Interviewtranskript Wintersemester 2015/16, Thomas(8) und Torge(10)

Interviewer: Damit wir vom selben sprechen, könnt ihr vielleicht kurz beschreiben, was wir im Kurs gemacht haben? #00:00:55-6#

Torge: Du kannst ja mal anfangen. #00:01:02-9#

Thomas: Im Kurs haben wir uns damit beschäftigt, Papierfalten zu axiomatisieren. Wir sind so vergangen, wir haben erstmal Beispiele gemacht, das erste Beispiel dazu ist Flachfaltbarkeit. Danach haben uns einige Figuren angeschaut, die wir konstruieren können, so Grundkonstruktionen, zum Beispiel Mittelsenkrechte, Winkelhalbierende, Verbindungsgerade. Und zum Schluss sind wir dann darauf gekommen, dass wir **(..)** in gescheiten mathematischen Kontext zu fassen, das heißt wir haben uns gefragt, warum machen wir das überhaupt, was ist überhaupt Axiomatik, was ist Axiomatisieren und haben versucht, uns herzuleiten, was jetzt diese Grundkonstruktionen sind, die überhaupt beim 1-fach-Origami gefordert waren, oder die man überhaupt machen kann. #00:01:58-8#

Interviewer: Möchtest du das irgendwie ergänzen? #00:02:03-5#

Torge: Kann man noch was dazu ergänzen? Zum Schluss sind wir natürlich darauf eingegangen, warum man eigentlich axiomatisieren sollte. Und warum man das als Lehrer im Hinterkopf haben sollte, dass man sagen kann, ok, wir sprechen jetzt zwar über die euklidische Ebene, aber warum sprechen wir darüber und machen wirs jetzt im Unterricht auch so, dass wir es nicht großartig weiter ausbreiten, wir wissen zwar im Hinterkopf, ok, es ist zwar mehr als das, aber kann das für die Schüler nicht runterbrechen, man hat ja am Ende des Textes dieses Zitat von Felix Klein: Als Mathelehrer sollte man natürlich mehr von der Materie als der Schüler im Kopf haben. #00:02:51-9#

Interviewer: Jetzt habt ihr viele Sachen gesagt. Du hast gerade gesagt warum man axiomatisieren sollte. Könnt ihr vielleicht kurz erklären, was für euch der Unterschied zwischen Axiomatik und Axiomatisieren ist. #00:03:08-3#

Thomas: Also wir gehen von zwei großen Gegensätzen aus. Einmal, dass wir eine Theorie aufstellen können und zum anderen, dass wir Axiome haben. Mit dem entsprechenden Kontext, das heißt, dass Theorie einerseits Beweise und andererseits Sätze sein können, die wir aufstellen können und Axiome eben das Grundlegende sind. Axiomatisieren ist jetzt eben, wenn wir beispielsweise Sätze haben oder irgendwelche Beispiele, und uns von da unsere Axiome herleiten. Das heißt so sind wir in unserem Kurs vorgegangen. Und gegenüber steht die Axiomatik, die eben von Axiomen ausgeht wie im Gymnasium, 5.–6. Klasse, das heißt man hat Grundrechenregel und leiten sich daraus jetzt eben weitere Sätze und Korollare etc. #00:03:59-3#

Torge: Das Axiomatisieren ist ja eigentlich das Werkzeug eines Mathematikers. Dasss man sagt, man man schaut sich irgendwelche Beispiele an und guckt, kann ich mir daraus irgendwie ein System aufbauen, dass ich noch weitere Aussagen mir folgern kann? #00:04:24-2#

Thomas: Man hat eine ganz gute Gegenüberstellung, am Anfang im Mathestudium gehts so los, dass man eher die Axiomatik macht, das heißt man lernt in Lina und in Ana, alsoin den Anfangsvorlesungen gewisse Grundaxiome, aus denen man verschiedene Sachen herleitet und später im Studium sollte das so sein (oder später als ausgebildeter Mathelehrer), dass man sich Beispiele überlegen kann und daraus überlegt, wie kann man das jetzt auf schon bekanntes zurückführen. #00:04:58-8#

Interviewer: Wie kann man das auf bekanntes zurück führen? #00:05:00-0#

Thomas: Naja, als Beispiel, wenn man als Mathelehrer irgendeine Aufgabe hat, die man mit den Schülern machen will und es ist zum Beispiel eine Planfigur gefragt und dass man sich runterbrechen kann, wenn es zum Beispiel um die Konstruktion geht, wie können die sowas konstruieren, dass man selbst schon weiß, ok, wo kann ich da zum Beispiel Winkelhalbierende einführen, wo kann ich da Lot zum Beispiel fällen. Und das vor den Schülern erkennen kann. #00:05:27-2#

Interviewer: Ok. #00:05:33-2#

Torge: Ich denke wichtig ist, dass man die Theorie im Hinterkopf hat, damit man sich selber Beispiele dazu überlegen kann, die passend sind zu Theorie. Weil im Matheunterricht läuft das meistens so ab: Durch den Lehrplan irgendwelche Vorgaben, dass man sagt, ok, man muss dieses Thema behandeln, aber es ist nicht festgelegt, welches Beispiel man dazu behandelt. Man versucht ja seinen Unterricht aufzubauen, indem man halt Impuls setzt und sagt, ok, wir schauen uns jetzt irgendein Beispiel an und an diesem arbeiten die Theorie. Es ist auch so vom Aufbau des Geometrieunterrichts, dass man auch erstmal mit den Kindern in den unteren Jahrgängen anfängt und schaut sich Figuren an, allgemein, wo findet man die in der Umwelt wieder und dann fängt man an langsam, Schritt für Schritt diese Figuren auseinander zu legen und zu sagen, was für Eigenschaften haben die, in welchen Bereichen ähneln sie sich oder welche Bereiche sind halt unterschiedlich. #00:06:35-7#

Interviewer: Das finde ich interessant. Wenn du das weiter treibst, du sagst, man fängt bei den realen Objekten an und versucht **(..)** wie würdest du das weiterführen? Versucht dann was zu machen? Eigenschaften zu finden, hast du gesagt. #00:06:50-8#

Torge: Eigenschaften oder Regelmäßigkeiten, dass du dann sagen kannst, du hast ein explizites Beispiel, machst daran irgendwann weitere Eigenschaften sichtbar, so dass die Kinder selber dann wissen, ok, die und die Eigenschaften haben diese Beispiele und haben eine Vorstellung von diesem abstrakten Konstrukt und können und selber letztendlich sich Beispiele selber wieder konstruieren und sagen, ok, die und die Voraussetzung, ich kann jetzt selber. #00:07:25-1#

Interviewer: Thomas, wie würdest du das sagen? #00:07:27-4#

Interviewer: Also dass, was Torge sagt, das Wort Axiomatisieren und das Wort Axiomatik, wie würdest du das beurteilen, diese Entwicklung, wie es Torge beschreibt, würdest du das eher als Axiomatik oder Axiomatisieren sehen? #00:07:44-8#

Thomas: Das würde ich eher als Axiomatisieren sehen, weil man nimmt sich Beispiele und will sich daraus irgendwelche Strukturen herleiten, zum Beispiel wie ich mir das vorgestellt habe, wenn man sich ein allgemeines Dreieck ansieht, was für Dreiecke **(..)** gibts denn überhaupt Möglichkeiten für ein allgemeines Dreieck (?), dann spezialisiert man sich weiter, um von dort ausgehend, wie kann man das konstruieren und wie kann man das konstruieren, da fällt man automatisch auf irgendwelche Grundkonstruktionen. Deswegen würde ich das als Axiomatisieren bezeichnen. #00:08:19-8#

Interviewer: Hast du nicht davor gesagt, als ich nach diesen zwei Begriffen gefragt habe, hast du als Beispiel für Axiomatik hast du doch die Schulgeometrie in der fünften-sechsten Klasse genannt. #00:08:32-0#

Thomas: Nicht Schulgeometrie, sondern Analysis, das heißt man hat Grundrechenarten, zum Beispiel das Plus, Geteilt, etc und leitet sich von da aus Sachen her. #00:08:44-3#

Interviewer: Kannst du das kurz beschreiben, wie funktioniert das? Du gibst in der fünften Klassen vor, wie Mal und Plus funktioniert? #00:08:53-8#

