Interviewtranskript Wintersemester 2015/16, Wilhelm(9) und Franz(12)

Interviewer: Könnt ihr mir vielleicht kurz beschreiben, was wir im Kurs gemacht haben? #00:00:29-8#

Wilhelm: Wir haben angefangen mit Flachfaltbarkeit, um so ein bisschen in dieses systematische Falten reinzukommen. Haben dann quasi unser 1-fach-Origami aufgebaut und geguckt, was können wir machen, dann auf was können wirs reduzieren und dann am Ende noch verglichen, 1-fach-Origami, Zirkel&Lineal, was geht, was geht nicht, was kann mehr. Und am Ende haben uns noch angeschaut wie kann euklidische Geometrie axiomatisieren. #00:01:08-6#

Franz: Im Groben wars das eigentlich. Wenn mans kurz fasst, das war das, was wir gemacht haben. #00:01:15-8#

Interviewer: Wie hast du gerade gesagt, wir haben geguckt, was geht und was geht nicht bei Zirkel&Lineal und 1-fach-Origami #00:01:31-8#

Wilhelm: Ja wir haben schon bei 1-fach-Origami geguckt und dann ein bisschen im Vergleich. Ok, bei Zirkel&Lineal ging es auch, oder auch nicht mehr oder so. #00:01:36-3#

Interviewer: Könntest du das ein bisschen genauer beschreiben, was meinst du unter 1-fach-Origami ? Wie stellst du dir das vor? Was verstehst du darunter? #00:01:43-2#

Wilhelm: 1-fach-Origami ist die Technik, Punkte und Falze oder sonst irgendwas mit **(..)** immer nur einmal falten und wieder auffalten zu produzieren. (**Franz:** Genau, würde ich auch sagen), ist wahrscheinlich keine Bilderbuchdefinition. #00:02:05-0#

Interviewer: Und du sagst, wir haben geguckt, was geht was geht nicht, könnt ihr das irgendwie formulieren? #00:02:14-2#

Franz: Wir haben untersucht, welche geometrischen Figuren können wir falten, also regelmäßiges Dreieck **(nicht wichtig)** dann welche n-Ecke sind konstruierbar, dann ist uns aufgefallen, dass es auch mit Zirkel&Lineal geht. Und dann können wir zb was wir nicht mit Zirkel&Lineal konstruieren können, die dritte Wurzel aus zwei zb. Also quasi allgemein gesehen, kubische Gleichungen lösen. Das funktioniert ja mit Origami und **(..)** so im Groben. #00:03:02-0#

Interviewer: Kannst du das nochmal präzisieren, inwiefern sagst du, dass mit Origami mehr geht als mit Zirkel&Lineal? #00:03:09-0#

Franz: Also wenn man jetzt auf die Komplexität geht, also quasi jetzt kubische Gleichungen sind ja schon recht komplex von Schwierigkeitsgrad her, dann würde ich sagen, dass da mit Origami mehr geht, als mit Zirkel&Lineal. Also Origami steht über Zirkel&Lineal. #00:03:37-2#

Interviewer: Das verstehe ich. Aber könntest du erklären, was das mit kubischen Gleichungen zu tun hat? Du sagst das ist komplexer. **(nicht wichtig)** kubische Gleichungen kann man lösen, dritte Wurzel aus zwei kann man konstruieren, kann man mehr machen? #00:03:55-3#

Franz: Das wäre ein Beispiel für die Lösung. Wenn man statt zwei die Variable x nimmt, dann geht das eben allgemein gültig. #00:04:16-9#

Wilhelm: Ich finde ja immer irgendeine Gleichung, die irgendwas als Nullstelle hat. oder meintest du mit »mehr« jetzt vierte Wurzel aus 5 (**Interviewer:** zum Beispiel) (**Franz:** ach so ok) #00:04:25-0#

Franz: Da sind wir nicht mehr näher darauf eingegangen. Ich glaube das ging nicht. #00:04:30-7#

Wilhelm: Du hast irgendwann gesagt, das da Schluss ist, nach der dritten Wurzel. #00:04:36-0#

Interviewer: Inwiefern könnt ihr sagen, dass es mehr ist als Zirkel&Lineal, das habe ich nicht ganz verstanden. #00:04:41-5#

Wilhelm: Ja mit Zirkel&Lineal kann ich nur quadratische Gleichungen lösen, oder? #00:04:44-1#

Interviewer: Aja, ok, dann verstehe ich. #00:04:51-3#

Franz: Und ich glaube mit Zirkel&Lineal lassen sich nicht alle n-Ecke, also mit Origami lassen sich mehr n-Ecke konstruieren als mit Zirkel&Lineal, also zum Beispiel so ein 17-Eck, **(nicht wichtig)** aber tatsächlich eindeutig möglich ist, was mit Zirkel&Lineal nicht möglich ist. #00:05:17-7#

Wilhelm: Was wir noch hatten, war die Winkeldrittelung, was ja auch mit **(..)** Zirkel&Lineal nicht geht, nicht bei jedem Winkel. #00:05:28-3#

Franz: Stimmt genau. Wobei 60 Grad oder gängigen Winkeln. #00:05:41-4#

Wilhelm: Genau, das war letztendlich das meiste, was **(..)** bei n-Ecken habe ich das nicht mehr im Kopf, aber zumindest die kubischen Gleichungen und das Winkeldritteln ist ja immer auf diesem zwei Punkte auf zwei Geraden so falten, dass es klappt, ist ja auf dem basiert, sowohl die kubischen Gleichungen als auch die Winkeldrittelung. Und das war der Punkt, wo wir gemerkt haben, ok, da geht mehr und letztendlich geht mit dieser einen Konstruktion alles. #00:06:16-9#

Interviewer: Wir meinst du mit »alles«? #00:06:19-2#

Wilhelm: Du hast ja gemeint, dieses zwei Punkte auf zwei Geraden falten unsere mächtigste Faltung ist, dass man dann auch alle anderen darauf irgendwie zurückführen könnte. Aber das war glaube ich relativ gegen Ende, wo wir dann rüber zu der euklidischen Geometrie sind. #00:06:38-7#

Interviewer: Ok, und wie ist es, man kann allgemeine kubische Gleichungen lösen, dann verstehe ich das so, dann kann man auch quadratische Gleichungen lösen (beide: ja) und dann auch lineare (beide ja) das heißt so was wie 5x= 1 sollte ich lösen können. Das ist im Wesentlich das selbe wie zu sagen, ich kann eine gegebene Strecke in fünf Teile teilen. (beide ja). Wie würdet ihr das sagen, wenn man darauf bestehen würde, könnt ihr jetzt eine Strecke in fünf gleiche Teile teilen? Würdet ihr sowas hinbekommen, mit 1-fach-Origami ? (beide ja). Könnt ihr das vielleicht kurz andeuten? #00:07:17-9#

Wilhelm: Wir hatten ja diese Konstruktion wie man eine Seite drittelt, da muss man ja quasi die obere Seite halbiert man, dann falte ich dieses Eck auf den Punkt 1/2, der hier oben ist, dann kriege ich (zeige und erklärt, dass man von (n-1)-teln zu n-teln kommt.). #00:08:07-8#

Interviewer: Ist diese Konstruktion innerhalb von 1-fach-Origami möglich? #00:08:12-5#

Wilhelm: Ja, an sich habe ich den Punkt noch nicht konstruiert, aber wir haben uns auf jeden Fall Gedanken gemacht, dass ich ihn auf jeden Fall konstruieren kann. Ich habe aber gerade nicht auf dem Schirm, wie. Aber wir haben gesagt, es geht, also brauchen wir es nicht immer wieder tun (**Franz:** genau). #00:08:30-5#

Franz: Und diese Art von Konstruktion, das kann man nicht nur auf ein Drittel beschränken, da geht auch mehr, weil ich glaube (wiederholt die Induktion von Wilhelm). #00:08:58-5#

