm drauf steht, warum soll ich da, um die Strecke zu halbieren nicht einfach bis zu 5 nur zeichnen oder so. #00:59:18-2#

Interviewer: Kannst du dieses Problem verstehen? #00:59:19-7#

Benedikt: Ja. Ich kann schon verstehen und zwar **(kurze Pause)** wenn jemand keine Freude an Mathematik hat oder einfach diese **(..)** vielleicht ist es auch so eine andere Art zu denken, sozusagen, ok, Problem ist doch gelöst, Strecke halbiert. Ich messe und dann mache ich einfach nur die Hälfte. Aber dass man sich vielleicht über solche Sachen wie Genauigkeit keine Gedanken macht oder Exaktheit. Ich sage: ok, ich sehen die Strecke ist 10 cm lang und bis zu 5 und dann ist es **(kurze Pause)** habe ich die Hälfte gemalt. Aber dann habe ich nur nach Augenmaß so die Hälfte gemalt. Also ich weiß grad nicht wie ichs formulieren soll, ich kann mir vorstellen, dass es viele nicht einsehen, warum man das genauer konstruieren sollte, wenns doch genau genug mit Augenmaß und mit Lineal geht. #01:00:11-7#

Interviewer: Wie würdest du dieses Problem lösen? Stell dir vor, du stehst vor der Klasse und die sagen dir genau das, was du jetzt beschreibst, ich habe doch halbiert. Siehst du das dann als ein Problem oder wie würdest du damit umgehen? #01:00:25-1#

Benedikt: Das finde ich bei der Nachhilfe schon auch immer schwierig. Das kommt durchaus vor diese **(kurze Pause)** öfters mal diese Situation. Dass jemand sagt so, warum soll ich das anders machen, geht doch so genau so. #01:00:39-2#

Robert: Ich finde man muss immer versuchen nahezulegen warUM. **(..)** Es ist wie mit allem anderen: Man muss ja **(kurze Pause)** im ganzen Leben gibts Hilfsmittel für alles mögliche, aber irgendjemand hat sich ja dieses Hilfsmittel erstmal bauen müssen. Und so ist es beim Lineal auch oder so ähnlich. Also bevor ich irgendwas hab, womit ich Längen messen konnte, muss ich die mir erst mal konstruieren vielleicht. **(kurze Pause)** Das ist immer dasselbe: Warum soll man noch Kopfrechnen lernen, wenn es doch Taschenrechner gibt? Warum soll ich **(kurze Pause)** [**Interviewer:** Ja, wie siehst du das?] Ja damit, falls der Taschenrechner kaputt ist, irgendjemand gibt, der den neuen bauen kann. Ne, Schmarrn, aber **(kurze Pause)** #01:01:22-1#

Benedikt: Außerdem symbolisch rechnen können die meisten Taschenrechner nicht. #01:01:25-6#

Robert: Warum lerne ich überhaupt noch Taschenrechner, soll doch jeder Laptop gehen. Das ist wieder der nächste Schritt. Das ist in 10 Jahren nochmal krasser: Muss ich gar nichts mehr lernen, da rede ich mit Siri. #01:01:41-5#

Interviewer: Ja, aber wenn ich das so fragen würde: Irgendjemand hat diese Axiome gefunden, das ist so eine Autoritätsperson, der vertraue ich; wird schon eine bessere Mathematikerin oder Mathematiker sein. Es ist doch auch von der selben Sorte das Problem. Wenn ich dann sage, naja, die Axiome sind schon in Ordnung, passt schon. Ich habe das Gefühl, dass ihr sagt: Ok, diese Axiome muss man irgendwie festlegen oder vielleicht sich überlegen oder wie? #01:02:16-2#

Robert: Das ist so ein Gesamtkonzept. Ich meine, Mathematik basiert da drauf, dass ich mir aus irgendwelchen Aussagen neue beweise oder zeige oder neues herleite. Und wenn ich das nie mache, sondern einfach sage ok ja, das System hat schon irgendjemand gemacht, passt so, dann lerne ich das ja nicht. [**Interviewer:** Was genau lernst du nicht?] Sich aus irgendwelchen anderen Aussagen irgendwas neues zu erklären. Wenn ich sage ok, die Geometrie, die passt, fange ich in der siebten Klasse Geometrie bei ganz oben an, da wo noch niemand was gemacht hat – macht keinen Sinn. Da checken die ja gar nichts. **(kurze Pause)** Weißt du was ich meine? #01:02:55-2#