Thomas: Genau. Also in der fünften und sechsten Klasse, das ist jetzt über mehrere Klassen erstreckt. In der fünften sechsten Klasse lernt man die Grundrechenarten, du rechnest Plus, du rechnest Geteilt, du leitet daraus wie zum Beispiel Brüchefunktionieren und du kommst nach und nach auf so Zwischeneben, wie funktionieren Brüche, wie funktionieren Gleichungen, wie funktionieren Funktionen zum Beispiel. Und das würde als Axiomatik bezeichnen. Wenn du eben diese Grundrechenarten vorgibst und du leitest immer mehr daraus her. In der Geometrie genau umgekehrt, also die Axiomatik#00:09:32-8#

Interviewer: Sagst du damit, dass eine Grundrechenart ein Axiom ist? Verstehe ich das richtig? #00:09:38-7#

Thomas: (..) Grundrechenart ist ja in dem Sinn **(..)** das sind die fundamentalen Bausteine, auf die Mathematik im Gymnasium oder in der Realschule aufbaut. Deswegen würde ich das in dem Kontext als Axiom bezeichnen. Du hast das Axiom Addieren, Subtrahieren und das funktioniert immer gleich. Und das bringt man in der Grundschule bei, indem man sagt, an Objekten das einfach macht, also zB die Äpfel oder generell Obst **(lacht) oder so, mit Anfängen, dass wenn du deinem Freund fünf Euro gibst,** das sind die ersten Sachen, die man mathematisch macht. #00:10:29-6#

Interviewer: Torge du hast davor gesagt, wir haben über dieses Axiomatisieren und wozu man das macht. Kannst du das ein bisschen erklären: Wozu macht man das? Du hast gesagt, dass wir am Schluss darüber gesprochen haben, warum man das machen sollte. Und dann hast du gesagt, Axiome und Axiomatisieren, das ist so, wenn ich das richtig verstanden habe, das ist so das Grundkonstrukt oder Grundwerkzeug eines Mathematikers. (**Torge:** ja) Was hat das mit Lehrern zu tun?

#00:11:11-3#

Torge: Der Lehrer sollte das im Hinterkopf haben, was der Unterschied zwischen den beiden ist (**Interviewer:** Axiomatisieren und Axiomatik?), das man überlegt, wie funktioniert das letztendlich in der Schule und wie läufts in der Hochschule ab, das sind ja zwei unterschiedliche Sachen. Man kommt aus einer Schule, hat seine Elementarmathematik gelernt und denkt dann an der Hochschule gehts so weiter und das ist natürlich dieser krasse Unterschied, dass man sagt, man sitzt in der Vorlesung, kriegt einen Satz nach dem anderem vorgelegt und sozusagen das, was Axiomatik ist, dass man halt die Axiome hat und daraus die Sätze immer weiter folgert, das deduktiv aufbaut und dann ab und zu ein Beispiel macht, das ist ja das **(..)** und in der Schule läuft das ja andersrum. Man nimmt ein Beispiel her und schließt daraus diese Sachen, dieses Axiomatisieren. Und das ist das letztendlich, was der Mathematiker, der etwas neues entwickeln möchte auch macht, dass man dann versucht, sich neue Beispiele herzunehmen und daraus zu entwickeln. Natürlich können diese Beispiele schon abstrakter sein, dass man sagt, man hat irgendeine pathologische Funktion und untersucht sie weiter. #00:12:31-4#

Thomas: Darauf würde ich ganz kurz anknüpfen und zwar daran man sieht einen schönen Unterschied zwischen der Unter/Mittelstufe zur Oberstufe. In der Oberstufe soll ja Vorbereitung auf die Hochschule. Da geht man ja eben auch so vor, dass man sich seine Grundbegriffe definiert, dann sich weitere Sätze herleitet und das ist in der analytischen Geometrie ein schönes Beispiel: Da fängt man (**Interviewer:** In der Schule noch?) in der Schule! zu definieren, was ist ein Vektor, was ist Vektoraddition und so weiter. Da fängt man schon an, die Schüler darauf vorzubereiten. Wie es halt an der Uni weitergeht. #00:13:13-3#

Torge: Das ist jetzt denke ich die Problematik: Dieser KRASSE Unterschied zwischen Schulmathematik und Hochschulmathematik. Diesen Übergang erstmal zu schaffen, ins Mathestudium einzusteigen, das ist eine harte Wende und die andere harte Wende kommt dann halt sozusagen am Ende des Mathestudiums, wenn man abschließt mit dem Staatsexamen und ins Refendariat geht, weil man dann sich wieder runterbremsen muss. Ich habe das persönlich selber diese Erfahrung gemacht; das war nach dem ersten Semester, dass ich gesagt habe, ich mache dieses eine Blockpraktikum 6 Wochen an der Schule und ich habe 2-3 Mathestunden gehalten und ich habe gemerkt wie die Schüler während der Stunde immer weniger mitgekommen sind und die Fragezeichen in den Augen wesentlich größer geworden sind. Dass zum Ende noch so zwei Mathecracks mitgearbeitet haben, aber die dann auch abgeschaltet haben, weils einfach too much war. Und dass man das im Hinterkopf hat, dass man sagt, man muss dieses Wissen, was man im Hinterkopf hat, irgendwie herunterbrechen, auf etwas Verständliches und das aufbauen können. Aber natürlich auch sozusagen dieses Wissen beibehalten, dass man nicht sagt, ok, die Elementarmathematik habe ich in der Schule gelernt, Hochschulmathematik habe ich auch gelernt und jetzt wieder Elementarmathematik, alles was in der Hochschule war, die ganzen Hintergründe oder so, die kann ich jetzt in den Papierkorb schieben und löschen. #00:14:49-8#

Interviewer: Aber dann will ich zwei Sachen nachfragen, was ich nicht verstehe: Das erste ist natürlich – wie macht man das, dieses Runterbremsen oder Runterbrechen auf die Schulmathematik – das ist eine Frage. Und die zweite Frage ist: Ich habe immer noch kein Argument gehört; du sagst, das muss man machen, ein Lehrer muss das im Hinterkopf haben, diese Axiomatik diese unterscheiden. Das hast du zwei oder dreimal gesagt, aber das hast du nicht erklärt, warum man das machen soll. Du hast gesagt, ja klar, ein Lehrer muss es wissen, aber wozu soll er das wissen, warum? Wenn er das eh runterbricht auf die Schulmathematik. #00:15:24-6#

Torge: Dass du das im Hinterkopf hast, um reflektieren zu können darüber. Um zu sagen, du musst ja immer anpassen an deine Schüler, weil jeder Mensch ja anders und als Individuum das anders aufnimmt und dass du dann unterschiedliche Kanäle ansprechen kannst. Dass du vielleicht sagen kannst, ok, die Schüler haben diese Grundvorstellung, das bringen sie mit und darauf musst du irgendwie aufbauen und wenn du nur ein Schema F hast und du sagst, ich führe jetzt irgendwie den Satz von Pythagoras immer nach diesem Schema ein, dann kann das bei manchen Schülern ja ganz in Ordnung sein und andere Schüler sitzen da und werden da niemals verstehen auf diese Art und Weise und dann musst du höher gehen und sagen es gibt vielleicht andere Möglichkeit, das zu erklären, andere Darstellungsformen. Und dass man die im Hinterkopf hat. (**Interviewer:** Ok) Aber auch natürlich weißt, wo die Unterschiede sind. #00:16:23-9#

Thomas: Das ist ganz interessant, ich merke das zum Beispiel direkt, wenn ich Nachhilfe gebe. Da sind ja Schüler, die sind mit dem Schulstoff gescheitert, und bei vielen merke ich einfach, das liegt nicht an den Grundlagen, die ihnen fehlen, sondern bei vielen liegts daran wie der Lehrer das erklärt. Und dass du Lehrer genau wie du jetzt sagtest sein Schema F hat, auf dem er das erklärt. Das lasse ich mir dann von den Schülern wieder erklären und überleg mir dann, wie kann ich das für den Schüler anders formulieren, das heißt gibts denn noch zum Beispiel Ansatzpunkte, **von denen man herangehen kann** und meistens führt das dann wirklich zum Ziel, weil sie es auf eine andere Art und Weise besser verstehen, weils andere Denkschemata haben. #00:17:05-4#

(...) (nicht wichtig) #00:17:21-9#

Thomas: Wenn man eben im Hinterkopf hat, genau diese Gegenüberstellung Axiomatik–Axiomatisieren, dann würde ich sagen fällts einem leichter, das zu erkennen. Wenn man selber nach einem gewissen Schema selber erklärt als Lehrer und wird von der Hälfte der Klasse mit fragendem Blick angesehen, dass man sich überlegt, ja, von welcher Richtung geht man da eben dran. Wenn mans anhand von einem **anführenden** Beispiel gebracht hat und das denen nichts gebracht hat, vielleicht ist es dann besser, erstmal ein paar Begrifflichkeiten zu klären. Vielleicht haben sie ein paar Grundbegriffe vergessen, die man dazu braucht. #00:18:02-2#