Interviewer: War das die Konstruktion, die du meintest, als du gesagt hast, ja geht, oder hattest du eine andere im Kopf? #00:09:04-6#

Franz: hm, ja, doch, an sich schon. Man kann (**Wilhelm:** ich glaube es gibt noch eine) **(nicht wichtig)**. #00:09:23-2#

Wilhelm: (beschreibt holprig das euklidische Verfahren, faltet) #00:10:40-8#

Interviewer: Kannst du eine Strecke beliebig halbieren? #00:10:44-9#

Wilhelm: Ja, genau. Ich falte einen Endpunkt auf den anderen Endpunkt, dann habe ichs halbiert. Und dann kann ich die Hälfte wieder halbieren und die Hälfte wieder halbieren und wieder und wieder. #00:10:50-4#

Interviewer: Aber wenn du diese Strecke, die Diagonale in 8 gleiche Teile teilst, würdest du vielleicht auf sieben oder sechs runterkommen? **(...)** Weil du sagst, um 1/6 zu konstruieren muss man 1/7 konstruieren können. Mit dieser Methode (**Wilhelm:** genau) So wie ich das verstehe, kannst du 1/8 konstruieren. #00:11:12-3#

Wilhelm: Ja gut, klar, **(nicht wichtig)** aber letztendlich mit der anderen Methode muss man einen anderen davor konstruieren. **(nicht wichtig)** #00:11:38-5#

Interviewer: Habt ihr eine Lieblingskonstruktion oder irgendwas was euch besonders gut an Konstruktionen im Kurs gefallen hat? Sowas, was ihr auch nachfalten könnten oder jemandem erklären könntet? #00:11:53-1#

Wilhelm: Also ich fand diese 1/3 Konstruktion mit diesen Parallelen hier am schönsten. #00:11:57-8#

Franz: Ich fand das Falten vom regelmäßigen Dreieck ganz cool. #00:12:05-0#

Interviewer: Würdest du das zur Not auch hinkriegen? #00:12:17-2#

Franz: Ja, ich denke schon. #00:12:18-3#

Interviewer: Ok, lassen wir Origami ein bisschen. Ich stelle so eine esoterische Frage: Wie würdet ihr das beurteilen: Ihr habt ja eine bestimmte Art über Mathematik nachzudenken. So eine mathematische Denkweise. Würdet ihr sagen, dass dieser Kurs, diese Art über Mathematik nachzudenken geändert hat? #00:12:41-6#

Wilhelm: Ich würde nicht sagen geändert, sondern eher eine neue Komponente hinzugefügt. (**Franz: mhm (bejahend)**) weil wir haben ja nichts gemacht, was wir so bis jetzt schon mal gemacht haben. Und wenn ich jetzt so den Standard ich bekomme Axiome am Anfang der Vorlesung und folgere daraus so mit der Zeit alles. Gut, da würde ich jetzt vielleicht noch mehr denken, warum sind das jetzt genau die und so **(...)** und was hat er sich dabei gedacht, wer auch immer sich diese Axiome ausgedacht hat. Aber ansonsten wird sich da nicht sonderlich viel ändern, aber jetzt ist im Kopf auch drin, es gibt auch noch die andere Schiene. Bis jetzt war in der projektiven Geometrie hat Herr Grundhöfer ein paar Mal angesprochen warum es die jetzt gibt und dass eins eigentlich unnötig ist und ehr nur aus Schönheitsgründen dabei istund da hat man sich schon ein bisschen Gedanken gemacht ok anscheinend machen sich Leute viele Gedanken wie man das jetzt macht, aber davor und sonst waren diese Axiome halt da und mit der Zeit hat man sich gedacht ok funktioniert irgendwie mit ihnen und deswegen ist das Axiom da, aber wirklich groß Gedanken gemacht habe ich mir nicht darüber aber diese Schiene in der Richtung zu denken ist jetzt neu da.
#00:14:02-0#

Interviewer: Wie würdest du das sagen, Franz? #00:14:04-2#

Franz: Also ich würde im Prinzip auch so sagen, dass sich jetzt nichts verändert hat, sondern neues dazu gekommen ist und ich finde es ganz gut, dass wir diese eigenständige Art, über Mathematik eben nachzudenken in dem Kurs (kann ich wirklich so sagen) gelernt haben und eben verbessert haben, weil wir in einem kleinen Kreis an die Sache von Null auf rangegangen sind, und jeder ist mitgekommen und das ist nicht wie in der Vorlesung, man kriegt was an die Tafel gezeichnet, jeder muss es abschreiben und eigenständiges Denken quasi. Und hier saßen alle zusammen, sind an die Sache rangegangen und das ganz gut funktioniert, finde ich. Und **(..)** ja, es hat Spaß gemacht vor allem (**Wilhelm:** ja, auf jeden Fall) und dann sind wir auch zu guten und recht schnell zu Ergebnissen gekommen **(..)** ja und von daher würde ich jetzt nicht sagen, dass es mein mathematisches Denken auf den Kopf gestellt hat, sondern dass ich wirklich nur positives mitgenommen habe, und dass mein mathematischer Horizont sich quasi erweitert hat mit diesem Kurs.
#00:15:35-6#

Wilhelm: Man hat in eine ganz andere Richtung geschaut. #00:15:43-6#

Interviewer: Ich stelle im Wesentlichen dieselbe Frage, ich ändere nur eine Kleinigkeit ab. Wie würdet ihr das beurteilen, wenn ich das jetzt so frage. Würdet ihr sagen, dass der Kurs eure Art und Weise über Zirkel&Lineal Konstruktionen nachzudenken geändert hat. #00:15:59-9#

Wilhelm: (lacht) auf jeden Fall (**Franz:** ja, schon) Weil ich muss sagen, bei mir, ich weiß nicht wie das sonst war, aber bei ein paar Leuten hatte ich **(..)** boah krass, die wissen ja voll viel und so, aber auch diese 1/3 Konstruktion, die ja wohl mit Zirkel&Lineal geht, die habe ich in meinem Leben noch nie gesehen. Ich glaube in der siebten Klasse konstruiert man bis zum Erbrechen und danach irgendwie nie wieder (**Franz:** ja genau) und ich hatte so meine 7te Klasse Sicht darauf und so bisschen von Nachhilfe, da macht sich nicht so die Riesengedanken, dass da irgendwelche Axiome dahinter sind und sonst was, ich meine, das ist ja womit man sich an der Uni kaum beschäftigt, das ist irgendwie so **(..)** Unilevel ist ja so drei vier Levels darüber und klar, die euklidische Ebene ist ein Beispiel, aber eher da, was man kennt und eher Standard ist, und womit man sich genau deswegen eher nicht so beschäftigt und **(...)** ich habe mir da eigentlich nie großartig darüber Gedanken darüber gemacht, deswegen **(...)** auf jeden Fall (**Interviewer:** Konkret, worüber?) was jetzt **(..)** das ist ja eine mathematische Theorie und da müssen irgendwelche Axiome zugrunde gelegt sein, das war mir irgendwo klar, aber Gedanken darüber gemacht, welche das sein können, habe ich nie. #00:17:27-8#