Interviewer: Ne, nicht ganz. Kannst du das genauer erklären? #01:02:58-2#

Robert: Die ganze mathematische Arbeitsweise. Dass man gewisse Aussagen hat und sich aus den neue Eigenschaften erklärt. Das macht man ja am besten mit einfachen Sachen, also ganz am Anfang. Das heißt, ja, ich habe zwei Punkte und darf dann eine Gerade durchziehen. Ich habe zwei Geraden und kriege dann Winkel und so weiter. Mit den einfachen Dingen. Und nicht, keine Ahnung, Hochkomplexes, da wo der Wissensstand der Menschheit zur Zeit ist, und sag, naja, alles andere hat schon irgendjemand gemacht, das heißt ich fange jetzt an bei **(kurze Pause)** ganz oben an. Da wo die aktuelle Forschung ist. Dieses ganze Problemlösen **(kurze Pause)** Mathematikunterricht ist finde ich auch so allgemein bildungstechnisch recht wichtiger Aspekt zum Problemlösen, weil man einfach oft Probleme hingeschmissen kriegt und sagt, pack mal deinen Wissensschatz aus und mach irgendwas. Nicht so, wer war der Kaiser von China im Jahr 1900 irgendwas, sondern – mach mal. Und das, finde ich, muss man erst mal lernen! Dass man erst mal weiß, ok, ich habe jetzt gewisse Grundaussagen, aus denen kann ich mir neue basteln, aus den kann ich mir wieder neue basteln. So eine Art Rätsellösen. Und ich finde, dass es schon in allen Bereichen, nicht nur Geometrie, sondern insgesamt **(kurze Pause)** und das ist nichts anderes wie Axiomatik – aus gewissen Grundbausteinen irgendwoher sich holen **(kurze Pause)** weiß auch nicht, kann ich selber schwer erklären, was ich damit meine. #01:04:40-8#

Benedikt: Kannst du nochmal die Frage formulieren? Die du vorher gestellt hast, kurz vorher, weil ich bin nicht ganz sicher ob ichs genau verstanden habe, was du wissen wolltest. Worauf du hinaus wolltest. Du sagtest irgendwie, ja, die Axiome hat jemand gefunden und dann? #01:04:56-5#

Interviewer: Ich habe euch zugehört und ihr meintet, naja, dieses Problem, wenn ich sage, irgendjemand hat die Markierungen aufs Lineal angebracht und die werden schon stimmen. Das ist ja auch das Problem mit den Taschenrechnern oder mit **(kurze Pause)** warum muss ich selber Kopfrechnen, wenn ich einen Taschenrechner fragen kann. Für mich ist das eine Autoritätsperson, der Computer wird weniger Fehler machen, als ich, würde ich jetzt sagen können. Und so könnte man vielleicht in der Geometrie argumentieren, dass wir sagen, diese Axiome oder wichtige Sätze hat schon jemand gefunden, bewiesen, wir vertrauen ihm, warum müssen wir uns überhaupt den Stress machen und das alles nochmal machen? #01:05:35-7#

Benedikt: Jetzt nochmal auf die Situation zurückzukommen, wenn jetzt jemand sagt, warum muss ich das unbedingt konstruieren den Mittelpunkt der Strecke und kann nicht einfach Lineal hernehmen, was ich dann oftmals sage, ist **(..)** jetzt sage ich dir diese Strecke ist gegeben und du kannst die Länge nicht genau messen oder irgendwie und du musst irgendwas finden oder ich sage es ist die Strecke gegeben, die ein bisschen über die Markierung hinausgeht, also vielleicht muss man dann so das Hilfsmittel umgehen, um das dem Schüler trotzdem nahe zu bringen. Und warum sollte man das können? Um die Hintergründe dahinter zu verstehen. Ich mache jetzt auch keinen Geschichtsunterricht, einfach nur dass ich weiß, wie die Geschichte abgelaufen ist, also natürlich deswegen auch, aber man soll ja wenn möglich was draus lernen. So ist das doch immer. Es geht ja in der Schule **(kurze Pause)** sollte nicht nur um Faktenwissen gehen, sondern dass man daraus was lernt, dass man sich über Dinge Gedanken macht, dass man nicht alles ungefragt hinnimmt. **(..)** Das ist vielleicht ähnlich zu dem, was du gesagt hast, das bereitet vielleicht auf andere Lebensbereiche oder Fächer vor, dass man Sachen nicht einfach so hinnimmt, sondern dass man die auch angeht und dass man auch lernt, wie man Probleme löst. Oder bei der Mathematik zu bleiben, dass man vielleicht ein bisschen nachvollziehen kann, ok, irgendjemand muss ja angefangen haben damit. Der erste Mensch, der sich das überlegt hat, der hatte ja niemanden, den er fragen konnte, der hatte keinen Taschenrechner und der musste ja quasi, sich überlegen, wie komme ich da drauf. #01:07:22-4#

