Interviewtranskript Wintersemester 2015/16, Franziska(7) und Richard(5)

Interviewer: Nur dass wir vom selben sprechen, könnt ihr vielleicht kurz beschreiben, was haben wir eigentlich im Kurs gemacht? #00:00:26-5#

Richard: Im Kurs haben wir 1-fach-Origami gemacht und haben festgestellt, dass man verschiedene Grundfaltungen machen kann. Man kann mehr machen, als mit Zirkel&Lineal, was ich am interessantesten fand und dann haben wir noch gesagt, was ein Axiomensystem ist; das war auch ganz wichtig, fand ich. Und dann haben wirs uns im Kurs, im Team vorgemacht, gegenseitig und haben versucht herauszufinden, ob es noch andere Grundkonstruktionen gibt oder nicht. Das war so hauptsächlich, was wir gemacht haben. Dann wurde noch ein Kurs angeboten, zum so Falten **(lacht)** da habe ich nicht teilgenommen, (**Interviewer:** faltclub). #00:01:29-8#

Franziska: und wir haben noch Flachfaltbarkeit am Anfang gemacht. Soll ich das erklären? #00:01:31-5#

Interviewer: Ne, musst du nicht. Ich sehe das so als einen Einstieg in die Beschäftigung. **mhm (bejahend) (nicht wichtig)** Richard, du hast gerade gesagt, dass wir gezeigt haben, dass 1-fach-Origami stärker ist als Zirkel&Lineal. Ich hätte dazu zwei Fragen: Kannst du mir erklären, was 1-fach-Origami ist für dich, was verstehst du darunter und was meinst du mit »stärker«? Was heißt das? #00:02:11-7#

Richard: Also wir haben festgestellt, dass man mit 1-fach-Origami kubische Gleichungen lösen kann. Das kann ich offensichtlich mit Zirkel&Lineal nicht. 1-fach-Origami bedeutet für mich, dass ich mit einer Faltung und Geraden und einem Punkt verschiedene Grundkonstruktionen machen kann. Und zwar mit einem Falz höchstens. **(..)** Mit vorgegeben Geraden und vorgegebenen Punkt und einem Falz kann ich verschiedene Grundkonstruktionen mit 1-fach-Origami. Und 1-fach steht für einmal falten. #00:02:51-1#

Interviewer: Verschiedene Grundkonstruktionen: Kannst du das konkreter beschreiben? #00:02:54-6#

Richard: Wir haben festgestellt, dass es sieben Stück da gibt. Und das sind im Wesentlichen die gleichen fast, wie mit t Zirkel&Lineal, wir haben einfach gesagt, wir können eine VG, Tangente hatten wir noch, Lot **(..)** WH, (**Interviewer:** Ich habe jetzt nicht mitgezählt). #00:03:29-8#

Franziska: Ich weiß noch zwei, die fehlen. #00:03:33-2#

Richard: Wir hatten noch die Mittelsenkrechte, die hat noch gefehlt und was noch? #00:03:39-2#

Franziska: Die Doppeltangente und das mit dem Senkrechtstehen, dieses J7. Dann müsstens alle gewesen sein. #00:03:51-8#

Interviewer: Könnt ihr mir das kurz erklären, was heißt alle? Inwiefern kann man sagen, das sind alle? Oder warum sagt ihr das sind alle? Alle sieben und nicht fünf und nicht zwanzig? #00:03:59-3#

Richard: Wir haben festgestellt, dass es ein Axiomensystem gibt und im Axiomensystem sind die Sachen, die sich nicht verkleinern lassen und nicht mehr differenzieren lassen. **(..)** Und es gibt drei Bedingungen an das Axiomensystem, dass es vollständig sein muss, und man kanns einfach nicht mehr vereinfachen, also man kann keine Konstruktion aus anderen herleiten. #00:04:23-9#

Franziska: Doch, das kannst du schon. Du kannst zum Beispiel die Mittelsenkrechte mit VG und WH oder sowas konnte man auch machen. Aber du kannst die einzelnen Grundkonstruktionen in einem Schritt falten, deswegen Grundkonstruktion (**Richard:** ok). #00:04:47-2#

Interviewer: Weißt du, was sie meint? #00:04:47-5#

Richard: Ja, ich weiß schon, was sie meint. #00:04:49-4#

(..) #00:04:51-6#

Franziska: Also du brauchst die vielleicht nicht alle, um das zu falten, aber du kannst es trotzdem in einem Schritt machen, indem du Punkte und Geraden bestimmt aufeinander faltest. #00:05:06-5#

Interviewer: Vielleicht könnt ihr das nochmal sagen, das habe ich jetzt insgesamt nicht verstanden: Inwiefern kann man jetzt sagen, das sind alle. Warum sagst du diese sieben? Und Franziska sagt, ok, die kann man reduzieren. Inwiefern sind das alle? Könnt ihr euch einigen? #00:05:28-3#

Richard: Sie hat schon recht, war mein Fehler. Das sind halt Dinge, die mit einem Falz herstellen kann die sieben. Und #00:05:35-7#

Franziska: Und es gibt auch nicht mehr als die sieben, da haben wir irgendwie angefangen mit zwei Elementen, also zum Beispiel ein Punkt und ein Punkt, ein Punkt und eine Gerade, hat dann schon mal nix eindeutiges oder zumindest nicht so eindeutig, dass es nur endlich viele Möglichkeiten gibt und dann haben wir es der Reihe nach durchgegangen und dann kanns nur sieben geben. **(..)** soll ichs noch genauer erklären? #00:06:05-6#

Interviewer: (zu Richard) weißt du, was sie sagt? #00:06:04-4#

Richard: Du musst nicht mehr erklären ich habs schon verstanden. #00:06:08-0#

Interviewer: Ich glaube ich verstehe auch. #00:06:07-2#

Interviewer: Richard, ich frage nochmal nach, du hast irgendwie gesagt, dass Zirkel&Lineal, dass 1-fach-Origami stärker als Zirkel&Lineal ist und ich glaube ich habe das wort richtig verstanden, du hast gesagt, du fandst das richtig faszinierend. weiß du das noch? #00:06:30-5#

Richard: Ja, dass ich mehr damit machen kann mit 1-fach-Origami als mit Zirkel&Lineal. #00:06:35-3#

Interviewer: Kannst du das kurz erklären, was findest du daran faszinierend? #00:06:40-7#

(..) #00:06:43-7#

Richard: Jeder, den ich gefragt habe, ja ich mache einen Kurs zum Origami, kam erstmal ein Lächeln zurück – und dafür gibts noch ECTS Punkte? **(lacht)** (**Interviewer:** Verstehe). und als der Kurs zu Ende war, ich habe gemerkt, ich kann damit ziemlich viel anstellen und dann sinkt das Lächeln doch ziemlich schnell zur Ernsthaftigkeit und man denkt sich, krass, hätte mir gar nicht vorstellen können. #00:07:11-9#

Franziska: Wer macht außer in der Schule, wenn ers muss, wirklich ne Konstruktion mit Zirkel&Lineal, das macht ja keiner mehr. Ist bei Origami noch ein bisschen wahrscheinlicher, dass mans macht, weils einfach leichter zu handhaben ist #00:07:29-3#

Richard: Ja denke ich auch. **Du verwendest meistens..** dann hast du es gleich da. Ich kenns auch selten, dass man mit Zirkel&Lineal misst. #00:07:43-0#

Interviewer: Du sagst, du hast mit verschiedenen Menschen außerhalb des Kurses gesprochen. #00:07:48-3#

Richard: Was heißt gesprochen. #00:07:51-3#

Interviewer: Hast du denen irgendwas über den Kurs erzählt? Oder über die Inhalte. #00:07:57-6#

Richard: Eigentlich nicht, weil ich habe mich am Anfang auch nicht überzeugen lassen, so wirklich, damit kann man wirklich was anstellen. **(nicht wichtig)** #00:08:17-9#

Interviewer: Dann interpretiere ich das so, wenn du sagst, du fandest das faszinierend, du hast dich überzeugen lassen. #00:08:25-7#

Richard: Im Endeffekt schon. In dem Sinne überzeugen lassen, dass man damit schon viel anstellen kann. Ja. #00:08:33-8#

(..) #00:08:36-3#

Interviewer: Was würdest du dazu sagen? #00:08:38-8#

Franziska: man kann sich am Anfang nicht so viel darunter vorstellen und wenn man das so versucht zu strukturieren oder aufzubauen die Theorie **(..)** also ich habe auch am Anfang gedacht, es geht weniger als mit Zirkel&Lineal, weils so einfach wirkt. Oder man denkt der Zirkel ist so wichtig, dass man das überhaupt nicht ersetzen kann. **(..)** Also man hat schon irgendwann vermutet, ok, es geht auf jeden Fall genau so viel, und vielleicht geht noch mehr, aber so richtig glauben kann mans erst nicht. #00:09:13-0#

Interviewer: Könnt ihr das eigentlich ein bisschen konkretisieren. Was heißt mehr? (**Richard:** Was mehr heißt?) ja, **(nicht wichtig)** #00:09:29-4#