Interviewer: Sag das nochmal. Welche Grundbegriffe? #00:18:06-3#

Thomas: Anhand von einem Beispiel: Wenn man ein rechtwinkliges Dreieck hat und will irgendwie irgendwelche Kongruenzen klären. Und man hat das anhand von irgendeinem einführenden Beispiel gemacht, zum Beispiel dass man zwei kongruente Dreiecke aufzeichnet und die Schüler dann fragt: Ja, schaut mal was könnten zwischen den beiden **Dreiecken für** Beziehungen seid und die meisten Schüler auf diese Weise nicht können, vielleicht ist dann besser zu klären, wie ist denn das: Was ist nochmal die Innenwinkelsumme von einem Dreieck etc. Vielleicht ist das dann besser. Wenn man das im Kopf, dann kann man halt besser erklären. #00:18:53-0#

Interviewer: Ich will jetzt vielleicht so fragen: Ich glaube jetzt ein bisschen verstanden zu haben, warum jetzt Lehrer diese Unterscheidung kennen sollten, oder warum sie überhaupt darüber nachdenken sollten, wie würdet ihr das sagen: Welche Rolle sollen Axiome in der Schule überhaupt spielen? Für den Lehrer haben wirs glaube ich geklärt. Wie ist das für die Schüler? Welche Rolle sollen Axiome im Unterricht spielen? Wie würdet ihr das sagen? #00:19:28-5#

(...) #00:19:37-5#

Thomas: Erstmal ich würde für die Schüler die Benennung nicht so machen. Oder vielleicht nur am Rand erwähnen. Weil ich glaube bei Schülern ist das so, dass es einfacher ist, wenn sie was in die Hand nehmen, wenn sie sich auf ein Problem drauf stürzen, ohne jetzt genau zu wissen, was sie da machen. Da ist der Lerneffekt höher. (Hä, warum???) Das heißt ich würde am Anfang gar nicht sagen, das sind Axiome, was sind überhaupt Axiome, sondern später erst im Nebensatz erwähnen. Ich würde sagen Axiome an sich spielen schon eine große Rolle, spielen am Anfang eine große Rolle, aber ich glaube, wenn die Schüler sich die Sachen hergeleitet haben , oder wenn man sich dmit den Schülern die Sachen hergeleitet hat, dass sie dann von den Zwischenständen dann ausgehen. Also jetzt als Beispiel: Wenn man sich hergeleitet hat, wie funktioniert ein Bruch, dann denken die Schüler nicht mehr an die Axiome, sondern denken direkt daran, wie kann man den Bruch umgehen, wie kann man mit dem dann explizit rechnen und deswegen glaube ich für den Anfang spielt das schon eine große Rolle, aber das verschwimmt relativ schnell, würde ich sagen, also Axiome. #00:20:55-1#

Interviewer: Aber konkret, bezogen auf Geometrie? Davor hast du über Grundrechenarten gesprochen in Analysis. Ich will ein bisschen in der Geometrie bleiben. Konkret, wenn du jetzt über Dreiecke sprichst, du sagst **(..)** einerseits, dass die Axiome am Anfang stehen und wenn ich dann neue Begriffe lerne, verschwimmen die Axiome. So verstehe ich dich (**Thomas:** ja, genau) andererseits hast du gesagt, dass man keine Axiomatik in der Geometrie am Anfang macht. #00:21:33-2#

Thomas: Genau. Am Anfang leitet man sich Axiome her aus Beispielen. Man fängt an **(..)** Geometrie sehe ich so, dass man Einstieg, also klassischerweise sag ich mal macht, indem man sich Figuren ansieht und aus den Figuren sich verschiedene Sätze herleitet, zum Beispiel bei **(..)** irgendwelche Grundbegriffe Höhe oder Grundlinie etc. Dann in der Mittelstufe macht man das so, dass man wirklich diese Grundkonstruktion hernimmt, wie zum Beispiel Winkelhalbierende, Lot etc. und sich daraus erstmal Figuren wieder aufbaut und dann wieder im Rückschluss, Figuren am Ende anschaut und versucht, Konstruktionsbeschreibungen zu machen, wo man dann diese Axiome wieder braucht. Also das ist so ein hin und her, wie man das macht. #00:22:36-2#

Interviewer: Was Torge gesagt hat, dass man mit Beispielen anfängt und versucht, Eigenschaften zu destillieren. Und wie ist es dann, wenn man diese Axiome oder Grundgeschichten – wie auch immer man da nennt – dann hergeleitet hat, dann sagst du die verschwimmen dann irgendwann. Wann verschwimmen sie dann? #00:22:59-6#

Interviewer: Ich versuche nur zu verstehen, wie du das meinst. #00:23:04-5#

Thomas: Das Problem ist, ich habe von einem anderen Bereich geredet. Bei der Analysis verschwimmen sie. Bei der Geometrie braucht man auf jeden Fall diese Axiome. Weil darauf führt man die Konstruktionsbeschreibung zurück, auf diese grundlegenden Figuren zurück. #00:23:26-1#

Interviewer: Torge, wie siehst du das? Also welche Rolle sollen Axiome in der Schule spielen? Siehst du das ähnlich, anders oder wie oder was? #00:23:34-3#

Torge: Ich bin der Meinung, dass Schüler irgendwo schon erkennen sollten, was Axiome sind. Dass man sie erklärt. Und wie das letztendlich, also Axiomensysteme, funktionieren. Dass sie erstmal eine grundlegende Idee davon haben, inwiefern sich das weiter setzt und beim Schüler bleibt, ist immer die Frage. Jeder Schüler ist ja unterschiedlich. Aber dass man darstellt, wie das grundlegend aufbaut, dass man sagt, wie machen jetzt nicht einfach dass wir Beispiele anschauen und dann überlegen wir uns irgendwas dazu und dann tun wir das zur Seite, schauen uns das nächste Beispiel an, sondern sagen auch irgendwo wie das miteinander zusammen hängt. Dass man diese Verbindungen deutlich macht. #00:24:34-0#

Interviewer: Wann würdest du das machen? Wann könntest du dir vorstellen, dass so eine Diskussion entsteht? #00:24:40-7#

Torge: Du meinst jetzt jahrgangsmäßig? Ich denke mal, dass ist dann so ab der 9.–10. Klasse ungefähr aufwärts geht. Also dass man sagt noch vor dem Sekundarstufenabschluss, dass man sagt, ok, das ist so das Grundlegende und dann in der Oberstufe, wenn es auf die Hochschulreife zugeht, dass man mehr in die Richtung geht und sagen kann, ok, vielleicht auch vorbereiten, sowas wird bei euch an der Hochschule, falls ihr vorhabt, in den Bereich Mathematik zu gehen, sowas wird euch entgegenkommen. #00:25:24-3#

Interviewer: Wie entscheidest du dich für die 10., 9. Klasse? Warum nicht davor? Warum nicht in der 5. nicht in der 6.? #00:25:31-5#

Torge: Also ich weiß nicht. Ich denke mal vielleicht liegt es an dem Alter, dass man erstmal das ganze sacken lassen muss. Vom Sinn her, dass man sagt, ok, man baut in der fünften und sechsten natürlich dieses Verständnis anhand von Beispielen auf und gewisse Sätze und Grundannahmen werden da gegeben, aber es werden nicht die Beweise nicht dazu geliefert. Das ist dann meist auch so, in der Schule, dass die Kinder sagen, ok, das ist so und immer so und das wird erstmal nicht hinterfragt. Aber das glaube ich auch vom Entwicklungsstand der Kinder aus, dass man nicht sagen in diesem Alter, wir fangen an, an diesen Sachen zu zweifeln. #00:26:25-6#