Interviewer: Ich will vielleicht trotzdem auf die Frage von vorhin zurückkommen: Wie würdet ihr sagen: Wir reden schon die ganze Zeit darüber, aber mir ist es nicht ganz klar: Welche Probleme könnten Schüler oder welche Probleme haben Schüler in der Schule mit Axiomen? Wie würdet ihr das sagen? Also du sagst, Benedikt, die verstehen vielleicht, [**Benedikt:** Die sehen keine Notwendigkeit] Genau, das hast du gesagt. #01:07:53-5#

Benedikt: Dass man Axiome braucht oder so was wie die Notwendigkeit manchmal, warum muss ich denn Bruchrechnen können, der Taschenrechner kanns doch. Einfach so die Notwendigkeit von Grundüberlegungen, weil es gibt ja Hilfsmittel ,oder es gibt ja andere Wege. #01:08:10-6#

Interviewer: Ja, das verstehe ich. Robert, wie siehst du das? [**Robert:** Ja, so ähnlich] #01:08:19-8#

Benedikt: Vielleicht ist auch noch ein Problem, dass Schüler vielleicht so Elementarisieren nicht so können. Dass sie, was weiß ich, eine Punktspiegelung – ich weiß ja, was eine Punktspiegelung ist – oder so. [**Interviewer:** Woher wissen sie das?] Ja, wir habens schon öfter gemacht in der Schule, man führt, normalerweise führt man neue Themen mit Beispielen ein, dass die Schüler gleich sehen, ok, so funktionierts und so weiter und dann erklärt man vielleicht hinterher, so haben wirs gemacht, so Schritt für Schritt und dass vielleicht Schüler manchmal sagen, ich weiß ja, wie es funktioniert, warum muss ich mir dann genau die Regeln aufschreiben oder ich kann so und so rechnen, warum muss ich mir genau die Regeln überlegen? #01:09:08-5#

Interviewer: Ich habe das Problem, angenommen ich möchte Geometrie formal erklären in der Schule und angenommen ich würde so ein guter Lehrer sein, dass ich in der Lage bin, denen diese Notwendigkeit – mir ist immer noch nicht klar, warum wir überhaupt diese Notwendigkeit haben – für Axiome. Also du sagst Schüler sehen das auch nicht ein. Mir ist auch nicht klar **(kurze Pause)** seht ihr das ein, diese Notwendigkeit? Warum macht man das überhaupt? Das haben wir auch schon besprochen. Und angenommen, ich würde dieses Problem lösen, dass ich denen erkläre, warum wir das als notwendig sehen. Dann könnte ich eigentlich mit Axiomen loslegen. Oder wie seht ihr das? Mir ist nicht ganz klar, was eure Vorstellung davon ist. Versteht ihr, was ich meine? [**Robert:** Ja ne] Also ich meine, angenommen ich möchte meinetwegen nicht euklidische Geometrie, meinetwegen Papierfalten möchte ich genau formal einführen in der Schule. Und Benedikt sagt und du bestätigst das auch, du sagst die sehen diese Notwendigkeit nicht: also warum soll ich über überhaupt Axiome machen. Und angenommen, ich würde das denen erklären, ich würde einen Vortrag halten und sagen, das und das und dieses und jenes und vielleicht würde ich dieses Problem lösen, die würden sagen aha ich verstehe wozu das gut ist. Dann könnte ich eigentlich Axiome mit denen machen. So interpretiere ich das, was ihr sagt. Und ich könnte ihnen eine Liste von Axiomen hinschreiben und wir könnten dann loslegen in der Schule. Verstehe ich euch richtig? #01:10:54-7#

