

**Kardinalverständnis von Schüler:innen
mit sonderpädagogischem
Schwerpunkt Geistige Entwicklung**

Quantitative Querschnittsstudie zur Analyse
domänenspezifischer und domänenübergreifender Faktoren

Inaugural-Dissertation

zur Erlangung der Doktorwürde der

Fakultät für Humanwissenschaften

der

Julius-Maximilians-Universität Würzburg

Miriam Kroschewski

Würzburg

2023

Erstgutachter: Professor Dr. Christoph Ratz

Zweitgutachter: Professor Dr. Roland Stein

Tag des Kolloquiums: 12. Januar 2023

Zusammenfassung

Das Kardinalverständnis, also die erfolgreiche Verknüpfung von Zahlen und dazugehörigen Mengen, stellt die zentrale Kompetenz im Zuge der numerischen Entwicklung dar. Nur auf der Grundlage des Kardinalverständnisses kann es gelingen, ein weiterführendes mathematisches Verständnis zu erreichen. Die mathematischen Kompetenzen von Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung waren bis heute eher selten Gegenstand der Forschung, obgleich das Wissen über die Zusammenhänge einzelner domänenspezifischer Kompetenzen für eine bestmögliche Förderung ausschlaggebend ist. Daher wird in dieser Arbeit der Frage nachgegangen, welchen Einfluss Zahl-Größen-Kompetenzen auf die zentrale Kompetenz des Kardinalverständnisses bei Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung haben. Hierfür wurde ausgehend vom Modell der Zahl-Größen-Verknüpfung (ZGV-Modell) von Krajewski (2013) ein Lehrkräftefragebogen entwickelt. Im Mai/Juni 2019 schätzten Lehrkräfte von 20 bayerischen Schulen die Kompetenzen ihrer Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung ein. Die geschichtete Clusterstichprobe (Schichtvariablen: Schulkonzeption, Siedlungsstruktur und Regierungsbezirke in Bayern) umfasste 1 082 Lehrkräftefragebögen, die Schüler:innen waren zwischen 6 und 21 Jahre alt. Durch die Verknüpfung dieser Arbeit mit der Studie SFGE II (Schülerschaft mit dem Förderschwerpunkt Geistige Entwicklung II, Baumann et al., 2021) konnten außerdem domänenübergreifende Faktoren (z. B. Alter, Grad der Intelligenzminderung, Lesefähigkeiten) erhoben werden. Anhand dieser Kontrollvariablen ließ sich der tatsächliche Einfluss der domänenspezifischen Zahl-Größen-Kompetenzen auf das Kardinalverständnis zeigen und so feststellen, dass der Grad der Intelligenzminderung einen großen Teil der Varianz des Kardinalverständnisses aufklärt. Die Hinzunahme der domänenspezifischen Faktoren ergab eine nochmals bessere Erklärungsgüte. Zudem steht das buchstabenweise Erlesen von Wörtern in einem engen Zusammenhang mit dem erfolgreichen Beherrschen des Kardinalverständnisses. Mit dieser Erhebung konnte nicht nur die zentrale Bedeutung des numerischen Vorwissens in Abhängigkeit von den Zahlraumstufen für das Kardinalverständnis bei Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung, sondern auch die Intelligenzminderung als relevante Einflussgröße nachgewiesen werden.

Abstract

Recognising the connection between a number and the corresponding quantity represents the central competence of numerical development. Only with the cardinal principle is it possible to achieve further mathematical understanding. The mathematical competencies of students with an intellectual disability have rarely been the subject of research, although knowledge of the interrelationships between individual domain-specific competencies is crucial for the best possible support. Accordingly, this study investigates the influence of numerical skills on the central competency of cardinal principle in students with an intellectual disability. For this purpose, a teacher questionnaire was developed based on Krajewski's ZGV-model (Modell der Zahl-Größen-Verknüpfung, Krajewski, 2013). In May/June 2019, teachers from 20 Bavarian schools assessed the competencies of their students with intellectual disabilities. The stratified cluster sample (stratified variables: school design, settlement structure, and governmental districts in Bavaria) included 1 082 teacher questionnaires. The students were between 6 and 21 years old. By linking this work with the study SFGE II (Schülerschaft mit dem Förderschwerpunkt Geistige Entwicklung II, Baumann et al., 2021), context variables and cross-domain factors (e.g., age, degree of intelligence impairment, reading ability) could also be collected. Through these control variables, the actual influence of domain-specific numerical skills on cardinal principle could be shown. Thus, it could be noted that the degree of intellectual developmental disorders accounted for a large portion of the variance in the understanding of the cardinal principle. Adding the domain-specific factors showed even better explanatory power, and at the same time the influence of intellectual developmental disorder decreased. In addition, the letter-by-letter reading skills seem to be closely related to the successful mastery of the cardinal principle. Thus, this survey established the importance of prior knowledge dependent on the number domains for the cardinal principle of students with an intellectual disability. It also confirms intellectual developmental disorders as a relevant influencing factor.

Danksagung

Ich möchte mich bei allen bedanken, die mich auf dem Weg zu dieser Arbeit unterstützt haben. Für die Betreuung und inhaltliche Begleitung möchte ich Christoph Ratz danken, der mir über eine fachliche Beratung hinaus stets unterstützend zur Seite stand. Sein Vertrauen und Verständnis ermöglichten es mir, meine Arbeit an diesem Projekt immer gut mit meiner Familie zu kombinieren. Roland Stein habe ich für sein wiederkehrendes konstruktives Feedback zu dieser Arbeit und seine Bereitschaft zu danken, das zweite Gutachten zu erstellen.

Darüber hinaus gibt es viele, denen ich zu Dank verpflichtet bin. Ohne die Lehrkräfte, Eltern und Schüler:innen, die sich entweder direkt durch das Ausfüllen der Fragebögen an der Erhebung beteiligt oder ihr Einverständnis gegeben haben, wäre diese Dissertation in dieser Form ebenso wenig zustande gekommen wie ohne die Verknüpfung mit der Studie SFGE II. Unverzichtbar war auch der regelmäßige methodische und fachliche Austausch mit Dominika Baumann und Anna Selmayr nicht nur im Rahmen der Studie SFGE II; die Gespräche habe ich stets als sehr bereichernd und bestärkend wahrgenommen. Vor allem in der letzten Phase der Verschriftlichung hatte ich mit Anna Selmayr eine großartige Promotionskollegin an meiner Seite. Die zahlreichen (nächtlichen) Online-Treffen werde ich noch lange in Erinnerung behalten – sie haben maßgeblich zum Abschluss dieser Arbeit beigetragen.

Wertvolle Hinweise und Anregungen gaben mir auch die Kolleg:innen an der Universität Würzburg, sei es im Rahmen des Promotionskolloquiums, einzelner bereichernder Vieraugengespräche oder der kritischen Durchsicht der Arbeit. Hier sind besonders Klaus Lingel, Jan Stegkemper und Steffen Siegemund zu nennen. Daniela Keller von der Statistik-Akademie gab mir wertvolle Tipps zur Datenauswertung; ihre Antworten auf meine Fragen zur Interpretation der gerechneten statistischen Analysen haben mir sehr geholfen.

Das Cusanuswerk hat mir durch seine finanzielle Förderung diese Dissertation erst ermöglicht, aber auch seine ideellen Angebote haben immer wieder Auszeiten für mich und meine Familie geschaffen. Ein offenes Ohr hatte stets Paula Engelke. Sie war mir in der gesamten Phase der Promotion unter methodischen Gesichtspunkten, vor allem aber als Freundin mit zahlreichen bestärkenden Worten stets eine große Hilfe.

All den Genannten möchte ich herzlich danken – ohne sie wäre das Vorhaben so nicht zu realisieren gewesen. Dank gebührt aber auch meinen drei Kindern, die gerade gegen Ende

der Schreibphase so manche Male erhebliche Geduld aufbringen mussten, wenn sie meine Aufmerksamkeit lieber bei sich als bei meinem Computer gesehen hätten. Die zahlreichen Stunden am Rechner waren nur durch die Unterstützung meines Mannes möglich. Seine Hilfe erst erlaubte arbeitsintensive Phasen neben dem Alltag mit unseren drei kleinen Kindern. Auch sonst stand er mir zu jeder Zeit verständnisvoll, unterstützend und ermutigend zur Seite. Den Abschluss dieser Arbeit habe ich vor allem ihm zu verdanken.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	8
2	Thematische Grundlagen	14
2.1	Sonderpädagogischer Schwerpunkt Geistige Entwicklung.....	14
2.1.1	Annäherung an den Begriff der geistigen Behinderung	15
2.1.2	Bezeichnungen und Klassifikationen im schulischen Kontext	19
2.1.3	Prävalenzen der Schülerschaft.....	22
2.2	Zahl-Größen-Kompetenzen.....	24
2.2.1	Zahl-Größen-Kompetenzen als Teil der inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen	24
2.2.2	Begrifflichkeiten rund um die Zahl-Größen-Kompetenzen.....	25
3	Theorie zur Entwicklung der Zahl-Größen-Kompetenzen	28
3.1	Erkenntnisse aus der Säuglingsforschung	28
3.2	Klassische Ansichten zur Entwicklung der Zahl-Größen-Kompetenzen	31
3.2.1	Logical-Foundations-Modell	31
3.2.2	Skills-Integration-Modelle.....	37
3.3	Modelle der Entwicklung der Zahl-Größen-Kompetenzen.....	42
3.3.1	Entwicklungspsychologische Modelle.....	42
3.3.2	Neurokognitive Modelle	53
3.4	Zusammenfassender Blick auf die Entwicklung der Zahl-Größen-Kompetenzen.....	59
4	Forschungsstand und Forschungsfrage	64
4.1	Domänenübergreifende Einflussfaktoren auf die Zahl-Größen-Kompetenzen	64
4.1.1	Geschlecht.....	65
4.1.2	Sprachkompetenz und Sprachverständnis.....	66
4.1.3	Familiensprache.....	67
4.1.4	Schriftsprachliche Fähigkeiten.....	68
4.1.5	Phonologische Bewusstheit	69
4.1.6	Intelligenz	70
4.1.7	Arbeitsgedächtnis	75
4.1.8	Syndrome.....	78
4.2	Domänenspezifische Zahl-Größen-Kompetenzen und ihre Entwicklung	80
4.2.1	Forschungsstand zu den Zahl-Größen-Kompetenzen.....	81
4.2.2	Kardinalverständnis als zentrale Zahl-Größen-Kompetenz.....	88

4.3	Zusammenfassung zum Stand der Forschung.....	95
4.4	Forschungsfrage und abgeleitete Hypothesen.....	97
4.4.1	Teil 1: Gruppenvergleiche hinsichtlich der domänenübergreifenden Einflussfaktoren	98
4.4.2	Teil 2: Gruppenvergleiche hinsichtlich der domänenspezifischen Zahl- Größen-Kompetenzen	100
4.4.3	Teil 3: Einfluss der Zahl-Größen-Kompetenzen auf das Kardinalverständnis	101
5	Methode und Design.....	103
5.1	Untersuchungsdesign.....	103
5.2	Forschungsinstrument.....	104
5.3	Stichprobe	106
5.3.1	Design der Stichprobe.....	106
5.3.2	Beschreibung der Stichprobe.....	109
5.4	Operationalisierung.....	112
5.4.1	Kardinalverständnis	112
5.4.2	Domänenübergreifende Einflussfaktoren	115
5.4.3	Domänenspezifische Einflussfaktoren	119
5.5	Datenanalyse.....	122
5.5.1	Methoden der deskriptiven Analyse und statistischen Gruppenvergleiche.	122
5.5.2	Methoden der Regressionsanalysen.....	124
5.6	Zwischenfazit zu Methode und Design.....	127
6	Ergebnisse	129
6.1	Deskriptive Analysen und statistische Gruppenvergleiche.....	129
6.1.1	Kardinalverständnis	130
6.1.2	Domänenübergreifende Einflussfaktoren	131
6.1.3	Fazit zur Hypothese H_A	140
6.1.4	Domänenspezifische Zahl-Größen-Kompetenzen.....	141
6.1.5	Fazit zur Hypothese H_B	147
6.2	Regressionsanalysen.....	147
6.2.1	Überprüfung der Voraussetzungen	148
6.2.2	Hierarchische logistische Regression.....	152
6.2.3	Fazit zur Hypothese H_C	162

7	Zusammenfassung und Diskussion	165
7.1	Kardinalverständnis von Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung.....	165
7.1.1	CPNK und CPK hinsichtlich domänenübergreifender Faktoren.....	166
7.1.2	CPNK und CPK hinsichtlich domänenspezifischer Zahl-Größen- Kompetenzen	168
7.1.3	Zusammenfassende Charakteristika der CPNK und CPK im sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung	171
7.2	Relevante Einflussfaktoren auf das Kardinalverständnis	171
7.3	Einfluss der Zahl-Größen-Kompetenzen auf das Kardinalverständnis	173
7.3.1	Gute Varianzaufklärung durch den Grad der Intelligenzminderung und die Lesefähigkeit	175
7.3.2	Ausgewählte Zahl-Größen-Kompetenzen mit größter Varianzaufklärung.	176
7.3.3	Einfluss der einzelnen Zahlraumstufen	178
7.3.4	Buchstabenweises Erlesen als signifikante Kontrollvariable innerhalb des Prädiktorenmodells	179
7.4	Erkenntnisgewinn für Theorie und Praxis	180
7.5	Limitationen.....	184
7.5.1	Messinstrument	184
7.5.2	Stichprobe	189
8	Ausblick	191
	Literaturverzeichnis	194
	Abbildungsverzeichnis	215
	Tabellenverzeichnis	217
	Anhänge	219

1 Einleitung

Jedem Menschen sollten eine umfangreiche Bildung und kulturelle Teilhabe ermöglicht werden (Art. 26 & 27 der Allgemeinen Erklärung der Menschenrechte). Die Allgemeine Erklärung der Menschenrechte wurde bereits 1948 verkündet. Die 2006 von den Vereinten Nationen verabschiedete UN-Behindertenrechtskonvention (UN-BRK) betonte diese Rechte besonders für Menschen mit Behinderungen. Im Jahr 2008 übernahm sie der Deutsche Bundestag als Bundesgesetz. Der Anspruch auf eine chancengleiche Bildung, lebenslanges Lernen (Art. 24 Abs. 1 UN-BRK) und eine gleichberechtigte Teilhabe am kulturellen Leben (Art. 30 Abs. 1 UN-BRK) wird dabei für alle Menschen mit Behinderungen hervorgehoben. „Das Menschenrecht auf Bildung ist als *soziales Teilhaberecht* [Hervorhebung v. Verf.] unteilbar mit den Rechten auf freie Meinungsäußerung, Mitbestimmung und Teilhabe am gesellschaftlichen und kulturellen Leben verbunden“ (Lindmeier & Lindmeier, 2012, S. 115).

Kulturelle Teilhabe und fachliche Bildung wurden Menschen mit Behinderungen lange Zeit vorenthalten. Erst 1978 wurde in Deutschland die Schulpflicht unabhängig von Art oder Schwere einer Behinderung auf alle Schüler:innen ausgeweitet. Der Begriff der Praktischen Bildbarkeit prägte das Bildungsverständnis, und die Schüler:innen galten häufig als „schulisch nicht bildungsfähig“ (Lindmeier & Lindmeier, 2006, S. 42). „Das Lernpotenzial von Schülern mit einer geistigen Behinderung¹ wurde aus heutiger Sicht nicht nur unterschätzt, sondern musste überhaupt erst begründet werden“ (Ratz, 2011, S. 12). Mit der Theorie der kognitiven Entwicklung von Piaget (1967b) setzte sich die Ansicht der reinen Entwicklungsverzögerung und folglich eine Orientierung an jüngeren Kindern durch. Die vorschulische Pädagogik war damals vom situationsorientierten Ansatz geprägt, wodurch die Arbeit am Kind und in der jeweiligen Alltagswirklichkeit im Vordergrund stand, während dem Aspekt der fachlichen Bildung keine Bedeutung beigemessen wurde (Ratz, 2011, S. 12). „Eine solche Begrenzung auf die unmittelbare Alltagswirklichkeit ist aus bildungstheoretischer Sicht unbefriedigend“ (Musenberg, Riegert & Lamers, 2015, S. 56). Dies gilt umso mehr, als unter dem

¹ Im zweiten Kapitel dieser Arbeit wird der Wandel rund um die Begrifflichkeiten des Behinderungsbegriffs kurz skizziert (Kap. 2.1), dort werden auch die für diese Arbeit gewählten Bezeichnungen dargelegt und eingeordnet.

Einleitung

Bildungsbegriff mehr verstanden wird als die Bewältigung der unmittelbaren Anforderungen im alltäglichen Leben (Schuppener, Schlichting, Goldbach & Hauser, 2021, S. 179).

Fachliche Inhalte spielten somit innerhalb der Didaktik des sonderpädagogischen Schwerpunktes Geistige Entwicklung bis zum Ende des vergangenen Jahrhunderts eine eher untergeordnete Rolle (Ratz, 2017, S. 176). Bis in die heutige Zeit wird über solche fachdidaktischen Ansprüche und deren Bedeutung „im Zusammenhang eines angemessenen Bildungsverständnisses“ (Ratz, 2017, S. 175) für Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung diskutiert. Dabei hat sich mittlerweile die Frage nach einem generellen Vorhandensein der Kompetenzen hin zu der Frage verschoben, wie diese bestmöglich gefördert und gefordert werden können. Damit nehmen Kulturtechniken einen immer größeren Stellenwert in der fachdidaktischen Diskussion rund um die Schülerschaft mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung ein. Durch einen interdisziplinären Austausch zwischen der Entwicklungs- und Lernpsychologie und den Fachdidaktiken sind Theorien entstanden, die versuchen, eine Entwicklungsabfolge zu beschreiben und eine bessere Einsicht in komplexere Kompetenzen zu erhalten. So kann sich die Entwicklung domänenspezifisch in unterschiedlichem Tempo vollziehen und beispielsweise die Domäne des Zahlwissens unabhängig von anderen kognitiven Bereichen erklärt werden. Dadurch entsteht eine differenzierte und individuelle Sichtweise auf eine Entwicklung, die den Zugang über eine Domäne ermöglicht. Daraus resultiert – neben der Orientierung am aktuellen kognitiven Entwicklungsstand des Kindes – die Forderung nach einem Unterricht, der theoretisches, fachdidaktisches Wissen aufgreift und passende didaktische Angebote umfasst (Ratz, 2011, S. 19).

Die Frage nach dem Aufbau und der didaktischen Vermittlung des Zahlbegriffs wird seit dem 19. Jahrhundert kontrovers diskutiert (Maier, 1990, S. 111). Aktuell wird die mathematische Entwicklung von Kindern häufig anhand hierarchischer Stufenmodelle beschrieben, die allerdings in Abhängigkeit von Zahlenräumen und Repräsentationsformen sehr unterschiedliche Zugänge ermöglichen (Krajewski, 2013, S. 160–161). Damit wird der Anspruch deutlich, dass diese Modelle für alle Lernenden einen Zugang darstellen, also unabhängig vom jeweiligen Entwicklungsstand des Kindes. Inwiefern sie sich auf Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung übertragen lassen, ist in jüngster Zeit zum Gegenstand der Forschung geworden (Garotte, Moser Opitz & Ratz, 2015; Schnepel,

2019). Um Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung adäquat fördern zu können, sollte für einen fachdidaktisch orientierten Unterricht geklärt sein, inwiefern sich die Kompetenzen dieser Schüler:innen im Rahmen der übergreifenden Entwicklungsprozesse abbilden lassen.

Von der Beantwortung der Frage nach den spezifischen Besonderheiten in den kognitiven Lernvoraussetzungen und den Entwicklungspfaden von Schülerinnen und Schülern mit dem FgE [Förderschwerpunkt geistige Entwicklung] hängt es ab, inwieweit Forschungsergebnisse zur mathematischen Entwicklung aus der allgemeinen Psychologie und Unterrichtsmethoden aus der Fachdidaktik Mathematik im Unterricht für die Schülerschaft mit dem FgE Beachtung finden können (Siegemund, 2016, S. 12).

An diesem Punkt setzt die vorliegende Arbeit an. Im Sinne eines entwicklungspsychologischen Modells sollen die Zahl-Größen-Kompetenzen von Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung deskriptiv beschrieben werden. Diese Kompetenzen stellen einen zentralen Bereich innerhalb der mathematischen Entwicklung dar² und sind damit auch auf den Unterricht im sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung anwendbar. Für den Bereich der Fachdidaktik Mathematik sind die Entwicklungsmodelle der Zahl-Größen-Kompetenzen bereits empirisch überprüft und bestätigt worden. In dieser Arbeit soll gezeigt werden, wie sich die Zahl-Größen-Kompetenzen der Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung im Sinne eines anerkannten entwicklungspsychologischen Modells darstellen lassen. Dafür wird der Fokus der durchgeführten Erhebung auf die zentrale Zahl-Größen-Kompetenz gelegt, das Kardinalverständnis, und herausgearbeitet, in welchem Zusammenhang es mit weiteren Zahl-Größen-Kompetenzen steht.

Damit soll folgende Fragestellung beantwortet werden:

Welchen Einfluss haben ausgewählte Zahl-Größen-Kompetenzen auf das Kardinalverständnis bei Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung?

Erkenntnisse rund um die Schlüsselkompetenz Kardinalverständnis können gesichertes Wissen liefern, in welchem Zusammenhang das Kardinalverständnis mit weiteren Kompetenzen

² Im zweiten Kapitel (Kap. 2.2) dieser Arbeit wird der Begriff der Zahl-Größen-Kompetenzen erläutert, anhand inhaltlicher Kernelemente definiert und innerhalb der gesamten mathematischen Entwicklungsbereiche verortet.

der mathematischen Entwicklung steht. Dazu wurden Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung in zwei Gruppen eingeteilt: Schüler:innen, die als *cardinal principle knower* (CPK) zählen, werden mit der Gruppe der *cardinal-principle-non-knower* (CPNK) verglichen. Damit können die beiden Gruppen hinsichtlich ihrer Kompetenzen in der mathematischen Domäne beschrieben werden.

Für Schüler:innen ohne Beeinträchtigungen gibt es Studien, die mathematische Kompetenzen als nahezu losgelöst von weiteren domänenübergreifenden Bereichen (z. B. Intelligenz) einstufen (Dornheim, 2008; Krajewski & Schneider, 2006). Auch diese Ergebnisse sollen für die Personengruppe Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung geklärt werden. Gibt es Bereiche, die einen entscheidenden Einfluss auf die Entwicklung der mathematischen Kompetenzen im Allgemeinen bzw. auf das Kardinalverständnis im Speziellen haben? Durch die Verknüpfung der Arbeit mit dem Rahmenprojekt SFGE II (Schülerschaft mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung II, Baumann et al., 2021) konnten vielseitige Kontextfaktoren und domänenübergreifende Faktoren in ihrem Einfluss auf das Kardinalverständnis untersucht werden. Daher soll außerdem geklärt werden, in welchen domänenübergreifenden Einflussfaktoren sich die beiden Gruppen CPK und CPNK unterscheiden.

Diese Arbeit hat das Ziel, einen umfassenden Einblick in die beiden Gruppen der CPK und CPNK zu geben, sowohl im Hinblick auf die mathematische Domäne anhand ausgewählter Zahl-Größen-Kompetenzen also auch im Hinblick auf weitere, die mathematische Entwicklung beeinflussende, domänenübergreifende Einflussfaktoren. Außerdem soll geklärt werden, welchen Einfluss die ausgewählten Zahl-Größen-Kompetenzen auf das Erreichen des Kardinalverständnisses bei Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung tatsächlich haben, wenn sie hinsichtlich relevanter Kontextfaktoren und domänenübergreifender Einflussfaktoren kontrolliert werden.

Im ersten inhaltlichen Kapitel (Kap. 2) werden Abgrenzungen und Definitionen dargelegt, die für die hier betrachteten übergreifenden Forschungsbereiche relevant sind. Der erste Abschnitt (Kap. 2.1) beinhaltet eine kurze Auseinandersetzung mit dem Konstrukt der geistigen Behinderung und der für die Arbeit gewählten Begrifflichkeit sonderpädagogischer Schwerpunkt Geistige Entwicklung. Anschließend werden im zweiten Abschnitt (Kap. 2.2) die Zahl-Größen-Kompetenzen als Teil der mathematischen Entwicklung erläutert. Hierfür

werden diese im Hinblick auf den Fachbereich Mathematik eingeordnet und definitorisch abgegrenzt.

Das dritte Kapitel beginnt nach einem Blick in die Säuglingsforschung (Kap. 3.1) mit einer Betrachtung der grundlegenden Ansichten rund um die Entwicklung der Zahl-Größen-Kompetenzen (Kap. 3.2). Detailliert beschrieben werden im Anschluss zwei bekannte entwicklungspsychologische Modelle der Zahl-Größen-Entwicklung (Kap. 3.3.1). Einen weiterführenden Einblick in die Komplexität der Entwicklung der Zahl-Größen-Kompetenzen über die mathematische Entwicklung hinaus gibt die Auseinandersetzung mit den anschließenden neurokognitiven Sichtweisen (Kap. 3.3.2).

Um herauszufinden, welche Einflussfaktoren bereichsübergreifend in einem entscheidenden Zusammenhang mit der mathematischen Entwicklung stehen, wird zu Beginn des vierten Kapitels der Forschungsstand domänenübergreifend betrachtet (Kap. 4.1). Im zweiten Teil werden Studienergebnisse zur domänenspezifischen Zahl-Größen-Kompetenz bei Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung betrachtet (Kap. 4.2). Anschließend liegt der Schwerpunkt auf der zentralen Kompetenz Kardinalverständnis (Kap. 4.3), die in ihrer Entwicklung und in ihrer Verknüpfung mit weiteren Zahl-Größen-Kompetenzen analysiert wird. Auf der Grundlage des Forschungsstandes werden das Forschungsdesiderat und die Forschungsfrage mit den abgeleiteten Hypothesen herausgearbeitet (Kap. 4.4).

Die nachfolgenden Kapitel widmen sich der eigenen empirischen Untersuchung. Zunächst werden das Untersuchungsdesign (Kap. 5.1) und das Forschungsinstrument (Kap. 5.2) beschrieben, um im Anschluss das Design der Stichprobe zu erläutern (Kap. 5.3.1). Diese setzt sich aus Schüler:innen in Bayern zusammen, die im Schuljahr 2018/19 eine Schule mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung besucht haben (Kap. 5.3.2). Die Operationalisierung der Fragebogenitems wird dargelegt (Kap. 5.4) und die statistischen Methoden der Datenanalyse der vorliegenden Arbeit werden eingeordnet und beschrieben (Kap. 5.5).

Im sechsten Kapitel werden die Ergebnisse der Erhebung berichtet. Zunächst werden die Schüler:innen mit Kardinalverständnis und die Schüler:innen ohne Kardinalverständnis hinsichtlich potenzieller Einflussfaktoren auf die mathematische Entwicklung analysiert; dabei

Einleitung

bezieht es sowohl domänenübergreifende als auch domänenspezifische Faktoren ein. Im Zusammenhang mit der beschreibenden Auswertung werden zusätzlich die relevanten Einflussfaktoren für die beschriebene Stichprobe festgehalten (Kap. 6.1). Anschließend wird anhand einzelner Regressionsmodelle (Kap. 6.2) sowohl der Einfluss der domänenübergreifenden als auch der domänenspezifischen Einflussfaktoren auf das Kardinalverständnis dargelegt.

Kapitel 7 diskutiert die Ergebnisse entsprechend der Struktur des vorherigen Kapitels (Kap. 7.1, 7.2 & 7.3) und arbeitet die praktischen Implikationen (Kap. 7.4) heraus. Außerdem wird auf die Grenzen der Studie verwiesen (Kap. 7.5), bevor das achte Kapitel einen Ausblick auf denkbare weitere Untersuchungen gibt.

2 Thematische Grundlagen

Im Folgenden findet eine erste inhaltliche Annäherung an die zwei großen Interessengebiete des Forschungsvorhabens statt. Zum einen wird die im Zentrum der Arbeit stehende Personengruppe der Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung anhand ausgewählter Punkte des Diskurses rund um den Behinderungsbegriff vorgestellt und eingeordnet. Zum anderen wird der fachdidaktische Bereich Mathematik skizziert, wobei der Schwerpunkt auf der Einordnung der Zahl-Größen-Kompetenzen im umfassenden Komplex der mathematischen Entwicklung liegt. Diese erste inhaltliche Annäherung ist nötig, um die der Arbeit zugrunde liegenden Ansichten und Verständnisse zu beschreiben und den Rahmen für die Entwicklung der Fragestellung zu schaffen.

2.1 Sonderpädagogischer Schwerpunkt Geistige Entwicklung

Für Deutschland trägt das Statistische Bundesamt Angaben zu Menschen mit Behinderung zusammen. Im Jahr 2020 wurden die Zahlen zu 7.9 Millionen Menschen mit Schwerbehinderung erhoben und ausgewertet (Statistisches Bundesamt [Destasis], 2020): Bei 83.2 Millionen Menschen in Deutschland entspricht das einem Anteil von 9.5 %. Dabei zählen diejenigen Personen als schwerbehindert, denen vom Versorgungsamt ein Grad der Behinderung von wenigstens 50 zugesprochen wurde. Um diesen zu erhalten, müssen sie die Anforderungen gemäß § 2 SGB IX erfüllen. 34 % der Menschen mit Schwerbehinderung waren 75 Jahre und älter, unter 18 Jahren waren es nur 2 %. Nur 3 % der Menschen mit Schwerbehinderung haben diese seit Geburt, beim überwiegenden Anteil (89 %) wurde die Behinderung folglich im Laufe des Lebens erworben. Geistige oder seelische Behinderungen hatten 13 % der betroffenen Personen, 9 % eine zerebrale Störung. Ein deutlich größerer Anteil fällt mit 58 % auf körperliche Behinderungen.

Eine gesonderte Auswertung der Personengruppe Menschen mit geistiger Behinderung gibt es vom Statistischen Bundesamt nicht. Neben der fehlenden allgemeingültigen Definition für die Personengruppe und der nicht eindeutigen Abgrenzung zu anderen Behinderungen gibt es auch keine gesetzliche Grundlage. Zuverlässige Daten zu der Gesamtzahl der Menschen mit geistiger Behinderung fehlen sowohl für Deutschland (Neuhäuser & Steinhausen, 2013, S. 18) als auch weltweit (McKenzie, Milton, Smith & Ouellette-Kuntz, 2016, S. 104).

Globale Prävalenzdaten für Menschen mit einer geistigen Behinderung liegen nach Erhebungen unter 1 % (McKenzie et al., 2016, S. 113). Eine Metaanalyse von Maulik, Mascarenhas, Mathers, Dua und Saxena (2011) fasste die Ergebnisse von 52 Studien zwischen 1980 und 2009 zusammen und berechnete die Prävalenzdaten. Neuhäuser und Steinhausen übertrugen die Ergebnisse der Studie auf Deutschland. Sie gehen davon aus, dass die „wahre Prävalenzrate für geistige Behinderung [in der Gesamtbevölkerung Deutschlands] oberhalb von 0,6 %, aber unterhalb von 1,83 % liegt“ (Neuhäuser & Steinhausen, 2013, S. 19). Zudem sind die Zahlen bei Kindern und Jugendlichen höher als bei Erwachsenen (Neuhäuser, Steinhausen, Häbeler & Sarimski, 2013, S. 19).

Mittlerweile können aussagekräftigere Zahlen für die Teilgruppe der Schüler:innen innerhalb der Gruppe der Menschen mit geistiger Behinderung festgehalten werden. Diese werden weiter unten (Kap. 2.1.3) dargelegt. Grundlage für die Vorstellung dieser Prävalenzdaten ist aber zunächst eine theoretische Annäherung an den Begriff der geistigen Behinderung (Kap. 2.1.1). Da die Forschungsarbeit sich mit Schüler:innen beschäftigt, ist zudem eine Einordnung der Bezeichnungen und Klassifikationen im schulischen Kontext erforderlich (Kap. 2.1.2). Innerhalb dieses Kapitels wird auch die Begrifflichkeit des *sonderpädagogischen Schwerpunktes Geistige Entwicklung*, die für diese Arbeit gewählt wurde, erklärt und begründet.

2.1.1 Annäherung an den Begriff der geistigen Behinderung

Eine Behinderung wird als ein „komplexes Phänomen“ (Speck, 2018, S. 53) oder ein „mehrdimensionales und relationales Konstrukt“ (Lindmeier & Lindmeier, 2012, S. 25) beschrieben. Die Betrachtung des Behinderungsbegriffs aus einer theoretischen Perspektive zählt „zu den komplexesten und schwierigsten Problemen der Behindertenpädagogik“ (Dederich, 2009, S. 36). Die Behinderung an sich gibt es laut Dederich (2009, S. 15) nicht. Vielmehr „markiert der Begriff eine von Kriterien abhängige Differenz und somit eine an verschiedene Kontexte gebundene Kategorie, die eine Relation anzeigt“ (Dederich, 2009, S. 15).

Soll der Begriff der Behinderung gefasst werden, resultiert grundsätzlich ein „Dilemma“ (Dederich, 2009, S. 18). Einerseits sollen die Phänomene so genau wie möglich benannt werden, damit offensichtlich ist, was Gegenstand der Betrachtung ist. Eben diese gewählten Bezeichnungen stehen dann aber „häufig im Zentrum der Kritik“, denn sie haben „die Tendenz, negative Konnotationen anzunehmen bzw. selbst zu Negativbegriffen zu

werden“ (Dederich, 2009, S. 18). Außerdem wird die Außenperspektive, verbunden mit externen Zuschreibungen, kritisch gesehen: „Es gibt Menschen, die *wir* aufgrund *unserer* Wahrnehmung ihrer menschlichen Tätigkeit, im Spiegel der Normen, in dem *wir* sie sehen, einem Personenkreis zuordnen, den *wir* als ‘geistigbehindert’ bezeichnen“ (Feuser, 1996, S. 18, Hervorhebungen v. Verf.). Wird versucht, den Begriff der geistigen Behinderung zu definieren, beschäftigt sich die kritische Auseinandersetzung auch mit dem Wort *geistig*. Es wird als „fragwürdiges“ (Speck, 2018, S. 44) Adjektiv eingestuft. Da der Geist per se mehr umfasst, wird die „Person zwangsläufig in seinem Personsein“ (Fornefeld, 2020, S. 60) abgewertet: Betroffene Personen „nehmen sich selbst allenfalls in ihrem Lernen oder in ihre [sic] Auffassungsgabe als beeinträchtigt wahr, nicht aber in ihrem Menschsein“ (Fornefeld, 2020, S. 60). Es überrascht daher nicht, dass Behinderung auch als „Phänomen“ (Fornefeld, 2020, S. 60) bezeichnet wird. Je nach Kontext bzw. Blickwinkel werden „unterschiedliche Funktionen, die auf verschiedenen theoretischen und methodischen Grundlagen basieren“ (Fornefeld, 2020, S. 62), gebraucht. Dadurch entsteht eine Vielzahl spezieller Sichtweisen: die medizinische, psychologische, pädagogische, soziologische, rechtliche und bildungs- und sozialpolitische. Nach Schuppener et al. (2021, S. 29) besteht mittlerweile im sonderpädagogischen Fachdiskurs „eine weitgehend fachliche Einigkeit“, dass geistige Behinderung als „*Situation* [Hervorhebung v. Verf.] eines Individuums“ zu definieren ist und nicht mehr ausschließlich personenbezogene Merkmale im Mittelpunkt stehen können (Schuppener et al., 2021, S. 29). Dennoch ist aktuell keine „allgemein anerkannte Definition von Behinderung“ (Dederich, 2009, S. 15) vorhanden. Laut Speck wäre es auch nicht zielführend, geistige Behinderung abschließend zu definieren: „Im Sinne einer hinreichenden Verständigung und Unterscheidung für einen bestimmten sinnvollen Zweck“ (Speck, 2018, S. 56–57) sollte nur der Teil detailliert beschrieben werden, für den es unerlässlich erscheint. In diesem Rahmen sollten „die soziale Situation und die pädagogische Förderung am wenigsten belastet“ (Speck, 2018, S. 57) werden.

Die 2001 eingeführte Klassifikation ICF (International Classification of Impairments, Activities and Participation) der Weltgesundheitsorganisation (WHO) scheint momentan „in der Behindertenpädagogik zumindest einen Minimalkonsens darstellen zu können“ (Dederich, 2009, S. 16). In ihr basiert Behinderung auf einem bio-psycho-sozialen Verständnis (Deutsches Institut für Medizinische Dokumentation und Information [DIMDI], 2005, S. 21). Das

Modell liefert einen „mehrperspektivischen Zugang zur Funktionsfähigkeit und Behinderung im Sinne eines interaktiven und sich entwickelnden Prozesses“ (Fornefeld, 2020, S. 69). „Behinderung wird nicht mehr als Zustand, sondern als (Handlungs-)Situation, in der sich eine Person befindet, angesehen“ (Lindmeier & Lindmeier, 2012, S. 28). Damit sind nicht nur individualtheoretische und medizinische Punkte entscheidend, sondern auch sozialtheoretische Sichtweisen finden ihre Berücksichtigung. Die „Bedürfnislage und Kompetenzen Betroffener“ werden aufgegriffen, wodurch die Erfassung von Defiziten und Beeinträchtigungen durch die „Beachtung der Subjektseite“ (Kulig, Theunissen & Wüllenweber, 2006, S. 126) ergänzt wird. Bei der Beschreibung einer Behinderung anhand des ICF-Modells wird diese also nicht nur als feste Eigenschaft der Person gesehen, sondern auch als Interaktion zwischen der Person und ihren Umweltfaktoren (Lindmeier & Lindmeier, 2012, S. 29). Die Wechselwirkung der einzelnen Bereiche wird in Abbildung 1 deutlich.

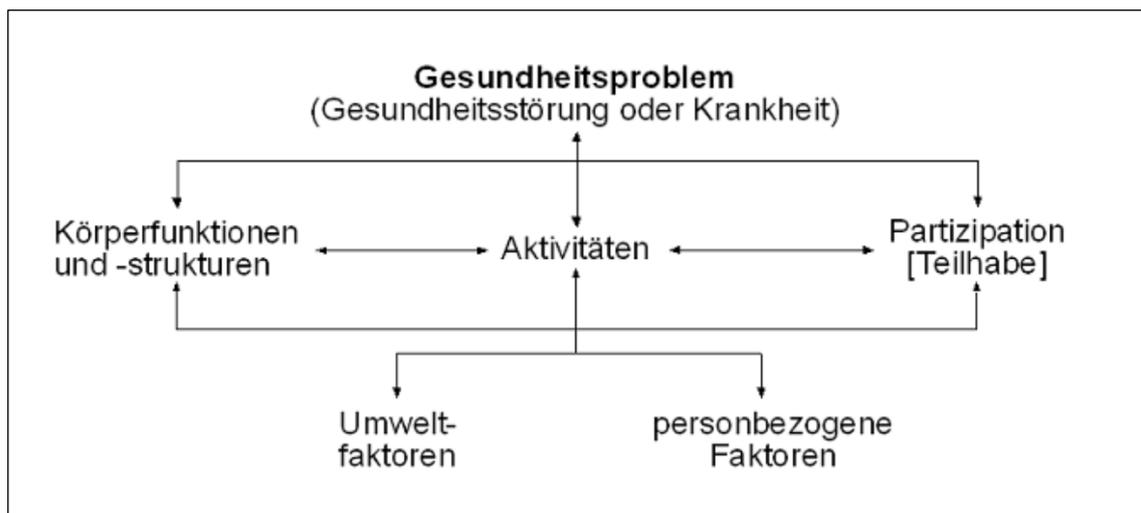


Abbildung 1. Wechselwirkung der verschiedenen Komponenten des bio-psycho-sozialen Modells der ICF (DIMDI, 2005, S. 21)

Anhand dieses Modells kann sowohl die Seite der Funktionsfähigkeiten als auch die der einschränkenden (Umwelt-)Faktoren beschrieben werden. Eine Kategorisierung oder Einteilung verschiedener Behinderungsformen erlaubt das Modell allerdings nicht.

Für die Wissenschaft ist es dennoch notwendig, dass „begriffliche Klarheit besteht Eine genauere und differenzierende Bezeichnung des gemeinten Personenkreises ist also unabdingbar“ (Speck, 2018, S. 49), „um das Gemeinte von anderem zu unterscheiden“ (Speck,

2018, S. 54). Nur so besteht die Möglichkeit, auf wissenschaftlicher Ebene zu Klärungen zu gelangen (Speck, 2018, S. 56).

International wird meist die Begrifflichkeit *intellectual disability* bzw. in deutschsprachiger Literatur das Pendant *intellektuelle Beeinträchtigung* gewählt. Diese Begriffe haben die Bezeichnung *mental retardation* bzw. *geistige Behinderung* weitestgehend abgelöst (Greving & Gröschke, 2000, S. 203). Dadurch soll u. a. die veränderte Sichtweise auf eine Behinderung ausgedrückt, eine offensichtliche Diskriminierung vermieden und eine erhöhte Anschlussfähigkeit an internationale Begrifflichkeiten gewährleistet werden: Es „is less offensive to persons with disabilities; and is more consistent with international terminology“ (Schalock, Luckasson & Shogren, 2007, S. 120). Dennoch ist bis heute auch die Bezeichnung geistige Behinderung „im alltäglichen, wissenschaftlichen und juristischen Kontext weiter bestehen“ geblieben (Fornefeld, 2020, S. 61). In Großbritannien wurde im Rahmen der People-First-Bewegung der Begriff *learning difficulties* bzw. im Deutschen die Bezeichnung *Lernschwierigkeiten* gewählt. Aufgrund der fehlenden Trennschärfe zu Menschen mit Lernbeeinträchtigungen konnten sich diese Begrifflichkeit in der Fachliteratur bisher nicht durchsetzen (Fornefeld, 2020, S. 61; Neuhäuser & Steinhausen, 2013, S. 18).

Diese Arbeit bezieht sich in ihrer Erhebung ausschließlich auf Kinder und Jugendliche mit einer geistigen Behinderung, genauer auf Schüler:innen im bayerischen Schulsystem, die einer Schule mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung zugewiesen wurden. Prinzipiell ist mit einem sonderpädagogischen Förderbedarf nicht grundsätzlich die Beschulung in einer Schule mit sonderpädagogischem Förderbedarf verknüpft (Kultusministerkonferenz [KMK], 1994, S. 6). Dennoch ist diese trotz inklusiver Bestrebungen nach wie vor der bedeutendste Beschulungsort für das Land Bayern im Falle eines sonderpädagogischen Förderbedarfs: Im Schuljahr 2020/21 wurden dort 92.6 % der betreffenden Schülerschaft unterrichtet (KMK, 2022, S. 56, eigene Berechnungen). Sobald im Rahmen dieser Veröffentlichung von der betroffenen Schülerschaft gesprochen wird, wird in Orientierung an den aktuellsten KMK-Empfehlungen (KMK, 2021) die Begrifflichkeit *Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung* bzw. für die Institution Schule *Schulen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung* verwendet. Da sich die Begrifflichkeiten seit vielen Jahren in einem ständigen Wandel befinden, können jedoch an der ein oder anderen Stelle (vor allem im Kapitel zum Forschungsstand) die verwendeten Bezeichnungen abweichen.

Die beschriebene Personengruppe ist aber grundsätzlich die gleiche geblieben bzw. wird an der betreffenden Stelle präzisiert. Mit der Festlegung auf die Terminologie Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung wird die gewählte Personengruppe schuladministrativ definiert. Dabei wird davon ausgegangen, dass sich diese Gruppe mit der Grundgesamtheit aller Kinder und Jugendlichen mit einer geistigen Behinderung deckt bzw. sie nicht substantiell voneinander abweichen.

Die gewählte Bezeichnung wird in Bezug auf den schulischen Kontext im Folgenden ausführlich dargelegt. Anschließend wird die Schülerschaft anhand der wichtigsten Prävalenzdaten quantifiziert.

2.1.2 Bezeichnungen und Klassifikationen im schulischen Kontext

In Bayern wurde erst 1994 durch das BayEUG (Bayerische Gesetz über das Erziehungs- und Unterrichtswesen) die Bezeichnung *Schule für Geistigbehinderte* abgeschafft. Es schloss sich die Bezeichnung *Schule zur individuellen Lebensbewältigung* an (Speck, 2018, S. 54). Gleichzeitig veröffentlichte die Kultusministerkonferenz (KMK) ebenfalls 1994 eine neue Empfehlung und legte darin aktuelle Bezeichnungen für schulische Institutionen fest (KMK, 1994). Die Begrifflichkeiten *sonderpädagogischer Förderbedarf* und *Förderschwerpunkte im Bereich der geistigen Entwicklung, des Umgehen Könnens mit geistiger Behinderung* (KMK, 1994, S. 11) sollten verwendet werden. Anlehnend an die KMK-Empfehlungen wurde auch im BayEUG die Bezeichnung der geistigen Behinderung durch *Förderschule mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung* ausgetauscht. Schüler:innen dieser Schulen wurden folglich *Schülerinnen und Schüler mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung* genannt (Speck, 2018, S. 54). Dadurch wurde versucht, „Stigmatisierungen durch Umbenennungen aus der Welt zu schaffen, und gleichzeitig einen hinreichend klaren Terminus zur Verfügung zu haben“ (Speck, 2018, S. 54). Die aktuellsten KMK-Empfehlungen sprechen vom *sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung* (KMK, 2021). Sie finden, wie oben bereits erläutert, in der vorliegenden Arbeit Verwendung. Schulen mit sonderpädagogischen Schwerpunkten bilden gemeinsam mit den Allgemeinen Schulen die Gesamtheit aller allgemeinbildenden Schulen (KMK, 2015). Dabei folgt die Zuschreibung des sonderpädagogischen Schwerpunktes in jedem Bundesland „unterschiedlich ausgestalteten Verfahren . . . [wodurch] eine spezifische Differenzlinie im schulischen Kontext produziert [wird]“ (Gasterstädt, Kistner & Adl-Amini, 2020, S. 2). In Bayern findet die

Feststellung des sonderpädagogischen Schwerpunktes „in der Verantwortung von Schule und Schulaufsicht statt“; ob sie diese in Eigenverantwortung durchführen oder eine „fachkundige Beratung hinzuziehen“, ist der Schule selbst überlassen (Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus [StMUK], 1999). Die Ermittlung erfolgt „im Rahmen einer interdisziplinären Verlaufsdiagnostik . . . , die an förder- und entwicklungsdiagnostischen Kriterien orientiert ist“ (StMUK, 1999). Zusätzlich sollen bei der Erhebung die Eltern und die medizinische Diagnose einbezogen werden. Es wird von einer Feststellung „im Sinne einer Kind-Umfeld-Analyse“ (StMUK, 1999) gesprochen. Damit werden neben dem Umfeld die nötige räumliche oder technisch-materielle Ausstattung und der Pflegebedarf ermittelt, ebenso der kindliche Entwicklungsstand und Entwicklungsverlauf. Außerdem wird die Auswertung der medizinischen Anamnese und Diagnose hinzugezogen. In Bayern ist ein sonderpädagogisches Gutachten vor der Einschulung vorgesehen, sowohl bei der Beschulung in einem Förderzentrum als auch bei inklusiver Beschulung (Gasterstädt et al., 2020, S. 6). Darin wird eine Empfehlung zu Fördermaßnahmen, zur Feststellung des Förderbedarfs und zum Förderort formuliert (Gasterstädt et al., 2020, S. 8).

Trotz der Chance der bereits oben beschriebenen relationalen und prozessbezogenen Sichtweise auf Behinderung wird in den klinischen Disziplinen und Professionen hauptsächlich die medizinische Sichtweise zur Diagnose einer geistigen Behinderung herangezogen (Theunissen, 2008, S. 128). Es erfolgt dabei eine Orientierung an den Klassifikationssystemen ICD-10 (International Statistical Classification of Diseases and Related Health Problems) oder DSM-V (Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders). Auch die Zuweisung zum sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung orientiert sich in Bayern weiterhin vor allem an dieser defizitorientierten Sichtweise. Studien zur Feststellung des sonderpädagogischen Schwerpunktes zeigen, dass im Zuschreibungsprozess klassische Intelligenztests eine große Rolle spielen und soziale Faktoren bzw. Umweltfaktoren eher vernachlässigt werden (Joél, 2017, S. 12; Kottmann, 2018, S. 36). Auch die schulische Klassifizierung orientiert sich dabei schematisch an der ICD-10 (Speck, 2018, S. 63). Daher sei das Klassifikationssystem ICD-10 an dieser Stelle kurz vorgestellt.

In der ICD-10 wird von einer Intelligenzminderung gesprochen, definiert als eine „sich in der Entwicklung manifestierende, stehen gebliebene oder unvollständige Entwicklung der geistigen Fähigkeiten, mit besonderer Beeinträchtigung von Fertigkeiten, die zum

Intelligenzniveau beitragen, wie z. B. Kognition, Sprache, motorische und soziale Fähigkeiten“ (Dilling, Mombour & Schmidt, 2015, S. 308). Die Intelligenzminderung wird in vier Schweregrade unterteilt: leichte Intelligenzminderung (F70), mittelgradige Intelligenzminderung (F71), schwere Intelligenzminderung (F72) und schwerste Intelligenzminderung (F73) (Dilling et al., 2015, S. 307–314). Um eine Intelligenzminderung zu diagnostizieren, „muss ein vermindertes Intelligenzniveau mit der Folge der erschwerten Anpassung an die Anforderungen des alltäglichen Lebens bestehen“ (Dilling et al., 2015, S. 309). Die vier Stufen können dabei nicht „mit absoluter Genauigkeit voneinander abgegrenzt werden“ (Dilling et al., 2015, S. 309). Im Mai 2019 wurde auf der 72. Weltgesundheitsversammlung die ICD-11 verabschiedet (World Health Organization [WHO], 2019), die am 01.01.2022 in Kraft trat (Bundesinstitut für Arzneimittel und Medizinprodukte [BfArM], 2022). In der Neuauflage des Klassifikationssystems wird u. a. der Begriff der *kognitiven Entwicklungsstörung* bzw. *intellectual developmental disorders* eingeführt und adaptive Fähigkeiten werden als entscheidende Größe der Klassifikation mit einbezogen (Salvador-Carulla et al., 2011, S. 175–176). Um eine Einführung der ICD-11 in Deutschland vorzubereiten, wird bereits an einer deutschen Übersetzung gearbeitet, die sich „in einem bereits begonnenen Qualitätssicherungsprozess in Kooperation mit den wissenschaftlichen medizinischen Fachgesellschaften“ (BfArM, 2022) befindet. Dieser Prozess wird noch einige Zeit andauern. Nach einer Übergangszeit von mindestens fünf Jahren soll schließlich die Klassifikation ausschließlich auf der Grundlage der ICD-11 stattfinden (BfArM, 2022).

Im Zuge der Zuschreibung eines sonderpädagogischen Schwerpunkts ist vor allem eine eindeutige „Diagnostizierbarkeit . . . durch Intelligenztests“ bei der „Unterscheidung von Schülern mit dem ‘Förderschwerpunkt Lernen’ (Lernbehinderung) und dem ‘Förderschwerpunkt geistige Entwicklung’ (geistige Behinderung)“ fraglich (Speck, 2018, S. 63). Eine exakte Abgrenzung der beiden Gruppen ist nicht möglich, Schüler:innen im Grenzbereich lassen sich somit sowohl dem sonderpädagogischen Schwerpunkt Lernen als auch dem sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung zuschreiben. Laut allgemeiner Schulstatistik bewegen sich 2,2 % aller Kinder im IQ-Bereich zwischen 40 und 70, ca. 1 % der Schulkinder sind dem sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung zugeordnet (Speck, 2018, S. 49).

Relevant sind für die Zuweisung zum sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung auch immer systemische Gründe: Die abschließende Entscheidung des Schulorts wird im Anschluss an das sonderpädagogische Gutachten von der Schulverwaltung getroffen (Gasterstädt et al., 2020, S. 9). Dabei bleiben die jeweiligen Kriterien weitestgehend offen, was auf „Ermessensspielräume der Sonderpädagog*innen im Kontext der Diagnostik sowie der Schulbehörden im Rahmen der amtlichen Entscheidungsfindung und damit auf Mechanismen institutioneller Diskriminierung“ (Gasterstädt et al., 2020, S. 12) verweist. Ratz und Dworschak (2021, S. 14) sehen in den regionalen Bedingungen und den Gegebenheiten in den naheliegenden Förderzentren bzw. inklusiven Schulen die entscheidenden Zuweisungskriterien zum sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung. Es kann somit von keiner einheitlichen Zuweisungspraxis in den Schulen ausgegangen werden. Im sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung spielt zudem oft eine entscheidende Rolle, dass manchmal „schlichtweg keine andere Schule bereit ist, ein Kind aufzunehmen oder zu beschulen“, und auch die „gestiegene Bedeutung des Elternwillens“ (Ratz & Dworschak, 2021, S. 14) kann ausschlaggebend sein.

2.1.3 Prävalenzen der Schülerschaft

Im Rahmen der schulstatistischen Erhebungen gibt es recht zuverlässige Daten für die Kinder und Jugendlichen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung im Schulalter. Im Schuljahr 2020/21 wurden insgesamt 85 977 Schüler:innen in einer Schule mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung im Bundesgebiet unterrichtet. Damit waren von allen Schüler:innen mit einem sonderpädagogischem Schwerpunkt (327.953) 26.2 % dem Schwerpunkt Geistige Entwicklung zugeteilt (KMK, 2022, S. 6). Von diesen Schüler:innen gingen 11 620 (13.5 %) in eine entsprechende bayerische Schule mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung (KMK, 2022, S. 25, eigene Berechnungen). Im Schuljahr 2020/21 wurden in Allgemeinen Schulen (allgemeinbildende Schulen ohne Förderschulen) Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung nur verhältnismäßig selten unterrichtet: Im Bundesdurchschnitt waren es 14.1 % (KMK, 2022, S. 53, eigene Berechnungen), in Bayern hingegen 7.4 % (KMK, 2022, S. 56, eigene Berechnungen).

Die Feststellung des sonderpädagogischen Schwerpunktes Geistige Entwicklung nimmt eine entscheidende Rolle ein: Erst mit dieser erhalten die Kinder und Jugendlichen die „Zugangsberechtigung zu sonderpädagogischen Bildungssettings sowie Unterstützungsmaßnahmen in inklusiven Bildungssettings“ (Dworschak & Selmayr, 2021, S. 57). Beim überwiegenden Teil der betroffenen Schülerschaft (70.9 %) wird dieser Schwerpunkt noch vor der Einschulung im Elementarbereich festgestellt, bei weiteren 16.7 % zur Einschulung (Dworschak & Selmayr, 2021, S. 62).

Für Bayern gibt die empirische Studie SFGE II (Baumann et al., 2021) einen umfassenden Einblick in die Schülerschaft mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung. Aus dieser Erhebung werden einzelne bildungsbiographische und soziobiographische Prävalenzdaten genannt, um einen ersten, beschreibenden Einblick in die untersuchte Personengruppe zu erhalten. Das Geschlechterverhältnis in diesem Schwerpunkt weist 60.6 % männliche und 39.4 % weibliche Kinder und Jugendliche auf (Selmayr & Dworschak, 2021, S. 42). Die männliche Überrepräsentation wird von der allgemeinen bayerischen Schulstatistik für Förderzentren für das Schuljahr 2018/19 bestätigt: Hier beträgt das Geschlechterverhältnis 36.8 % weibliche und 63.2 % männliche Kinder und Jugendliche (Bayerisches Landesamt für Statistik, 2019, S. 15). Der Anteil der Schüler:innen mit Migrationshintergrund (Familiensprache nicht Deutsch, Geburtsland nicht Deutschland oder Staatsangehörigkeit nicht deutsch) liegt im sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung bei 21.6 % (Selmayr & Dworschak, 2021, S. 50). Das entspricht weitgehend dem Wert 23.9 % für alle Lernenden an Bayerns allgemeinbildenden Schulen im Schuljahr 2019/20 (StMUK, 2020, S. 20). Vor dem Beginn der schulischen Laufbahn besuchten 58.8 % dieser Schüler:innen eine Schulvorbereitende Einrichtung (SVE), 37.6 % einen integrativen bzw. (Regel-)Kindergarten (Dworschak & Selmayr, 2021, S. 63).

Im Laufe dieser Arbeit wird im Kapitel zum Forschungsstand an den entsprechenden Stellen auf weitere beschreibende Prävalenzdaten der Schülerschaft mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung eingegangen.

2.2 Zahl-Größen-Kompetenzen

In diesem Kapitel erfolgt zunächst eine Einordnung der Zahl-Größen-Kompetenzen in die mathematischen Inhalte des Schulfachs Mathematik. Anschließend erfolgt die definitorische Klärung der Begrifflichkeit, da es für die Zahl-Größen-Kompetenzen in der Fachliteratur eine Vielzahl an synonym verwendeten Begriffen gibt. Außerdem wird beschrieben, was unter den Zahl-Größen-Kompetenzen verstanden wird.

2.2.1 Zahl-Größen-Kompetenzen als Teil der inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen

Sowohl der Blick in den LehrplanPLUS Förderschule (Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung München [ISB], 2019, S. 526–570) als auch in die Lehrbücher (z. B. Krauthausen, 2018) legen das weite Feld der zu vermittelnden mathematischen Inhalte während der Schulzeit offen. Seit dem Jahr 2005 haben die KMK-Bildungsstandards Einzug in die Lehrpläne erhalten, und aus den drei traditionellen Inhaltsbereichen Arithmetik, Geometrie sowie Größen und Sachrechnen wurden fünf allgemeine bzw. prozessbezogene mathematische Kompetenzen und fünf inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen gebildet (Tabelle 1).

Tabelle 1. *Prozessbezogene und inhaltsbezogene Kompetenzen für den Mathematikunterricht (KMK, 2005)*

Prozessbezogene Kompetenzen	Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen
Problemlösen	Zahlen und Operationen
Kommunizieren	Raum und Form
Argumentieren	Muster und Strukturen
Modellieren	Größen und Messen
Darstellen	Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit

Auch für den bayerischen LehrplanPLUS Förderschule „Lehrplan für den Förderschwerpunkt geistige Entwicklung“ wurde dieses Kompetenzstrukturmodell übernommen (ISB, 2019, S. 161).