Interviewer: Franz, was würdest du sagen? #00:17:31-7#

Franz: ich würde sagen, dieses mit Zirkel&Lineal das ist so das technische, man hat eine Strecke, man weiß wie lang sie ist, man sagt jetzt nicht die ist jetzt x lang und so, das ist so das Typische was man aus der Schule kennt. Wie sagen die Mathematiker hier an der Uni – das ist keine Mathematik, das ist nur Rechnen – die eigentliche Mathematik fängt hier im Studium an. Und ich finde da knüpft das 1-fach-Origami ganz gut **(..)** an die Sache, weil wir uns Axiome überlegt haben und diese versucht haben, zu beweisen. Oder Gegenbeispiele zu finden, das eben legitim zu machen. Und bei Zirkel&Lineal finde ich geht weniger **(..)** wenn man zum Beispiel das Blatt hat, dann kann man ja unterscheiden, das Tal gefaltet oder Berg gefaltet und dann haben wir ja die Behauptung aufgestellt, es ist flachfaltbar, wenn jetzt der Betrag aus der Differenz aus Berg und Tal zwei ergibt (falsch!). Und **(..)** wir konnten es nicht widerlegen, also haben wir angenommen, dass es richtig ist, **(..)** und es ist schon interessant, dass man auf solche Axiome stößt durch Probieren und natürlich geht Probieren auch im Sinne von Zirkel&Lineal aber ich finde es schon recht erstaunlich, man macht sich mehr Gedanken darüber, weil man hat nur ein einfaches Blatt Papier und faltet darauf los und da macht man sich automatisch mehr Gedanken, als wenn man jetzt einen Stift zur Hand hat, Zirkel&Lineal, dann zeichnet man was, dann sieht man was und **(..)** ja meistens überzeugt man sich schon davon und macht sich nicht mehr Gedanken drüber. #00:19:46-5#

Wilhelm: Ich glaube Zirkel&Lineal kennen wir alle zumindest die Grundkonstruktionen kennt ja jeder und deswegen wenn man so mit Zirkel&Lineal herangehen wollen, da hat jeder schon sein gefärbtes Vorbild, ich glaube wenn man

damit anfängt, man fällt ja sofort in die Standardkonstruktion, die man eh schon kennt, warum ist das so, macht sich vielleicht gar nicht so Gedanken, ok, warum ist das so. Und bei 1-fach-Origami (ich glaube keiner von uns hat das irgendwie davor gekannt) und deswegen, wenn man nichts weiß, macht man sich automatisch mehr Gedanken.
Warum ist das so, als wenn ich jeweils naja so mache ich die Mittelsenkrechte und gut ist. Ich finde das war halt **(..)** man hatte dieses 1-fach-Origami was ja irgendwie, es war Punkte konstruieren, da kommt einem sofort die Parallele zu Zirkel&Lineal ein bisschen, hat man rumprobiert und hat sich da relativ genau davon überzeugt, warum funktioniert das so und so, warum geht das oder auch nicht. Wie bei unserem gleichseitigen Dreieck **(..)** und **(...)** dann finde ich die Parallelen sehr schön dazu die Grenzen von Zirkel&Lineal austesten können. Weil da kannte man die Sachen, auf der anderen Seite von 1-fach-Origami kannte man am Anfang noch nichts, und hat das sehr schön abarbeiten können, geht das, geht das nicht, warum gehts. Eben weil man nichts darüber wusste, konnte man sich viel besser so grundlegende Gedanken machen, weil die halt bei Zirkel&Lineal mit diesem klassischen ist ja klar irgendwie schon blockiert worden wären. #00:21:29-1#

Interviewer: Franz, du hast gesagt beim Papierfalten macht man sich automatisch mehr Gedanken als beim Zirkel&Lineal. Wilhelm hat jetzt erklärt, warum man sich mehr Gedanken macht. Ist das auch dein Verständnis davon? Oder meintest du was anderes? #00:21:45-4#

Franz: Ja, ich würde auch sagen, natürlich liegt das daran, dass es was Neues ist. Weil Zirkel&Lineal ist schon sehr vertraut und das kennt auch jeder. Und klar, das spielt natürlich auch eine sehr große Rolle, nur **(..)** wenn man sich auch was vorstellen muss beim Papierfalten, also mit Zirkel&Lineal ist das schnell gezeichnet, wenn man weis was man zeichnen muss und wie es geht, aber beim Papierfalten in sich gehen muss und das sich ein bisschen vorstellen und da denkt man automatisch drüber nach, also das meinte ich auch. #00:22:26-1#

Wilhelm: Ja stimmt. Man hat halt keinen Strich aufm Blatt, sondern nur irgendwie Falze. #00:22:36-9#

Franz: Man hats vor Augen und man muss zuerst mal überlegen, was passiert, wenn ich das so falte. Na klar, kann man ausprobieren. Aber angenommen, man soll irgendwelche Axiome aufstellen, dann ist das ja nicht gerade von Vorteil, wenn man einfach drauf los faltet. Natürlich sollte man sich schon vorher überlegen was passiert wenn ich das mache. Also die Schritte vorher darüber nachdenken, was da passiert. Bei Zirkel&Lineal ist klar, ich ziehe einen Strich, ok, ist eine Gerade, fertig. #00:23:14-5#

Interviewer: Beide habt schon mal die Schule erwähnt. Wilhelm du hast gesagt, dass man in der Schule nicht über Axiome nachdenkt. Franz, du hast gesagt, dass Schulmathematik Rechnen ist, und da hat man nichts mit Axiomen zu tun. Wie würdet ihr sagen, welche Rolle sollen denn Axiome in der Schule spielen? #00:23:46-2#

(..) #00:23:47-7#

Franz: Wir hatten zum Beispiel in der Didaktikvorlesung den Satz des Thales und den haben wir auch bewiesen und natürlich spielen da Zirkel&Lineal eine Rolle, weil man muss einen Halbkreis zeichnen, eine Linie ist gegeben. Man muss auch unter Umständen Schaubilder nach der Wirksamkeit des Satz des Thales überprüfen; also stimmt überhaupt die Länge der Strecke, der Halbkreis ist ein bisschen verschoben, natürlich spielt das eine Rolle. So wie ich das in der Schule mitbekommen habe, ist das kein Schwerpunkt. Manche Lehrer machen das, schweifen das an. #00:24:39-5#

Interviewer: Was meinst du mit »das«? Also konkret, was machen die? #00:24:43-0#

Franz: Die behandeln den Satz des Thales, greifen das auf kurz, rechnen ein Beispiel und das wars. Und wenns hochkommt, überprüfen sie Schaubilder danach, ob der Satz des Thales überhaupt anwendbar ist, weil der Satz des Thales berücksichtigt man, bestimmt Voraussetzungen, und wenn das hochkommt, macht man das. Aber dass man den Satz des Thales beweist, also schülergerecht, also dass es nachvollziehbar ist für die Schüler, das macht man nicht und ich finde das fehlt dann schon. #00:25:25-1#

Interviewer: Wenn du über den Beweis dieses Satzes sprichst, was hat das mit Axiomen zu tun? Wie würdest du das sagen? Wie ist deine Verbindung da? Also den Satz des Thales kann man in »Wenn-Dann«-Form schreiben und das ist ja schon ein Axiom, also der Satz des Thales ist ein Axiom. #00:25:55-0#

Wilhelm: Er folgt aus Axiomen. Er selber ist ja **(..)** letztendlich ist ja alles, was ich irgendwie beweisen kann, ist kein astreines Axiom. #00:26:03-2#

Franz: Das stimmt. Wenn man die Unimathematik anschaut, dann ist das natürlich kein Axiom, das folgt aus Axiomen. Aber wenn man sich auf die Schule festigt, das ist ja einer der wenigen Sätze, die man kennenlernt, also ja, dann würde ich das schon so als Formalregel bezeichnen, nicht jetzt als Axiom, aber eben als wichtige Formel. #00:26:31-6#

Wilhelm: Ich glaube das einzige wo Axiome in der Schule wirklich vorkommen ist glaube ich Stochastik, da macht man in der Oberstufe mal so diese benannt nach irgendwem Axiome, auf denen man das ganze aufbauen kann. Ansonsten hört man das Wort glaube ich nie (**Franz:** ne) und was das nächste Problem ist, ich meine das mit den Beweisen ist jetzt alles mehr im Kommen , aber **(..)** ich glaube auch so beweist man nie auf Grund von irgendwelchen Axiomen, sondern eigentlich nur auf so Sachen, die ja klar sind. Also man hat so ein paar Grundannahmen, die aber wenn man streng nimmt, keine Axiome mehr sind und die man **(..)** also man geht nicht **(..)** komplett auf die Axiome runter, sondern eher auf ein paar griffigere ich meine, wenn du einem Schüler so ein Axiomensystem hinknallst, grade so 7. und 8. Klasse, wo man sehr viel Geometrie macht, ich glaube das ist auch altersmäßig noch zu komplex und **(..)** wenn die Schüler quasi ab 10., 11. Klasse könnte man das schon machen, aber ich glaube dann hat man schon so viel mathematische Theorie entwickelt, dass man zu weit weg von irgendwelchen Axiomen ist. Ich meine ich kann nicht, jetzt in Ana oder so, wenn ich schon Polynomdivision und weiß was ich was alles in Frage stelle, jetzt schauen wir ob das wirklich geht, wenn wir schon seit zwei drei Jahren gemerkt hast, dass es funktioniert, dann ist es zu spät, dann sieht kein Schüler mehr oder vielleicht zwei noch die Notwendigkeit das jetzt zu tun.