Richard: Das einzige Mehr, das man rausbekommen hat waren kubische Gleichungen, oder? Was hatten wir rausbekommen? #00:09:34-0#

Franziska: Man kann einfach mehr Punkte konstruieren, wenn man jetzt alle Punkte, die man mit Zirkel&Lineal konstruieren kann, dann ist das halt **(..)** weiß nicht, was genau für irgendein Körper halt und der Körper, der mit 1-fach-Origami konstruiert werden kann, ist halt größer. #00:09:58-7#

Interviewer: um zwei Elemente? #00:10:00-9#

Franziska: nee, um mehr Elemente **(lacht)** #00:10:04-0#

Interviewer: Kannst du das präzisieren? #00:10:05-8#

Franziska: Ja, also zum Beispiel Zirkel&Lineal wird sowas sein wie Q adjungiert irgendwelche Wurzeln. Und das andere wird sein, das nochmal und irgendwelche dritte Wurzeln adjungiert. #00:10:20-2#

Interviewer: Ach so mit Wurzeln meinst du quadratische Wurzeln? (**Franziska:** ja) . #00:10:19-3#

Interviewer: Lassen wir das gut sein, wir kommen noch zurück zum Papierfalten. Ich will eine esoterische Frage stellen. **(..)** Ihr habt ja eine bestimmte Denkweise oder die Art, wie ihr über Mathematik nachdenkt. Jetzt will ich das so fragen: Würdet ihr sagen, dass der Kurs diese Art über Mathematik nachzudenken, geändert hat. Eure Art, über Mathematik nachzudenken #00:10:53-7#

Franziska: Was man schon vorher denkt und immer wieder gesagt bekommt, es ist ja egal wie man was definiert, das kann man schon nachvollziehen, aber vielleicht ist es so, dass man durch den Kurs viel mehr selber erkennt, weil man ja selber versucht, irgendwelche Axiome zu finden, Grundfaltungen zu finden und man selber irgendwann entscheiden muss, wie will man das jetzt machen, was nennt man so, was möchte man einschließen und was nicht und dann kommt vielleicht viel mehr raus, dass es wirklich darauf ankommt, wie mans definiert und egal wie mans definiert, es funktioniert ja beides. Oder das mit dem Dreieck. Ist das jetzt Dreieck, sind das jetzt die Punkte, ist das jetzt alles, es ändert ja nichts an der Theorie, man kann ja die gleichen Sachen mit machen, ist halt eine andere Bezeichnung. Das finde ich schon, dass es durch den Kurs klarer geworden ist, oder vielleicht nochmal anschaulicher. Weißt du was ich meine? #00:12:01-4#

Interviewer: Ich glaube du beziehst dich **(..)** kannst du das vielleicht für Richard in zwei Sätzen zusammenfassen oder wirds schwierig. #00:12:10-6#

Franziska: Also Grundlage von Mathematik sind ja meistens irgendwelche

Definitionen, mit denen man dann weiter arbeitet. Und Definitionen sind jetzt nicht falsch oder richtig, sondern die sind höchstens sinnvoll oder nicht sinnvoll. und man kann einfach eine Definition so festlegen und egal ob man sie auf die weise a oder b festlegt, (schon mehr als zwei Sätze) ergeben sich keine Widersprüche, zumindest müssen sich keine Widersprüche ergeben. Man braucht aber irgendeine Festlegung, um weiter irgendwelche Aussagen formulieren zu können. #00:12:52-6#

Richard: Und das war jetzt die Änderung auf die Sichtweise der Mathematik? #00:12:53-8#

Interviewer: Ja, das habe ich auch nicht ganz verstanden. Also inwiefern beantwortet das die Frage? #00:12:59-2#

Franziska: Definitionen sind ja willkürlich. Das weißt man, das kriegt man immer wieder gesagt, aber so richtig verinnerlicht oder anschaulich begriffen hat mans vorher nicht. Aber wenn selber dabei ist, irgendwelche Definitionen mal sich zu überlegen und dann hat man mehrere Versionen und muss sich jetzt einfach auf eine festlegen. Dann merkt man, finde ich, total, einleuchtend, dass es wirklich egal ist; man muss nur eins festlegen. #00:13:27-7#

Interviewer: Ja ok, so verstehe ich dich. #00:13:27-9#

(..) #00:13:31-4#

Interviewer: Ich frage dich jetzt nochmal, ich kann gerade die Frage nicht formulieren. (zu Richard) wie würdest du das sagen? #00:13:38-0#

Richard: Also wie ich das sagen würde, dann fällt mir das auch ein bisschen auf, dass man dazu gezwungen ist, Definitionen festzulegen, vor allem als das diskutiert haben mit dem Punkt, was ist eigentlich ein Punkt? Dass man irgendeine Aussage treffen muss, weil ich sonst nicht weiterarbeiten kann. Das hat sich für mich auch ein bisschen geändert. Aber im Großen und Ganzen. **(..)** Also wirklich geprägt meine Sichtweise auf die Mathematik **ist vielleicht an Kleinigkeiten gescheitert, die Definition.** ??? #00:14:30-6#

Interviewer: Du musst ja nichts sagen, was mir gefällt **(lacht)** #00:14:30-4#

Richard: Nein, deswegen, ich überlege gerade, was sich geändert haben könnte. #00:14:37-2#

Interviewer: Ich finde deswegen deine Antwort, Franziska, kann sie nicht ganz nachvollziehen, weil für mich klingt das nach Inhalten, also ich habe das Gefühl sozusagen, dass du jetzt sagst, diese Inhalte, also zum Beispiel dass man Definitionen beliebig festlegen kann, das hast du davor vielleicht nicht so ganz verstanden, und jetzt hast du das besser verstanden. Das ist für mich so eine Inhaltsfrage. Meine Frage zielt eher auf wie denke ich über Mathematik ab. #00:15:10-0#

Franziska: Aber ich meinte das schon so. Also es geht jetzt nicht um die eine Definition, sondern es geht halt mehr so, man versteht halt besser, wie Mathematik entstanden ist. Nicht nur bei der Definition, sondern auch wie findet man irgendwelche Axiome oder Sätze oder wie stellt man eine Vermutung auf, wie überprüft man das? Dass man vielleicht mehr so eine Idee bekommt, wie es halt so ist, als es entwickelt worden ist. Weil wir sind ja meistens nur, wir kriegen das erzählt und sollens halt nachvollziehen. Und es geht nie drum, wie sind sie darauf gekommen. Wie haben die das gefunden. Und da ist das schon mit den Definitionen auch ein bisschen **(...)** ich kanns auch nicht so viel besser **(..)** #00:15:56-1#

Richard: Ich glaube ich verstehe schon, was sie meint, also wenn man das auf Pythagoras oder sonst irgendeinen Griechen beziehen. Die mussten irgendeine Festlegung machen, damit sie Aussagen tätigen können. Weils sonst einfach nicht weiter geht. Wie du gesagt hast, dass **(unverständlich)** total faszinierend, die haben einfach das Buch auswendig gelernt, konnten sonst nichts anderes mit Mathematik anfangen **(lacht)** und wenn Mathematik so trocken und **(unverständlich)** sitzen und irgendwelchen Kindern erzählen wollen **(unverständlich)** lass bloß die Finger davon. #00:16:27-5#

Interviewer: Warum eigentlich? #00:16:33-2#

Richard: Wie kann man mit so etwas trockenem irgendwas anfangen? Wir haben auch so ich kann da keine Namen nennen, aber Professoren, die das didaktisch so schlecht rüberbringen, und dann sehen wir das komplette Gegenbeispiel, da **da kann ich mal einen Namen nennen, der** Herrn Roth und der hält einfach Analysis so klasse finde ich, der nimmt sogar noch Farben und ich finde es einfach nur klasse, so macht Mathematik Spaß und das bezieht sich darauf und das darauf **(..)** und andere schreiben Definitionen auf und jetzt macht mal und fangen dann mit der Übung an. Wenn ich aber sehe, mit der Geometriedidaktik, was wir gerade hatten, man sieht die Welt mit anderen Augen. **Das hat manchmal was negatives, wenn man nur Mathematik sieht** und jedes Quadrat in zwei Dreiecke teilen will**, wenn man aus dem Fester schaut, sieht man schon zwei Dreiecke,** ist dann schon das andere Extreme. Es ist einfach spannend und man sieht, dass in jedem kleinen Ding Mathematik steckt. (**Interviewer:** das ist aber schön!) **Obs der Goldene Schnitt ist, oder sonst irgendwas, ich finde das mega spannend.** #00:17:35-8#

(...) #00:17:44-6#

Interviewer: Jetzt versuche ich die Frage ein bisschen anders zu stellen. Ich ändere eigentlich nur ein Wort. Wie würdet ihr das beurteilen, wie würdet ihr sagen, dass der Kurs eure Sichtweise auf Zirkel&Lineal Konstruktionen verändert hat? #00:18:08-8#

Franziska: Ich würde erstmal sagen, nein. Man hat vielleicht ein paar mehr Konstruktionen im Gedächtnis, die man vorher vergessen hatte. **(..)** aber eigentlich sonst nicht unbedingt. #00:18:24-4#