Die Zahl-Größen-Kompetenzen sind dem Inhaltsbereich Zahlen und Operationen zuzuordnen. In diesem ersten Inhaltsbereich ist die „traditionelle *Arithmetik* [Hervorhebungen v. Verf.]“ (Krauthausen, 2018, S. 34) verortet. Die „arithmetische Verarbeitung [gilt als] *multi-komponentiell* [Hervorhebung v. Verf.], [setzt] sich also aus zahlreichen Teilkomponenten zusammen“ (Landerl, Kaufmann & Vogel, 2017, S. 28). Je nach Publikation werden diese unterschiedlich gegliedert. Beispielsweise unterscheiden Landerl et al. (2017, S. 28) zwischen den Komponenten der Zahlenverarbeitung im engeren Sinn (z. B. Lesen/Schreiben arabischer Zahlen, Vergleichen arabischer Zahlen) und den Rechenfertigkeiten (z. B. Kopfrechnen, schriftliches Rechnen).

Krauthausen (2018, S. 40–94) unterteilt den Inhaltsbereich Zahlen und Operationen in die Bereiche natürliche Zahlen (1), Komplexität des Zahlbegriffs (2), Zählfähigkeit und Zählprinzipien (3), dekadischer Aufbau des Zahlsystems (4), Zahlenräume (5), Rechenoperationen und Gesetzmäßigkeiten (6) sowie Rechenmethoden (7). Vor allem „der Ausbau, die Festigung und Systematisierung des *Zahlbegriffsverständnisses* [Hervorhebung v. Verf.]“ (Krauthausen, 2018, S. 43) gelten als entscheidende Aufgabe des mathematischen Anfangsunterrichts. Die Zahl-Größen-Kompetenzen sind Teil dieses fundamentalen Bereiches rund um das Verständnis von und das Rechnen mit natürlichen Zahlen. Die unterschiedlichen Bezeichnungen und Einteilungen rund um den Begriff der Zahl-Größen-Kompetenzen werden im folgenden Kapitel geklärt.

2.2.2 Begrifflichkeiten rund um die Zahl-Größen-Kompetenzen

Um das Rechnen zu erlernen, müssen Kinder den Zahlbegriff beherrschen und einen Einblick in die Zählentwicklung erlangen. Hierfür benötigen sie einen Einblick in das Feld der Zahl-Größen-Kompetenzen (Schnepel, 2019, S. 49). Für diese werden in der Fachliteratur folgende unterschiedliche Begrifflichkeiten synonym verwendet:

- mengen- und zahlenbezogenes Vorwissen (Krajewski, 2005, S. 53)
- Zahlbegriffserwerb (Krajewski, Grüßing & Peter-Koop, 2009, S. 23; Moser Opitz, 2008, S. 15)
- Mengen-Zahlen-Kompetenzen (Schneider, Küspert & Krajewski, 2013, S. 54; Schnepel, 2019, S. 49; Wullschleger, 2017, S. 39)

- numerische Basisfertigkeiten (Schneider et al., 2013, S. 53)
- basisnumerische Fähigkeiten (Schneider et al., 2013, S. 239)
- basisnumerische Verarbeitung (Landerl et al., 2017, S. 28)
- relevante Basiskompetenzen (Schneider et al., 2013, S. 163)
- mathematische Basiskompetenzen (Siegemund, 2016, S. 119)
- numerische Kompetenzen (Garotte et al., 2015, S. 25; Hartmann, Ehlert & Fritz, 2019, S. 44)
- grundlegende arithmetische Konzepte (Fritz, Ehlert & Leutner, 2018, S. 7)

Für die vorliegende Arbeit wird überwiegend die Begrifflichkeit der „Zahl-Größen-Kompetenzen“ (Krajewski & Ennemoser, 2013, S. 42; siehe auch Kap. 3.3.1 - Entwicklungsmodell der Zahl-Größen-Verknüpfung) gewählt. All diese Terminologien umfassend kann festgehalten werden, dass es sich um „Kompetenzen im Umgang mit Zahlen und Mengen“ (Schneider et al., 2013, S. 238) handelt, die bereits deutlich vor dem Schuleintritt eine große Relevanz für die kindliche Entwicklung haben und „für den Erwerb arithmetischer Kompetenzen grundlegend“ (Landerl et al., 2017, S. 28) sind. Außerdem sind sie bedeutend für die weiteren mathematischen Schulleistungen (Schneider et al., 2013, S. 239).

Teilweise wurden oder werden diese Kompetenzen auch als Vorläuferfähigkeiten oder Vorläuferfertigkeiten bezeichnet. Damit ist die Ansicht verbunden, dass sie „das erfolgreiche Lernen in der Schule vorbereiten“ (Wullschleger, 2017, S. 39). Diese Auffassung wird jedoch kritisiert, denn „nicht nur der Kindergarten, sondern auch die Schule selbst [sollte] frühere, gegenwärtige und zukünftige Kompetenzen der Lernenden im Auge haben“ (Wullschleger, 2017, S. 39). Kompetenzen sollten grundsätzlich als vorläufig angesehen werden. Sie werden in bestimmten Kontexten erlernt und ständig weiterentwickelt (Gasteiger, 2010, S. 21; Wullschleger, 2017, S. 41). Verstanden wird dabei unter Kompetenzen die „Anwendung von Kenntnissen, Fertigkeiten und Fähigkeiten in bestimmten Situationen bzw. Domänen“ (Gasteiger, 2010, S. 21).

Bei den Zahl-Größen-Kompetenzen handelt es sich um einen Sammelbegriff für diverse Teilkompetenzen der numerischen Entwicklung, die vor den Rechenkompetenzen erworben werden. Laut Schnepel (2019, S. 49–50) können folgende Aspekte zusammengefasst werden:

Thematische Grundlagen

- Zählen (oder Zahlenfolge/Zählentwicklung genannt)
- Zahlwissen: Zahlen lesen (Ziffernkenntnis), Zahlen vergleichen, Nachbarzahlen nennen
- Abzählen (hier auch verknüpft mit einem Einblick in die Zählprinzipien)
- Anzahlerfassung (kleine Mengen, strukturierte Mengen)
- Anzahlen nach Größe ordnen
- Eins-zu-Eins-Zuordnung
- Teil-Ganzes-Schema
- Zahlbeziehungen

Dabei sind auch diverse Verknüpfungen und Zusammenfassung dieser Aspekte zu beachten. Dazu zählen nach Schnepel (2019, S. 49) einerseits die unterschiedlichen Aspekte des Zahlbegriffs, die sich auf das Verständnis der Zahl in vielfältigen Situationen beziehen: Kardinalzahlaspekt, Ordinalzahlaspekt, Maßzahlaspekt, Operatoraspekt, Rechenzahlaspekt, Kodierungsaspekt (Krauthausen, 2018, S. 44). Andererseits gehören dazu auch die Zählprinzipien nach Gelman und Gallistel (1986). Diese Verknüpfungen der einzelnen Aspekte sollen an dieser Stelle lediglich als Beispiele für die Einordnung in das breite Feld der numerischen Kompetenzen dienen. Ausführlich werden sie im folgenden Kapitel im Zuge der Entwicklung der Zahl-Größen-Kompetenzen behandelt. Zudem stellen sie in ihrer Komplexität und Verbundenheit mit dem Erlernen der Zahldarstellungen und Zahlbeziehungen die Grundlage der Entwicklungsmodelle dar.

3 Theorie zur Entwicklung der Zahl-Größen-Kompetenzen

Mit dem erfolgreichen Erwerb der Zahl-Größen-Kompetenzen ist die Voraussetzung für die Aneignung der Rechenkompetenzen geschaffen (Praet, Titeca, Ceulemans & Desoete, 2013, S. 94; Schneider et al., 2013, S. 55). Damit wird den Zahl-Größen-Kompetenzen, die im Zentrum dieser Studie stehen, innerhalb der mathematischen Entwicklung von Kindern eine große Bedeutung zugesprochen. Bevor Studienergebnisse zu diesem elementaren Teilbereich der Mathematik vorgestellt werden, wird zunächst ein Blick auf zentrale Theorien zur Entwicklung der Zahl-Größen-Kompetenzen geworfen. Sowohl klassische Ansichten (Kap. 3.2) als auch neuere Modelle (Kap. 3.3) werden dargelegt, letztere aus entwicklungspsychologischer und neurokognitiver Sichtweise. Einleitend werden Erkenntnisse zu sehr frühen Zahl-Größen-Kompetenzen vorgestellt (Kap. 3.1).

3.1 Erkenntnisse aus der Säuglingsforschung

Die Entwicklung von mathematischen Kompetenzen beginnt bereits im Säuglingsalter. Sie werden als „genetisch determinierte Basiskompetenzen [verstanden, die] von Beginn an . . . bestehen und in einem bedeutsamen Ausmaß die Grundlage für späteres Zahlenverständnis und Zahlenverarbeitung und deren Anwendung im arithmetischen Kontext . . . bilden“ (Schneider et al., 2013, S. 15). Sie werden u. a. anhand von Veränderungen bei der Fixationsdauer von Objekten bzw. der Saugrate eines Säuglings erforscht. Dehaene (1997) spricht von einem angeborenen *number sense*. Aufgrund angeborener neuronaler Strukturen können Säuglinge auf zwei Kernsysteme zugreifen (Feigenson, Dehaene & Spelke, 2004), die sich durch zwei Modelle beschreiben lassen. Das *object-tracking-system* (OTS) ermöglicht es, kleine Anzahlen zu unterscheiden und Anzahlen bis zu maximal vier Objekten exakt zu erkennen (Feigenson et al., 2004, S. 310). Der Unterschied zwischen zwei größeren Mengen kann dank des *approximate number systems* (ANS) wahrgenommen werden, vorausgesetzt, die Differenz der beiden Zahlen ist groß genug (Feigenson et al., 2004, S. 307). Aufschlussreich für die Entwicklung der Zahl-Größen-Kompetenzen sind folgende genaueren Erkenntnisse rund um diese beiden Kernsysteme.

Babys können bereits einige Tage nach der Geburt Mengen voneinander unterscheiden. Wynn (1990) untersuchte dies mittels eines Habituations-Dishabituation-Paradigmas. Säuglingen wurden wiederholt zwei Objekte gezeigt, bis eine Gewöhnung an diese Präsentation stattgefunden hatte. Das zeigte sich durch eine deutlich verkürzte Fixationsdauer. Wenn sich nun bei der Präsentation eines weiteren Objekts die Fixationsdauer deutlich erhöhte, konnte davon ausgegangen werden, dass ein Mengenunterschied von den Säuglingen wahrgenommen wurde. P. Starkey, Spelke und Gelman (1983) belegten, dass es Kindern im ersten Lebensjahr gelingt, visuelle Reize mit akustischen Reizen zu verknüpfen. Säuglinge betrachteten ein Bild mit drei Elementen länger als ein Bild mit zwei Elementen, wenn sie in der Folge drei Trommelschläge hörten. Auch Antell und Keating (1983) dokumentierten die Wahrnehmung der Mengenunterscheidung von drei zu zwei Elementen. Babys unter einem Jahr können kleine Mengen (ein bis drei Objekte) unmittelbar unterscheiden und wählen beispielsweise immer die größere Anzahl an essbaren Dingen. Diese Fähigkeit, kleine Mengen simultan und unmittelbar zu erfassen und auch voneinander zu unterscheiden, wird auch *subitizing* genannt. G. S. Starkey und McCandliss (2014, S. 122) sprechen bei einer simultanen Erfassung von einem schnellen und exakten kognitiven Prozess zur Wahrnehmung von kleinen Mengen von bis zu vier Elementen. Diese kognitive Fähigkeit zur Unterscheidung kleiner Anzahlen „darf jedoch nicht mit der Fertigkeit des Zählens gleichgesetzt werden“ (Hartmann et al., 2019, S. 45). Sie geht auch nicht mit dem inhaltlichen Verständnis der Zahlen, der Repräsentation der Mächtigkeit, einher (Benoit, 2004, S. 292).

Die erfolgreiche Mengenunterscheidung konnte auch für größere Anzahlen belegt werden: „The ‘limit of 3’ is not a true limit of infant’s numerical competence“ (Xu & Spelke, 2000, B6). In einer Studie mit 6-monatigen Kindern zeigten Xu und Spelke (2000), dass die Unterscheidung der Numerositäten unabhängig von der tatsächlichen Anzahl der Zahlenkombinationen ist. Entscheidend ist nach den Ergebnissen vielmehr die Relation der präsentierten Objekte, also das jeweilige Mengenverhältnis (Xu & Spelke, 2000, B6). So fanden sie z. B. Effekte bei dem Vergleich von 16 und 32 Elementen, bei dem Vergleich von 8 und 12 Elementen hingegen nicht. Das Verhältnis 2 : 1 gelingt damit bereits mit ca. 6 Monaten (Xu & Spelke, 2000, B8). Für das Verhältnis 3 : 2 wird die Unterscheidung erst mit ungefähr 9 Monaten möglich (Xu & Arriaga, 2007, S. 107–108). Es handelt sich demnach um eine

Einschätzung der Kinder, die nur gelingen kann, wenn der Unterschied der beiden zu vergleichenden Mengen groß genug ist (Aster, 2005, S. 16).

Diskutiert wird, auf welcher Basis die Kleinkinder diese Unterscheidung treffen. Eine nach Gewöhnung gezeigte doppelt so große Menge an Elementen nimmt meist auch eine größere Fläche bzw. ein größeres Volumen ein. Somit kann vermutet werden, dass die Entscheidung nicht nur auf der Grundlage des Feststellens der Unterschiede bei den diskreten Mengen erfolgt, sondern die Unterscheidung auch auf unterschiedlich großen Oberflächen basiert. Eine größere Anzahl an Objekten geht normalerweise auch mit Unterschieden bei den kontinuierlichen Merkmalen wie Fläche und Oberfläche einher (Schneider et al., 2013, S. 15). Mehrere Autor:innen (Clearfield & Mix, 1999; Feigenson, Carey & Spelke, 2002; Simon, Hespos & Rochat, 1995) haben diesen Zusammenhang verifiziert und belegen eine wahrgenommene räumliche Ausdehnung bei Objekten, nicht aber eine Unterscheidung anhand diskreter Mengen. Die Mengen werden demnach nicht als verschieden wahrgenommen, wenn die gezeigten Objekte sich zwar in ihrer Anzahl unterscheiden, nicht aber in Umfang und Fläche. Die Studien von Xu und Spelke (2000) sowie Xu und Arriaga (2007) stellten indes unter Kontrolle dieser Faktoren eine Sensibilität für Mengenunterscheidung bei Säuglingen fest (Xu & Spelke, 2000; Xu & Arriaga, 2007).

Neben den Größenunterscheidungen von Mengen spielt auch die Wahrnehmung von Mengenveränderungen in der Säuglingsforschung eine entscheidende Rolle. Auf diese reagieren Kinder laut Wynn (1992, S. 749) bereits in einem Alter von etwa 5 Monaten sensibel. Den Kindern wurde jeweils ein Spielzeug präsentiert, bevor es verdeckt wurde. Vor den Augen des Kindes wurde ein weiteres Spielzeug hinter die Abdeckung geführt. Sobald der Wandschirm entfernt wurde, sahen die Kinder zwei unterschiedliche Ergebnisse: entweder die erwarteten zwei Spielsachen oder nur ein Spielzeug. Das Letztere wurde deutlich länger fixiert, was für Wynn nahelegt, dass das Gezeigte für die Kinder unerwartet war, und dafür spricht, dass bereits im ersten Lebensjahr ein grundlegendes Verständnis von Mengenveränderungen besteht. Umgekehrt bestand ein weiterer Versuch (Wynn, 1992) darin nach mehrmaliger Darbietung zweier Objekte diese abzudecken und eines für die Kinder sichtbar hinter der Abdeckung wegzuführen. Sahen die Kinder nach dem Öffnen der Abdeckung doch zwei Spielsachen, reagierten sie abermals mit einer erhöhten Fixationsdauer. Es ist schwierig, abschließend zu klären, inwieweit hier wirklich ein Verständnis für Mengen im mathematischen Sinn

vorliegt. Festgehalten werden kann aber „ein gewisses Bewusstsein für Mengen und Mengenveränderungen“ (Hasemann & Gasteiger, 2014, S. 2–3).

Die folgenden theoretischen Ausführungen stützen und beziehen sich an einigen Stellen auf die Erkenntnisse der Säuglingsforschung. Folglich wurden sie für ein umfassendes Verständnis der Zahl-Größen-Entwicklung bereits an dieser Stelle dargelegt, da diese theoretischen Schlüsse für die grundlegenden Ansichten zur Entwicklung der Zahl-Größen-Kompetenzen (Kap. 3.2), z. B. die Theorie der protoquantitativen Schemata nach Resnick (1989), oder die neueren Entwicklungsmodelle (Kap. 3.3), z. B. das Modell der Zahl-Größen-Verknüpfung nach Krajewski (2008), erkenntnisleitend waren. Außerdem müssen für einen erfolgreichen Einblick in die Rechenkompetenzen „die jeweiligen Limitationen beider Kernsysteme . . . [OTS und ANS] überwunden werden“ (Hartmann et al., 2019, S. 45).

3.2 Klassische Ansichten zur Entwicklung der Zahl-Größen-Kompetenzen

Heute verbreitete Modelle zur Entwicklung der Zahl-Größen-Kompetenzen (Kap. 3.3) sind von früheren Ansichten und Modellen geprägt worden. Bis heute haben Letztere einen hohen Stellenwert und lassen sich in das auf den Entwicklungspsychologen Piaget zurückzuführende *Logical-Foundations-Modell* und die sich klar davon abgrenzenden *Skills-Integration-Modelle* einteilen (Krajewski et al., 2009, S. 18). Das Logical-Foundations-Modell geht davon aus, dass sich die Entwicklung der Zahl-Größen-Kompetenzen auf der Grundlage von logisch formalen Operationen entwickelt. Dem stehen die Skills-Integration-Modelle gegenüber, die von bereits vorhandenen Einsichten und Fähigkeiten in Bezug auf Zahlen bei Kindern ausgehen, die erfolgreich verknüpft werden müssen.

3.2.1 Logical-Foundations-Modell

Der Schweizer Kognitionspsychologe Piaget prägte vor allem in den 1960er und 1970er Jahren durch seine Forschung zu Denk- und Verstehensprozessen bei Kindern die Erkenntnisse innerhalb der mathematischen Frühförderung (Krajewski et al., 2009, S. 18). Seine Theorie der kognitiven Entwicklung (Piaget, 1967b, S. 135–175), die aufgrund ihres schrittweisen Vollzuges auch als Stufen- oder Stadientheorie bezeichnet wird, umfasst auch das

Verständnis des Zahlbegriffs. Die kognitiven Entwicklungsstufen werden nacheinander durchlaufen und die jeweils vorherige Stufe ist für das Erreichen der nachfolgenden Stufe notwendig. Individuelle Abweichungen vom durchschnittlichen Leistungsalter (sowohl schnelleres als auch langsames Durchlaufen der Stufen) sind auf unterschiedliche sozio-ökonomische Ausgangsbedingungen zurückzuführen (Piaget, 2016, S. 65, 70). Ein Erkenntnisgewinn entsteht dabei durch einen Austausch zwischen Subjekt und Objekt (Piaget, 2016, S. 44). Für diese kognitive Entwicklung ist das Gleichgewicht (Äquilibration) zwischen der Assimilation und der Akkomodation von Bedeutung. Unter Assimilation versteht sich das Einordnen von Wahrgenommenem in bereits vorhandene kognitive Strukturen. Akkomodation meint das modifizierte Anpassen der kognitiven Strukturen an etwas Neues (Moser Opitz, 2008, S. 20). Inadäquate Vorstellungen werden dabei durch neue und stimmigere ersetzt.

Neben den Äquilibrationsprozessen sind für Piaget drei weitere Faktoren für das Lernen bzw. die kognitive Entwicklung entscheidend (Moser Opitz, 2008, S. 22):

- Reifung des Gehirns und des zentralen Nervensystems
- Erfahrung durch Kontakt mit der physischen Außenwelt und das Hantieren mit Gegenständen
- Aktivitäten, die von anderen Personen angestoßen werden und Denkprozesse im Sinne einer sozialen Vermittlung auslösen

Das Individuum sollte dazu ermutigt werden, eine eigenständige geistige Aktivität zu zeigen, da diese als entscheidende Voraussetzung für erfolgreiches Lernen gilt und sich Schüler:innen nur so stets weiterentwickeln können (Moser Opitz, 2008, S. 22) Die Lernenden müssen – zusätzlich zu den sich entwickelnden inneren Strukturen – eigenverantwortlich durch aktives Handeln und ihre Interaktion mit der Umwelt zur Entwicklung ihrer Kognition und somit zu ihrer Erkenntnis beitragen (Piaget, 2016, S. 64). Außenstehende Personen leisten einen Beitrag zur Erkenntnis, können das Lernen aber nicht garantieren, da sie es lediglich arrangieren und begünstigen (Moser Opitz, 2008, S. 22).

Die Entwicklung des Zahlbegriffs beschreibt Piaget ausführlich in seinem gleichnamigen Werk „Entwicklung des Zahlbegriffs beim Kinde“ (Piaget & Szeminska, 1972). Der Zahlbegriff baut sich im Übergang vom präoperationalen zum konkret-operativen Denken auf und

entsteht auf der Grundlage von logisch formalen Operationen, wie Klassifikationen und Ordnungsrelationen (Moser Opitz, 2008, S. 40).

Stadientheorie nach Piaget

Bevor genauer auf die Entwicklung des Zahlbegriffs eingegangen wird, werden kurz die beiden dafür entscheidenden Stufen der Stadientheorie vorgestellt. Dabei dürfen die erwähnten Altersstufen nicht als starre Grenzen betrachtet werden (Piaget, 1967a, S. 54).

Die präoperationale Stufe

Die Stufe des präoperationalen Denkens besteht aus zwei Phasen: dem symbolischen und vorbegrifflichen Denken (2–4 Jahre) und dem anschaulich-intuitiven Denken (4–7 Jahre). In der ersten Phase (Piaget, 1967b, S. 140–146) entwickelt das Kind individuelle Symbole durch Nachahmung. Diese symbolischen Schemata werden auch Tätigkeitsschemata oder individuelle Bezeichnungen genannt und ermöglichen es dem Kind, sich eine Situation geistig vorzustellen, ohne sie physisch auszuführen. Sie sind somit unabhängig von einer aktuellen Situation und können folglich auch eine Vorstellung von abwesenden Dingen und Ereignisse liefern, z. B. wenn das Kind so tut, als ob es schlief. Das eigentliche Symbol beginnt aber laut Piaget erst mit der Vorstellung, die von der eigenen Tätigkeit losgelöst ist, z. B. einen Teddybären schlafen legen (Piaget, 1967b, S. 142). Mit dieser Entwicklung geht auch die Erlernung der Sprache einher. Die bildlichen Symbole haben eine hohe Bedeutung in den „Anfängen der vorstellenden Intelligenz“ (Piaget, 1967b, S. 144), die an die sprachlichen Zeichen gebunden ist, da das Kind auf dieser Ebene noch davon entfernt ist „eigentliche Begriffe zu besitzen“ (Piaget, 1967b, S. 144). Die verwendeten Vorbegriffe des Kindes sind „Vorstellungen, die das Kind an die ersten sprachlichen Zeichen, die es zu verwenden gelernt hat, anknüpft“ (Piaget, 1967b, S. 144). Das Kind unterscheidet auf dieser Stufe noch nicht zwischen der Allgemeinheit der Elemente und ihrer Individualität. Es wird also ohne Unterschied von „die Schnecke“ oder „die Schnecken“ sprechen. Gleichzeitig ermöglicht die Sprache es, die Spielprozesse zu beschreiben.

Die zweite Phase (Piaget, 1967b, S. 146–157) wird von Piaget auch als anschauliches Denken (4–7 Jahre) bezeichnet. Dieses Stadium ist durch einen ausgeprägten Egozentrismus des Kindes geprägt. Es konzentriert sich nur auf einzelne Dimensionen, für gewöhnlich ist das die optisch auffälligste Variable. Außerdem fällt es dem Kind schwer, zwei Objekte miteinander

in Beziehung zu setzen. Somit können auch nicht Ganzes und Teile aufeinander bezogen werden. Das Denken wird durch die sinnliche Wahrnehmung geleitet und ist noch nicht beweglich, also irreversibel (Piaget, 1967b, S. 150). Reversibilität meint „die Fähigkeit, einen Vorgang im Geiste zurückzuverfolgen und zum Ausgangspunkt zu gelangen, um ihn mit dem gegenwärtigen Zustand zu vergleichen“ (Lavatelli-Stendler, 1976, S. 39). Als letztes Charakteristikum lässt sich festhalten, dass Kinder in diesem Stadium nicht verstehen, dass ein Gegenstand mehr als eine Eigenschaft besitzen kann, z. B. dass ein roter Bleistift sowohl der Klasse der roten Gegenstände als auch der Klasse der Schreibwerkzeuge zugeordnet werden kann (Lavatelli-Stendler, 1976, S. 38).

Die konkret-operationale Stufe

Die Fähigkeit einer konkreten Operation spricht Piaget den 7- bis 12-jährigen Kindern und Jugendlichen zu (Piaget, 1967b, S. 166). Das Denken der Kinder befindet sich in einem beweglichen Gleichgewicht. Diese Stufe „ist durch die Anfänge operatorischer Gruppierungen in ihren verschiedenen konkreten Formen und mit ihren verschiedenen Arten von Erhaltung“ (Piaget, 2016, S. 66) gekennzeichnet. E. Schröder (1989, S. 30–31) fasst diese Stufe anhand von vier Merkmalen zusammen, die gleichzeitig die Unterschiede zu der vorherigen Stufe anzeigen.

- (1) *Erschlossene Wirklichkeit*: Zusammenhänge können unabhängig von der Wahrnehmung erschlossen werden, und Veränderungen bzw. Transformationen von Mengen werden verstanden. Ein Kind, das sich in diesem Stadium befindet, kann kommunizieren, dass sich eine Menge nicht verändert, wenn sie zwar in ihrer Anordnung geändert, aber nichts hinzugefügt oder weggenommen wird.
- (2) *Dezentrierung*: Einzelne Handlungen können zueinander in Beziehung gesetzt werden. Einzelne Variablen, die auf der Stufe des anschaulichen Denkens noch isoliert betrachtet wurden, können jetzt gleichzeitig in den Blick genommen werden.
- (3) *Transformation*: Auch Handlungsabfolgen und Transformationen werden von dem Kind erfolgreich kognitiv konturiert. Einzelne Handlungen können miteinander verknüpft und Transformationen gesehen werden.

- (4) *Reversibilität*: Einblick in die Tatsache, dass eine Handlung umkehrbar ist und in der Vorstellung rückgängig gemacht werden kann. Eine durchgeführte Handlungssequenz kann somit auf ihren Ausgangspunkt zurückgeführt werden.

Zahlbegriff nach Piaget

Der Zahlbegriff besteht aus verschiedenen Kompetenzen, die Piaget wiederum in drei Bereiche unterteilt. Diese drei Bereiche, auch Operationen genannt, müssen alle auf konkret-operationaler Stufe durchgeführt werden, bevor der Zahlbegriff als erworben gilt. Piaget und Szeminska (1972) unterscheiden die drei Operationen (a) Erhaltung der Quantitäten und die Invarianz der Mengen, (b) kardinale und ordinale Stück-für-Stück-Korrespondenz, (c) additive und multiplikative Kompositionen.

(a) Erhaltung der Quantitäten und die Invarianz der Mengen

Piaget unterscheidet zwischen kontinuierlichen Quantitäten, also nicht zählbaren Mengen bzw. Massen wie z. B. Wasser, und diskontinuierlichen, unzusammenhängenden bzw. gegenständlichen Quantitäten wie z. B. Perlenmengen, die aus einzelnen zählbaren Elementen bestehen (Piaget, 1967a, S. 53). Zur Erhebung dieser Fähigkeit wird das Kind mithilfe unterschiedlicher Umschüttungsaufgaben mit der Problematik der Erhaltung der Menge konfrontiert. Die Kinder werden beispielweise gefragt, ob die Flüssigkeitsquantität nach dem Umschütten größer oder kleiner oder gleich wie im Vergleichsglas ist (Piaget, 1967a, S. 52–53; Piaget & Szeminska, 1972, S. 17). Diese Einsicht kann im Bereich der diskontinuierlichen Quantitäten einerseits mit denselben Wertungen wie bei den Flüssigkeiten (Höhe, Breite usw.), andererseits auch durch den Vergleich der Länge einer Kette durch die Aneinanderreihung der Perlen überprüft werden (Piaget & Szeminska, 1972, S. 42). Das Verständnis, ob die Anzahl der Elemente gleich bleibt, soll durch die mögliche Stück-für-Stück-Korrespondenz erleichtert werden. Für jede Perle, die in ein Gefäß gelegt wird, wird parallel eine in das andere Gefäß gelegt. Die Einsicht, dass die Quantität einer Menge erhalten bleibt, auch wenn Transformationen wie Umschütten oder ein Umlegen der Elemente stattfindet, bezeichnet Piaget als Invarianz.

Eine weitere bekannte Aufgabe wird mit zwei gleich langen, aber verschieden farbigen Perlenreihen durchgeführt. Zunächst liegen die Reihen untereinander und mit der jeweiligen Entsprechung auf dem Tisch. Danach wird eine der beiden Reihen vor den Augen des

Kindes auseinandergezogen (Piaget, 1967a, S. 56). Entscheidend ist, dass dieses Verständnis für die Erhaltung der Menge unabhängig von einer präsentierten Wahrnehmung ist. Diese geistige Aktivität ist ein zentraler Bestandteil des Zahlbegriffes und eine wichtige Voraussetzung für ein numerisches Verständnis (Moser Opitz, 2008, S. 34).

(b) Kardinale und ordinale Stück-für-Stück-Korrespondenz

Hinter dieser Operation verbergen sich sowohl der Kardinalaspekt als auch der Ordinalaspekt einer Zahl. Diese gehen auf die Klassifikation (Kardinalaspekt) bzw. die Ordnungsrelation (Ordinalaspekt) zurück (Moser Opitz, 2008, S. 33). Unter der Klassifikation wird die Einsicht verstanden, dass eine Menge aus Elementen besteht, die ein oder mehrere übereinstimmende Merkmale haben, also die Zusammenfassung von Objekten zu Klassen oder Unterklassen (Krajewski et al., 2009, S. 18). Die Ordnungsrelation umfasst das Verständnis, dass sich Elemente einer Menge in der Größe unterscheiden und somit geordnet und in eine Reihe gebracht werden können. Die Elemente werden aber noch nicht zwangsläufig anhand absoluter Größen unterschieden, vielmehr werden sie nach der Größe ihrer (Merkmals-)Unterschiede (Ordnungsrelationen) geordnet (Piaget, 1976, S. 126).

Durch diesen Einblick in die Klassifikation und Ordnungsrelation wird schließlich der Kardinalaspekt bzw. der Ordinalaspekt abgeleitet (Moser Opitz, 2008, S. 36; Piaget & Szeminska, 1972, S. 208). Piaget versteht unter dem Kardinalaspekt einer Zahl die Anzahl der Einheiten, die eine Zahl enthält. Der Ordinalaspekt bezeichnet den Rang der Zahl in einer Reihe. Ordination und Kardination bedingen sich gegenseitig und setzen sich gegenseitig voraus (Piaget & Szeminska, 1972, S. 155). Das erfolgreiche Erlangen des Zahlbegriffs resultiert aus einer Synthese von Reihenbildung und Klassifikation. Erst durch diese erfolgreiche Verbindung zählt der Zahlbegriff als erworben (Piaget, 1967a, S. 51, 2016, S. 115), da das Kind nun im Stande ist, die Zahl mit ihrer kardinalen und ordinalen Funktion zu erwerben. In Piagets Modell wird dargestellt, wie sich die Ordinalzahl aus der Kardinalzahl und umgekehrt die Kardinalzahl aus der Ordinalzahl ableiten lässt (Moser Opitz, 2008, S. 38). Beispielsweise enthält die Rangstufe fünf, also die Ordinalzahl, auch die Information der Anzahl der Elemente, also die Kardinalzahl. Die Zahl kann somit den fünften Rang und die Anzahl fünf repräsentieren.

(c) Additive und multiplikative Kompositionen

Als dritten für den Zahlbegriff entscheidenden Bereich nennt Piaget den operatorischen Aspekt des Zahlbegriffs (Piaget & Szeminska, 1972, S. 211). Um „das Verhältnis von Klasse und Zahl bzw. das Verhältnis zwischen dem Ganzen und den Teilen und den Beziehungen zwischen den Mengen zu fassen“ (Moser Opitz, 2008, S. 38), ist die Einsicht in additive und multiplikative Kompositionen nötig. Laut Piaget und Szeminska (1972, S. 211) sind die Additions- und Multiplikationsoperationen bereits in der Zahl als solcher enthalten, da eine Zahl eine additive Vereinigung von Einheiten ist und die Stück-für-Stück-Korrespondenz zweier Gruppen eine Multiplikation einschließt (Piaget & Szeminska, 1972, S. 211). Dieser Aspekt kann beispielweise anhand einer Klasseninklusionsaufgabe erhoben werden, bei der das Kind eine untergeordnete Klasse als Teil einer übergeordneten Klasse erkennen können muss. Piaget operationalisiert diese Fähigkeit mit folgender Frage: „Gibt es in dieser Schachtel mehr Perlen aus Holz (die ein Ganzes B darstellen) oder mehr braune Perlen? (die einen Teil A darstellen, der andere Teil, die weißen Perlen ist A)“ (Piaget, 1967a, S. 58). Erst wenn das Kind die Relationen von Teilen und Ganzem (Teil-Ganzes-Beziehungen) verinnerlicht hat und somit versteht, dass verschiedene Teile zusammen ein Ganzes ergeben, kann von einer additiven Komposition einer Klasse ausgegangen werden.

In weiteren Ausführungen wird das „operatorische System der Zahl“ (Moser Opitz, 2008, S. 39) beschrieben. In verschiedenen Invarianzaufgaben wird überprüft, ob ein Teil eines Ganzen auch noch als Teil angesehen wird, wenn sich dessen Anordnung verändert, also eine Kompositionsveränderung der Teile vorliegt (Piaget & Szeminska, 1972, S. 244). Das Kind muss die Gleichheit zweier miteinander zu vergleichender Mengen verstehen, wenn es einerseits einen und sieben Bonbons und andererseits vier und vier Bonbons vorgelegt bekommt und gefragt wird, ob es jeweils gleich viele sind. Diese Einsichten in die additiven und multiplikativen Kompositionen sind laut Piaget die Voraussetzung für einen erfolgreichen Zahlbegriffserwerb.

3.2.2 Skills-Integration-Modelle

Im angloamerikanischen Raum entstanden zu Piagets Zahlbegriffsverständnis alternative Ansichten, die „neuere entwicklungspsychologische und fachdidaktische Befunde reflektieren“ (Krajewski et al., 2009, S. 18) und von Clements (1984, S. 766) unter dem Begriff der

Skills-Integration-Modelle zusammengefasst wurden. Sie alle haben gemeinsam, dass sie von bereits bestehenden Strukturen und Fähigkeiten bei Kindern ausgehen und die eigentliche „Entwicklung des Zahlbegriffs auf der Integration verschiedener Begriffe, Fähigkeiten und Fertigkeiten“ (Krajewski et al., 2009, S. 20) basiert. „The development of number concepts and skills results from the integration of number skills such as counting, subitizing, and comparing“ (Clements, 1984, S. 766). Im Zusammenhang einer empirischen Überprüfung der beiden Ansichten (Logical-Foundations-Modell und Skills-Integration-Modelle) kam Clements (1984, S. 774–775) außerdem zu der Erkenntnis, dass Kinder von einer aktiven Förderung der Zählfertigkeiten in Bezug auf die Entwicklung des Zahlbegriffs profitieren. Zudem gibt es Belege, dass die strukturierte Förderung dieser Fähigkeiten einen implizierten Erwerb logischer Operationen bedingt. Zu den vertrauten Skills-Integration-Modellen zählen die Zählprinzipien nach Gelman und Gallistel (1986), die Zahlwortreihe nach Fuson (1988) und die Theorie der protoquantitativen Schemata nach Resnick (1989), die im Folgenden anhand ihrer zentralen Ansichten beschrieben werden.

Zählprinzipien nach Gelman und Gallistel

Gelman und Gallistel (1986, S. 77–82) beschreiben drei Prinzipien, nach denen das Zählen erfolgt. Als erstes ist das *one-one principle* (Prinzip der Eins-zu-Eins-Zuordnung) zu nennen. Dieses Prinzip beschreibt die Tatsache, dass jedem Element, das gezählt wird, genau ein Zahlwort zugeschrieben wird. Eine Person muss während des Zählprozesses überblicken, welche Elemente es bereits gezählt hat und welche noch nicht. Gleichzeitig darf jedes Element nur einmal gezählt werden. Sobald ein Element mit zwei Zahlwörtern benannt wird, also doppelt gezählt wird, ist das one-one principle nicht mehr erfüllt. Das *stable-order principle* (Prinzip der stabilen Abfolge) gibt das Verständnis des Kindes an, dass jedes Zahlenwort nur einmal in der Zahlenfolge vorkommt und diese Zahlwortreihe einer stabilen Reihenfolge unterliegt, die jederzeit wiederholbar ist. Nur wenn diese Zahlwortreihe eingehalten wird, können Objekte sicher gezählt werden und kann der Zählprozess mit dem gleichen Ergebnis jederzeit wiederholt werden. Das *cardinal principle* (Kardinalitätsprinzip) umfasst die Mächtigkeit der Elemente. Bei Beherrschung des Prinzips sind die Kinder in der Lage, die letzte Zahl einer Abfolge als Anzahl bzw. Mächtigkeit des vorliegenden Sets zu erkennen. Gelman und Gallistel (1986, S. 80) gehen davon aus, dass das Kardinalitätsprinzip in Beziehung zu den anderen beiden Prinzipien steht. Auch wenn das one-one principle und das stable-order

principle beherrscht werden, heißt das nicht zwingend, dass das cardinal principle verstanden wird. Die ersten beiden Prinzipien werden vor dem Kardinalitätsprinzip erlernt. Das Prinzip der Eins-zu-Eins-Zuordnung, das der stabilen Abfolge und das Kardinalitätsprinzip beschreiben den Ablauf des Zählprozesses. Sie werden auch als *how-to-count principles* bezeichnet. Zwei weitere Prinzipien geben laut Gelman und Gallistel (1986, S. 136–159) an, unter welchen Grundvoraussetzungen die ersten drei Prinzipien schließlich angewendet werden können. Das *abstraction principle* (Abstraktionsprinzip) stellt die Tatsache dar, dass der Zählprozess auf jegliche Anordnungen übertragen werden kann, unabhängig davon, ob die Elemente physisch vor dem Kind liegen oder nicht. Diese Abstraktionsfähigkeit umfasst auch das Verständnis, dass Dinge auch dann in einer Zahlenreihe gezählt werden können, wenn sie unterschiedlich sind. Das *order-irrelevance principle* (Prinzip der Irrelevanz der Anordnung) besagt, dass sowohl die Reihenfolge als auch die Anordnung der zu zählenden Elemente irrelevant ist. Das Kind muss lernen, dass es nicht entscheidend ist, wo es zu zählen anfängt und in welcher Reihenfolge es die Objekte schließlich zählt, vorausgesetzt, es verwendet jedes Zahlenwort nur einmal (*stable-order principle*). Das Zählergebnis ändert sich nicht, auch wenn der Zählprozess bei einem anderen Objekt beginnt (Hasemann & Gasteiger, 2014, S. 19). Bei diesen beiden letzten Prinzipien steht daher nicht das how-to-count im Fokus, sondern vielmehr die Anwendbarkeit eben dieser drei how-to-count principles.

Insgesamt wird davon ausgegangen, dass „die fünf Prinzipien in Form von *angeborenen* [Hervorhebung v. Verf.] funktionalen Einschränkungen zur Verfügung stehen und deshalb nicht gelernt werden müssen“ (Stern, 1998, S. 56). Außerdem können Kinder bereits einen Einblick in die drei ersten Prinzipien haben, gleichzeitig aber noch beim Aufsagen der Zahlwortreihe Fehler machen (Stern, 1998, S. 56). Allerdings verläuft die Umsetzung der Prinzipien bei jedem Kind unterschiedlich, da sie sowohl von der konkreten Situation als auch vom Zahlenraum abhängig ist (Hasemann & Gasteiger, 2014, S. 20). Die Zählprinzipien nach Gelman und Gallistel (1986) werden auch als *principle-before-theory* oder *principles-first* bezeichnet (Sarnecka & Carey, 2008; Wynn, 1990), da die Vertreter:innen dieses Theorieansatzes davon ausgingen, dass die Kinder bereits im Kleinkindalter intuitiv über zahlenspezifische Prinzipien verfügen, die bereits vor den ersten Zählerfahrungen vorhanden sind (Hasemann & Gasteiger, 2014, S. 21; Stern, 1998, S. 56).

Zahlwortreihe nach Fuson

Das Erlernen der korrekten Zahlwortreihe, das bei Gelman und Gallistel (1986) eine beiläufige Rolle einnimmt, beschreibt Fuson (1988) ausführlich in ihrer Theorie der Entwicklung der Zählkompetenz. Sie gilt als Vertreterin der *principle-after theory* oder *principles-after* (Sarnecka & Carey, 2008, S. 663). Laut ihrer Auffassung erlernen die Kinder zunächst das Zählen eher beiläufig, ohne spezifische Bedeutungen, bevor der Zählvorgang generalisiert wird und schließlich die bereits beschriebenen Zählprinzipien erworben werden (Wullschlegel, 2017, S. 48). Innerhalb von fünf nacheinander durchlaufenen Stufen gelangt das Kind zur korrekt ausgeführten Zahlwortreihe (Fuson, 1988, S. 50–55).

Die erste Stufe bezeichnet Fuson (1988) als *string level* (Zahlwortreihe als Ganzheit). Auf dieser Ebene werden die Zahlwörter noch als Ganzes aufgefasst und wie bei einem auswendig gelernten langen Wort wiedergegeben. Die einzelnen Zahlwörter können noch nicht voneinander unterschieden und somit auch noch nicht zum Abzählen von einzelnen Elementen genutzt werden. Folglich haben sie auch noch keinerlei kardinale Bedeutung. Die zweite Ebene wird als *unbreakable list level* (unflexible Zahlwortreihe) bezeichnet. Der Unterschied zum ersten Level ist, dass die Zahlwörter nun als einzelne Einheiten aufgefasst werden und somit auch zum Bestimmen von Anzahlen eingesetzt werden können. Allerdings startet die Zahlwortreihe auf diesem Niveau immer mit der Zahl eins, gleichzeitig können Vorgänger und Nachfolger einer Zahl durch das Aufsagen der Zahlwortreihe bestimmt werden. Diese Kompetenz ist auf der nächsten Stufe, dem *breakable chain level* (teilweise flexible Zahlwortreihe), ohne erneutes Aufsagen möglich. Die Zahlwortreihe kann beginnend von einer beliebig gezählten Zahl bis zu einer anderen Zahl weitergezählt werden. Rückwärtszählen gelingt bereits auch in ersten Ansätzen, allerdings später als das Vorwärtszählen. Fuson (1988) geht davon aus, dass auf dieser Ebene bereits ein erstes kardinale Verständnis vorliegt, da das Kind anfängt zu verstehen, dass eine Zahl die vorherig genannten Zahlen inkludiert. Auf der vierten Stufe, dem *numerable chain level* (flexible Zahlwortreihe), können die Zahlwörter zum zählenden Rechnen (von einem bestimmten Zahlwort kann um eine vorgegebene Anzahl an Schritten weitergezählt werden) eingesetzt werden. Dies ist möglich, da sie als numerische Einheiten verstanden werden und somit der Einblick besteht, dass für das Erreichen des Zahlwortes ‚sechs‘ auch sechs Zahlwörter genannt werden müssen. Das Kind kann auf dieser Ebene rückwärts zählen, allerdings ist dies schwieriger als das Vorwärtszählen. Diese

Einschränkung fällt auf der fünften und letzten Niveaustufe, dem *bidirectional chain level* (vollständig reversible Zahlwortreihe) weg. Hier kann beginnend bei jedem Zahlwort vorwärts und rückwärts gezählt werden, gleichzeitig kann während des Zählvorgangs die Zählrichtung ohne Schwierigkeiten geändert werden, was wiederum für den Einblick in die Rechenarten Addition und Subtraktion entscheidend ist. Fuson (1988) geht davon aus, dass auf dieser letzten Ebene der Einblick stattgefunden hat, dass jede einzelne Zahl die vorherige Zahl der Zahlwortreihe enthält.

Dieses schrittweise Erlernen der Zahlwortreihe trifft vor allem auf die weitgehend unregelmäßige Zahlenfolge bis 20 zu. Die weitere Zahlwortreihe kann weitgehend durch die Anwendung dekadischer Analogien erschlossen werden (Hasemann & Gasteiger, 2014, S. 23). Das Erreichen der Stufe der vollständig reversiblen Zahlwortreihe erfolgt nicht unabhängig von der Erkenntnis, dass mit Zahlwörtern Anzahlen benannt werden. Denn mit der regen Auseinandersetzung des Abzählens von Elementen wird auch allmählich die Zahlwortreihe mit der passenden Anzahl in Verbindung gebracht (Resnick, 1983, S. 111).

Protoquantitative Schemata nach Resnick

Ausgangspunkt für die Entwicklung mathematischer Fähigkeiten ist bei Resnick (1989, S. 162–164) ein sehr frühes Bewusstsein für Mengen, das bereits bei Säuglingen nachgewiesen werden kann (Kap. 3.1, S. 28) und ohne ein Verständnis für Sprache besteht. Außerdem ist für die von Resnick beschriebenen protoquantitativen Schemata keine Zahlenkenntnis nötig. Diese entwickelt sich parallel zu den Schemata, genauso wie die Zählkompetenz. Kinder sind früh in der Lage, die Anzahl kleiner Sets zu unterscheiden und gleiche Anzahlen zu erkennen. Die Bezeichnung *protoquantitative Schemata* macht deutlich, dass diese Vergleiche eher auf der Wahrnehmung beruhen als auf einer exakten Anzahlbestimmung durch Zählen. Kinder verfügen früh über ein *protoquantitative comparison schema* (Vergleichs-Schema). Es können Elemente verglichen werden, ohne zu zählen. Hier spielen Mengenwörter, wie z. B. *viel* oder *wenig*, eine Rolle (Resnick, 1989, S. 162). Als Zweites benennt Resnick (1989) das *protoquantitative increase/decrease schema* (Zu- und Abnahme-Schema), welches das Verständnis beschreibt, dass eine Menge durch Hinzunahme größer bzw. durch Wegnahme kleiner wird. Gleichzeitig entwickelt sich das Verständnis, dass eine Menge gleichbleibt, wenn nichts

weggenommen oder hinzugefügt wird. Dieses Schema stuft Resnick (1989) als Basis für die Rechenarten Addition und Subtraktion ein.

Die beschriebenen Schemata von Resnick (1989) widersprechen der Ansicht von Piaget und Szeminska (1972), die davon ausgehen, dass diese Kompetenzen noch nicht im Kindergartenalter vorhanden sind. Diese konträren Studienergebnisse wurden vielfach untersucht und erklärt. Laut Donaldson (1982, S. 28) sind hierfür vor allem die Formulierungen und Abfolgen im Studiendesign von Piaget verantwortlich.

Schließlich ist das *protoquantitative part-whole schema* (Teil-Ganzes-Schema) nach Resnick (1989) zu nennen, das die additive Eigenschaft von Mengen beleuchtet: Eine Menge kann aufgeteilt und schließlich wieder zusammengefügt werden und bleibt dabei identisch mit der Ausgangsmenge. Es entsteht eine neue, größere Menge, wenn zwei Teilmengen zusammengefügt werden. Dieses Wissen gibt den Kindern die Fähigkeit, Beziehungen von Teilen und Ganzen zu beurteilen. Dieser Entwicklungsschritt findet in Kombination mit dem Zählen statt.

3.3 Modelle der Entwicklung der Zahl-Größen-Kompetenzen

Jede der im vorherigen Kapitel beschriebenen Ansichten hatte in unterschiedlicher Art und Weise Einfluss auf die neueren Modelle der Zahl-Größen-Kompetenzen. Grundsätzlich lässt sich die Entwicklung dieser Kompetenzen aus „unterschiedlichen theoretischen Perspektiven in den Blick nehmen: die neurokognitive, die kognitiv-entwicklungspsychologische und die mathematikdidaktische“ (Fritz et al., 2018, S. 10). In der vorliegenden Arbeit werden zwei dieser Blickwinkel aufgegriffen. Zunächst werden ausgewählte entwicklungspsychologische Modelle in den Fokus gestellt (Kap. 3.3.1). Dabei wird jeweils die Orientierung an den vorangestellten klassischen Anschauungen aufgegriffen. Ergänzend wird die neurokognitive Sichtweise beschrieben (Kap. 3.3.2).

3.3.1 Entwicklungspsychologische Modelle

Im deutschsprachigen Raum werden im Zusammenhang mit den Zahl-Größen-Kompetenzen häufig die Entwicklungsmodelle von Fritz und Ricken (2008) sowie Krajewski (2008) zitiert. Beide Modelle wurden in den letzten Jahren weiterentwickelt und konkretisiert (z. B. Fritz, Ehlert & Balzer, 2013; Krajewski, 2013) und schließlich empirisch validiert (Fritz et al.,

2018; Krajewski & Schneider, 2006, 2009b). Es handelt sich bei ihnen um entwicklungspsychologische Modelle zur Entwicklung der Zahl-Größen-Kompetenzen. Sie beziehen sich auf die bereits vorgestellten klassischen Ansichten zur Entwicklung der Zahl-Größen-Kompetenzen. Beispielsweise erinnern die Niveaustufen des Entwicklungsmodells arithmetischer Konzepte von Fritz und Ricken (2008) inhaltlich an die Entwicklung der Zählkompetenz nach Fuson (1988). Die protoquantitativen Schemata von Resnick (1989) werden im Modell der Zahl-Größen-Verknüpfung berücksichtigt, und auch bei Begrifflichkeiten wie Enthaltensein und Klasseninklusion wird im Modell arithmetischer Konzepte auf diese Theorie verwiesen. Die beiden Entwicklungsmodelle werden nun ausführlich vorgestellt.

Entwicklungsmodell arithmetischer Konzepte

Das kognitiv-entwicklungspsychologisch orientierte „Entwicklungsmodell arithmetischer Konzepte“ (Fritz & Ricken, 2008; Fritz et al., 2013) gliedert sich in sechs Niveaustufen, die einen schrittweisen Erwerb der arithmetischen Kompetenzen im Sinne konzeptuellen Wissens beschreiben (Fritz et al., 2018, S. 13). Dabei werden die Niveaustufen nicht als strikte Abfolge, sondern als „overlapping waves“ (Siegler, 2005, S. 771) dargestellt. Das Lernen und die Entwicklung sind variabel und sich stetig verändernde bzw. vertiefende Prozesse. Innerhalb des Modells wird auf der ersten Stufe der Erwerb der Zahlwörter aufgeführt, der Kindern im Alter von ca. 4 Jahren zugeschrieben wird. Frühere Kompetenzen finden in diesem Modell keine Berücksichtigung. Die sechs Niveaustufen lassen sich wie folgt beschreiben (Fritz & Ricken, 2008, S. 33–42; Fritz et al., 2013, S. 44–52):

Niveau I: Zählzahl

Auf diesem Niveau verstehen die Kinder die Zahl als Resultat von Zählprozessen. Bevor dieses Verständnis erlangt ist, lernen sie zuerst das Aufsagen der Zahlwörter in einer Art Reim. Sie erlernen also die Zahlwortreihe, ohne dass ihnen die Bedeutung der Zahlwörter bekannt ist. Diese werden als einzelne sprachliche Einheiten wahrgenommen und die Kinder führen eine Eins-zu-Eins-Zuordnung innerhalb eines Zählprozesses durch. Dies geschieht ohne das inhaltliche Verständnis, dass jede Zahl eine gewisse Mächtigkeit einer Menge repräsentiert. Fritz et al. (2018, S. 14) sprechen stattdessen von einer simultan erfassten Menge, der ein Zahlwort zugeordnet wird. Simultanerfassung bzw. Subitizing (Kap. 3.1, S. 28) wird als spezifischer kognitiver Vorgang betrachtet, der sich auf eine schnelle und exakte Erfassung von

kleinen Mengen bis zu vier Elementen mit einem Blick bezieht (G. S. Starkey & McCandliss, 2014, S. 122).

Niveau II: Ordinaler Zahlenstrahl

Sobald die Kinder das Niveau des ordinalen Zahlenstrahls erreicht haben, gelingt es ihnen, die Zahlworte und die Zahlwortsequenz mit spezifischen Quantitäten zu verbinden (Fritz et al., 2018, S. 14). Sie bauen einen mentalen Zahlenstrahl auf, wobei dieser zunächst nur eine ordinale Repräsentation der Zahlwortreihe darstellt. Er ist somit auf diesem Niveau noch logarithmisch skaliert. Dies bedeutet, dass größere Zahlen als enger beieinander liegend wahrgenommen und erst im Laufe der Schuleingangsphase die Relationen angepasst werden (Nuerk, Moeller, Klein, Willmes & Fischer, 2011, S. 13; Nuerk, Moeller & Willmes, 2015, S. 22). Auf der Grundlage der Konstruktion eines solchen Zahlenstrahles können die Kinder Vorgänger und Nachfolger einer Zahl bestimmen, indem sie die Zahlwortreihe durchgehen und schließlich die Position der Zahlen vergleichen. Vorausgesetzt, das Kind schafft es, dieses Wissen mit dem protoquantitativen increase/decrease Schema (Kap. 3.2.2, S. 37) zu verknüpfen, können bereits einfache Additions- und Subtraktionsaufgaben unter Zuhilfenahme der Finger oder von Material gelöst werden.

Niveau III: Kardinalität und Zerlegbarkeit

Auf dieser Niveaustufe wird das wichtige Konzept der Kardinalität erlernt. Ab dieser Stufe versteht das Kind, dass ein Zahlwort immer auch eine bestimmte Menge repräsentiert. Somit ist ein Vergleich von Nachbarzahlen nicht mehr nur über die Eins-zu-Eins-Zuordnung möglich, sondern über die Mächtigkeit der gezählten Elemente. Das Kind versteht, dass die Zahl „4 . . . kleiner als 5 [ist], weil die Menge 4 weniger Elemente enthält als die Menge 5; auf Niveau II hingegen ist die Position innerhalb der Zahlwortreihe maßgeblich“ (Fritz et al., 2018, S. 15–16). Zu diesem Verständnis kommen innerhalb des dritten Niveaus die Zerlegbarkeit und Zusammensetzbarkeit von Mengen hinzu.

Niveau IV: Enthaltensein und Klasseninklusion

Das Teil-Teil-Ganze-Konzept ist ein komplexes Konzept und gilt als bedeutendster konzeptueller Fortschritt innerhalb der ersten Schulbesuchsjahre (Fritz et al., 2018, S. 16). Dabei ist das Verständnis dieses Konzeptes nicht bereits auf dieser Ebene abgeschlossen, sondern

wird im weiteren Lernprozess mit weiteren Konzepten verbunden und vertieft (Fritz et al., 2018, S. 16). Eine Zahl wird als ein zusammengesetztes Ganzes wahrgenommen, das auf ganz unterschiedliche Art und Weisen in kleinere Einheiten zerlegt werden kann. Findet eine solche Zerlegung statt, wird folglich auch die Menge in zwei Teilmengen aufgeteilt, die bei einem darauffolgenden Zusammenschluss wieder äquivalent zur Ausgangsmenge sind (Fritz et al., 2018, S. 17). Beherrschen die Kinder dies, wird ihnen bewusst, dass durch die Kenntnis zweier Mengen schließlich auf die dritte, fehlende Menge geschlossen werden kann. Somit werden Aufgaben lösbar, bei denen nach einer der drei Mengen gesucht wird.

Niveau V: Relationalität

Diese Stufe stellt das erfolgreiche Herstellen einer Verknüpfung der beiden Konzepte der Ordinalität (Niveau II) und der Kardinalität (Niveau III) dar. Ab diesem Niveau haben die Kinder die Einsicht erlangt, dass es sich bei der Zahlwortreihe um eine Zahlenfolge handelt, die pro Zahlwort um je 1 größer oder kleiner wird. Der Zahlenstrahl kann nun mit einer korrekten Abbildung von ein-, zwei- oder später auch mehrstelligen Zahlen erfolgen (Nuerk et al., 2011, S. 3). Die Abstände zwischen den einzelnen Zahlen sind somit immer identisch. Nun können Differenzen zwischen zwei Mengen benannt werden; sie werden als eine Beziehung zwischen zwei Mengen angesehen. Die Kenntnis dieses relationalen Zahlkonzepts ist die Voraussetzung für die Rechenarten Multiplikation und Division sowie das Stellenwertkonzept.

Niveau VI: Zahlen gleichmächtig bündeln

Auf diesem Niveau gelingt es den Kindern, eine Zahl in unterschiedliche, gleich große Teilmengen zu zerlegen bzw. eine Zahl aus gleich großen Bündeln zusammenzusetzen. Auf dieser letzten Niveaustufe des Modells findet eine Verknüpfung der Kenntnis der flexiblen Zerlegbarkeit von Zahlen (Niveau IV) mit dem Konzept der Relationalität (Niveau V) statt. Sie ist Grundlage für ein erfolgreiches Verständnis von Multiplikation und Division. Außerdem ist das erfolgreiche und fortführende Bündeln von jeweils 10 Elementen Grundlage für das Verständnis des Dezimalsystems.