Robert: Wenn das Sinn und Zweck ist, wenn man das vorhat, dann kann man das so machen. Muss aber nicht. #01:11:01-3#

Benedikt: Ich glaube, dass es von der Motivation abhängt oder vom Interesse. Wenn du jetzt vielleicht jemandem das erklären kannst, der sagt ok ich sehe ein warum, man das braucht, aber mich interessierts überhaupt nicht. Warum dieses Dreieck jetzt gleichschenklig ist oder so was. Weil jemand keine Motivation, kein Interesse hat, es könnte vielleicht auch ein Problem sein, da alle zu kriegen, dass jeder dabei ist und jeder sagt, juhu, ich möchte mitmachen. #01:11:30-9#

Robert: Ich finds auch ein Problem, man muss schauen, was muss man alles in der Schule machen, also lehrplantechnisch. Weil klar, Mathematik weiß ich könnte man anfangen, wenn man sagt, wir sehen das ein, dann sagen wir ok wir nehmen Axiome her und bauen jetzt da drauf alles auf. Aber das ist ja dann wie so eine Kette, also ich muss ja von unten her alles beweisen und vielleicht ist da einfach mal, was ich in 5 Unterrichtsstunden beweisen würde, um dann **(kurze Pause)** keine Ahnung zum Satz von Pythagoras oder so zu kommen, vielleicht ist das alles sinnlos bzw. für den Unterricht sinnlos, hat gar keinen Lehrplaninhalt und das ist im Endeffekt lauter so theoretisches Rumgeschrieb(?) Von daher ist das vielleicht nicht ganz sinnvoll, dass ich einfach komplett unten anfange und dann nach oben, sondern man will ja dann irgend was interessantes machen. Oder irgendwas, wodrauf ich dann ziele #01:12:24-2#

Benedikt: Das Problem ist vielleicht auch so das Vorwissen. Dass jeder schon eine ungefähre Vorstellung hat von Zahlen von Objekten, von Formen wie auch immer. Vielleicht ist auch da ein Problem, Schüler einerseits zu motivieren und andererseits ihnen zu erklären, ok, wir müssen jetzt ganz unten anfangen und uns erst mal überlegen, was ein Dreieck ist oder so. Und vielleicht ist da auch dass Problem, dass Schüler einfach schon so eine Vorstellung von gewissen Dingen haben und diese Vorstellung blockiert und die sagen ok – jetzt komm ich wieder mit meiner Notwendigkeit – warum muss ich da jetzt nochmal überlegen, ich weiß doch schon was es ist. #01:13:01-4#

Interviewer: Ja, es ist eine interessante Frage: Warum muss ich das wissen? Wie siehst du das? Vielleicht sollen zurück in die Uni gehen. Wie würdest du das beurteilen, sehen Studenten das ein? #01:13:16-3#

Benedikt: Also ich glaube vor allem am Anfang sieht mans gar nicht ein. Am Anfang denkt man sich, was ist das komische Zeug da, was wir machen. [**Benedikt:** Was meinst du mit Anfang?] Ja, jetzt im ersten Semester vielleicht. Also wenn man anfängt, Mathematik zu studieren. Aus der Schule kennt man, wo das höchste der Gefühle waren Integrale und irgendwelche zweiten, dritten Ableitungen und so und vielleicht in Geometrie macht man eigentlich nur noch so analytische Geometrie, also im Prinzip eine Art Lineare Algebra ein bisschen. Ja, das ist am Anfang, glaube ich, so allgemein komisch, dieses ganze **(kurze Pause)** Mathematik, was man da macht. Ich glaube, am Anfang sind es nicht unbedingt die Axiome, die Probleme bereiten, sondern die ganze Arbeitsweise, diese