Interviewer: Ah ok. #00:26:23-9#

Thomas: Bzw. das mit dem Entwicklungsstand das ist glaube ich auch der zentrale Punkt. Wenn ich mir überlege fünfte bis sechste Klasse, da sind sie noch dabei, sich grundlegende motorische Fähigkeiten anzueignen oder gewisse Denkkonzepte erstmal zu lernen und dort ist denk ich für die Schüler erstmal handlicher, wenn erst nur von den Beispielen ausgeht. Weil jetzt ein Dreieck, ein Fünfklässler kann nichts damit anfangen wenn ich jetzt anfange mit geraden Winkeln, die sich schneiden etc. sondern wenn sie ein Dreieck in der Hand haben, wenn sies ausschneiden können oder falten können, dann haben sie was, mit dem sie arbeiten können, dann können sie es sich viel besser vorstellen, was überhaupt passiert. Deswegen man bringt Winkel anhand von einer Uhr bei, weil sie die Uhr einfach kennen und das was ist, was sie anfassen können. Und ich glaube, wenn es auf die Mittelstufe zugeht, so die siebte achte Klasse ist, da habe ich auch beobachtet, da gehts auch mit der Pubertät los und da kommt einfach ein großes Motivationsloch, das heißt da lernen sie zum Beispiel in der Geometrie solche Sachen wie diese Grundkonstruktionen und diese Konstruktionsbeschreibungen und ich glaube das **(..)** es ist richtig, genau bei sowas anzufangen mit der Axiomatik, weil da strukturieren sich die Kinder um und ich glaube da kriegen sie auch die andere Seite vom Lernen mit. Also wie soll ichs formulieren? #00:28:04-9#

Interviewer: Vielleicht kannst du das zusammen fassen? Wann willst du mit Axiomatik anfangen? Das habe ich nicht ganz verstanden? #00:28:14-0#

Thomas: Ich würde im Übergang von Unterstufe zur Mittelstufe würde ich erstmal noch axiomatisieren, mir die einzelnen Grundkonstruktionen beispielsweise herleiten und dann wenns dann in der Mittelstufe ist, dann von den Axiomen ausgehen, von den Grundkonstruktionen ausgehen, mir verschiedene Figuren oder im Allgemeinen anfangen, Figuren zu beschreiben zum Beispiel. Korrekt mathematisch zu beschreiben, um dann im Übergang Mittelstufe Oberstufe wieder so ein Mischungsverhältnis zu haben. Dass die Schüler beide Fähigkeiten erlernt haben, dass sie sowohl axiomatisieren können als auch Axiomatik können, oder was heißt können, zumindest mal gesehen haben, sich darunter was vorstellen können. #00:29:08-8#

Interviewer: Aha, ok. #00:29:08-8#

Torge: Mein Argument ist dieser Entwicklungsstand, also ich habe Beispiel dafür, das war in diesem besagten Praktikum, was ich da hatte. Und das nämlich so, eine siebte Klasse war das und das war dann schon G8, dementsprechend war die Einführung von der Steigung einer linearen Funktion und die Lehrerin hat mir aus ihrer eigenen Erfahrung erzählt, wir machen das schon mehrere Unterrichtsstunden, arbeiten wir an diesem Begriff und die Schüler brauchen das und vorher vor G8, G9, war das eine Jahrgangsstufe weiter, in der 8. Klasse, da haben wir das in zwei Wochen abgehandelt und dann hats jeder verstanden. Also das ist auch so eine Frage des Alters, inwiefern das verstanden wird. Was jetzt Thomas angesprochen hat mit der Pubertät, denk ich mal auch, dass man das vielleicht in der 9. 10. Klasse einführt, dass es bei manchen schon nach der Pubertät ist (**Interviewer:** Was führt man da ein?) das mit dem Axiomatisieren, weil man dann sagen kann, durch die Pubertät haben die Schüler dann gelernt, Autoritäten zu hinterfragen. Dieses Denken, ok, alles was gegeben ist, muss nicht unbedingt immer so sein, sondern man kanns vielleicht auch hinterfragen, dass man dann daran auch anknüpfen kann und sagen kann, ok, ja, ihr dürft Fragen stellen, die auch erstmal unbequem wirkne. #00:30:44-2#

Interviewer: Interessant ja. #00:30:45-4#

Thomas: So habe ich das auch noch gar nicht gesehen, das ist gut, ja. #00:30:54-3#

Interviewer: Wie bist du zu dieser Meinung gekommen, kannst du das fest machen? #00:30:57-1#

Torge: Ich denke das hat mir die Entwicklungspsychologie gezeigt, also wir haben während des Studiums Psychologievorlesungen, und da ist es ja auch so, dass man die einzelnen Schulalter oder besser Kinderentwicklungsalter durchgeht und sagen kann, ok, es gibt gewisse Altersstufen, in denen die Kinder gewisse Konzepte noch nicht verstanden haben, also ich glaube in Vorschul- oder Grundschulalter diese Volumenänderung, dieses schmale Glas oder bauchiges Glas hinstellen kannst und das eine Glas ist so viel gefühlt und du schüttest du um und fragst nach, in welchem Glas ist mehr Inhalt drinnen. Es wird immer auf das höhere Glas gezeigt, obwohl das Volumen sich ja nicht verändert hat. Also diese Vorstellung, die Kinder haben **das habe ich an meiner Nichte und meinem Neffen ausprobiert und gefragt, was geht da, wo ist der Entwicklungsstand,** natürlich ist das individuell zu betrachten, gewisse Kinder haben diese Stufe schon erreicht, es ist empirisch nur gemittelt, aber andere sind auch ein bisschen zurück, die dann etwas länger brauchen. und man hat als Lehrer seine 20-30 Kinder vor sich sitzen und muss dann schauen, wo steht wer. Das muss man ja individuell überlegen. #00:32:40-7#

Interviewer: Wie würdet ihr das beurteilen: Reicht das, diese Fähigkeit zu haben, Autoritäten zu hinterfragen, um über Axiome zu sprechen. Bzw. was ich eigentlich fragen will ist **(..)** gibt es Schwierigkeit mit Axiomen in der Schule, können Kinder Probleme damit bekommen? Oder ist das **es einfach nur Besteigung einer Geraden,** das behandelt man und gut ist? Also ich kann die Frage nicht besser formulieren, vielleicht versteht ihr, was ich meine? #00:33:22-0#

Thomas: Es kommt darauf an, wie gut die Schüler schon abstrahieren können. Weil wer schon **(..)** am Anfang ist das so, dass sie nicht so gut abstrahieren können, sondern konkrete Vorstellungen brauchen und jetzt konkret einen visuellen Anreiz oder sowas. Und da kommts darauf an, also ich glaube das beginnt sowohl im Analysisteil als auch im Geometrieteil, dass so im Übergang zur Mittelstufe das Abstrahieren anfängt. Und das ist ein großer Denkbruch für die Schüler, vorher hat mans die ganze Zeit auf die eine Art und Weise gemacht, und jetzt macht man auf einmal überlegt sich irgendwelche Konzepte. Und fängt an, sich darüber Gedanken zu machen. Und ich glaube da kommts wie Torge schon gesagt hat auf den persönlichen Entwicklungsstand an, weil die Schüler ein paar in der Klasse hintendran sind mit ihrer Entwicklung, dann können sie das noch nicht und dann muss man sich überlegen wie kann sie langsam hinführen zu diesem Abstrahieren. Und genau. #00:34:44-4#

Torge: Ich denke, dass wenn man das zu früh einführt, so dass das nicht verstanden wird, dann drückt man diese Schiene dem Schüler auf, der muss damit irgendwie klar kommen; wenn er es verstanden hat, dann kann er sagen, ok, ja, ist logisch. Kann ich nachvollziehen. Vielleicht auch wenn man so ein bisschen von zwei Perspektiven aus betrachten, also auch mal hinterfragen, dann versteht man das auch vielleicht auch besser. Wenn der Schüler von sich aus nicht macht, sondern einfach als gegeben hinnimmt, dann sagt er ok das ist von oben gegeben wurde, ich muss damit leben oder nicht. Einige Schüler verstehen das dann, warum das so ist und können das auch vernünftig benutzen. Andere Schüler lernen das dann einfach auswendig und das ist dann was nicht so lange verankert bleibt, das vergisst man, wenns nicht mehr gebraucht wird und andere Schüler sitzen dann da mit den Fragezeichen in den Augen und denken sich, Mathematik blöd. #00:35:49-8#

Thomas: Wobei ich glaube da kann man auch »präventiv« **anschalten** weil ich habe nämlich gemerkt, dass Schüler eher dieses Auswendiglernen verankert haben und dass sie es schnell wieder vergessen, wenn es ihnen frontal beigebracht wird. Also das heißt, wenn man anfängt irgendwelche andere Konzepte zu besprechen, anhand von irgendeinem Beispiel und macht das vorne an der Tafel und die Schüler machen einfach mit, dann haben ganz viele Fragezeichen, trauen sich nicht, Fragen zu stellen und pflanzt sich dann fort. Deswegen wäre da sinnvoller, wenn ganz viel in der Gruppenarbeit oder wie wir das gemacht haben, mit Konstruktionen oder halt irgendwas zu machen was sie dann anfassen können und sich selber diese Konzepte herzuleiten. Das macht man teilweise in der Informatik. Da fängt man schon so an, dass man die Schüler direkt vor den Computer setzt und arbeiten lässt. Ich denke das hat einen deutlich nachhaltigeren Lerneffekt. Zumindest für einen gewissen Teil. #00:36:55-5#