Diese sechs Niveaustufen wurden systematisch empirisch überprüft (Fritz et al., 2018; Ricken, Fritz & Balzer, 2013) und beziehen sich auf Untersuchungen mit Kindern ab einem Alter von 4 bis 8 Jahren. Die Aufgaben wurden für die Niveaustufen I bis V im Zahlenraum bis 20 und für das Niveau VI im Zahlenraum bis 100 durchgeführt (Fritz et al., 2018, S. 13). Auf dem vorgestellten Modell basieren die beiden Tests MARKO-D (Ricken et al., 2013) und MARKO-D1+ (Fritz, Ehlert, Ricken & Balzer, 2017) sowie wie das MARKO-Screening (Ehlert, Ricken & Fritz, 2020).

Entwicklungsmodell der Zahl-Größen-Verknüpfung

Das zweite im Zusammenhang mit der vorliegenden Arbeit vorgestellte kognitive Entwicklungsmodell umfasst die numerische Entwicklung der Kinder ab dem Säuglingsalter bis in die Grundschulzeit. Es ist aber auch für das Lernen in der Sekundarstufe gültig (Krajewski, 2013, S. 156). Krajewski spricht 2007 noch von Mengen-Zahlen-Kompetenzen, 2013 präzisiert und erweitert sie diesen Begriff mit der Bezeichnung Zahl-Größen-Kompetenzen. Der Begriff *Mengen* wurde insofern genauer gefasst, als unter ihm häufig nur Stückzahlen, Flächen und Volumina, also räumliche Ausdehnungen bzw. „eine Ansammlung diskreter (also voneinander unterscheidbarer) Elemente“ (Krajewski & Ennemoser, 2013, S. 42) verstanden wurden. Genau diese Assoziation sollte aber vermieden werden, weshalb der „Begriff ‚Größe‘, [der] als eine Dimensionen übergreifende Abstraktion gesehen [wurde], deren Einheit offen bleibt“ (Krajewski, 2018, S. 11), ausgewählt wurde. Denn auch kontinuierliche, nicht primär abzählbare Dimensionen, wie z. B. Zeit, Gewicht und Dichte, sollten unter diesem Begriff gefasst werden.

Genau dieser Wandel der Begrifflichkeiten wird an anderer Stelle kritisiert, da aus mathematikdidaktischer Sicht von dem Begriff der Größen gesprochen wird, wenn es um das Messen geht, also um eine Verbindung von Maßzahlen mit Einheiten (Nolte, 2015, S. 63). Als Beispiele werden hier Längen, Zeiten und Geldwerte genannt. So könnte z. B. die Zahl-Größen-Verknüpfung fälschlicherweise als Verbindung zwischen einer Maßzahl und der Einheit verstanden werden, obwohl die Verbindung von einem Zahlwort mit einer Mengenvorstellung gemeint ist. Aus mathematikdidaktischer Sicht kann der Größen-Begriff daher missverständlich sein. Bei gezielter inhaltlicher Auseinandersetzung mit dem Modell finden sich aber klare Definitionen und Erklärungen für die gewählte Begrifflichkeit *Größen*. So ist jeweils ein

Ausmaß oder eine Stärke einer Dimension gemeint – und damit auch zu einem Teil die Quantität. Krajewski stellt aber klar, dass diese unabhängig von einem „theoretisch herstellbaren Bezug zu Zahlen [sind] und damit *numerisch unbestimmt* [Hervorhebung v. Verf.] betrachtet werden“ (Krajewski, 2018, S. 11). Vielmehr ist diese Verknüpfung, die es ermöglicht, Größen exakt zu quantifizieren, ein Ziel der im Modell beschriebenen Entwicklung. Im Folgenden wird daher trotz der Kritik aus der Mathematikdidaktik an dem Begriff der Größe festgehalten.

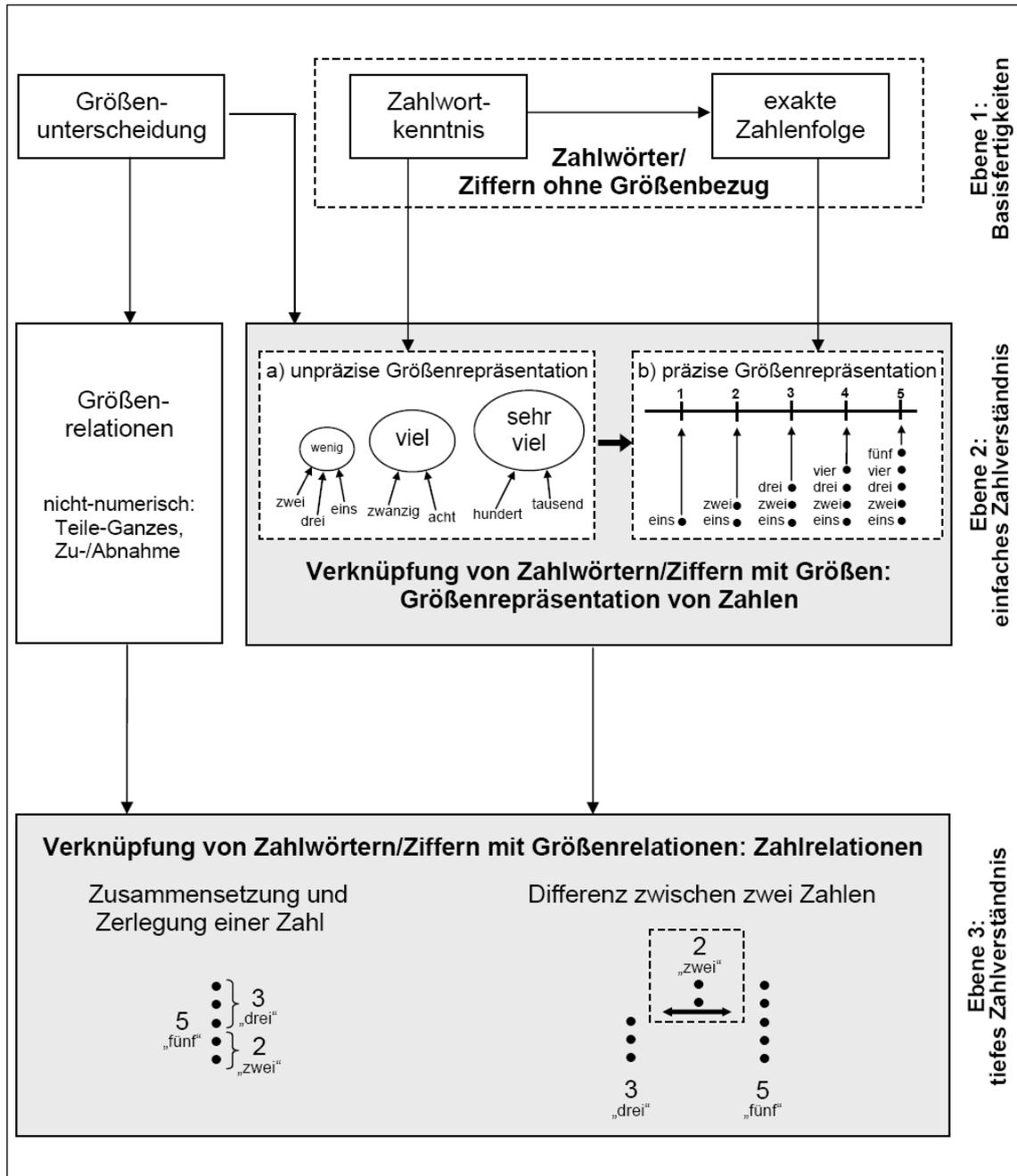


Abbildung 2. Entwicklungsmodell der Zahl-Größen-Verknüpfung nach Krajewski (2013) (leicht modifizierte Abbildung nach Krajewski 2008)

Das Modell der Zahl-Größen-Verknüpfung (ZGV-Modell, Abbildung 2) beschreibt die Entwicklung eines numerischen Verständnisses von Zahlen bei Kindern (Krajewski, 2013, S. 155) und rückt dabei das sich herausbildende konzeptuelle Verständnis der Zahlen als Repräsentanten von Mengen, Größen und Größenrelationen in den Fokus (Krajewski, 2018, S. 11). Es ist in drei Stufen gegliedert, die sich wiederum aus einzelnen Kompetenzen zusammensetzen (Krajewski, 2013, S. 155–160, 2018, S. 12–15):

Ebene 1: Basisfertigkeiten – Zahlwörter und Ziffern ohne Größenbezug

Auf der ersten Ebene stehen Basisfertigkeiten im Zusammenhang mit Mengen und Zahlen im Fokus, die sich zunächst unabhängig voneinander entwickeln. Bereits ab dem Säuglingsalter können Mengen anhand der räumlichen Ausdehnung bzw. der Größe der Menge unterschieden werden (Kap. 3.1, S. 28). So können Kinder sehr früh in der Entwicklung, deutlich bevor sie z. B. zu sprechen beginnen, Größen anhand ihrer kontinuierlichen Größe voneinander unterscheiden. Krajewski nennt hier als Beispiel die Unterscheidung einer großen Menge Reis(brei) von einer kleineren Menge Reis(brei) auf einem anderen Teller direkt daneben. Das Kind erkennt die Andersartigkeit der beiden Tellerinhalte, was auf eine Differenzierungsfähigkeit der räumlichen Ausdehnung (mehr/weniger) zurückzuführen ist und damit nicht mit der Unterscheidung von diskreten Zahlen (Anzahl der einzelnen Reiskörner) gleichzusetzen ist. Auf dieser Ebene basiert die Unterscheidung von Mengen auf dem Vergleich von kontinuierlichen Größen, wie Ausdehnung, Fläche, Volumen und Zeitdauer, und ist an die Wahrnehmung gebunden. Ein Verständnis von Zahlen ist dafür nicht nötig.

Parallel zum ersten Mengenverständnis entwickelt sich, sobald der Spracherwerb eingesetzt hat, die Fähigkeit, Zahlwörter aufzusagen. Diese werden häufig von Beginn an in der richtigen Reihenfolge genannt, da sie im Alltag z. B. von den Eltern zum Auszählen verschiedener Dinge genutzt werden. Zusätzlich erwerben die Kinder einen Einblick in die Verwendung der Ziffernzahlen, die zunächst Symbole der Zahlwörter darstellen. Der Bezug zum Mengenverständnis ist somit beim ersten Einblick sowohl in das Aufsagen der Zahlwörter als auch in die Ziffernzahlen noch nicht vorhanden. Hinter dem Aufsagen der Zahlwortreihe oder dem Aufschreiben der Ziffernzahlen steht noch kein numerischer Sinn.

Ebene 2: Einfaches Zahlverständnis – Verknüpfung von Zahlwörtern und Ziffern mit Größen (Anzahlkonzept)

Der auf der ersten Ebene noch fehlende numerische Sinn hinter den Zahlen wird auf der zweiten Ebene nun schrittweise erworben. Die Zahlwörter bzw. Ziffern werden mit den dahinterstehenden Mengen bzw. Größen verknüpft. Das geschieht in zwei Phasen: Die erste Phase beschreibt Krajewski als unpräzise Zahl-Größen-Verknüpfung. Die sich auf der ersten Ebene parallel entwickelnden Kompetenzen werden nun grob miteinander in Verbindung gebracht, zunächst in groben Kategorien und nicht im Sinne einer exakten Verknüpfung. Da

z. B. die Fähigkeit zum Aufsagen der Zahlwortfolge noch nicht durchgängig und korrekt erworben ist und gleichzeitig ein Mengenvergleich zunächst nur auf kontinuierlichen Größen beruht, liegen noch gewisse Ungenauigkeiten vor. In dieser Phase können Kinder Zahlwörter wie „hundert“ oder „zwei“ entsprechenden groben Mengenvorstellungen wie „viel“ oder „wenig“ zuordnen. Dieser Vergleich gelingt nur, wenn die beiden zu vergleichenden Mengen bzw. Zahlen in unterschiedlichen Größenkategorien liegen, sich also deutlich in ihrer Größe voneinander unterscheiden. Gleichzeitig ist diese unpräzise Größenrepräsentation aber auch möglich, wenn die Zahlwortreihe z. B. bis 100 noch nicht (korrekt) beherrscht wird. Diese Ungenauigkeiten bzw. Wissenslücken sind mit dem Erreichen der zweiten Phase dieser Ebene überwunden. Im Zuge der exakten Zahl-Größen-Verknüpfung haben die Kinder den Einblick erlangt, dass eine Menge aus diskreten (auszählbaren) Elementen bestehen kann. Damit kann auch ein Vergleich dieser Elemente auf der Ebene der Stückzahlen erfolgen. Das one-one principle, also die eindeutige Zuschreibung einer Anzahl zu einem bestimmten Zahlwort, stellt hier die zentrale Fähigkeit dar. Mit diesem Einblick ist schließlich auch der Vergleich von eng beieinanderliegenden Zahlen, den Nachbarzahlen, möglich.

Parallel zu dem präzisen Anzahlkonzept bzw. dem Kardinalverständnis entwickelt sich auf dieser Ebene auch die Größenunterscheidung der ersten Ebene weiter. Um schließlich ein tiefes Zahlverständnis und damit die Ebene 3 des Modells zu erreichen, müssen die Kinder verstehen, dass die einzelnen Elemente einer Menge bzw. Größe Beziehungen zueinander aufweisen. Diese verändert sich z. B. nicht, wenn sie in mehrere Teile zerlegt und wieder zusammengesetzt wird oder wenn die Elemente umgestellt oder umgeschüttet werden. Sobald aber etwas hinzugefügt oder weggenommen wird, kommt es zu einer Veränderung. Allerdings kann eine solche bei Erreichen dieser Ebene noch nicht mit Zahlen beschrieben werden, was den Unterschied zur folgenden und letzten Ebene 3 darstellt.

Ebene 3: Tiefes Zahlverständnis – Verknüpfung von Zahlwörtern und Ziffern mit Größenrelationen (Zahlrelationen)

Auf der Ebene des tiefen Zahlverständnisses entwickelt sich die in der vorherigen Stufe erlangte „Größenrepräsentation von Zahlen“ weiter zu den sogenannten Zahlrelationen: Das Beschreiben von Größen- und Zahlenrelationen anhand von Zahlen. Zwar konnten auch schon auf der vorherigen Ebene Mengen aufgeteilt und wieder zusammengesetzt werden, doch nun können diese Vorgänge mit Zahlen beschrieben werden. Sobald Kinder diese

Verknüpfung beherrschen, haben sie die relationalen Eigenschaften einer Zahl verstanden. Ihnen ist es möglich, Zahlen in kleinere Zahlen zu zerlegen und diese auch wieder zusammensetzen. Außerdem verstehen sie, dass der Unterschied zwischen zwei Zahlen mit einer dritten Zahl benannt werden kann (Differenzbestimmung). Diese Einsicht in die Beziehung zwischen einem Ganzen und seinen Teilen gilt als wichtige Grundlage für das Verständnis und die Umsetzung von Addition und Subtraktion (Ennemoser, Krajewski & Schmidt, 2011, S. 232).

Das ZGV-Modell zeigt, dass die Entwicklung der Zahl-Größen-Kompetenzen abhängig von der Größe des Zahlenraumes ist (Krajewski, 2013, S. 160). Kleinere Zahlenräume (z. B. bis 10) werden deutlich früher erfasst als größere Zahlenräume (z. B. bis 1 000). Daher ist es möglich, dass sich Schüler:innen zum gleichen Zeitpunkt auf unterschiedlichen Entwicklungsebenen der jeweiligen Stufen befinden. Im Zehneraum kann sich ein Kind bereits auf der dritten Ebene befinden und damit die Zerlegung der Zahlen sicher beherrschen, während es für den gesamten Hunderterraum noch die Zahlwörter erarbeiten muss und sich somit auf der ersten Ebene befindet. Gleichzeitig sollte von einer sicheren Beherrschung des Zehneraumes auf der dritten Ebene des ZGV-Modells nicht darauf geschlossen werden, dass die Zahlen des Hunderterraumes in ihrer Mächtigkeit auf der zweiten Ebene unterschieden werden können (Schneider et al., 2013, S. 32). Die Einschätzung der verschiedenen Zahl-Größen-Kompetenzen muss daher immer in Abhängigkeit vom Zahlenraum geschehen. Gleiches gilt für die Repräsentationsform der Zahlen, auch sie kann sich auf unterschiedlichen Entwicklungsebenen befinden. Beispielsweise kann ein Kind verbale Zahlwörter schon recht sicher zerlegen, gleichzeitig aber noch keine arabische Ziffer benennen (Krajewski, 2013, S. 161).

Die im ZGV-Modell beschriebenen Zahl-Größen-Kompetenzen geben entscheidende Hinweise auf die spätere Leistungsentwicklung in der Schule, was im Rahmen mehrerer Längsschnittstudien überprüft wurde (Krajewski & Schneider, 2006, 2009b). Auf der Grundlage des Modells sind auch die beiden Tests MBK 0 (Krajewski, 2018) und MBK 1+ (Ennemoser, Krajewski & Sinner, 2017) entstanden. Mit dem MBK 0 werden die mathematischen Basis-kompetenzen dreieinhalb- bis siebenjähriger Kindergartenkinder erfasst, während der

MBK 1+ für Kinder ab sechs Wochen nach Schuleintritt bis zum Ende der ersten Klasse validiert ist.

Vergleich des Entwicklungsmodells arithmetischer Konzepte mit dem Modell der Zahl-Größen-Verknüpfung

Bei beiden beschriebenen Entwicklungsmodellen handelt es sich um kompetenzorientierte Ansätze mit Schwerpunkt auf den mathematischen Basiskompetenzen. Die Modelle haben beide zum Ziel, ausgehend von einer Kompetenzerfassung Aufschluss über eine darauf basierende, gewinnbringende Förderung zu geben. Insgesamt umfassen sie ähnliche numerische Kompetenzen bzw. Konstrukte. In beiden Modellen spielen die präzise Größenrepräsentation bzw. das Anzahlkonzept, die Zerlegbarkeit von Zahlen, das Teil-Teil-Ganze-Konzept bzw. das Enthaltensein und die Zahlrelationen grundlegende Rollen. Dennoch unterscheiden sich die beiden Modelle teilweise deutlich in ihrer theoretischen Auseinandersetzung mit diesen Bereichen.

Bei Ricken, Fritz und Balzer (2011, S. 258) wurden zentrale Konzepte der frühen mathematischen Entwicklung ausgewählt und die Annahmen zu ihrer Aufeinanderfolge in der Entwicklung empirisch überprüft. Das Modell von Krajewski (2008, 2013, 2018) berücksichtigt die protoquantitativen Schemata nach Resnick (Kap. 3.2.2, S. 41) und rückt vor allem die Verknüpfung des Mengenverständnisses mit den Zahlen in den Fokus. Dadurch spielen im ZGV-Modell neben den drei aufeinander aufbauenden Ebenen die Verbindungen einzelner, sich parallel entwickelnder Konstrukte eine entscheidende Rolle. Das Entwicklungsmodell arithmetischer Konzepte nach Fritz et al. (2018) geht hingegen von sechs aufeinanderfolgenden Niveaustufen aus.

Deutlich wird auch ein Unterschied im Bereich der Kompetenzen Zahlenfolge und Zahlwortkenntnis. Fritz et al. (2018) beschreiben beide gemeinsam als Zählprozess, der auf der erworbenen Eins-zu-Eins-Zuordnung basiert. Das Aufsagen der Zahlen führt zu dem Aufbau eines mentalen Zahlenstrahls, anhand dessen schließlich auch erste Additions- und Subtraktionsaufgaben gelöst werden können. Insgesamt wird der Entwicklung des Zählens eine große Bedeutung beigemessen. Krajewski (2018) verortet die Kompetenzen Zahlenfolge und Zahlwortkenntnis auf der ersten Ebene der Basisfertigkeiten. Beide stehen aber für sich als eigenständige Fähigkeiten. Es wird betont, dass beim Aufsagen der Zahlwortreihe nicht

zwangsläufig das Mengenverständnis für die Zahlen vorliegen muss (dieses erfolgt erst auf der zweiten Ebene). Der erfolgreiche Erwerb der Zahlenfolge wird zunächst losgelöst von konzeptuellen Einblicken dargestellt, während bei Fritz et al. die Eins-zu-Eins-Zuordnung von Anfang bestimmend ist.

Der Bereich der Größenunterscheidung spielt im ZGV-Modell nach Krajewski (2018) eine entscheidende Rolle. Er bildet die Basis für einen erfolgreichen Einblick in das spätere Kardinalverständnis. Im Entwicklungsmodell arithmetischer Konzepte nach Fritz et al. findet dieser Bereich hingegen keine gesonderte Beachtung: Die Größenunterscheidung wird im Entwicklungsvorlauf vor dem Zählprozess verortet, bevor das Kind etwa 4 Jahre alt ist. Da die Niveaustufen Kinder ab einem Alter von 4 Jahren berücksichtigen, bleiben die Bereiche Vermehren, Vermindern und Vergleichen unberücksichtigt.

Ein weiterer Bereich, der nach Krajewski einen wichtigen Entwicklungsschritt darstellt, ist die unpräzise Größenrepräsentation. Aufgrund des bereits ab Geburt vorhandenen Mengenverständnisses (Kap. 3.1, S. 28) sind Kinder bereits vor dem konzeptuellen Einblick in die Zahlen in der Lage, Mengen in grobe Kategorien einzuteilen, wie z. B. wenig und viel. Dabei muss die Kompetenz Zahlwortreihe noch nicht vollständig beherrscht werden. Hingegen wird der Vergleich von Zahlen bei Fritz et al. (2018) erst mit Einblick in die vollständige Zahlwortreihe möglich, da sie nun auf der Grundlage der Platzierung in der Zahlwortreihe verglichen werden können.

Auf der Niveaustufe VI des Entwicklungsmodells arithmetischer Konzepte beschreiben Fritz et al. (2018) die große Bedeutung des Bündelns. Im ZGV-Modell von Krajewski (2018) wird es nicht explizit aufgeführt. Dem inhaltlichen Verständnis nach könnte diese Fähigkeit der Ebene 3 des Modells zugeschrieben werden (Schnepel, 2019, S. 64).

3.3.2 Neurokognitive Modelle

Innerhalb der wissenschaftlichen Disziplin der kognitiven Neuropsychologie werden zerebrale Netze untersucht, indem auf Daten von Menschen mit Hirnläsionen zurückgegriffen wird (Schneider et al., 2013, S. 39). Wenn nach einem Gehirnschaden ein bestimmter Bereich von Fähigkeiten nicht mehr funktioniert, ein anderer aber keine Einschränkungen aufweist, kann daraus geschlossen werden, dass diese Fähigkeiten auf verschiedenen neuronalen Netzen beruhen (Schneider et al., 2013, S. 39). Hier wird auch von einer Dissoziation

gesprochen, also der „Beobachtung, daß nach einem Gehirnschaden ein Bereich von Fähigkeiten nicht mehr zugänglich ist, während ein anderer, vergleichbarer, größtenteils intakt bleibt“ (Dehaene, 1999, S. 204). Folglich verändert sich eine Fähigkeit, weil nicht mehr auf das beschädigte Gehirnareal zugegriffen werden kann. „Die zweite Fähigkeit bleibt intakt, weil die dafür zuständigen Areale von der Läsion verschont bleiben“ (Dehaene, 1999, S. 204). Nicht immer ist eine Dissoziation die richtige Erklärung. Wenn Neuropsycholog:innen aber diverse Alternativen ausgeschlossen haben (z. B. unterschiedliche Schwierigkeitsstufen der Aufgaben), kann die Forschung zu Menschen mit Hirnläsionen wichtiges Wissen über die Organisation des Gehirns liefern (Dehaene, 1999, S. 204). Die Erkenntnis, dass „domänenspezifisch repräsentiertes Wissen in unterschiedlichen Hirnregionen [lokalisiert ist]“ (Ratz, 2011, S. 20), bestätigt eine bereichsspezifische Betrachtung der kognitiven Entwicklung.

Die Verarbeitung von Zahlen gilt als eine hochkomplexe kognitive Leistung (Schneider et al., 2013, S. 39). Viele neuronale Teilkomponenten sind beteiligt, damit eine Bearbeitung erfolgreich stattfinden kann. Neuropsychologische Studien belegen, dass es eine Vielzahl von neuronalen Arealen gibt, die untereinander vernetzt sind und für die erfolgreiche Repräsentation von Zahlen und ihrer Bedeutung verantwortlich sind. Dabei hat jeder Bereich eine bestimmte Funktion und „kann als mentales Modul gesehen werden, das auf die Verarbeitung der Daten einer bestimmten Quelle spezialisiert ist“ (Dehaene, 1999, S. 205). So konnte Dehaene (1999, S. 216–218) bei einer Person mit Hirnläsionen feststellen, dass diese problemlos sowohl schreiben als auch Zahlen und Wörter lesen konnte. Außerdem beherrschte die Person das Einmaleins. Bei Aufgaben, die eine Beherrschung des Anzahlkonzeptes voraussetzten, scheiterte sie jedoch.

Mithilfe von neuropsychologischen Modellen wird versucht, die an der Zahlverarbeitung beteiligten Hirnareale und ihre Verknüpfungen untereinander zu erklären. Ziel ist es, zu zeigen, welche Prozesse und Strukturen bei der Aufnahme und Verarbeitung von Zahlen beteiligt sind. Im Folgenden werden zwei ausgewählte neuropsychologische Modelle aus dem breiten Feld der numerischen Kognition skizziert, bevor sie hinsichtlich ihrer Bedeutung für die vorliegende Erhebung eingeordnet werden.

Triple-Code-Modell

Das bekannte Triple-Code-Modell von Dehaene (1992), auch Modell der drei Repräsentationsformen genannt, geht auf klinische Studien an Personen mit Hirnläsionen zurück. Der Kern des Modells sind drei Module (neuronale Netzwerke), die in unterschiedlichen Gehirnregionen lokalisiert sind und gleichzeitig in einem ständigen Austausch miteinander stehen. Sie haben eine enge Verbindung zueinander. Jedes der drei Module ist für eine eigene Repräsentationsform (auch Code genannt) von Zahlen zuständig. Folgende drei Module werden innerhalb des Modells (Abbildung 3) beschrieben:

- *Visual arabic number form*: Hier werden die Zahlen in arabischer Schreibweise, also in Ziffernform verarbeitet (visuell-arabische Repräsentation).
- *Auditory verbal word frame*: Zahlen innerhalb dieses Moduls werden in Wortform verarbeitet. Damit ist dieses Modul für die Verarbeitung gesprochener und geschriebener Zahlwörter zuständig (auditiv-verbale Repräsentation).
- *Analogue magnitude representation*: Dieses Modul repräsentiert die näherungsweise Vorstellung der hinter einer Zahl stehenden Größe. Hier wird ein Zahl-Größen-Vergleich auf der Basis der Mächtigkeit der zugehörigen Mengen ermöglicht. Es erfolgt ein Abschätzen von Mengenverhältnissen (analoge Größenrepräsentation).

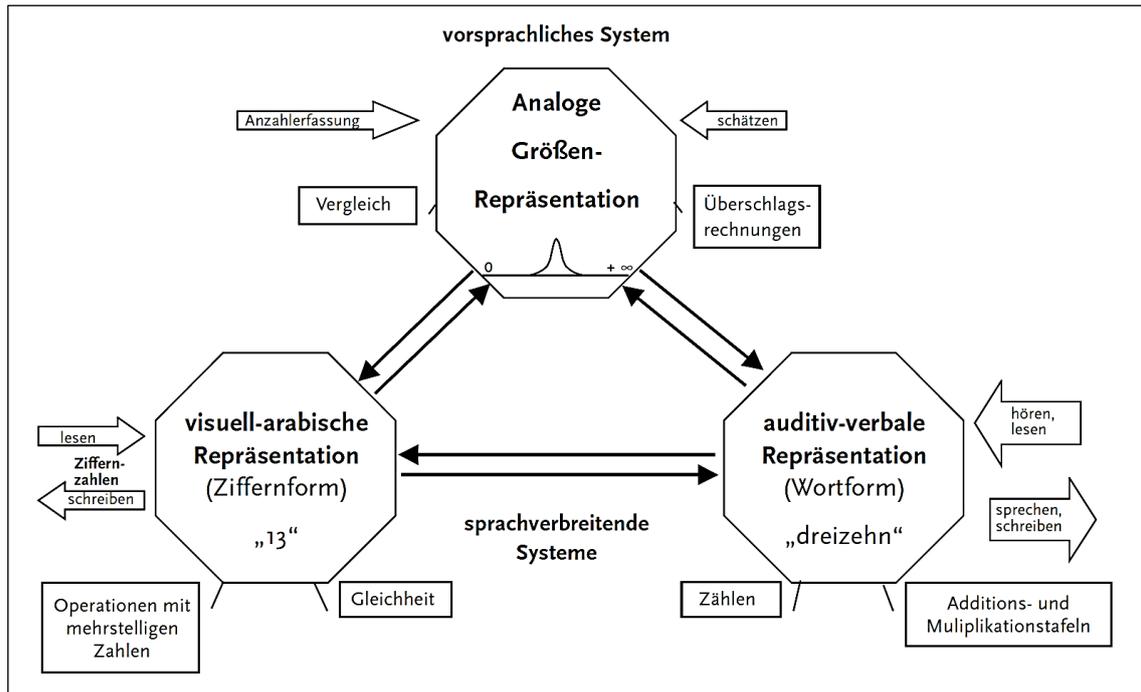


Abbildung 3. Triple-Code-Modell (Schneider et al., 2013, S. 46, modifiziert nach Dehaene, 1992, S. 31)

Innerhalb des Triple-Code-Modells können somit diverse Rechenleistungen auf drei verschiedenen Repräsentationsformen basieren. Soll eine Person eine Aufgabe durch Einsatz von vorhandenem Faktenwissen (z. B. Einmaleins) lösen, würde das auf der Ebene der auditiv-verbale Repräsentation stattfinden. Bei einer Rechenoperation, bei der beispielweise (schriftliches) Rechnen nötig ist, wäre das Modul der visuell-arabischen Repräsentation zuständig (Schneider et al., 2013, S. 45). Sollen Zahlen hinsichtlich der Größe verglichen werden, erfolgt das innerhalb des Moduls der analogen Größenrepräsentation, das nicht zwangsläufig an Sprache gebunden ist. Ihm wird die Fähigkeit des groben Mengenvergleichs bei Säuglingen zugeschrieben (Schneider et al., 2013, S. 44, siehe auch Kap. 3.1). Somit arbeitet jedes Modul für sich zunächst bereichsspezifisch. Bei komplexen Aufgaben treten die Module aber in Verbindung zueinander und stehen im wechselseitigen Austausch. Im Laufe der menschlichen Entwicklung werden die entsprechenden Verknüpfungen ausgebaut. Damit können Transformationsprozesse schneller und sicherer ablaufen. Diese Entwicklung ist von der weiteren kognitiven Ausstattung des Kindes (u. a. Intelligenz, Arbeitsgedächtniskapazität) und auch spezifischen Lerngelegenheiten abhängig (Schneider et al., 2013, S. 47).

Die zentrale Annahme des Modells ist, dass alle Zahlen im Gehirn sowohl verbal als auch visuell sowie in Form einer groben Vorstellung der durch die Zahl repräsentierten Größe verarbeitet werden. Der Sinn einer Zahl, deren semantische Bedeutung, entsteht erst durch die analoge Größenrepräsentation des dritten Codes. Die beiden anderen Codes (Ziffern und Zahlwörter) können als Werkzeuge betrachtet werden, die zur Darstellung und Verarbeitung konkreter Größen dienen (Schneider et al., 2013, S. 44).

Entwicklungsmodell der Zahlenverarbeitung

In einem weiteren kognitiv-neurowissenschaftlichen Modell (Aster, Kucian, Schweiter & Martin, 2005) wird versucht, die Entwicklung dieses modularen neurokognitiven Systems für Zahlen im Verlauf darzustellen. Anhand vier hierarchischer Schritte wird die Fähigkeit zur Zahlenverarbeitung in Abhängigkeit vom Alter erklärt:

Säuglingsalter: Ausgehend von den Erkenntnissen der Säuglingsforschung (u. a. Antell & Keating, 1983; Wynn, 1990; siehe auch Kap. 3.1) wird davon ausgegangen, dass bereits mit wenigen Monaten Kompetenzen zur Unterscheidung von Mengen nach ihrer kardinalen Größe vorhanden sind (Schritt 1). Daraus wird auf eine numerische Grundkompetenz geschlossen, die eine Art Zahlensinn darstellt (Aster et al., 2005, S. 614).

Vorschulalter: Angestoßen durch den Beginn der Sprachentwicklung werden die Zahlwortreihe und die Zählprinzipien (z. B. Eins-zu-Eins-Zuordnung) erlernt. Ebenso erhalten Kinder einen Einblick in Begrifflichkeiten wie „mehr“ oder „weniger“ und lernen, einfache arithmetische Operationen (Addition und Subtraktion) auszuführen (Schritt 2). Dieser Entwicklungsschritt ist eng an „den anschaulichen sensomotorischen Gebrauch der Finger gebunden“ (Aster et al., 2005, S. 614).

Schulalter: Mit Schuleintritt erlangen die Schüler:innen einen Einblick in das arabische Zahlensystem und lernen die Übertragung eines gesprochenen bzw. geschriebenen Zahlworts in die arabische Schreibweise und umgekehrt (Schritt 3). Das arabische Notationssystem bildet die Grundlage für einen Umgang mit größeren Zahlen und somit auch für die Ausführung von komplexeren Rechenstrategien. Außerdem wird begonnen, die vierte der hierarchischen Strukturen, die der abstrakten Zahlenraum- oder Zahlenstrahlvorstellung, aufzubauen (Schritt 4). Hierbei handelt es sich um eine „ausschließlich mentale Repräsentation[sform] ordinaler Zahlen . . . [, die es ermöglicht,] die Größe einer abstrakten Zahl im Vergleich zu

einer anderen zu bestimmen, sich im Zahlenraum mental zu bewegen und arithmetisch zu manövrieren, Rechnungen zu schätzen und zu überschlagen“ (Aster et al., 2005, S. 616).

Die vier numerischen Repräsentationen sind in verschiedenen Hirnarealen lokalisiert. Die nonverbalen Bereiche, die numerische Mengenrepräsentation (Schritt 1) und die abstrakte Zahlenraumvorstellung (Schritt 4), werden in bilateral parietalen Arealen verarbeitet. Die Zahlwortreihe wird sprachkodiert gespeichert und daher in links präfrontalen Gehirnarealen lokalisiert. Die Verarbeitung des arabischen Zahlensystems (Schritt 3) wird im ventralen okzipitotemporalen Hirnareal für die visuelle Identifikation verortet (Abbildung 4).

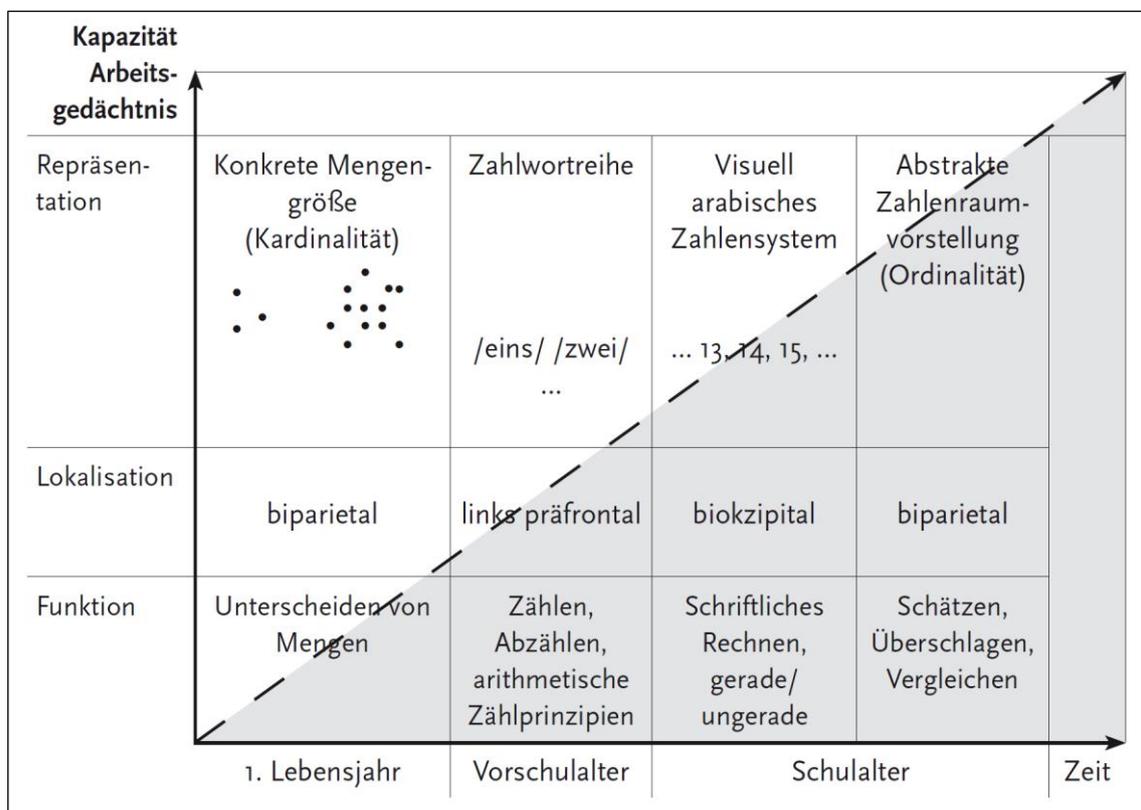


Abbildung 4. *Entwicklungsmodell der Zahlenverarbeitung* (Schneider et al., 2013, S. 48, modifiziert nach Aster et al., 2005, S. 618)

Bei der Zusammenfassung der Kernaussagen des Modells ist die primäre Fähigkeit zur Unterscheidung kardinaler Mengen (Schritt 1) zu nennen. Diese stellt die entscheidende Grundlage für den späteren Prozess der Symbolisierung dar, zunächst in Form von Zahlwörtern (Schritt 2) und später in Form von arabischen Zahlen (Schritt 3). Das Erreichen dieser arabischen und verbalen Repräsentationsform ist wiederum Voraussetzung für die Entwicklung der abstrakt-symbolischen, räumlichen Zahlenraumvorstellung (Aster et al., 2005, S. 616).

Die Umformung der unterschiedlichen Zahlenrepräsentationsformen wird auch als eine zunehmende Modularisierung im Entwicklungsverlauf beschrieben, die in unterschiedlichen Gehirnarealen stattfindet (Landerl et al., 2017, S. 94). Die Abfolge der Entwicklungsstufen ist nicht linear. Diese können sich deutlich überlappen oder auch parallel verlaufen (Landerl et al., 2017, S. 94).

3.4 Zusammenfassender Blick auf die Entwicklung der Zahl-Größen-Kompetenzen

Die vorstehenden Ausführungen verdeutlichen die entscheidende Rolle der Zahl-Größen-Kompetenzen innerhalb der mathematischen Entwicklung. Bis heute haben die frühen Ansichten zur Zahl-Größen-Entwicklung eine große Bedeutung. Neben der Stadientheorie von Piaget (1967b) prägen auch die Zählprinzipien von Gelman und Gallistel (1986), die Zahlwortreihe nach Fuson (1988) und die protoquantitativen Schemata nach Resnick (1989) die aktuellen Zahl-Größen-Modelle. Beispielsweise erinnern die Niveaustufen des Entwicklungsmodells arithmetischer Konzepte von Fritz und Ricken (2008) an die Entwicklung der Zählkompetenz nach Fuson (1988). Das Modell der Zahl-Größen-Verknüpfung nach Krajewski (2018) stützt sich hingegen auf die Theorie der protoquantitativen Schemata nach Resnick (1989).

Die bereits vorgestellte Theorie der Zahlbegriffsentwicklung (Kap. 3.2.1, S. 35) von Piaget (1967a, 1967b) ist durch ihren starren Aufbau charakterisiert. Hier setzen auch die seit den späten 1970ern aufkommenden Kritikpunkte an seiner Theorie an. Brainerd (1979, S. 180) hat gezeigt, dass die Reihenfolge, in der Kinder diese Kompetenzen erlernen, durchaus verschieden sein kann. Aus methodologischen Gesichtspunkten ist anzumerken, dass bei Piaget (1967a) die Erkenntnisse zur Ordinal- und Kardinalzahl nicht verglichen wurden. Die Aufgaben wurden von unabhängigen Schüler:innen beantwortet, kein Kind hat sowohl die Aufgaben zur Kardinalität als auch zur Ordinalität beantwortet: „The subjects were administered either the ordination or cardination tests but never both“ (Brainerd, 1979, S. 117). Außerdem müssen die sprachlichen Äußerungen Piagets kritisch hinterfragt werden, und es könnte sein, dass manche Kinder die Fragen nicht verstanden haben (Donaldson, 1982, S. 49). In eine ähnliche Richtung weist die Kritik an den alltagsfremden Aufgaben Piagets. Wenn die

Testaufgaben der Erlebniswelt des Kindes angepasst sind, ist ein Kind schon wesentlich früher zu dezentriertem Denken fähig, als Piaget angenommen hat (Donaldson, 1982, S. 28).

An diesen Punkt schließt die Erkenntnis zum Verständnis der Invarianz an. Auch diese ist, anders als die Ergebnisse Piagets nahelegen, keine notwendige Voraussetzung für das Rechnen (Moser Opitz, 2008, S. 51). Auch Kinder, die die Invarianzaufgaben noch nicht zu lösen vermögen, können ein partielles Konzept von der Zahl besitzen. Die Ergebnisse von Resnick (1989) zeigen, dass bereits Kinder im Kindergartenalter über ein Verständnis der Mengenerhaltung verfügen, d. h. über ein Zunahme-Abnahme-Schema, das dann greift, wenn etwas hinzugefügt oder weggenommen wird bzw. nicht verändert wird. Bei leichter methodischer Veränderung der Invarianzaufgaben geben bereits zwei- bis dreijährige Kinder richtige Antworten (Mehler & Bever, 1967, S. 141–142). Donaldson (1982, S. 64) weist darauf hin, dass Kinder im schlussfolgernden Denken nicht so limitiert sind, wie von Piaget (1967a) angenommen; zudem sei der Unterschied zwischen Erwachsenen und Kindern nicht so gravierend. Weitere kritisch zu betrachtende Punkte hinsichtlich der Zahlbegriffsentwicklung von Piaget fasst Moser Opitz (2008, S. 47–59) zusammen.

Insgesamt ist also festzuhalten, dass Kinder durchaus früher numerische Kompetenzen erkennen lassen, als dies bei Piaget (1967a) dargestellt wird. Menschen zeigen schon sehr früh einen Einblick in basale numerische Kompetenzen und werden nicht „als numerisches Tabula-Rasa-Wesen geboren“ (Stern, 1998, S. 64).

Im Gegensatz zu Piagets Modell (1967a) gelten die beiden oben vorgestellten neueren entwicklungspsychologischen Modelle als nicht-lineare und flexiblere Modelle. In ihnen wird dargelegt, dass Entwicklungsschritte auch parallel verlaufen können (Krajewski, 2013, S. 160). Fritz et al. (2018) beschreiben den Erwerb grundlegender arithmetischer Konzepte grundsätzlich anhand von sechs Niveaustufen: (1) Zählzahl, (2) ordinaler Zahlenstrahl, (3) Kardinalität und Zerlegbarkeit, (4) Enthaltensein und Klasseninklusion, (5) Relationalität und (6) Zahlen gleichmächtig bündeln (Kap. 3.3.1, S. 43). Laut Krajewski (2018) vollzieht sich der schrittweise Erwerb der mathematischen Basiskompetenzen hingegen auf drei Ebenen: Auf die (1) Basisfertigkeiten folgt ein (2) einfaches Zahlverständnis und schließlich das (3) tiefe Zahlverständnis (Kap. 3.3.1, S. 46). Die beiden entwicklungspsychologischen Modelle von Krajewski und Fritz et al. wurden in wissenschaftlichen Kontexten erprobt (z. B. Fritz et al., 2018; Krajewski & Schneider, 2006; Schneider et al., 2013).

Innerhalb des ZGV-Modells von Krajewski (2018) werden Beziehungen und Zusammenhänge einzelner Teilkompetenzen in den Fokus gerückt. Das Kardinalverständnis gilt hier als zentrale Kompetenz innerhalb der Entwicklung der Zahl-Größen-Kompetenzen. Der Schlüssel für ein tiefes Zahlverständnis ist die Verknüpfung der Zahl mit der dazugehörigen Größe (Krajewski & Ennemoser, 2013, S. 50). Dem konzeptuellen Verständnis der Zahl ist damit eine besondere Bedeutung beizumessen. Außerdem ist auf der Grundlage des ZGV-Modells eine Analyse der Kompetenzen auf minimalem Niveau möglich. Durch die Loslösung der Zahlenfolge und der Ziffernkenntnis von dem konzeptuellen Verständnis der Zahl-Größen-Verknüpfungen auf Ebene 1 des Modells werden nur minimalistische Kompetenzzuschreibungen getätigt. Fähigkeiten, die in anderen Theorien als angeboren angenommen werden, müssen im ZGV-Modell nicht zwingend vorliegen. So werden Bereiche, die innerhalb anderer Modelle als Defizite angesehen werden, im ZGV-Modell als entscheidende Entwicklungsschritte für alle Schüler:innen beschrieben (Schneider et al., 2013, S. 35). Kompetenzen im Bereich der Zahlenfolge und Ziffernkenntnis werden zunächst losgelöst von dem konzeptuellen Verständnis betrachtet, und mit der unpräzisen Größenrepräsentation wird eine Kompetenz eingeführt, die dem eigentlichen Kardinalverständnis vorausgeht. Damit lassen sich Kompetenzen basal beschreiben und interpretieren (Krajewski & Ennemoser, 2013, S. 47). Außerdem eröffnet sich dadurch eine „optimistische Sicht auf die Förderung rechenschwacher Kinder“ (Schneider et al., 2013, S. 36): Sie gilt es nicht aufgrund einer fehlerhaften Ansicht zu therapieren, sondern es müssen lediglich Entwicklungslücken geschlossen werden.

Das ZGV-Modell ist somit eine vielversprechende Grundlage für die Analyse von Zahl-Größen-Kompetenzen bei Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung (Moser Opitz, Schnepel, Ratz & Iff, 2016, S. 149). Gleichzeitig gibt es bis heute kein allgemein anerkanntes Modell für die Entwicklung der mathematischen Basiskompetenzen (Landerl et al., 2017, S. 93). Im sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung orientieren sich wissenschaftliche Erhebungen und Studien der jüngsten Vergangenheit vermehrt am ZGV-Modell (Schnepel, 2019; Wullschlegler, 2017). Auch der vorliegenden Erhebung diene es als theoretische Grundlegung.

Aus neurokognitiver Sichtweise wurden zunächst drei Repräsentationsformen von Zahlen nach Dehaene (1992) vorgestellt (Kap. 3.3.2, S. 55), die als Zielzustand eines typischen

Entwicklungsverlaufes angesehen werden (Aster, 2005, S. 13; Landerl et al., 2017, S. 94). Diese sollen beim Rechnen und Verarbeiten von Zahlen jeweils ineinander übersetzt werden können. Das zweite vorgestellte neurokognitive Modell der Zahlenverarbeitung nach Aster et al. (2005) (Kap. 3.3.2, S. 57) beschreibt, wie Kinder eine mentale Zahlenrepräsentation erlangen, die vom konkreten Kontext losgelöst ist. Ausgehend von einer konkreten Mengenrepräsentation erlernen sie zunächst die verbale Zahlwortreihe, dann das visuell-arabische Zahlensystem, bevor sie schließlich die Zieldimension der abstrakten Zahlenraumvorstellung erreichen.

Damit wurden mit den neurokognitiven Sichtweisen andere Dimensionen, als sie im ZGV-Modell berücksichtigt werden, beschrieben. Das ZGV-Modell greift das Transkodieren der beiden Repräsentationsformen auf der ersten Ebene (auditory verbal word frame und visual arabic number form) in die der zweiten Ebene (analogue magnitude representation) auf und beschreibt, wie sich die Verknüpfung von Zahlwörtern bzw. Ziffern mit der präzisen Größenrepräsentation vollzieht. Es wird zudem ein Stadium der frühen Entwicklung beschrieben, in dem die Zahlwörter noch keine Größenrepräsentation haben und somit die beiden Repräsentationsformen noch nicht frei übersetzt werden können (Krajewski, 2013, S. 164).

Auch das Modell von Aster et al. (2005) greift mit dem Erreichen einer abstrakten Zahlenrepräsentation eine Dimension auf, die im ZGV-Modell nicht näher betrachtet wird (Schneider et al., 2013, S. 49). Dort wird z. B. die Verknüpfung der arabischen Ziffern mit Größen und die Verknüpfung von verbalen Zahlwörtern mit Größen anhand desselben Entwicklungsverlaufs dargestellt. Außerdem wird im ZGV-Modell davon ausgegangen, dass generell auf der Ebene der Basisfertigkeiten (Ebene 1) die Zahlwörter und Ziffern noch nicht zwangsläufig eine Größenrepräsentation implizieren. Dieses Charakteristikum des ZGV-Modells wurde bereits im oberen Abschnitt dieser Zusammenfassung im Zusammenhang mit der Analyse der Zahl-Größen-Kompetenzen auf basalem Niveau genannt.

Die Beschreibung der neurokognitiven Modelle hat gezeigt, dass hochkomplexe Vorgänge abgebildet werden und eine Zahl-Größen-Entwicklung nicht ausschließlich domänenspezifisch betrachtet werden kann. Dies würde der wesentlich komplexeren Realität nicht gerecht werden, denn eine Entwicklung mathematischer Kompetenzen vollzieht sich auf der Grundlage biologischer Dispositionen. Damit ist beispielsweise die allgemeine Intelligenz ein relevanter Faktor, wenn die Zahl-Größen-Kompetenzen betrachtet werden. Gleichzeitig sind

auch erfahrungsabhängige Faktoren, wie der Kontakt mit der Umwelt, soziokulturelle Lernumgebungen und schulische Instruktionen, entscheidende Einflüsse (Aster et al., 2005, S. 616).

4 Forschungsstand und Forschungsfrage

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit den Zahl-Größen-Kompetenzen von Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung. Die theoretischen Grundlagen und Einblicke in die verschiedenen Modelle im Zusammenhang mit den Zahl-Größen-Kompetenzen lassen darauf schließen, dass es sich dabei um ein sehr vielfältiges und vernetztes Forschungsfeld handelt, das nicht ausschließlich intradisziplinär bzw. domänenspezifisch behandelt werden sollte. Vielmehr gibt es zahlreiche externe Einflussfaktoren auf die mathematische Entwicklung, die über die Domäne Mathematik hinausgehen und denen eine entscheidende Bedeutung zuzuschreiben ist. Im Folgenden werden daher zunächst Studien vorgestellt, welche die Zahl-Größen-Kompetenzen auch in Zusammenhang mit domänenübergreifenden Einflussfaktoren betrachten (Kap. 4.1). Im Anschluss folgt der Forschungsstand anhand von Arbeiten, in denen die Zahl-Größen-Kompetenzen domänenspezifisch erforscht werden (Kap. 4.2).

Obwohl die Zahl-Größen-Kompetenzen in den letzten Jahren immer mehr in den Fokus der Forschung gerückt sind, bleibt dieses Forschungsthema im Bereich der Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung ein recht selten erforschtes Feld (Cheong, Walker & Rosenblatt, 2017, S. 150; Garotte et al., 2015, S. 27). In den meisten Studien wird der Zusammenhang mit den Zahl-Größen-Kompetenzen erforscht, indem Kinder mit Sprach- oder Lernschwierigkeiten im Vergleich zu Kindern ohne diese Schwierigkeiten untersucht werden. Daraus werden wiederum relevante Einflussfaktoren abgeleitet. Nur wenige Erhebungen beziehen sich explizit auf die Zielgruppe Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung.

4.1 Domänenübergreifende Einflussfaktoren auf die Zahl-Größen-Kompetenzen

Für jede Entwicklungsbeschreibung ist die Berücksichtigung der unterschiedlichen Fähigkeitsprofile der Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung entscheidend (Kuhl & Euker, 2016, S. 48). So hängt jede Entwicklung von vielen einzelnen Komponenten ab, die stets berücksichtigt werden sollten, anstatt von einer „globalen Fähigkeit“ auszugehen (Kuhl & Euker, 2016, S. 48). Es gibt einige Faktoren, die für die

Entwicklung der Zahl-Größen-Kompetenzen bzw. für die mathematischen Kompetenzen allgemein bedeutsam sind und somit dabei helfen, die „schulische Leistungsentwicklung im Fach Mathematik genauer einzuordnen“ (Schneider et al., 2013, S. 55). In der Literatur wird von domänenübergreifenden (Fritz et al., 2018, S. 9) oder auch unspezifischen Prädiktoren (Schneider et al., 2013, S. 56) für die Zahl-Größen-Kompetenzen gesprochen. In dieser Arbeit wird der Begriff domänenübergreifende (Einfluss-)Faktoren gewählt. Die Studienlage zu den acht folgenden domänenübergreifenden Bereichen Geschlecht (Kap. 4.1.1), Sprachkompetenz und Sprachverständnis (Kap. 4.1.2), Familiensprache (Kap. 4.1.3), schriftsprachliche Fähigkeiten (Kap. 4.1.4), phonologische Bewusstheit (Kap. 4.1.5), Intelligenz (Kap. 4.1.6), Arbeitsgedächtnis (Kap. 4.1.7) und Syndrome (Kap. 4.1.8) wird nun in ihrem Zusammenhang mit den für die Forschungsfrage interessierenden domänenspezifischen Zahl-Größen-Kompetenzen vorgestellt.

4.1.1 Geschlecht

Vergleichsstudien wie IGLU (Internationale Grundschul-Lese-Untersuchung) und PISA (Programme for International Student Assessment) zeigen auf internationaler Ebene bereits im Grundschulalter etwas schlechtere Ergebnisse in Mathematiktests bei Schülerinnen als bei Schülern. Diese Unterschiede sind jedoch nur bei knapp der Hälfte der teilnehmenden Länder, darunter auch Deutschland, statistisch signifikant (Stanat & Kunter, 2001, S. 253). Krajewski (2002) legte in ihrer Studie einen Geschlechterunterschied bereits bei Kindern in der Mitte des letzten Kindergartenjahres offen. Hier konnte ein signifikanter Vorsprung der Jungen im Bereich der Kompetenzen arabisches Zahlwissen und Zählen festgehalten werden. Der Unterschied zeigte dabei einen maximal mittelhohen Effekt (Zahlwissen: $d = 0.52$, Zählen: $d = 0.41$) (Krajewski, 2002, S. 159). In der ersten Klasse der Grundschule fiel dieser Geschlechtseffekt geringer ($d = 0.34$) aus (Krajewski, 2002, S. 166).

Mit einem anderen, aber in der gleichen Altersklasse durchgeführten Testverfahren konnte Dornheim (2008, S. 336) ebenso einen Geschlechtsunterschied festhalten. Im Vorschulalter ergab sich für das konzeptuelle Mengenverständnis ein statistisch bedeutsamer Unterschied mit einer moderaten Effektstärke ($d = 0.3$) bei den Geschlechtern. Am Ende der ersten Klasse wiesen die Ergebnisse große Geschlechtsunterschiede mit hohen Effektstärken ($d = 0.8$) auf (Dornheim, 2008, S. 344). Schnepel (2019, S. 171) hingegen konnte bei einer

Studie mit 528 Kindern mit und ohne intellektueller Beeinträchtigung keinen signifikanten Zusammenhang zwischen Geschlecht und Zahl-Größen-Kompetenzen feststellen.

Insgesamt ergibt sich aus diesen Erhebungen keine eindeutige Befundlage für den Zusammenhang von Geschlecht und Zahl-Größen-Kompetenzen. Die nachgewiesenen Effektstärken fallen (je nach Messzeitpunkt) sehr unterschiedlich aus, weshalb nicht auf einen pauschalen geschlechtsspezifischen Unterschied geschlossen werden kann. Gleichzeitig sollte beachtet werden, dass ein Teil der Geschlechtsunterschiede wohl „über das Selbstkonzept der mathematischen Begabung“ (Klieme, Neubrand & Lüdtke, 2001, S. 185) vermittelt wird.

4.1.2 Sprachkompetenz und Sprachverständnis

Insbesondere für den Erwerb der frühen numerischen Kompetenzen wird der Sprache eine kausale Rolle zugesprochen (u. a. Carey, 2009; Mix, Huttenlocher & Levine, 2002; Praet et al., 2013). Sprachliche Fähigkeiten stehen in einem engen Zusammenhang mit den mathematischen Leistungen (Jordan, Glutting & Ramineni, 2010, S. 88; Towles-Reeves, Kearns, Kleinert & Kleinert, 2009, S. 249). Sowohl sprachliche als auch numerische Komponenten sind notwendig, um exakte Mengen anhand eines Zahlwortes benennen zu können (Hartmann et al., 2019, S. 46). Erhebungen zeigen, dass die expressive Sprache im Kindergartenalter ungefähr ein Fünftel der Varianz der arithmetischen Fähigkeiten der Kinder aufklärt (Praet et al., 2013, S. 94). Damit sind sprachliche Kompetenzen zwingend nötig, um „mathematisches Wissen“ erwerben zu können (A. Schröder, 2014, S. 96).

Gestützt werden diese Erkenntnisse durch Studien aus dem angloamerikanischen Raum, in denen die arithmetischen Kompetenzen von Kindern mit „umschriebenen Spracherwerbsstörungen im Vergleich zu ihren gleichaltrigen sprachlich unauffällig entwickelten Peers“ (A. Schröder, 2014, S. 91) untersucht wurden. Deutlich wurden hier Kompetenzunterschiede v. a. beim Erwerb des Zählens und der Zahlwortreihe (A. Schröder, 2014, S. 92). Damit ist auch bei Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung generell von einer erschwerten Ausgangslage für den Erwerb der Zahl-Größen-Kompetenzen auszugehen, da laut Einschätzungen der Lehrkräfte häufig Einschränkungen in der Sprache vorliegen. Zwei Drittel der Schülerschaft hatten mindestens Artikulationsstörungen, davon konnten ca. 18 % gar nicht lautsprachlich kommunizieren ($n = 1\,119$) (Baumann, 2021, S. 100).