Richard: Vor allem mit dem Streckenteilen in n Teile, das wusste ich davor gar nicht, das haben wir in der Schule gar nicht gemacht. Ich wusste, dass es geht mit Zirkel&Lineal. Das kam auch in der Klausur dran, deswegen fand ich das auch spannend. Und dass man das auch mit Papierfalten machen kann. ja. #00:18:45-6#

(..) #00:18:50-0#

Interviewer: Ich will kurz zurückspringen. Franziska du hast davor gesagt, du hast über Definitionen gesprochen, dann hast du gesagt, man muss irgendwie Definionen festlegen, man muss Axiome festlegen. Was ist eigentlich für dich der Unterschied dazwischen? Für euch beide. Warum gibts diese zwei Wörter? Was ist der Unterschied? #00:19:09-6#

Franziska: Ich hätte gesagt, eine Definition ist eine Begriffsfestlegung, einfach um über irgendwelche Sachverhalte sprechen zu können und ein Axiom **(..)** ist sowas wie eine Grundvoraussetzung. Sowas wie zwei Punkte liegen immer auf einer Geraden oder so. Da tut man keine Begriffe festlegen, sondern **(..)** Beziehungen zwischen Begriffen. #00:19:44-5#

Interviewer: Richard, was würdest du sagen? #00:19:47-6#

Richard: Ich würde es nicht ganz so sagen, ich würde eher sagen, Definition ist eine Teilmenge von Axiomen. **(lacht)** Und Axiom ist von vielen Leuten anerkannt und Definition macht sich ein kleiner Mathematiker, damit er damit arbeiten kann. Also es ist auch ein Begriffs, ja eine Definition wo ich mich drauf stützen kann und Axiom ist für mich was allgemein anerkanntes. Ok, ein Baustein, damit lassen sich sau viele Dinge erklären und es brauche ich nicht nur für mich, sondern es können eigentlich alle ziemlich gut verwenden. #00:20:26-1#

Interviewer: Wenn du sagst allgemein anerkannt, schwingt da so ein demokratischer Gedanke mit oder wie? #00:20:31-3#

Richard: Sagen wir mal so, da hat keiner ein Gegenbeispiel gefunden, dass es noch verkleinerbar das Ganze. #00:20:43-2#

Interviewer: Korrigiere mich, wenn ich dich falsch verstehe: Das heißt sowas wie der Satz von Pythagoras in der euklidischen Geometrie würdest du nicht mehr als ein Axiom ansehen, oder interpretiere ich das falsch? #00:20:55-4#

Richard: Im Endeffekt lässt sich ziemlich viel schließen. Deswegen würde ich schon sagen, dass es ein Axiom ist. **(..)** ja, was heißt Axiom? #00:21:11-2#

Interviewer: Wenn ich den Satz von Pythagoras auf andere Sätze zurückführen kann. Ich will nur verstehen wie du das meinst mit diesem nicht Zurückführen, Nichtreduzieren meinst. #00:21:26-3#

(..) #00:21:28-3#

Richard: Das ist die Definition von einem Axiom, dass es irreduzibel ist. Das heißt **(..)** ich würde behaupten, dass es ein Grundbaustein in der Mathematik, den man nicht verkleinern kann. #00:21:42-8#

Interviewer: Wie siehst du das Franziska? #00:21:46-6#

Franziska: Also ich würde nicht sagen, dass man es nicht verkleinern kann, es gibt auch Axiome, die man nicht unbedingt braucht, aber einfach der Übersichtlichkeit oder besseren Verständlichkeit halber noch dazugenommen werden. #00:22:06-4#

Richard: Aber wieso mache ich dann Axiome, wenn ich sie nicht brauche **(lacht)** #00:22:10-2#

Franziska: Mir fällt gerade kein konkretes Beispiel ein, aber irgendwas mit projektiver Geometrie, irgendwas hatte man nicht gebraucht und hatte es trotzdem dabei. **(..)** Aber mir fällts nicht mehr genau ein, was es war. Und es wird trotzdem Axiom genannt. Jetzt ist die Frage, ob mans wirklich Axiom nennen will, aber das finde ich schon sinnvoll, weil es schon die Grundlage ist und dann #00:22:40-5#

Richard: Aber dann ist das für mich schwierig zu verstehen. Ich stelle mir das so vor: Du baust ein Haus auf einem Grundbaustein, und Grundbausteine sind Axiome und wenn ich da ein Axiom raushabe, fällt das ganze Haus zusammen. Deswegen ist das für mich irgendanders vorstellbar total schwierig. Also vielleicht ist das so, ich kenn mich damit nicht aus. #00:22:57-7#

Franziska: Bei Zirkel&Lineal, wenn du das Lineal nicht brauchst, würdest du dann das Lineal nicht als Grundbaustein sehen? #00:23:05-3#

Richard: Doch, das brauche ich bei Zirkel&Lineal #00:23:06-1#

Franziska: Ne, ich brauchs nicht, ich brauch nur den Zirkel. Also mit Zirkel kann ich genau so viel, wie wenn ich das Lineal dazu nehme. Das ist zum Beispiel ein Beispiel! Man brauchts nicht, aber es wird trotzdem dazu genommen. Weil es einfach die Schritte verkürzt. #00:23:25-1#

Richard: Wie willst du mit einem Zirkel eine Gerade zeichnen? #00:23:25-9#

Franziska: Ne, aber du kannst die gleichen Punkte konstruieren. **(...)** Ja, es ist nicht so einleuchtend, aber es ist so. #00:23:45-4#

Interviewer: Könntest du das ein bisschen präzisieren, ich glaube Richard glaubt dem nicht so richtig. #00:23:50-6#

Franziska: Also wenn du jetzt davon ausgehst, dass du den Punkt 0 und den Punkt 1 hast, und kannst mit Zirkel&Lineal verschiedene Konstruktionen machen und schaust welche Punkte du konstruieren kannst. Und du fängst an und du lässt das Lineal weg und machst das nur mit dem Zirkel, dann kannst du die gleichen Punkte konstruieren wie mit Zirkel&Lineal. #00:24:12-3#

Richard: Ja ok. Punkte vielleicht. #00:24:16-7#

Franziska: Ja natürlich hast du die Geraden nicht, aber es war ja bei 1-fach-Origami das Gleiche, du kannst mit nem Zirkel einen Kreis ziehen, du kannst ja nie mit 1-fach-Origami einen Kreis erzeugen. Aber du kannst jeden Schnittpunkt, den du erreichst, kannst du auch mit 1-fach-Origami erreichen. #00:24:33-0#

Richard: Aja, so wie wir das bei der Ellipse hatten. #00:24:33-9#

Franziska: Und so ist das halt beim Zirkel auch, die Schnittpunkte, die sich ergeben, sind die gleichen Schnittpunkte, die sich mit Zirkel&Lineal ergeben. #00:24:43-7#

(..) #00:24:47-0#

Interviewer: Ist dir eigentlich klar, wie man sowas beweist? #00:24:47-6#

Franziska: Ne **(lacht)** #00:24:50-3#

Interviewer: Wie würdet ihr eigentlich jemandem erklären, auf verschiedenen Niveaus, wie würdet ihr einem Schüler erklären, was ein Axiom ist. Oder was würdet ihr in der Prüfung sagen. Oder was würdet ihr einem Nichtmathematiker außerhalb des Kurses sagen, was für euch ein Axiom, was ist für die ein Axiom? Wie würdet ihr das erklären? #00:25:13-2#

Richard: Einem Nichtmathematiker würde ich mein Hausbeispiel bringen. So wurde mir das auch erklärt, ich fand das ganz treffend und gut. Man kann sich darunter was vorstellen. #00:25:28-4#

Franziska: Oder als Regel. Und man muss jetzt aus den Regeln irgendwelche **(..)** Spielzüge meinetwegen. **(...)** In der Prüfung wird's schon schwieriger **(lacht)** #00:25:48-0#

Richard: Ich würde einfach die Definition hinschreiben vom Axiom. #00:25:51-6#

Interviewer: Die da wäre? #00:25:55-2#

Richard: Ja dass es irreduzibel sein muss, dass es halt **(..)** so **(..)** kenn ich das. Es muss irreduzibel sein und dass das System vollständig sein muss. #00:26:10-2#

Interviewer: Moment, da will ich nachfragen. Also wenn du **(...)** wie würdest du das konkret hinschreiben? Ein Axiom ist…? Irreduzibel. (**Richard:** ja) #00:26:23-1#

Richard: Ich würde eher mit dem Axiomensystem argumentieren. Fände ich besser, also man kann es besser beschreiben, als nur ein Axiom. #00:26:34-3#

Interviewer: Ich will nicht übertreiben, aber kannst du das konkretisieren? Kannst du das genauer erklären, wie du das schreiben würdest? Oder musst du darüber nachdenken. Weil es mir nicht ganz klar ist, wie du das meinst. #00:26:47-5#

Richard: Das Axiom selber oder reicht das Axiomensystem? #00:26:48-9#

Interviewer: Wie auch immer. Was würdest du in einer Prüfung hinschreiben? Du sagst über ein Axiomensystem würdest du leichter argumentieren können. #00:26:56-7#