Torge: Das Problem bei solchen Arbeitsphasen , dass du den strickten Zeitplan vorgegeben hast, wann welches Thema sozusagen abgehandelt werden muss und bei solchen Arbeitsphasen liegt das einfach daran, dass es viel Zeit erfordert. Also wir haben das im Kurs selber gemerkt, wenn man sich selber gewisse Dinge erarbeiten muss, dann dauert das einfach seine Zeit und man kommt vielleicht mit seinem Plan nicht durch. Und andersrum wenn man sagt ich diktiere alles von vorne, dann kommen wir vielleicht zeitlich durch, aber es bleibt nicht viel hängen. #00:37:31-5#

Thomas: Was man da machen könnte, was vielleicht eine schöne Sache wäre, so eine Art Projektpraktikum, dass man für zwei Wochen jeden Tag eine Nachmittagsstunde hernimmt, wo dann speziell beschäftigt wird, dass die Schüler wirklich dieses Verständnis bekommen. Das hatten wir in der achten so eine Art Nachholstunde, wie schaffen wir das zu abstrahieren anhand von konkreten Sachen. Das wäre vielleicht eine Möglichkeit, aber weiß ich nicht, da habe ich zu wenig Erfahrung. #00:38:09-0#

Interviewer: Sehr interessant. Angenommen ihr seid jetzt in der Schule und eine Schülerin kommt und sagt diese Axiome, die wir da behandeln, wozu machen wir das? Kümmert mich doch nicht, ich sehe doch, dass es stimmt. Die zwei Kreise schneiden sich, passt doch. Wie würdet ihr darauf reagieren? #00:38:38-3#

Interviewer: Wie wir am Anfang gesagt haben, ihr habt diesen Hintergrund, versteht sozusagen die Unterschiede oder Wichtigkeit der Axiomatik oder des Axiomatisierens. Wie würdet ihr der Schülerin antworten? #00:38:58-4#

Torge: Da würde ich einfach folgendes Beispiel nehmen, ich hoffe, dass ich zu dem Zeitpunkt einen Apfel oder eine Apfelsine griffbereit habe und würde sagen, ok, wir haben uns damit beschäftigt, dass in der Ebene die Dreiecke alle eine

Innenwinkelsumme von 180 Grad haben. Und es gibt kein Dreieck, dass dieser Vorgabe nicht entspricht, dann würde ich einen Apfel nehmen oder eine Apfelsine und würde mit dem Messer halt oben am Nordpol anfangen, senkrecht nach unten zum Äquator den Schnitt führen, dann am Äquator mit dem Messer weitergehen und dann halt wieder senkrecht hoch, damit ich am Nordpol wieder einen rechnen Winkel habe und dann würde ich sagen, dieses Dreieck hat überall 90 Grad, also das ist mehr als 180 in der Winkelsumme und das liegt einfach daran, dass es ein anderes System ist und wir müssen immer Axiome betrachten, die begrenzt sind auf ein bestimmtes System. #00:40:07-1#

Interviewer: Puh. Das sagt dir die Schülerin, das ist doch gar kein Winkel, das ist doch was Gebogenes, das ist kein Dreieck. Ein Dreieck ist doch flach. #00:40:21-6#

(...) #00:40:26-3#

(unverständlich) #00:40:31-6#

Torge: Ich würde sagen, ok, du sagst ein Dreieck ist flach, das ist schon mal eine Einschränkung und deswegen machen wir solche Einschränkungen, damit wir damit arbeiten können. Damit wir nicht sagen, ok, wie nennen wir dieses Objekt, wir haben keinen Namen dafür, weil wir keine Eigenschaften nennen können. Da könnte man sagen, da gibts unterschiedliche Definitionen, manche Leute haben die Vorstellung drei Punkte, die nicht auf einer Linie liegen, ist ein Dreieck. Die anderen – drei Geraden, die sich schneiden, ist ein Dreieck. #00:41:10-8#

Interviewer: Ja, das fragt die Schülerin. #00:41:18-7#

Thomas: Ich würde vielleicht etwas anders anfangen, wenn mich eine Schülerin sowas fragen würde. Würde sagen, schau mal, das ist ein Beispiel, das wir behandelt haben. Also mit diesen zwei Kreisen. Dann kann ich morgen herkommen und kann das nächste Beispiel zeigen, übermorgen das nächste und jetzt musst du alle drei auswendig lernen. Jetzt ist das Problem, dass wenn wir die ganze Zeit so weiter machen, dann führt uns das zu nichts, dann lernen wir nur Beispiele auswendig und genau das wollen wir in der Mathematik nicht, wir wollen nämlich, dass wir uns ein oder zwei Beispiele anschauen und aus denen uns überlegen, hey, egal wie jetzt zwei Kreise zu einander stehen, wie kann ich das sagen, ohne das vorher auswendig gelernt zu haben. Sondern wie kann ich jetzt sagen, **(..)** was kann ich mir für Regelmäßigkeit herleiten. Und das zieht sich durch alle Bereiche der Mathematik. #00:42:12-7#

Interviewer: Hoffen wir, dass sie dann zufrieden nach Hause geht. #00:42:19-6#

Thomas: Das habe ich wirklich genau die Problematik bei einer, die lineare Funktionen gemacht hat. Und zwar hat sie mich gefragt, warum muss man das jetzt mit diesem »m« und dem »t« machen? Warum kann ich mir da einfach immer Zahlen einsetzen. Und dann habe ich gesagt, schau mal, ich gebe dir jetzt fünf verschiedene Funktionen, die kannst du alle auswendig lernen. Und dann bringe ich in der Schulaufgabe eine komplett neue dran und du hast keine Ahnung wie die geht, weil du das Beispiel nicht auswendig gelernt hast. Jetzt schauen wir uns ein paar an und leiten uns daraus her, wie gehts denn allgemein, wie kann ichs nicht für zehntausend, sondern für alle machen, die überhaupt möglich sind? Und **(...)** für die Schulaufgabe oder irgendwelche Prüfungen, wie kann ich mir überlegen wenn ich das sehe, ohne jetzt groß irgendwas aus meinem Hirn abrufen zu müssen. Und das fand sie dann in Ordnung. #00:43:36-4#

Interviewer: Interessant ja. Wir haben jetzt genug über Axiome gesprochen. Ich will dazu noch eine letzte Frage stellen und zwar ich gebe euch zwei Zettelchen. Diesen Satz kennt ihr aus dem Vortest, was wir am Anfang des Kurses gemacht haben, da steht in den Standards für die Lehrerbildung im Fach Mathematik 2008 **(nicht wichtig)** »Die Studierenden beschreiben Axiomatik und Konstruktion als Wege für eine formale Grundlegung der euklidischen Geometrie«. Das ist ein Ziel für die Ausbilder der zukünftigen Lehrer, das heißt insbesondere gilt das jetzt für mich in dem Fall, die Frage ist jetzt, wie interpretiert ihr das, wie soll ich das verstehen. Was würdet ihr dazu sagen? #00:44:35-2#

(..) #00:44:37-7#

Thomas: Ich würde sagen, das ist nur ein kleiner Teil, also ich würde sagen, das kann einfach vielmehr. Wenn man nämlich **(..)** von der Axiomatik ausgeht, dann kommt man ja nach einer Weile, eigentlich schon relativ schnell darauf, wie kann man jetzt die euklidische Ebene festlegen und wie kann man jetzt in der **in diesem Hinblick jetzt** Geometrie machen? Aber ich meine, die Mathematik kann noch viel mehr und wir wollen noch vielmehr machen. (**Interviewer:** Das ist ja nur ein Ziel, das ist nur eins von hunderten) ah, ok. #00:45:19-3#

Interviewer: Das habe ich mir rausgepickt, ich finde diesen Satz schwierig und ich hätte gerne gewusst, wie interpretiert ihr diesen Satz. Was bedeutet das? #00:45:30-5#

Thomas: ach so. #00:45:34-8#

(...) #00:45:41-6#

Thomas: Erstmal die unterscheiden hier zwischen Axiomatik und Konstruktion. **(..)** Das heißt **(...)** #00:46:00-7#