Axiomatik oder überhaupt wie man das macht. [**Interviewer:** Verstehe ich nicht: Also du sagst Axiome machen nicht so viele Probleme, aber die Axiomatik?] Naja, die Axiomatik ist doch diese Arbeitsweise. Erst mal Axiome einführen, darauf alles aufbauen und beweisen und irgendwie wenn man von der Schule kommt, dann, wie ich vorhin gesagt habe, so ich weiß ja, was eine Gerade ist, was eine lineare Funktion ist oder so, dass man hier wieder bei Null anfängt, vielleicht ist auch dann das Problem, dass es die Axiome sind, aber mittlerweile würde ich sagen, es ist schon wichtig, dass man das elementarisiert, dass man genau sagen kann, worüber man spricht, um Missverständnisse zu vermeiden und vielleicht auch so Fehlvorstellungen **(kurze Pause)** bisschen aufzudecken oder den entgegenzuwirken und um auch auf irgendwelche neue Dinge zu schließen. Wenn ich sage jetzt, eine Theorie breche ich jetzt runter auf Axiome, baue die neu auf und dann merke ich ups, da ist ein neuer Zusammenhang oder so. #01:14:56-0#

Interviewer: Ah ja ok. Robert, du hast glaube ich ganz am Anfang gesagt, dass du verschiedene Vorlesungen zu Geometrie gehört hast und dass du da mit diesen Axiomen **(kurze Pause)** dass du das nicht verstanden hast. #01:15:14-0#

Robert: Doch, die Axiome schon. Nur wie es weiter ging **(lacht)** Das war auch **man hat halt** Axiome vorgegeben kriegt und hat dann Stück für Stück alles **(kurze Pause)** Satz-Lemma-Beweis und so weiter. #01:15:34-4#

Interviewer: Das siehst du nicht als ein Problem an oder sowas oder als eine Schwierigkeit für dich? #01:15:39-8#

Robert: Doch. Das sehe ich schon. Ich finde man hat dann keinen Praxisbezug mehr. Man kriegt da Aussagen hin geklatscht, weiß aber überhaupt gar nicht, was haben die jetzt eigentlich wirklich mit Geometrie zu tun. Oder bzw. was hat die Aussage jetzt mit meinem Bleistift und meinem Lineal zu tun. Oder so ähnlich halt. Und das fand ich die größte Problematik. Teilweise kann man sich Sachen vorstellen, teilweise aber halt nicht mehr. Und wenns nur noch theoretisch ist in ja eigentlich Geometrie, was man im Endeffekt von der Praxis, von dem Gebiet aus der Schule und alles mögliche kennt, sondern halt abgefahren, da kam ich nicht mit zu recht. #01:16:26-9#

Interviewer: Wie denkst du darüber? Warum machen die das so? Oder warum macht man das so? #01:16:36-5#

Robert: Naja, grundsätzlich, um einfach einen einwandfreien Aufbau sich zu kreieren. Aus seinen Axiomen, aus seinen Grundbausteinen. Um dann, um sich von Null auf herzuleiten. Dass die Theorie exakt und einwandfrei beschrieben wird. #01:16:55-6#

Benedikt: Vielleicht auch, dass alle vom Gleichen sprechen. **(kurze Pause)** Damals hast du gesagt, was ist ein Dreieck? und für den einen zählt das Innere noch dazu, für den nächsten nur der Rand, und der nächste sagt nur die drei Punkte legen das

Dreieck schon fest. Vielleicht dass dann alle vom Gleichen sprechen [**Robert:** jo.] und dass man #01:17:12-5#

Robert: Dass einfach mal alle auf dieses System von Theorie halt erst mal geeicht werden. Erst mal sagen, ok, wir kommen jetzt oder die ganze Vorlesung kommt aus den Axiomen her und dann kann man dementsprechend auch über gewisse Aussagen wieder reden. #01:17:30-2#

Interviewer: So wie ich das verstehe, du sagst, du verstehst warum man das macht, aber trotzdem hast du damit ein Problem oder das gefällt dir nicht. #01:17:40-6#

Robert: Ich glaube, das Problem ist einfach, dass ichs nicht kapiere. Dass ich mich vielleicht hätte damit mehr beschäftigen müssen. Aber ich fand die Vorlesung – ist jetzt schon ein paar Semester her – aber ich fand die Vorlesung extrem komisch halt. #01:17:54-2#

Interviewer: Wie würdest du sagen, wie würdet ihr sagen: Wie kann mans besser machen? #01:18:02-8#