Generell, wenn man das rüberbringt, wir haben eine Aussage, das hat jetzt ein paar mal geklappt und scheint irgendwie zu stimmen, ok, aber jetzt wollen wir schauen, ob das wirklich immer stimmt, das kann man schon nahebringen. Aber so ein Beweis komplett auf Axiome runterzubrechen, ist glaube ich, an dem Punkt, an dem man noch grundlegende Sachen klärt, zu kompliziert und zu abstrakt. und wenn quasi, die Schüler so weit wären, sind die Sachen zu weit weg von irgendwelchen Axiomen, weil sie schon zu komplex in irgendwas drin sind und deswegen glaube ich **(..)** ich finde in Stochastik ganz gut, weil da kann man das ganz gut machen, weil das ja doch ein relativ abgeschlossenes System für sich ist, was ja (**Franz:** es wird erst spät gemacht) relativ wenig mit der Restmathematik zu tun hat und was eben erst relativ spät kommt, ich wüsste keinen besseren Punkt, an dem man Axiome ansprechen könnte. Weil mans da relativ schön neu aufbauen kann. #00:29:17-2#

Interviewer: Kannst du das nochmal kurz erklären, du hast gesagt wenn man in der Geometrie, ich bin hauptsächlich in der Geometrie, wenn man da etwas beweisen möchte, du hast gesagt, man zeigt ein zwei Beispiele und dann sagt man ist so oder wie ist deine Logik? Wie würdest du das als Lehrer machen? #00:29:38-7#

Wilhelm: Das klassische Reingehen ist ja: wir schauen uns ein paar Figuren an und merken ok hier ist der eine Winkel ist immer gleich oder wenn man den Satz des Thales sieht diese ganze Dreiecke, wo die Eckpunkte da auf diesem Kreis liegen, sind alle rechtwinklig und **(..)** können wir jetzt sagen, jedes Dreieck, wo der Punkt da liegt, ist rechtwinklig, weil wir können nicht jedes ausprobieren und dann kommt so ein bisschen die Notwendigkeit, ok, wir müssen das wohl irgendwie dingfest machen. Also wir müssen logisch darauf kommen, warum das immer so sein muss. Ich meine, das sieht sicher nicht jeder Schüler ein, aber ich finde, wenn man das richtig angeht, kann man doch den meisten plausibel machen, ich kann nicht jeder Dreieck, das da ist, zeichnen **(..)** #00:30:25-5#

Franz: Genau, das meinte ich mit schülergerecht. #00:30:30-6#

Wilhelm: Dann kann man sich mit so Geogebra selber ins Knie schießen, also da habe ich mal eine Stunde gesehen, wo sich – das war eine Lehrprobe von einem Referendar – und da hat er sich ziemlich ins Knie geschossen, weil die Schüler, also er hat seine Schüler richtig gut motiviert, so jetzt müssen wir das zeigen, und hat dann noch mit Geogebra so gemacht, einmal den Punkt im Kreis herumlaufen lassen und dann sieht man, dass es immer 90 Grad ist und dann waren die halt glücklich. Aber ich meine er hatte die Bereitschaft der Schüler, das beweisen zu wollen und hat sie dann selbst getötet. Und ich finde, wenn man das richtig angeht (**Interviewer:** ja genau, wie macht man das dann?) wenn man das klar macht, ich kann nicht jedes Dreieck und den Winkel nachmessen und außerdem kann ich auch nicht genau messen, wer sagt mir, dass es nicht 89,997 Grad sind, keine Ahnung. Ich finde das kann man, wie gesagt, sicher nicht allen, aber den meistens doch klar machen, wir müssen das irgendwie logisch auf die Sachen, die wir schon wissen, schlussfolgern. Ich finde dieses das kommt ganz gut rüber. Ich finde das kann man den Schülern ganz gut klar machen, aber dann quasi noch der Schritt, dass das was wir schon wissen, wieder auf irgendwelche obskure Axiome zu begehen, das ist glaube ich den Schülern in dem Alter zu viel. Sowas wie dass es eine Annahme braucht, das zwei Geraden schneiden sich in einem Punkt. Ich meine, es ist halt so, das ist ja ein Punkt. Dass er da ist, da vergewissert sich kein Schüler und ich glaube, es ist verschenkte

Zeit darüber zu reden, weil die Bedeutung davon, weil keinem Schüler ist ein Beispiel klar, wo zwei Geraden sich nicht schneiden können, bis man sowas (12. Klasse macht man Vektorgeometrie?) da kommts mal vor, dass zwei Geraden nicht parallel und schneiden sich nicht. Und bis dahin, gibt es keinen Fall im Kopf von einem Schüler, wo das mal nicht passiert. Und **(..)** dann irgendwie zu sagen, ihr werden in fünf Jahren sehen, es kann auch mal nicht passieren. Das ist keine Motivation, deswegen wird sich da, ich meine man kanns mal erwähnen, finde ich, aber das wird nicht hängen bleiben. Weil die Notwendigkeit nicht klar ist. Dass es ihnen passieren kann, dass sie sich nicht schneiden. Mir fällt kein gutes siebt- achtsklassgerechtes Beispiel ein, wo man klar machen könnte, ok, hier sind zwei Geraden, und die schneiden sich jetzt nicht. Ich meine, alle Beispiele, die man da bringen kann, brauchen entweder drei Dimensionen oder letztendlich irgendeine komische Geometrie. **(lacht)** #00:33:18-2#

Interviewer: Ich glaube du wolltest zwischendurch was sagen? #00:33:23-7#

Franz: Ne, eigentlich wurde schon alles erwähnt. #00:33:27-7#

Interviewer: Ich will ein bisschen zurückkommen, ein paar Wörter, die ihr gesagt habt, die habe ich nicht ganz verstanden. Ihr habt über Axiome gesprochen und dann hast du gesagt, sowas wie ein reines Axiom. Wie meintest du das? Du hast gesagt Satz von Thales, Franz, du hast gesagt, das ist (**Franz:** kein Axiom) und dann hast du gesagt, das ist kein reines Axiom. Was wäre für dich ein reines Axiom? #00:33:51-0#

Wilhelm: Das ist das, was man schwierig sagen kann, da haben wir auch darüber geredet. Ich finde das ist leichter zu sagen, was kein Axiom ist, als was jetzt genau ein Axiom ist. #00:34:01-1#

Interviewer: Ja, kannst du gerne machen. #00:34:01-6#

Wilhelm: Ich würde sagen, so was wie der Satz des Thales, braucht schon so viele Sachen, die du davor bewiesen haben musst, dass du den Satz des Thales beweisen kannst. Letztendlich brauchst du einen Winkel und Dreieck **(nicht wichtig)** auf jeden Fall braucht man viel Vorannahmen, um diesen Satz zu beweisen. #00:34:37-3#