Hartmann et al. (2019) hielten im Zusammenhang mit ihrer Untersuchung sprachlicher und numerischer Kompetenzen bei 72 dreijährigen Kindern aus 10 unterschiedlichen Kindergärten fest, dass nicht von einem einzelnen entscheidenden sprachlichen Prädiktor für die numerische Entwicklung gesprochen werden kann. Vielmehr stellt das „kindliche Sprachvermögen Dreijähriger sowohl in Sprachverstehen als auch in der eigenen Produktion einen wichtigen, aber auch unabhängigen Einflussfaktor dar“ (Hartmann et al., 2019, S. 51–52). In mathematischen Kompetenzen sind damit immer auch „globale sprachliche Anteile enthalten . . . , deren Einfluss jedoch domänenunspezifisch wirkt“ (Hartmann et al., 2019, S. 52).

Damit bleibt in zukünftigen Studien die Frage zu klären, wie die relevanten sprachlichen Prozesse abgebildet werden können. Erst nach der Konstruktion „numerisch relevanter sprachlicher Parameter“ könnte deren Einfluss auf den Erwerb numerischer Kompetenzen geprüft werden (Hartmann et al., 2019, S. 52).

4.1.3 Familiensprache

Etwas einfacher lässt sich hingegen der Einfluss der Familiensprache auf die Zahl-Größen-Kompetenzen darlegen. Ergebnisse der Hirnforschung belegen einen solchen Einfluss auf die jeweiligen Zahlwörter: „Für das Gehirn [scheint] ... es offensichtlich nicht egal [zu sein], in welcher Sprache gezählt oder gerechnet wird“ (Krauthausen, 2018, S. 46). Eine bei 355 Kindergartenkindern (189 Jungen, 166 Mädchen, Durchschnittsalter 5;5 Jahre) in der Schweiz durchgeführte Erhebung stellte einen „Leistungsrückstand“ bei Kindern mit nicht-deutscher Familiensprache „bezüglich der verbalen Zählkompetenz ... gegenüber ... deutschsprachigen Kindern“ (Moser Opitz, Ruggiero & Wüest, 2010, S. 172) fest. Die Zählfertigkeiten von Kindern mit türkischer Familiensprache waren beispielsweise sowohl beim Aufsagen der Zahlwortreihe in Türkisch als auch in Deutsch durchweg geringer, und das, obwohl die türkische Zahlenfolge regelmäßiger ist als die deutsche (Moser Opitz et al., 2010, S. 169).

Diesen Ergebnissen zufolge ist neben den sprachlichen Besonderheiten der Zahlwortreihe auch die Gegebenheit der erlernten Familiensprache entscheidend. Kinder mit Deutsch als Erstsprache haben bessere Ausgangsbedingungen für einen erfolgreichen Erwerb der Zahlwortreihe als Kinder mit Deutsch als Zweitsprache (Gasteiger, 2010, S. 46). Umgekehrt scheinen Schüler:innen mit einer nicht-deutschen Erstsprache zu einer „Risikogruppe

bezüglich der weiteren mathematischen Entwicklung“ (Moser Opitz et al., 2010, S. 172) zu gehören.

4.1.4 Schriftsprachliche Fähigkeiten

Die schulischen Mathematikleistungen stehen in einem engen Zusammenhang mit den Leseleistungen (Klieme et al., 2001, S. 185). Mithilfe der PISA-Daten konnte gezeigt werden, dass bei einer Steigerung der Leseleistung um eine Standardabweichung gleichzeitig die mathematische Leistung um ein wenig mehr als eine halbe Standardabweichung steigt (Klieme et al., 2001, S. 185). Dieser enge Zusammenhang bestand unter sonst gleichen Bedingungen (gleiches Geschlecht, gleicher sozioökonomischer Status, gleiches Selbstkonzept und gleiche kognitive Grundfähigkeiten). Auch Hecht, Torgesen, Wagner und Rashotte (2001, S. 208) belegten in ihrer Studie bei Lernenden zwischen der zweiten und fünften Klasse mit Korrelationswerten zwischen .60 und .63 einen starken Zusammenhang zwischen den gemessenen Lesefähigkeiten und später gezeigten mathematischen Kompetenzen der Kinder. Krajewski und Schneider (2009b, S. 523) berichten von einem knapp hohen Korrelationskoeffizienten ($r = .56$) der mathematischen Fähigkeiten mit den Lesefähigkeiten, die durch die Testverfahren DEMAT 2+ bzw. ELFE erhoben wurden.

Nach dem National Reading Panel [NRP] (2000) findet in der internationalen Forschung auch eine Einteilung der Lesefähigkeiten in fünf Bereiche statt: phonological awareness, word recognition accuracy, reading fluency, vocabulary und reading comprehension (Lin & Powell, 2022, S. 289–290). In einer umfassenden Metastudie aus insgesamt 250 Längsschnittstudien und damit über 580.000 Schüler:innen (Lin & Powell, 2022, S. 302) wurde ein moderater Zusammenhang zwischen den mathematischen Basisfertigkeiten, Phonem-Graphem-Korrespondenz (word recognition accuracy), Leseflüssigkeit (reading fluency) und weiterführenden mathematischen Fähigkeiten festgestellt (Lin & Powell, 2022, S. 304). Insgesamt machte die Metastudie deutlich, dass die unterschiedlichen Bereiche der Lesefähigkeiten sich in ihrem Einfluss auf die mathematischen Leistungen unterscheiden. Unter den fünf Bereichen der Lesefähigkeiten beeinflussen vor allem die Phonem-Graphem-Korrespondenz und die Leseflüssigkeit die weiterführenden mathematischen Kompetenzen (Lin & Powell, 2022, S. 315–316). Für das orthographische Lexikon, das Textverstehen und die phonologische Bewusstheit („Die Fähigkeit von Kindern, die Lautstruktur der gesprochenen

Sprache zu verstehen und beispielsweise Silben in Wörtern oder Laute in Silben zu erkennen“ (Schneider et al., 2013, S. 63) wurde kein bedeutender Einfluss nachgewiesen (Lin & Powell, 2022, S. 316).

Im Gegensatz zu den Ergebnissen dieser Metastudie wurde vor allem der Bereich der phonologischen Bewusstheit ausgehend von seiner bedeutsamen Rolle im Zuge des Lese- und Schreiberwerbs häufig zum Gegenstand der Forschung rund um die Zahl-Größen-Kompetenzen (Schneider et al., 2013, S. 63). Studienergebnisse für diesen Bereich werden im folgenden Kapitel gesondert aufgeführt.

4.1.5 Phonologische Bewusstheit

Ein Zusammenhang der phonologischen Bewusstheit mit den mathematischen Kompetenzen wurde ausgehend von Untersuchungen bei Kindern mit Schwierigkeiten im mathematischen und schriftsprachlichen Kompetenzbereich erkannt (Schneider et al., 2013, S. 63–64). So analysierten Hecht et al. (2001) die Daten von insgesamt 201 englischsprachigen Schüler:innen (54 % weiblich, 46 % männlich) aus der zweiten bis fünften Klasse (Hecht et al., 2001, S. 200). Ein mittlerer Zusammenhang ($r = .47$ bis $r = .56$) zeigte sich bei der Korrelation der phonologischen Bewusstheit mit den Mathematikleistungen dieser Kinder (Hecht et al., 2001, S. 208). Die in der zweiten Klasse erhobene phonologische Bewusstheit war ein signifikanter Prädiktor für die Steigerung der allgemeinen Rechenfähigkeiten undklärte 10 % der Varianz der später gezeigten mathematischen Fähigkeiten in der fünften Klasse auf (Hecht et al., 2001, S. 215–216).

Krajewski, Schneider und Nieding (2008, S. 106) konnten durch die Analyse längsschnittlicher Daten von insgesamt 108 Kindern ($M_{\text{Alter}} = 5;7$ Jahre) eine Korrelation zwischen den Zahl-Größen-Kompetenzen und der phonologischen Bewusstheit in vergleichbarer Höhe ($r = .61$) feststellen. Mit einem Strukturgleichungsmodell wurde aufgedeckt, dass die phonologische Bewusstheit 37 % der Varianz der basalen Zahlenkompetenzen aufklärte. Auf der Grundlage der gleichen Stichprobe unter Berücksichtigung eines weiteren Messzeitpunktes (zu Beginn der dritten Klasse, $n = 91$) wurde eine etwas geringere Korrelation ($r = .48$) gemessen (Krajewski & Schneider, 2009b, S. 525). Dabei wurde der Zusammenhang der phonologischen Bewusstheit mit den in der Schule gezeigten mathematischen Kompetenzen untersucht. Beide Veröffentlichungen betrachteten den Einfluss der phonologischen

Bewusstheit einzeln für die im ZGV-Modell (Abbildung 2, S. 48) beschriebenen drei Ebenen sowie die Mathematikleistungen in der Schule. Dabei ließ sich zeigen, dass die phonologische Bewusstheit einen starken Einfluss auf die Basiskompetenzen (Ebene 1), aber keinen bzw. lediglich einen indirekten auf die beiden folgenden Ebenen oder die schulischen Mathematikleistungen hatte (Krajewski et al., 2008, S. 111; Krajewski & Schneider, 2009b, S. 527). Damit ist die phonologische Bewusstheit weniger relevant für höhere mathematische Kompetenzen, die eine Verknüpfung der Zahlen mit den dazugehörigen Mengen erfordern.

Ähnliche Befunde berichten Passolunghi, Vercelloni und Schadee (2007) in ihrer Studie mit 72 Schülerinnen und 98 Schülern ($M_{Alter} = 6;4$ Jahre). Die Daten wurden zu Beginn und gegen Ende des ersten Schuljahres in zwei großen Städten in Norditalien erhoben. Im Rahmen eines aufgestellten Strukturgleichungsmodells ließ sich die phonologische Bewusstheit nicht als genereller, spezifischer Prädiktor für das mathematische Lernen bestätigen. Der Zusammenhang im Modell war nicht signifikant und negativ (Passolunghi et al., 2007, S. 177). Die spezifischen phonologisch-numerischen Zählfähigkeiten des verbalen Zählens waren hingegen gute und frühe Prädiktoren für die mathematischen Fähigkeiten im ersten Schuljahr (Passolunghi et al., 2007, S. 182; Passolunghi, Lanfranchi, Altoè & Sollazzo, 2015, S. 38).

Ausgehend von diesem Forschungsstand lässt sich die phonologische Bewusstheit als unterstützende Kompetenz für den Erwerb der Basiskompetenzen, aber als unbedeutender Faktor für die Entwicklung höherer mathematischer Kompetenzen (Ebene 2 und 3) einstufen (Krajewski et al., 2008, S. 111; Krajewski & Schneider, 2009b, S. 528; Lin & Powell, 2022, S. 315–316).

4.1.6 Intelligenz

Kognitive Fähigkeiten sind Schlüsselkomponenten für die mathematische Leistungsfähigkeit (Bull & Scerif, 2001, S. 284). Die Aneignung numerischer Basiskompetenzen ist nur mit Unterstützung kognitiver Fähigkeiten möglich (Soltani & Mirhosseini, 2020, S. 550). Im Zusammenhang mit dem Erwerb der Zahl-Größen-Kompetenzen wurde der Einfluss der Intelligenz vor allem durch die Messung des Intelligenzquotienten (IQ) untersucht.

„Unter Intelligenz versteht man die allgemeine Fähigkeit zum Lernen, Denken oder Problemlösen, die sich insbesondere in jenen Situationen zeigt, die für eine Person neu bzw. unvertraut sind“ (Hasselhorn & Gold, 2017, S. 83). Auch bei Kindern wird sie durch

standardisierte und normierte Tests erhoben und schließlich mithilfe eines IQ-Wertes ausgedrückt. Ab einem IQ von unter 70 wird in Orientierung am Klassifizierungssystem ICD-10 von einer Intelligenzminderung gesprochen (Dilling et al., 2015, S. 308–315). Aktuell werden auch auf dieser Grundlage innerhalb des Schulsystems Schüler:innen dem sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung zugeordnet (Kap. 2.1, S. 14).

Der Zusammenhang zwischen der sprachlichen bzw. nichtsprachlichen Intelligenz und den Schulleistungen der Grundschulzeit konnte mehrfach anhand diverser Korrelationen belegt werden (Schneider et al., 2013, S. 56). Dennoch ist der durch die Intelligenz aufgeklärte Varianzanteil im Zusammenhang mit mathematischem Problemlösen relativ gering (Stern, 1998, S. 173). Potenzielle Defizite im Bereich der Intelligenz können dabei mit spezifischem Vorwissen aus dem Bereich der Mathematik kompensiert werden, „Defizite im mathematischen Vorwissen durch die Intelligenz dagegen nicht“ (Schneider et al., 2013, S. 57). Werden in Studien sowohl die IQ-Werte als auch das mathematische Vorwissen im Zusammenhang mit den im Entwicklungsverlauf später gezeigten mathematischen Leistungen untersucht, zeigt sich, dass das domänenspezifische Vorwissen der bedeutendere von beiden Prädiktoren ist (Grube & Hasselhorn, 2006, S. 100; Jordan et al., 2010, S. 87; Krajewski & Schneider, 2006, S. 259; Weißhaupt, Peucker & Wirtz, 2006, S. 244).

Ein Zusammenhang zwischen IQ und den Zahl-Größen-Kompetenzen lässt sich bereits in einem sehr jungen Alter nachweisen. Bei einer längsschnittlichen Untersuchung mit 130 Kindern in einem Durchschnittsalter zu Beginn der Erhebung von 6;3 Jahren fanden Krajewski und Schneider (2006, S. 257) heraus, dass die nonverbale Intelligenz 10 % der Varianz in den Basisfertigkeiten aufklärt. Nochmals stärker wurden diese in der gleichen Studie von der Zugriffsgeschwindigkeit vorausgesagt (27 %). Die nonverbale Intelligenz und die Zugriffsgeschwindigkeit hatten damit bei dieser Untersuchung einen direkten Einfluss auf die Zahl-Größen-Kompetenzen. Auf die später erhobenen Mathematikleistungen konnte kein direkter Einfluss festgestellt werden. In einer weiteren Längsschnittstudie von Weißhaupt et al. (2006) nahmen 129 Vorschulkinder zwischen 5;6 und 6;6 Jahren teil. Anhand eines linearen Strukturgleichungsmodell wurde die Intelligenz als „ein signifikanter Prädiktor für das zahlbezogene Vorwissen ein halbes Jahr vor Schulbeginn“ festgehalten (Weißhaupt et al., 2006, S. 241). Mit 50 % Varianzaufklärung erlaubt die Intelligenz eine sehr hohe Vorhersageleistung für die mathematischen Leistungen am Ende der ersten Klasse.

Bisher ist der Einfluss der Intelligenz auch im sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung nicht abschließend geklärt. Teilweise sind die Zusammenhänge zwischen Intelligenz und mathematischen Kompetenzen nur gering (Baroody, 1999, S. 86; Ratz, 2009, S. 227). In anderen Untersuchungen hat der Schweregrad der Beeinträchtigung einen Einfluss auf mathematische Leistungen (Garotte et al., 2015, S. 38). Dabei spielen die oben bereits herausgearbeitete Erfahrung und die Übung auch im sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung eine große Rolle (Baroody, 1999, S. 82–83), weshalb ein detaillierter Blick auf einzelne Studienergebnisse aufschlussreich ist.

In einer Erhebung haben Zentel und Sarimski (2017) die Testergebnisse des MARKO-D (Ricken et al., 2013) von 77 Lernenden mit Down-Syndrom im Alter von 6 bis 12 Jahren mit zwei Intelligenztestwerten korreliert. Alle in die Stichprobe einbezogenen Schüler:innen verfügten über ein ausreichendes allgemeines Entwicklungsniveau und rezeptives Sprachvermögen, um den MARKO-D zu bearbeiten. Es wurde festgehalten, dass die Mathematikleistungen nur teilweise mit der erhobenen Intelligenz übereinstimmten (Zentel & Sarimski, 2017, S. 595). Daraus lässt sich schließen, dass die gezeigten numerischen Kompetenzen nur zum Teil mit der allgemeinen Intelligenzhöhe der Kinder erklärt werden können.

Cheong et al. (2017) untersuchten in einer weiteren Studie 32 Schüler:innen mit kognitiven Entwicklungsstörungen aus Singapur (15 weiblich, 17 männlich, 9–12 Jahre) hinsichtlich ihrer mathematischen Kompetenzen im Zusammenhang mit relevanten Einflussfaktoren. Der durchschnittliche IQ lag bei 58.34 ($SD = 9.42$). Die Ergebnisse zeigten, dass sowohl der IQ als auch das mentale Alter und die motorischen Fähigkeiten entscheidende Einflussfaktoren auf mathematische Kompetenzen sind. Die Korrelation zwischen IQ und Basiskompetenzen war schwach (Cheong et al., 2017, S. 161). Das mentale Alter korrelierte stärker mit den Basiskompetenzen (Cheong et al., 2017, S. 164).

Andererseits gibt es auch Studien, in denen sich die Korrelation zwischen ausgewählten Zahl-Größen-Kompetenzen und dem IQ-Wert klarer darstellen lässt. Sella, Lanfranchi und Zorzi (2013, S. 3800) untersuchten 21 Kinder mit Down-Syndrom ($M_{\text{Alter}} = 14;2$; $SD = 3;4$). Diese wurden 21 Kindern mit vergleichbarem Entwicklungsstand ($M_{\text{Alter}} = 14;2$; $SD = 0;6$) und 21 Kindern im gleichen chronologischen Alter ($M_{\text{Alter}} = 14;2$; $SD = 3;6$) gegenübergestellt. Für die Kinder mit Down-Syndrom und die Gruppe im gleichen Entwicklungsalter konnte

eine signifikante Korrelation für die erhobene Kompetenz Anzahlerfassung im Zahlenraum bis neun mit dem IQ-Wert festgehalten werden (Sella et al., 2013, S. 3804).

Neben der parallelen Erhebung des IQ-Wertes innerhalb der Studien gibt es auch Untersuchungen, in denen die Zahl-Größen-Kompetenzen zweier Gruppen mit einem unterschiedlichen Grad der Intelligenzminderung verglichen wurden. Bei signifikant unterschiedlichen Ergebnissen wird von einem Einfluss der Intelligenz auf die Zahl-Größen-Kompetenzen geschlossen. Parmar und Cawley (1991) untersuchten in ihrer Erhebung Unterschiede im Bereich der Basiskompetenzen von Schüler:innen mit einer Lernbeeinträchtigung ($n = 119$) im Vergleich zu Schüler:innen mit einer leichten geistigen Behinderung ($n = 83$). Hier wurden u. a. Aufgaben zu Eins-zu-Eins-Zuordnungen erhoben. Die beiden Gruppen unterschieden sich hinsichtlich ihrer Basiskompetenzen signifikant voneinander (Parmar & Cawley, 1991, S. 26). Auch Garotte et al. (2015) halten in ihrer Studie fest, dass der Schweregrad der Beeinträchtigung einen signifikanten Einfluss auf die mathematischen Leistungen hat. Alle Schüler:innen mit einer mittelgradigen Intelligenzminderung wurden mit den Personen mit einer leichten Intelligenzminderung verglichen, die durchweg höhere mathematische Leistungen zeigten (Garotte et al., 2015, S. 36–37).

Die große Mehrzahl der Erhebungen erforscht ausschließlich die Teilgruppe der Schüler:innen mit einer leichten Intelligenzminderung. Wird so die potenzielle IQ-Spannbreite des sonderpädagogischen Schwerpunktes Geistige Entwicklung a priori methodisch eingegrenzt, bleibt die Generalisierbarkeit der Ergebnisse auf Schüler:innen mit stärkeren kognitiven Einschränkungen fraglich (Zentel & Sarimski, 2017, S. 594). Insgesamt ist die Bedeutung des IQ für die frühen Zahl-Größen-Kompetenzen im Bereich des sonderpädagogischen Schwerpunktes Geistige Entwicklung noch nicht abschließend geklärt. Festzuhalten ist, dass es sich um ein entscheidendes Konstrukt handelt, das bei der Erfassung der Zahl-Größen-Kompetenzen bei Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung nicht gänzlich unbeachtet bleiben sollte.

Kurzer Exkurs zur Problematik der Erfassung und Interpretation der Intelligenz mithilfe des IQ-Wertes

Im Zusammenhang mit der Messung der Intelligenz muss beachtet werden, dass jeder standardisierte Tests Messfehlern unterliegt. Der erhobene IQ-Wert setzt sich aus dem wahren

Wert und Messfehlern zusammen, was wiederum die Validität der Entscheidungen beeinflusst, die auf der Grundlage dieses Wertes getroffen werden (Francis et al., 2005, S. 105). Zudem gilt die Stabilität der Intelligenz in der frühen Kindheit als mäßig, was auf eine sich verändernde Umwelt, wie z. B. die gezielte Förderung in der Schule, zurückzuführen ist. Im Jugendalter nimmt die Stabilität stetig zu, bis dann im mittleren Erwachsenenalter von einer guten Stabilität gesprochen wird (Koglin, Janke & Petermann, 2009, S. 132–133).

Studien mit Kindern mit Lernschwierigkeiten haben gezeigt, dass Definitionen und Klassifikationen, die sich ausschließlich auf IQ-Werte stützen, das Konstrukt nicht ausreichend erfassen (Francis et al., 2005, S. 103). Der IQ-Wert gilt als „poorly specified latent variable“ (Dennis et al., 2009, S. 341). Zu stark wird er von anderen kognitiven Bereichen beeinflusst. Die Intelligenz steht z. B. in einem Zusammenhang mit sprachlichen Kompetenzen: Niedrigere Fähigkeiten im Bereich der Kommunikation führen zu einem niedrigeren IQ-Wert (Dennis et al., 2009, S. 338). Hier stellt sich die Frage, ob dieser Wert die tatsächlichen kognitiven Fähigkeiten repräsentiert oder nicht vielmehr ein Produkt derselben ist. Damit kann ein IQ-Wert nicht unabhängig die Begabung oder das Potenzial einer Person in ihrem eigentlichen Umfang angeben (Dennis et al., 2009, S. 341). Es lassen sich die kognitiven Werte näherungsweise abbilden, aber es kann nicht ausreichend auf die Fähigkeit zur Bewältigung praktischer Aufgaben geschlossen werden. Eine Person mit einem IQ von 70 kann solch gravierende Probleme im Bereich des sozialen Verständnisses haben, dass die eigentliche Anpassungsfähigkeit eher mit der einer Person mit einem niedrigeren IQ vergleichbar wäre (American Psychiatric Association [APA], 2015, S. 46). Ein einfacher IQ-Wert kann damit keine „interindividuellen Unterschiede und intraindividuellen Fähigkeitsprofile“ (Kuhl & Euker, 2016, S. 48) ersetzen. Zudem sind die Tests unterhalb der zweiten Standardabweichung im Allgemeinen selten zuverlässig normiert (Garotte et al., 2015, S. 27). Auch sollten die verwendeten Messinstrumente stets hinsichtlich „des individuellen soziokulturellen Hintergrunds und der Muttersprache normiert sein“ (APA, 2015, S. 46).

Diese Ergebnisse unterstreichen die Problematik, die sich bei der Erfassung und Bewertung des IQ-Wertes bei Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung ergibt.

4.1.7 Arbeitsgedächtnis

Das Arbeitsgedächtnis gilt als ein vom IQ verschiedenes Konstrukt (Alloway & Alloway, 2010, S. 26; Alloway & Passolunghi, 2011, S. 133). IQ-Tests messen eher das bereits erworbene Wissen. Mit der Untersuchung des Arbeitsgedächtnisses können hingegen Lernergebnisse vorhergesagt werden (Alloway & Passolunghi, 2011, S. 134). Damit ist „seine Relevanz für unterschiedliche Bereiche der mathematischen Kompetenz unstrittig“ (Schneider et al., 2013, S. 59). Angelehnt an das Arbeitsgedächtnismodell von Baddeley (1986) lässt sich eine Einteilung in die drei Komponenten zentrale Exekutive, phonologische Schleife und visuell-räumlicher Notizblock vornehmen. Untersuchungen zum Arbeitsgedächtnis orientieren sich häufig an diesem Modell.

Das visuelle Arbeitsgedächtnis spielt vor allem für den ersten Umgang mit Mengen eine entscheidende Rolle. Der Vergleich zweier Mengen kann nur dann erfolgreich gelingen, wenn das Abbild der ersten gezeigten Menge noch im visuellen Arbeitsgedächtnis verfügbar ist, sobald das Kind die zweite Menge sieht (Schneider et al., 2013, S. 60). Die phonologische Schleife hingegen bezieht sich vor allem auf die „kurzfristigen Speicher- und Verarbeitungskapazität[en] für auditiv aufgenommene Informationen“ (Schneider et al., 2013, S. 61). Ein Kind mit gut ausgeprägtem phonologischen Arbeitsgedächtnis hat damit bessere Ausgangsbedingungen z. B. für das Erlernen der Zahlenfolge. Die zentrale Exekutive ist für die Abstimmung der visuellen und auditiven Informationen entscheidend und somit für all diejenigen Bereiche von besonderer Bedeutung, in denen Zahlen mit verschiedenen Mengen verknüpft werden (Schneider et al., 2013, S. 62).

In einer umfassenden Längsschnittstudie untersuchte Dornheim (2008, S. 280) die drei Bereiche des Arbeitsgedächtnisses in Bezug auf mathematische Kompetenzen. Anhand der Daten von insgesamt 157 Kindern (vom letzten Kindergartenjahr bis zum Ende der zweiten Klasse) fand sie heraus, dass das Arbeitsgedächtnis keinen großen Einfluss auf die Zahl-Größen-Kompetenzen hatte. Lediglich die ausgewählte Zahl-Größen-Kompetenz „Anzahlen erfassen“ wurde von der zentralen Exekutive und dem visuellen Arbeitsgedächtnis beeinflusst, „die im Vorhersagemodell . . . theoretisch postulierten Beziehungen zwischen Arbeitsgedächtniskomponenten und Komponenten des Zahlen-Vorwissens konnten . . . nur teilweise gefunden werden“ (Dornheim, 2008, S. 480). Davon abweichende Ergebnisse berichten Krajewski et al. (2008) nach ihrer Längsschnittstudie mit 108 Kindern

(Durchschnittsalter 5;7 Jahre). Innerhalb eines Strukturgleichungsmodells klärten die Fähigkeiten des Arbeitsgedächtnisses 66 % der Varianz in den späteren Mathematikleistungen auf (Krajewski et al., 2008, S. 108). Ein weiteres Strukturgleichungsmodell untersuchte die Zusammenhänge der einzelnen Arbeitsgedächtnisbereiche sowohl für die Basiskompetenzen der numerischen Entwicklung als auch für die höheren Zahl-Größen-Kompetenzen und die schulischen Mathematikleistungen. Das visuell-räumliche Arbeitsgedächtnis klärte zusätzlich 12 % der Basiskompetenzen der Zahl-Größen-Kompetenzen auf, während die phonologische Bewusstheit dies bei 37 % tat (Krajewski et al., 2008, S. 109).

Diese Ergebnisse lassen darauf schließen, dass das Arbeitsgedächtnis bereits im Vorschulalter einen relevanten Einfluss auf die numerischen Basiskompetenzen hat. Weitere Erhebungen mit italienisch sprechenden Kindern bestätigten ebenfalls in einem Strukturgleichungsmodell den Einfluss des Arbeitsgedächtnisses, im Speziellen der zentralen Exekutive, auf mathematische Leistungen (Passolunghi et al., 2007, S. 180; Passolunghi et al., 2015, S. 38). Daraus schließen die Autor:innen, dass dieses die frühe Entwicklung der mathematischen Kompetenzen am Ende des Vorschuljahres maßgeblich beeinflusst (Passolunghi et al., 2015, S. 38).

In einer umfassenden Metastudie haben Friso-van den Bos, van der Ven, Kroesbergen und van Luit (2013, S. 34) die Ergebnisse von 111 Untersuchungen mit Kindern im Alter zwischen 4 und 12 Jahren ($n = 16\,921$) zusammengetragen, die das Verhältnis mathematischer Fähigkeiten und Leistungen des Arbeitsgedächtnisses untersuchen. Die Forschungsgruppe kam zu dem Ergebnis, dass alle Bereiche des Arbeitsgedächtnisses positiv und signifikant mit den mathematischen Leistungen korrelieren. Dementsprechend wurde festgehalten, dass eine bessere Performanz in den einzelnen Komponenten des Arbeitsgedächtnisses mit einer besseren mathematischen Performanz einhergeht (Friso-van den Bos et al., 2013, S. 38).

Insgesamt ist der Einfluss des Arbeitsgedächtnisses vor allem auf die frühen Zahl-Größen-Kompetenzen, die Basiskompetenzen, etwa das erfolgreiche Erlernen der Zahlenfolge, vielfach belegt. Für den sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung gibt es bisher kaum Studien, die sich mit dem Zusammenhang des Arbeitsgedächtnisses auf die mathematischen Kompetenzen auseinandersetzen. In Erhebungen, die das Arbeitsgedächtnis als Einzelnes betrachten, lassen sich jedoch vor allem grundsätzliche Funktionsdefizite für diese Gruppe an Schüler:innen festhalten. Alloway, Gathercole, Adams und Willis (2005, S. 65)

berichteten von unterdurchschnittlichen Leistungen des Arbeitsgedächtnisses bei 64 Kindern (7-11 Jahre, $M = 9.0$) in drei analysierten Gruppen mit einem durchschnittlichen verbalen IQ von 84, 90 und 76. Hier waren die Defizite im Bereich der phonologischen Schleife weniger eindeutig als jene der beiden anderen Bereiche des Arbeitsgedächtnisses. Van der Molen, van Luit, Jongmans und van der Molen (2007) verglichen eine Gruppe von 50 Schüler:innen (38 Jungen, 12 Mädchen, 13-17 Jahre) mit einer leichten geistigen Behinderung mit zwei Kontrollgruppen. Diese beiden Gruppen umfassten 25 Kinder, eine Gruppe im gleichen chronologischen Alter ($M = 15;3$ Jahre) und eine Gruppe im gleichen Entwicklungsalter ($M = 10;10$ Jahre). Die Schüler:innen mit Einschränkungen schnitten in allen drei Bereichen des Arbeitsgedächtnisses (zentrale Exekutive, phonologische Schleife und visuell-räumlicher Notizblock) schlechter ab, auch im Vergleich zu den Lernenden im gleichen Entwicklungsalter (van der Molen et al., 2007, S. 167). Zu vergleichbaren Ergebnissen kam Mähler (2007, S. 104), wobei es hier ausschließlich die Leistungen im Bereich der phonologischen Schleife waren, die sich deutlich von den Kindern im gleichen Entwicklungsalter unterscheiden. In einem systematischen Review werteten Kehl und Scholz (2021) insgesamt 16 durch ein Peer-Review-Verfahren geprüfte Studien aus. Ihr Ziel war die teilweise umstrittenen Ausprägungen der Arbeitsgedächtniskomponenten bei Personen mit einer Geistigen Behinderung aufzuarbeiten und darzulegen. Die phonologische Schleife betreffend schnitten 64 % der Personen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung schlechter ab als eine dem mentalen Entwicklungsalter entsprechende Kontrollgruppe (Kehl & Scholz, 2021, S. 116). Außerdem konnten sie innerhalb des Reviews dem visuell-räumlichen Notizblock keine relative Stärke nachweisen, wie teilweise in Studien angenommen (Kehl & Scholz, 2021, S. 124). Bei der dritten Komponente zentrale Exekutive scheinen sich die verschiedenen Funktionen zu unterscheiden. „Ihre Funktionsfähigkeit muss in Abhängigkeit der jeweiligen Operationalisierung betrachtet werden“ (Kehl & Scholz, 2021, S. 124). Mehrheitlich entsprachen die Leistungen dem mentalen Entwicklungsalter (Kehl & Scholz, 2021, S. 116).

Den Einfluss des Arbeitsgedächtnisses auf die Zahl-Größen-Kompetenzen bei Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung untersuchten Henry und Winfield (2010, S. 356), indem sie eine Gruppe von 35 Kindern (11-13 Jahre) mit einem IQ zwischen 39 und 75 (durchschnittlicher IQ von 57) mit einer zweiten Gruppe von Kindern

mit einem vergleichbaren Entwicklungsalter zwischen 60 und 120 Monaten (32 Kinder, 6-8 Jahre, durchschnittlicher IQ von 101) verglichen. Den Daten ließ sich nur die zentrale Exekutive als signifikanter Prädiktor für die Zahl-Größen-Kompetenzen bei Lernenden mit Lernschwierigkeiten oder einer geistigen Behinderung entnehmen (Henry & Winfield, 2010, S. 360). Auch in der Studie von Brankaer, Ghesquière und Smedt (2013, S. 3368) hat die zentrale Exekutive einen signifikanten Einfluss auf die erhobenen additiven Rechenleistungen von 31 Schüler:innen mit einem IQ zwischen 55 und 75. Von einem entscheidenden Einfluss des Arbeitsgedächtnisses auf die Rechenleistungen bei 93 Schüler:innen mit einer leichten Intelligenzminderung und einem Entwicklungsalter von 8 Jahren sprechen auch Sol-tani und Mirhosseini (2020, S. 557).

Dem dargestellten Forschungsstand zufolge hat das Arbeitsgedächtnis mit seinen drei Komponenten einen entscheidenden Einfluss auf den Erwerb der Zahl-Größen-Kompetenzen, vor allem auf die Basiskompetenzen. Bei Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung kommt der zentralen Exekutive eine maßgebliche Rolle zu; gleichzeitig ist mit grundsätzlichen Funktionsschwächen bei dieser Personengruppe zu rechnen. Ferner wurde bei der Analyse der Studien deutlich, dass für eine bessere Vergleichbarkeit der Ergebnisse eine einheitliche empirische Erhebung wünschenswert wäre (Kehl & Scholz, 2021, S. 126).

4.1.8 Syndrome

In einzelnen Studien wird der Frage nachgegangen, ob syndromspezifische Entwicklungsverläufe innerhalb des sonderpädagogischen Schwerpunktes Geistige Entwicklung einen Einfluss auf die Zahl-Größen-Kompetenzen haben.

Zentel und Sarimski (2017) beschäftigten sich in ihrer Erhebung mit der Frage, ob das Testverfahren MARKO-D (Ricken et al., 2013) auch bei Schüler:innen mit Down-Syndrom (38 Jungen, 39 Mädchen, $M_{Alter} = 9;10$ Jahre) für eine differenzierte Betrachtung der mathematischen Kompetenzen eingesetzt werden kann. Die Autoren halten fest, dass die Ergebnisse für die Kompetenzniveaustufen I und II gut mit dem Normierungsdatensatz vergleichbar sind und damit prinzipiell die Zahl-Größen-Kompetenzen von Lernenden mit Down-Syndrom anhand des Testverfahrens beschrieben werden können (Zentel & Sarimski, 2017, S. 598).

Um herauszufinden, ob sich die Kompetenzprofile von Personen mit bestimmten Syndromen von denjenigen anderer Kinder unterscheiden, wurden in Erhebungen diverse Vergleichsgruppen berücksichtigt. Die bereits oben genannte Studie von Sella et al. (2013, S. 3800) erforschte die Zahl-Größen-Kompetenzen von Schüler:innen mit Down-Syndrom (21 Kinder, $M_{\text{Alter}} = 14;2$, $SD = 3;4$) und verglich diese sowohl mit einer Gruppe gleichen Alters als auch mit einer Gruppe im gleichen Entwicklungsalter. Bei der Erhebung sollte eine eingeblendete Punktmenge entweder mit einer kurz darauf präsentierten Punktmenge oder aber einer Zahl verglichen werden. Anhand der Aufgaben wurde die Anzahlerfassung sowohl im Bereich sehr kleiner Anzahlen (bis vier) als auch bis zur Zahl neun untersucht. Aus Schwierigkeiten der Kinder mit Down-Syndrom im Bereich des Vergleichs kleinerer Punktmengen (Kap. 3.1, S. 28) folgerten die Autor:innen eine grundsätzlich verzögerte Entwicklung (Sella et al., 2013, S. 3804). Gestützt wird dies durch das Untersuchungsergebnis, dass sich die Kinder mit Down-Syndrom nicht signifikant von der Gruppe im gleichen Entwicklungsalter unterschieden, sobald große Punktmengen miteinander verglichen wurden. Die Entwicklung ist damit stark verzögert, weicht aber nicht grundsätzlich von derjenigen anderer Kinder ab (Sella et al., 2013, S. 3805). Zu vergleichbaren Ergebnissen kommen auch Dolscheid, Ostrowski und Verlage (2020) sowie Porter (2020).

Sowohl das Down-Syndrom als auch das Williams-Beuren-Syndrom werden in einer Studie von Paterson, Girelli, Butterworth und Karmiloff-Smith (2006) berücksichtigt. Diese Untersuchung belegt eindeutige Kompetenzspezifika der beiden Syndrome, die gleichzeitig auch im Vergleich zu Schüler:innen im gleichen Alter und im gleichen Entwicklungsalter herausgearbeitet wurden. In den Erhebungen wurden je nach Experiment 8 bzw. 11 Kinder oder Erwachsenen mit Williams-Beuren-Syndrom und 9 bzw. 18 Personen mit Down-Syndrom berücksichtigt. Die Vergleichsgruppen umfassten eine jeweils vergleichbare Anzahl an Teilnehmenden. Kinder mit Williams-Beuren-Syndrom unterscheiden sich mit 2,5 Jahren noch nicht von der Gruppe der Gleichaltrigen, stagnieren dann aber in ihrer Entwicklung und haben Schwierigkeiten bei der Beherrschung der Kompetenz der präzisen Mengenvorstellung. Die Diagnose Down-Syndrom geht hingegen bereits in jungen Jahren mit allgemeinen Schwierigkeiten beim Subitizing einher. Später sind aber z. B. die Rechenkompetenzen durchschnittlich auf einem höheren Niveau als bei den Personen mit Williams-Beuren-Syndrom (Paterson et al., 2006, S. 194–200). Insgesamt ließen sich auch innerhalb dieser Studie

Einschränkungen in der Entwicklung der Zahl-Größen-Kompetenzen bei Kindern mit Down-Syndrom verifizieren, allerdings weniger deutlich als in der Gruppe der Kinder mit Williams-Beuren-Syndrom. Diese syndromspezifischen Entwicklungsprofile erlauben eine deutliche Präzisierung im Vergleich zu der Annahme einer allgemeinen Entwicklungsverzögerung. „The results . . . highlight the importance of exploring domains in depth rather than merely noting overall delay when studying atypically developing groups“ (Paterson et al., 2006, S. 202).

Bei vergleichbaren IQ-Werten weichen die Kompetenzprofile von Menschen mit der Diagnose Down-Syndrom von denen von Personen mit Williams-Beuren-Syndrom ab. Menschen mit Williams-Beuren-Syndrom werden Stärken in der sprachlichen Domäne zugesprochen, während die räumliche Wahrnehmung eingeschränkt ist. Hingegen haben Personen mit Down-Syndrom in dieser Domäne ihre Stärken, gelten dafür aber als weniger sprachgewandt (Paterson et al., 2006, S. 191).

Eine weitere Vergleichsstudie wurde von Murphy und Mazzocco (2008, S. 31) für die beiden Syndrome Fragile-X-Syndrom ($n = 14$) und Turner-Syndrom ($n = 17$) bei Schüler:innen im Alter zwischen 10 und 11 Jahren durchgeführt. Schülerinnen mit der Diagnose Fragile-X-Syndrom hatten im Vergleich zur Gruppe im gleichen Entwicklungsalter Schwierigkeiten beim Rechnen und mit dem konzeptuellen Verständnis der Zahlen inklusive des Zählens. Demgegenüber unterschieden sich die Mädchen mit Turner-Syndrome nicht grundsätzlich von der Vergleichsgruppe, bei ihnen wurde nur eine geringere Verarbeitungsgeschwindigkeit im Bereich des Arbeitsgedächtnisses festgestellt (Murphy & Mazzocco, 2008, S. 40–41).

Damit lassen sich syndromspezifische Entwicklungsprofile der Zahl-Größen-Kompetenzen für einzelne Syndrome festhalten, die im Vergleich zu Personen im gleichen Entwicklungsalter oder auch im Vergleich zu anderen Syndromen deutlich werden.

4.2 Domänenspezifische Zahl-Größen-Kompetenzen und ihre Entwicklung

Bei der schulischen Leistungsentwicklung im Fach Mathematik nehmen die Zahl-Größen-Kompetenzen eine zentrale Rolle ein (Kap. 2.1, S. 14). Im Folgenden stehen vor allem neuere Erhebungen rund um die Zahl-Größen-Kompetenzen im Fokus. Diese stellen die

domänenspezifische Basis für die späteren schulischen Leistungen im Fach Mathematik dar (Gersten, Jordan & Flojo, 2005, S. 293; Passolunghi et al., 2007, S. 182; Schneider et al., 2013, S. 15; Weißhaupt et al., 2006, S. 244). Langzeitstudien haben gezeigt, dass sie mehr als ein Viertel der Varianz in den Mathematikleistungen der dritten und vierten Klasse aufklären (Krajewski & Schneider, 2006, 2009b). Zusätzlich belegen Untersuchungen, dass die Zahl-Größen-Kompetenzen vor allem für Schüler:innen mit grundsätzlichen Schwierigkeiten im Fach Mathematik oder mit einer leichten Intelligenzminderung eine wichtige Voraussetzung für die Rechenkompetenzen darstellen (Soltani & Mirhosseini, 2020, S. 557; Sophian, 1988, S. 639). Folglich ist die Erforschung der numerischen Kompetenzen in den letzten Jahren immer mehr in den Fokus des sonderpädagogischen Schwerpunktes Geistige Entwicklung gelangt. Dennoch sind bis heute Studien in diesem Bereich vergleichsweise selten (Cheong et al., 2017, S. 150). Garotte et al. (2015, S. 27) sprechen von einer „auffallend geringen Forschungstätigkeit“ in diesem Bereich. Als Gründe sehen sie neben generellen Herausforderungen, wie Konzentrationsschwierigkeiten und sprachlichen Einschränkungen der betreffenden Kinder, kaum verfügbare und geeignete Testverfahren zur Erhebung der numerischen Kompetenzen. Auch die schwierige „generelle Typisierung“ (Garotte et al., 2015, S. 27) zwischen Kindern mit Lernbeeinträchtigungen oder einer leichten geistigen Behinderung wird als potenzieller Grund genannt.

Der Forschungsstand rund um die Zahl-Größen-Kompetenzen von Schüler:innen mit dem sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung wird im Folgenden anhand unterschiedlicher methodischer Zugänge vorgestellt (Kap. 4.2.1). Danach wird resultierend aus den Ergebnissen dieser Erhebungen in einem gesonderten Kapitel ergänzend auf das Kardinalverständnis (Kap. 4.2.2) eingegangen.

4.2.1 Forschungsstand zu den Zahl-Größen-Kompetenzen

Die Auswahl der vorhandenen Untersuchungen erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit, vielmehr werden entscheidende und relevante Aspekte für den vorliegenden Forschungsbereich herausgegriffen. Dabei wurde bei der Auswahl auf möglichst aktuelle, soweit verfügbar, und auch auf internationale Studienergebnisse geachtet. Die gewählte Einteilung nach dem methodischen Design der Studien hat den Anspruch, diese zu strukturieren und damit den Einblick in den Forschungsstand zu erleichtern.

Beobachtungsstudien

Baroody (1986) hat insgesamt 100 Kinder (Gruppe 1: $n = 36$ „moderately mentally handicapped“, IQ 33–50; Gruppe 2: $n = 64$ „mildly mentally handicapped“, IQ 51–80) mit einer geistigen Behinderung zwischen 6 und 14 Jahren aus insgesamt 15 Klassen aus New York untersucht. Mit dieser Erhebung stellte er signifikante Unterschiede bei den mathematischen Kompetenzen zwischen den beiden Intelligenzstufen fest (Baroody, 1986, S. 295). Von den Kindern der ersten Gruppe konnten 54 % die Frage *how many* (Kap. 4.2.2, S. 89) mit dem zuletzt genannten Zahlwort im Zahlenraum bis 10 beantworten und 77 % der Gruppe Mengen bis 5 abzählen. Erfolgreich bis zur Zahl 29 zählten 23 %. Die Kinder der Gruppe 2 schnitten in den Testitems grundsätzlich besser ab: Die How-many-Aufgabe beantworteten 89 % korrekt und der gleiche Prozentanteil konnte erfolgreich Objekte bis zur Menge von 5 abzählen. Etwas mehr als die Hälfte der Kinder (54 %) konnte korrekt bis zur Zahl 29 zählen (Baroody, 1986, S. 293). Baroody folgerte insgesamt, dass Basiskompetenzen im Bereich der Zahl-Größen-Kompetenzen bei Kindern mit einer geistigen Behinderung nicht für selbstverständlich erachtet werden können. Diese sollten sorgfältig erhoben werden, um schließlich entsprechende Fördermaßnahmen einleiten zu können (Baroody, 1986, S. 295). Er begründete dies vor allem mit der Tatsache, dass seine Studie erhebliche Unterschiede bei den einzelnen Kindern zeigte und damit jedes Kind individuell betrachtet werden sollte (Baroody, 1986, S. 299). Auf diese große Heterogenität der mathematischen Leistungen und die daraus resultierende nötige Flexibilität der didaktischen Konzepte weist auch Ezawa (1996, S. 220) auf der Grundlage zweier ausführlicher Einzelfallerhebungen hin.

In einer Trainingsstudie mit 50 Kindern mit einem IQ zwischen 34 und 74 stellt Baroody (1988) fest, dass die Kompetenz des Zahlvergleiches für Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung schwer zu erreichen ist und meist nur im Zahlenraum bis 5 beherrscht wird (Baroody, 1988, S. 467). Die Untersuchung zeigt, dass Basiskompetenzen, etwa die sichere Beherrschung der Zahlenfolge, für einen erfolgreichen Zahlvergleich entscheidend sind. Gleichzeitig können sie bei Menschen mit geistiger Behinderung nicht als sich spontan entwickelnde Kompetenzen angesehen werden (Baroody, 1988, S. 470).

In einer weiteren Studie betont Baroody (1999, S. 66–74) die Möglichkeit von Schüler:innen mit einer geistigen Behinderung, auch einen tieferen Einblick in das Kardinalverständnis und

die Zahl-Größen-Kompetenzen zu erreichen. Er fasst dafür einige seiner Ergebnisse unter zusätzlicher Berücksichtigung weiterführender Untersuchungen zusammen. Die Mehrzahl der Lernenden mit einer geistigen Behinderung kann mit den Fingern die Zahlen bis 5 zeigen, viele auch bis 10 (Baroody, 1999, S. 66). Die meisten Schüler:innen erlangen einen Einblick in die Zahlwortkenntnis (Baroody, 1999, S. 73). Das Abzählen stellt sich hingegen als recht komplexe Kompetenz bei Lernenden mit einer geistigen Behinderung heraus, da hierfür zusätzliche Ressourcen des Arbeitsgedächtnisses benötigt werden. So vergessen die Schüler:innen, wie weit sie ursprünglich zählen wollten, oder sie sind auf die Zielzahl fokussiert und vergessen daher das richtige Zählen. Das Kind schafft es nicht, korrekt bis zur gefragten Zahl zu zählen, da es nicht über die Ressourcen verfügt, diese im Arbeitsgedächtnis zu behalten (Baroody, 1999, S. 67–69). Zudem fiel es Kindern mit einer geistigen Behinderung leichter, den Nachfolger einer Zahl zu bestimmen, wenn dieser im Zusammenhang mit einer Zahlenreihe erfragt wurde „... sequence 1, 2, 3, 4, ___ and asked them to fill in the blank, instead of simply asking what number comes after four?“ (Baroody, 1999, S. 70).

In einer australischen Studie untersuchten Bashash, Outhred und Bochner (2003) 30 Kinder und Jugendliche mit einem IQ zwischen 36 und 54, davon 13 mit der Diagnose Down-Syndrom. Die Schüler:innen waren zwischen 7 und 18 Jahren alt (Bashash et al., 2003, S. 328). In einer Interviewsituation wurden Aufgaben zur Zahlenfolge, zu angewandten Zählstrategien und zur präzisen Größenvorstellung behandelt. Auffällig war hier, dass die jüngste Gruppe der 8- bis 11-Jährigen bis maximal 10 zählte. Die meisten Kinder und Jugendlichen der beiden anderen Gruppen (12-18 Jahre) befanden sich im Bereich der Zahlenräume 20 und 50 (Bashash et al., 2003, S. 332). Die Autorinnen schließen daraus, dass die Lernenden im Bereich der mittelgradigen Intelligenzminderung die gleiche Zählentwicklung und die gleichen Zählprinzipien durchlaufen, wie es die Theorie lehrt, allerdings mit einer deutlichen zeitlichen Verzögerung (Bashash et al., 2003, S. 341). Prinzipiell können Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt aber genauso wie Schüler:innen ohne Intelligenzminderung von den Förderprogrammen profitieren, ebenso wie auch die theoretischen Erkenntnisse für sie Gültigkeit haben (Bashash et al., 2003, S. 343).

Eine Erhebung von Garotte et al. (2015, S. 30) untersuchte insgesamt 31 Schüler:innen aus Deutschland und 78 Schüler:innen aus der Schweiz (zwischen 6;0 und 18;0 Jahren), jeweils mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung. Ziel der Studie war es,

anhand des Tests TEDI-Math (Kaufmann et al., 2009) die numerischen Kompetenzen der Kinder und Jugendlichen zu erfassen und schließlich in Bezug auf das ZGV-Modell (Abbildung 2, S. 48) zu analysieren. Die Stichprobe bestand laut Einschätzung der Lehrkräfte zu zwei Dritteln aus Schüler:innen mit einer leichten und zu einem Drittel aus Schüler:innen mit einer mittelgradigen Intelligenzbeeinträchtigung. Basiskompetenzen, die der ersten Stufe des ZGV-Modells zugeordnet werden konnten, wurden von den Lernenden mit einer Lösungswahrscheinlichkeit von über 90 % gelöst (Garotte et al., 2015, S. 33). Aufgaben, die eine präzise Größenrepräsentation erfordern (Ebene 2b des ZGV-Modells), wurden hingegen nur mit einer Lösungswahrscheinlichkeit zwischen 68 % und 59 % gelöst und folglich von einer geringeren Zahl an Schüler:innen mit sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung bewältigt. Das erfolgreiche Verknüpfen der Zahlen mit den dazugehörigen Anzahlen scheint daher im Schwerpunkt Geistige Entwicklung bedeutend zu sein.

Mit dem Testverfahren MARKO-D (Ricken et al., 2013) erhoben Zentel und Sarimski (2017) die mathematischen Basiskompetenzen von 77 Lernenden ($M_{\text{Alter}} = 9;10$ Jahre) mit Down-Syndrom. Die Schüler:innen mussten den MARKO-D bearbeiten können und damit über ein ausreichend rezeptives Sprachvermögen verfügen (Zentel & Sarimski, 2017, S. 595). Die Autoren konnten für die Mehrzahl der Schüler:innen Basiskompetenzen, wie die Kenntnis der Zählzahlen und das Abzählen kleiner Mengen, feststellen. Etwa 25 % verfügten über die Kenntnis der Nachbarzahlen und die Fähigkeit, „die Positionen einer Zahl in der Zahlwortreihe miteinander [zu] vergleichen“ (Zentel & Sarimski, 2017, S. 599). Ein Verständnis der Kardinalität und die Fähigkeit, Teilmengen aus einer Gesamtmenge herzustellen, beherrschten nur wenige Kinder ($n = 7$). Damit konnten anhand des MARKO-D für eine ausgewählte Personengruppe mit Down-Syndrom vergleichbare Befunde festgehalten werden wie in der zuvor genannten Erhebung der Forschungsgruppe Garotte et al. mit dem Testverfahren TEDI-Math.

Sowohl bei Schüler:innen mit einer leichten als auch bei solchen mit einer mittelgradigen Intelligenzminderung zwischen 6 und 10 Jahren ($n = 57$) und sprachfreien IQ-Werten zwischen 40 und 78 ($M = 55.4$, $SD = 9.6$) wurden in einer Untersuchung in der Schweiz die numerischen Kompetenzen anhand eines Subtests des TEDI-Math erhoben (Sermier Dessemontet, Moser Opitz & Schnepel, 2020, S. 412). Die Kompetenzen der Lernenden wurden anhand zweier Messzeitpunkte bestimmt und mithilfe einer Clusteranalyse vier

Untergruppen mit unterschiedlichen numerischen Kompetenzen generiert. Dem ersten Cluster, das sich durch instabile Basiskompetenzen (Level 1, ZGV-Modell) im Zahlenraum bis 10 beschreiben ließ, wurden 28 Kinder zugeordnet. Die zweite Gruppe ($n = 14$) verfügte über Basiskompetenzen der ersten Ebene im Zahlenraum bis 10. Die Schüler:innen, die dem dritten Cluster zugeordnet wurden ($n = 10$), hatten bereits einen Einblick in die präzise Größenrepräsentation im Zahlenraum bis 20, und fünf Schüler:innen (Cluster 4) zeigten neben einem Einblick in die präzise Größenrepräsentation auch Rechenkompetenzen im Zahlenraum bis 100 (Sermier Dessemontet et al., 2020, S. 415–416). Bis auf die Lernenden des ersten Clusters erlangten alle Schüler:innen innerhalb des Schuljahres einen deutlichen Kompetenzzuwachs. Die Kinder mit den inkonsistenten Basiskompetenzen erzielten keine nennenswerten Fortschritte in der Zahl-Größen-Entwicklung (Sermier Dessemontet et al., 2020, S. 417).

Vergleichsstudien

Einige Studien verglichen die Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung zusätzlich mit einer Normstichprobe oder auch mit einer Vergleichsgruppe im gleichen Entwicklungsalter. So führte die bereits genannte Forschungsgruppe Garotte, Moser Opitz & Ratz in einer weiteren Analyse bei einer Teilstichprobe von 16 Kindern aus der Schweiz mit einer leichten bis mittelgradigen Intelligenzminderung einen Vergleich mit einer Normstichprobe durch (Moser Opitz, Garotte & Ratz, 2014, S. 27). Im Durchschnitt löste die Teilstichprobe der Personen, bei denen ein sonderpädagogischer Schwerpunkt Geistige Entwicklung festgestellt wurde, mehr als 40 % aller altersentsprechenden Aufgaben. Hier wurden insbesondere die Kompetenzen richtig angewandt, die auf der Ebene der Basisfertigkeiten und des einfachen Zahlverständnisses verortet werden. Im Bereich des tiefen Zahlverständnisses und Rechnens erreichten sie innerhalb des Testinstruments TEDI-Math am wenigsten Punkte (Kaufmann et al., 2009).

Zu einem vergleichbaren Ergebnis gelangten Brankaer, Ghesquière und Smedt (2011) mit einer Erhebung im Bereich der leichten Intelligenzminderung. Sie analysierten mathematische Kompetenzen von 26 Kindern und Jugendlichen (Alter: $M = 10.79$, $SD = 0.75$) mit einem IQ zwischen 50 und 70. Ziel der Studie war es, die Kompetenzen in den Bereichen Größenvergleich von Zahlen und Anzahlen zu erfassen und zu untersuchen, ob sich diese

von zwei Kontrollgruppen unterschieden. Die Kontrollgruppen umfassten zum einen Schüler:innen im gleichen chronologischen Alter und zum anderen Schüler:innen mit vergleichbarem mathematischen Entwicklungsstand wie die Schüler:innen mit leichter Intelligenzminderung. Beide Kontrollgruppen verfügten über einen durchschnittlichen IQ (85-115) (Brankaer et al., 2011, S. 2855). Die Kinder mit Intelligenzminderung zeigten in beiden Bereichen schlechtere Leistungen als die Kontrollgruppe der Gleichaltrigen ohne Beeinträchtigungen. Keine Leistungsunterschiede wurden im Hinblick auf die zweite Gruppe mit gleichem mathematischem Leistungsniveau festgestellt. Die Größenvorstellungen der Kinder mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung unterschieden sich nicht signifikant von denjenigen im gleichen Entwicklungsalter. Die Autor:innen folgern daraus, dass sich die grundsätzlichen Lernprozesse der Kinder mit Intelligenzminderung nicht fundamental von denjenigen ohne Beeinträchtigungen unterscheiden, die Entwicklung jedoch verlangsamt verläuft (Brankaer et al., 2011, S. 2858).

Lehrkräftebefragungen

Methodisch wird im sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung immer wieder auf Lehrkräftebefragungen zurückgegriffen, um die Ausgangsbedingungen, Unterstützungsbedarfe und Kompetenzen der Schülerschaft umfassend erheben zu können (Kap. 5.1, S. 103) (Ratz & Dworschak, 2021, S. 14–15). Auf diese Weise wurden in einer deutschsprachigen Studie die mathematischen Kompetenzen von insgesamt 1 629 Kindern und Jugendlichen im Alter von 6 bis 21 Jahren erhoben (Ratz, 2012a). Die Lehrkräfte beurteilten die Schüler:innen hinsichtlich der erreichten Stufe der Zählentwicklung nach Fuson (1988). Nach Einschätzung der Lehrkräfte zählten 24 % der Schülerschaft (noch) nicht, 7 % beherrschten eine Ganzheitsauffassung der Zahlreihe, 29 % die unflexible Zahlwortreihe, 11 % die flexible Zahlwortreihe und 20 % hatten bereits Einblick in die vollständig reversible Zahlwortreihe (Ratz, 2012a, S. 137). Die Zählentwicklung unterschied sich mit Blick auf die einzelnen Schulstufen deutlich voneinander. In der Grundschulstufe war noch die unflexible Zahlwortreihe dominant (36 %), während in der Hauptschulstufe die vollständig reversible Zahlwortreihe die am häufigsten angegebene Stufe bildete (27 %). Unter der Annahme, dass sich mit der Verteilung auch die Entwicklung der Zählkompetenz beschreiben lässt, ist darauf hinzuweisen, dass sich die Zahlen der einzelnen Stufen mit Blick auf die Berufsschulstufe kaum veränderten. Es ist von einem deutlichen Sprung der Zählkompetenz von der

Grundschulstufe zur Hauptschulstufe auszugehen. Zwischen Haupt- und Berufsschulstufe war kein bedeutender Anstieg nachweisbar (Ratz, 2012a, S. 141).