Richard: Ich würde einfach die drei Dinge, die es erfüllen muss, würde ich hinschreiben. Das ist vollständig, minimal, was war das dritte? Irreduzibel, dass ich nicht ein Axiom aus einem anderen herleiten kann. Das hatten wir glaube ich, die drei Dinge. #00:27:14-4#

Franziska: Widerspruchslos. #00:27:25-6#

(...) #00:27:32-2#

Interviewer: Wie sagst du: Die drei Dinge, die das Axiomensystem erfüllen muss. Warum muss es diese Eigenschaften erfüllen? #00:27:39-1#

Richard: Einfach per Definition so. **(...)** Da kommen wir wieder zum Thema Logik, würde ich sagen. #00:27:51-3#

Interviewer: Siehst du das auch so? #00:27:51-1#

Franziska: Ich hätts ganz anders gemacht, also weniger über **(..)** ein Axiomensystem, sondern ich hätte einfach gesagt, ein Axiom ist eine Aussage, die nicht wahr oder falsch ist, die halt einfach die Grundlage ist, um weitere Aussagen zu beweisen oder zu widerlegen. #00:28:21-6#

Interviewer: So würdest du das auch hinschreiben? #00:28:24-8#

Franziska: Jaa. **(lacht)** #00:28:33-4#

Interviewer: (...) Könnt ihr mir das vielleicht noch präziser sagen, ich verstehe das nicht ganz? Wozu brauchen wir diese Axiome? Wir reden schon darüber irgendwie und du sagst, du hast das Haus gebracht als Beispiel, das verstehe ich auch. Du sagst auch, daraus kann alles aufgebaut werden. Konkret die Frage: Wozu brauchen wir Axiome?

Franziska: Axiome stehen am Anfang von einer Theorie und ich möchte halt irgendwelche Aussagen aufstellen, um die zu überprüfen brauche ich irgendwas, womit ich arbeiten kann. Also ich will meistens irgendwelche Sätze beweisen oder widerlegen und was nicht bewiesen ist, kann ich im Prinzip erstmal nicht verwenden, deswegen gibts die Axiome, die selber nicht bewiesen werden, sondern einfach Grundvoraussetzungen für meine Theorie sind. Und **(..)** wenn ich eine Aussage habe, dann fange ich am Anfang erstmal an, wenn ich nur die Axiome habe, und tu die mit Axiomen beweisen, zum Beispiel. Jetzt habe ich Axiome plus einen Satz, und kann ich noch einen weiteren Satz, jetzt kann ich alles, was jetzt schon insgesamt hab, benützen, um das zu beweisen oder neue Definitionen einführen, neue Sätze aufstellen und kann immer mit allem, was ich schon habe, kann ich das benutzen, um meinen Satz eben zu beweisen. Aber ich muss mit irgendwas anfangen und das sind die Axiome. #00:30:18-0#

Interviewer: Ok, das verstehe ich. Und wo kommen die her? #00:30:24-2#

Interviewer: Richard sagt, die sind allgemein akzeptiert, anerkannt. Aber wie würdet ihr sagen, wie seht ihr das? Wo kommen die her? #00:30:33-0#

Franziska: Die entwickeln sich mit der Zeit. Irgendjemand macht sich mal Gedanken über irgendwas. Also das ist ja meistens nicht so, dass man Axiome nimmt und dann alles aufbaut. Man betrachtet irgendwelche Strukturen oder Zusammenhänge und versucht dann das immer weiter zu reduzieren, auf Axiome. Und zu gucken, was **(...)** mein Axiom heißt irgendwie, dann sage ich (meinetwegen habe ich fünf Axiome) und daraus könnte ich das alles aufbauen. Jetzt guckt sich das jemand anderes noch an und der sagt, naja, eigentlich braucht man davon nur vier oder drei oder man braucht noch ein zusätzlich, wenn man irgendwas nicht zeigen kann oder weil irgendwo noch Probleme auftauchen. Und dann dauerts eine Weile und irgendjemand muss es dann halt zusammenschreiben und dann haben wir Axiome. #00:31:28-9#

Interviewer: ok. **(...)** Wie würdet ihr das sagen: Dasselbe, worüber wir jetzt reden: Kann man das konkret auf 1-fach-Origami übertragen? Also was ein Axiom ist, wie man das findet, findet ihr eine direkte Übertragung dazu? Oder ist 1-fach-Origami irgendwas besonderes, was Axiome angeht? #00:31:53-5#

Franziska: Also bei 1-fach-Origami kann man sagen, man kann meinetwegen den Spiegelpunkt konstruieren, das ist jetzt aber kein Axiom, weil man dazu mehrere Teilschritte braucht. Es ist ein bisschen schwierig da direkt zu übertragen, aber man hat ja schon, die Dinge, die Grundkonstruktionen, die in einem Schritt möglich sind, sind ja die Axiome. Quasi die Regeln, die man benutzen darf. Die Faltungen, die man durchführen darf. #00:32:27-9#

(...) #00:32:30-8#

Franziska: Also ich fands am Anfang schon sehr verwirrend, dass eine Faltung ein Axiom sein soll. (**Interviewer:** Warum?) Ja, weil man sich die Axiome eher nicht als Schritt, den man macht vorstellt, sondern als Aussage. **(..)** Aber im Prinzip könnte man auch sagen: Aus zwei gegebenen Punkten kann ich die MS konstruieren. Wäre auch ein Axiom. Nur dass beim Papierfalten man das auch wirklich macht. Das ist erstmal ein bisschen verwirrend, weils einem vorkommt, als wenns etwas anderes wäre. Aber man könnte es einfach verbalisieren und dann hat man ja eine Art Axiome: Wenn ich **(..)** eine Gerade habe und **(..)** zwei Punkte, dann kann ich die Tangente falten. #00:33:19-1#

(...) #00:33:30-0#

Interviewer: Sagen euch die zwei Begriffe Axiomatik und Axiomatisieren irgendwas? #00:33:41-2#

Richard: (unverständlich) einfach nur das Verb vom Axiom, oder? #00:33:46-3#

Interviewer: Das ist nur eine Nachfrage. #00:33:48-3#

Franziska: Ja doch. Axiomatisieren ist, wenn man aus **(..)** einer Theorie, die noch nicht näher **(...)** eindeutig genau von Grund auf beschrieben ist, versucht, Axiome zu finden, die dann quasi Grundlage für die Theorie sind und Axiomatik ist wenn man Axiome nimmt, und daraus was folgert. #00:34:25-8#

Franziska: Also bei Axiomatik habe ich die kleinen Teile gegeben und versuche was größeres zu bilden und bei Axiomatisieren habe ich das Große gegeben und versuche kleine Teile zu finden. #00:34:38-8#

Interviewer: Kannst du das vielleicht auf 1-fach-Origami übertragen? Die Erklärung. #00:34:44-3#

Franziska: Ja, wir haben versucht zu axiomatisieren. Wir haben einfach geguckt, wir wollen halt irgendwelche Falze bilden, so dass immer nur ein neuer Falz entsteht und dass ich nicht unendlich viele Möglichkeiten habe, was kann ich alles machen? Und dann haben erstmal geschaut, was können wir überhaupt falten, dann haben wir vielleicht erstmal irgendwelche Konstruktionen aus mehreren Schritten angeguckt. Und sind dann erst wieder zu den Einzelnen zurückgegangen und haben dann versucht, was gibts für Grundfaltungen. Und das ist ja quasi die Suche nach den Axiomen. #00:35:22-6#

(..) #00:35:27-7#

Interviewer: Klingt das vernünftig für dich oder verstehst du das ganz anders? #00:35:34-5#

Richard: Ja doch. Ich habe nur einen Zusammenhang gesucht zwischen Modularisieren. **(..)** zum Beispiel wenn man eine Konstruktion beschreibt, das kann man modularisieren, das heißt man fasst mehrere Schritte zusammen, das gleiche haben wir eigentlich übertragen auf Axiome auch gemacht. Wir haben erst geschaut, was ich alles machen kann. Das war auch glaube ich dein Ziel, zu schauen findet mal raus, was ich mit einem Falz, einer Geraden und einem Punkt alles machen kann. Immer mit der Sache im Hinterkopf, was kann ich mit dem Lineal und Zirkel machen. Und dann haben wir versucht, verschiedene Dinge da rauszuordnen. #00:36:17-7#

(...) #00:36:21-0#

Interviewer: Wie würdet ihr das beurteilen: Wie seht ihr das: Würdet ihr 1-fach-Origami in der Schule verwenden? Bisher seid ihr noch nicht in der Schule, aber wenn ihr dann fertige Lehrerinnen und Lehrer seid, würdet ihr das machen? #00:36:40-9#