Franz: Es ist ja auch nicht klar, was ein Kreis ist. **(lacht)**
#00:34:41-1#

Wilhelm: Das ist das nächste. Deswegen würde ich sagen, wenn was sehr viele Vorüberlegungen braucht, um es zu beweisen, dann wäre es für mich kein Axiom. (**Franz:** ja). Aber wir haben schon darüber geredet, dass so letztendlich zu sagen, was ein Axiomensystem ist, wenn mans nur auf diese **(...)** wie hieß das Wort, dass es möglichst klein ist; dass es nur nicht zusammenhängende (**Franz:** eine Basis quasi) genau, dass die Axiomensysteme dann auch nicht schön sind, und irgendwelche schwachsinnigen Fälle zulassen, die man vielleicht nicht will und dass man deswegen Sachen in die Axiomensysteme reinnimmt, die jetzt nicht unbedingt nötig sind, aber die mir Fälle blockieren, wo ich sonst jedes Mal schreiben müsste, der Fall ist das nicht, dann folgt. #00:35:38-6#

Interviewer: Das verstehe ich auch. Siebt- und Achtklässler haben keinen Bedarf danach, das kann ich verstehen, aber **(..)** ich interpretiere das so, dass ihr diesen Gedanken versteht, dass man das letztendlich beweisen muss. #00:36:00-3#

Wilhelm: Ich finde kann man je nach dem wie man seine Theorie aufbaut, wenn man nur will, kann man alles als ein Axiom definieren. Es ist letztendlich nur eine Definition. Ich meine, wenn man sagt, ich kann Axiome reinnehmen, damit das schöner wird, könnte ich für die Schule sagen, wir haben quasi ein paar Grundannahmen, wie **(unverständlich)** solche Geschichten. Man kann den Schülern dieses Denken näherbringen, ich habe gewisse Grundannahmen und auf denen baue ich was auf und diese Grundannahmen müssen ja nicht zwangsläufig astreine Axiome der euklidischen Ebene sein. Sondern vielleicht ein zwei Schritte weiter, so Annahmen, wo die Schüler sagen, ok, das ist mir klar, das ist wohl so. #00:36:55-9#

Interviewer: Was wären dann so Beispiele? Wie könnte in eurer Vorstellung so ein Axiomensystem wie du das meinst der euklidischen Geometrie aussehen? #00:37:06-1#

Wilhelm: Ich meine, dass man das vielleicht ein bisschen entschlackt. Diese technischen Sachen rausnehmen, wie zwei Geraden schneiden sich immer, wenn sie nicht parallel sind. Das ist dem Schüler klar irgendwie. Dass man sowas ausblendet, aber was man in der Schule ja macht, Winkelsumme ist 180 Grad, dass Scheitelwinkel gleich sind **(nicht wichtig)** dass man sowas am Anfang klärt und das quasi als sein Referenzpunkt sieht, aus was ich immer, wenn ich irgendwas beweisen will, zurückgehen kann. Und ich finde da lehrt man den Schüler zumindest das Vorgehen. Klar sind das zum Teil keine Axiome, aber man könnte den Schülern dieses Denken näher bringen. Ok, ich habe meine Grundannahmen, die dann in der Uni echte Axiome sind und auf denen muss ich alles aufbauen. Und zumindest dieses Vorgehen irgendwie vorzulegen. #00:38:09-1#

Interviewer: Aber könnt ihr das konkretisieren. Ich habe immer noch nicht verstanden, was ist der Unterschied zwischen diesen Axiomen und diesen reinen Axiomen? Du unterscheidest Axiome in der Schule von Axiomen in der Uni, ich verstehe den Unterschied nicht. Weißt du, was er meint? #00:38:32-7#

Franz: Ja, ich weiß schon, was er meint. Aber der Begriff »Axiom« passt eigentlich nicht so in die Schule rein. Ich würde jetzt auch so sagen, **(..)** Formeln oder **(...)** dieses Wort »Axiom«, das ist so aussagekräftig, deswegen nimmt man das gerne in Mund. Aber ja, der eigentliche Begriff »Axiom« passt nicht in die Schule. #00:39:12-1#

Interviewer: Namen sind Schall und Rauch, wir können das auch anders nennen. #00:39:12-4#

Franz: Genau, ich würds auch anders nennen. Axiome würde ich wirklich nur hier wie jetzt auch aus Origami **(..)** in der Schule würde ich das Gesetzesmäßigkeiten oder Formeln nennen. #00:39:37-0#

Wilhelm: Vielleicht was ich gemeint habe. Ich wollte jetzt nicht sagen, in der Schule ist ein Axiom was anderes als an der Uni, sondern eher ich muss mir Gedanken, wie viel ich von diesen Axiomen ich den Schülern verrate. Ich meine ich brauche den

Schülern nicht zu erzählen, dass zwei Geraden sich schneiden, das ist offensichtlich. Sondern, dass man eher auswählt, vielleicht welche Axiome zeige ich den Schülern mal. #00:40:14-2#

Interviewer: Wie würdest du das machen? Verstehe ich das richtig, dass du den Axiome zeigen würdest, die nicht offensichtlich sind? #00:40:19-2#

Wilhelm: Ja vielleicht. Ich bin mir nicht sicher, aber ist die Winkelsumme im Dreieck, ist das ein Axiom? #00:40:28-0#

Interviewer: Ich weiß nicht. Was nimmt man denn als Axiome? #00:40:30-0#

Wilhelm: Das wäre für mich so etwas klassisches. Dass man **(..)** das ist dann in der Schule irgendwann mal klar, Winkelsumme im Dreieck ist immer 180 Grad. Und das ist ja was **(..)** warum sind das 180 Grad, warum genau diese Zahl. Das finde ich nicht so völlig offensichtlich, wie dass sich zwei Geraden überschneiden. Und das kann man relativ schön verbildlichen. Kennst du diesen Beweis **(nicht wichtig)** dann kommt genau 180 Grad heraus. So meine ich das, dass man Sachen, die nicht völlig klar sind, dass man darüber mal redet und sagt und darauf bauen wir das ganze auf, aber dass man den Rest, der relativ technisch und im Normalfall klar ist, dass man das ein bisschen unter Tisch kehrt. #00:41:29-7#

Interviewer: Was würde passieren, wenn eine Schülerin nach dem Unterricht kommt und sagt, dass die Winkelsumme im Dreieck 180 Grad ist, warum ist das so? Was würdet ihr? #00:41:40-6#

Franz: Dann würde ich das schöne Beispiel aufgreifen mit den Ecken abreißen und aneinander legen. Und dann muss man vorher wissen, wenn man jetzt, dass eine Kreisbewegung, also einmal um die Achse drehen 360 Grad entspricht, das muss man normieren (**Wilhelm:** gut, das ist eine Definitionssache) genau, und nur die Hälfte nimmt, dass es 180 Grad sind. **(..)** Was wir jetzt auch in der Didaktikvorlesung gemacht haben **(lacht)** also, ist ganz witzig, wenn man das macht, ein Dreieck ablaufen und dann man guckt in die Richtung und plötzlich schaut man in die entgegengesetzte Richtung und dann sind das auch 180 Grad. #00:42:28-7#

Wilhelm: Ich finde beim Auseinanderreißen ist wieder der Fall, ok, es ist genau dieses Dreieck, bei dem es geklappt hat, aber es ist nicht wieder jedes. Aber dieses Ablauffall, dass ist für jedes Dreieck , weil da das Dreieck geschlossen ist, hier schaue ich in die Richtung und da schaue ich nach da. Das hängt jetzt nicht mehr so sehr von diesem einzelnen Dreieck ab, sondern man kann den Schülern klar machen, dass es wurscht, ob der eine Knick größer und der andere kleiner ist, sondern letztendlich wenn du einmal rumgelaufen bist, schaust du in die andere Richtung. #00:43:09-0#

Interviewer: Aber aus meiner Sicht ist das so eine anschauliche Argumentation und das heißt im Wesentlichen sehe ich ja, dass es so ist. Wozu braucht man das diese Axiome und überhaupt diese Grundlage. Du hast gesagt, man muss auf irgendwas aufbauen, wenn es offensichtlich ist, dann brauche ich es ja nicht. Also wie versteht ihr das? #00:43:30-1#