(...) #00:46:07-1#

Thomas: Auf der einen Seite, finde ich, dass es stimmt, dass man Axiomatik als Weg für die Grundlegung der euklidischen Geometrie macht, weil es ist essentiell so, man kann sich die Sachen herleiten von beliebigen Axiomen, von denen man ausgeht. Das heißt also nicht, dass ich nach einem einzigen Weg aufbauen muss, sondern ich könnte mir selber irgendwelche Axiome zurechtlegen. Oder wie damals Euklid selber versucht hat, irgendwelche Grundbausteine zu nehmen und da jetzt diese euklidische Geometrie zu beschreiben. Aber auf der anderen Seite, finde ich **(..)** das wird im Studium an sich gar nicht gemacht. Sondern im Studium ist das so: Man geht eben von einem Weg aus und beschreibt das nicht richtig, warum das genau die euklidische Geometrie, sondern man kriegt nächsten Satz, nächstes Korollar, nächstes hingepflanzt und macht überhaupt nicht die Zusammenhänge was ist das jetzt im Vergleich dazu, was wir bisher gemacht haben, zB was man aus der Schule kennt. Ich finde das ist eine schwierige Formulierung. #00:47:25-1#

Interviewer: Torge, was denkst du dazu? #00:47:28-1#

Torge: Ich hänge mich gerade an diesem Verb auf »beschreiben«. Also das heißt wir als Studierende sollen erklären oder aufzeigen wie Axiomatik oder Konstruktion zu diesen formalen Grundlagen der euklidischen Geometrie führen. Letztendlich. Dass wir die Unterschiede kennen und auch die Herangehensweisen. Man kann natürlich das auch lesen: Axiomatik und Konstruieren, dass es beides zusammenhängt, aber man kanns natürlich getrennt voneinander interpretieren und sagen, ok, mit der Konstruktion ist das offen gelassen, wie man das konstruiert. Es gibt natürlich die Möglichkeit, vielen kommt dann in den Sinn Zirkel&Lineal, **machen wir die Konstruktion,** wie im Kurs kann man die Konstruktion über Papierfalten angehen in die Richtung und Axiomatik auf der anderen Seite: Das eine ist dieses Handelnde das Enaktive, das andere ist dieses Abstrakte, wie gehe ich da vor. #00:48:41-3#

Interviewer: Interessante Lesart. #00:48:42-4#

Thomas: Wenn du jetzt sagst mit diesem Wort »beschreiben« ich finde, was noch ein Problem an diesem Wort »beschreiben« ist, dass wird jetzt darauf hindeuten, dass Axiomatik nur als Festlegung der euklidischen Geometrie ist und das ist es ja nicht. Axiomatik kann ja noch viel viel mehr, das ist nur ein Beispiel. Deswegen grenzt das zu sehr den Begriff der Axiomatik eigentlich ein, dieser Satz. #00:49:12-0#

Interviewer: Ich muss vielleicht was zu dem Kontext sagen. Das steht schon in den Ziele für Geometrie. Es gibt natürlich noch andere Ziele für Analysis **(nicht wichtig)** #00:49:34-6#

Thomas: Auch das Wort Konstruktion finde ich problematisch, weil das Wort noch viel mehr beschreibt. Es ist ein Weg sich an die euklidische Geometrie anzunähern, aber das ist nur ein Weg. #00:49:51-3#

Interviewer: Interessante Interpretation. Ich würde kurz noch zu was anderem springen. Du hast am Anfang, als ich gefragt habe, was wir im Kurs gemacht haben, hast du noch über diese Winkelhalbierende, 1-fach-Origami gesprochen. Ich würde kurz darüber sprechen. **(..)** Was würdet sagen, wie kann man dieses 1-fach-Origami zusammenfassen? Wie versteht ihr das? Wie würdet ihr das einem Außenstehenden erklären, mit ein paar Worten? #00:50:43-8#

Thomas: Wenn ich das einem Außenstehenden erklären würde, würde ich den Vergleich zu Zirkel&Lineal ziehen. Ich würde sagen, naja, mathematisches Papierfalten ist im Vergleich zu Zirkel&Lineal mächtiger ist, kann das weniger, kann das mehr, kann das gleich viel? Von da aus haben wir uns angeschaut, was gibts überhaupt für verschiedene Grundkonstruktionen, bei Zirkel&Lineal wussten wir das ja, was es für welche gibt. Und jetzt war die Frage, ist es auch bei Origami der Fall. Und wir haben uns mit beschäftigt, wir haben diese **(..)** wir haben zuerst den Begriff Gerade und Punkt definiert und haben uns davon ausgehend überlegt die Kombinationen, was macht überhaupt ein Falz, was kann man mit Geraden und Punkten machen? Und sind da eben darauf gekommen, dass wir sieben Grundkonstruktionen haben und anhand der Grundkonstruktionen konnte man relativ schnell feststellen, naja, dass wir wirklich deutlich wirklich mehr können als mit Zirkel&Lineal. Zum Beispiel wie diese simultane Tangenten oder sowas. #00:52:10-0#

Interviewer: Torge, willst du dazu noch was ergänzen oder lassen wirs so stehen? #00:52:10-3#

Torge: (unverständlich) dass es eine Möglichkeit ist, Dinge zu konstruieren, mithilfe des Papiers, nur mit dem Hilfsmittel Papier, dass man gewisse Möglichkeiten hat, Konstruktionen zu machen und zwar 1-fach-Origami, dass man sagt, man faltet das Papier einmal, entfaltet das dann wieder und hat einen Falz und kann darüber über die Schnittpunkte von Falzen bestimmte Punkte konstruieren. Dass man dann auch sagt, wie Thomas schon gemeint hat, dass dieses im Vergleich zu Zirkel&Lineal stärker ist, weil man gewisse Punkte konstruieren kann, die mit Zirkel&Lineal nicht konstruieren kann. #00:52:58-7#

Thomas: Man kann auch die Frage beantworten, was wenn ich mitten im Urwald aufwache ohne irgendwelche Hilfsmittel und muss Geometrie machen. #00:53:06-4#

(nicht wichtig) #00:53:15-6#

Interviewer: Könnt ihr das ein bisschen genauer beschreiben, was heißt Papierfalten ist stärker als Zirkel&Lineal ? Was bedeutet das? #00:53:22-6#

Thomas: Das bedeutet wir können mehr Sachen falten. Zirkel&Lineal ist auf gewisse Konstruktionen beschränkt, auf gewisse Punkte und Geraden, die wir abbilden können, und Papierfalten kann mehr zb kann das, wenn man sich das algebraisch anschaut, kann das uns ein Polynom dritten Grades lösen (**Interviewer:** ein beliebiges?) ein beliebiges, das lösbar ist. (**Interviewer:** Was heißt lösbar?) das heißt **(..)** das reelle Nullstellen besitzt. Und das können Zirkel&Lineal nicht. #00:54:08-6#

Interviewer: Wenn ich von euch verlangen würde, vielleicht eine Konstruktion zu nennen, die euch besonders gut gefallen hat, wenn es welche gibt, was würdet ihr sagen? #00:54:29-8#

Torge: Ästhetisch gesehen oder **von der Ansicht**her? #00:54:31-1#

Interviewer: Wie auch immer. #00:54:30-8#

Torge: Was ich persönlich mitnehme ist die Konstruktion der dritten Wurzel, dass man dann auch den Unterricht aufpeppen kann, was historisches bringen, historisch kann man nicht wirklich sagen, aber legendenhaft, dieses Delische Problem und da dann auch noch festmachen kann, ok, Zirkel&Lineal geht nicht, Papierfalten geht schon, man hätte die Pest abgewendet **(lacht)** #00:55:07-3#

Interviewer: Ist noch schlimmer geworden. Was würdest du sagen? #00:55:13-5#

Thomas: Ich hätte spontan der Satz von Lill gesagt, weil ich das wahnsinnig faszinierend fand, wir haben zwar quasi eine Möglichkeit ein allgemeines Polynom dritten Grades zu machen, indem wir das algebraisch umstellen, aber das ist halt riesig kompliziert. Und ich fand auch sehr sehr interessant mit dem **(nicht wichtig)** und ich finde auch sehr faszinierend, dass dieser Satz von Lill so lange Anwendung fand und jetzt einfach in Vergessenheit geraten ist, warum weiß keiner so recht. Und ich finde generell halt das algebraische daran richtig interessant. #00:56:02-8#