Richard: Für mich ist das eine total schwierige Frage.**Da wir**von G9 auf G8 gewechselt sind und ich glaube, dass wir viel weniger Zeit haben. Und **(..)** ich gehe eher mit negativer Zuversicht als Lehrer rein. (**Interviewer:** Was heißt das?) Ich glaube nicht, dass man die Zeit aufbringen kann, eine Unterrichtsstunde zu verfassen, dass man 1-fach-Origami verwenden kann, um den Kindern für die Zukunft was beizubringen. **Um zu sagen, weil es da hängt ein ziemlicher Rattenschwanz dran.** Das ist mir aufgefallen beim ersten Mal 1-fach-Origami, man kann eigentlich damit so viel anstellen, wie kann ich das so runter reduzieren, dass ich innerhalb von 45 Minuten was beibringen kann, wow, das habe ich nicht gewusst, **(..)** jetzt sehe ich die Welt mit anderen Augen. #00:37:38-9#

(...) #00:37:42-8#

Interviewer: Versuchen wir das ein bisschen zu idealisieren. Angenommen, Zeit wäre kein Problem. Bleibt das Argument bestehen oder . #00:37:49-4#

Richard: Nein, dann bleibts nicht bestehen. #00:37:50-5#

Interviewer: Das heißt? Du würdest das schon verwenden? #00:37:51-5#

Richard: Dann würde ichs schon verwenden. #00:37:57-9#

Interviewer: Hast du vielleicht darüber nachgedacht: In welcher Form? #00:38:02-1#

(...) #00:38:08-2#

Richard: Also ich würde mit Grundkonstruktionen auch anfangen. **(..)** Weil ich das am sinnvollsten finde, mit den Basics anzufangen. Bevor ich dann gleich mit den kubischen Gleichungen anfange **(lacht) schau ich erst mal, hey** was sind die Grundkonstruktionen. #00:38:30-9#

Interviewer: Was meinst du mit diesen Grundkonstruktionen? Diese sieben, die du genannt hast? (**Richard:** genau ja) das heißt du würdest die vorgeben und daraus irgendwas machen oder verstehe ich das falsch? #00:38:38-9#

Richard: Ja. Also das wäre so meine Methode. Oder vielleicht auch mit der Taktik, die du angewendet hast, dass ich sage, ich gebe **den Schülern was** vor und sag was kann ich alles damit anstellen. #00:38:56-9#

(..) #00:38:59-7#

Richard: Aber wie gesagt, ich kann das **(..)** ich habe bis jetzt erst 2-3 Unterrichtsstunden gehalten, ich kann überhaupt nicht einschätzen mit welchem Erwachsenenhaltung sie darein gehen. Oder ob sie Papierflieger basteln und sich an den Kopf werfen. Keine Ahnung. #00:39:14-9#

Interviewer: Franziska, was denkst du darüber? #00:39:16-9#

Franziska: Ich würde es schon machen, aber jetzt nicht so als reines 1-fach-Origami, man kann ja zum Beispiel um den Satz von Pythagoras zu beweisen, kann man das ganz schön machen. Weil ja beim Falten intuitiv klar ist, dass Längen und Winkel gleichgroß sind. Oder hauptsächlich Längen. Oder wenn man so reinfaltet, dass da die Winkel gleichgroß sind. Ist vielleicht in der Schule nicht immer ein ganz sauberer Beweis, aber für die Schüler zumindest gut nachzuvollziehen. Und da denke ich schon, dass mans machen kann, aber ich würde es nicht thematisieren, wie machen 1-fach-Origami, sondern das halt immer mal einfließen lassen, wo die Schüler irgendwas leichter verstehen können. Zum Beispiel eben, man macht ja nicht so viele Beweise in der Schule, weil mans da relativ gut nachvollziehen kann, finde ich, was halt diese Parallelen klarer sind. Faltet man das zusammen, deswegen hat man das gleiche, (zeigt) und was ich mir auch vorstellen könnte **(..)** so als Wahlunterricht, dann aber das ganze Jahr, dass man wirklich langsam daran geht, weil ich glaube schon, dass einige Schüler davon ganz schön profitieren würden, wenn man mal ein paar abstraktere Themen behandelt, aber das wäre dann wirklich nicht für alle. Ich glaube, dass das obere Drittel mit klar kommt. (**Interviewer:** Warum?) weil **(..)** viele in der Klasse nicht das Bedürfnis haben, sowas zu durchdenken. Die sagen das nützt mir nichts und deswegen muss ich mir darüber keine Gedanken machen. Ich glaube, dass wirklich über die Hälfte in einer durchschnittlichen Klasse sagen ok das kann ich vielleicht hier noch benutzen und ich muss es einfach lernen für die Schule, weils einfach der Stoff ist, aber im Prinzip interessiert mich, wie ich am Schluss eine Aufgabe lösen kann. Ich möchte gern ein Schema haben und damit klappere ich die Aufgabe ab. Und weniger dieses „ich möchte jetzt gern verstehen, warum das so ist" oder wie die Aufgabe funktioniert oder wie ich das jetzt vielleicht sinnvoll machen kann. Auch dieses, ich habe mein Ergebnis, habe mich vielleicht verrechnet und kann jetzt am Ergebnis meistens schon abschätzen, ist das richtig oder nicht. Aber das können viele nicht und wollens auch überhaupt nicht. #00:42:08-9#

Interviewer: Was können sie nicht? #00:42:09-0#

Franziska: Dieses flexible Denken. Sie wollen einfach eine Liste, die sie abarbeiten können und am Schluss das Ergebnis haben. Und ich glaube für solche Schüler wäres **(...)** ja ok, man könnte nur solche Schüler nehmen, ich glaube bei 1-fach-Origami wäre es sinnvoll eine ziemlich homogene Klasse zu haben. Man könnte da auch was machen, **(..)** ja weniger und langsamer. Aber ich glaube das Problem ist, wenn man eine normale Klasse hat, mit diesem abstrakten Denken gehen die Leistungen noch stärker auseinander, als bei normalen Aufgaben. Weil die die Aufgaben einfach gut rechnen können, weil sie geübt haben und fleißig sind, sie kommen zum gleichen Ziel wie die, die sich Gedanken drüber gemacht haben und das ganze ein bisschen strukturiert haben. **(...)** da fallen die besseren nicht so mega gut auf. **(..)** **(lacht)** nicht so einfach zu erklären. Aber bei 1-fach-Origami glaube ich, dass man das ordentlich aufteilen würde. Manche werden total schnell, manche sehr langsam und ich glaube, dass man da nicht sehr effektiv mit arbeiten kann, ohne dass Frustration aufkommt, sowohl bei den guten als auch bei den schlechten. Und deswegen vielleicht als Wahlunterricht. #00:43:37-6#

Interviewer: Ich habe das nicht ganz verstanden, du hast gesagt, dass die Schüler mit diesem abstrakten Zeug nicht klar kommen. Kannst du das erklären, ich habe das auch im Zusammenhang nicht verstanden. Was soll abstrakt sein, was meinst du da mit abstrakt? Und warum ist das abstrakt? **(..)** Mir war nicht klar, worauf du dich beziehst. #00:44:02-8#

Franziska: Ja. Also ich meine, dass viele wirklich einfach nur eine Aufgabe haben und die wollen wissen, die Aufgabe gehört in Thema x und das arbeite ich so und so ab. Und dieses arbeite ich so und so ab, aber **(..)** Gemeinsamkeiten zwischen Aufgaben finden und zu sagen, ach ja, hier habe ich das so gemacht und hier habe ich so ähnlich gemacht, was war der Unterschied, ach ja, das war doch wieder gleich, deswegen muss mans aber doch grob gleich machen. Ist das verständlich? #00:44:31-8#

Interviewer: Du meinst Gedankenstrich, das ist abstrakt, diese Denkweise ist abstrakt? #00:44:39-3#

Franziska: ja. Und ich glaube, dass das viele **(..)** ohne Üben nicht tief genug haben und dass man sowas **(..)** und das das Problem ist, weil man das bei 1-fach-Origami mehr braucht als im normalen Schulunterricht und deswegen die Erfolgsgeschwindigkeit deutlich auseinander gehen würde. #00:45:08-5#

Interviewer: Richard, wie siehst du das? Würdest du sagen, dass wenn es kein Schema gibt, dann braucht das eine Abstraktion (also das ist eine sehr grobe

Darstellung dessen, was du (Franziska) gesagt hast. Siehst du das auch so? #00:45:30-6#

(...) #00:45:33-0#

Richard: Kannst du die Frage mit anderen Worten wiederholen? #00:45:34-5#

Interviewer: ja. #00:45:39-5#

Richard: Also ich kann das sehr gut nachvollziehen, wenn Franziska sagt, dass es viele Schüler gibt, die ein Schema F haben wollen. Die sagen, achja, drei Nullstellen haben wir, ok, ich weiß genau, was ich machen soll. Und es ist einfach Mathe auf Uniniveau, da muss man sich einfach den Kopf zerbrechen und sich hinsetzen und sagen **ey, was meinst du eigentlich damit, oder** was bedeutet diese Definition jetzt genau und ich muss mich damit auseinander setzen. Und das muss ich in vielen Bereichen der Schulmathematik einfach nicht, da gibts immer ein Schema F. **Es sei denn** muss ich nachdenken und substituieren, also das war das höchste der Gefühle da mal in der Schulaufgabe, du muss den Trick anwenden und substituieren. und das hatten wir davor im Schuljahr. **Ansonsten gab** es gibt immer ein Schema F und du kommst auf die Lösung. Also wenn du trainiert bist, dann kommst du mal drauf. #00:46:29-8#