Wilhelm: Ja, es ist ja nicht so offensichtlich wie zum Beispiel wenn sich zwei Geraden schneiden. Da muss ich einmal hinschauen und das sehe ich dann. Und dafür, dass es wirklich 180 Grad sind, muss ich schon irgendwie **(..)** es ist vielleicht trotzdem noch anschaulich, wenn man kurz drüber nachdenkt, aber auch nur, wenn man kurz drüber nachdenkt. Oder vielleicht auch länger. Je nach dem, wie der Schüler drauf ist. Aber ich finde deswegen das wäre was, was man als Grundgesetz, Gesetzmäßigkeit, Axiom, was weiß ich, wie mans nennen will, was man festhalten sollte, dass sich zwei Geraden immer schneiden. Ok, Parallele schneiden sich nicht vielleicht mal, ist auch eine offensichtliche Sache. #00:44:19-1#

Franz: Ich finde das sollte man abwiegen, weil du hast ja gefragt, was wäre denn, wenn ein Schüler – falls mein Schüler auf die Idee kommt zu fragen – warum hat ein Dreieck immer 180 Grad. Dass man das einmal sagt oder halt zeigt, warum das so ist, und gut ist. Also das muss man **(..)** man schreibt das hin, Winkelsumme Dreieck 180 Grad. Aber dieses Schneiden von Geraden ist eigentlich kein **(..)** ja **(..)** kein Satz **(..)** reine logische Überlegung. Also das muss nicht aufgeschrieben werden. #00:45:00-8#

Interviewer: Wenn ihr sagt im Dreieck ist die Winkelsumme immer 180 Grad, ihr bezieht ja auf die euklidische Ebene, weil wenn ich jetzt andere Geometrien anschaue, dann ist das nicht so (**Franz:** ja genau), wenn ich auf der Kugel ein Dreieck anschaue, dann muss **(..)** wie würdet ihr da argumentieren? Weil ich meine **(..)** wie unterscheidet ihr dann? Wenn ihr sagt in der Schule, die Winkelsumme ist immer 180 Grad. #00:45:25-2#

Franz: Ja genau. Da muss man sich schon auf die euklidische Ebene beschränken, also auf die zweite Dimension. Weil man zeichnet das ja aufm Papier #00:45:37-5#

Wilhelm: Ich glaube, **in der Schule** es ist halt **(..)** man kann sich da sehr verzetteln, wenn da meint, ja, nur eben auf dem Papier oder in der zweiten Dimension. #00:45:52-4#

Franz: Das bringt die Schüler ja aus der Fassung, weil **(..)** man macht das ja recht früh mit den Dreiecken und das ist eigentlich alles, was die wissen müssen in der Schule. #00:46:05-5#

Wilhelm: Ich würde sagen, dann ist da halt »immer«, hier jetzt, immer. #00:46:06-6#

Interviewer: Wie ist das dann für euch? Die Schüler, klar, vielleicht haben die den Bedarf nicht, aber wie ist es für euch? Wie würdet ihr eigentlich damit umgehen? Winkelsumme ist 180 Grad, nehmt ihr das auch als ein Axiom an oder wie macht ihr das? Wie stellt ihr euch das vor? Wenn wir jetzt konkret sowas begründen wollten, dass in einem Dreieck die Winkelsumme 180 Grad ist? Ich frage jetzt nicht nach einem Beweis, sondern nehmen wir das als ein Axiom an oder wie macht ihr das? #00:46:46-1#

Franz: Ja, ich würde das einfach als eine Formel aufgreifen. Also das ist kein Axiom, das folgert man eben aus den Eigenschaften der Dreiecke. #00:46:54-4#

Wilhelm: Es ist vielleicht eine Eigenschaft der euklidischen Ebene (**Franz:** genau, eine Eigenschaft, genau, das ist ein guter Begriff), in anderen Geometrien vielleicht nicht, aber in der euklidischen Ebene ist das so. **(nicht wichtig)** Vielleicht eher als Eigenschaft der euklidischen Ebene, als ein Axiom oder so. Wenn ich meine Axiome so zusammenbastle, wie eben dieses Axiomensystem für die euklidische Ebene, was dann keine anderen Beispiele zulässt, was wir glaube ich hatten (**Interviewer:** Was meinst du mit »dieses Axiomensystem«?) wir hatten doch in der letzten Sitzung dieses Axiomensystem, was quasi dann **(..)** für das es nur noch die euklidische Ebene als eine **(..)** Geometrie gibt, die all diese Axiome erfüllt (**Interviewer:** Was meinst du mit der euklidischen Ebene? (???!)) das was wir **(..)** unser Papier quasi. **(..)** Und wenn man die Axiome so wählt, dann kommt eben dabei raus. **(..)** Und **(..)** in der euklidischen Ebene ist das vielleicht so, sonst vielleicht nicht immer. #00:48:03-6#

Interviewer: Du hast mal gesagt, Wilhelm, und jetzt hast du, Franz, **(..)** ihr habt drei verschiedene Wörter gesagt, und ich bin mir nicht sicher, ob ihr dasselbe meint: Du hast über Eigenschaften der euklidischen Ebene gesprochen (**Franz:** ja, das hat er gesagt, ich habe befürwortet) genau, und dann hast du davor gesagt, Axiome sind im Wesentlichen Definitionen. Diese drei Wörter: Eigenschaften, Definitionen, Axiome. Unterscheidet ihr dazwischen oder ist das alles dasselbe? #00:48:33-4#

Wilhelm: ne, würde ich nicht sagen. #00:48:35-3#

Franz: Ich würde es auch unterscheiden. Wenn man jetzt auf **(..)** Schulgeometrie geht, ein Axiom wäre zum Beispiel »wenn sich zwei Geraden schneiden, gibts nen Schnittpunkt« (die nicht parallel sind), das wäre ein Axiom. #00:48:58-6#

Interviewer: Warum? Kannst du das irgendwie **(..)** #00:49:02-3#

Franz: Ja, weil das ist jetzt (**Interviewer:** Was nennst du ein Axiom?) genau, das würde ich jetzt in der Schulmathematik als Axiom bezeichnen, weil das wirklich ein Basis darstellt, weil auf die baut wirklich die komplette Geometrie auf, die Schulgeometrie. Aber dass ich sage, ein Dreieck ist konstruierbar, das ist natürlich kein Axiom (**Interviewer:** Warum?) weil ein Dreieck entsteht ja aus drei Schnittpunkten und ich hab ja vorhin gesagt, das wäre ein Axiom, dass ich einen Schnittpunkt konstruieren kann und weil ein Dreieck aus drei besteht, dann kanns ja kein Axiom mehr sein, das folgt ja aus dem Axiom. Wenn mans anwendet. #00:49:49-7#

Wilhelm: Ich würde sagen, ein Axiom ist halt ist was, was ich fordern muss, damit ich dann daraus was aufbauen kann. Ich kann fordern, wenn zwei Geraden parallel sind, schneiden sie sich. Und dann kann ich damit und mit ein paar anderen Sachen irgendwas aufbauen. Aber ich kann genau so sagen **(..)** zwei Parallele müssen sich nicht schneiden, sie können müssen nicht und daraus kann ich mir eine andere Theorie aufbauen **(..)** bei drei Dimensionen ist das so, da kann ich trotzdem **(..)** das ist halt was **(..)** Aussagen, aus denen ich eine Theorie aufbauen kann, die jetzt aber nicht zwangsläufig wahr oder falsch sind. Ich kann sie fordern und daraus kann ich dann was aufbauen, aber das heißt nicht, dass es überall und immer so ist. Ich sage nur, wenn das so ist, dann folgt halt das und das und das. Und wenns nicht so ist, dann kommt halt was anderes raus. Das ist würde ich sagen ist die Eigenschaft was ich unter einem Axiom verstehe, es ist halt was, was ich fordere. Was jetzt nicht zwangsläufig immer so ist, ich fordere es ist so, und dann nenne ich vielleicht alles, was so ein paar Axiome erfüllt, dem gebe ich einen Namen, das wäre eine Definition und **(..)** #00:51:01-9#