Über eine Lehrkräftebefragung gewonnene Daten lieferte auch eine Studie aus den USA. In drei Bundesstaaten (Staat 1: $n = 1\,120$, Staat 2: $n = 201$, Staat 3: $n = 219$) schätzten Lehrkräfte die mathematischen Fähigkeiten ihrer Schüler:innen an ausgewiesenen Förderschulen ein (Towles-Reeves et al., 2009, S. 245). Die Lernenden wurden anhand folgender Kriterien beschrieben: unterschiedliche Fokusse innerhalb des Lehrplans, benötigen Unterstützung bis hin zu assistierender Technik bei der Kommunikation, brauchen physische Hilfestellungen (Towles-Reeves et al., 2009, S. 243). Fast 13 % (Staat 1), 22 % (Staat 2) bzw. 11 % (Staat 3) der Schüler:innen hatten den Lehrkräften zufolge kein wahrnehmbares Zahlenbewusstsein. Die Fähigkeit, bis 5 zu zählen, ließen 7 % (Staat 1), 10 % (Staat 2) und 6 % (Staat 3) erkennen. Auf der Stufe des einfachen Zahlverständnisses waren 19 % der Lernenden im Staat 1, 24 % im Staat 2 und 27 % im Staat 3 angesiedelt; die Fähigkeit der Eins-zu-Eins-Zuordnung beim Zählen bis mindestens 10 oder das Bilden von Sets wurden als Beispiele innerhalb dieser Antwortmöglichkeit genannt (Towles-Reeves et al., 2009, S. 248).

Eine Studie von Kearns, Towles-Reeves, Kleinert, Kleinert und Kleine-Kracht Thomas (2011), bei der die gleiche Lernendengruppe betrachtet wurde, versucht ebenfalls mithilfe der Daten aus mehreren Staaten (7 Staaten, $n = 14\,480$) die Gruppe anhand ihrer mathematischen Kompetenzen zu beschreiben (Kearns et al., 2011, S. 4). Je nach Staat beherrschten laut den Lehrkräften 6-13 % die Zahlenfolge bis 5, während 21-35 % der Schüler:innen dem Niveau des einfachen Zahlverständnisses zugeordnet wurden und 12-17 % kein wahrnehmbares Zahlenbewusstsein hatten (Kearns et al., 2011, S. 9).

Zusammenfassung der Studien

Aus den Studien kann die grundsätzliche Erkenntnis abgeleitet werden, dass Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung über dieselben Strategien verfügen und die identischen Kompetenzen erreichen wie Schüler:innen ohne Intelligenzminderung, der Entwicklungsverlauf bei ihnen jedoch durch eine Verschiebung gekennzeichnet ist, d. h. durch eine zeitliche Verzögerung im Vergleich zu den Lernenden ohne Beeinträchtigungen (Bashash et al., 2003; Brankaer et al., 2011). Im Hinblick auf die Verteilung der Zahl-Größen-Kompetenzen zeigen die Ergebnisse, dass viele dieser Schüler:innen über die

Basiskompetenzen verfügen, wie beispielsweise das Aufsagen der Zahlenfolge oder die Ziffernkenntnis (Baroody, 1986; Brankaer et al., 2011; Garotte et al., 2015; Sermier Dessemontet et al., 2020; Zentel & Sarimski, 2017). Aufgaben, welche die präzise Mengenvorstellung erfassen, wurden hingegen schlechter gelöst. Deutlich wird dies am Unterschied zur Kontrollgruppe, aber auch dadurch, dass eine Lösung der Aufgaben der Schülerschaft mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung prinzipiell schwerer fiel.

Daraus lassen sich zwei wesentliche Schlussfolgerungen ableiten: Zum einen sprechen die Ergebnisse dafür, dass sich die Entwicklung der Zahl-Größen-Kompetenzen bei Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt nicht entscheidend von anderen Schüler:innen ohne Intelligenzminderung unterscheidet. Das zeigen u. a. drei Studien (Garotte et al., 2015; Moser Opitz et al., 2014; Zentel & Sarimski, 2017), welche die erhobenen numerischen Kompetenzen der Schüler:innen mit Intelligenzminderungen auf aktuelle theoretische Modelle übertragen. Die Kompetenzverteilung der Schülerschaft mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung lässt sich mit den Modellansichten vereinbaren. Prinzipiell sind daher auch bei ihr allgemeine didaktische Modelle für die Beschreibung der mathematischen Fähigkeiten geeignet. Zum anderen ist festzuhalten, dass die präzise Mengenvorstellung für viele Schüler:innen eine Herausforderung darstellt. Aus theoretischer Sicht kommt dieser Kompetenz jedoch eine zentrale Rolle für die Entwicklung des Zahlenverständnisses zu. Nur mit einem konzeptuellen Verständnis ist es den Schüler:innen möglich, ihre Zahl-Größen-Kompetenzen weiterzuentwickeln und so ein tiefes Zahlverständnis zu erlangen, um in der Folge beispielsweise Zahlzerlegungen oder Zahlrelationen erfolgreich durchführen zu können. Dem Kardinalverständnis kommt damit innerhalb der Zahl-Größen-Entwicklung eine entscheidende Rolle zu, weshalb diese zentrale Kompetenz im folgenden Kapitel detailliert empirisch betrachtet wird.

4.2.2 Kardinalverständnis als zentrale Zahl-Größen-Kompetenz

Das Kardinalverständnis, also die Kompetenz, Zahlen mit den jeweiligen Größen zu verknüpfen, gilt als ausschlaggebend für eine erfolgreiche Entwicklung eines umfassenden Zahlverständnisses. Nur mithilfe des Kardinalverständnisses wird es möglich, ein Verständnis für das Zahlssystem aufzubauen und die Grundlage für eine grundsätzliche Weiterentwicklung

der numerischen Fähigkeiten zu schaffen (Gersten et al., 2005, S. 297; Krajewski & Schneider, 2009a, S. 524; Sermier Dessemontet et al., 2020, S. 420).

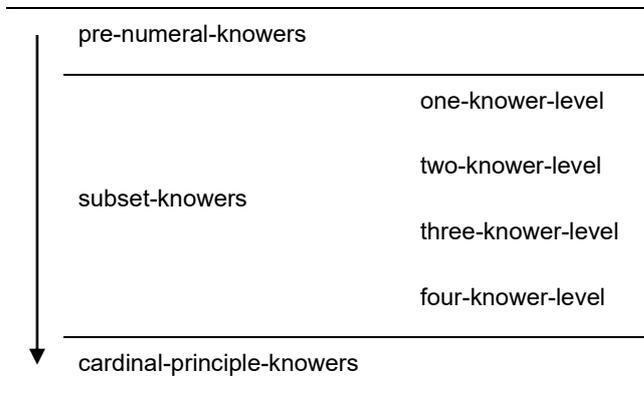
Entwicklung des Kardinalverständnisses

Angesichts der Erfassung des Kardinalverständnisses hat im Zusammenhang mit der *principle-before-theory* (Kap. 3.2.2, S. 38) der How-many-Task Bekanntheit erlangt. In der Version von Schaeffer, Eggleston und Scott (1974, S. 360) wurden die Kinder dazu aufgefordert, eine Reihe von Pokerchips (die Anzahl variierte zwischen eins und sieben) zu zählen. Nach dem Zählvorgang wurde die Reihe verdeckt und das Kind gefragt, wie viele Chips unter dem Tuch liegen. Sobald ein Kind die von ihm zuletzt aufgeführte Zahl des Zählvorgangs nannte, wurde diesem der erfolgreiche Einblick in das Kardinalverständnis und damit das Verständnis der Mächtigkeit der Zahlen zugeschrieben. Ob der How-many-Task tatsächlich valide das Kardinalverständnis misst oder dieses vielleicht unter- oder überschätzt, wird in der Fachwissenschaft diskutiert (Sarnecka & Carey, 2008, S. 663).

Einen anderen Weg der Messung des Kardinalverständnisses erlaubt der Give-N-Task, auch Give-a-number-Task genannt (Wynn, 1990, S. 171–180). In dieser Studie sollten Kinder eine bestimmte Anzahl an Spielfiguren (Dinosaurier) aus insgesamt 15 Spielfiguren herausnehmen. Die Kinder wurden der Reihenfolge nach zunächst nach einer Spielfigur und dann bis hin zu sechs Spielfiguren gefragt. Dieser Give-N-Task wurde häufig repliziert (u. a. Le Corre, van de Walle, Brannon & Carey, 2006; Le Corre & Carey, 2007; Sarnecka & Gelman, 2004) und kann daher als Paradigma in Bezug auf die Erhebung des Kardinalverständnisses bezeichnet werden. Die Studienergebnisse ließen erkennen, dass Kinder häufig nicht in der Lage waren, die passende Anzahl an Objekten zu greifen, obwohl sie die Zahlenfolge bereits bis zu dieser Anzahl beherrschten. Unter Verwendung des Give-N-Tasks (anstatt des How-many-Tasks) zeigte sich das Kardinalverständnis somit vergleichsweise spät (Sarnecka & Carey, 2008, S. 664). Damit gaben diese längsschnittlichen Erhebungen auch einen Hinweis darauf, wie das Kardinalverständnis im Zusammenhang mit dem Zählen erlernt werden könnte (Sarnecka & Carey, 2008, S. 664). Demnach lassen sich sechs hierarchische Stufen beschreiben: *pre-numeral-knower*, *one-knower-level*, *two-knower-level*, *three-knower-level*, *four-knower-level* und *cardinal-principle-knower* (Tabelle 2).

Als pre-numeral-knower hat das Kind noch keinen Bezug zu der Zahl, die ihm genannt wird. Die Anzahl an Objekten wird willkürlich ausgewählt. In dem darauffolgenden Stadium one-knower-level wird das Kind nach einem Objekt gefragt und kann dieses korrekt zeigen. Sobald es nach zwei oder mehr Objekten gefragt wird, erfolgt eine willkürliche Auswahl der Objektanzahl. Laut Sarnecka & Carey (2008, 664) erreichen die meisten englischsprachigen Kinder dieses Stadium im Alter von 2,5 bis 3 Jahren. Sowohl ein als auch zwei Objekte können von einem Kind, das sich auf dem two-knower-level befindet, korrekt herausgegriffen werden. Bei allen Zahlen größer als zwei wird hingegen eine wahllose Anzahl übergeben. Auf dem three-knower-level und dem four-knower-level wird die Fähigkeit mit den Charakteristika der vorherigen Stufe um jeweils die folgende Zahl ausgebaut. Die Personen, die eine dieser Stufen (one-knower-level bis four-knower-level, Tabelle 2) beherrschen, werden auch als *subset-knowers* (Le Corre et al., 2006; Le Corre & Carey, 2007) beschrieben. Häufig beherrschen die Kinder, die diese Stufe erreicht haben, die Zahlwortreihe bis 10 oder sogar höher. Das konzeptuelle Verständnis haben sie jedoch erst für einen Teil dieser Zahlen erlernt (Sarnecka & Carey, 2008, S. 664). Nach einiger Zeit als subset-knower – Sarnecka und Carey (2008, S. 664) sprechen von häufig über einem Jahr – erreichen die Kinder die Stufe der cardinal-principle-knowers. So wie sie als subset-knowers noch allmählich die nächste Stufe erreicht haben, vollzieht sich hier eine bedeutende Änderung. Die Kinder können für die Zahl 5 und alle weiteren ihnen bekannten Zahlen größer als 5 die korrekte Anzahl an Objekten bestimmen. „[The child] seems to acquire the meanings of the higher numerals (‘five’ through however high she can count) all at once“ (Sarnecka & Carey, 2008, S. 664). Damit kann ab der erfolgreichen Bestimmung der Kardinalität für die Zahl 5 von einer Generalisierung des Kardinalverständnisses gesprochen werden (Geary, vanMarle, Chu, Hoard & Nugent, 2019, S. 258; Sarnecka & Carey, 2008, S. 664). Wird von cardinal-principle-knowers gesprochen, wird davon ausgegangen, dass die Kinder in der Lage sind, nach Aufforderung fünf oder mehr Objekte in der korrekten Anzahl zu bestimmen.

Tabelle 2. *Eigene schematische Darstellung der stufenweisen Entwicklung des Kardinalverständnisses nach Sarnecka und Carey (2008, S. 664)*



Cardinal-principle-knowers unterscheiden sich dabei qualitativ von den subset-knowers. Auch wenn subset-knowers explizit dazu aufgefordert werden, zur Lösung des Give-N-Task zu zählen, tun sie das im Gegensatz zu den cardinal-principle-knowers nicht. Wynn (1990, S. 172) nannte daher die subset-knowers auch grabbers und die cardinal-principle-knowers counters. „Cardinal-principle-knowers understand how counting works, whereas subset-knowers do not“ (Sarnecka & Carey, 2008, S. 664). Sarnecka und Carey (2008) konnten in einer Studie mit 73 englischsprachigen Kindern zwischen 2 und 4 Jahren u. a. anhand ihrer Daten diese Einteilung in subset-knower und cardinal-principle-knower verifizieren. Auch in einer weiteren Erhebung von Sarnecka und Lee (2009, S. 334) wird diese Einteilung von den Ergebnissen bestätigt.

Darüber hinaus zeigten Sarnecka und Carey (2008, S. 672), dass diese Kinder früher ein Verständnis dafür erlangten, dass die Antwort auf die Frage „How many?“ dem zuletzt genannten Zahlwort beim Abzählen entspricht. Diese Erkenntnis bestätigt frühere Untersuchungen (u. a. Fuson, 1988): Der genannte How-many-Task erfasst nicht die gleiche Fähigkeit wie der Give-N-Task. Daher sollte der How-many-Task nicht genutzt werden, um das Kardinalverständnis zu erfassen. Die Frage „How many?“ scheint auszureichen, Kinder zu veranlassen, in jedem Fall mit dem zuletzt genannten Zahlwort zu antworten, unabhängig davon, ob sie bereits Einblick in das Kardinalverständnis haben oder nicht (Sarnecka & Carey, 2008, S. 672). Studien haben gezeigt, dass die Fähigkeit, die mit dem How-many-Task getestet wird, früher erlernt wird als die Fähigkeit, die mit dem Give-N-Task überprüft wird. So lernten die

meisten Kinder bereits als two-knowers, dass der How-many-Task mit der zuletzt genannten Zahl der Zahlwortreihe zu beantworten ist. Dieses Lernen findet damit in einem zeitlichen Abstand vor dem schließlich erlangten Verständnis der Mächtigkeit der Zahlen statt (Sarnecka & Carey, 2008, S. 672–673).

Auf der Grundlage des aktuellen Forschungsstandes wird somit davon ausgegangen, dass Kinder das Kardinalverständnis Stück für Stück erlernen (subset-knower) und erst im Laufe dieses Lernprozesses – ab fünf Objekten – diese Kompetenz auf größere Zahlenräume anwenden können (cardinal-principle-knower). Dabei gilt die erfolgreiche Beantwortung des Give-N-Tasks als hoch reliable Variable zur Erfassung des Kardinalverständnisses (Marchand, Lovelett, Kendro & Barner, 2022, S. 12) und wurde in seiner Verwendung als „framework for classifying children, organizing findings, and predicting outcomes on other developmental measures“ (Marchand et al., 2022, S. 13) bestätigt.

Kardinalverständnis und die Beziehung zu weiteren Zahl-Größen-Kompetenzen

Das Kardinalverständnis wird schrittweise erlernt und scheint eine Schlüsselkompetenz innerhalb der Zahl-Größen-Entwicklung zu sein, da es als Prädiktor für den Erwerb späterer mathematischer Kompetenzen gilt (Baroody, 1987, S. 33). Außerdem hat der bisher dargelegte Forschungsstand gezeigt, dass die Zahl-Größen-Kompetenzen eng miteinander zusammenhängen. Das betrifft etwa die Mengenerfassung und die frühen Kenntnisse über Zahlen, wie z. B. das Aufsagen der Zahlwortreihe (Benz, Peter-Koop & Grübing, 2015, S. 9). An dieser Stelle stehen daher Studienergebnisse im Mittelpunkt, die den Zusammenhang der zentralen Kompetenz Kardinalverständnis mit anderen Zahl-Größen-Kompetenzen untersuchen. Es soll die Frage beantwortet werden, in welchem Verhältnis die einzelnen Fähigkeiten zueinander stehen.

Ordinal- und Kardinalzahl entwickeln sich den genannten Ergebnissen zufolge nicht, wie dies noch Piaget (1972, S. 155) angenommen hatte, simultan. Vielmehr wird die Ordinalzahl vor der Kardinalzahl erlernt (Brainerd, 1979, S. 144). Krajewski und Schneider (2009a, S. 522) zeigten in einer Längsschnittstudie, dass die Kompetenz der präzisen Größenrepräsentation sich zum großen Teil anhand der Basisfertigkeiten, wie der präzisen Zahlenfolge, vorhersagen lässt. Auch gemäß der Erhebung von Sarnecka und Lee (2009) ist die Beherrschung der Zahlenfolge bis 10 nicht zwangsläufig mit einem Einblick in das

Kardinalverständnis gleichzusetzen. Die Autor:innen folgerten, dass die Kompetenz der präzisen Größenrepräsentation Stück für Stück erlernt wird. Einem subset-knower gelingt es noch nicht, das Verständnis auf größere Zahlen zu transportieren. Ab der Zahl 5 gelingt schließlich eine Generalisierung des Kardinalverständnisses auf den Rest des bereits erlernten Zahlenraumes (Sarnecka & Lee, 2009, S. 335). Diese Ergebnisse berichteten bereits Sarnecka und Carey (2008) in einer Studie mit insgesamt 73 Kindern im mittleren Alter von 3;6 Jahren (10 Monate bis 4 Jahre). Zusätzlich hielten sie fest, dass erst der Einblick in das Kardinalverständnis ein erstes, aber noch fragiles Verständnis für die Nachfolgerzahlen ermöglichte (Sarnecka & Carey, 2008, S. 673).

Es entwickeln sich also zunächst gewisse Basisfertigkeiten, bevor ein Einblick in eine Zahl-Größen-Verknüpfung stattfinden kann. Zu den Basisfertigkeiten zählen Kompetenzen wie die Zahlenfolge und die Zahlwortkenntnis (Abbildung 2, S. 48), während der erste Einblick in ein Zahlverständnis mit dem Kardinalverständnis beschrieben wird. Damit gehen laut dem Modell die Kompetenzen Zahlenfolge und Zahlwortkenntnis dem Kardinalverständnis voraus. Erst mit einem gewissen Einblick in die Basiskompetenzen entsteht die Möglichkeit, diese mit dem dazugehörigen Mengenverständnis zu verknüpfen (Gersten et al., 2005, S. 302; Krajewski & Schneider, 2009a, S. 524).

Auch der Kompetenz Zahlvergleich wird eine wichtige Rolle für die schulischen Leistungen im Fach Mathematik zugeschrieben (Gersten et al., 2005, S. 300). Entsprechend wird auch sie im Zusammenhang mit der Schlüsselkompetenz Kardinalverständnis erforscht. Im ZGV-Modell wird die Kompetenz Zahlvergleich zunächst – genauso wie das Kardinalverständnis – der zweiten Ebene, d. h. der Verknüpfung der Zahlenwörter mit den jeweiligen Größen zugeordnet (Abbildung 2, S. 48). Innerhalb der Zahl-Größen-Entwicklung scheint sich die Kompetenz Zahlvergleich jedoch etwas später auszubilden (Moser Opitz, 2008, S. 91). Im Zusammenhang mit der Kompetenz Kardinalverständnis hielt Sophian bereits 1995 fest, dass verschiedene Mengen erst später zueinander in Beziehung gesetzt werden können, da das Kardinalverständnis sich zunächst nur auf einzelne Elemente einer Menge bezieht und dann schrittweise entwickelt (Sophian, 1995, S. 574). Folglich kann ein Mengenvergleich auch erst nach erfolgreichem Einblick in die Kardinalität stattfinden. Neuere Angaben hierzu liefert die Studie von Spaepen, Gunderson, Gibson, Goldin-Meadow und Levine (2018). Sie kommen ebenfalls zu dem Ergebnis, dass sich das Kardinalverständnis und ein Einblick in

diverse Zahlvergleiche und Zahlrelationen nicht zur selben Zeit herausbilden (Spaepen et al., 2018, S. 68). Das Kardinalverständnis wird als *gatekeeper* für ein tieferes Zahlverständnis eingestuft, und nur Schüler:innen, die einen Einblick in diese Kompetenz erlangt haben, können erfolgreich Zahlen vergleichen. Gleichzeitig ist die letztgenannte Kompetenz noch nicht zwingend nötig, um Einblick in das Kardinalverständnis zu erlangen (Spaepen et al., 2018, S. 68). Dennoch ist es als *cardinal-principle-knower* einfacher, die exakten numerischen Verhältnisse zwischen Zahlen erfolgreich zu erschließen (Spaepen et al., 2018, S. 70).

Zusätzlich zu denen im vorherigen Kapitel 4.2.1 aufgeführten Ergebnissen lassen sich einige dieser Erkenntnisse anhand von Studien bei Kindern und Jugendlichen mit sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung bestätigen. In der bereits oben genannten Untersuchung von Baroody (1988, S. 470) wird festgehalten, dass eine solide Basis der Zahlenfolge den Erwerb des Zahlvergleichs vereinfacht. Je flexibler die Zahlenfolge beherrscht wird, desto eher erreichen Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung einen Einblick in den Vergleich zweier nah beieinanderliegender Zahlen. Die unterschiedlichen Lösungswahrscheinlichkeiten der Subtests der Studie von Garotte et al. (2015, S. 33) lassen klar auf unterschiedliche Schwierigkeitsstufen schließen. Die Basiskompetenzen Zahlenfolge (90 % Lösungswahrscheinlichkeit) oder Zahlwortkenntnis (83 % Lösungswahrscheinlichkeit) wurden von deutlich mehr Schüler:innen gelöst als Items, die der präzisen Größenrepräsentation zugeschrieben wurden, bei denen die Lösungswahrscheinlichkeit zwischen 68 % und 59 % lag. Sehr viele Schüler:innen haben damit einen Einblick in die Basiskompetenzen, während deutlich weniger einen Einblick in die präzise Größenrepräsentation erreichen. Ähnliche Befunde liefert die Studie von Schnepel (2019, S. 201), wonach die Zahlraumstufen, in denen Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung Basiskompetenzen aufweisen, höher sind als jene, in denen sie Kompetenzen des einfachen oder tiefen Zahlverständnisses erkennen lassen.

Mithilfe der Ergebnisse der bereits erwähnten Clusteranalyse von Sermier Dessemontet et al. (2020, S. 418) kann festgehalten werden, dass das Erlernen der Basiskompetenzen dem Kardinalverständnis vorausgeht. Werden die Kompetenzprofile der Cluster zum ersten Erhebungszeitpunkt für den Zahlvergleich ausgewertet, lässt sich festhalten, dass die Schwierigkeitsstufe mit dem des Kardinalverständnisses vergleichbar ist. Im Cluster 1 verfügt nur eine Minderheit (29 %) über einen Einblick in das Kardinalverständnis, 43 % vergleichen

erfolgreich Zahlwörter miteinander. Im Cluster 2 sind es 79 % (Kardinalverständnis) und 64 % (Zahlvergleich), im Cluster 3 hingegen 80 % (Kardinalverständnis) und 90 % (Zahlvergleich). Im letzten Cluster schließlich wird allen Schüler:innen ein erfolgreicher Einblick in das Kardinalverständnis und den Zahlvergleich zugeschrieben (Sermier Dessement et al., 2020, S. 415–416). Schnepel (2019, S. 201) zeigte ebenso anhand einer Clusteranalyse, dass Kinder mit Kardinalverständnis ihre Fähigkeiten innerhalb eines Schuljahres deutlicher steigern konnten als Kinder ohne das Kardinalverständnis. Die präzise Mengenrepräsentation erfolgreich erschlossen zu haben, ist damit ein entscheidender Schritt innerhalb der mathematischen Entwicklung.

4.3 Zusammenfassung zum Stand der Forschung

Die individuellen Fähigkeitsprofile der Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung werden von zahlreichen Fähigkeitskomponenten beeinflusst, die jeweils unterschiedlich weit entwickelt sein können (Kuhl & Euker, 2016, S. 48). Sobald eine spezifische Kompetenz im Fokus steht, dürfen neben den entscheidenden Einflussfaktoren innerhalb der jeweiligen Domäne potenziell relevante Faktoren anderer, unspezifischer Kompetenzen nicht unbeachtet bleiben. Für die mathematische Entwicklung lassen sich laut aktuellem Forschungsstand zahlreiche domänenübergreifende Einflussfaktoren festhalten.

Für die Bereiche Sprache, Familiensprache, schriftsprachliche Fähigkeiten, Arbeitsgedächtnis und syndromspezifische Entwicklungsverläufe ist die Befundlage eindeutig. Der Zusammenhang der domänenübergreifenden Faktoren mit den Zahl-Größen-Kompetenzen konnte im Forschungsstand klar nachgewiesen werden. Bei den Geschlechterunterschieden ist dies hingegen nicht der Fall.

Die phonologische Bewusstheit ist vor allem für den Erwerb sehr früher numerischer Kompetenzen, wie beispielsweise die Zahlenfolge, entscheidend, nicht aber für fortgeschrittene Zahl-Größen-Kompetenzen, wie das Kardinalverständnis (Krajewski et al., 2008, S. 111; Krajewski & Schneider, 2009b, S. 528). Im Bereich Sprache lässt der Forschungsstand bisher ungeklärt, wie relevante sprachliche Prozesse abgebildet werden können, um schließlich den tatsächlichen Einfluss auf den Erwerb der Zahl-Größen-Kompetenzen zu zeigen (Hartmann et al., 2019, S. 52). Nicht so einfach darstellbar sind auch die Forschungsergebnisse für den

Bereich der Intelligenz: Der Einfluss des IQ-Wertes auf die Zahl-Größen-Kompetenzen gilt als bedeutend. Zwar konnte er bislang nicht eindeutig erschlossen werden, jedoch erbrachte der Vergleich verschiedener Stufen der Intelligenzminderung deutliche empirische Ergebnisse, weshalb von einem signifikanten Einfluss des Schweregrades der Behinderung auf die mathematischen Leistungen ausgegangen wird (Baroody, 1986, S. 295; Garotte et al., 2015, S. 36; Parmar & Cawley, 1991, S. 26).

Die Forschungsergebnisse, die domänenspezifische Zahl-Größen-Kompetenzen betreffen, zeigen übergreifend, dass sich die Entwicklung dieser Kompetenzen bei Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung nicht grundlegend von der Entwicklung bei anderen Schüler:innen unterscheidet (Bashash et al., 2003, S. 341; Brankaer et al., 2011, S. 2858; Fischer & Ratz, 2017; Kuhl & Euker, 2016, S. 41). Im Speziellen sind die Basiskompetenzen der Zahl-Größen-Kompetenzen jene Kompetenzen, die von den meisten Schüler:innen erreicht werden. Darüber hinaus belegt der Forschungsstand, dass die erfolgreiche Verknüpfung der Zahlen mit den dazugehörigen Mengen (Kardinalverständnis) häufig eine schwierig zu erreichende Kompetenz für Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung ist. Sie erwerben nicht gleichsam beiläufig die Zahl-Größen-Kompetenzen, wie es im Normalfall Vorschüler:innen ohne Intelligenzminderung mit den Zahlen bis 10 gelingt (Sermier Dessemontet et al., 2020, S. 419), bei denen sie sich „weitgehend ohne systematische Instruktion in der Kindheit“ (Stern, 1998, S. 207) entwickeln. Gleichzeitig wird die präzise Größenrepräsentation als zentrale Zahl-Größen-Kompetenz innerhalb der Entwicklungsstufen festgehalten. Daher sollte das Kardinalverständnis gerade auch im Schwerpunkt Geistige Entwicklung besondere Beachtung finden und folglich systematisch in Orientierung an empirischen Erkenntnissen unterrichtet werden. Das würde den Schüler:innen den erfolgreichen Erwerb des weiterführenden Zahlverständnisses ermöglichen.

Insgesamt ist der Forschungsstand der Zahl-Größen-Kompetenzen in den letzten Jahren deutlich gewachsen. Dennoch ist bisher wenig darüber bekannt, wie sich die Schlüsselkompetenz Kardinalverständnis zu weiteren domänenspezifischen Zahl-Größen-Kompetenzen von Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung verhält. Hier wäre es von großem Interesse, welche mathematischen Teilkompetenzen das Erreichen

der zentralen Kompetenz Kardinalverständnis begünstigen bzw. welche Faktoren es erschweren (Sermier Dessemontet et al., 2020, S. 418).

4.4 Forschungsfrage und abgeleitete Hypothesen

Unterricht für Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung sollte den Anspruch haben, alle Schüler:innen bestmöglich zu fördern. Ein fachdidaktisch orientierter Mathematikunterricht sollte demnach immer an aktuellen Theorien orientiert sein (Ratz, 2017, S. 187). Die beschriebenen theoretischen Grundlagen haben einen Einblick in vielfältig erprobte Annahmen und Modelle der Zahl-Größen-Kompetenzen gegeben, die den Unterricht leiten und unterstützen können (Kap. 3). Diese Modelle sind vor allem für den Bereich der Allgemeinen Schulen vielfältig empirisch überprüft und bestätigt worden. Für den sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung ist die Datengrundlage hingegen unzureichend. Dennoch konnte anhand des aktuellen Forschungsstandes gezeigt werden, dass bei Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung von einer verzögerten Entwicklung der Zahl-Größen-Kompetenzen ausgegangen werden kann (Kap. 4.2.1; S. 81). Insofern lassen sich Modelle, die für Schüler:innen ohne Beeinträchtigungen von Relevanz sind, auf Schüler:innen mit sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung übertragen. Gerade in den letzten Jahren hat sich das Modell der Zahl-Größen-Entwicklung (ZGV-Modell, Abbildung 2, S. 48) als wiederkehrende Grundlage im Zuge von empirischen Erhebungen bewährt.

Der Überblick über den Forschungsstand der Zahl-Größen-Kompetenzen bei Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung hat zum einen gezeigt, dass die Basiskompetenzen, wie Zahlenfolge und Ziffernkenntnis (Ebene 1 des ZGV-Modells), von vielen erreicht werden. Zum anderen stellt das Kardinalverständnis (Ebene 2 des ZGV-Modells) für viele eine große Herausforderung dar. Aber gerade diese erfolgreiche Verknüpfung der Zahl mit der dazugehörigen Größe ist der entscheidende Schritt im Zuge einer weiterführenden Entwicklung der mathematischen Kompetenzen (Kap. 4.3). Deshalb ist es von besonderer Bedeutung, wie das Kardinalverständnis mit weiteren Zahl-Größen-Kompetenzen bei Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung zusammenhängt bzw. welche Zahl-Größen-Kompetenzen sich positiv auf es auswirken. Die zentrale Rolle des Kardinalverständnisses ist ein entscheidendes Merkmal des ZGV-Modells.

Zudem ermöglicht es eine Erhebung der Kompetenzen auf minimalem Niveau (Kap. 3.4, S. 59). Demzufolge wurde das ZGV-Modell für die vorliegende Arbeit als geeignete theoretische Grundlegung gewählt. Damit kann auch ein erster Einblick in die Frage gegeben werden, ob sich die Entwicklungsorientierung im Unterricht im Sinne des ZGV-Modells für Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung anbietet.

In Anbetracht des dargestellten Forschungsdesiderates wurde für diese Arbeit folgende Forschungsfrage formuliert:

Welchen Einfluss haben ausgewählte Zahl-Größen-Kompetenzen auf das Kardinalverständnis bei Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung?

Der aktuelle Forschungsstand hat außerdem einige bedeutende, über die mathematische Domäne hinausgehende Einflussfaktoren auf die Zahl-Größen-Kompetenzen aufgezeigt. Neben dem Geschlecht, dem Grad der Intelligenzminderung, den schriftsprachlichen Fähigkeiten und dem Arbeitsgedächtnis sind hier auch die Familiensprache und einzelne Syndrome zu nennen (Kap. 4.1, S. 64). Sie gilt es demnach bei einer umfassenden Analyse des Kardinalverständnisses zu beachten. Das Kardinalverständnis wird von Kindern in Schritten erlernt und kann ab der Zahl 5 auf einen höheren Zahlenraum transportiert werden (Tabelle 2, S. 91). Damit stellt die Beherrschung des konzeptuellen Verständnisses für die Zahl 5 ein Schlüsselmoment dar. Ab dieser Zahl kann von einem erfolgreichen Einblick in das Kardinalverständnis ausgegangen werden und lassen sich die Schüler:innen in die beiden Gruppen *cardinal-principle-knower* (CPK) und *cardinal-principle-non-knower* (CPNK) einteilen. Das eröffnet die Erforschung des Einflusses anderer Faktoren auf das erfolgreiche Erreichen des Kardinalverständnisses.

Um die oben festgehaltene Forschungsfrage umfassend beantworten zu können, wurde die Arbeit in drei Teile gegliedert, die methodisch aufeinander aufbauen, jeweils die Überprüfung einzelner Hypothesen (H_A , H_B und H_C) beinhalten und im Folgenden vorgestellt werden.

4.4.1 Teil 1: Gruppenvergleiche hinsichtlich der domänenübergreifenden Einflussfaktoren

Die Entwicklung der spezifischen numerischen Kompetenz Kardinalverständnis sollte nicht ausschließlich innerhalb der mathematischen Domäne untersucht, sondern stets auch im

Zusammenhang mit domänenübergreifenden Faktoren erklärt werden (Schneider et al., 2013, S. 55). Eine monokausale Betrachtung würde die komplexe Realität nur unzureichend widerspiegeln.

Im Forschungsstand wurden diverse Verknüpfungen der mathematischen Domäne mit weiteren, domänenübergreifenden Faktoren aufgezeigt. Entsprechend sollten diese auch in der dieser Arbeit zugrunde liegenden Studie berücksichtigt werden. Daher finden bei der Beschreibung der Stichprobe die forschungsmethodisch üblichen Kontextvariablen Geschlecht und Alter Berücksichtigung. Ohnehin hat die Forschung Leistungsunterschiede der Zahl-Größen-Kompetenzen in Abhängigkeit vom Alter auch für Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung festgestellt (Garotte et al., 2015, S. 35; Lin & Powell, 2022, S. 308; Schnepel, 2019, S. 170). Da es sich um eine schulische Erhebung handelte, wurde zusätzlich das aktuell besuchte Schulbesuchsjahr als Kontextvariable einbezogen. Als weitere mögliche domänenübergreifende Einflussfaktoren auf das Kardinalverständnis fanden die Bereiche Familiensprache, Syndrome und schriftsprachliche Fähigkeiten Eingang. Die Einteilung der Schülerschaft des genannten Schwerpunkts in einzelne Stufen der Intelligenzminderung erbrachte deutliche empirische Ergebnisse (Baroody, 1986, S. 295; Garotte et al., 2015, S. 36; Parmar & Cawley, 1991, S. 26). Daher floss sie im Rahmen der forschungsmethodischen Möglichkeiten über die Einschätzung der Lehrkräfte in die Studie ein.

Die sprachlichen Fähigkeiten wurden hingegen ausgeklammert, da bisher ungeklärt ist, welche sprachlichen Teilprozesse einen relevanten Einfluss auf die Zahl-Größen-Kompetenzen haben (Hartmann et al., 2019, S. 52). Ebenso wurde auf die Erhebung der phonologischen Bewusstheit in der vorliegenden Untersuchung verzichtet, da diese Kompetenz lediglich für die basalen Zahl-Größen-Kompetenzen von Relevanz ist (Krajewski et al., 2008, S. 111; Krajewski & Schneider, 2009b, S. 528). Bei der Erhebung des Einflusses auf das Kardinalverständnis kann dieser Bereich folglich unberücksichtigt bleiben. Der vorhandene Einfluss der verschiedenen Komponenten des Arbeitsgedächtnisses auf die Zahl-Größen-Kompetenzen ist laut Forschungsstand unumstritten und gilt als eindeutig belegt (Brankaer et al., 2013, S. 3368; Henry & Winfield, 2010, S. 360; Soltani & Mirhosseini, 2020, S. 557). Dennoch konnte diese potenzielle Einflussgröße im gewählten Forschungsdesign nicht realisiert werden (Kap. 5.2, S. 104).

Innerhalb dieses ersten Teils war es das Ziel, die beiden Gruppen CPNK und CPK anhand der empirisch legitimierte Kontextvariablen Geschlecht, Alter und Schulbesuchsjahr sowie der domänenübergreifenden Faktoren Familiensprache, Stufen der Intelligenzminderung, schriftsprachliche Fähigkeiten und Syndrome zu beschreiben. Auf der Basis von Gruppenvergleichen der CPNK und CPK hinsichtlich der domänenübergreifenden Faktoren wurden zusätzlich anhand von Signifikanztests und Effektstärkemaßen die für diese Erhebung relevanten Einflussfaktoren für das Erreichen des Kardinalverständnisses herausgearbeitet. Hierfür wurde die Hypothese H_{A1} mit der dementsprechenden Nullhypothese H_{A0} formuliert:

H_{A0} : CPNK und CPK mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung unterscheiden sich nicht hinsichtlich der Variablen Geschlecht, Alter, Schulbesuchsjahr, Familiensprache, Grad der Intelligenzminderung, Lesefähigkeit, Schreibfähigkeit, Textverstehen und Syndrome.

H_{A1} : CPNK und CPK mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung unterscheiden sich hinsichtlich der Variablen Geschlecht, Alter, Schulbesuchsjahr, Familiensprache, Grad der Intelligenzminderung, Lesefähigkeit, Schreibfähigkeit, Textverstehen und Syndrome.

4.4.2 Teil 2: Gruppenvergleiche hinsichtlich der domänenspezifischen Zahl-Größen-Kompetenzen

Im ZGV-Modell wird der Zusammenhang der Zahl-Größen-Kompetenzen Ziffernkenntnis, Zahlenfolge und Zahlvergleich mit der zentralen Zahl-Größen-Kompetenz Kardinalverständnis theoretisch dargestellt. Der aktuelle Forschungsstand hat die Verknüpfung dieser numerischen Kompetenzen untereinander bestätigt (Kap. 4.2.2, S. 92). Ziffernkenntnis, Zahlenfolge und Zahlvergleich stellen eine Auswahl im Sinne des ZGV-Modells und des Forschungsstandes dar. Damit wird nicht die Relevanz weiterer numerischer Kompetenzen im Zusammenhang mit dem Erreichen des Kardinalverständnisses ausgeschlossen.

Ziffernkenntnis und Kenntnis der Zahlenfolge gehen in der Zahl-Größen-Entwicklung eines Kindes dem Kardinalverständnis voraus, während die Kompetenz des Zahlvergleiches mit ihm auf der gleichen Ebene liegt. Somit müssten sich die Schüler:innen mit Einblick in das Kardinalverständnis von den Schüler:innen ohne bisherigen Einblick hinsichtlich dieser drei

ausgewählten Zahl-Größen-Kompetenzen unterscheiden. Um diese Unterschiede für Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung zu erklären, wurden wie im ersten Teil Gruppenvergleiche durchgeführt. Dafür wurde die dichotome Variable Kardinalverständnis mit den ordinalskalierten Variablen der Zahl-Größen-Kompetenzen verglichen und folgende Hypothese H_{B1} mit der dazugehörigen Nullhypothese H_{B0} überprüft:

H_{B0} : CPNK und CPK mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung unterscheiden sich nicht hinsichtlich ihrer Kenntnis der Zahlenfolge, Ziffernkenntnis und Zahlvergleich.

H_{B1} : CPNK und CPK mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung unterscheiden sich hinsichtlich ihrer Kenntnis der Zahlenfolge, Ziffernkenntnis und Zahlvergleich.

4.4.3 Teil 3: Einfluss der Zahl-Größen-Kompetenzen auf das Kardinalverständnis

Auf der Grundlage der im ersten Teil gerechneten Gruppenunterschiede konnte geschlossen werden, welche Variablen das Erreichen des Kardinalverständnisses innerhalb der untersuchten Stichprobe positiv beeinflussen. Bei diesen konnte wiederum von einer ausschlaggebenden Bedeutung für die Analyse des schließlich interessierenden Einflusses der Zahl-Größen-Kompetenzen auf das Kardinalverständnis ausgegangen werden, weshalb sie als Kontrollvariablen in dem abschließend zu rechnenden Modell berücksichtigt werden sollten. Nur eine Berücksichtigung der Ergebnisse beider vorhergehender Studienteile (Teil 1 und Teil 2) erlaubte es somit, das Kardinalverständnis innerhalb eines logistischen Regressionsmodells sowohl hinsichtlich der domänenübergreifenden Faktoren als auch hinsichtlich der frühen Zahl-Größen-Kompetenzen zu erforschen. So gelang ein entscheidender Schritt mithilfe eines Modells, nämlich neben einzelnen Fähigkeiten auch einen umfassenden Rahmen abzubilden (Passolunghi et al., 2015, S. 38). Damit wurden für die vorliegende Erhebung schließlich die domänenspezifischen Zahl-Größen-Kompetenzen gemeinsam mit den relevanten domänenübergreifenden Einflussfaktoren in ihrem Einfluss auf das Erreichen des Kardinalverständnisses untersucht. Folgende Hypothese H_{C1} wurde mit der entsprechenden Nullhypothese H_{C0} überprüft:

Forschungsstand und Forschungsfrage

H₀: Die Stufe des Zahlenraumes der Kompetenzen Zahlenfolge, Ziffernkenntnis und Zahlvergleich hat keinen Effekt auf das Erreichen des Kardinalverständnisses bei Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung.

H₁: Die Stufe des Zahlenraumes der Kompetenzen Zahlenfolge, Ziffernkenntnis und Zahlvergleich hat einen Effekt auf das Erreichen des Kardinalverständnisses bei Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung.

5 Methode und Design

Zur Beantwortung der Fragestellung und der daraus resultierenden Überprüfung der Hypothesen (Kap. 4.4, S. 97) war eine ausreichend große und geeignet gezogene Stichprobe erforderlich. Bevor die Stichprobe (Kap. 5.3) vorgestellt wird, sind das Design der Studie (Kap. 5.1) und das Forschungsinstrument (Kap. 5.2) zu erläutern. Die Messinstrumente (Kap. 5.4) und statistischen Methoden zur Analyse der Daten (Kap. 5.5) werden im Anschluss erklärt.

5.1 Untersuchungsdesign

Im Zentrum der Studie stand das Kardinalverständnis als entscheidende Zahl-Größen-Kompetenz. Anhand der Erhebung wurde der durch empirische Erkenntnisse erklärte Einfluss dreier ausgewählter Zahl-Größen-Kompetenzen (Zahlenfolge, Ziffernkenntnis, Zahlvergleich) auf das bereits genannte Kardinalverständnis überprüft. Im Fokus der Erhebung stand mit Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung eine von der Forschung bisher kaum beachtete Personengruppe. Bei den ausgewählten Zahl-Größen-Kompetenzen handelt es sich um schulische Kompetenzen, weshalb eine Befragung an Schulen durchgeführt wurde.

Zielgruppe war die Schülerschaft mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung. Um eine differenzierte Einschätzung dieser Personengruppe zu erhalten, ist in der Scientific Community die Befragung von Lehrkräften eine etablierte und anerkannte Methode. Lehrkräfte im Bereich der Sonderpädagogik haben eine fundierte diagnostische Ausbildung. Gleichzeitig gelten sie als Expert:innen für ihre Schüler:innen (Ratz & Dworschak, 2012, S. 15). Der Anspruch eines möglichst individualisiert gestalteten Unterrichtes setzt eine detaillierte Kenntnis des Entwicklungsstandes der Schüler:innen voraus. Hier leistet auch die geringe Klassengröße einen entscheidenden Beitrag. In Bayern lag die durchschnittliche Klassenstärke im sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung im Jahr 2018/19 bei 9,0 (Bayerisches Landesamt für Statistik, 2019, S. 17). Eine niedrige Klassenstärke begünstigt die genaue Kenntnis der Kompetenzen der einzelnen Schüler:innen (Ratz & Dworschak, 2012, S. 14). Somit verfügen Lehrkräfte, begründet in ihrem alltäglichen unterrichtlichen Handeln, über die Kompetenz, den Entwicklungsstand ihrer Schüler:innen

einzuschätzen. Innerhalb der vorliegenden Arbeit wurde daher unterstellt, dass die unterrichtenden Lehrkräfte die mathematische Performanz ihrer Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung überzeugend einschätzen können. Die Zahl-Größen-Kompetenzen wurden mithilfe konkreter, unterrichtsnaher Beispiele anhand der dekadischen Stufen erhoben (Abbildung 2, S. 48), wodurch Parallelen zum Unterrichtsalltag und zum Lehrplan (ISB, 2019) bestanden. Dadurch ließ sich die erfragte Kompetenzeinschätzung der Schüler:innen für die Lehrkräfte so alltagsnah wie möglich gestalten.

Es gibt einige wenige Untersuchungen, die ebenfalls einen Überblick über unterschiedliche Forschungsgebiete in Bezug auf die Schülerschaft mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung geben (Bernasconi, 2017; Müller et al., 2020; Scholz, Wagner & Negwer, 2016). Auch sie wählten ein ähnliches Untersuchungsdesign und die Lehrkräftebefragung als angewandte Methode (Ratz & Dworschak, 2021, S. 15).

5.2 Forschungsinstrument

Lehrkräfte im Untersuchungsort Schule mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung wurden gebeten, die numerischen Kompetenzen ihrer Schüler:innen einzuschätzen. Hierfür wurde ein Fragebogen als Forschungsinstrument ausgewählt. Um die Erhebung einzelner Zahl-Größen-Kompetenzen realisieren zu können, wurde auf eine kompetenztheoretische Sichtweise zurückgegriffen. Der Fragebogen orientierte sich an einem etablierten, theoretisch normativen Modell der Kompetenzentwicklung (Abbildung 2, S. 48). Damit lag ein gut quantifizierbares Konstrukt vor, das schließlich verschiedenste Gruppenvergleiche und inferenzstatistische Analysen ermöglichte.

Nach Abwägung denkbarer Optionen wurde auf ein Paper-Pencil-Fragebogen zurückgegriffen. Damit sollte sichergestellt werden, dass das Ausfüllen der Fragebögen für alle Lehrkräfte eine möglichst geringe Hürde darstellte. Nicht alle Lehrer:innen verfügen über ein Dienstgerät oder nutzen im Rahmen ihres Unterrichtes regelmäßig einen Computer. Außerdem ermöglichte der Fragebogen in Papierformat eine Bearbeitung in mehreren, zeitlich voneinander unabhängigen Schritten. Variablen konnten zu unterschiedlichen Zeitpunkten beantwortet werden. War die Lehrkraft hinsichtlich einer adäquaten Einschätzung der Zahl-Größen-

Kompetenzen unsicher, konnte sie diese im Unterricht überprüfen und erst im Anschluss daran die Items im Fragebogen beantworten.

Die domänenspezifischen Zahl-Größen-Kompetenzen sollten nicht unabhängig von weiteren Einflüssen erhoben werden. Zahlreiche Studien belegen den Zusammenhang domänenübergreifender Faktoren mit den Zahl-Größen-Kompetenzen (Kap. 4.1, S. 64). Deshalb wurde der domänenspezifische Bereich der Zahl-Größen-Kompetenzen nicht separat untersucht, sondern kontrolliert für domänenübergreifende Einflussfaktoren, die mit in die Lehrkräftebefragung aufgenommen wurden. Die erhobenen domänenübergreifenden Kompetenzen wurden wie die domänenspezifischen Zahl-Größen-Kompetenzen von fundierten theoretischen Modellen abgeleitet und forschungsmethodisch operationalisiert (z. B. Ratz & Selmayr, 2021). Die Erhebung der gesamten Variablen erfolgte innerhalb des Rahmenprojekts SFGE II (Schülerschaft mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung II, Baumann et al., 2021). Bei ihm handelt sich um ein Verbundvorhaben der Universitäten Würzburg, Regensburg und Koblenz-Landau, das in den Jahren 2018 bis 2020 umgesetzt wurde. Die fremdevaluative Fragebogenerhebung fand im Schuljahr 2018/19 in den Monaten Mai und Juni statt. Die Schulleitungen der teilnehmenden Schulen wurden vorab durch Informationsveranstaltungen aufgeklärt und um Unterstützung der Datenerhebung gebeten.

Die Teilnahme der einzelnen Schulen und auch der Lehrkräfte erfolgte freiwillig, und der Fragebogen über Schüler:innen wurde nur dann von der Lehrkraft ausgefüllt, wenn die Einverständniserklärung der Erziehungsberechtigten vorlag. Ein Elternanschreiben informierte die Erziehungsberechtigten vorab detailliert über die Erhebung: Es wurde darauf hingewiesen, dass alle Daten ohne Namen und Geburtsdaten der Schüler:innen erhoben würden und bei Nicht-Teilnahme für Kinder oder Eltern keine Nachteile entstünden. Zusätzlich wurde genau über den Umgang mit den erhobenen Daten informiert. Diese werden nicht weitergegeben. Ihre Speicherung erfolgte auf einem passwortgeschützten Laufwerk. Die Fragebögen wurden Ende 2020 vernichtet. Die verarbeiteten Daten aus den Fragebögen werden nach 20 Jahren gelöscht. Zu keinem Zeitpunkt konnten bzw. können die Daten der Schule oder dem Kind zugeordnet werden, die Rückverfolgbarkeit wurde damit ausgeschlossen. Die Datenschutzkonformität nach den Richtlinien der DSGVO (Datenschutz-Grundverordnung) wurde eingehalten, indem die Erziehungsberechtigten in einem Anschreiben ausführlich in der genannten Form informiert und ihnen die verantwortlichen Personen für die erhobenen

Daten mitgeteilt wurden. Ab einem Alter von 14 Jahren wurde zusätzlich auch die Einverständniserklärung der jeweiligen Schüler:innen eingeholt. Hierfür wurde ein möglichst barrierearmes Anschreiben (Abbildung 17, S. 219) entworfen. Sowohl der Datenschutzbeauftragte der Universität Würzburg als auch das bayerische Staatsministerium für Unterricht und Kultus prüften und bewilligten die Erhebung (Kultusministerielles Schreiben vom 03.04.2019, Zeichen: IV.7-BO8106/29/12). Schließlich wurden neben dem Erhebungsinstrument Lehrkräftefragebogen auch Elternanschriften und Informationsschreiben für Lehrkräfte und Schulleitungen verschickt.

Das quantitative Forschungsdesign erlaubte es, die Fragestellung nicht nur domänenspezifisch, sondern auch kontrolliert für domänenübergreifende Einflussfaktoren zu beantworten. Die generierten objektiven und validen Daten ermöglichten schließlich Regressionsanalysen (Kap. 5.5.2, S. 124). Die Operationalisierung der dafür nötigen abhängigen und unabhängigen Variablen sowie der relevanten domänenübergreifenden Einflussfaktoren, die als Kontrollvariablen behandelt wurden, wird weiter unten (Kap. 5.4, S. 112) ausführlich dargestellt.

5.3 Stichprobe

5.3.1 Design der Stichprobe

Die Vielzahl der Variablen, die als abhängige bzw. unabhängige Variablen oder Kontrollvariablen in den statistischen Analysen zu berücksichtigen waren, machte eine ausreichend große Datengrundlage nötig. Die Beantwortung der Fragestellung und die Überprüfung der abgeleiteten Hypothesen setzte eine quantitative Erhebung voraus. Somit wurden anhand eines umfangreichen Querschnitts die Einschätzungen der Lehrkräfte in Bezug auf die Zahlen-Größen-Kompetenzen ihrer Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung ökonomisch erhoben.

Die Verknüpfung der Dissertation mit der beherbergenden Studie SFGE II (Baumann et al., 2021) erlaubte es, auf eine geschichtete Clusterstichprobe zurückzugreifen (Kauermann & Küchenhoff, 2011, S. 137). Hierbei wird die Stichprobe anhand sogenannter Schichtvariablen ausgewählt. Im Rahmen des Forschungsprojektes SFGE I (Dworschak, Kannevischer, Ratz & Wagner, 2012) erfolgte die Auswahl dieser Stichprobe in Zusammenarbeit mit dem statistischen Beratungslabor der Ludwig-Maximilians-Universität München (Prof. Dr.

Küchenhoff). Als Schichtvariablen wurden die Schulkonzeption, die sieben Regierungsbezirke in Bayern und die Siedlungsstruktur des Schulstandortes ausgewählt. Diese drei Variablen strukturieren aus „fachlicher Sicht die Grundgesamtheit“ (Ratz & Dworschak, 2021, S. 16).

Ausgehend von den inoffiziellen Schulkonzeptionen lassen sich die Förderzentren mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung in Bayern in insgesamt fünf Ausrichtungen untergliedern. Diese unterscheiden sich hinsichtlich ihrer konkreten Zielgruppen:

- (1) Schulen, die ihren pädagogischen und didaktischen Schwerpunkt auf Schüler:innen mit schweren Behinderungen legen.
- (2) Als „klassische Förderzentren“ bezeichnete Schulen mit einer sehr heterogenen Schülerschaft mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung.
- (3) Schulen, die Schüler:innen beschulen, die eher dem oberen Rand des sonderpädagogischen Schwerpunktes Geistige Entwicklung zuzuordnen sind und sich als Übergangsform zum Förderschwerpunkt Lernen verstehen.
- (4) Förderzentren mit dem sonderpädagogischen Schwerpunkt körperlich-motorische Entwicklung, die auch Schüler:innen nach dem Lehrplan geistige Entwicklung (ISB, 2019) unterrichten.
- (5) Schulen mit dem sonderpädagogischen Schwerpunkt Sehen, in denen teilweise Schüler:innen mit sehr intensiven Behinderungen und hohem Pflegebedarf mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung untergebracht sind.

Die sieben bayerischen Regierungsbezirke (Ober- und Niederbayern, Oberpfalz, Schwaben, Ober-, Mittel- und Unterfranken) wurden als zweite Schichtvariable berücksichtigt, da sie „schulaufsichtliche Spezifika“ (Ratz & Dworschak, 2021, S. 16) aufweisen. Die Bedingungen der Schulen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung in einer ländlichen Region unterscheiden sich von jenen der Schulen in Regionen mit Verstädterungsansätzen. Ebenso weisen Schulen in städtischen Regionen je nach Siedlungsstruktur unterschiedliche Bedingungen auf. Die unterschiedlichen Siedlungsstrukturen beeinflussen die Zusammensetzungen der Schülerschaft vor Ort. Entsprechend der Definition des Bundesamtes für Bauwesen und Raumordnung (Bundesinstitut für Bau-, Stadt- und Raumforschung [BBSR]) sind drei siedlungsstrukturelle Typen zu unterscheiden: ländliche Regionen,

Regionen mit Verstärkeransätzen und städtische Regionen. Diese wurden bei der Gestaltung der Stichprobe berücksichtigt.

Schließlich erfolgte durch das statistische Beratungslabor der Ludwigs-Maximilians-Universität München ausgehend von den drei beschriebenen Schichtvariablen eine randomisierte Ziehung von 20 Schulen (Kauermann & Küchenhoff, 2011, S. 141–168). Diese Schulen wurden kontaktiert, wobei jede als einzelnes Cluster dargestellt und damit die gesamte Schülerschaft berücksichtigt wurde (Ratz & Dworschak, 2021, S. 16). Auf Schulebene konnte folglich eine Vollerhebung durchgeführt werden.

Von allen Lernenden, die im Schulbesuchsjahr 2018/19 eines der 20 in der Stichprobenziehung ausgewählten bayerischen Förderzentren geistige Entwicklung besuchten, wurden diejenigen Schüler:innen in die Stichprobe eingeschlossen,

- deren Eltern ihr Einverständnis zur Teilnahme gaben,
- die, wenn sie 14 Jahre oder älter waren, selbst ihr Einverständnis zur Teilnahme gaben,
- deren Lehrkräfte den Fragebogen ausfüllten und
- deren Variablen der Zahl-Größen-Kompetenzen vollständig beantwortet wurden.

Unter Berücksichtigung dieser Einschlusskriterien ergab sich eine Stichprobengröße von $N = 1\,082$. Bei 2 965 verschickten Fragebögen entsprach das einem Rücklauf von 36.5 %, was einer zufriedenstellenden Datengrundlage entsprach. Dieser Stichprobenumfang war für alle Analysen innerhalb der domänenspezifischen Zahl-Größen-Kompetenzen einheitlich, da für jeden Fragebogen eine Einschätzung zu den erfragten Zahl-Größen-Kompetenzen gegeben wurde. Somit lagen in diesem Bereich keine Missings vor. Wurde das Kardinalverständnis im Zusammenhang mit den domänenübergreifenden Variablen (z. B. Alter, Lesefähigkeit) betrachtet, entstanden kleinere Teilstichproben, da nicht jede dieser Variablen immer (vollständig) beantwortet wurde, womit Missings vorlagen. Der Stichprobenumfang N verringerte sich folglich bei der Beschreibung der domänenübergreifenden Einflussfaktoren um die Anzahl der jeweiligen Missings der Variablen. Dementsprechend wurden hier stets die etwas geringeren Samples angegeben (n).

5.3.2 Beschreibung der Stichprobe

Die Stichprobe wird im Folgenden anhand ausgewählter demografischer Merkmale beschrieben.

Tabelle 3 zeigt, dass die Stichprobe zu 41.0 % aus Einschätzungen über Schülerinnen ($n = 437$) und zu 58.9 % aus Einschätzungen über Schüler ($n = 628$) bestand. In einem Fragebogen wurde die Antwortkategorie *divers* gewählt (0.1 %); dieser Fall wurde für die folgende Überprüfung des Gendereinflusses ausgeschlossen (Tabelle 12, S. 131).