Interviewer: Habt ihr euch mit mathematischem Papierfalten außerhalb des Kurses beschäftigt, Bücher gelesen, gegoogelt? #00:56:19-7#

Thomas: Ich habe mir angeschaut wie die Konstruktion von einem Fünfeck, Sechseck, Siebeneck gewesen. Und was ich interessant fand, irgendwelche 3D-Faltungen, zum Beispiel wie kann man ein Tetraeder falten. Weil für mich was das zum Beispiel interessant, kann man das im Chemieunterricht zum Beispiel einbringen, ist ja mein zweites Fach. Was ich auch sehr interessant fand, wenn man einfach so einen Papierstreifen hat, da gibts ganz viele Sachen, die man machen kann, etwa ein Sechseck. #00:56:49-8#

Torge: Ich habe dieses Buch durchgeblättert, Papierfalten im Mathematikunterricht, wo ich sage, ok, das liefert schon gewisse Inspirationen, was man machen könnte. Das ist schon ganz gut. Und worauf ich eingegangen bin, ist das von Robert Lang das Buch, sein Progamm, was er entwickelt hat, TreeMaker, dass **(nicht wichtig)** #00:57:52-3#

Interviewer: Wenn ich euch zwingen würde, bestimmte Konstruktionen nachzufalten. Wenn ich fragen würde, könntet ihr jetzt ein Fünftel oder sowas einer gegebenen Strecke falten mit 1-fach-Origami . Würdet ihr das hinkriegen? #00:58:07-3#

Thomas: Satz von Haga. #00:58:09-2#

Interviewer: Kannst du das kurz erläutern? #00:58:11-7#

Thomas: Ja, natürlich. Beim Satz von Haga wars so gewesen, dass wir einen Punkt auf eine Gerade falten, zum Beispiel **(nicht wichtig)** wir können ja diesen Punkt auf diese Gerade in ganz vielen Möglichkeiten falten und je nach dem wie wir falten haben wir hier 1/n-1 und 2/n und je nachdem wie man das faltet zB wenn man hier 1/2 faltet, kommt man sofort auf 1/3 und davon ausgehend kann man dann eben überlegen. #00:58:53-4#

Interviewer: Würdest du diese Konstruktion innerhalb des 1-fach-Origami ansehen oder nicht? #00:58:57-9#

Thomas: Ja, definitiv. #00:59:04-5#

Interviewer: Die ganze. **(nicht wichtig)** #00:59:07-5#

Thomas: Ja genau. Ich würde dann 1/2, 1/3, 1/4, 1/5 machen, ja, weil wir kommen nur mit 1-fach Schritten darauf. Das heißt von ½ (das kann ich mir vorgeben, indem ich das Blatt halbiere) und von da aus kann ich 1/3 falten, von da aus 1/4, 1/5. Das sind immer 1-fach-Falze, die ich da mache, #00:59:28-4#

Interviewer: Wenn du das kurz nochmal andeutest, wie du das gemacht hast mit dem 1/4. Wenn du den Satz von Haga machst. Diesen Punkt auf die Gerade falten. Wo ist jetzt 2/n? #00:59:45-5#

Thomas: (zeigt). #00:59:50-2#

Interviewer: Und inwiefern kriegst du diese Strecke 2/n? Wie hast du die konstruiert jetzt? #00:59:57-9#

Thomas: Die habe ich konstruiert, indem ich den Punkt auf die Gerade gefaltet habe und dann bekomme ich einfach den Schnitt dieser zweier Geraden. #01:00:08-4#

Interviewer: Siehst du das als 1-fach-Origami, weil die zwei Geraden die schneiden sich zwar **(..)** der Schnittpunkt, den hast du noch nicht konstruiert, wo ist er? #01:00:22-8#

Thomas: Ach so, diesen Punkt gebe ich mir vor, von dem aus fange ich an. (zeigt) #01:00:42-0#

Interviewer: Du willst eigentlich diesen Punkt haben, wie konstruierst du den? #01:00:45-9#

Thomas: (..) #01:00:49-2#

(..) #01:01:07-9#

Thomas: Indem ich das darüber falte. #01:01:07-4#

Thomas: Ja ok, mit **(..)** man braucht noch eine Markierungsmöglichkeit sage ich mal. Sei es Stift. Das sehe ich jetzt ein, dass es kein 1-fach-Origami, sondern **(nicht wichtig)** wäre in dem Sinne nicht, aber es halt **(...)** Methoden, die ich zur Verfügung habe. #01:01:46-3#

Interviewer: Ich frage das deswegen, weil ihr gesagt habt, 1-fach-Origami ist stärker als Zirkel&Lineal, da kann man kubische Gleichungen lösen, insbesondere kann man lineare Gleichungen lösen. Das heißt so eine lineare Gleichung wie x-1/5 = 0 die hätte ich gerne gelöst, das heißt ich will 1/5 konstruieren, innerhalb des 1-fach-Origami. Deswegen ist die Frage kann man überhaupt 1/5 innerhalb von 1-fach-Origami lösen. Weil wenn ihr euch schon soweit aus dem Fenster lehnt, dass ihr sagt, wir können sogar kubische Gleichungen lösen, dann will ich natürlich wissen, ob ihr lineare Gleichungen lösen könnt. #01:02:32-5#

Thomas: Ja im Prinzip können wir uns ein Einheitsquadrat festlegen, dann kann ich mit Schnitten arbeiten. Wenn ich jetzt einen 1-fach-Falt mache, dann kann ich ihn nochmal abtragen und so verdoppeln und dann habe ich eine Schnittgerade irgendwo, die definiere ich mir als.. also will ich bei ½ den Schnitt haben, dann muss ich mir entsprechende Gerade konstruieren #01:03:13-7#

Interviewer: Torge, wüsstest du wie man 1/3, 1/5, 1/7 konstruiert? #01:03:15-3#

Torge: Das Prinzip war doch so, dass wir das Einheitsquadrat genommen haben und dann die eine Seite halbieren und da eine Diagonale und dann einen Schnitt, der ein bestimmtes Verhältnis hat durch den eine Parallele zu unten Seite falten können (**Interviewer:** Wäre das innerhalb von 1-fach-Origami ?) ja. Weil (erklärt richtig). #01:04:11-6#

Interviewer: Zu Thomass Konstruktion: Das kann man retten **(nicht wichtig)** #01:04:12-8#

Interviewer: Vielleicht versuche ich die kurve zu kriegen, wir reden schon lange und frage vielleicht ein bisschen esoterisch: Wie würdet ihr das beurteilen: Hat der Kurs eure Art über Mathematik nachzudenken verändert? Ihr habt natürlich eine bestimmte Art und Weise wie ihr über Mathematik nachdenkt; hat der Kurs diese Denkweise, diese Art zu denken verändert oder nicht? #01:04:55-0#

Thomas: Ich würde nicht sagen, die Art geändert, aber ich kann es jetzt besser in Worte fassen, also zum Beispiel was ich zum Beispiel in der Nachhilfe mache: Vorher habe ich mir nicht Gedanken drüber gemacht, wie kann ich das großartig in Worte fassen, sondern habe immer ein bisschen schwammig darüber geredet, ja, ich habs auf eine andere Art und Weise erklärt oder was ich sinnvoller fand, jetzt kann ich besser in Worte fassen, was ich überhaupt tu. #01:05:28-9#

Interviewer: Torge, was würdest du sagen? #01:05:33-1#

Torge: Für mich persönlich schöner Abschluss, was jetzt mir am Ende meines Studiums als Effekte vor Augen getreten sind, wie gewisse Sachen in der Mathematik zusammen hängen, das man unterschiedliche Darstellungsformen hat wie das letztendlich alles miteinander zusammen hängt, ist ganz schön, dass man auch merkt, wie die grundsätzlichen Arbeitsweisen sind, also für mich war dieser Unterschied Axiomatisieren/Axiomatik schon irgendwas, was mich weitergebracht hat, wo ich sagen kann, ok, es gibt unterschiedliche Sichtweisen, gut, das wusste ich vielleicht vorher schon, aber auch wie Thomas gesagt hat, den ganzen einen Namen zu geben, worüber man spricht, das ist ganz gut. Vor allem auch zu sagen, dieses Hinterfragen, dass man sagt, ok, wir arbeiten die ganze Zeit damit, aber dass man sich letztendlich Gedanken darüber macht, das ist die Sache, dass man sagt, ok, vielleicht muss man auch außerhalb **(..) also** think outside off the box, von außen mal drauf schauen, aus einer anderen Perspektive draufschauen. Aber meist in diesem, ja sagen wir mal weil man in diesem Hamsterrad dann steckt, in der Universität, und dann muss man irgendwie damit leben oder überleben und da werden manche Sachen an den Rand gedrängt. #01:07:12-6#