Interviewer: Aber diese Wortwahl. Würdest du das Wort »abstrakt« verwenden für alles, was **(..)** korrigiere mich, wenn ich dich falsch zitiere, wenn du kein Schema hast, wie du daran gehst, so wie du sagst, in der Uni muss man sich den Kopf zerbrechen, wie man auf eine Definition oder Aufgabe kommt, würdest du das als abstrakt bezeichnen? #00:46:53-9#

Franziska: Vielleicht würde ich das doch nochmal anders formulieren. Ich glaube, wenn man abstrakter denken kann, dann fällt einem das leichter **(..)** Strukturen in Dingen zu sehen. (Richard: Das glaube ich auch) und dann fällts einem leichter, Aufgaben zu lösen, die man vorher so nicht gemacht hat oder den Sinn einer Aufgabe zu erkennen, der jetzt vielleicht nicht direkt da steht. Also nicht berechne die Nullstellen, sondern allein schon wenn das eine Textaufgabe ist: Haben ja viele ein Problem damit, aus dem Text rauszulesen, was soll ich mathematisch machen. Das mathematisch anwenden ist da nicht das Problem. Sondern erstmal rausfinden, was soll ich überhaupt damit machen. Und ich glaube, wenn man abstrakt denken kann, dann fällt einem das leichter. #00:47:55-6#

Richard: Das glaube ich auch. Man kann dann eher in den Kopf des Aufgabenstellers versetzen. Und ziemlich leicht verstehen, was ich machen muss. **(unverständlich)** #00:48:07-1#

Interviewer: Habt ihr eigentlich in der Schule mit Axiomen gearbeitet? #00:48:16-9#

Franziska: Also ich gar nicht. #00:48:17-5#

Richard: Uns wurde das kurz vorgestellt. Wir habens kurz angerissen, was ein Axiom ist. Aber sonst explizit **dazu Eintrag oder so,** kann mich auch nicht dran erinnern. #00:48:28-8#

Interviewer: Wie würdet ihr das beurteilen: Welche Rolle sollen denn Axiome in der Schule spielen? Wenn überhaupt? #00:48:41-3#

(...) #00:48:43-6#

Richard: Also ich würde den Schülern schon gerne klar machen, dass Mathematik auf Axiomen aufgebaut ist. Aus dem Grund, weil viele einfach den Sinn ständig hinterfragen. Wozu brauche ich einen Hoch- oder Tiefpunkt und wir hatten eine ziemlich gute Lehrerin, die drauf immer eine Antwort parat hatte und **uns so sagen konnte, welches Beispiel es aus der Praxis gab** zum Beispiel auf Flugrouten oder sonst irgendwas. Und **(..)** wenn ich die Antwort nicht geben kann, dann wäre es für mich ziemlich schwer, den Willen durchzusetzen, hinter dem, was ich mache. Wenn mir keiner eine Antwort darauf geben kann, warum ich etwas mache, dann ist das etwas sinnloses und dann frage ich warum machst du das eigentlich? Und deswegen sollte man Axiome da schon stattfinden (?), weil ich mir denke, es gibt eine gewisse Grundstruktur, dadrauf baut der Rest auf und **(..)** auf der einen Seite kann man zeigen, was man damit alles machen kann, auf der anderen Seite ist das immer schwierig, zu sagen; ja nicht jeder von euch wird ein Fluglotse und schickt die Leute durch die Welt, die Piloten. **(..)** Das ist halt irgendwie teilweise schon schwierig, einen gesunden Mittelweg zu finden. **(..)** Ich denke, dass es ein der Dinge ist, die angekreidet wird dem deutschen Schulsystem. Unter anderem. #00:50:07-7#

Interviewer: Was wird angekreidet? #00:50:09-8#

Richard: Dass man einfach die gewissen Sachen hat, die man durchgehen muss, im Mathematikunterricht und **(...)** #00:50:20-5#

Interviewer: Wie hättest du es eigentlich gemacht sonst? #00:50:23-2#

Richard: Wie ich es gemacht hätte? Es gibt da einen Psychologen, der hat gesagt, es sollen Ganztagschulen stattfinden **(nicht wichtig)** dass es eher auf freiwilliger Basis basiert von den Schülern und sie sagen, ja ich will das machen und dann gehen sie zu den Lehrpersonen und die kann das dann denen erklären. Und das finde ich wesentlich interessanter **weil, wo ein Wille da auch ein Weg, es gibt auch Kinder, die machen gar nichts, aber** ich denke wenn alle um dich rum Ehrgeiz haben, dann **(..)** hat das einen gewissen Gruppenzwang **dass sie sich dann fragen,** was interessiert mich überhaupt, was will ich eigentlich später machen in meinem Leben. und dann kann ich mich genau dadrauf fokusieren. #00:51:14-8#

Interviewer: Interessant. #00:51:18-8#

Richard: Und wenn ich jedem Schüler das gleiche beibringen muss, **(nicht wichtig)** es ist schwierig jeden ins Boot zu holen und zu sagen, eh, das ist wirklich interessant. #00:51:51-4#

Interviewer: Wir entfernen uns ein bisschen vom Thema, ich frage trotzdem eine Frage und dann kommen wir zurück zu den Axiomen: Du hast aus meiner Sicht verschiedene Argumente gebracht, warum man irgendwas macht in der Mathematik. Würdest du persönlich sagen, Mathematik macht man, weils interessant ist oder

Mathematik macht man, weils nützlich ist. #00:52:14-0#

Richard: Weils nützlich ist. **(..)** Nur ich denke, viele sehen den Nutzen dahinter nicht. Oder es ist schwierig zu erkennen. Aber auf jeden Fall Nutzen. #00:52:30-4#

Interviewer: Ich will zurückkommen zu der Frage, die ich davor gestellt habe: Wie würdest du sagen, welche Rolle sollen Axiome in der Schule spielen? Wenn überhaupt? #00:52:40-6#

Franziska: Also ich würds **(...)** also ich finde das jetzt nicht so wichitg, aber ich finde das mal ganz gut, dass es angesprochen wird, um zu sehen, was ist richtige Mathematik, weil Schule ist ja eigentlich keine richtige Mathematik, um einfach den Ausblick zu geben. Aber für den Unterricht oder für den Schulstoff finde ichs jetzt nicht so wichtig, dass man irgendwie über Axiome geht. Man kanns immer wieder einfließen lassen, um besser nachvollziehen zu können, wie sich das so entwickelt hat und **(...)** ja. #00:53:23-9#

Interviewer: Wie macht man das in der Geometrie aus deiner Sicht in der Schule, wenn man nicht über Axiome geht? Wie würdest du das beschreiben? Wie entwickelt sich der Unterricht? #00:53:34-0#

Franziska: Naja, es geht immer um konkrete Beispiele. Man fängt am Anfang an, und es geht um **(..)** Figuren, um regelmäßige Vielecke, um keine Ahnung was und da muss man das überhaupt nicht thematisieren. Also man kommt irgendwann später zum Satz des Pythagoras und dann sagt man ja, das hier kann man beweisen, man benutzt ja irgendwelche Dinge, die aus Axiomen hervorgehen, um das zu beweisen. Aber das sind Dinge, die den Schülern einleuchten. Weil sie einfach aus der Erfahrung raus richtig sind. **(..)** Und für die Schule würde ich sagen, reicht das. #00:54:12-0#

(..) #00:54:16-7#

Franziska: oder sowas wie ein gleichschenkliges Dreieck hat gleiche Schenkel, gleichgroße Winkel, das lernt man irgendwann in der Schule einfach als Fakt. Was ist ein gleichschenkliges Dreieck, das hat die und die Eigenschaften. **(...)** Aber das ist jetzt nicht der Ursprung gewesen, vermutlich hat man das aus Axiomen hergeleitet und ist dann irgendwann zu Dreiecken gekommen und hat geguckt, was gibt es für besondere Dreiecke, aber man geht eigentlich nicht tiefer als sowas wie gleichschenkliges Dreieck. #00:54:56-3#

Interviewer: Was würdet ihr machen: Stellt euch vor, ihr seid schon in der Schule, ihr unterrichtet und dann kommt eine Schülerin, die gut ist und die sagt, Frau Müller, das finde ich jetzt nicht offensichtlich. Also dass die Basiswinkel gleich sind, das gut, das glauben wir, aber diesen Satz, den Sie gerade angeschrieben haben und Sie sagen, das ist halt so, das sieht man ja, das finde ich nicht offensichtlich und das hätte ich gerne formaler bewiesen. Was würdet ihr sagen? Die hat Zeit, Motivation, kann sich Sachen gerne Sachen selber überlegen. Wie soll sie daran gehen? #00:55:34-5#

Franziska: Für den Anfang würde ich erstmal den Beweis nachvollziehen lassen, weil das doch erstmal das Einfachste ist. Einfach nur die Denkschritte selber verstehen.