Tabelle 3. *Geschlechterverteilung (n = 1 066)*

	in Prozent
männlich	58.9
weiblich	41.0
divers	0.1

Das Alter der Schüler:innen wurde in ganzen Jahren erfragt und variierte zwischen 6 und 21 Jahren. Im Durchschnitt waren die Schüler:innen 12.9 Jahre alt ($SD = 3.68$, $n = 1 068$); dieser Mittelwert bezieht sich auf die Angabe des Alters in ganzen Jahren (Tabelle 4).

Tabelle 4. *Altersverteilung (n = 1 068)*

	<i>Min</i>	<i>Max</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>
Alter in Jahren	6	21	12.9	3.68

Wie in Tabelle 5 zu sehen, wurden 91.0 % der Schüler:innen zum Zeitpunkt der Erhebung an einer Förderschule mit dem sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung beschult, weitere 7.6 % besuchten eine andere Förderschule. Einzelintegriert und damit dem Bildungssetting Allgemeine Schule zugeordnet waren 1.4 % der Schüler:innen ($n = 1 040$).

Tabelle 5. *Aktueller Lernort (n = 1 040)*

	in Prozent
Förderzentrum mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung	91.0
Andere Förderschule	7.6
Allgemeine Schule	1.4

Die Verteilung der Schulbesuchsjahre zeigt, dass Schüler:innen vom ersten bis zum 14. Schulbesuchsjahr Teil des Datensatzes waren. Der Median lag beim Schulbesuchsjahr 6 ($M = 6.43$, $SD = 3.62$, $n = 1\,055$) (Tabelle 6).

Tabelle 6. Deskriptive Statistik Schulbesuchsjahre ($n = 1\,055$)

	Min	Max	M	SD
Schulbesuchsjahre	1	14	6.43	3.62

Der Anteil der einzelnen Schulbesuchsjahres variierte zwischen 6.5 % und 10.3 % (Abbildung 5). Eine Ausnahme stellten lediglich die deutlich unterrepräsentierten Schulbesuchsjahre 13 (1.8 %) und 14 (0.4 %) dar, was auf die vereinzelte Möglichkeit der Schulzeitverlängerung im sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung zurückzuführen ist. Davon abgesehen verteilten sich die Fälle annähernd gleichmäßig über die Schulbesuchsjahre.

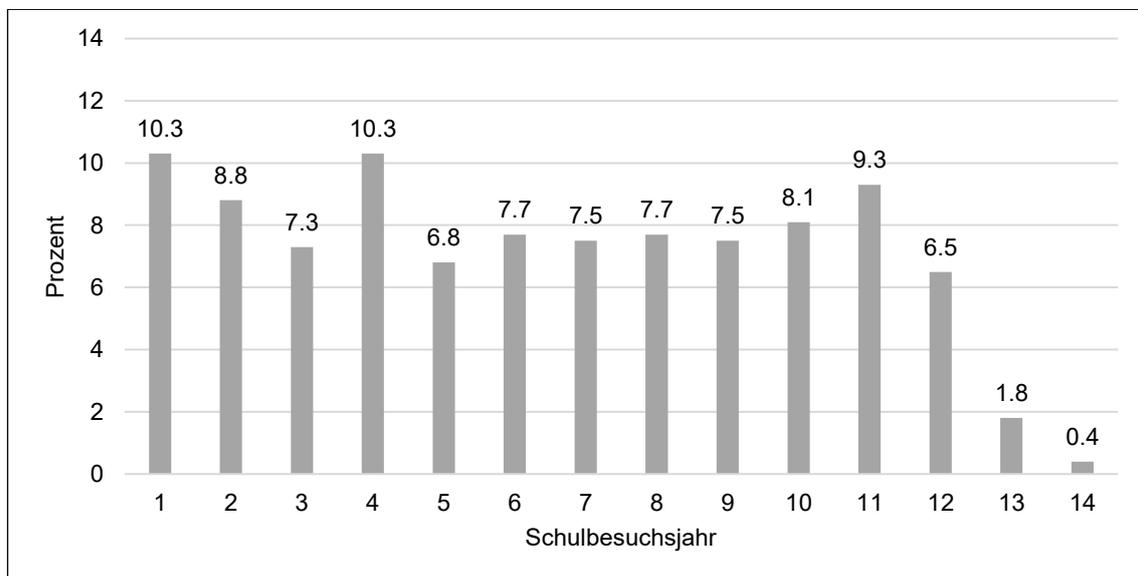


Abbildung 5. Verteilung der Gesamtstichprobe nach Schulbesuchsjahren ($n = 1\,055$)

Innerhalb der Stichprobe lag für 955 Schüler:innen eine Angabe zum Grad der Intelligenzminderung nach ICD-10³ vor (Tabelle 7). Der größte Anteil der Stichprobe mit 55.1 % hatte

³ Die ICD-10 stellt das zum Zeitpunkt der Erhebung gültige Klassifizierungssystem dar. Eine inhaltliche Auseinandersetzung hierzu findet im weiteren Verlauf dieses Kapitels (S. 114) statt.

eine leichte Intelligenzminderung ($n = 526$), während 23.9 % der Schülerschaft eine mittelgradige Intelligenzminderung aufwies ($n = 228$). Deutlich darunter lagen die Anteile für eine schwere (8.9 %, $n = 85$) und schwerste Intelligenzminderung (6.6 %, $n = 63$). 5.5 % der Schülerschaft mit sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung hatte keine Intelligenzminderung⁴ ($n = 53$).

Tabelle 7. Grad der Intelligenzminderung nach ICD-10 ($n = 955$)

Grad der Intelligenzminderung	in Prozent
leichte	55.1
mittelgradige	23.9
schwere	8.9
schwerste	6.6
keine	5.5

In der gesamten Stichprobe sprachen 85.1 % ($n = 893$) der Schülerschaft zu Hause die Sprache Deutsch, 14.9 % ($n = 156$) hingegen eine nicht-deutsche Familiensprache (Tabelle 8).

Tabelle 8. Familiensprache ($n = 1\,049$)

	in Prozent
Deutsch	85.1
nicht Deutsch	14.9

In der Stichprobe sind auch Daten von Schüler:innen enthalten, die laut den Lehrkräften einem der sechs folgenden pränatalen Syndrome zuzuordnen sind: Down-Syndrom, Fragile-X-Syndrom, Angelman-Syndrom, Williams-Beuren-Syndrom, Cornelia-de-Lange-Syndrom und Prader-Willi-Syndrom. Für 1 053 Schüler:innen wurde diese Variable beantwortet. 123 Lernenden wurde die Diagnose Down-Syndrom zugeschrieben, 19 Lernenden das

⁴ Wie in Kapitel 2.1 beschrieben, wurde in dieser Arbeit der Begriff *Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung* im Sinne der aktuellsten KMK-Empfehlung (Kultusministerkonferenz [KMK], 2021) gewählt. Folglich wurden in dieser Arbeit alle Schüler:innen berücksichtigt, die einer Schule mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung zugewiesen wurden. Diese Arbeit zeigt, dass es innerhalb dieses Schwerpunktes auch Schüler:innen gibt, bei denen laut Einschätzung der Lehrkräfte keine Intelligenzminderung im Sinne der ICD-10 vorliegt.

Fragile-X-Syndrom. Die anderen vier Syndrome sind nur sehr vereinzelt angegeben worden (zwischen 1 und 4 Fällen) und damit prozentual nicht nennenswert in der Stichprobe enthalten (Tabelle 9).

Tabelle 9. *Syndrome (n = 1 053)*

	in Prozent
Down-Syndrom	11.7
Fragile-X-Syndrom	1.8
Angelman-Syndrom	0.2
Williams-Beuren-Syndrom	0.1
Cornelia-de-Lange-Syndrom	0.3
Prader-Willi-Syndrom	0.4

5.4 Operationalisierung

Das Kapitel der Operationalisierung legt das jeweilige theoretische Verständnis der Einzelindikatoren mit den verwendeten Messinstrumenten offen. Im Folgenden werden die theoretisch-empirisch legitimierten Variablen forschungsmethodisch operationalisiert. Zunächst liegt der Fokus auf der für die Beantwortung der Forschungsfrage zentralen Kompetenz Kardinalverständnis (Kap. 5.4.1). Anschließend wird die Operationalisierung der berücksichtigten domänenübergreifenden Einflussfaktoren (Kap. 5.4.2) sowie der drei ausgewählten domänenspezifischen Einflussfaktoren Ziffernkenntnis, Zahlenfolge und Zahlvergleich (Kap. 5.4.3) erläutert.

5.4.1 Kardinalverständnis

Zur Beantwortung der Forschungsfrage ist die forschungsmethodische Operationalisierung der zentralen Variable Kardinalverständnis von besonderer Bedeutung. Das Kardinalverständnis ist der zweiten Entwicklungsebene des ZGV-Modells (Abbildung 2, S. 48) zuzuordnen und wird als Verständnis der jeweiligen repräsentierten Menge hinter einer Zahl definiert: „Aus der Verknüpfung von Zählzahl und der Mächtigkeit der abgezählten Menge entwickelt sich schließlich . . . das kardinale Verständnis“ (Krajewski et al., 2009, S. 23). Damit hängt zum einen die Kompetenz von anderen numerischen Aktivitäten ab (Moser Opitz, 2008, S. 85). Zum anderen unterscheidet sich durch den Einblick in die genannte

Verknüpfung diese Kompetenz maßgeblich von den beiden Zahl-Größen-Kompetenzen Ziffernkenntnis und Zahlenfolge, bei denen noch keine Verknüpfung mit dem Verständnis der Menge erforderlich ist. Sobald ein Kind das Kardinalverständnis erlangt hat, versteht es, dass eine Zahl eine Anzahl von Elementen repräsentiert. Den Schüler:innen gelingt es also, eine präzise Zuordnung zwischen einem Zahlwort und genau einem quantitativen Wert herzustellen (Krajewski & Ennemoser, 2013, S. 44). Innerhalb der vorliegenden Studie wurden die Lehrkräfte mithilfe des Items „Sie/er kann zu einer Ziffer die passende Anzahl an Objekten legen. Bis zur Ziffer . . .“ (Abbildung 6) nach dem Kardinalverständnis der Schüler:innen befragt. Mit dieser Variable wurde der vielfach replizierte Give-N-Task nach Wynn (1990, S. 171–180) aufgegriffen, bei dem die Kinder aufgefordert werden, zu einer genannten Zahl die korrekte Anzahl an Objekten zu bestimmen und zu übergeben. Mit dem genannten Item wurde der Task auf das vorliegende Forschungsinstrument transportiert.

Entscheidend ist, dass die Kompetenz in Abhängigkeit von der Höhe des Zahlenraumes abgefragt wurde. Die Lehrkräfte sollten einschätzen, ob die Schüler:innen sie beherrschen und, wenn ja, bis zu welcher Zahl bzw. in welchem Zahlenraum das der Fall ist. Ausgewählt werden sollte, was für die jeweils einzuschätzende Person am ehesten zutrif.

Sie/er kann zu einer Ziffer die passende Anzahl an Objekten legen. Bis zur Ziffer														
<input type="checkbox"/> (noch) nicht	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 10	<input type="checkbox"/> 15	<input type="checkbox"/> 20	<input type="checkbox"/> 100	<input type="checkbox"/> >100

Abbildung 6. *Fragebogenschnitt zur Variable Kardinalverständnis*

Das Kardinalverständnis wurde anhand einer Ordinalskala⁵ erhoben. Diese wurde auf der Grundlage der dekadischen Stufen festgesetzt, die den Lehrkräften nicht zuletzt durch den Fachlehrplan Mathematik 1-9 mit dem sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung bekannt waren (ISB, 2019, S. 531). Die Kategorien 10, 20 und 100 wurden direkt aus dem Fachlehrplan übernommen. Die nächste dekadische Stufe 1 000 des Fachlehrplans wurde auf die Stufe > 100 adaptiert, um dem hier geringen Anteil von Schüler:innen mit Kompetenzen in den sehr hohen Zahlräumen Rechnung zu tragen (Ratz, 2012a, S. 136). Außerdem wurde die Stufe 15 ergänzt und der Zahlenraum bis 10 in 1er-Stufen erhoben. Wurde die Kompetenz bisher nicht erreicht, konnte die Antwortkategorie (noch) nicht ausgewählt werden. Für eine aussagekräftige Erhebung des Kardinalverständnisses war es

⁵ Die Kategorien unterlagen einer natürlichen Ordnung, waren aber nicht gleichabständig.

essenziell, auch die Kompetenzen der Schulanfänger:innen sowie der Kinder und Jugendlichen, die in diesem Bereich bislang keine Kompetenzen erworben hatten, zuverlässig abzubilden. So war eine differenzierte Aussage über die gesamte, sehr heterogene Bandbreite der Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung möglich.

Gleichzeitig bildete die einschrittige Erhebung des Zehnerraumes für die Kompetenz Kardinalverständnis die Voraussetzung für die Beantwortung der Forschungsfrage. Erst diese differenzierte Datengrundlage ermöglichte es, die Stichprobe in zwei voneinander unabhängige Gruppen aufzuteilen: in Schüler:innen, die das Kardinalverständnis (noch) nicht erreicht hatten, und Schüler:innen, die das Kardinalverständnis bereits erreicht hatten. Folglich musste festgelegt werden, ab welcher Zahl die Kompetenz des Kardinalverständnisses als erreicht galt. Empirische Studien haben eine Generalisierung des Kardinalverständnisses auf höhere Zahlenräume gezeigt, sobald das Kardinalverständnis für fünf oder mehr Objekte beherrscht wird (z. B. Geary et al., 2018, S. 71; Sarnecka & Carey, 2008, S. 664–668; Wynn, 1990, S. 171–180). Ab diesem Zeitpunkt kann davon gesprochen werden, dass die Schüler:innen das Kardinalverständnis erreicht haben und es erfolgreich auf die von ihnen bereits erschlossenen Zahlenräume transportieren können (Tabelle 2, S. 91).

Diese Erkenntnis ist eine Grundlage der angestrebten Analysen, welche die Stichprobe folglich in die beiden voneinander unabhängigen Gruppen der *cardinal-principle-non-knowers* (CPNK) und *cardinal-principle-knowers* (CPK) einteilte. Damit ließ sich kategorisieren in Kinder und Jugendliche, die das Kardinalverständnis erreicht haben, und solche, die (noch) keine Kompetenzen im Bereich des Kardinalverständnisses aufgebaut haben. Die differenzierte Erhebung anhand der unterschiedlichen Zahlraumausprägungen (Abbildung 6) ermöglichte schließlich das theoretisch-empirisch begründete Generieren einer nominalskalierten Variablen. Die genannte Kategorisierung war essenziell, um die Forschungsfrage beantworten zu können. Die Gruppe der CPNK enthielt sowohl die *pre-numeral-knowers* als auch die *subset-knowers*. Entsprechend wurden die Antwortkategorien (*noch nicht*, 1, 2, 3 und 4) zusammengefasst; sie bildeten die Gruppe der CPNK. Die verbleibenden Antwortkategorien – als niedrigste 5, als höchste > 100 und alle dazwischen aufgeführten Zahlraumstufen – bildeten die Gruppe der CPK.

5.4.2 Domänenübergreifende Einflussfaktoren

Das Kardinalverständnis sollte nicht nur in Bezug auf ausgewählte mathematische Zahl-Größen-Kompetenzen betrachtet werden, sondern stets im Einklang mit weiteren relevanten, domänenübergreifenden Einflussfaktoren. Daher wurden auch die in der Empirie herausgearbeiteten Einflussfaktoren auf das Kardinalverständnis mit in das Forschungsinstrument dieser Studie aufgenommen (Kap. 4.3, S. 95): Altersverteilung und Schulbesuchsjahr, Geschlecht, Grad der Intelligenzminderung, Familiensprache, Syndrome und die schriftsprachlichen Fähigkeiten werden operationalisiert und folglich auch anhand des dahinterstehenden theoretischen Verständnisses erläutert.

Geschlecht

Innerhalb eines geschlossenen Antwortformates konnten die Lehrkräfte angeben, ob sich die Schüler:innen dem männlichen Geschlecht, dem weiblichen Geschlecht oder divers zugehörig fühlen (Abbildung 18, S. 220). Damit lag eine nominalskalierte Variable vor.

Altersverteilung und Schulbesuchsjahr

Die Lehrkräfte wurden durch ein halboffenes Antwortformat gebeten, das Alter der Schüler:innen in Jahren anzugeben (Abbildung 19, S. 220). Außerdem sollten sie eine Angabe zum aktuellen Schulbesuchsjahr der Schüler:innen machen, indem sie folgenden Satz vervollständigten: „Die Schülerin/der Schüler ist aktuell im ____ Schulbesuchsjahr und besucht die GS- MS- BS-Stufe“ (Abbildung 20, S. 220). Sowohl die Altersverteilung als auch die Schulbesuchsjahre lagen damit in metrischen Variablentypen vor.

Grad der Intelligenzminderung

Die Lehrkräfte schätzten den Schweregrad der Intelligenzminderung anhand mehrerer Stufen ein. Hinter dem Begriff der Intelligenzminderung⁶ steht das etablierte, internationale,

⁶ Zum Zeitpunkt der Erhebung (Mai/Juni 2019) war die ICD-10 das gültige Klassifizierungsmodell für eine geistige Behinderung. Seit Januar 2022 wurde es von der ICD-11 abgelöst. Mittlerweile liegt eine erste Version einer deutschen ICD-11-Übersetzung vor. Diese erste Fassung ist aber noch nicht für reguläre Kodierungen im Gesundheitswesen freigegeben (Bundesinstitut für Arzneimittel und Medizinprodukte [BfArM], 2022). Die ICD wurde „medizinisch-wissenschaftlich, klassifikatorisch und informationstechnologisch weiterentwickelt“ (BfArM, 2022).

zum Zeitpunkt der Erhebung gültige Klassifizierungssystem ICD-10 (International Statistical Classification of Diseases and Related Health Problems). Das von der Weltgesundheitsorganisation (WHO) herausgegebene Instrument ordnet Krankheiten und verwandte Gesundheitsprobleme zu statistischen Zwecken und wird vor allem in der Medizin und der Psychologie verwendet. Der Begriff *Intelligenzminderung* findet sich in Kapitel V Psychische und Verhaltensstörungen in der Kategorie F7 (F70-F79), er lässt sich definieren als eine „sich in der Entwicklung manifestierende, stehen gebliebene oder unvollständige Entwicklung der geistigen Fähigkeiten, mit besonderer Beeinträchtigung von Fertigkeiten, die zum Intelligenzniveau beitragen, wie z. B. Kognition, Sprache, motorische und soziale Fähigkeiten“ (Dilling et al., 2015, S. 308). Die ICD-10 unterscheidet einzelne Grade der Intelligenzminderung, die zur Operationalisierung dieses Fragebogenitems dienen. Welcher Kategorie der Intelligenzminderung die Schüler:innen mit dem sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung laut Einschätzung der Lehrkräfte zuzuordnen sind, wurde anhand eines geschlossenen Fragebogenitems erhoben. Die Kriterien der ICD-10 wurden dabei übernommen und bildeten folgende vier Antwortkategorien:

- schwerste Intelligenzminderung (IQ <20)
- schwere Intelligenzminderung (IQ 20-34)
- mittelgradige („mittlere“) Intelligenzminderung (IQ 35-49)
- leichte Intelligenzminderung (IQ 50-69)

Diese vier Abstufungen nach der ICD-10 wurden ebenso wie in einer vorherigen Erhebung (Wagner & Kannevischer, 2012, S. 91) durch die fünfte Antwortmöglichkeit *keine Intelligenzminderung (IQ > 70)* ergänzt. Die von den Lehrkräften vorzunehmende Kategorienzuweisung

Die beiden Klassifizierungsmodelle unterscheiden sich im entsprechenden inhaltlichen Verständnis: Wo die ICD-10 in erster Linie eine signifikante Diskrepanz zwischen der (anhand anerkannter standardisierter Tests) gemessenen und der aufgrund des Alters erwarteten Intelligenz verlangt, spielt bei der ICD-11 zusätzlich der Bereich der adaptiven Fähigkeiten eine entscheidende Rolle (Salvador-Carulla et al., 2011, S. 176). Außerdem änderten sich die Begrifflichkeiten von *Intelligenzminderung* (ICD-10) in *intellectual developmental disorders* bzw. *kognitive Entwicklungsstörung* (ICD-11).

Aufgrund des abweichenden inhaltlichen Verständnisses des modifizierten Klassifizierungssystems ICD-11 wurde in der Arbeit konform zu dem bei der Erhebung gültigen Klassifizierungssystem ICD-10 die Begrifflichkeit *Intelligenzminderung* gewählt.

ließen sich durch die korrespondierenden IQ-Werte der einzelnen ICD-10-Abstufungen präzisieren (Abbildung 21, S. 220). Die Daten wurden auf ordinalem Skalenniveau erhoben.

Familiensprache

Die Lehrkräfte konnten durch eine geschlossene Antwortkategorie Auskunft darüber geben, ob die Familiensprache Deutsch ist oder zu Hause eine andere Sprache gesprochen wird (Abbildung 22, S. 220). Für die vorliegende Forschungsfrage wurde somit zwischen den beiden Gruppen Familiensprache Deutsch und nicht-deutsche Familiensprache unterschieden. Die Variable lag nominalskaliert vor.

Syndrome

Im Rahmen des Forschungsprojektes sollten die Lehrkräfte Auskunft darüber geben, ob bei den Schüler:innen ein genetisches Syndrom diagnostiziert wurde. Folgende Syndrome konnten ausgewählt werden (Abbildung 23, S. 220): Down-Syndrom, Fragile-X-Syndrom, Angelman-Syndrom, Williams-Beuren-Syndrom, Cornelia-de-Lange-Syndrom, Prader-Willi-Syndrom.

Schriftsprachliche Fähigkeiten

Im Sinne des entwicklungsbezogenen Modells des Schriftspracherwerbs nach Valtin (2000) wurden die Lese- und Schreibfähigkeiten der Schüler:innen anhand zweier Variablen erhoben. Das Textverstehen schätzten die Lehrkräfte anhand adaptierter PISA-Kompetenzstufen ein. Es wurden zwei der fünf Bereiche der internationalen Klassifikation der Lesefähigkeiten abgebildet (Lin & Powell, 2022, S. 289; NRP, 2000, S. 2): die Phonem-Graphem-Korrespondenz anhand des Modells des Schriftspracherwerbs nach Valtin (2000) sowie das Textverstehen (Ratz & Selmayr, 2021, S. 117). Die Operationalisierungen der beiden Bereiche werden einzeln dargelegt.

Lesen- und Schreibenlernen nach Valtin

Die Fähigkeit Lesenlernen wurde von den Lehrkräften anhand von sechs Stufen eingeschätzt, die auf das Modell von Valtin (2000) zurückgehen und bis auf kleine Anpassungen zur besseren Verständlichkeit identisch übernommen wurden (Abbildung 24, S. 221). Die erste Antwortkategorie, die angibt, dass bisher keine Kompetenzen im Bereich des Lesens

vorliegen, wurde ergänzt und stellt die insgesamt siebte Antwortmöglichkeit dar. Bei dem Item der Lesefähigkeit handelte es sich um eine geschlossene Single-Choice-Frage an die Lehrkräfte (Ratz & Selmayr, 2021, S. 121). Sie sollten die Lesefähigkeit ihrer Schüler:innen anhand der folgenden Stufen einschätzen:

- „liest“ (noch) überhaupt nicht
- beherrscht ... das „Als-ob-Vorlesen“ (Nachahmung)
- errät Wörter (aufgrund visueller Merkmale, McDonald's o. Ä.)
- benennt Lautelemente (beginnende Einsicht in den Buchstaben-Laut-Bezug)
- erliest buchstabenweise (Einsicht in die Buchstaben-Laut-Verbindung)
- liest fortgeschritten (Lesen in größeren Einheiten, Lautverschmelzungen)
- liest durch automatisiertes Worterkennen (Lesen ohne Anstrengung)

Durch die natürliche Ordnung der Kategorien liegen die Einschätzungen der Lehrkräfte zur Lesefähigkeit auf Ordinalskalenniveau vor.

Die Fähigkeiten im Bereich der Schrift wurden wie die Lesefähigkeit als Single-Choice-Frage anhand von sieben Kompetenzstufen erhoben (Abbildung 24, S. 221). Auch diese Daten waren ordinalskaliert, und sechs der Stufen gingen wie die Stufen des Lesenlernens auf Valtin (2000) zurück, eine siebte Antwortkategorie „*schreibt*“ (noch) *überhaupt nicht* wurde ergänzt (Ratz & Selmayr, 2021, S. 121). Daraus ergaben sich die folgenden sieben Stufen der Schreibfähigkeit, anhand derer die Lehrkraft die Fähigkeit der Schüler:innen einschätzen sollte:

- „schreibt“ (noch) überhaupt nicht
- beherrscht „kritzeln“
- malt Buchstabenreihen (z. B. eigenen Namen)
- schreibt Lautelemente (Anlaute, Wortteile, Silben, „Skelettwörter“, z. B. MS für Maus)
- nutzt phonetische Schreibungen (nach dem Prinzip „schreibt, wie sie/er spricht“)
- verwendet orthographische Muster (einige Rechtschreibregeln)
- gute orthographische Kenntnisse

Textverstehen nach PISA

Die Lesefähigkeiten bei Schüler:innen umfassen zusätzlich auch Aspekte des Leseverständnisses (Ratz, 2012b, S. 130). Erhoben wurde das Textverstehen anhand einer Adaption der ersten Lesekompetenzstufen von PISA (Programme for International Student Assessment). Da sich PISA auch mit sehr fortgeschrittenen Bereichen des Textverstehens auseinandersetzt, wurden lediglich die ersten Stufen ausgewählt, um die Kompetenz der Schüler:innen einschätzen zu lassen (Ratz & Selmayr, 2021, S. 123):

- besitzt keine Fähigkeit zum Verstehen selbst einfachster Texte
- kann eine einzige explizit gekennzeichnete Information aus einem syntaktisch und inhaltlich einfachen Text entnehmen, wenn der Text Verstehenshinweise und keine konkurrierenden Informationen enthält
- kann explizit angegebene Hauptgedanken in einem Text mit vertrauter Form und bekanntem Inhalt lokalisieren und Bezug zum Alltagswissen herstellen
- verfügt über weiterentwickelte Kompetenzen beim Textverstehen (z. B. Argumentation über mehrere Abschnitte verfolgen, Interpretation)

Auch bei diesem Item sollten die Lehrkräfte einschätzen, welche Kategorie am ehesten zutrifft, also lediglich eine Antwortkategorie auswählen (Abbildung 25, S. 221). Somit lagen wiederum ordinalskalierte Daten vor.

5.4.3 Domänenspezifische Einflussfaktoren

Wie im dritten Kapitel der Arbeit (Kap. 3, S. 28) dargelegt, gibt es viele verschiedene theoretische Ansätze und Modelle, um die Zahl-Größen-Kompetenzen in ihrer individuellen Entwicklung bei Kindern zu beschreiben. Zum Zeitpunkt der Datenerhebung waren mir trotz internationaler Literaturrecherche keine Lehrkräfteratings oder Einschätzungsbögen zur Bestimmung dieser Zahl-Größen-Kompetenzen bekannt. Deshalb wurden auf der Basis des theoretischen Verständnisses des ZGV-Modells (Abbildung 2, S. 48) eigene Fragebogengitems entwickelt. Wie bereits dargelegt, ist das ZGV-Modell ein weit verbreitetes und anerkanntes Entwicklungsmodell und bietet sich „als diagnostisches Raster zur Einstufung des Entwicklungsniveaus eines Kindes im Vorschulalter an“ (Schneider et al., 2013, S. 31). Es liefert wertvolle Hinweise zu mathematischen Kompetenzen und deren basalem Aufbau.

Gleichzeitig können anhand des ZGV-Modells die Zahl-Größen-Kompetenzen in Abhängigkeit vom Zahlenraum bestimmt werden (Krajewski, 2013, S. 160), was wiederum die Erhebung der Kompetenzen über eine große Altersspanne hinweg ermöglicht. Folglich wurde das ZGV-Modell als geeignete theoretische Verankerung der Untersuchung aufgefasst. Diese Festlegung erlaubt es, die theoretischen Explikationen der drei ausgewählten domänenspezifischen Zahl-Größen-Kompetenzen Ziffernkenntnis, Zahlenfolge und Zahlvergleich im Folgenden im Sinne des ZGV-Modells ausführlich darzulegen.

Ziffernkenntnis

Mit der Kompetenz Ziffernkenntnis kann überprüft werden, inwieweit eine Person in der Lage ist, Ziffern mit dem korrekten Zahlwort zu benennen. Bei dieser Fähigkeit handelt es sich um eine Kompetenz ohne Größenbezug. Die Zuordnung des Schriftbildes zu dem Zahlwort wurde erworben, ohne Letzteres mit dem Mengenverständnis zu verknüpfen (Krajewski, 2013, S. 157). In dem entsprechenden Item wurde die Lehrkraft um eine Einschätzung dieser Kompetenz anhand des Satzes „Sie/er kann Zahlen in Ziffernform mit dem korrekten Zahlwort benennen. Bis zur Zahl . . .“ (Abbildung 7) gebeten. Die Lehrkraft konnte anhand der differenzierten Ratingskala angeben, dass diese Kompetenz *(noch) nicht* gezeigt wird, oder zwischen verschiedenen Zahlenraumstufen jenen auswählen, in dem die entsprechende Person das passende Zahlenwort korrekt benennen kann. Die vom Fachlehrplan adaptierten Stufen 10, 20 und 100 wurden durch die einschrittige Erhebung des Zahlenraumes 10, der Stufe 15 und > 100 ergänzt. Dadurch ließen sich für die heterogene Schülerschaft des sonderpädagogischen Schwerpunktes Geistige Entwicklung die Kompetenzen von Schulanfänger:innen wie auch jene von Kindern und Jugendlichen, die (noch) nicht die Kompetenz der Ziffernkenntnis erworben haben, abbilden.

Sie/er kann Zahlen in Ziffernform mit dem korrekten Zahlwort benennen. Bis zur Zahl <input type="checkbox"/> (noch) nicht <input type="checkbox"/> 1 <input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 3 <input type="checkbox"/> 4 <input type="checkbox"/> 5 <input type="checkbox"/> 6 <input type="checkbox"/> 7 <input type="checkbox"/> 8 <input type="checkbox"/> 9 <input type="checkbox"/> 10 <input type="checkbox"/> 15 <input type="checkbox"/> 20 <input type="checkbox"/> 100 <input type="checkbox"/> >100
--

Abbildung 7. Fragebogenausschnitt zur Variable Ziffernkenntnis

Die Kompetenz Ziffernkenntnis wurde ordinalskaliert erhoben. Für die Beantwortung der Forschungsfrage waren die aufsteigenden Kategorien der Zahlraumausprägungen bedeutend, da deren Einfluss auf das Erreichen der Kompetenz des Kardinalverständnisses erklärt

werden sollte. Eine Umkodierung in eine dichotome Variable, wie sie für das Kardinalverständnis erfolgte, wäre nicht zielführend gewesen.

Zahlenfolge

Mit der Kompetenz der Zahlenfolge wurde abgefragt, bis zu welcher Zahl die Schüler:innen die Zahlenfolge fehlerfrei vorwärts aufsagen können. Diese Ausführung erfolgt zunächst ohne einen Bezug zu Größen. Der Sinn der genannten Zahl, nämlich die dahinterstehende Menge, spielt zu diesem Zeitpunkt noch keine Rolle (Krajewski, 2013, S. 157). Anhand des Fragebogenitems „Sie/er kann die Zahlenfolge fehlerfrei aufsagen, bis einschließlich . . .“ (Abbildung 8) konnte die Lehrkraft angegeben, bis zu welcher Zahl die Schüler:innen die Zahlenfolge fehlerfrei aufsagen können.

Sie/er kann die Zahlenfolge fehlerfrei aufsagen, bis einschließlich													
<input type="checkbox"/> (noch) nicht	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 10	<input type="checkbox"/> 15	<input type="checkbox"/> 20	<input type="checkbox"/> 100	<input type="checkbox"/> >100	

Abbildung 8. Fragebougenausschnitt zur Variable Zahlenfolge

Die Einschätzung fand wiederum über eine geschlossene Single-Choice-Frage statt. Es wurde die gleiche Ordinalskala für die Erhebung gewählt wie bei der zuvor beschriebenen Kompetenz Ziffernkenntnis. Das sicherte die Gegenüberstellung der domänenspezifischen Zahl-Größen-Kompetenzen untereinander und ermöglichte es, den Einfluss der einzelnen Zahl-Größen-Kompetenzen auf das Kardinalverständnis zu vergleichen.

Zahlvergleich

Im ZGV-Modell ist die Kompetenz des Zahlvergleichs auf der gleichen Ebene wie das Kardinalverständnis verortet. Es wird in der theoretischen Grundlegung unter dem Begriff des präzisen Anzahlkonzeptes zusammengefasst. Sobald die Kinder das Verständnis der eindeutigen Eins-zu-Eins-Zuordnung zwischen Zahl und Größe beherrschen, wird auch ein Vergleich von Nachbarzahlen möglich (Krajewski, 2018, S. 14). Diese Kompetenz wurde mit folgender Fragestellung erhoben: „Sie/er kann eng beieinanderliegende Zahlen hinsichtlich ihrer Größe vergleichen, wie beispielsweise ‘Was ist mehr? 5 oder 3?‘. Im Zahlenraum bis . . .“ (Abbildung 9). Entscheidend ist hier die Tatsache, dass nach eng beieinanderliegenden Zahlen gefragt wird, da weit auseinanderliegende Zahlen schon in einem früheren Entwicklungsschritt korrekt nach der Größe beurteilt werden können. Bei diesem

Fragebogenitem weichen die Antwortkategorien leicht von den vorherigen ab. Da es um die Einschätzung eines Vergleichs zweier Zahlen ging, mussten die Antwortkategorien einzelner Zahlenschritte ausgeschlossen werden. Die Skala wurde folglich auf die Antwortkategorien der Zahlenräume 5, 10, 20, 100 und > 100 reduziert. Hierbei handelte es sich weiterhin um eine Ordinalskala.

Sie/er kann eng beieinanderliegende Zahlen hinsichtlich ihrer Größe vergleichen, wie beispielsweise „Was ist mehr? 5 oder 3?“. Im Zahlenraum bis <input type="checkbox"/> (noch) nicht <input type="checkbox"/> 5 <input type="checkbox"/> 10 <input type="checkbox"/> 20 <input type="checkbox"/> 100 <input type="checkbox"/> >100

Abbildung 9. Fragebogenausschnitt zur Variable Zahlvergleich

5.5 Datenanalyse

Die ausgefüllten Fragebögen gaben geschulte studentische Hilfskräfte in das Statistikprogramm SPSS (Version 26) ein. Im Anschluss daran wurde der Datensatz systematisch auf Vollständigkeit, Einheitlichkeit, doppelte Werte, Missings, Ausreißer und Plausibilität überprüft (Döring & Bortz, 2016, S. 585; Schendera, 2007). Augenscheinliche Eingabefehler, wie z. B. 88 statt 8 Jahre, wurden überprüft und korrigiert. Zur Beantwortung der Forschungsfrage wurde die Stichprobe auf der Ebene der Einzelitems analysiert. Anschließend kamen unterschiedliche statistische Methoden zur Anwendung, um die empirischen Hypothesen zu überprüfen. Sie werden mit ihren jeweiligen Voraussetzungen in den folgenden beiden Kapiteln beschrieben.

5.5.1 Methoden der deskriptiven Analyse und statistischen Gruppenvergleiche

Je nach Skalenniveau der überprüften Variablen wurden die Daten in einem ersten Schritt umfassend deskriptiv ausgewertet. Dies umfasste sowohl die Darstellung der einzelnen Variablen als auch die gepaarte Darstellung der beiden untersuchten Variablen. Häufigkeitstabellen und Kreuztabellen bilden somit die Grundlage dieser deskriptivstatistischen Methode. Zunächst wurden die Variablen jeweils einzeln anhand der Häufigkeitsverteilungen betrachtet und schließlich in die für den Untersuchungsgegenstand relevanten Gruppen CPNK und CPK aufgeteilt. Die Verteilungen der Variablen ließen sich so gruppenweise betrachten und vergleichen, häufig visualisieren Balkendiagramme diese Gruppenunterschiede zusätzlich. In

einem zweiten Schritt wurden einfache Signifikanztests zur Überprüfung der Hypothesen H_A und H_B (Kap. 4.4.1, S. 98 & Kap. 4.4.2, S. 100) gerechnet. Die Hypothesen wurden ungerichtet formuliert, da die bisherigen theoretischen und empirischen Grundlagen es nicht zulassen, gerichtete Hypothesen zu formulieren. Entsprechend wurden die Hypothesen stets auf zweiseitige Signifikanz geprüft. Mit den Signifikanztests wurde herausgearbeitet, ob sich die beiden Gruppen CPNK und CPK deutlich in den jeweiligen Variablen unterscheiden. Ein signifikantes Ergebnis sprach an dieser Stelle dafür, dass die Variable einen Effekt auf die Gruppeneinteilung der CPNK und CPK hat und somit einen Einfluss auf das Erreichen des Kardinalverständnisses aufweist. Demnach sollten diese Variablen in den weiterführenden, inferenzstatistischen Berechnungen Beachtung finden. Ausgehend von den Skalenniveaus der Variablen kamen unter Berücksichtigung der entsprechenden Voraussetzungen folgende Signifikanztests zum Einsatz.

Fishers exakter Test wurde für die Überprüfung des Zusammenhangs bei zwei kategorialen Variablen verwendet, die beide genau zwei Ausprägungen haben. Weitere Voraussetzungen hat *Fishers exakter Test* nicht. Sobald mindestens eine Variable mehr als zwei Ausprägungen hatte (nicht dichotom ist), wurde ein χ^2 -Test gerechnet. Für die Verlässlichkeit des Tests dürfen die Zellen der Kreuztabelle nicht zu schwach besetzt sein. Es sollen höchstens 20 % der Zellen eine erwartete Häufigkeit von kleiner als fünf haben (Bortz & Weber, 2005, S. 177). Um eine metrische Variable anhand einer dichotomen Gruppenvariable zu vergleichen, wurde ein *t*-Test für unabhängige Stichproben verwendet. Hierfür muss die analysierte Variable in beiden Gruppen normalverteilt und die Varianzhomogenität erfüllt sein. Liegt diese nicht vor, so wird die Welch-Anpassung des *t*-Tests verwendet und interpretiert (Universität Zürich, 2018). Die Normalverteilung der Variablen wurde anhand der *Q-Q*-Diagramme untersucht, da der *Kalmogorov-Smirnov-Test* und der *Shapiro-Wilk-Test* bei großen Stichproben zu streng sind und eine Normalverteilung zu schnell ablehnen (Field, 2018, S. 249–250).

Größte Beachtung innerhalb der deskriptiven Auswertungen sollte jedoch das Effektstärkemaß erfahren, das als standardisiertes Maß die Größe des Unterschieds bzw. die Stärke des Zusammenhangs angibt und dabei unabhängig von der Größe der Stichprobe und der Signifikanz ist (Field, 2018, S. 87–90). Ein als statistisch signifikant nachgewiesener Unterschied innerhalb der Daten ist nicht automatisch gleichzusetzen mit einem praktisch bedeutsamen

Effekt (Lind, 2012). Je nach durchgeführtem statistischem Test wurden verschiedene Effektstärkemaße berichtet, die unterschiedlich interpretiert werden. Für den χ^2 -Test und *Fischers Exakter Test* wird Cramers V berichtet, für den t -Test hingegen das Effektstärkemaß Cohens d (Clearfield & Mix, 1999; Cohen, 1988; Field, 2018). Die Effektstärken werden nach Cohen (1988) interpretiert, wonach d bzw. $V = .1$ für einen schwachen/kleinen, d bzw. $V = .3$ für einen mittleren und d bzw. $V = .5$ für einen starken/großen Effekt stehen.

Die detaillierte bivariate Analyse der einzelnen Variablen und die Berechnung relevanter Zusammenhänge mit der zentralen Kompetenz Kardinalverständnis von Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung anhand der Gruppenvergleiche erlaubten es, ein möglichst vollständiges und übersichtliches Bild über den gesamten Datensatz zu geben. Außerdem bildeten diese Erkenntnisse die Grundlage für die sich anschließenden inferenzstatistischen Analysen. Gezeigte Gruppenunterschiede der CPNK und CPK gaben Antworten auf die Hypothesen H_A und H_B und bildeten das Fundament für die begründete Auswahl der Kontrollvariablen der hierarchischen logistischen Regression und somit zur Überprüfung der dritten Hypothese H_C (Kap. 4.4.3, S. 101). Ein statistisch signifikanter Unterschied sprach für einen Effekt dieser Variablen auf die Gruppeneinteilung (CPNK und CPK) der abhängigen Variable.

5.5.2 Methoden der Regressionsanalysen

Im dritten Schritt der statistischen Auswertungen wurde die zentrale Kompetenz des Kardinalverständnisses aufgeklärt, indem betrachtet wurde, welchen Einfluss die Höhe der gezeigten Zahlenräume der ausgewählten Zahl-Größen-Kompetenzen Ziffernkenntnis, Zahlenfolge und Zahlvergleich auf das Erreichen des Kardinalverständnisses hat (H_C). Hierfür wurde die hierarchische logistische Regressionsanalyse als passende statistische Methode ausgewählt, um den Einfluss mehrerer unabhängiger Variablen (domänenspezifische und domänenübergreifende Variablen) auf eine dichotom skalierte abhängige Variable (Kardinalverständnis mit den beiden Gruppen CPNK und CPK) zu überprüfen.

Hierarchische logistische Regression

Die logistische Regression beschreibt die Eigenschaften der Zielvariable Kardinalverständnis in Abhängigkeit der unabhängigen Variablen (Field, 2018, S. 879). Die Berechnung der

logistischen Regressionsmodelle erfolgte hierarchisch, um schrittweise den Einfluss der im ersten Studienteil gezeigten domänenübergreifenden Einflussfaktoren auf das Erreichen des Kardinalverständnisses zu erklären (methodisches Vorgehen, siehe u. a. in PISA Weis et al., 2019, S. 154). Da der Einfluss dieser Variablen nicht das zentrale inhaltliche Interesse dieser Arbeit war, wurden sie als Kontrollvariablen mit in das Regressionsmodell aufgenommen. Als Kontrollvariablen bzw. Kovariaten werden diejenigen Variablen bezeichnet, die weder zu den abhängigen noch zu den unabhängigen Variablen zählen, gleichzeitig aber für die Analyse der Beziehung von unabhängigen und abhängigen Variablen von Bedeutung sind. Die beiden Begriffe Kontrollvariable und Kovariate werden häufig synonym verwendet (Bortz & Schuster, 2010, S. 7).

Anhand mehrerer Schritte wurden die ausgewählten Kovariaten in das Modell aufgenommen. Dies ermöglichte zunächst die Darstellung eines logistischen Regressionsmodells, ohne bereits den Einfluss der für die Forschungsfrage entscheidenden mathematischen Einflussfaktoren (Zahl-Größen-Kompetenzen Ziffernkenntnis, Zahlenfolge und Zahlvergleich) auf die abhängige Variable Kardinalverständnis zu bestimmen. In einem weiteren logistischen Regressionsmodell konnte dann schließlich der Einfluss dieser domänenspezifischen Zahl-Größen-Kompetenzen unter Kontrolle der Kovariaten berechnet werden. Damit ließ sich im finalen Modell der tatsächliche Einfluss der interessierenden Variablen kontrolliert für die Kovariaten darstellen. Der hierarchische Aufbau hatte zudem den Vorteil, dass die beiden Modelle miteinander verglichen werden konnten, um damit aufzuzeigen, welches von ihnen die größere Varianzaufklärung für das Kardinalverständnis hatte. Es wurde also untersucht, ob unter Hinzunahme der ausgewählten Zahl-Größen-Kompetenzen, sprich der unabhängigen Variablen, ein signifikant besseres Modell entsteht als jenes, in dem ausschließlich die Kovariaten berücksichtigt wurden. Dies würde dafür sprechen, dass die abhängige Variable Kardinalverständnis in dem Modell am besten aufgeklärt wird, in dem auch die domänenspezifischen Prädiktoren berücksichtigt werden.

Für die Berechnung einer logistischen Regression sind verschiedene Voraussetzungen nötig (Backhaus, Erichson, Plinke & Weiber, 2016; Backhaus, Erichson, Gensler, Weiber & Weiber, 2021; Field, 2018). Die vorliegenden Studiendaten haben viele dieser Voraussetzungen bereits erfüllt oder wurden dementsprechend nachträglich angepasst (Kap. 6.2.1, S. 148):

- Die abhängige Variable ist dichotom skaliert⁷ (Backhaus et al., 2021, S. 290).
- Die unabhängigen Variablen (Prädiktoren) können dichotom, ordinal und metrisch skaliert sein (Backhaus et al., 2021, S. 290).
- Die Fallzahl sollte pro Kategorie der abhängigen Variable nicht kleiner als 25 sein und damit mindestens 50 betragen (Backhaus et al., 2021, S. 379).
- Alle metrischen unabhängigen Variablen müssen die Linearität des Logits erfüllen (Field, 2018, S. 886).
- Die unabhängigen Variablen sollten frei von Multikollinearität sein, sie dürfen untereinander multivariat nicht zu eng assoziiert sein (Backhaus et al., 2021, S. 379).
- Es sollten keine standardisierten Residuen > 3 oder < -3 , maximal ein Prozent $> 2,5$ oder $< -2,5$ und maximal fünf Prozent > 2 oder < -2 enthalten sein (Field, 2018, S. 420).

Sind diese Voraussetzungen erfüllt, werden im Zuge der Ergebnisdarstellung neben der Teststatistik auch die Einflüsse der einzelnen Kategorien auf die abhängige Variable anhand des Effektstärkemaßes Odds Ratio (OR) beschrieben.

Bootstrapping

Bootstrapping ist eine Resampling-Methode (Field, 2018, S. 266; Wright, London & Field, 2011), die auf dem häufigen Ziehen aus einer Stichprobe basiert. Dabei werden aus der bestehenden Stichprobe viele neue, kleinere Stichproben gezogen. Die Stichprobengröße bleibt stets die gleiche, da mit Zurücklegen gezogen wird und somit die Anzahl der ursprünglichen Stichprobe unverändert bleibt. Die angestrebte Statistik, im konkreten Fall die der logistischen Regressionsanalyse, wird für alle so entstandenen Stichproben gerechnet und schließlich werden die Einzelergebnisse zu einem Gesamtergebnis mit Konfidenzintervall zusammengefasst. Nach Kabacoff (2011, S. 309) ist hierbei ein wiederholtes Ziehen von 1.000 Mal ausreichend. Die Stichprobengröße wird mit mindestens $n = 50$ berichtet (Chernick, 2008, S. 174; Wright et al., 2011, S. 267). Diese Methode wird häufig angewandt, wenn die Voraussetzungen nicht vollständig erfüllt sind, wie z. B. vorhandene Ausreißer, fehlende Linearität

⁷ Folglich wird sie häufig auch Gruppierungsvariable genannt (Backhaus, Erichson, Plinke & Weiber, 2016, S. 285).

des Logits oder keine Normalverteilung. Bootstrapping ist robust gegen eine solche potenzielle Verletzung der Voraussetzungen und macht die Ergebnisse gleichzeitig verlässlicher. Es ermöglicht, ein angestrebtes Modell trotz einzelner nicht erfüllter Voraussetzungen berechnen zu können. Da dies bei einzelnen Modellen der vorliegenden Berechnungen der Fall war, wurden die Bootstrapping-Verfahren als Absicherung gerechnet. Für eine bessere Vergleichbarkeit und Einheitlichkeit der Studienergebnisse werden bei allen Modellen die robusteren Bootstrapping-Ergebnisse kombiniert mit statistischen Kennwerten der logistischen Regression berichtet. Dies gilt auch für jene Modelle, welche die Voraussetzungen grundsätzlich erfüllt haben. Alle berichteten Ergebnisse sind somit mithilfe der Bootstrapping-Methode abgesichert und können daher als verlässlich angesehen werden.

5.6 Zwischenfazit zu Methoden und Design

Anhand eines Lehrkräftefragebogens wurden ausgewählte Zahl-Größen-Kompetenzen und relevante Kontextfaktoren bzw. domänenübergreifende Kompetenzen von Schüler:innen an Schulen mit dem sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung erhoben. Dies erfolgte innerhalb des empirisch-quantitativen Rahmenprojektes SFGE II, wobei auf der Grundlage einer geschichteten Clusterstichprobe (Kap. 5.3, S. 106) eine Vollerhebung von 20 bayerischen Förderzentren angestrebt wurde. Die vorliegende Studie baut damit auf einer konzeptionell durchdachten und fachlich strukturierten Datengrundlage auf. Außerdem verfügte die Stichprobe über eine ausreichende Größe, um auch komplexe Analysen rechnen zu können.

Die Variable Kardinalverständnis stand im Zentrum der Erhebung: Zunächst ordinalskaliert erhoben, wurde sie schließlich theoretisch-empirisch begründet zu einer nominalskalierten Variable transformiert. Alle Schüler:innen konnten genau einer der beiden voneinander unabhängigen Gruppen CPNK und CPK zugeordnet werden. Die Gruppeneinteilung war von Relevanz für die zu überprüfenden Hypothesen. Die ausgewählten Zahl-Größen-Kompetenzen Zahlenfolge, Ziffernkenntnis und Zahlvergleich (Kap. 5.4.3, S. 119) lagen ordinalskaliert vor, wobei die Kategorien für einzelne Zahlraumstufen standen.

Die berücksichtigten domänenübergreifenden Faktoren (Kap. 5.4.2, S. 115) lagen je nach Variable nominal- oder ordinalskaliert vor. Gruppenvergleiche anhand einfacher

Signifikanztest wurden durchgeführt, um den Effekt der jeweiligen Variablen auf die Gruppeneinteilung der Variable Kardinalverständnis zu berechnen (Kap. 5.5.1, S. 122). Diese bildeten die Grundlage für die sich anschließenden weiterführenden inferenzstatistischen Analysen (Kap. 5.5.2, S. 124). Die hierarchische logistische Regression stellte die passende statistische Methode dar, um schrittweise den Einfluss der interessierenden domänenspezifischen Zahl-Größen-Kompetenzen unter gleichzeitiger Berücksichtigung der relevanten Kontrollvariablen auf das Kardinalverständnis (CPNK und CPK) zu zeigen. Nötige Voraussetzungen der statistischen Methoden wurden geklärt und das Bootstrapping-Verfahren als sinnvolle Möglichkeit der Absicherung für verlässliche Ergebnisse erklärt.

6 Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der statistischen Analysen dargestellt und beschrieben. Im ersten Schritt steht die deskriptive Auswertung der Variablen, die gemeinsam mit den Gruppenvergleichen in Kapitel 6.1 im Fokus steht. Die anschließende Auswertung anhand einer hierarchischen logistischen Regressionsanalyse wird im Kapitel 6.2 behandelt. Das Ergebnis der einzelnen Hypothesenprüfungen wird stets am Ende des Kapitels dargelegt (Kap. 6.1.3, 6.1.5 & 6.2.3). Diese Kapitel dienen zum einen der Zusammenfassung der wichtigsten Ergebnisse der zuvor gerechneten Analysen, gleichzeitig spiegeln sie den zuvor festgelegten methodischen Aufbau der Arbeit (Kap. 4.4, S. 97) wider.

6.1 Deskriptive Analysen und statistische Gruppenvergleiche

In einem ersten Teil der Auswertung wurden die beiden Gruppen CPNK und CPK anhand verschiedener bivariater Analysen beschrieben. Hierfür wird zunächst die Variable des Kardinalverständnisses (Kap. 6.1.1) ausführlich dargestellt, um in einem nächsten Schritt die Kompetenz hinsichtlich der relevanten domänenübergreifenden Einflussfaktoren zu untersuchen (Kap. 6.1.2), bevor das Kardinalverständnis im Zusammenhang mit den domänenspezifischen Zahl-Größen-Kompetenzen Zahlenfolge, Ziffernkenntnis und Zahlvergleich dargestellt wird (Kap. 6.1.4). Diese Analysen wurden anhand von Kreuztabellen quantifiziert⁸ oder auch mit Balkendiagrammen visualisiert. Die Signifikanztests wurden gerechnet, um herauszuarbeiten, ob sich die beiden Gruppen CPNK und CPK deutlich in den jeweiligen domänenübergreifenden Variablen unterscheiden. Unter gleichzeitiger Berücksichtigung des Effektstärkemaßes konnten diejenigen Variablen ermittelt werden, die einen Effekt auf die Gruppeneinteilung hatten und somit in der logistischen Regression berücksichtigt werden sollten (Kap. 5.5.1, S. 122).

⁸ Bei der Darstellung der Ergebnisse wurden die Prozentangaben ohne Rücksicht auf die Endsummen auf- bzw. abgerundet. Bei der Aufteilung der gesamten Schülerschaft in einzelne Prozentwerte können daher bei Summenbildungen ggf. infolge des Rundens geringfügige Abweichungen vom Wert 100 % auftreten. Eine Abstimmung auf 100 % erfolgte nicht.

6.1.1 Kardinalverständnis

Die Variable Kardinalverständnis wurde anhand verschiedener Zahlraumstufen erhoben. Die Auswertung der Rohdaten zu dieser Variable ergab eine Tabelle mit mehreren Antwortkategorien (Tabelle 10). Hier zeigte sich der größte Wert innerhalb der Antwortmöglichkeit *(noch) nicht* mit 25.1 %. Bei der einschrittigen Erhebung im Zahlenraum bis 10 wurden die Zahlen 3, 5 und 6 am häufigsten ausgewählt. Daneben gaben viele Lehrkräfte das Kardinalverständnis für die Zahlenräume 10, 20 und 100 an.

Tabelle 10. Verteilung der Variable Kardinalverständnis in Prozent (N = 1 082)

Kardinal- ver- ständnis	(noch) nicht	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	100	>100
Prozent	25.1	0.6	1.5	4.0	1.4	3.7	3.4	0.5	1.1	0.2	12.3	1.9	17.6	17.3	9.5

Auf der Grundlage dieser Erhebung konnte die Gruppenvariable Kardinalverständnis mit den beiden Gruppen CPNK und CPK generiert werden. Diese Unterscheidung resultierte aus der Fragestellung (Kap. 4.4, S. 97), die nach Einflüssen auf das Erreichen des Kardinalverständnisses fragte. Folglich musste eine Definition, ab wann diese Kompetenz theoretisch-empirisch als erfasst gilt, getroffen werden. Hierfür wurde die Erkenntnis herangezogen, dass von einer Generalisierbarkeit des Einblickes in das Kardinalverständnis ab der Beherrschung dieser Kompetenz im Zahlenraum 5 gesprochen werden kann (Tabelle 2, S. 91). Daher wurde zwischen den Antwortkategorien 4 und 5 ein Cut-off-Wert gesetzt, wodurch eine dichotome Variable des Kardinalverständnisses entstand (Tabelle 11). Hinter der Gruppe der CPNK standen diejenigen, für die eine der Antwortkategorien *(noch) nicht* bis 4 ausgewählt wurde und die somit nach empirischer Erkenntnis die Kompetenz des Kardinalverständnisses *(noch) nicht* beherrschen. Die CPK, alle anderen Fälle, zählten zu der Gruppe derjenigen, die das Kardinalverständnis beherrschen und für die folglich die Antwortkategorien 5 bis > 100 ausgewählt wurde.

Tabelle 11. Prozentuale Verteilung der Gruppenvariable Kardinalverständnis (N = 1 082)

	Prozent
cardinal-principle-non-knower (CPNK)	32.5
cardinal-principle-knower (CPK)	67.5

In der Gruppe der CPNK befanden sich 32.5 % ($n = 352$) der Stichprobe und folglich 67.5 % ($n = 730$) in der Gruppe der CPK. Mit dieser dichotomen Variable war die Zielvariable zur Beantwortung der Forschungsfrage definiert und die beiden Kategorien für die folgenden Gruppenvergleiche gebildet.

6.1.2 Domänenübergreifende Einflussfaktoren

Bei der Betrachtung des aktuellen Forschungsstandes wurden Zusammenhänge der mathematischen Domäne mit einigen domänenübergreifenden Faktoren gezeigt, die in einer quantitativen Analyse Berücksichtigung finden sollten. Im Folgenden wurden diese Variablen sowohl einzeln als auch gepaart mit der Gruppenvariable Kardinalverständnis analysiert. Die jeweils angeschlossenen Signifikanztests dienen der Überprüfung der aufgestellten Hypothese H_A (Kap. 4.4.1, S. 98).

Geschlecht

Wie bereits innerhalb der Stichprobenbeschreibung (Kap. 5.3.2, S. 109) dargelegt, besteht die analysierte Stichprobe zu 41.0 % ($n = 437$) aus Einschätzungen über Schülerinnen und zu 58.9 % aus Einschätzungen über Schüler ($n = 628$). Für ein:e Schüler:in wurde die Antwortkategorie *divers* ausgewählt. Um die Frage zu beantworten, ob sich die beiden Gruppen CPNK und CPK hinsichtlich der Geschlechterverteilung unterscheiden, wurde dieser eine Fall ausgeschlossen. Die Gruppe der CPNK teilte sich in 44.5 % Schülerinnen und 55.5 % Schüler auf. Bei den CPK waren 39.4 % weiblich und 60.6 % männlich (Tabelle 12).

Tabelle 12. *Geschlechterverteilung der CPNK ($n = 344$) und CPK ($n = 721$)*

	weiblich	männlich
CPNK	44.5 %	55.5 %
CPK	39.4 %	60.6 %

Mithilfe dieser Zahlen wurde berechnet, ob sich die beiden Gruppen CPNK und CPK signifikant hinsichtlich des Geschlechts voneinander unterscheiden. *Fishers exakter Test* erbrachte keine signifikanten Unterschiede ($p = .126$). Somit unterschieden sich die beiden Gruppen CPNK und CPK hinsichtlich ihres Geschlechtes nicht signifikant voneinander.