Robert: Keine Ahnung. Besser machen kann mans bestimmt, ich finde an sich ist das gar nicht so verkehrt mit den Grundbausteinen aufzulegen? bzw. man kann schon besser machen. In der Schule fängt man ja auch nicht damit an, grundsätzlich. Ich meine man macht auch quer und lässt die Hälfte aus und alles. Das ist natürlich einerseits dass Schule ist verständlicher, aber andererseits ist das was man an der Uni macht – exakter. Und ich finde, wenn man auf dem Weg ist zum Mathematiker hin, dann sollte man schon den exakten Weg wählen. #01:18:35-5#

Benedikt: Ich glaube man bräuchte einfach mehr Zeit, jede Vorlesung bräuchte vielleicht doppelt so viel Zeit, damit man auch noch jeden Satz nochmal mit einem anschaulichen Beispiel füttern kann, sofern es gibt. Vielleicht in der projektiver Geometrie weniger, aber so in anderen Geschichten, Analysis oder lineare Algebra, dann kann man oft irgendwas relativ einfach, plausibel erklären und vielleicht ist das einfach das Problem, dass man ein bisschen, dass es zu schnell geht manchmal. Dass man vielleicht mehr Zeit bräuchte nochmal eine zusätzliche Erklärung, einen guten Übungsleiter, der vielleicht ein gutes Beispiel hat **(nicht wichtig)** Meine Erfahrung war ganz am Anfang, erstes Semester habe ich Lineare Algebra nicht bestanden, die allererste Matheklausur an der Uni **(nicht wichtig)** und dann hatten wir in den Semesterferien die Nachklausur und dann hatte man eine Woche lang Tutorium und der Übungsleiter dort hat uns das so gut erklärt alles und dann haben wir alles relativ gut verstanden, vielleicht weil wir dann mehr Zeit hatten und alles uns direkt nochmal erklärt wurde und nicht einfach nur so: Der Dozent sagts einmal und dann muss es jeder verstanden haben, oder vielleicht auch mit Beispielen gefüttert wurde, dann haben wirs alle verstanden und dann die Nachklausur haben wir alle bestanden. #01:19:56-7#

Robert: Aber das ist echt so, mehr Zeit bräuchtest du echt eigentlich Bei mir war das auch so, ich habe jede Vorlesung im Endeffekt nichts gecheckt, halt so, dass man durch die Klausur gekommen ist und dann erst als man dann für die Modulprüfungen das alles selbe noch das zweite Mal gelernt hat, da ist da irgendwann zwischendrin klick gegangen #01:20:14-7#

Benedikt: Es braucht einfach Zeit manchmal. Oder das Seltsame ist, du brauchst gar nicht so die Zeit, dass du in der Zeit darüber nachdenkst, sondern es braucht einfach Zeit, weil du mit der Zeit erst so **(kurze Pause)** verstehst. #01:20:28-3#

Robert: Ein Semester hört mans, aber im nächsten checkt mans erst **(lacht)** #01:20:37-2#

Interviewer: Ich springe jetzt noch ein Mal. Ich zeige euch jetzt eine Aussage, das kennt ihr aus dem Pretest und ich zitiere die gleich: In den Empfehlungen für die Ausbildung von Mathematiklehrenden steht, die Studierenden beschreiben Axiomatik und Konstruktion als Wege für eine formale Grundlegung der euklidischen Geometrie. [**Robert:** Wo steht das?] Das steht in den Empfehlungen von der GDM und DMV, von den Vereinigungen für die Didaktik der Mathematik und der Gesamtdeutschen Mathematikvereinigung. Die haben Empfehlungen erarbeitet und eine dieser Empfehlungen für die Ausbildung von Mathematikstudierenden [**Benedikt:** Was man können sollte.] für euch insbesondere. Man soll euch so ausbilden, dass ihr so was könnt. Meine Frage ist, wie interpretiert ihr das? Wie versteht ihr das? [**Benedikt:** Diese Aussage?] Was steht da? #01:21:39-7#

Interviewer: Wie muss ich das verstehen? Was wollen die von euch? #01:21:50-7#

Robert: Wir sollen über Axiomatik und Konstruktion **(..)** im Endeffekt euklidische Geometrie den Schülern beibringen können. So ist das, oder? #01:22:04-8#