Und wenn das jemand ist, der total geübt darin ist, dann kann man ja, nen Tipp für eine Beweisidee geben und dann mal selber machen lassen. Aber ich glaube, dass sowas relativ spät oder selten kommt. #00:56:07-5#

Interviewer: Ich finde es ein bisschen schwierig zu verstehen, weil davor hast du gesagt, dass sowas wie ein gleichschenkliges Dreieck hat zwei gleiche Basiswinkel, das beweist man nicht, das ist ein Fakt. Wenn sie das tatsächlich angreifen würde und sagen würde sehe ich nicht so, warum soll das so sein? Welchen Beweis meinst du denn? #00:56:28-3#

Franziska: Da würde ich über die Definition gehen. Da würde ich sagen ein gleichschenkliges Dreieck ist so definiert dass **(..)** also entweder man sagt, es ist über die Winkel definiert und man kann zeigen, dass die Seiten gleich lang sind oder man geht über die Seiten und kann dann zeigen, dass die Winkel gleich groß sind. #00:56:47-6#

Interviewer: Moment, dann siehst du das nicht als ein Fakt, sondern du beweist das. #00:56:47-8#

Franziska: Man braucht ja für ein gleichschenkliges Dreieck nicht gleichlange Seiten und gleichgroße Winkel. Es reicht eins davon. #00:56:58-0#

Interviewer: Und das andere muss du irgendwie begründen. #00:56:57-7#

Franziska: Und das andere kann man ja relativ gut begründen. Oder? #00:57:03-4#

Interviewer: Das wollte ich nur verstehen, weil du gesagt hast, das nimmt man als Fakt. #00:57:09-0#

Franziska: Ja, eine Sache. **(nicht wichtig)** Das würde ich schon erklären, das ist ja nicht so komplex. #00:57:26-0#

(...) #00:57:31-7#

Interviewer: Am Anfang hast du gesagt, man reduziert alle Sätze und das ist im Wesentlichen dasselbe, was ihr gesagt habt. Man versucht irgendwie diese Axiome zu haben und aus denen alle möglichen Aussagen zu folgern. **(..)** Genauso kann ich sagen, wenn ich eine Aussage habe, um sie zu beweisen, muss ich sie gewissermaßen auf **(..)** Axiome zurück führen. **(..)** Wie ist das in der Schule? Wenn ich tatsächlich sowas beweisen will, gleichschenkliges Dreieck, definieren wir meinetwegen über die Schenkel, die sind gleichlang und dann will ich beweisen, dass es zwei gleiche Basiswinkel hat. Worauf soll ich das zurückführen? Natürlich muss man sich überlegen, wie der Beweis ausschaut, aber worauf soll ich das zurückführen, auf welche Axiome? #00:58:23-4#

Franziska: Nicht auf Axiome, sondern auf Kongruenz. **(..)** #00:58:34-5#

Interviewer: Jaa ok, widerspricht das dem, was ihr davor gesagt habt, oder verstehe ich das falsch? #00:58:39-8#

(..) #00:58:41-7#

Franziska: Naja, wenn man das formal beweist, würde man das über irgendwelche Kongruenzen beweisen. Aber dafür nutzt man irgendwelche Aussagen, die vorher auch schon mal bewiesen worden sind. Das macht man in der Schule vielleicht nicht. #00:58:57-4#

Interviewer: Ok, wir würde man in der Schule abbrechen. Bzw. wie würde man das begründen? #00:59:06-9#

Franziska: Ich male es mal kurz. (Zeigt). (Bleibt stecken) #00:59:38-4#

Richard: Ich hätte jetzt auch Kongruenz beweisen, ich hätte es gefaltet und, also das wäre das Anschaulichste, in der Schule geht nie so großartig über Formalismus. Du machst nie deduktive Beweise, du machst immer anschaulich. **Ja, sonst machst dus halt mit Ts (?) und Winkel ziehen (?)** #00:59:59-4#

Franziska: Es reicht doch, dass die Seite hier, (erkennt das Kongruenzaxiom sws). Und das reicht ja schon, zumindest für die Schule. #01:00:14-8#

Interviewer: Ok. gut. Verstehe. Aber wie ist das jetzt, warum stimmt der Satz jetzt überhaupt? #01:00:28-5#

Franziska: Da musste man vorher den Kongruenzsatz, großes, kleines Wvorher irgendwie herleiten. Und das macht man für die Schule halt nicht. Ich weiß noch nicht wie man das macht. #01:00:41-8#

Richard: Ich weiß auch nicht. ich glaube das sind drei stück #01:00:46-4#

Interviewer: Wie würdet ihr das eigentlich machen? Wenn ihr jetzt plötzlich die Liebe zur Geometrie entdeckt und dann diesen Satz beweisen wollt, konkret, nicht anschaulich; ich glaube, du würdest das Gefalte nicht als einen soliden Beweis ansehen. Ich meine, ich jetzt natürlich keinen konkreten Beweis, aber wie würdet ihr an sowas rangehen? #01:01:13-6#

Richard: Formal? #01:01:12-9#

Interviewer: Ja. Einfach nur aus Prinzip frage ich sozusagen warum sind diese zwei Winkel jetzt gleich? Wird schon irgendwie so sein, aber warum? #01:01:23-3#

Richard: Formal immer irgendwelche Gleichungen aufstellen. #01:01:26-8#

Richard: Um zu schauen, wo sind die Zusammenhänge. Ich würde es auch mit einer Hilfslinie unterteilen, zwei kongruente Dreiecke und **(...)** #01:01:49-7#

Interviewer: Worauf würdet ihr das dann zurückführen? Wir haben schon viel über Axiome gesprochen und ihr sagt das muss man auf irgendwelche Axiome zurückführen, die dann allgemein akzeptiert sind, welche Axiome würden dann hier überhaupt zugrunde liegen? Worauf will man das dann zurückführen? Meinetwegen stellst du irgendwelche Gleichungen auf, aber diese müssen ja auch auf irgendwas zurückzuführen sein? #01:02:14-4#

Richard: Ja, lineares Gleichungssystem, lineare Algebra, lgs. Ich wüsste nicht, welches Axiom hier jetzt zugrunde liegt. #01:02:26-2#

Franziska: Es gab doch irgendwas mit alle rechten Winkel sind gleich, und dann gehts dann irgendwie vermutlich noch weiter mit **(...)** irgendwelchen Streckenlängen, gabs doch auch irgendwas. Ja, sowas. Dass man die ganz-ganz-ganz zuerst braucht. Aber dass man die ganz zuerst braucht. **(..)** #01:02:57-8#

Interviewer: ok. Jetzt haben wir viel über Axiome gesprochen. Ich stelle euch jetzt eine Frage, ich geben euch einen Text und den kennt ihr aus dem Pretest, das ist ein Ausschnitt aus den Standards für die Lehrerbildung im Fach Mathematik. Da steht drin sowas wie zukünftige Lehrerinnen und Lehrer sollen können: **(nicht wichtig)** Im Fach Geometrie steht dann: »Die Studierenden beschreiben Axiomatik und Konstruktion als Wege für eine formale Grundlegung der euklidischen Geometrie.« Steht drauf. Ich hätte gerne gewusst, könnt ihr diesen Satz interpretieren? Wie versteht ihr diesen Satz? #01:04:15-4#

(...) #01:04:19-4#

Franziska: Wenn man die euklidische Geometrie irgendwie formal beschreiben will, dann braucht man zuerst Axiome und Konstruktionen, die man machen kann, und daraus baut sich das dann auf, das ist vielleicht ein bisschen **(...)** #01:04:48-3#

Richard: Ich würde auch sagen, du hast die euklidische Ebene gegeben und musst sagen, welche Axiome liegen ihr zugrunde? #01:05:05-5#

Interviewer: Kannst du das machen? De facto, was dieses Dokument verlangt, dass ihr später am Ende des Studium sowas könnt. Jetzt hast du, Richard, gesagt, wenn die euklidische Ebene gegeben ist, dann bist du in der Lage die zugrunde liegenden Axiome zu beschreiben. #01:05:26-1#

Richard: Sollte man können, aber erst am Ende des Studiums. **(lacht)** #01:05:32-1#

Interviewer: Wenn du das so verstehst, dann frage ich, kannst du das oder wie macht man das? #01:05:43-4#

Richard: Dann sind wir wieder beim alten, das auf Grundgerüst zu reduzieren, die euklidische Ebene. Aber explizit Axiome aufzählen **(..)** ich würde sagen die euklidische Ebene ist R hoch zwei oder so. Zwei Vektoren, die ungleich zu einander sind. Also dass der eine nicht den anderen beschreibt. **(..)** Und Konstruktion **die ich damit veranstalten kann,** damit kann ich ja eine Menge machen. Da sind wir wieder bei Grundkonstruktionen, die wir gemacht haben, jetzt bei 1-fach-Origami. #01:06:41-6#

Franziska: Ich glaube nicht, dass man aus der euklidischen Geometrie die Axiome folgern soll, sondern dass einem klar ist, dass um das alles formal zu beschreiben, Axiome und Konstruktionen notwendig sind. Oder dass es so gemacht wurde, dass es eine Möglichkeit ist, das zu beschreiben. #01:06:59-9#