Alter

Im Mittel waren die Schüler:innen der Stichprobe 12.9 Jahre alt ($SD = 3.7$; Kap. 5.3.2, S. 109). Wird die Altersverteilung getrennt für die beiden Gruppen betrachtet, lässt sich für die CPNK ein Mittelwert von 12.4 ($SD = 3.9$) berichten und für die CPK ein Mittelwert von 13.1 ($SD = 3.6$). Das Alter der CPNK ist somit im Schnitt 0.7 Jahre jünger als das der CPK. Die Daten sind nach Interpretation der $Q-Q$ -Diagramme (Abbildung 26 & Abbildung 27, S. 222) in beiden Gruppen annähernd normalverteilt. Aufgrund der Normalverteilung wurde ein t -Test gerechnet, um die Frage zu überprüfen, ob sich die beiden Gruppen hinsichtlich ihres Alters statistisch signifikant unterscheiden. Nach dem Levene-Test ($p < .05$) unterscheiden sich die Varianzen, wodurch keine Varianzhomogenität vorlag und somit die Welch-Anpassung des t -Tests berichtet wird (Kap. 5.5.1, S. 122). Der t -Test legte einen signifikanten Unterschied des Alters offen ($t(636.47) = -3.00, p = .003$) mit dem Effektstärkemaß Cohens $d = .202$. Somit lag zwar ein signifikantes Ergebnis vor, allerdings mit einem schwachen Unterschied. Daher ist der Unterschied des Alters für die beiden Gruppen CPNK und CPK inhaltlich weniger relevant.

Schulbesuchsjahr

Die CPNK waren im Mittel im 5.8 Schulbesuchsjahr ($SD = 3.7$), die CPK waren hingegen knapp ein Schulbesuchsjahr weiter ($M = 6.7, SD = 3.5$). Die Daten der beiden Gruppen waren nach Betrachten des $Q-Q$ -Diagramms annähernd normalverteilt (Abbildung 28 & Abbildung 29, S. 223). Aus diesem Grund wurde zur Überprüfung der Fragestellung, ob sich die beiden Gruppen signifikant hinsichtlich des Schulbesuchsjahres voneinander unterscheiden, wiederum ein t -Test gerechnet. Die Voraussetzung der Varianzhomogenität war in diesem Fall erfüllt (Levene-Test: $p > .05$). Der t -Test legte einen statistisch relevanten Unterschied im Schulbesuchsjahr offen ($t(1053) = -3.97, p < .001$). Die beiden Gruppen CPNK und CPK unterschieden sich signifikant voneinander, wobei das aktuelle Schulbesuchsjahr der CPNK fast ein Jahr (0.94) niedriger war als das der CPK. Hierbei handelte es sich wiederum um einen noch schwachen Effekt (Cohens $d = .261$), weshalb auch beim Schulbesuchsjahr von keinem relevanten Effekt im Zusammenhang mit dem Kardinalverständnis ausgegangen wurde.

Grad der Intelligenzminderung

In Bezug auf die zu untersuchende Variable Kardinalverständnis interessierte, ob sich die beiden Gruppen CPNK und CPK hinsichtlich der Intelligenzminderung unterschieden. Das gepaarte Balkendiagramm (Abbildung 10) zeigt, wie sich die Anteile der CPNK und CPK auf die fünf unterschiedlichen Intelligenzstufen verteilen.

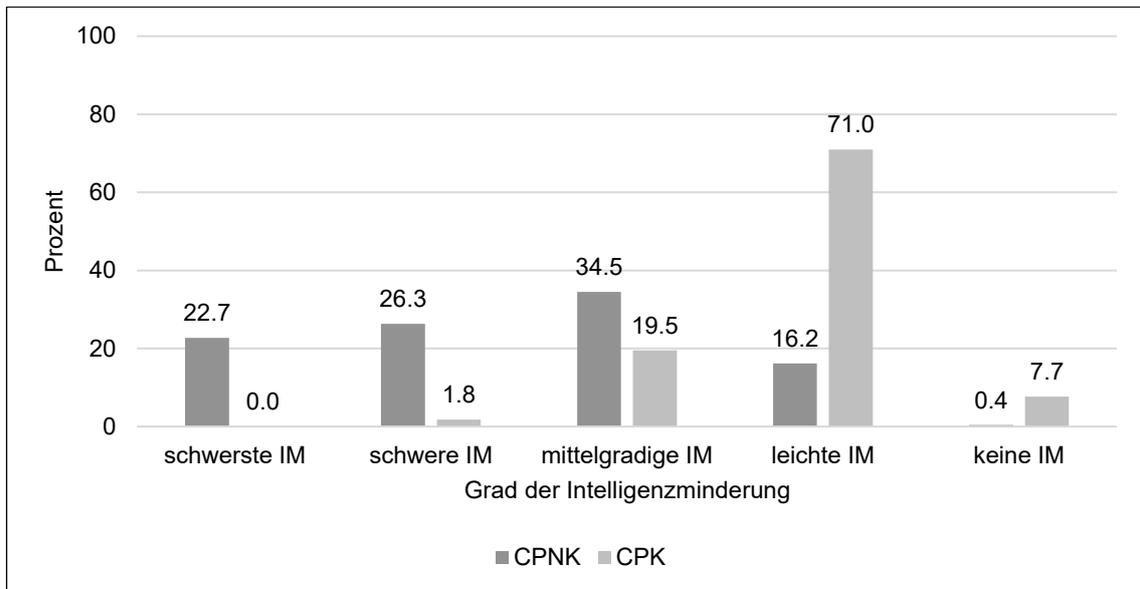


Abbildung 10. Verteilung der Grade der Intelligenzminderung (IM) der CPNK ($n = 278$) und der CPK ($n = 677$)

Die meisten CPNK hatten eine mittelgradige Intelligenzminderung (34.5 %), und insgesamt waren die meisten Anteile der Gruppe auf die Stufen mit einem höheren Grad der Intelligenzminderung verteilt. Hingegen gab es nahezu keinen CPK mit einer schwersten und oder schweren Intelligenzminderung. Die meisten CPK ließen sich der Kategorie leichte Intelligenzminderung (71.0 %) zuordnen. Diese bereits in der deskriptiven Darstellung sichtbar gewordenen Unterschiede wurden von einem signifikanten χ^2 -Test ($\chi^2(df = 4, n = 955) = 431.57, p < .001$) bestätigt. Mit dem Cramers V von .672 konnte von einem sehr großen Unterschied gesprochen werden. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass es bei den beiden Gruppen CPNK und CPK signifikante Unterschiede hinsichtlich der Intelligenzminderung gab und dabei von einem bedeutenden Effekt ausgegangen werden kann.

Familiensprache

Bei den CPNK war bei 78.3 % Deutsch die Familiensprache, bei den CPK 88.3 % (Tabelle 13).

Tabelle 13. Verteilung der Variable Familiensprache Deutsch der CPNK ($n = 337$) und der CPK ($n = 712$)

	Familiensprache Deutsch	
	ja	nein
CPNK	78.3 %	21.7 %
CPK	88.3 %	11.7 %

Anhand von *Fishers exakter Test* wurde berechnet, ob sich die beiden Gruppen hier signifikant voneinander unterschieden. Es zeigten sich signifikant ($p < .001$) mehr mit Deutsch als Familiensprache bei den CPK (88.3 %) als bei den CPNK (78.3 %). Mithilfe des berechneten Effektstärkemaßes Cramers $V = .131$ kann ein kleiner Unterschied hinsichtlich der Familiensprache bei den beiden Gruppen CPNK und CPK festgehalten werden.

Syndrome

Die Darstellungen und Berechnungen der medizinischen Diagnosen beziehen sich auf ein n von 1 053. Lediglich die zwei Syndrome Down-Syndrom ($n = 123$) und Fragile-X-Syndrom ($n = 19$) konnten aufgrund einer ausreichenden Anzahl für weitere Berechnungen herangezogen werden.

Down-Syndrom

Um herauszufinden, ob sich die beiden Gruppen CPNK und CPK hinsichtlich der Diagnose Down-Syndrom unterscheiden, wurde eine Kreuztabelle erstellt. Innerhalb der Gruppe der CPNK traf auf 12.0 % diese Diagnose zu. Bei den CPK waren es 11.5 % mit und 88.5 % ohne Down-Syndrom (Tabelle 14).

Tabelle 14. Anteil der Schüler:innen mit Down-Syndrom innerhalb der Gruppen CPNK ($n = 342$) und CPK ($n = 711$)

	Diagnose Down-Syndrom	
	ja	nein
CPNK	12.0 %	88.0 %
CPK	11.5 %	88.5 %

Dies entsprach nach *Fishers exakter Test* keinem signifikanten Unterschied ($p = .838$). Demnach unterschieden sich die beiden Gruppen CPNK und CPK nicht signifikant hinsichtlich der Diagnose Down-Syndrom voneinander.

Fragile-X-Syndrom

Innerhalb der Gruppe der CPNK hatten 2.3 % das Fragile-X-Syndrom. Innerhalb der Gruppe der CPK waren es 1.5 % (Tabelle 15).

Tabelle 15. Anteil der Schüler:innen mit Fragile-X-Syndrom innerhalb der Gruppen CPNK ($n = 342$) und CPK ($n = 711$)

	Diagnose Fragile-X-Syndrom	
	ja	nein
CPNK	2.3 %	97.7 %
CPK	1.5 %	98.5 %

Anhand von *Fishers exakter Test* wurde kein signifikanter Unterschied der Gruppen CPNK und CPK hinsichtlich der Variable Fragiles X-Syndrom festgestellt ($p = .458$).

Lesefähigkeit

Innerhalb der Stichprobe konnte von 1 069 Schüler:innen eine Einschätzung der Lesefähigkeiten erhoben werden. Alle sieben Stufen waren innerhalb der Stichprobe vertreten (Tabelle 16). Dabei war die Gruppe, die noch keine Lesefähigkeiten aufwies, mit 27.4 % am größten. 24.7 % der Schülerschaft beherrschten Kompetenzen des fortgeschrittenen Lesens und 18.2 % konnten buchstabenweise Erlesen. Die restlichen 29.7 % verteilten sich sehr unterschiedlich auf die verbleibenden Stufen, wobei mit 1.7 % die Schüler:innen, die das Vorlesen nachahmten (*Als-ob-Vorlesen*), den kleinsten Anteil ausmachten.

Tabelle 16. *Verteilung der Variable Lesefähigkeit in Prozent*
(*n = 1 069*)

	Prozent
liest (noch) überhaupt nicht	27.4
Als-ob-Vorlesen	1.7
Erraten von Wörtern	5.0
Benennen von Lautelementen	10.9
buchstabenweises Erlesen	18.2
fortgeschrittenes Lesen	24.7
automatisiertes Worterkennen	12.1

Für die Analyse des deskriptiven Zusammenhangs der Variable Lesefähigkeit mit der dichotomen Variable Kardinalverständnis wurde eine Kreuztabelle erstellt, deren Daten in einem gepaarten Balkendiagramm visualisiert sind (Abbildung 11). Die Prozentwerte zeigen, dass von den CPNK der mit Abstand größte Teil (noch) überhaupt nicht liest (76.2 %), während dies bei den CPK nur auf 4.1 % zutrifft. Die CPK verteilten sich mit hohen Prozentanteilen auf die Stufen *Benennen von Lautelementen* bis *automatisiertes Worterkennen* (zwischen 11.3 % und 36.2 %), wobei die Kategorie *fortgeschrittenes Lesen* von den meisten CPK beherrscht wurde (36.2 %).

Ergebnisse

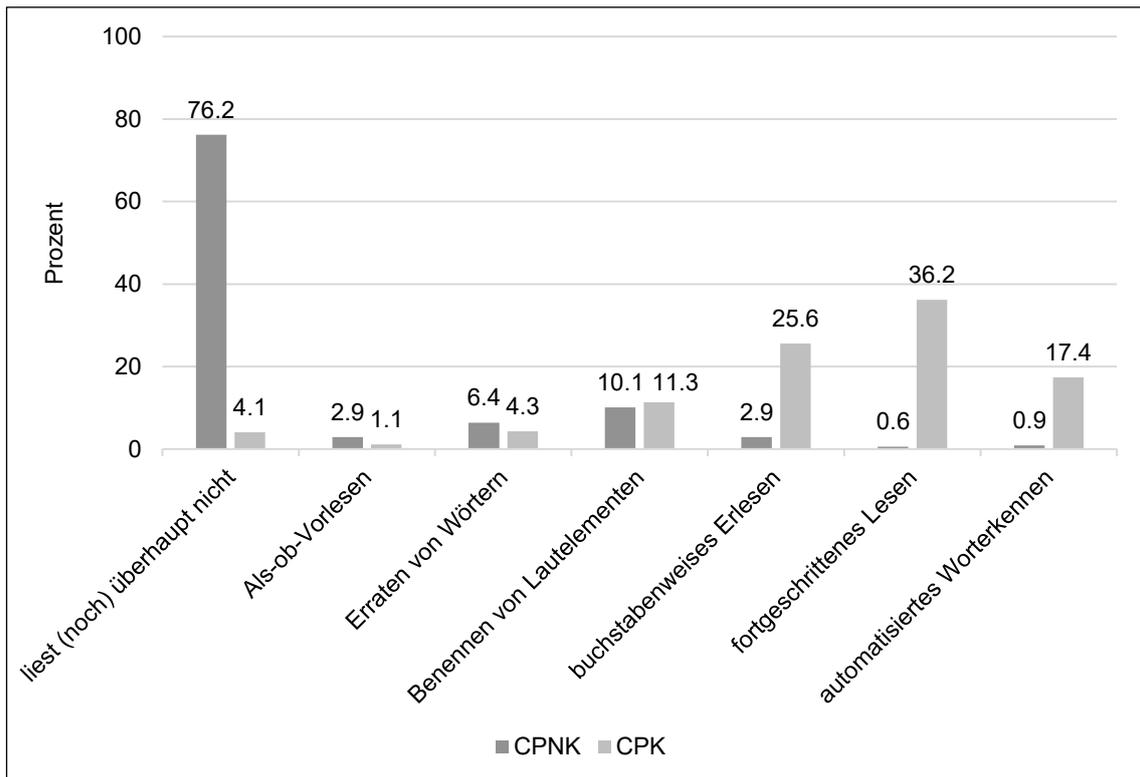


Abbildung 11. Verteilung der Lesefähigkeit der CPNK ($n = 345$) und der CPK ($n = 724$)

Der χ^2 - Test bestätigte die sehr unterschiedliche Verteilung mit einem signifikanten Ergebnis ($\chi^2 (df = 6, n = 1\ 069) = 688.48, p < .001$). Es lag ein signifikanter Unterschied zwischen den beiden Gruppen CPNK und CPK vor. Als Effektstärkemaß wurde ein Cramers $V = .803$ berechnet, was einem sehr großen Unterschied entspricht.

Schreibfähigkeit

Die Verteilung der Variable Schreibfähigkeit ($n = 1\ 067$) ähnelte der Verteilung der Variable Lesefähigkeit. Ein großer Anteil der Schülerschaft zeigte noch keine Fähigkeiten in Bezug auf das Schreiben (20.8 %). Bei der differenzierten Darstellung der einzelnen Stufen der Schreibfähigkeit war die Stufe des *phonetischen Verschriftlichens* die am häufigsten vertretene Kompetenzstufe (21.0 %). Auch die Stufen *Malen von Buchstabenreihen*, *Schreiben von Lautelementen* und *Verwendung orthographischer Muster* waren mit Prozentwerten von 13.5 % bis 17.6 % deutlich vertretene Kompetenzstufen. Einen Überblick über die Verteilung der einzelnen Stufen gibt Tabelle 17.

Tabelle 17. Verteilung der Variable Schreibfähigkeit in Prozent (n = 1 067)

	Prozent
schreibt (noch) überhaupt nicht	20.8
Kritzeln	8.2
Malen von Buchstabenreihen	17.6
Schreiben von Lautelementen	13.5
phonetische Schreibungen	21.0
Verwendung orthographischer Muster	14.2
gute orthographische Kenntnisse	4.6

Betrachtete man die Variable Schreibfähigkeit aufgeteilt in die beiden Gruppen CPNK und CPK, fällt wiederum ein deutlicher Unterschied innerhalb der einzelnen Kompetenzstufen auf. Bei den CPNK befand sich der größte Teil in der Stufe derjenigen ohne bisherige Schreibfähigkeiten (61.2 %). Die Stufen *Kritzeln* mit 18.7 % und *Malen von Buchstabenreihen* mit 16.1 %, waren ebenso deutlich vertreten. Im Gegensatz dazu war bei den CPK die Kompetenzstufe *Malen von Buchstabenreihen* die erste Stufe, in der eine nennenswerte Prozentzahl vertreten war (18.4 %), den beiden vorherigen Stufen der Schreibfähigkeit wurden somit kaum CPK zugeordnet. Ähnliche Werte der CPK fanden sich in den aufsteigenden Stufen des Schreibenlernens, wobei die Stufe *phonetische Schreibungen* mit 30.9 % die größte Prozentzahl aufwies. Innerhalb dieser Stufen lagen hingegen bei den CPNK kaum nennenswerte Prozentzahlen vor. Einen detaillierten Überblick gibt Abbildung 12.

Ergebnisse

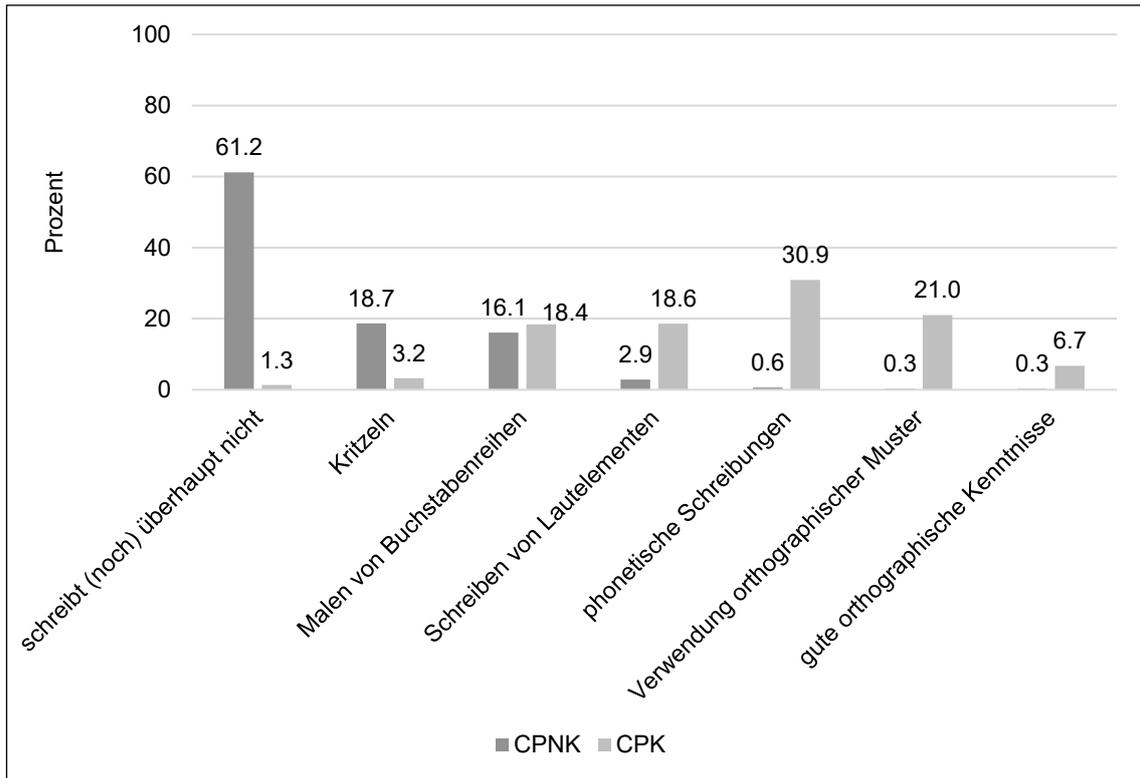


Abbildung 12. Verteilung der Schreibfähigkeit der CPNK ($n = 348$) und der CPK ($n = 719$)

Der χ^2 -Test lieferte ein signifikantes Ergebnis ($\chi^2(df = 6, n = 1\,067) = 711.17, p < .001$). Die Gruppen CPNK und CPK unterschieden sich signifikant hinsichtlich der Variable Schreibfähigkeit. Bei dem Ergebnis handelte es sich genauso wie bei dem der Lesefähigkeit um einen sehr großen Effekt (Cramers $V = .816$).

Textverstehen

Die Erhebung der Variable Textverstehen legte offen, dass es mit 45.7 % sehr viele Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung gab, die noch keine Fähigkeiten zum Verstehen einfachster Texte zeigten. Der verbleibende Anteil der Schülerschaft hatte einen Einblick in das Textverstehen, wobei 30.2 % eine explizit gekennzeichnete Information und 20.2 % explizit angegebene Hauptgedanken verschiedenen Texten entnehmen konnten. 4.0 % zeigten weiterentwickelte Kompetenzen innerhalb der Kompetenz des Textverstehens. Diese Variable stützte sich auf die Einschätzung von Lehrkräften für 1 036 Schüler:innen. Für den Gruppenvergleich der CPNK und CPK wurde abermals eine Kreuztabelle gerechnet und die Daten in ein gepaartes Balkendiagramm übernommen (Abbildung 13). Bei den CPNK wies mit Abstand der größte Anteil *keine Fähigkeiten zum Verstehen*

Ergebnisse

einfachster Texte auf (87.4 %), während es bei den CPK 26.5 % waren. Das Verständnis *einer explizit gekennzeichneten Information* gelang 39.3 % der CPK, bei den CPNK war das mit 10.4 % eher selten der Fall. In den beiden darauffolgenden Kompetenzstufen wiesen die CPNK keine nennenswerten Fähigkeiten auf. In der Gruppe der CPK wurden mit 28.5 % am zweitmeisten Schüler:innen der Kompetenzstufe *explizit angegebene Hauptgedanken* zugeordnet.

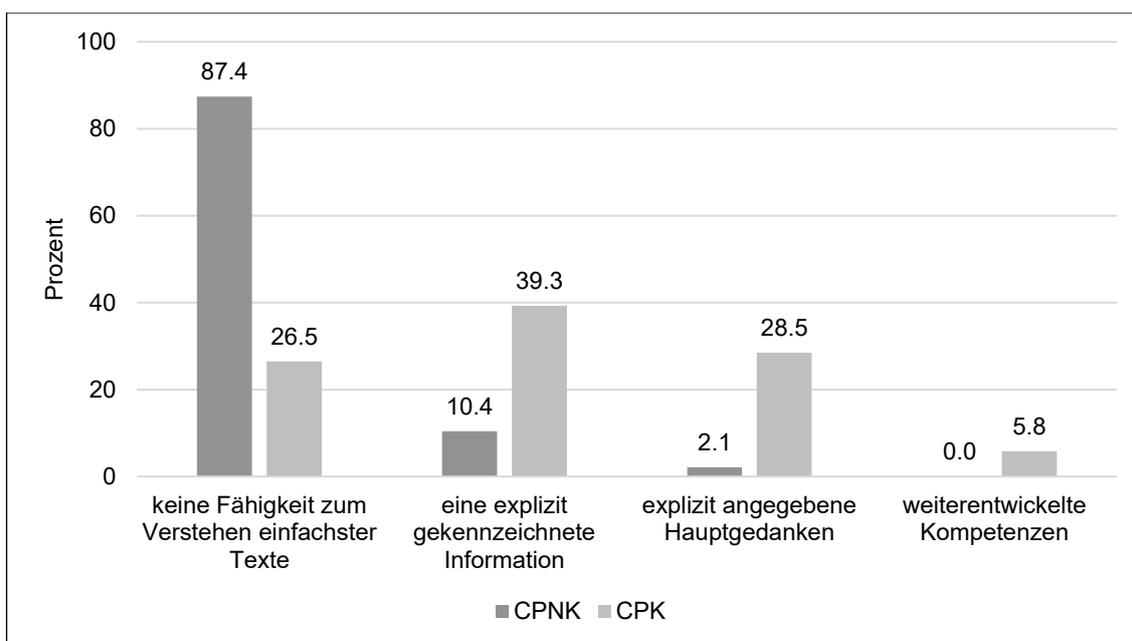


Abbildung 13. Verteilung des Textverstehens der CPNK ($n = 326$) und der CPK ($n = 710$)

Dem durchgeführten χ^2 -Test zufolge bestanden signifikante Unterschiede zwischen den beiden Gruppen in Bezug auf die Kompetenz Textverstehen ($\chi^2(df = 3, n = 1\,036) = 338.82, p < .001$). Die CPNK unterschieden sich signifikant von den CPK in der Kompetenz Textverstehen. Zugleich kann bei einem errechneten Cramers $V = .572$ von einem großen Unterschied bzw. einem starken Effekt gesprochen werden.

6.1.3 Fazit zur Hypothese H_A

Welche domänenübergreifenden Einflussfaktoren tatsächlich entscheidend die Gruppeneinteilung des Kardinalverständnisses beeinflussten, wurde anhand von Gruppenvergleichen untersucht. Nahezu bei allen überprüften Variablen ließen sich signifikante Unterschiede zwischen den beiden Gruppen CPNK und CPK mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung feststellen. Dies betraf die Variablen Alter, Schulbesuchsjahr, Familiensprache, Intelligenzminderung, Lesefähigkeit, Schreibfähigkeit und Textverstehen. Kein

signifikanter Unterschied war für das Geschlecht und die zwei analysierten Syndrome nachweisbar. Die aufgestellte Alternativhypothese H_{A1} „CPNK und CPK mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung unterscheiden sich hinsichtlich der Variablen Geschlecht, Alter, Schulbesuchsjahr, Familiensprache, Grad der Intelligenzminderung, Lesefähigkeit, Schreibfähigkeit, Textverstehen und Syndrome“ kann somit für die Variablen Alter, Schulbesuchsjahr, Familiensprache, Grad der Intelligenzminderung, Lesefähigkeit, Schreibfähigkeit und Textverstehen verifiziert werden, für die Variablen Geschlecht und die zwei Syndrome Down-Syndrom und Fragile-X-Syndrom ist sie abzulehnen. Neben der statistischen Signifikanz ist aber vor allem das Effektstärkemaß für die inhaltliche Interpretation entscheidend (Lind, 2012). Mittlere bzw. hohe Effektstärkemaße zeigen vor allem für die Variablen Intelligenzminderung, Lesefähigkeit, Schreibfähigkeit und Textverstehen einen inhaltlich bedeutsamen Unterschied in Bezug auf die beiden Gruppen CPNK und CPK. Daher wurden diese vier Variablen in den Regressionsanalysen (Kap. 6.2, S. 147) als Kontrollvariablen berücksichtigt.

6.1.4 Domänenspezifische Zahl-Größen-Kompetenzen

Wie bereits im Kapitel der Operationalisierung (Kap. 5.4, S. 112) beschrieben, wurden die drei Kompetenzen Ziffernkenntnis, Zahlenfolge und Zahlvergleich anhand einzelner Zahlenraumstufen erhoben. Die Erhebungsskalen dieser drei domänenspezifischen Zahl-Größen-Kompetenzen wurden wiederum in ein einheitliches ordinales Skalenniveau transformiert. Somit ließ sich nach der deskriptiven Analyse schließlich der Einfluss der einzelnen Zahlenraumstufen auf das Erreichen des Kardinalverständnisses einheitlich und übersichtlich darstellen. Sowohl die erhobenen Rohdaten als auch die entscheidenden Transformationen und die getätigten Gruppenvergleiche zur Überprüfung der Hypothese H_B (Kap. 4.4.2, S. 100) werden im Folgenden ausführlich dargestellt.

Ziffernkenntnis

Die Kompetenz Ziffernkenntnis wurde ebenfalls anhand einer differenzierten Skala erhoben (Tabelle 18). Laut Einschätzung der Lehrkräfte war die größte Gruppe diejenige, welche die Kompetenz der Ziffernkenntnis (*noch*) *nicht* beherrschte (22.6 %). Gleichzeitig konnten 19.3 % die Ziffern im Zahlenraum 100 erkennen. Insgesamt beherrschten 64.5 % diese Kompetenz mindestens im Zahlenraum bis 10.

Tabelle 18. Verteilung der Variable Ziffernkenntnis in Prozent (N = 1 082)

Ziffern- kenntnis	(noch) nicht	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	100	>100
Prozent	22.6	0.4	0.8	4.0	0.6	2.4	3.0	0.5	0.8	0.5	11.3	1.6	17.0	19.3	15.3

Für weitere Berechnungen wurde diese Variable transformiert, indem die eher schwach besetzten Zellen zusammengefasst wurden (Tabelle 19). Im Gegensatz zu der Zielvariable Kardinalverständnis, die in eine dichotome Variable (CPNK und CPK) transformiert wurde, blieben die Zahl-Größen-Kompetenzen allerdings als ordinalskalierte Variablen bestehen. Da der jeweilige Effekt der Stufe der Zahlenräume auf das Erreichen des Kardinalverständnisses untersucht wurde, blieben die Zahlraumstufen bei den unabhängigen Variablen erhalten und wurden gleichzeitig vereinheitlicht, um schließlich deren Vergleichbarkeit zu garantieren. Dabei blieb die Kategorie *(noch) nicht* unverändert, die Kategorien 3 bis 5 wurden in die Kategorie 5, die Kategorien 6 bis 10 in die Kategorie 10 zusammengefasst. Zur Kategorie 20 wurden die Werte der Kategorie 15 addiert, die folglich zur Kategorie 20 wurde. Die beiden letzten Kategorien 100 und > 100 blieben unverändert. Die nun verwendeten Stufen 5, 10, 20, 100 und > 100 erhielten sowohl den Bezug zum Erhebungsinstrument als auch zu den in der Schulpraxis verwendeten dekadischen Stufen (ISB, 2019, S. 531).

Tabelle 19. Verteilung der Variable Ziffernkenntnis nach der Transformation in Prozent (N = 1 082)

Ziffern- kenntnis	(noch) nicht	5	10	20	100	> 100
Prozent	22.6	8.2	16.0	18.6	19.3	15.3

Auf der Grundlage einer Kreuztabelle wurde ein gepaartes Balkendiagramm (Abbildung 14) erstellt, das die beiden Gruppen CPNK und CPK in ihrer Kompetenz der Ziffernkenntnis miteinander vergleicht. Die beiden Gruppen unterschieden sich deutlich. Die meisten CPNK beherrschten (noch) keine Ziffernkenntnis (68.8 %). 19.3 % erkannten die Ziffern im Zahlenraum 5 und 6.8 % der CPNK die Ziffern im Zahlenraum 10. Die CPK verteilten sich hingegen prozentual recht vergleichbar auf die Kategorien 10, 20, 100 und > 100 (zwischen 20.4 % und 28.1 %).

Ergebnisse

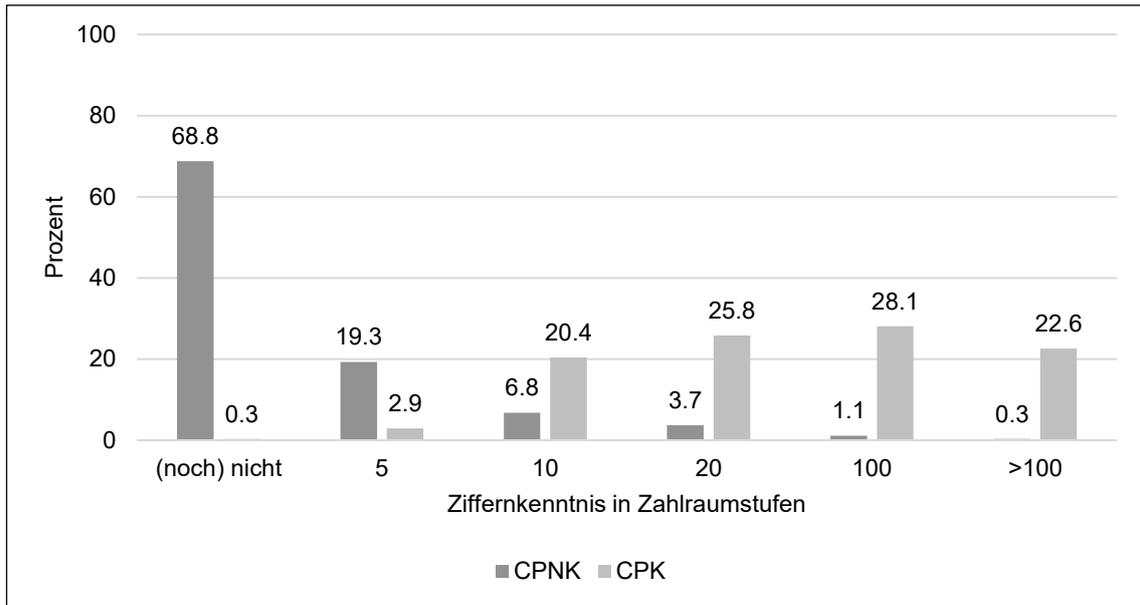


Abbildung 14. Verteilung der Variable Ziffernkenntnis der CPNK ($n = 352$) und der CPK ($n = 730$)

Durch den χ^2 -Test wurden die deskriptiv sichtbaren Unterschiede statistisch bestätigt (χ^2 ($df = 5$, $N = 1\ 082$) = 827.88, $p < .001$). Die beiden Gruppen CPNK und CPK unterschieden sich signifikant hinsichtlich der Kompetenz der Ziffernkenntnis voneinander. Es liegt ein sehr großer Effekt vor (Cramers $V = .875$).

Zahlenfolge

Die Variable Zahlenfolge wurde nach dem gleichen Prinzip erhoben wie die Variable Ziffernkenntnis. Die Verteilung der Stichprobe auf die unterschiedlichen Stufen zeigt Tabelle 20. Der größte prozentuale Anteil mit 22.6 % fiel auf die Antwortkategorie *(noch) nicht*. Ebenfalls recht hohe Prozentwerte hatten die Stufen 10, 20, 100 und > 100.

Tabelle 20. Verteilung der Variable Zahlenfolge in Prozent (N = 1 082)

Zahlen- folge	(noch) nicht	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	100	>100
Prozent	22.6	3.0	0.6	2.6	2.1	0.6	0.8	0.0	12.4	2.8	20.7	18.9	12.8

Für weitere Berechnungen wurde auch diese Variable aus den gleichen Gründen und nach dem gleichen Prinzip wie die Variable Ziffernkenntnis zusammengefasst. Somit blieben die Kategorien *(noch) nicht*, *100* und *> 100* unverändert, während die anderen, gering besetzten Kategorien transformiert wurden und die zusammenfassenden Kategorien *5*, *10* und *20* bildeten (Tabelle 21).

Tabelle 21. Verteilung der Variable Zahlenfolge nach der Transformation in Prozent (N = 1 082)

Zahlen- folge	(noch) nicht	5	10	20	100	>100
Prozent	22.6	6.2	16.0	23.5	18.9	12.8

Um zu untersuchen, inwieweit sich die Kenntnisse der Zahlenfolge bei den beiden Gruppen CPNK und CPK unterscheidet, wurde ein gepaartes Balkendiagramm erstellt (Abbildung 15). Die Daten zeigen in fast allen Kategorien deutliche Unterschiede. Die meisten CPNK befanden sich in der Kategorie des *(noch) nicht* Zählens (67.6 %). Es gab einzelne Schüler:innen, die *(noch) nicht* das Kardinalverständnis beherrschten, gleichzeitig aber die Zahlenfolge in der Kategorie *5* (14.8 %) oder *10* (12.2 %) aufsagen konnten. Nahezu alle CPK konnten mindestens im Zahlenraum *10* zählen, wie die sehr niedrigen Prozentwerte in den Kategorien *(noch) nicht* und *5* erkennen lassen. Ab der Kategorie *10* waren die CPK stärker vertreten als die CPNK. Diese Gegenüberstellung wurde bei aufsteigendem Stufenniveau extremer. Die meisten CPK konnten im Zahlenraum *20* zählen.

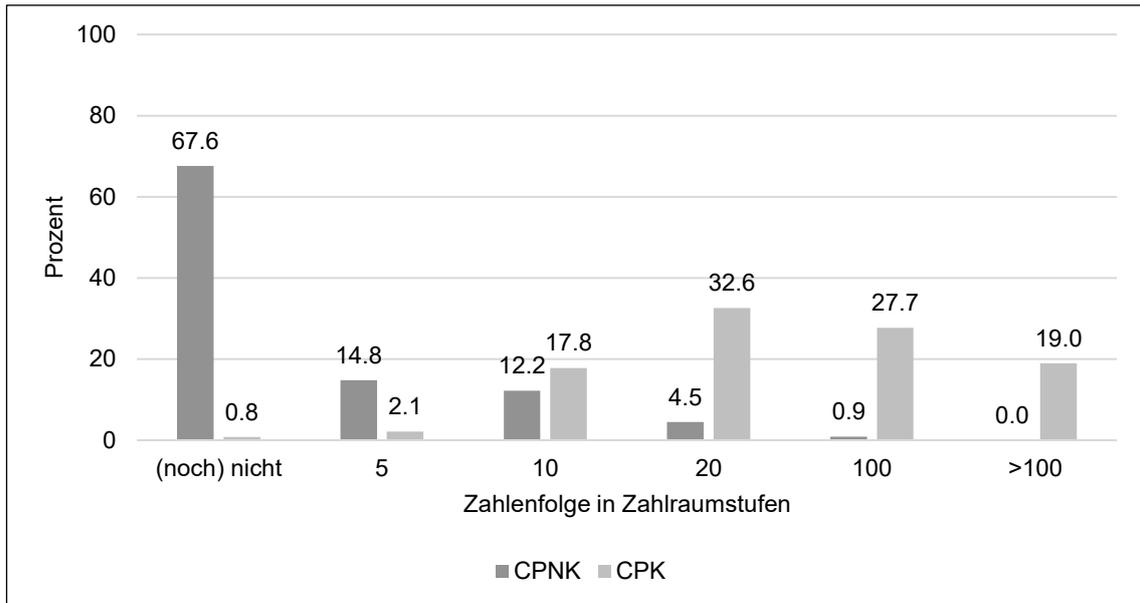


Abbildung 15. Verteilung der Variable Zahlenfolge der CPNK ($n = 352$) und der CPK ($n = 730$)

Die Fragestellung, ob sich die beiden Gruppen CPNK und CPK hinsichtlich ihrer Kompetenzen im Bereich der Zahlenfolge unterschieden, wurde anhand eines χ^2 -Tests beantwortet, dieser bestätigte signifikante Unterschiede bei den beiden Gruppen CPNK und CPK ($\chi^2(df = 5, N = 1\,082) = 773.31, p < .001$). Es wurde ein sehr großer Effekt berechnet (Cramers $V = .845$). Die beiden Gruppen CPNK und CPK unterschieden sich signifikant hinsichtlich der Kompetenz Zahlenfolge voneinander, wobei sich dieser Unterschied als sehr bedeutend beschreiben lässt.

Zahlvergleich

Bei der Kompetenz des Zahlvergleichs handelt es sich um die letzte der drei untersuchten Zahl-Größen-Kompetenzen, die anhand der Stufen *(noch) nicht*, 5, 10, 20, 100 und > 100 erhoben wurde. Hier zeigte sich bei der Betrachtung der deskriptiven Verteilung, dass der Prozentsatz der Schüler:innen, die sich in der Kategorie *(noch) nicht* befanden, im Vergleich zu den beiden vorherigen Kompetenzen Zahlenfolge und Ziffernkenntnis deutlich anstieg. 39.3 % beherrschten die Kompetenz des Zahlvergleichs *(noch) nicht*, 8.3 % wiesen sie laut Einschätzung der Lehrkräfte im Zahlenraum 5 auf, 11.0 % im Zahlenraum 10, 13.6 % im Zahlenraum 20, 17.0 % im Zahlenraum 100 und 10.8 % im Zahlenraum > 100 (Tabelle 22).

Tabelle 22. Verteilung der Variable Zahlvergleich in Prozent (N = 1 082)

Zahlvergleich	(noch) nicht	5	10	20	100	> 100
Prozent	39.3	8.3	11.0	13.6	17.0	10.8

Das gepaarte Balkendiagramm (Abbildung 16) zeigt die Kompetenzverteilung der beiden Gruppen CPNK und CPK. Nahezu alle CPNK lassen (noch) keine Kompetenzen im Bereich des Zahlvergleichs erkennen (96.6 %). Demgegenüber lag bei den CPK in allen Zahlenräumen eine nennenswerte Prozentzahl vor. 11.6 % verfügten über das Kardinalverständnis, hatten aber (noch) keinen Einblick in die Kompetenz des Zahlvergleichs. Im Zahlenraum 5 waren es 11.5 % der CPK. Die meisten CPK befanden sich im Zahlenraum 100 (24.8 %).

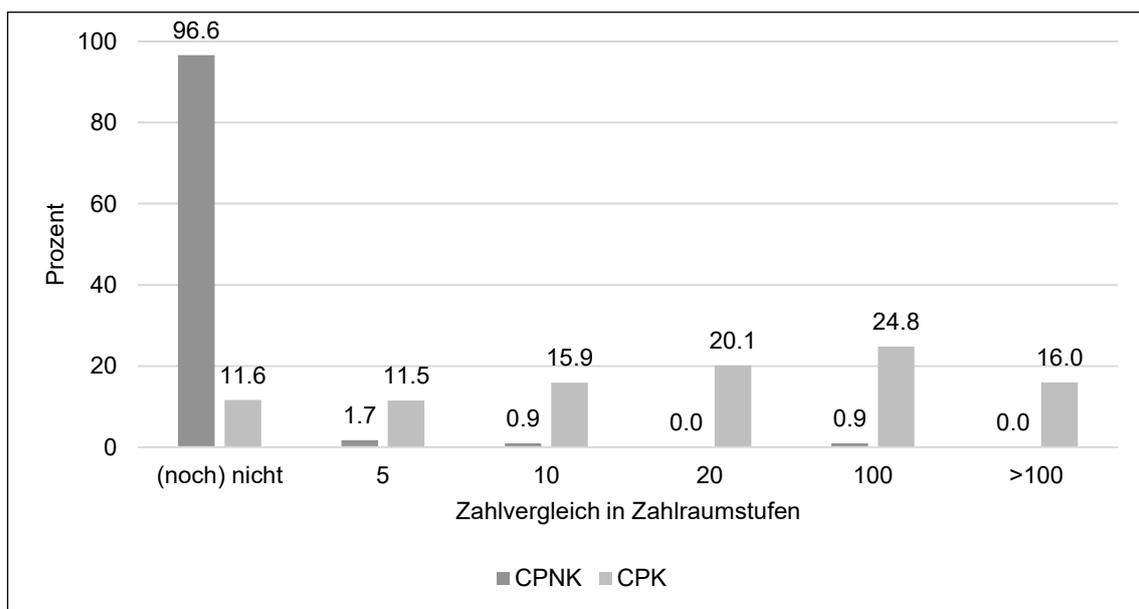


Abbildung 16. Verteilung der Variable Zahlvergleich der CPNK (n = 352) und der CPK (n = 730)

Anhand eines Signifikanztests sollte untersucht werden, wie sehr sich die beiden Gruppen CPNK und CPK hinsichtlich der Kompetenz Zahlvergleich unterschieden. Was bereits deskriptiv sehr deutlich geworden war, wurde mithilfe eines χ^2 -Tests überprüft. Die beiden Gruppen CPNK und CPK weisen signifikante Unterschiede hinsichtlich der Kompetenz des Zahlvergleichs auf ($\chi^2(df = 5, N = 1\,082) = 719.91, p < .001$). Der Effekt war sehr deutlich (Cramers $V = .816$).

6.1.5 Fazit zur Hypothese H_B

Alle gerechneten Signifikanztests haben bestätigt, dass sich die beiden Gruppen CPNK und CPK in den drei ausgewählten domänenspezifischen Zahl-Größen-Kompetenzen Zahlenfolge, Ziffernkenntnis und Zahlvergleich signifikant voneinander unterscheiden. Die Alternativhypothese H_{B1} „CPNK und CPK mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung unterscheiden sich hinsichtlich ihrer Kenntnis der Zahlenfolge, Ziffernkenntnis und Zahlvergleich.“ konnte damit verifiziert werden. Das jeweils berechnete Effektstärkemaß Cramers V wies für alle drei Zahl-Größen-Kompetenzen einen sehr großen Unterschied nach (V zwischen .816 und .875). Das deutet darauf hin, dass diese drei Variablen einen Effekt auf die Gruppeneinteilung CPNK und CPK hatten. Die ebenfalls auf der Grundlage des aktuellen Forschungsstandes abgeleitete Vermutung, dass die Schüler:innen, die das Kardinalverständnis bereits beherrschen, gleichzeitig auch die Kompetenz der Ziffernfolge und die Zahlwortkenntnis beherrschen, bestätigt sich klar anhand der Verteilungen der deskriptiven Daten (Abbildung 14, S. 143; Abbildung 15, S. 145). Hingegen hatten 11.6 % von den CPK (noch) keinen Einblick in den Zahlvergleich (Abbildung 16, S. 146). Gleichzeitig gab es Schüler:innen, die CPNK waren und bereits (geringe) Kompetenzen in den Zahl-Größen-Kompetenzen Ziffernkenntnis und Zahlenfolge erlangt hatten.

6.2 Regressionsanalysen

Ausgehend von den dargestellten deskriptiven Ergebnisse (Kap. 6.1) sollte im Anschluss mithilfe weiterführender inferenzstatistischer Berechnungen die Hypothese H_C (Kap. 4.4.3, S. 101) beantwortet werden, um die Forschungsfrage dieser Studie abschließend zu klären. Im Konkreten wurde durch die Berechnung verschiedener logistischer Regressionsmodelle überprüft, wie die erreichten Zahlenraumstufen der drei ausgewählten Zahl-Größen-Kompetenzen Ziffernkenntnis, Zahlenfolge und Zahlvergleich mit dem Erreichen des Kardinalverständnisses bei Schüler:innen im sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung zusammenhängen. Anhand einer hierarchischen Regressionsanalyse (Kap. 6.2.2) wurden zunächst mehrere Modelle berechnet, in die schrittweise die Kovariaten einbezogen wurden. Schließlich ergab sich ein Modell, das den Einfluss aller berücksichtigten und gleichzeitig relevanten unspezifischen Faktoren (Kovariaten) auf die abhängige Variable Kardinalverständnis zeigt. Im letzten Schritt wurden die unabhängigen Variablen bzw. Prädiktoren

Zahlenfolge, Ziffernkenntnis und Zahlvergleich in das Modell aufgenommen, womit sich in ihm der Einfluss der ausgewählten Zahl-Größen-Kompetenzen kontrolliert für die Kovariate ablesen ließ. Diese beiden Modelle wurden schließlich einander gegenübergestellt (Kap. 6.2.3). Ihr Vergleich legt offen, inwieweit sich das Modell verändert, wenn, ausgehend von dem Modell mit den Kontrollvariablen, die für die Fragestellung interessierenden Prädiktoren hinzukommen. Vor den Berechnungen wurden zunächst die Voraussetzungen für die Durchführung der logistischen Regressionsanalysen (Kap. 6.2.1) geprüft und nötige Anpassungen dokumentiert.

6.2.1 Überprüfung der Voraussetzungen

Für die Berechnung der hierarchischen logistischen Regression mussten die Voraussetzungen Multikollinearität und Ausreißer überprüft werden (Kap. 5.5.2, S. 124). Die ausreichende Fallzahl der beiden Kategorien der abhängigen Variable (≥ 25) wurde bereits in der deskriptiven Auswertung gezeigt (Kap. 6.1.1, S. 130). Die Voraussetzung „Linearität des Logits aller metrischen unabhängigen Variablen“ konnte unbeachtet bleiben, da die verwendeten unabhängigen Variablen ausschließlich kategorial kodiert waren.

Die Voraussetzung der Multikollinearität überprüft die Korrelation der einzelnen unabhängigen Variablen untereinander. Hierbei stellte sich heraus, dass die Kovariate Schreibfähigkeit ($VIF = 5.37$) zu stark mit der Kovariate Lesefähigkeit ($VIF = 4.98$) korreliert, was aufgrund der theoretischen wechselseitigen Abhängigkeit des Lesens und Schreibens bereits vermutet wurde (Kap. 5.4.2, S. 115). Dieses Ergebnis bestätigt damit das Modell des Lesen- und Schreibenlernens nach Valtin (2000). Die beiden Variablen würden in dem logistischen Regressionsmodell den gleichen Anteil an Varianz aufklären, weshalb eine von ihnen für weitere Berechnungen ausgeschlossen werden musste. Als „Schlüsselkompetenz“ ist kompetentes Lesen nicht nur ein Ziel, das es zu erreichen gilt, sondern es stellt zugleich „eine wichtige Voraussetzung für das Lernen ... [in der Schule] dar“. Lesen kann auch als ein „zentrales kulturelles Werkzeug“ beschrieben werden (McElvany, Kessels, Schwabe & Kasper, 2017, S. 178), das „bereits im Vor- und Grundschulalter hilft, sich die Welt zu erschließen“ (Kühn, Reding & Valtin, 2009, S. 17). Folglich wurde entschieden, die Variable Lesefähigkeit im Modell zu berücksichtigen und die Variable Schreiben auszuschließen.

Ergebnisse

Bei der Hinzunahme der Prädiktoren Zahlenfolge, Ziffernkenntnis und Zahlvergleich in das Modell der logistischen Regression ergab sich auch für die unabhängigen Variablen Zahlenfolge ($VIF = 9.49$) und Ziffernkenntnis ($VIF = 9.15$) eine Multikollinearität. Mit Blick auf die erste Ebene des ZGV-Modells ist dies wenig verwunderlich (Abbildung 2, S. 48). Beide Kompetenzen befinden sich auf der ersten Ebene. Diese wird mit der „Beherrschung der Zahlwortfolge ... sowie gegebenenfalls auch deren Übersetzung in arabische Zahlen“ (Krajewski, 2013, S. 157) zusammengefasst. Demnach wurde entschieden, die Kompetenz der Zahlenfolge im Modell zu belassen. Nach Ausschluss des Prädiktors Ziffernkenntnis wurden erneut die VIF -Werte überprüft. Die Werte aller Kovariaten und Prädiktoren lagen hierbei unter fünf, somit galt die Voraussetzung als erfüllt.

Die durchgeführten Berechnungen rund um die Voraussetzungsprüfungen haben außerdem gezeigt, dass einzelne Antwortkategorien der Prädiktoren und Kovariaten zusammengefasst werden mussten, um die Komplexität des Modells adäquat abzubilden. Relativ viele Abstufungen innerhalb der kategorialen Variablen führten teilweise zu schwach besetzten Zellen der abhängigen Variable bei den beiden Gruppen CPNK und CPK. Dies wiederum hatte erhöhte Standardfehler und Verzerrungen zur Folge. Die nötig werdende Zusammenfassung einzelner Antwortkategorien zeichnete sich bereits bei den Berechnungen der Kreuztabellen im Zuge der deskriptiven Statistiken ab, in denen z. B. die Gruppe der CPNK in einzelnen Zahlenräumen sehr niedrige absolute Häufigkeiten aufwies. Die vorgenommenen Zellzusammenfassungen hatten eine stärkere Zellbesetzung der zusammengeführten Kategorien zum Ziel, um somit ein stabiles Modell zu generieren und damit die Komplexität der logistischen Regressionsanalyse abbilden zu können. An dieser Stelle werden die finalen, für die hierarchische logistische Regression verwendeten Kategorien der Variablen dargelegt; eine ausführliche Auflistung der vorgenommenen Kategorienzusammenführungen findet sich im Anhang (Tabelle 34, S. 224).

Für die Kovariate Intelligenzminderung wurden die beiden Gruppen schwerste und schwere Intelligenzminderung zusammengefasst (Wagner, 2021, S. 164). Bereits ab einem IQ von unter 50 sind die Werte „statistisch nicht mehr verlässlich differierbar“ (Speck, 2018, S. 61). Gemessene Werte in diesem Bereich sind daher nur eingeschränkt aussagekräftig. Außerdem wurde die Gruppe, die von den Lehrkräften keine Intelligenzminderung zugeschrieben bekam, mit der Kategorie der leichten Intelligenzminderung zusammengefasst. Diese

Teilgruppe stellte lediglich eine Randgruppe mit geringer absoluter Zellbesetzung dar (Abbildung 10, S. 133). Trotz der Lehrkräfteattribution *keine Intelligenzminderung* sind sie den Schulen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung zugeordnet worden, weshalb sie in der Stichprobe berücksichtigt wurden. Die Variable Grad der Intelligenzminderung lag für die Regression dreistufig ordinalskaliert vor. Die drei Kategorien sind unabhängig voneinander, da jedem Kind genau ein Grad der Intelligenzminderung zugeordnet wurde (Tabelle 23).

Tabelle 23. Kategorien der Variable Grad der Intelligenzminderung für die logistische Regression

schwerste und schwere Intelligenzminderung	mittelgradige Intelligenzminderung	leichte und keine Intelligenzminderung
---	---------------------------------------	---

Bei der Kovariate Lesefähigkeit wurden die beiden letzten Kategorien *fortgeschrittenes Lesen* und *automatisiertes Worterkennen* zur Kategorie *fortgeschrittenes und automatisiertes Lesen* zusammengefasst. Die Variable Lesefähigkeit umfasst somit anstatt der ursprünglich sieben Kategorien bei der Berechnung der hierarchischen logistischen Regression lediglich sechs Abstufungen. Auch diese Gruppen sind unabhängig voneinander (Tabelle 24).

Tabelle 24. Kategorien der Variable Lesefähigkeit für die logistische Regression

liest (noch) überhaupt nicht	Als-ob- Vorlesen	Erraten von Wörtern	Benennen von Laut- elementen	buchstaben- weises Erlesen	fortgeschrittenes und automati- siertes Lesen
------------------------------------	---------------------	------------------------	------------------------------------	----------------------------------	---

Die beiden letzten Kategorien der Variable Textverstehen wurden ebenfalls zusammengefasst und daraufhin *explizit angegebene Hauptgedanken oder weiterentwickelte Kompetenzen* genannt. Die absoluten Häufigkeiten waren nicht ausreichend, um beide Kategorien als eigenständige Abstufungen beizubehalten (Abbildung 13, S. 140). Die Variable Textverstehen lag damit in drei unabhängigen Kategorien vor (Tabelle 25).

Tabelle 25. Kategorien der Variable Textverstehen für die logistische Regression

keine Fähigkeit zum Verste- hen einfachster Texte	eine explizit gekennzeichnete Information	explizit angegebene Hauptgedanken oder weiter- entwickelte Kompetenzen
--	--	--

Bei dem Prädiktor Zahlenfolge betraf es die beiden Kategorien *100* und *über 100*. Die beiden höchsten Zahlenraumkategorien wurden zusammengefasst und werden im Folgenden der Kategorie *100* zugeordnet. Der Prädiktor Zahlenfolge lag damit fünfstufig vor. Die Gruppen waren unabhängig voneinander, da jedem Kind genau eine Zahlraumstufe zugeordnet wurde (Tabelle 26).

Tabelle 26. *Kategorien der Variable Zahlenfolge für die logistische Regression*

(noch) nicht	5	10	20	100
--------------	---	----	----	-----

Für den zweiten Prädiktor der Zahl-Größen-Kompetenzen Zahlvergleich wurde bereits beim Gruppenvergleich eine teilweise sehr geringe Zellbesetzung der CPNK festgestellt (Abbildung 16, S. 146). Die Variable Zahlvergleich umfasste nach der Zusammenfassung die Stufen *(noch) nicht*, *10* (5 und 10 zusammengefasst) und *20* (20, 100 und > 100 zusammengefasst) (Tabelle 27).

Tabelle 27. *Kategorien der Variable Zahlvergleich für die logistische Regression*

(noch) nicht	10	20
--------------	----	----

Die Zusammenfassung der Zahlraumausprägungen war neben der theoretischen Legitimierung für die Variable Grad der Intelligenzminderung überwiegend den niedrigen Zellbesetzungen innerhalb der Gruppe der CPNK geschuldet. Auch wenn es bei den CPK ausreichend absolute Zahlen für die hohen Zahlenräume gab, waren diese für die CPNK wiederum nur sehr gering. Bei einem Vergleich der beiden Gruppen für die einzelnen Zahlraumausprägungen mussten die Stufen aber für beide Gruppen der abhängigen Variable relevant sein, weshalb eine Zusammenfassung der Kategorien teilweise unabdingbar war.

Die Bereinigung der einzelnen Ausreißer hat schließlich gezeigt, dass ein Ausschluss dieser Fälle dazu führen würde, dass die Komplexität der logistischen Regression nicht mehr abgebildet werden kann. Dies war auf die folglich zu niedrige Zellbesetzung einzelner Kategorien zurückzuführen. Aufgrund des großen Datensatzes konnte aber davon ausgegangen werden, dass die teilweise vorhandenen Ausreißer keine weiteren Auswirkungen auf die Ergebnisse hatten, zumal sie entweder nur knapp über den festgesetzten Grenzwerten lagen oder die Anzahl der zugelassenen Ausreißer nur geringfügig übertroffen wurde. Um diese Vermutung

zu verifizieren und somit abzusichern, wurden zusätzlich Bootstrapping-Verfahren (Kap. 5.5.2, S. 124) durchgeführt, die u. a. gegen die Voraussetzung der Ausreißer robust sind und somit verlässliche Daten lieferten.

6.2.2 Hierarchische logistische Regression

Die Effektstärkemaße der Gruppenvergleiche haben gezeigt, dass der Unterschied zwischen den beiden Gruppen der abhängigen Variable, CPNK und CPK, im Hinblick auf die Variablen Grad der Intelligenzminderung, Schreibfähigkeit, Lesefähigkeit und Textverstehen nicht nur statistisch signifikant, sondern auch praktisch bedeutsam ist. Die Ergebnisse dieser Analysen legitimierten die Auswahl der Variablen als Kontrollvariablen für das logistische Regressionsmodell. Der Einfluss der ausgewählten Zahl-Größen-Kompetenzen auf die dichotome abhängige Variable Kardinalverständnis bei gleichzeitiger Kontrolle weiterer domänenübergreifender Faktoren konnte mithilfe einer hierarchischen logistischen Regression berechnet werden. Mit den logistischen Regressionsmodellen anhand mehrerer Schritte wurde geprüft, ob sich das Erreichen des Kardinalverständnisses bei Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung signifikant verändert, wenn die Kontrollvariablen und die interessierenden unabhängigen Variablen schrittweise einbezogen werden. Außerdem konnte gezeigt werden, welches Modell die größte Varianzaufklärung des Kardinalverständnisses hat.