Benedikt: Du musst ja Geometrie, also euklidische Geometrie ist ja so was wie der mathematische Teil von der Anschauung. Jede weiß, was ein Quadrat ungefähr ist, Rechteck und so weiter. Aber man muss es irgendwie formalisieren und dass man da auch weitermachen kann, dass man auf solche Dinge kommt wie Satz des Pythagoras. Weil ich glaube da kommt man jetzt einfach durch die Weltanschauung eben nicht dazu und irgendwie muss man das ja einführen und vielleicht **(kurze Pause)** ja, ist somit der beste Weg oder der schönste Weg oder für die Schüler am leichtesten verständliche Weg über Konstruktionen zu gehen, weil ich glaube man lernt so was Axiome eigentlich bedeuten, was Grundregeln bedeuten, am besten über Konstruktionen, wenn ich sage: ok, ich darf nur Lineal, um gerade Striche zu ziehen, benutzen und Zirkel, um irgendwo Abstände einzutragen. Und so kommt man eben auf die Axiomatik und **(...)** also ich verstehe das so, dass man quasi als den besten Weg vielleicht einsehen würde. #01:23:16-7#

Interviewer: Robert? #01:23:16-3#

Robert: Ich, habe ich auch grade schon gesagt, dass man im Endeffekt Axiomatik und Konstruktion verwenden soll, um euklidische Geometrie den Kindern beizubringen oder bzw. die formale Grundlegung, **(nicht wichtig)** dass man das damit durchführen soll, die Bildung über euklidische Geometrie. #01:23:38-8#

Interviewer: So wie ich das verstehe, das ist jetzt die Interpretation der Aussage und Benedikt sagt, dass er **(kurze Pause)** dass du das als einen sinnvollen Vorschlag ansiehst. Verstehe ich das richtig? Also guten oder besten hast du sogar gesagt, schönsten. #01:23:55-9#

Benedikt: Vielleicht soll man einsehen, dass es der beste Ansatz ist. [**Interviewer:** Wer soll das einsehen?] Na die Studierenden. Sollen vielleicht im Laufe des Studiums merken, dass es Sinn macht. Dass sie anfangs vielleicht damit Probleme haben, aber dann am Schluss ganz viel verstehen. [**Interviewer:** Wer?] Die Studierenden. [**Interviewer:** Die Studierenden haben Probleme damit und verstehen das am Ende?] Naja, vielleicht sehen sie am Ende vom Studium ein, dass es eigentlich schon der beste Weg war, Neues einzuführen. Und dass es vielleicht grade für so was wie Geometrie, was ja eine gewisse Anschauung besitzt, auch der beste Weg ist, das formal einzuführen. #01:24:31-5#

Interviewer: Springen wir noch ganz kurz zu Papierfalten. **(nicht wichtig)** Wie würdet ihr sagen, in diesem Kurs, was ist euch so im Kopf geblieben an Konstruktionen? Bzw. was würdet ihr sagen, was ist eure so Lieblingskonstruktion oder gibt es überhaupt so was? #01:25:08-2#

Benedikt: Winkeldreiteilung. [**Interviewer:** Warum?] Weil ich mich selber viel damit beschäftigt habe, im Vorfeld von diesem Vortrag, und weils **(kurze Pause)** eines der Dinge ist, das Papierfalten Zirkel und Lineal voraus hat. Und das finde ich einfach ziemlich spannend. Ja, dass wir durch so was banales, was genau so banal ist wie so ein Zirkel und Lineal, mehr können. Und ich finde, das hat auch einen schönen Beweis **(lacht)** über den man lange diskutieren kann. #01:25:45-9#

Interviewer: Kann man ja tatsächlich. Hast du irgendeine Lieblingskonstruktion? #01:25:51-0#

Robert: Ich glaube die Winkeldreiteilung. Weil wie gesagt etwas ist, was man nicht mit Zirkel und Lineal machen kann. Ansonsten – weiß ich nicht – ansonsten **(...)** ja wie gesagt **(kurze Pause)** Spiegelungen **(lacht)** Aber ansonsten hat auch vieles Gemeinsamkeiten mit der ganz normalen Zirkel und Lineal. #01:26:17-8#

Interviewer: Wenn ich gezielt fragen würde, könnt ihr eine gegebene Strecke in fünf gleiche Teile teilen mit Papierfalten. Würdet ihr das hinkriegen? Wüsstet ihr, was ihr macht? #01:26:34-1#