Interviewer: Warte mal, das habe ich nicht ganz verstanden. Alles, was ein Axiom ist, dem gibst du einen Namen und das ist (**Wilhelm:** nene) #00:51:06-1#

Wilhelm: Ich habe ein paar Axiome, die ich fordere, die nicht zwangsläufig wahr/falsch sind und dann, wenn ich ein paar Axiome habe, die ich mir gewählt habe, dann kann ich sagen, irgendein Menge Objekt, weiß was ich, das diese fünf Axiome erfüllt, das nenne ich Vektorraum, sowas; das wäre für mich eine Definition. #00:51:32-1#

Interviewer: Das ist auch dein Verständnis? (**Franz:** ja) #00:51:31-7#

Wilhelm: Eigenschaft, das ist ein bisschen, das was am schwierigsten zu erklären, und auch das schwammigste auch ist. (**Interviewer:** Ihr habt das reingebracht, deswegen hätte ich gern gewusst, was ihr damit meint) also für mich wäre das sowas, so Sachen, die dann irgendwann #00:51:54-0#

Franz: So Folgerungen aus den Definitionen oder so. Also das geht noch weiter hinaus #00:51:57-6#

Wilhelm: Es ist kein gutes Wort um sowas für mich so zu beschreiben,was ziemlich schwammiges, zum Beispiel wenn wir jetzt in Lina sind, wären die Axiome die Eigenschaften vom Vektorraum, weil so sind sie definiert, und das ist die Gestalt von einem beliebigen Vektorraum. Das sind die Eigenschaften, die auf jeden Fall gelten müssen und dann irgendwelche anderen Sachen, die man dann daraus folgert, die man irgendwann als klar annehmen kann, wenn man sie irgendwann bewiesen hat, das wären dann **(..)** letztendlich ist alles eine Eigenschaft **(..)** das ist ein relativ schwammiger Begriff, der vielleicht auch nicht so gut war. #00:52:41-7#

Interviewer: Verstehe. Du hast ganz am Anfang gesagt, als ich gefragt habe, was wir im Kurs gemacht haben, dann hast du über Flachfaltbarkeit, 1-fach-Origami gesprochen. Dann hast du gesagt, wir über Axiomatisieren der euklidischen Geometrie gesprochen. **(..)** Was versteht ihr unter diesem Wort »Axiomatisieren«? #00:52:56-7#

Wilhelm: **(..)** Axiome suchen **(..)** auf denen ich **(..)** zum Beispiel die Theorie der euklidischen Ebene möglichst sinnvoll aufbauen kann. Vielleicht als Erstes mal irgendwelche suchen, mit denen das überhaupt geht **(..)** Axiome suchen, mit denen man letztendlich **(..)** ich meine wir haben uns bei Euklid abgeschaut, er sich die Axiome gesucht, und versucht damit alles zu beweisen, aber die waren noch **(..)** fehlerhaft, da ging noch nicht alles mit. Und dann schaut man sich vielleicht an, ok, was muss ich alles dazu nehmen, dass das überhaupt mal geht (**Interviewer:** Was meinst du mit »DAS überhaupt geht«?) damit ich alles **(..)** naja beweisen kann, wovon ich weiß, dass ichs konstruieren kann. Also wir hatten dieses Beispiel, das du mit diesem euklidischen Axiomen nicht beweisen kannst, dass diese Mittelsenkrechtenkonstruktion funktioniert, aber ich weiß ja, dass sie funktioniert und demnach muss ich auch beweisen können, mit diesen Axiomen, dass es funktioniert. Und dass man sich dann quasi **(..)** so viele Axiome erstmal nimmt, ich meine so haben wir das beim 1-fach-Origami es wurden immer mehr und Andre hat glaube ich immer gesagt, jetzt gibts keine mehr, und es gab immer noch eins **(..)** und dann ist man vielleicht irgendwann an dem Punkt, wo man sagt, ok, damit kann ich **(..)** jetzt mal alles beweisen, aber jetzt ist es vielleicht noch nicht schön, jetzt ist vielleicht dadurch, dass ich so viele dazugenommen habe, irgendeins überflüssig geworden, dass man das dann **(..)** erstmal muss man eins finden, das funktioniert und dann muss mans grade bügeln , dass es auch noch möglichst klein sein – ich habe ja nichts von einem Axiomensystem, das 200 Axiome hat, was du dir nicht merken kannst – und es sollte ja, wenn nur wirklich ja nur die Grundvoraussetzung, sollten sie möglichst wenige sein. So viele, dass es noch geht, und dass es noch schön ist, ja relativ, subjektiv, aber dass es schön funktioniert. #00:55:02-3#

Interviewer: Davor hast du gesagt, damit das möglichst sinnvoll ist (**Wilhelm:** genau). Was meinst du mit sinnvoll? #00:55:05-4#

Wilhelm: Dass man halt einerseits **(..)** irgendwelche sinnlosen kleinen Spezialfälle ausschließt, die ich sonst immer nur später wieder in jedem Satz, den ich irgendwie will, ausschließen müsste, oder dass ich vielleicht **(...)** ja, mir irgendwelche Sachen dazu nehme, die mir spätere Definitionen und Benennung schöner macht. Aber das ist eine Sache, über die man sehr streiten kann und die wahrscheinlich sehr im Auge des Betrachters liegt. **(..)** Weil jeder, denke ich, unter sinnvoll, schön, logisch ein Stück weit was anderes versteht. #00:55:48-8#

Interviewer: Dann können wir Franz fragen, was verstehst du unter sinnvoll? #00:55:46-8#

Franz: Unter sinnvoll verstehe ich, dass zum Einen, dass die Axiome sich nicht widersprechen, dass ich eine Behauptung habe, sie sowohl **(..)** also wenn ich das Axiomensystem aufgreife, das ich konstruiert habe, dass in diesem einen Axiomensystem die Behauptung sowohl belegt als auch widerlegt werden kann. Das ist ja sinnlos. Dann dass ich natürlich die Axiome nicht **(..)** dass sie eine Basis bilden, dass ich nicht ein Axiom aus anderen Axiomen herleiten kann. #00:56:23-9#

Interviewer: Warum wäre das eigentlich schlecht? Das habt ihr schon mehrmals #00:56:30-1#

Franz: Das ist so von Lina, auch so mit Vektoren #00:56:33-5#

Wilhelm: Das ist für mich ein Punkt, wo es schwierig ist, manchmal kanns ja **(..)** praktisch sein, was zu fordern noch zusätzlich, was man eigentlich aus den Axiomen herleiten könnte, aber was vielleicht nicht offensichtlich ist. Und das einfach noch dazu zu sagen. **(..)** Es sollten vielleicht nicht viele sein, aber einfach ein paar mal dazuzunehmen, die vielleicht eigentlich nicht hunderprozentig nicht nötig wären, um später was zu vereinfachen, das finde ich wäre noch ok #00:57:09-9#

Franz: Es kommt ziemlich drauf an #00:57:10-5#

Wilhelm: Aber wenn man sagt, ich habe jetzt 20 Axiome, und eigentlich würden zwei reichen, das wäre dann vielleicht zu viel, aber das ist halt sehr subjektive Sache, wo zieht man jetzt diese Grenze. **(..)** Das ist auch noch vielleicht eine Sache, die sich geändert hat, **(..)** vor dem ganzen Kurs waren diese ganzen Axiome – Axiome und **(..)** ja **(..)** ist gut so **(lacht)** und jetzt bin ich mir da nicht mehr so sicher und musste nochmal darüber nachdenken und **(..)** das ist also eine Sache **(..)** das ist auch nicht schlechtes. Vorher war ich mir sehr sicher in was, was vielleicht nicht unbedingt richtig war und jetzt bin ich mir nicht so sicher darin, aber dadurch denke ich irgendwie weiter **(lacht)** #00:57:57-4#