Interviewer: Ok. **(...)** Also deine Interpretation wäre viel mehr zu fordern als Franziskas **(..)** #01:07:15-7#

Franziska: Also, da muss ich ja selber das finden und so muss ich nur wissen, dass es **(..)** jemanden gefunden hat (Richard: Habe ich das so formuliert?) Du hast gesagt, man hat die Ebene und du musst die Axiome finden. #01:07:28-0#

Richard: Nja. Also ich kann Axiome dazu nennen, also finden würde ich von keinem Studienabgänger verlangen, dass er Mathematik mal findet. So würde ich das nicht sagen. #01:07:36-8#

Interviewer: Was meinst du dann statt dessen? #01:07:37-7#

Richard: Dass ich sagen kann, was hat die euklidische Ebene mit Axiomen zu tun. Also das liegt da zugrunde. Aber ich **(..)** das soll im Hinterkopf sein, aber verlange jetzt nicht, dass ich ihm sage, du kriegst R2 und was kann man alles daraus machen. Also so wie 1-fach-Origami. So jetzt nicht . #01:07:59-3#

(nicht wichtig) #01:08:13-1#

Interviewer: Ja gut, lassen wir diese Axiome in Ruhe. Ich will noch ein bisschen zurück zum Papierfalten. Am Anfang habt ihr gesagt, 1-fach-Origami ist stärker als Zirkel&Lineal, das hat irgendwas mit kubischen Gleichungen zu tun. Wir können kubische Gleichungen lösen. Achso: Welche kubische Gleichungen kann man damit lösen? #01:08:57-1#

Franziska: Alle kubischen Gleichungen, ich glaube schon. Das war doch **(..)** #01:09:15-5#

Interviewer: Gut. Sagen wir, wir können alle kubischen Gleichungen lösen, dann ist es mein Verständnis davon, dass ich damit alle quadratischen Gleichungen, alle linearen Gleichungen lösen kann (**Franziska: mhm (bejahend)**) mit 1-fach-Origami. Das heißt solche Gleichungen wie 5x = 1 soll ich auch in der Lage sein zu lösen. Das bedeutet im Wesentlichen, eine gegebene Strecke in fünf gleiche Teile zu teilen. Oder siebzehn oder 31. Das würde mich interessieren. Wenn ich jetzt darauf bestehen würde, man teile doch eine Strecke in fünf gleiche Teile, würdet ihr das hinkriegen? #01:09:54-8#

Franziska: mhm (bejahend) #01:09:52-8#

Richard: Mit 1-fach-Origami? (**Interviewer:** Ja) Ich würde es nicht hinkriegen. #01:09:58-7#

Interviewer: Mit irgendwas anderem? #01:09:59-7#

Richard: Zirkel&Lineal, ja? #01:10:01-8#

Interviewer: Kannst du das kurz andeuten? #01:10:05-0#

Richard: Mit Zirkel&Lineal. Man nimmt einfach eine Strecke (erklärt im Detail die

Strahlensatzkonstruktion). #01:10:46-9#

Franziska: Mit Origami ist das fast genau so. Du nimmst deine Gerade, und du kannst ja nicht in fünf Teile teilen, aber du kannst halbieren, vierteln, achteln und so weiter und zwar solange bis du mehr hast als du brauchst. (erklärt das genau). #01:11:19-2#

Interviewer: Ist das was du ursprünglich nennen wolltest. (**Franziska:** ja) Kennst du auch noch andere Möglichkeiten oder ist das so das gängige für dich? #01:11:29-0#

Franziska: Da gabst noch sowas **(..)** aber ich bin mir nicht sicher. (Beschreibt das Diagonalverfahren, aber unsicher). #01:11:58-6#

Interviewer: Ok. **(nicht wichtig)** Habt ihr irgendwelche Konstruktionen im Kopf, die euch fasziniert haben, die ihr auch darstellen könnt? #01:12:30-7#

Franziska: Ja. Das mit der Tangente, aber ohne zu benennen, dass es die Tangente ist. Wir haben irgendwann doch versucht, ein gleichseitiges Dreieck zu falten. Und dann haben wir so Längen übertragen. Und das war so der Zirkelersatz. Das fand ich schon so **(..)** #01:12:54-9#

Interviewer: Kannst du das kurz andeuten? #01:12:56-1#

Franziska: (zeigt). #01:13:44-4#

Interviewer: Was würdet ihr sagen, unabhängig von den Konstruktionen. Gibts irgendwas, was euch **(nicht wichtig)** wenn ihr in einem Satz formulieren müsstet, was hat euch am Kurs besonders gut gefallen? Wenn überhaupt? **(nicht wichtig)** #01:14:16-4#

Richard: Die Axiomatik fand ich ziemlich gut. Die Herangehensweise hat mir am besten gefallen. Herauszufinden, ist man am Ziel oder nicht. #01:14:27-5#

Franziska: Und selber Regeln fest **(..)** Also ich fand dieses den Anfang mit der Flachfaltbarkeit ziemlich gut, weil man ja, man hat ja eine Idee, ok, funktioniert doch nicht. Und dann überprüft man das selber und ja, Behauptungen aufzustellen und überprüfen. #01:14:47-7#

Richard: Richtig, weil das war jetzt mal was neues, den Rest kannten wir ja schon, mit Zirkel und Lineal. #01:14:58-6#

Interviewer: Kommen wir langsam zum Schluss. Ich stelle vielleicht so Kleinigkeiten. Irgendwann hast du unvorsichtigerweise gesagt, dass man sich irgendwie Gedanken macht, was ein Punkt ist. Was würdest du sagen, was ist ein Punkt für dich? Wie stellst du dir das vor? #01:15:16-6#

Richard: Also ein Punkt für mich persönlich hat zwei Koordinaten, im euklidischen System. und mehr ist nicht. #01:15:31-1#

Interviewer: Möchtest du dazu was sagen? #01:15:36-7#

Franziska: Also für die Schule finde ich das auch gut, mit den Koordinaten. Und an der Uni hats einfach keine Bedeutung. **(...)** #01:15:55-4#

Interviewer: Wie meinst du mit keiner Bedeutung? #01:15:55-7#

Franziska: Man hat kein Bild von einem Punkt. Ein Punkt ist einfach ein Punkt. Einfach nur ein Name dafür, und was es ist, ist egal. #01:16:09-4#

Richard: Ist Richard ein Punkt? #01:16:12-5#

Franziska: Möglich. **(lacht)** #01:16:15-1#

Richard: Das ist einfach eine Festlegung. Das ist so oft in der Mathematik**, das gegebene ausdrücken.** #01:16:24-4#

Interviewer: Dann muss man das festlegen, oder nicht? Wenn das eine Festlegung ist, dann muss man irgendwas sagen? #01:16:27-2#

Franziska: Aber wie mit den Halbkugeln. Es geht ja nicht darum, was der Punkt ist, sondern was er macht. #01:16:38-0#

Interviewer: Naja gut. **(nicht wichtig)** Wie stellt ihr euch das vor? Was ist für euch die euklidische Ebene? Wie würdet ihr das in der Prüfung beschreiben? Und wie würdet ihr das einem Schüler erklären? Was die euklidische Ebene ist. #01:17:08-4#

Richard: Einem Schüler würde ich das so erklären, dass ich sage, das sind zwei Vektoren, die orthogonal sind und eine Fläche aufspannen. **(..)** Was ich in der Prüfung hinschreiben würde, weiß ich jetzt nicht ganz genau. **(...)** #01:17:29-3#

Franziska: Für den Schüler würde ich über die Zeichenebene argumentieren. Sind quasi alle Punkte der Zeichenebene. Für eine Prüfung finde ich das mit den Axiomen ganz gut, dass quasi die euklidische Ebene das ist, was eben diese ganzen wie auch immer sie werden ja irgendwann verbessert worden sein, was diesen Axiomen genügt, was dann halt R quadrat ist mit Skalarprodukt **(...)** und für mich selber **(..)** hm **(...)** also mir war auch fast über den ganzen Kurs nicht so ganz klar, was du überhaupt mit deiner euklidischen Ebene immer meinst. Ich habe gedacht, naja, ok, die Zeichenebene das reicht doch. Und mir ist ganz am Schluss klar geworden, dass **(..)** Euklid diese Axiome gemacht hat, die wirklich nur auf R quadrat zutreffen. Oder habe ich das falsch verstanden? **(..)** Also es gibt ja diese ganzen Axiome, und wenn sie gelten, dann gibts nur noch R quadrat. #01:18:51-9#

Interviewer: Euklid hat das ein bisschen löchrig gemacht. #01:18:53-5#

Franziska: Jaja. Aber wenn mans gefüllt hat. Das war ja das Ziel. Und das war mir den ganzen Kurs über nicht so ganz klar. #01:19:05-1#

Interviewer: Aber jetzt #01:19:09-7#

Franziska: Ja , einigermaßen. #01:19:16-5#

Interviewer: Ja, klar. Woher auch sollte dir das klar sein?