Robert: In fünf Teile? [**Interviewer:** Ja.] #01:26:34-9#

Benedikt: Ne. **(...)** Also jetzt nicht so, mach mal. Vielleicht mit drüber nachdenken. So nach einer halben Stunde. Aber jetzt spontan, fällt es mir nicht ein wie es geht. #01:26:51-7#

Robert: Nö. Keine Ahnung. #01:26:57-3#

Interviewer: Eine Siebenteilung? Eine Dreiteilung? #01:27:03-8#

Robert: Eine Dreiteilung könnte man so eher hinkriegen oder? Ne. **(...)** Ich würds halt irgendwie versuchen, also ich weiß jetzt nicht, wie es Papierfalten technisch geht, aber man kann doch irgendwie Strecken teilen (zeichnet) geometrisch, indem ich **(..)** Senkrechten einzeichne. Und je nach dem wie das Verhältnis ist, also wenn ich (erklärt am Bild) (richtige Konstruktion). Das kann man bestimmt auch irgendwie falten. Keine Ahnung. #01:28:06-9#

(übertragen die Konstruktion aufs Falten. Das funktioniert) #01:28:32-8#

Benedikt: Das ist vielleicht auch das erste, was mir eingefallen wäre. Wenn ich eine beliebige Strecke habe, und die soll ich wegen mir dreiteilen, und das geht auch mit 5, 7 [**Robert:** Genau, danach Fünfteilung!] **(nicht wichtig)** #01:28:49-4#

Benedikt: Also es gibt ja so in der Geometrie mit Zirkel und Lineal kann man das eigentlich machen. Die Strecke ist gegeben, ich habe keine Ahnung wie lang die ist, aber ich kann mir, hier ist eine kleine Strecke, in drei Teile teilen oder drei Mal antragen und dann kann ich so eine Art zentrische Streckung machen. Das läuft aufs gleiche raus. Also die beiden linken und rechten Eckpunkte von den beiden Strecken jeweils verbinden, dann kriege ich so ein Zentrum, dann verbinde ich die hier so und dann habe ich sie auch ungefährt dreigeteilt, oder genau dreigeteilt. Das wäre auch das EINzige, was mir jetzt spontan eingefallen wäre. #01:29:22-7#

Robert: Dann brauche ich erst eine dreigeteilte [**Benedikt:** Ne, ich kann ja einfach irgendeine Strecke drei Mal antragen. Die kann ich irgendwie sein.] Ne, kann ich ja nicht [**Benedikt:** Doch, nimm mir irgendein] Dann könnte ich ja auch die Spiegelung **(lacht)** #01:29:37-8#

Benedikt: Ja gut, pass mal auf. Ich nehme mal an, ich habe das hier gegeben (zeichnet), dann kann ich ja an dieser Geraden über so eine Art Spiegelung, und dann mach ichs zwei mal und dann mach ichs drei mal **(unverständlich)** [**Robert:** Achso dann kannst nochmal dahinter] Also so ungefähr würde ich das hinkriegen. Wird aber wahrscheinlich mega kompliziert und das ist dann kein kein schönerer **(unverständlich)** #01:29:54-0#

Robert: Aber das ist nicht der Rückweg, dass ich irgendeine Strecke vorgegeben hab [**Benedikt:** Ja doch, die Strecke ist vorgegeben und die hier kann ich mir konstruieren. Das ist ja beliebig, diese Länge. Und die muss ich einfach dreimal antragen, dann habe ich eine Strecke, die ich echt in drei Teile teilen kann. Weil ich die dreimal angetragen habe.] Ah, ach so. (Benedikt erklärt das alles nochmal) #01:30:26-4#

Benedikt: Also das ist der erste Weg, der mir eingefallen wäre, aber ich weiß nicht wie schön das geht mit Origami. Wahrscheinlich #01:30:33-0#

Interviewer: Ich stelle euch vielleicht die letzte Frage. Etwas ketzerisch. Was ist für euch die euklidische Ebene? Also wie seht ihr das? #01:30:47-8#

Robert: Eine Ebene. Mit **(...)** keine Ahnung. Die genaue Beschreibung kennt natürlich wieder keiner. Aber es ist eine Ebene, die alle Punkte mit den Koordinaten x und y beinhaltet. #01:31:03-5#

Benedikt: R^2. #01:31:04-8#

Robert: Und x und y aus, genau, aus R jeweils. #01:31:07-7#

Benedikt: Einfach R^2. #01:31:14-8#