Thomas: Was ich noch dazu sagen würde, was ich vielleicht im Nachhinein gesehen, dass ich mir den Kurs ein bisschen anders gewünscht hätte, dass man am Anfang ganz kurz diese Konzepte macht, was ist Axiomatisieren, was ist Axiomatik? Und dann gar nicht großartig darauf eingeht und dann ganz normal den Kurs macht und am Ende nochmal eine Abrundung, wie ist das eingefügt, weil ich glaube, da gibts deutlich mehr aha-Effekte und dadurch deutlich mehr **(..)** hat man das ganze viel geordneter. #01:07:46-8#

Torge: Das hätte ich nicht so gemacht. Ich fand die Vorgehensweise sehr schön, weil du uns letztendlich ins kalte Wasser gestoßen hast und dass entspricht irgendwo der Realität, also dass man sagt, ok, in der bisherigen Mathematik ist das so, dass irgendwo was vorgegeben gekriegt hat und dann hat der Lehrer das erarbeitet. In der Hochschule gings auch so weiter, dass der Professor vorne steht und sein Ding durchzieht und musst irgendwie mitkommen. Aber dass man letztendlich vor einem Problem gestellt wird ohne irgendwelche großartigen Hilfen. Ab und zu einen Schubs in die richtige Richtung zu geben, was ja auch in Orndung ist, aber diese grundsätzliche Arbeitsweise, dass man sagen kann, Mathematik ist nicht nur das, was bisher sozusagen, entdeckt wurde ohne entwickelt wurde. Das zu lehren und zu verstehen, und irgendwie auch anzuwenden, sondern auch darüber hinaus zu gehen und zu sagen, inwiefern kann ich weitergehen, wo sind sozusagen Lücken, was könnte ich vielleicht noch füllen oder wo überlege ich erstmal kann man diese Lücken überhaupt füllen, ist möglich, gibt es Probleme, die nicht lösbar sind #01:09:07-1#

Thomas: Das finde ich sind zwei ganz interessante Pole. Weil bei mir ist das zum Beispiel so, ich mags am Anfang so einen kleinen Spoiler **so zu haben, ich bin auch beim Unterrichten ein Fan davon, einen** kleinen Kontext habe, wenn ich das sehe und dann das sozusagen mit Inhalt fülle, dass man zumindest so einen kleinen Faden hat. Ich finde natürlich beides sehr gut, beides hat so seine Vor- und Nachteile. **(nicht wichtig)** #01:09:52-3#

(nicht wichtig) #01:10:02-8#

Interviewer: Ich stelle vielleicht noch eine Frage und dann eine abschließende: Ich formuliere das genau so wie davor mit einer Änderung: Wie würdet ihr das sagen: Hat der Kurs eure Art über Zirkel&Lineal Konstruktionen geändert? Nicht über Mathematik im Allgemeinen sondern über Zirkel&Lineal Konstruktionen? #01:10:23-5#

Torge: Auf jeden Fall. Dass man sagt, man hat nicht nur Zirkel&Lineal als Konstruktionsmittel zur Hand und auch für späteren Mathematikunterricht sagen kann ich kann auch anders, ich muss nicht in diese elementare Schiene rein, ich kann mir vielleicht mal die Freiheit nehmen, weil ich das kennengelernt habe. und dass man selber insgesamt dadurch beeinflusst ist, es gibt diese elementaren Vorgehensweise im Unterricht, die einem gegeben werden, sondern dass man auch darüber hinaus denkt, dass man sagt, gibts vielleicht andere Möglichkeiten, das Problem anzugehen. #01:11:11-6#

Thomas: Bei mir muss ich sagen, hat sichs extrem geändert, weil mir auch sehr viele Sachen klar geworden sind, wie zum Beispiel mir war vorher nicht klar, dass man das Lineal so gesehen nicht braucht, erstens, zweitens war mir gar nicht bewusst da die Problematik ist mit dem Schreiben, warum solche Konstruktionsbeschreibungen so schwierig sind und mir hats nochmal aufgezeigt, was für ein großes System das ist, das man da hat; was aber einfache Zusammenhänge zu verstehen (?), da finde ich war Origami deutlich besser in bessere Zusammenhänge zu verknüpfen (?). Weil dadurch dass man gesehen hat, dass mans auch ohne Zirkel machen kann, hat man ganz andere Möglichkeiten, fiel ein ganz anderes Licht auf die Sachen. #01:12:13-4#

Interviewer: Die letzte Frage. Wie würdet ihr das sagen: Was ist für euch die euklidische Ebene? #01:12:26-3#

Thomas: (lacht) #01:12:36-1#

Interviewer: Ihr könnt auch gerne auf verschiedene Niveaus antworten, was ist für euch, wie stellt ihr euch das vor, was würdet ihr in der Prüfung erzählen und was würdet ihr einem Schüler erzählen? #01:12:43-7#

Interviewer: Ihr müsst das aber nicht separieren. #01:12:50-2#

(...) #01:12:53-4#

Thomas: Für eine Prüfung finde ich anschaulich am besten die Definition, dass man zwei linear unabhängige Vektoren und die auf eine gewisse Länge skaliert hat, so dass man alles aufbauen kann. Für einen Schüler, da Schüler trotzdem eine bildliche Vorstellung haben, würde ich sagen, zum Beispiel sowas wie ein flaches Blatt Papier, wenn du das einfach verlängerst und ins Unendliche verlängerst (je nach dem wie die Begriffe da sind), dass man sich so die euklidische Ebene vorstellen kann und ich persönlich würde wahrscheinlich stelle mir das so vor, dass ich einfach auf einer flachen Oberfläche bin, stelle mir mich auf einem weißen flachen Boden und alles, was ich da ablaufen kann. #01:14:01-3#

Interviewer: mhm (bejahend) Torge? #01:14:02-5#

Torge: In der Prüfung würde ich vielleicht sagen, ok, so wie man das sagt, dass R hoch zwei mit dem Skalarprodukt ist, dieser Vektorraum. **(..)** Schülern würde ich das vielleicht so ähnlich wie Thomas erklären, dass man sich vorstellt ein Blatt Papier und das streckt sich unendlich weit aus und du kannst auf diesem Papier dir Punkte malen und Abstände zwischen diesen Punkten messen mit dem Lineal, wenns du da hast (?) oder Winkel zeichnen, wo du dieses Winkelmaß messen kannst. Für mich persönlich ist das schwierig. Ich würde sagen, es ist man hat diese Vorstellung von R hoch zwei mit dem Skalarprodukt, aber dass man auch andere Ideen davon hat, also ich habe zum Beispiel durch die Funktionentheorie auch diese Idee, dass statt R2 auch C nehmen kannst, also die komplexe Ebene, zum Beispiel. Das kannst du auch betrachten. Diese Riemannsche Sphäre, also C mit dem Strich drüber, dass man noch unendlich dazu nimmt und das ist auch letztendliche eine Projektion von der Kugel auf die Ebene, **(nicht wichtig)** dass es unterschiedliche Ideen gibt, wie das miteinander ähnlich ist, dass du Isomorphien finden kannst dazu und dass es halt beweglich ist. #01:15:54-2#

Interviewer: Bei Vektorräumen und so weiter würdet ihr vielleicht sagen, oder ich weiß nicht, sagt ihr der Vektorraum oder ein Vektorraum im Allgemeinen? #01:15:55-5#

Thomas: Ich sage ein Vektorraum (**Torge:** ja) #01:15:59-5#

Interviewer: Wir sagen aber im Allgemeinen die euklidische Ebene oder würdet ihr sagen eine euklidische Ebene? #01:16:03-9#

Thomas: Nach meiner Vorstellung ist das ein Objekt und das beschreibe als euklidische Ebene, ich habe natürlich noch mehr Beschreibungsmöglichkeiten, aber alles was ich sage beschreibt immer dasselbe Objekt. #01:16:19-0#

Torge: ich würde sagen eine euklidische Ebene, weil du auch so diese Vorstellung haben kannst, dass es unterschiedliche Vektoren sind, also Basisvektoren, die dir das aufspannen und die sind ja **(..)** du kannst ja Basissysteme so schieben wie du möchtest und musst nicht die Standardvektoren nehmen, sondern kannst auch andere Vektoren nehmen **(nicht wichtig)** #01:16:57-2#

(nicht wichtig)