Interviewer: Ok. Ich will euch auch gar nicht so lange aufhalten. Wir kommen gleich zum Schluss, ich will euch einen Satz zeigen. **(nicht wichtig)** Diesen Text kennt ihr aus dem Pretest, den wir am Anfang geschrieben haben, **(..)** das ist entnommen aus den Standards für die Lehrerbildung im Fach Mathematik, das sind Empfehlungen, an die Leute, die zukünftige Lehrerinnen und Lehrer, ausbilden, also in dem Fall an mich, und ihr seid die zukünftigen Lehrer und da steht im Fach Geometrie »Die Studierenden beschreiben Axiomatik und Konstruktion als Wege für eine formale Grundlegung der euklidischen Geometrie«. Das heißt irgendwie müsst irgendwas können und ich soll euch dazu ausbilden. Und was mir nicht so ganz klar ist, könnt ihr diesen Satz interpretieren, wie versteht ihr diesen Satz. Was sollt ihr eigentlich können? #00:58:56-9#

Wilhelm: Naja, Axiomatik ist ja letztendlich, aus den Axiomen irgendwas, unsere Theorie aufzubauen. **(..)** Also ich finde den Satz ein bisschen **(..)** #00:59:19-3#

(...) #00:59:25-5#

Wilhelm: Dass Axiome die Grundlegung für jede Theorie ist, ist jedem nach dem zweiten Semester spätestens klar. #00:59:38-4#

Franz: Ich denke in dem Fall, weil da steht Axiomatik und Konstruktion, das es miteinander verknüpft ist , dass man eben **(..)** die Axiome, die Grundüberlegungen der euklidischen Geometrie, dass man sie kennenlernt, dass man sie anwendet, und dass es, ja, eigentlich schon die Konstruktion. Und alles weitere, was draus folgt, also mit den Dreiecken und alles, was dazu gehört. Ja, das würde ich jetzt so knapp zusammenfassen, was das aussagt. Dass wir eben die Axiomatik zum Einen natürlich behandelt, eigenständig, also was ist Axiomatik. Dass wir Axiome kennenlernen und diese anwenden, aber vielmehr finde ich die Verknüpfung entscheidend, dass Axiomatik UND Konstruktion, weil wie du ja gesagt hast, Axiomatik, also wenn wir uns jetzt nur auf die Axiome beschränken, dann haben wir zwar einen Grundbaustein, aber schöner wäre es vielleicht, wenn wir doch eine Regelung haben, die vielleicht aus vier Axiomen folgt, aber die halt sehr praktisch, handlich ist. Und da gehen wir eigentlich schon über in die Konstruktion. #01:01:09-3#

Interviewer: Ich verstehe den Übergang nicht so. Wie kommst du von einer Regel auf eine Konstruktion? #01:01:15-6#

Franz: Wir haben ja, wenn wir jetzt das Beispiel Origami aufgreifen, da haben wir ja Grundfaltarten kennengelernt und da sind wir auf ein paar gestoßen, die lassen sich aus den vorherigen Konstruieren. Da steht schon Konstruktion drin. Aber das ist ja nicht sinnlos, diese Regelung, die wir aus den Axiomen hergeleitet haben, trotzdem als eine Grundfaltart aufzugreifen, weil die einige Schritte erspart und solange wir wissen, dass das eben eine Grundfaltart ist, die aber kein Axiom ist, sondern eben aus den Axiomen konstruiert wurde, ist das ja in Ordnung. #01:02:12-5#

Wilhelm: Ganz kurz nur dieses Beispiel mit ein Drittel. Da haben wir uns einmal vergewissert, dass wenn ich das jetzt hier so falte, dann ist hier ein Drittel, und wir wissen wir können das konstruieren. Aber wir müssen das nicht jedes Mal konstruieren, weil wir wissens ja, wir könnens (**Franz:** genau) das wäre für mich eine Grundkonstruktion des Origami, weil **(..)** klar, ich kanns irgendwie runter brechen auf ein paar andere Sachen, aber **(..)** warum sollte ichs, wenn ich weiß, es geht. Also ich muss ja nicht jedes Mal weiß ich nicht 56 durch 8 rechnen, wenn ich weiß, was rauskommt. Das ist nicht das beste Beispiel, aber **(..)** bei gewissen Sachen weiß man aus der Erfahrung, ok, das klappt, und muss sich nicht jedes Mal davon überzeugen, dass es klappt. **(..)** Genau, was mir gerade noch so eingefallen ist, dass Axiomatik und Konstruktion vielleicht zwei verschiedene Wege sind, wie man sich die euklidische Ebene aufbauen kann. Einmal mit Axiomatik, ich habe meine Axiome und beweise mir daraus so wie man das so macht, meine ganze Geschichte; und vielleicht Konstruktion eher so ein bisschen, wie wir das jetzt bei 1-fach-Origami gemacht haben, wir gucken mal, was können wir konstruieren und versuchen dann das so ein bisschen zu systematisieren. Wenn man das vielleicht so Axiomatik – Axiomatik und Konstruktion vielleicht so in die Richtung Axiomatisieren sieht, weil es ist ja Konstruktion ist erstmal **(..)** ich schau mal was geht, dann schaue ich was ich daraus wieder, wir haben eben unsere Grundkonstruktionen gefunden, dann haben wir ja sowas gefunden, was einfacher auch geht (zeigt wohl auf ein Drittel), was ein bisschen cheaten ist vielleicht. Und dann wenn ich meine ganze Menge konstruieren kann, versuche ich zu schauen, ok, wie hängt das zusammen, welche sind **(unverständlich)** welche muss ich können, um alles andere zu können, welche folgen doch noch aus irgendwem anders, also **(..)** dass es vielleicht zwei verschiedene Wege sind, wie ich mir die euklidische Ebene oder 1-fach-Origami, in dem Fall die Euklidische Ebene, Geometrie, aufbauen kann. Vielleicht ist das so gemeint? #01:04:24-9#

(nicht wichtig) #01:04:35-7#

Interviewer: Wie würdet ihr eigentlich einem Kommilitonen erklären, also ihr könnt unterscheiden: Jemandem, der ein Mathematiker ist, oder jemandem, der kein Mathematiker ist, was denn die euklidische Ebene denn sei oder ist? #01:04:52-5#

(..)
Interviewer: Oder bzw. was ist für euch die euklidische Ebene? #01:04:59-7#

Franz: Ja gut, ein Mathematiker müsste es eigentlich kennen **(nicht wichtig)** ich würde das einem Schüler natürlich anders erklären als einem Kommilitonen. #01:05:18-1#

Interviewer: Was wäre der Unterschied? #01:05:17-0#

Franz: ich würde sagen, dass es eben der Vektorraum R^2 ist **(..)** und einem Schüler würde ich sagen, dass es eben **(..)** ja **(..)** dass es an sich **(..)** das Koordinatensystem, würde ich sagen. #01:05:45-6#

Wilhelm: Für einen Nichtmathematiker finde ich Zeichenebene, einfach unser zweidimensionales kartesisches Koordinatensystem **(..)** das, was du aus der Schule kennst. **(lacht)** Weil, jemandem, der sich noch keine Gedanken darüber gemacht hat, dem brauche ich nicht zu erklären, warum das genau das und nur das und **(..)** Menschen außerhalb der Mathematik betrifft das nicht. Und letztendlich, wenn ich das einem Mathematiker erklären müsste, der in der Höhle gelebt hat, und davon noch nichts gehört hat, dann müsste ich dem irgendwie klar machen, warum DAS genau die euklidische Ebene ist. Und nicht irgendwas anderes. #01:06:31-9#

Interviewer: Ach so? Wie würdest du das machen? #01:06:33-1#

Wilhelm: Das weiß ich nicht **(lacht)** #01:06:32-6#

(nicht wichtig) zur Eindeutigkeit der euklidischen Ebene.