Im ersten Schritt wurde die Kovariate Grad der Intelligenzminderung berücksichtigt, da theoretisch wie empirisch davon auszugehen ist, dass sie einen entscheidenden Einfluss auf die weiteren berücksichtigten Kompetenzen hat. Die Intelligenzminderung ist ein zentrales Kriterium bei der Zuweisung zum sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung (Kap. 2.1.2, S. 19) und gleichzeitig für die betroffene Personengruppe eine nicht veränderbare Variable. Mit den interessierenden Prädiktoren stehen hingegen Kompetenzen im Fokus, die förder- und veränderbar sind. Daher ist die Kovariate Grad der Intelligenzminderung als „allgemeinste Variable“ zu betrachten und wurde entsprechend als erste Kontrollvariable in das Modell aufgenommen, um schließlich die „entscheidenden“ Zusammenhänge aufklären zu können. Es folgten die Kontrollvariablen Lesefähigkeit und Textverstehen. Schließlich wurden die Kovariaten in einem Vergleichsmodell auf die bedeutenden und signifikanten reduziert, um dem Prinzip der Sparsamkeit (*strive for parsimony*, Field, 2018, S. 885)

innerhalb der inferenzstatistischen Berechnungen gerecht zu werden. Abschließend konnte dieses Vergleichsmodell auch dem die Fragestellung beantwortenden Prädiktorenmodell gegenübergestellt werden.

Schritt 1: Modell mit Kovariate Grad der Intelligenzminderung

Innerhalb des ersten Modells wurde lediglich die Intelligenzminderung als Kovariate herangezogen, um den Anteil des Einflusses auf das Kardinalverständnis zu ermitteln. Der Einfluss der ordinalskalierten Variable auf die abhängige Variable Kardinalverständnis mit den Kategorien CPNK ($AV = 0$) und CPK ($AV = 1$) wurde überprüft. Dieses Modell war signifikant ($\chi^2 (n = 955, df = 2) = 473.07, p < .001$). Die Variable Grad der Intelligenzminderung klärte mit einem Nagelkerkes-R-Quadrat ($R^2_{Nagelkerke}$) von .528 die Fähigkeit, das Kardinalverständnis zu erreichen auf. Hier kann von einer guten Erklärungsgüte gesprochen werden. $R^2_{Nagelkerke}$ kann Werte zwischen 0 und 1 annehmen, ab einem Wert von 0.5 wird von einer guten Erklärungsgüte gesprochen⁹ (Backhaus, 2011, S. 271). Für die Interpretation der Ergebnisse wurden die einzelnen Koeffizienten berichtet (Tabelle 28).

Tabelle 28. *Ergebnisse der logistischen Regression mit der Kovariate Grad der Intelligenzminderung*

	B	Verzerrung*	SE*	df	p*	OR	95%-KI*
Intelligenzminderung (1)	2.75	0.04	0.35	1	.001	15.63	[9.11, 31.47]
Intelligenzminderung (2)	2.13	0.02	0.21	1	.001	8.40	[5.96, 12.69]
Konstante	-0.11	0.01	0.13	1	.351	0.89	[0.73, 1.14]

Anmerkungen. $R^2_{Nagelkerke} = .528 (n = 955, p < .001)$. *Diese Werte sind dem Bootstrapping-Verfahren mit 1 000 Stichproben entnommen.

Intelligenzminderung (1): Vergleich *mittelgradige Intelligenzminderung* mit *schwerster und schwerer Intelligenzminderung*. Intelligenzminderung (2): Vergleich *keine oder leichte Intelligenzminderung* mit *mittelgradiger Intelligenzminderung*.

⁹ „Die Grenzziehung bei 0.5 kann damit begründet werden, dass in diesem Fall mindestens die Hälfte der Varianz der abhängigen Variablen durch die unabhängigen Größen erklärt werden kann“ (Backhaus, 2011, S. 271).

Für die Berechnung wurde die Kontrastkodierung *wiederholt* gewählt, da es sich bei der Kovariate um eine ordinale Variable handelte. So wurden die aufeinanderfolgenden Kategorien miteinander verglichen. Jede Kategorie, außer der ersten, wurde mit der vorherigen verglichen¹⁰. Die Kategorie Intelligenzminderung (1) verglich also die Stufe der *mittelgradigen Intelligenzminderung* mit der Stufe der *schwersten und schweren Intelligenzminderung*. Intelligenzminderung (2) verglich die Kategorien *keine oder leichte Intelligenzminderung* mit der Stufe der *mittelgradigen Intelligenzminderung*. Die Effekte OR (Odds Ratio) sind alle positiv ($OR > 1$), d. h., bei einem Wechsel von der niedrigeren in die höhere Kategorie steigt die Wahrscheinlichkeit, das Kardinalverständnis zu erreichen. Konkret wird die OR als Faktor interpretiert, um den sich die Chance des Auftretens des Outcomes ($AV = 1$) verändert, wenn man von der einen Kontrastkategorie (niedrigere) zur anderen (höheren) wechselt (Field, 2018, S. 118–121). Eine OR von 15.63 hieß also, wenn eine mittelgradige Intelligenzminderung anstatt einer schwersten oder schweren Intelligenzminderung vorliegt, gibt es eine 16-fache Chance, das Kardinalverständnis zu erreichen. Bei dem Vergleich der beiden darauffolgenden Stufen, also beim Vergleich von keiner bzw. einer leichten Intelligenzminderung mit einer mittelgradigen Intelligenzminderung, kann von einer gut 8-fachen Chance gesprochen werden. Der Vergleich dieser Stufen war jeweils signifikant ($p = .001$).

Schritt 2: Modell mit Kovariaten Grad der Intelligenzminderung und Lesefähigkeit

Als zweite Kontrollvariable wurde die Lesefähigkeit mit in die Analyse einbezogen. Somit kam als Kovariate eine weitere ordinalskalierte Variable hinzu. Das Modell war signifikant ($\chi^2 (n = 948, df = 7) = 686.60, p < .001$). Durch die Hinzunahme der Kontrollvariable Lesefähigkeit stieg das $R^2_{\text{Nagelkerke}}$ auf .736. Tabelle 29 zeigt die unterschiedlichen Einflüsse der jeweils miteinander verglichenen Kategorien. Die Kontrastkodierung war weiterhin *wiederholt*, die Kategorien wurden also weiterhin mit der vorherigen Kategorie verglichen.

¹⁰ Definition der Kontrastkodierung *wiederholt*: „Repeated. Each category of the predictor variable (except the last category) is compared to the next category“ (IBM, 2021). Jede außer der letzten Kategorie würde mit den Folgenden verglichen. Um wie angegeben den Vergleich der Stufen mit der jeweils vorherigen interpretieren zu können, wurde der Effekt folglich umgedreht: $1/OR$ bzw. $B \times (-1)$.

Ergebnisse

Tabelle 29. *Ergebnisse der logistischen Regression mit den Kovariaten Grad der Intelligenzminderung und Lesefähigkeit (Vergleichsmodell)*

	<i>B</i>	<i>Verzerrung*</i>	<i>SE*</i>	<i>df</i>	<i>p*</i>	<i>OR</i>	<i>95%-KI*</i>
Intelligenzminderung (1)	1.48	0.05	0.43	1	.001	4.39	[2.21, 10.04]
Intelligenzminderung (2)	0.86	0.02	0.28	1	.002	2.37	[1.46, 3.90]
Lesefähigkeit (1)	1.17	0.00	0.67	1	.039	3.21	[0.90, 10.77]
Lesefähigkeit (2)	0.42	0.02	0.73	1	.548	1.52	[0.42, 6.80]
Lesefähigkeit (3)	0.40	-0.02	0.44	1	.330	1.49	[0.59, 3.63]
Lesefähigkeit (4)	1.97	0.08	0.45	1	.001	7.14	[3.90, 17.08]
Lesefähigkeit (5)	1.70	0.76	3.47	1	.011	5.46	[1.53, 54027298.25]
Konstante	-0.64	-0.13	0.61	1	.001	0.53	[0.03, 0.83]

Anmerkungen. $R^2_{Nagelkerke} = .736$ ($n = 948$, $p < .001$). *Diese Werte sind dem Bootstrapping-Verfahren mit 1 000 Stichproben entnommen.

Intelligenzminderung (1): Vergleich *mittelgradige Intelligenzminderung* mit *schwerster und schwerer Intelligenzminderung*. Intelligenzminderung (2): Vergleich *keine oder leichte Intelligenzminderung* mit *mittelgradiger Intelligenzminderung*. Lesefähigkeit (1): Vergleich *Als-ob-Vorlesen* mit *liest (noch) überhaupt nicht*. Lesefähigkeit (2): Vergleich *Erraten von Wörtern* mit *Als-ob-Vorlesen*. Lesefähigkeit (3): Vergleich *Benennen von Lautelementen* mit *Erraten von Wörtern*. Lesefähigkeit (4): Vergleich *buchstabenweises Erlesen* mit *Benennen von Lautelementen*. Lesefähigkeit (5): Vergleich *fortgeschrittenes und automatisiertes Lesen* mit *buchstabenweisem Erlesen*.

Die beiden Vergleichskategorien der Variable Grad der Intelligenzminderung blieben unverändert signifikant ($p = .001$, $p = .002$). Die Höhe der Effekte ging im Vergleich zum vorherigen Modell zurück, blieb aber positiv. Bei dem Wechsel von einer niedrigeren in eine höhere Kategorie stieg die Wahrscheinlichkeit, das Kardinalverständnis zu erreichen. Die veränderten ORs der Kategorien der Variable Grad der Intelligenzminderung in diesem Modell zeigen, dass die Stärke des Einflusses auf das Kardinalverständnis bei gleichzeitiger Kontrolle der Lesefähigkeit zwar zurückgehen, aber dennoch weiterhin signifikant bleiben. Beim Vergleich der Stufen der Lesefähigkeit fällt auf, dass fast alle Effekte positiv sind. Die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten des Outcomes steigt mit einem Wechsel in eine jeweils höhere Stufe. Innerhalb der Kategorie Lesefähigkeit (1) wurden die Stufen *liest (noch) überhaupt nicht* und *Als-ob-Vorlesen* verglichen. Wenn die Stufe *Als-ob-Vorlesen* erreicht war, lag das

Kardinalverständnis mit einer 3-fachen Chance im Vergleich zu denjenigen vor, die sich in der Stufe *liest (noch) überhaupt nicht* befanden. Die beiden darauffolgenden Stufenvergleiche hatten keinen signifikanten Einfluss auf das Erreichen des Kardinalverständnisses. Erst beim Vergleich der Stufe *buchstabenweises Erlesen* mit der vorherigen Stufe *Benennen von Lautelementen* konnte man von einem 7-fachen Faktor in Bezug auf das Auftreten des Outcomes und einem signifikanten Ergebnis ($p = .001$) sprechen. Dieser Faktor lag etwas niedriger (5-fach) beim Vergleich der Lesefähigkeit *fortgeschrittenes und automatisiertes Lesen* mit der Ebene *buchstabenweises Erlesen* und war weiterhin signifikant ($p = .011$). Allerdings zeigte sich hier ein sehr breites Konfidenzintervall der OR, weshalb die Schätzung dieses Effektes als ungenau betrachtet werden muss.

Schritt 3: Modell mit Kovariaten Grad der Intelligenzminderung, Lesefähigkeit und Textverstehen

Im nächsten Modell wurde zusätzlich die Variable Textverstehen aufgenommen. Auch sie hatte in den vorherigen deskriptiven Analysen einen großen Zusammenhang mit der Variable Kardinalverständnis aufgeklärt. In Tabelle 30 bildet die Zeile Textverstehen (1) den Vergleich der Stufen *keine Fähigkeit zum Verstehen einfachster Texte* und *Verständnis einer explizit gekennzeichneten Information* ab. Die Zeile Textverstehen (2) vergleicht die letztgenannte Stufe mit der Stufe *Verständnis explizit angegebener Hauptgedanken oder weiterentwickelte Kompetenzen*. Das logistische Regressionsmodell mit den drei verwendeten Kovariaten blieb weiterhin signifikant ($\chi^2(n = 911, df = 9) = 662.55, p < .001$). Das $R^2_{\text{Nagelkerke}}$ lag bei .743 und veränderte sich somit kaum im Vergleich zu dem vorherigen Modell mit den zwei Kovariaten Grad der Intelligenzminderung und Lesefähigkeit.

Ergebnisse

Tabelle 30. *Ergebnisse der logistischen Regression mit der Kovariate Grad der Intelligenzminderung, Lesefähigkeit und Textverstehen*

	B	Verzerrung*	SE*	df	p*	OR	95%-KI*
Intelligenzminderung (1)	1.41	0.04	0.42	1	.001	4.08	[2.04, 9.65]
Intelligenzminderung (2)	0.88	0.03	0.29	1	.003	2.40	[1.49, 4.20]
Lesefähigkeit (1)	1.19	0.04	0.70	1	.059	3.28	[1.00, 11.54]
Lesefähigkeit (2)	0.32	-0.01	0.80	1	.657	1.38	[0.23, 7.55]
Lesefähigkeit (3)	0.32	0.00	0.42	1	.425	1.38	[0.62, 3.03]
Lesefähigkeit (4)	1.95	0.08	0.47	1	.001	7.00	[3.47, 17.39]
Lesefähigkeit (5)	1.78	2.05	5.42	1	.023	5.92	[1.79, 55450428.53]
Textverstehen (1)	0.57	0.01	0.34	1	.074	1.77	[0.96, 3.45]
Textverstehen (2)	-0.02	0.05	1.03	1	.968	0.98	[0.28, 3.61]
Konstante	-0.91	-0.38	1.00	1	.001	0.40	[0.02, 0.74]

Anmerkungen. $R^2_{Nagelkerke} = .743$ ($n = 911$, $p < .001$). *Diese Werte sind dem Bootstrapping-Verfahren mit 1 000 Stichproben entnommen.

Intelligenzminderung (1): Vergleich *mittelgradige Intelligenzminderung* mit *schwerster und schwerer Intelligenzminderung*. Intelligenzminderung (2): Vergleich *keine oder leichte Intelligenzminderung* mit *mittelgradiger Intelligenzminderung*. Lesefähigkeit (1): Vergleich *Als-ob-Vorlesen* mit *liest (noch) überhaupt nicht*. Lesefähigkeit (2): Vergleich *Erraten von Wörtern* mit *Als-ob-Vorlesen*. Lesefähigkeit (3): Vergleich *Benennen von Lautelementen* mit *Erraten von Wörtern*. Lesefähigkeit (4): Vergleich *buchstabenweises Erlesen* mit *Benennen von Lautelementen*. Lesefähigkeit (5): Vergleich *fortgeschrittenes und automatisiertes Lesen* mit *buchstabenweisem Erlesen*. Textverstehen (1): Vergleich *Verständnis einer explizit gekennzeichneten Information* mit *keine Fähigkeit zum Verstehen einfachster Texte*. Textverstehen (2): Vergleich *Verständnis explizit angegebener Hauptgedanken oder weiterentwickelte Kompetenzen* mit *Verständnis einer explizit gekennzeichneten Information*.

Die Hinzunahme der Kontrollvariable Textverstehen veränderte die Signifikanzen und Effekte der Kontrollvariable Grad der Intelligenzminderung nicht. Bei der Kovariate Lesefähigkeit wiesen die Stufen Lesefähigkeit (4) und Lesefähigkeit (5) einen signifikanten Effekt auf. Der Vergleich der Stufen *Benennen von Lautelementen* und *buchstabenweises Erlesen* ergab weiterhin eine OR von 7.00 auf. Schüler:innen, die sich in der zweitgenannten Stufe befanden, hatten somit eine 7-fache Chance, CPK zu sein, als diejenigen, die sich in der Stufe *Benennen von Lautelementen* befanden. Die Stufe (5) hat ebenfalls einen signifikanten Effekt ($p = .023$)

und eine OR von 5.92, wobei die Schätzung durch die hohen Grenzen des Konfidenzintervalls weiterhin als ungenau zu bewerten war. Die in diesem Modell neu aufgenommene Kovariate Textverstehen war hingegen auf keiner Vergleichsebene signifikant ($p > .05$) und hatte bei gleichzeitiger Kontrolle der Variablen Grad der Intelligenzminderung und Textverstehen keinen nennenswerten Einfluss auf das Kardinalverständnis.

Schritt 4: Resultierendes Vergleichsmodell

Auf der Grundlage der getätigten Analysen und der daraus folgenden Ergebnisse wurde als abschließendes Modell, das die ausgewählten und gleichzeitig relevanten Kovariaten beinhaltet, das logistische Regressionsmodell von Schritt 2 festgelegt. Die in Schritt 3 hinzugenommene Kovariate Textverstehen hatte unter weiterer Kontrolle der Kovariaten Grad der Intelligenzminderung und Lesefähigkeit keinen signifikanten Einfluss auf die Gruppierungsvariable Kardinalverständnis. Ziel innerhalb der statistischen Analyse ist es, stets nach dem Prinzip der Sparsamkeit (*parsimony*) ein möglichst einfaches Modell abzubilden, das gleichzeitig der Komplexität der Daten gerecht wird (Backhaus et al., 2016, S. 316). Da sich sowohl die Güte des Modells als auch die einzelnen Signifikanzen inhaltlich nicht relevant verändert haben, hat die Hinzunahme der Variable Textverstehen das Vergleichsmodell der Kovariaten nicht verbessert. Gleichzeitig kamen durch die Berücksichtigung einer weiteren Kovariate neue Missings hinzu, wodurch die Anzahl der Fälle sank. Folglich nahmen auch die einzelnen Kategorien in ihrer Anzahl ab. Beim Modell mit den lediglich signifikanten Kovariaten blieb dagegen ein höheres n erhalten. Mit der geringeren Komplexität des resultierenden Vergleichsmodells ließ sich so der teilweise schwachen Besetzung einzelner Zellen Rechnung tragen und gleichzeitig ein sparsames Modell mit allen signifikanten ausgewählten Kovariaten für eine robuste Aussagekraft abbilden (Tabelle 29, S. 155).

Schritt 5: Prädiktorenmodell

Nachdem das Vergleichsmodell in Form eines logistischen Regressionsmodells mit allen ausgewählten und gleichzeitig relevanten Kontrollvariablen vorlag, wurden nun die inhaltlich interessierenden Variablen, die Prädiktoren Zahlenfolge und Zahlvergleich, mit in das Modell aufgenommen. Der Prädiktor Ziffernkenntnis wurde aufgrund der zu hohen Korrelation mit dem Prädiktor Zahlenfolge von den Berechnungen ausgeschlossen, da er den gleichen Anteil an Varianz aufklären würde (Kap. 6.2.1, S. 148). Das Modell war signifikant

Ergebnisse

($\chi^2(n = 948, df = 13) = 870.68, p < .001$). Das $R^2_{Nagelkerke}$ stieg durch Hinzunahme der Prädiktoren nochmals auf einen Wert von .858, d. h., die Modellgüte kann als „sehr gut interpretierbar“ bezeichnet werden (Backhaus, 2011, S. 271). Die im Modell berücksichtigten Prädiktoren und Kontrollvariablen klären insgesamt das Erreichen des Kardinalverständnisses sehr gut auf.

Tabelle 31 gibt eine Übersicht über die Ergebnisse der logistischen Regression auf Grundlage der zwei Prädiktoren Zahlenfolge und Zahlvergleich unter gleichzeitiger Kontrolle der bereits im Vergleichsmodell überprüften Kovariaten Grad der Intelligenzminderung und Lesefähigkeit.

Ergebnisse

Tabelle 31. *Ergebnisse der logistischen Regression mit den Prädiktoren Zahlenfolge und Zahlvergleich sowie den Kovariaten Grad der Intelligenzminderung und Lesefähigkeit (Prädiktorenmodell)*

	B	Verzerrung*	SE*	df	p*	OR	95%-KI*
Zahlenfolge (1)	2.11	0.82	3.55	1	.002	8.26	[3.59, 59.62]
Zahlenfolge (2)	1.52	0.10	0.46	1	.001	4.55	[2.42, 10.58]
Zahlenfolge (3)	0.68	0.03	0.55	1	.169	1.97	[0.77, 6.30]
Zahlenfolge (4)	0.98	4.85	7.21	1	.161	2.65	[0.48, 16852338.69]
Zahlvergleich (1)	2.58	0.19	0.55	1	.001	13.16	[8.13, 35.27]
Zahlvergleich (2)	1.34	4.89	6.94	1	.057	3.82	[1.25, 9193433.16]
Intelligenzminderung (1)	0.37	0.03	0.69	1	.573	1.45	[0.38, 6.10]
Intelligenzminderung (2)	0.48	0.03	0.38	1	.176	1.61	[0.85, 3.35]
Lesefähigkeit (1)	-0.09	-0.18	1.24	1	.923	0.92	[0.04, 5.15]
Lesefähigkeit (2)	0.28	0.16	1.29	1	.768	1.33	[0.22, 21.69]
Lesefähigkeit (3)	0.21	0.00	0.53	1	.661	1.24	[0.46, 3.61]
Lesefähigkeit (4)	1.32	0.11	0.66	1	.024	3.75	[1.50, 15.61]
Lesefähigkeit (5)	-0.74	0.66	3.38	1	.313	0.48	[0.08, 1513597.76]
Konstante	-1.62	-2.63	3.94	1	.001	0.20	[6.36x10 ⁻⁶ , 6.75]

Anmerkungen. $R^2_{\text{Nagelkerke}} = .858$ ($n = 948$, $p < .001$). *Diese Werte sind dem Bootstrapping-Verfahren mit 1 000 Stichproben entnommen.

Zahlenfolge (1): Vergleich 5 mit (noch) nicht. Zahlenfolge (2): Vergleich 10 mit 5. Zahlenfolge (3): Vergleich 20 mit 10. Zahlenfolge (4): Vergleich 100 mit 20. Zahlvergleich (1): Vergleich 10 mit (noch) nicht. Zahlvergleich (2): Vergleich 20 mit 10. Intelligenzminderung (1): Vergleich mittelgradige Intelligenzminderung mit schwerster und schwerer Intelligenzminderung. Intelligenzminderung (2): Vergleich keine oder leichte Intelligenzminderung mit mittelgradiger Intelligenzminderung. Lesefähigkeit (1): Vergleich Als-ob-Vorlesen mit liest (noch) überhaupt nicht. Lesefähigkeit (2): Vergleich Erraten von Wörtern mit Als-ob-Vorlesen. Lesefähigkeit (3): Vergleich Benennen von Lautelementen mit Erraten von Wörtern. Lesefähigkeit (4): Vergleich buchstabenweises Erlesen mit Benennen von Lautelementen. Lesefähigkeit (5): Vergleich fortgeschrittenes und automatisiertes Lesen mit buchstabenweisem Erlesen.

Die Prädiktoren zeigten alle einen positiven Effekt ($OR > 1$), was bedeutete, dass die Wahrscheinlichkeit, dass die abhängige Variable den Wert 1 annimmt, umso höher war, je höher

Ergebnisse

die Kategorie bei den Prädiktoren war. Zahlenfolge (1) verglich die Antwortkategorie 5 mit der Kategorie (*noch*) *nicht*, der Effekt war sehr hoch ($OR = 8.26$). Auch der Vergleich der nächsten Kategorien lieferte signifikante Ergebnisse und eine 4.55-fache Chance, das Kardinalverständnis zu erreichen, im Vergleich zu der vorherigen Kompetenzstufe. Nicht signifikant war das Ergebnis bei dem Vergleich der Zahlenräume 20 mit 10 und 100 mit 20. Der Vergleich der Kompetenzstufen des Zahlvergleichs zeigte ein signifikantes und nicht signifikantes Ergebnis. Zahlvergleich (1) verglich die Kategorien (*noch*) *nicht* mit 10 und Zahlvergleich (2) die Kategorien 10 mit 20. So stieg die Chance, das Kardinalverständnis zu erreichen, um einen Faktor von 3.82 bei den Schüler:innen, die den Zahlvergleich mindestens im Zahlenraum bis 20 zeigten, im Vergleich zu denjenigen, die sich im Zahlenraum bis 10 befanden. Dieser Vergleich ist laut p -Wert knapp nicht signifikant ($p = .057$). Laut KI -Grenze müsste er hingegen signifikant sein (Wert 1 nicht miteingeschlossen). Damit lag kein eindeutiges Ergebnis vor und es konnte keine verlässliche Aussage über die Signifikanz getroffen werden. Angesichts eines p -Wertes nur knapp über .05 und einer unteren KI -Grenze nur knapp über 1 kann allerdings von einer Tendenz zur Signifikanz gesprochen werden. Das breite KI -Intervall zeigt, dass es sich hier um eine ungenaue Schätzung handelt. Wären die einzelnen Kategorien stärker besetzt gewesen, könnte es sein, dass dieser Effekt signifikant ausgefallen wäre, da mit steigender Fallzahl die Schätzer genauer werden und es damit leichter ist, eine Signifikanz nachzuweisen. Wiederum signifikant ($p = .001$) und mehr als dreimal so hoch ($OR = 13.16$) war der Faktor, wenn die Gruppe jener ohne Kompetenzen im Zahlvergleich mit der Gruppe derjenigen, die sich im Zahlenraum bis 10 befanden, verglichen wurde.

Mit Blick auf die Kontrollvariablen fiel auf, dass die Hinzunahme der Prädiktoren dazu geführt hat, dass diese nahezu keinen signifikanten Einfluss mehr auf das Kardinalverständnis hatten. So hatten im Vergleichsmodell sowohl die Stufen der Intelligenzminderung als auch die Lesestufen einen signifikanten Einfluss auf die Wahrscheinlichkeit, dass die Gruppierungsvariable den Wert 1 annimmt. Unter Hinzunahme der Prädiktoren fällt dieser Einfluss allerdings nahezu komplett weg. Lediglich die Stufe Lesefähigkeit (4) (Vergleich der Kategorien *buchstabenweises Erlesen* mit *Benennen von Lautelementen*) hatte weiterhin einen signifikanten Einfluss auf die abhängige Variable. Der Faktor, das Kardinalverständnis zu erreichen, war

innerhalb der Stufe des *buchstabenweisen Erlesens* um ein 4-faches höher als auf der vorherigen Stufe *Benennen von Lautelementen*.

6.2.3 Fazit zur Hypothese H_c

Bei den Regressionsanalysen wurde zunächst ein Vergleichsmodell anhand eines hierarchischen Aufbaus generiert. Die jeweils schrittweise Hinzunahme der Kovariaten ermöglichte es, den Einfluss der einzelnen unabhängigen Variablen auf die abhängige Variable aufzudecken. Hier fiel auf, dass bereits das Modell von Schritt 1 über eine gute Erklärungsgüte verfügte und einen großen Teil der Varianz der abhängigen Variable Kardinalverständnis aufklärte ($R^2_{\text{Nagelkerke}} = .528$). Die Intelligenzminderung klärt in dieser Untersuchung einen großen Teil des Effektes für das Erreichen des Kardinalverständnisses auf.

Das Vergleichsmodell des zweiten Schritts (Tabelle 32, S. 163) mit der zusätzlich hinzugekommenen Variable Lesefähigkeit verfügte über eine nochmals höhere Erklärungsgüte ($R^2_{\text{Nagelkerke}} = .736$). Die Stufen der Intelligenzminderung blieben innerhalb dieses Modells signifikant, wenngleich die Stärke des Einflusses zurückging, was auf die gleichzeitige Kontrolle der Lesefähigkeit zurückzuführen ist. Durch Hinzunahme der Prädiktoren Zahlenfolge und Zahlvergleich erhöhte sich abermals die Erklärungsgüte auf $R^2_{\text{Nagelkerke}} = .858$, was einem sehr guten Wert einer logistischen Regression (Backhaus, 2011, S. 271) und einem Anstieg um den Wert .122 im Vergleich zum vorherigen Vergleichsmodell entsprach. Die Prädiktoren verbesserten folglich bei gleichzeitiger Kontrolle der Kovariaten das logistische Regressionsmodell nochmals deutlich. Mit dem Prädiktorenmodell konnte in der vorliegenden Untersuchung ein großer Teil der Varianz der Variable Kardinalverständnis aufgeklärt werden. Die Gruppierungsvariable Kardinalverständnis wird damit am besten in dem Modell mit den interessierenden, domänenspezifischen Prädiktoren aufgeklärt.

Ergebnisse

Tabelle 32. Gegenüberstellung der Ergebnisse der logistischen Regression des Vergleichsmodells und des Prädiktorenmodells

	Vergleichsmodell			Prädiktorenmodell		
	<i>B</i>	<i>p</i> *	<i>OR</i>	<i>B</i>	<i>p</i> *	<i>OR</i>
Intelligenzminderung (1)	1.48	.001	4.39	0.37	.573	1.45
Intelligenzminderung (2)	0.86	.002	2.37	0.48	.176	1.61
Lesefähigkeit (1)	1.17	.039	3.21	-0.09	.923	0.92
Lesefähigkeit (2)	0.42	.548	1.52	0.28	.768	1.33
Lesefähigkeit (3)	0.40	.330	1.49	0.21	.661	1.24
Lesefähigkeit (4)	1.97	.001	7.14	1.32	.024	3.75
Lesefähigkeit (5)	1.70	.011	5.46	-0.74	.313	0.48
Zahlenfolge (1)				2.11	.002	8.26
Zahlenfolge (2)				1.52	.001	4.55
Zahlenfolge (3)				0.68	.169	1.97
Zahlenfolge (4)				0.98	.161	2.65
Zahlvergleich (1)				2.58	.001	13.16
Zahlvergleich (2)				1.34	.057	3.82
<i>R</i> ² _{Nagelkerke}		.736			.858	

Anmerkungen. *n* = 948. *Diese Werte sind dem Bootstrapping-Verfahren mit 1 000 Stichproben entnommen.

Intelligenzminderung (1): Vergleich *mittelgradige Intelligenzminderung* mit *schwerster und schwerer Intelligenzminderung*. Intelligenzminderung (2): Vergleich *keine oder leichte Intelligenzminderung* mit *mittelgradiger Intelligenzminderung*. Lesefähigkeit (1): Vergleich *Als-ob-Vorlesen* mit *liest (noch) überhaupt nicht*. Lesefähigkeit (2): Vergleich *Erraten von Wörtern* mit *Als-ob-Vorlesen*. Lesefähigkeit (3): Vergleich *Benennen von Lautelementen* mit *Erraten von Wörtern*. Lesefähigkeit (4): Vergleich *buchstabenweises Erlesen* mit *Benennen von Lautelementen*. Lesefähigkeit (5): Vergleich *fortgeschrittenes und automatisiertes Lesen* mit *buchstabenweisem Erlesen*. Zahlenfolge (1): Vergleich *5* mit *(noch) nicht*. Zahlenfolge (2): Vergleich *10* mit *5*. Zahlenfolge (3): Vergleich *20* mit *10*. Zahlenfolge (4): Vergleich *100* mit *20*. Zahlvergleich (1): Vergleich *10* mit *(noch) nicht*. Zahlvergleich (2): Vergleich *20* mit *10*.

Ein χ^2 -Test belegte, dass sich diese beiden Modelle signifikant voneinander unterscheiden ($\chi^2(n = 948, df = 6) = 184.08, p < .001$). Die Zahl-Größen-Kompetenzen Zahlenfolge und Zahlvergleich klären somit das Erreichen des Kardinalverständnisses am besten auf. Die Kovariaten Grad der Intelligenzminderung und zu großen Teilen auch die Kovariate

Ergebnisse

Lesefähigkeit hatten unter Hinzunahme der Prädiktoren keinen signifikanten Einfluss mehr auf die abhängige Variable Kardinalverständnis. Lediglich die Stufe Lesefähigkeit (4) nahm bei gleichzeitiger Kontrolle der Zahl-Größen-Kompetenzen Zahlenfolge und Zahlvergleich weiterhin einen signifikanten Einfluss auf das Erreichen des Kardinalverständnisses. Die Chance auf ein solches war, wenn Schüler:innen das *buchstabenweise Erlesen* konnten, um einen fast 4-fachen Faktor höher als auf der Stufe *Benennen von Lautelementen*. Konkret waren die ORs der Prädiktoren immer positiv, das Beherrschen höherer Zahlenräume bei den Zahl-Größen-Kompetenzen Zahlenfolge und Zahlvergleich belegt somit eine höhere Wahrscheinlichkeit, gleichzeitig das Kardinalverständnis erreicht zu haben.

Die aufgestellte Alternativhypothese H_{CI} „Die Stufe des Zahlenraumes der Kompetenzen Zahlenfolge, Ziffernkenntnis und Zahlvergleich hat einen Effekt auf das Erreichen des Kardinalverständnisses bei Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung“ gilt somit durch das logistische Regressionsmodell als verifiziert. Es bedarf jedoch einiger Konkretisierungen. Da die Kompetenz Ziffernkenntnis aufgrund zu starker Korrelation mit der Kompetenz Zahlenfolge für das Modell ausgeschlossen wurde, kann von vergleichbaren Ergebnissen der beiden Kompetenzen ausgegangen werden. Grundsätzlich wurde verifiziert, dass eine Beherrschung der Zahl-Größen-Kompetenzen in höheren Zahlenräumen mit einer höheren Wahrscheinlichkeit einhergeht, das Kardinalverständnis zu erreichen. Ab dem Zahlenraum 20 der Zahlenfolge war allerdings kein signifikanter Unterschied mehr nachweisbar, die Zahlenraumstufen 20 und 100 hatten daher keinen entscheidenden Einfluss mehr darauf, ob Schüler:innen ein CPK waren oder nicht. Für die Zahl-Größen-Kompetenz Zahlvergleich wurde gezeigt, dass diejenigen Schüler:innen, die den Zahlvergleich im Zahlenraum bis 10 beherrschten, mit einer 13-fach größeren Chance das Kardinalverständnis beherrschten als diejenigen ohne (bisheriges) Verständnis der Kompetenz Zahlvergleich. Ein CPK zu sein, hängt also stark mit der Kompetenz Zahlvergleich zusammenzuhängen, auch wenn das für die nächste Zahlenraumstufe nur vermutet werden kann, da hier kein eindeutiges Ergebnis vorlag.

7 Zusammenfassung und Diskussion

In dieser Studie wurde auf der Grundlage des anerkannten entwicklungspsychologischen Modells der Zahl-Größen-Verknüpfung nach Krajewski (ZGV-Modell, Abbildung 2, S. 48) untersucht, in welchem Zusammenhang das Kardinalverständnis (exakte Zahl-Größen-Verknüpfung bzw. präzise Mengenvorstellung) mit weiteren ausgewählten Zahl-Größen-Kompetenzen steht. Die an 20 bayerischen Schulen durchgeführte quantitative Fragebogenerhebung hatte dabei auch die Beschreibung und Gegenüberstellung der Fähigkeiten von Schüler:innen mit Kardinalverständnis und solchen ohne Kardinalverständnis zum Ziel. Die Stichprobe umfasste 1 082 Fragebögen. Die Kompetenzen der Lernenden und weitere relevante Kontextfaktoren wurden von ihren Lehrkräften eingeschätzt. Dabei fanden nicht nur die domänenspezifischen Faktoren (Zahl-Größen-Kompetenzen: Ziffernkenntnis, Zahlenfolge, Zahlvergleich) Berücksichtigung, sondern auch domänenübergreifende Faktoren (z. B. Grad der Intelligenzminderung, Lesefähigkeiten), deren Einfluss auf das Kardinalverständnis schließlich untersucht wurde.

Im Folgenden werden zentrale Ergebnisse unter Einordnung in die Theorie und den aktuellen Forschungsstand rund um das Forschungsgebiet der Zahl-Größen-Kompetenzen zusammenfassend diskutiert (Kap. 7.1, 7.2 & 7.3), um auf dieser Basis praktische Implikationen für den sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung ableiten zu können (Kap. 7.4). Abschließend werden Limitationen der Studie diskutiert (Kap. 7.5). Analog zum Aufbau der Datenanalyse stehen zu Beginn des Diskussionsteils die deskriptiven Ergebnisse, bevor dann bedeutsame Erkenntnisse rund um die hierarchische logistische Regressionsanalyse im Fokus stehen. Dabei wird entsprechend der Struktur der Ergebnisse zwischen domänenübergreifenden und domänenspezifischen Faktoren differenziert.

7.1 Kardinalverständnis von Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung

Das Kardinalverständnis gilt als entscheidende Kompetenz auf dem Weg zu einem Einblick in tiefere mathematische Leistungen, wie das Zusammensetzen und Zerlegen einer Zahl oder das Benennen der Differenz zweier Zahlen. Diese Studie hat gezeigt, dass zwei Drittel (67.5 %) der gesamten Schülerschaft des sonderpädagogischen Schwerpunktes Geistige

Entwicklung über diese Kompetenz verfügen und demnach als cardinal-principle-knower (CPK) einzustufen ist. Als CPK zählen nach Sarnecka und Carey (2008) all diejenigen Schüler:innen, die das Kardinalverständnis mindestens für die Zahl 5 beherrschen¹¹ (Tabelle 2, S. 91). Das übrige Drittel (32.5 %) sind hingegen cardinal-principle-non-knower (CPNK), also diejenigen Schüler:innen, die (bisher) keinen Einblick in die exakte Zahl-Größen-Verknüpfung haben. Damit hat der größere Teil der Schülerschaft bereits Kenntnisse im einfachen Zahlverständnis und weist demnach Kompetenzen auf, die der zweiten Ebene des ZGV-Modells (Abbildung 2, S. 48) zuzuordnen sind. Diese Zahlen sind im Wesentlichen unter Berücksichtigung unterschiedlicher methodischer Zugänge und Stichproben beispielsweise mit den Ergebnissen von Garotte et al. (2015) vergleichbar. In dieser Studie wurden Aufgaben der zweiten Ebene von Schüler:innen mit einer leichten bis mittelgradigen Intelligenzminderung mit einer Wahrscheinlichkeit zwischen 59 % und 68 % gelöst (Garotte et al., 2015, S. 39).

7.1.1 CPNK und CPK hinsichtlich domänenübergreifender Faktoren

In einem ersten Schritt interessierte, wie sich die beiden Gruppen CPNK und CPK mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung hinsichtlich verschiedener Kontextfaktoren und domänenübergreifender Kompetenzen beschreiben lassen.

Die beiden untersuchten Gruppen unterscheiden sich nicht hinsichtlich des Geschlechts. Jungen sind in beiden Gruppen leicht überrepräsentiert. Damit gibt es keine Hinweise auf Genderunterschiede in den beiden Gruppen CPNK und CPK. Die Gruppe der CPK ist erwartungskonform ca. ein dreiviertel Jahr älter und im Schnitt ca. ein Schulbesuchsjahr weiter als die Gruppe der CPNK, was dem entwicklungspsychologischen Aufbau des Modells entspricht. Damit wird in den Ergebnissen auch das sich herausbildende konzeptuelle Verständnis der Zahlen deutlich (Krajewski, 2018, S. 11). In der Gruppe der CPK ist der Anteil derjenigen Schüler:innen, die als Familiensprache Deutsch sprechen, um 10 % höher als bei der Gruppe der CPNK (88.3 % zu 78.3 %). Daher ist von keinen großen Unterschieden

¹¹ Der hier gesetzte Cut-off-Wert geht aus englischsprachigen Studien mit Kindern ohne Beeinträchtigungen hervor und wird im Kapitel der Limitationen (Kap. 7.5.1, S. 185) erneut aufgegriffen und diskutiert.

innerhalb der Gruppen auszugehen. Inwiefern sie für die Regressionsanalysen relevant sind, wird zu einem späteren Zeitpunkt aufgegriffen.

Erwartungswidrig wurden hinsichtlich der untersuchten Syndrome keine Unterschiede zwischen den Gruppen CPNK und CPK festgestellt. In der Auswertung fanden die Syndrome Down-Syndrom und Fragile-X-Syndrom Berücksichtigung. Da es sich um die Darstellung einer einzelnen Kompetenz, des Kardinalverständnisses, anhand von Querschnittsdaten handelt, syndromspezifische Entwicklungsprofile aber typischerweise längsschnittlich untersucht werden, kommt dieses Ergebnis nicht unerwartet. Damit lässt sich an dieser Stelle festhalten, dass sich die CPNK und CPK nicht hinsichtlich der Diagnosen Down-Syndrom oder Fragile-X-Syndrom unterscheiden.

Deutlich über 80 % der CPNK haben mindestens eine mittelgradige Intelligenzminderung (oder eine schwere bzw. schwerste Intelligenzminderung) nach ICD-10. Dem deutlich kleineren Teil (16.2 %) wird eine leichte Intelligenzminderung zugeschrieben. Bei der Gruppe der CPK sind es hingegen 71.0 %, denen die Lehrkräfte eine leichte Intelligenzminderung attestieren. Damit gibt es kaum Schüler:innen mit Kardinalverständnis und gleichzeitig einem schweren bzw. schwersten Grad der Intelligenzminderung. Den verbleibenden 19.5 % der CPK wird eine mittelgradige Intelligenzminderung zugeschrieben. Der deskriptive Gruppenvergleich lässt somit vermuten, dass der Grad der Intelligenzminderung in einem starken Zusammenhang mit dem Erreichen des Kardinalverständnisses steht. Diese Ergebnisse lassen sich in Befunde einordnen, die zeigen, dass sich die unterschiedlichen Grade der Intelligenzminderung signifikant in ihren mathematischen Leistungen unterscheiden (Garotte et al., 2015, S. 36–37; Parmar & Cawley, 1991, S. 26).

Eine deutlich verschiedene Aufteilung der beiden Gruppen CPNK und CPK zeigt sich auch hinsichtlich der Lese- und Schreibfähigkeit. Die Schüler:innen ohne Kardinalverständnis haben häufig noch keinen Einblick in die Stufen der Lesefähigkeit nach Valtin (2000). Gleichzeitig gibt es aber auch 10 % in der Gruppe der CPNK, die bereits Lautelemente benennen können. Die CPK verteilen sich hingegen deutlich auf die vier weiter entwickelten Stufen des Lesenlernens (*Benennen von Lautelementen, buchstabenweises Erlesen, fortgeschrittenes Lesen, automatisiertes Worterkennen*). Es finden sich sowohl CPNK als auch CPK auf der Stufe des Benennens von Lautelementen, auf der Stufe des buchstabenweisen Erlesens sind hingegen fast ausschließlich CPK.

Bei den Schreibfähigkeiten zeigt sich eine recht ähnliche Verteilung der beiden Gruppen. Die CPNK sind vor allem auf den unteren drei Stufen anzutreffen (*schreibt (noch) überhaupt nicht, Kritzeln, Malen von Buchstabenreihen*), wobei deutlich über die Hälfte der CPNK (60 %) (noch) gar nicht schreibt. Der Sprung, der sich bei den Lesefähigkeiten zwischen den Stufen *Benennen von Lautelementen* und *buchstabenweises Erlesen* ergibt, zeigt sich bei den Schreibfähigkeiten für die Stufen *Malen von Buchstabenreihen* und *Schreiben von Lautelementen*. Es gibt sowohl CPNK als auch CPK, die Buchstabenreihen malen, die Fähigkeit, Lautelemente zu schreiben, zeigen allerdings fast nur CPK. Diese Verteilungen lassen vermuten, dass beide Übergänge – sowohl bei den Lese- als auch den Schreibfähigkeiten – in einem relevanten Zusammenhang mit dem Erreichen des Kardinalverständnisses stehen. Ein Vergleich mit dem bisherigen Forschungsstand ist schwer, für weiterführende mathematische Kompetenzen wird ein moderater Zusammenhang vor allem für den Bereich Leseflüssigkeit festgehalten (Lin & Powell, 2022, S. 304). Für den sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung gibt es noch keine vergleichbaren Studien.

Auch bei der Fähigkeit des Textverstehens, erhoben anhand adaptierter PISA-Stufen, zeigt sich, dass CPK laut Einschätzung der Lehrkräfte deutlich mehr Kompetenzen zeigen als CPNK. Innerhalb der Gruppe der CPNK können 10 % einem Text eine explizit gekennzeichnete Information entnehmen. Die restlichen Schüler:innen dieser Gruppe zeigen keine Fähigkeiten zum Verstehen einfachster Texte. Es gibt auch Schüler:innen mit Kardinalverständnis, denen kein Textverstehen zugesprochen wird (26.5 %). Bei den restlichen CPK mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung sehen die Lehrkräfte aber ein Textverstehen mindestens auf der Stufe *Verständnis einer explizit gekennzeichneten Information*.

7.1.2 CPNK und CPK hinsichtlich domänenspezifischer Zahl-Größen-Kompetenzen

Die bisher dargestellten domänenübergreifenden Faktoren wurden als potenziell relevante Einflussfaktoren auf das Kardinalverständnis untersucht. Im Zentrum dieser Studie stand die Darstellung des Zusammenhangs der domänenspezifischen Zahl-Größen-Kompetenzen mit dem Kardinalverständnis. Forschungsziel war somit die Erhebung des Einflusses Ersterer auf Letzteres. Dafür wurden die beiden Gruppen CPNK und CPK analog zu den deskriptiven Gruppenvergleichen der domänenübergreifenden Faktoren zunächst für die

inhaltlich interessierenden Zahl-Größen-Kompetenzen analysiert. Die Auswertung erfolgte anhand der ordinalskalierten Zahlraumstufen 5, 10, 20, 100 oder > 100, ergänzt durch die Kategorie (*noch*) *nicht*.

Die beiden Gruppen CPNK und CPK unterscheiden sich deutlich in ihren Fähigkeiten, Ziffern zu erkennen. Der größte Teil der CPNK (68.8 %) hat noch keinen Einblick in die Ziffernkenntnis. Gleichzeitig wird dem restlichen Teil der CPNK die Ziffernkenntnis auf den Zahlraumstufen 5, 10 oder 20 zugeschrieben. Fast alle CPK zeigen die Ziffernkenntnis mindestens für die Zahlraumstufe 10. Das Kardinalverständnis wird daher vor allem erreicht, wenn parallel die Ziffernkenntnis mindestens für den Zahlenraum bis 10 beherrscht wird.

Auch bei der zweiten erhobenen Basiskompetenz Zahlenfolge hat ein großer Anteil der CPNK noch keinen Einblick in das Aufsagen der Zahlenfolge. Gleichzeitig wird rund 30 % der CPNK ein Einblick in diesen Bereich der Zahlenfolge zugeschrieben. Dies passt zu Befunden, wonach subset-knowers – also Schüler:innen, die das Kardinalverständnis mindestens für die Zahl 1, aber maximal bis zur Zahl 4 beherrschen (Tabelle 2, S. 91) – die Zahlenfolge häufig bis zur Zahl 10 oder sogar höher aufsagen können. Der Einblick in das konzeptuelle Verständnis wird hingegen erst für einen Teil dieser Zahlen gezeigt (Sarnecka & Carey, 2008, S. 664). In den vorliegenden Befunden ist die Gruppe der subset-knowers Teil der CPNK, und 14.8 % dieser Gruppe können die Zahlenfolge bereits im Zahlenraum bis 5 aufsagen. Weitere 12.2 % der Schüler:innen können nach Einschätzung der Lehrkräfte bereits im Zahlenraum bis 10 und 4.5 % im Zahlenraum bis 20 zählen. Dieser Befund ist nicht zuletzt auch deshalb hervorzuheben, da anhand dieser querschnittlichen Zahlen die Annahme formuliert werden kann, dass die Basiskompetenzen Ziffernkenntnis und Zahlenfolge bereits vor der Kardinalität erlernt werden. Damit lehnen sich die Befunde an Ergebnisse an, die zeigen, dass Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung eine höhere Lösungswahrscheinlichkeit für Aufgaben im Bereich der Basiskompetenzen zeigen als bei Kompetenzen, die ein einfaches Zahlverständnis erfordern (Garrotte et al., 2015, S. 34). Für die CPK ist wiederum mit Blick auf die Kompetenz Zahlenfolge der Wechsel von der Kategorie 5 zur Kategorie 10 entscheidend. Es gibt wesentlich mehr CPK, welche die Zahlenfolge bis 10 (17.8 %) aufsagen können, als solche, welche die Zahlenfolge bis 5 (2.1 %) aufsagen können.

Für die Verteilung der Kompetenz des Zahlvergleichs – eine nach dem ZGV-Modell auf der gleichen Ebene angeordnete Kompetenz wie das Kardinalverständnis – zeigt sich eine zu den beiden vorherigen Verteilungen deutlich abweichende Gruppenteilung. Zunächst fällt auf, dass es auch CPK gibt, die den Zahlvergleich (noch) nicht (11.6 %) oder in dem vergleichsweise niedrigen Zahlenraum bis 5 beherrschen (11.5 %). Bei den beiden zuvor diskutierten Verteilungen der Basiskompetenzen gibt es kaum CPK, denen die jeweilige Kompetenz auf den niedrigsten Stufen zugeschrieben wird. Diese deskriptiven Gruppenverteilungen zeigen hingegen, dass es CPK ohne einen Einblick in die Kompetenz Zahlvergleich gibt. Das lässt die Interpretation zu, dass die Beherrschung von Zahlvergleichen eine förderliche, aber keine notwendige Voraussetzung für das Kardinalverständnis ist. Allerdings wurden in der vorliegenden Studie Querschnittdaten erhoben, weshalb an dieser Stelle noch einmal darauf hingewiesen wird, dass anhand der gewonnenen Ergebnisse nur von einer Tendenz gesprochen werden kann, die mithilfe von Längsschnittdaten überprüft werden müsste. Bei den CPNK hatte kaum jemand einen Einblick in die Kompetenz, Zahlen zu vergleichen (96.6 %). Damit nähern sich die Ergebnisse Befunden an, in denen festgestellt wurde, dass sich erst das Kardinalverständnis schrittweise für größere Zahlen entwickeln muss, bevor Mengen zueinander in Beziehung gesetzt werden können (Sophian, 1995, S. 574). Fähigkeiten rund um die Bereiche Zahlenvergleiche und Zahlrelationen entwickeln sich hingegen nach dem Kardinalverständnis (Spaepen et al., 2018, S. 68).

Was die detaillierte Verteilung der Zahlenräume der erhobenen Zahl-Größen-Kompetenzen betrifft, liefert diese Erhebung erstmalig empirische Daten zur Höhe der von CPNK bzw. CPK erreichten Zahlraumstufen. Kompetenzübergreifend betrachtet schließen sich die vorliegenden Befunde an die Studie von Schnepel (2019, S. 201) an. Dort wird dargelegt, dass die Basiskompetenzen bei Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung in höheren Zahlenräumen gezeigt werden, als Kompetenzen des einfachen oder tiefen Zahlverständnisses. Außerdem ist festzuhalten, dass anhand der unterschiedlichen Verteilungen der Kompetenzen der stufenweise Aufbau des ZGV-Modells in einer ersten Annäherung bestätigt werden kann (auch wenn sich hier nur Aussagen zu den ersten beiden Ebenen des Modells treffen lassen). Damit liefert die vorliegende Studie konkrete Hinweise, dass eine Übertragbarkeit des ZGV-Modells auf Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung möglich ist.

7.1.3 Zusammenfassende Charakteristika der CPNK und CPK im sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung

Insgesamt ist anzumerken, dass sich die beiden Gruppen CPNK und CPK in der Stichprobe nicht hinsichtlich des Geschlechts und kaum hinsichtlich des Alters und des Schulbesuchsjahrs unterscheiden. Im Durchschnitt sind die CPNK ein dreiviertel Jahr jünger als die CPK und entsprechend ein Schulbesuchsjahr unter ihnen. Bei den CPK wird im Schnitt etwas häufiger die Familiensprache Deutsch gesprochen. CPNK bekommen sowohl den Grad einer schwersten, einer schweren, einer mittelgradigen oder auch einer leichten Intelligenzminderung zugesprochen. Hingegen sehen die Lehrkräfte bei den meisten CPK eine leichte und bei einem Fünftel eine mittelgradige Intelligenzminderung. Die meisten CPNK haben noch keinen Einblick in das Schriftlesen, die meisten CPK befinden sich hingegen mindestens auf der Stufe des buchstabenweisen Erlesens. Die Schreibfähigkeiten der CPNK und CPK sind ähnlich verteilt, wenn auch die CPK mehr auf die einzelnen Stufen der Schreibfähigkeiten verteilt sind und die meisten von ihnen eine phonetische Verschriftlichung beherrschen. Den meisten CPNK fehlt laut Einschätzung der Lehrkräfte ein Einblick in das Textverstehen, während den CPK sowohl kein Textverständnis als auch ein erstes bzw. weiterführendes Textverstehen zugeschrieben wird.

Im Hinblick auf die domänenspezifischen Basiskompetenzen lässt sich charakterisieren, dass die meisten CPK die Ziffernkenntnis mindestens im Zahlenraum bis 10 zeigen bzw. die Zahlenfolge bis zur Zahl 10 aufsagen können. Die CPNK haben meist keinen Einblick in die Ziffernkenntnis bzw. die Kenntnis der Zahlenfolge oder beherrschen diese für die Zahlenraumstufe 5. Einigen CPNK wird die Kenntnis der Zahlenfolge auch bereits für die Kategorie 10 zugeschrieben. Das einfache Zahlverständnis in Form der Kompetenz Zahlvergleich wird nur von CPK beherrscht. Die meisten CPK des sonderpädagogischen Schwerpunktes Geistige Entwicklung können Zahlen im Zahlenraum 100 vergleichen.

7.2 Relevante Einflussfaktoren auf das Kardinalverständnis

Einfache Signifikanztests dienten der statistischen Überprüfung der deskriptiven Gruppenvergleiche der beiden Gruppen CPNK und CPK, wobei anhand von Effektstärkemaßen auch eine Einordnung hinsichtlich der praktischen Relevanz vorgenommen wurde. Davon

ausgehend erfolgte eine empirisch begründete Auswahl der hinzugezogenen Kontrollvariablen für die anschließenden weiterführenden inferenzstatistischen Auswertungen zur Beantwortung der Forschungsfrage, welchen Einfluss die ausgewählten Zahl-Größen-Kompetenzen auf das Kardinalverständnis haben. Daraus konnte anhand einer schrittweisen logistischen Regressionsanalyse und unter Berücksichtigung der Kontrollvariablen der Einfluss der ausgewählten Zahl-Größen-Kompetenzen als unabhängige Variablen auf die abhängige, dichotom skalierte Variable Kardinalverständnis gezeigt werden.

Im Folgenden werden zunächst die Hypothesen H_A und H_B erneut skizziert, die die Grundlage der weiterführenden Berechnungen bildeten. Durch die statistische Überprüfung der in Kapitel 7.1 dargestellten Vergleiche der beiden Gruppen CPNK und CPK mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung ließen sich im domänenübergreifenden Bereich die Variablen Lesefähigkeit, Schreibfähigkeit und Textverstehen als statistisch signifikante und gleichzeitig theoretisch bedeutsame Einflussfaktoren aufdecken. Auch der Grad der Intelligenzminderung hat einen Effekt auf die Gruppeneinteilung der abhängigen Variable Kardinalverständnis. Für die anderen berücksichtigten Bereiche wie Alter, Geschlecht, Schulbesuchsjahr und Familiensprache kann zwar auch ein signifikanter Unterschied festgehalten werden, allerdings nur mit kleinen Effektstärken. Aufgrund dieser Geringfügigkeit wurde den genannten Variablen keine praktische Relevanz für die Beantwortung der Forschungsfrage zugesprochen.

Ein nicht signifikantes Ergebnis kann für die beiden Syndrome Down-Syndrom und Fragile-X-Syndrom festgehalten werden. Die aufgestellte Hypothese H_{A1} lässt sich damit für die Variablen Lesefähigkeit, Schreibfähigkeit, Textverstehen und den Grad der Intelligenzminderung bestätigen. Die beiden Gruppen CPNK und CPK mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung unterscheiden sich hinsichtlich ihrer Lesefähigkeit, ihrer Schreibfähigkeit, ihrer Fähigkeiten im Bereich des Textverstehens und im Grad der Intelligenzminderung. Entgegen der Hypothese unterscheiden sie sich jedoch nicht im Hinblick auf ihr Geschlecht, ihr Alter, das Schulbesuchsjahr, die Familiensprache Deutsch oder die Diagnosen Down-Syndrom und Fragile-X-Syndrom. Hier ist allerdings eine ergänzende Anmerkung zum Alter erforderlich. Da sich die vorliegende Stichprobe aus Kindern und Jugendlichen ab sechs Jahren zusammensetzt, kann keine Aussage über jüngere Kinder mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung getätigt werden. Sobald jüngere

Kinder Teil einer Erhebung sind, kann folglich nicht automatisch unterstellt werden, dass das Alter weiterhin keine nennenswerte Rolle für das Zeigen des Kardinalverständnisses spielt. Diese Ergebnisse lassen sich mit Erkenntnissen aus einer Interventionsstudie von Schnepel (2019, S. 171) vergleichen, die feststellt, dass die Variablen Alter, Klassenstufe und Familiensprache die Entwicklung der mathematischen Kompetenzen nicht ausreichend erklären. Zwar geht es dort um den Einfluss auf die gesamte Zahl-Größen-Entwicklung der Schüler:innen und nicht wie hier explizit um das Kardinalverständnis. Dennoch wird gezeigt, dass Kontextfaktoren nicht unbedingt verlässliche Prädiktoren für mathematische Kompetenzen sind.

Inwieweit die auf der Grundlage der Signifikanztests und unter Einbezug der Effektstärke ausgewählten Kontextfaktoren der vorliegenden Studie – Lesefähigkeit, Schreibfähigkeit, Textverstehen und Grad der Intelligenzminderung – einen relevanten Einfluss darauf haben, ein CPK zu sein, wurde anhand einer hierarchischen logistischen Regressionsanalyse überprüft. Die ausgewählten Zahl-Größen-Kompetenzen Ziffernkenntnis, Zahlenfolge und Zahlvergleich hatten alle drei einen deutlichen Einfluss auf das Erreichen des Kardinalverständnisses. Hypothesenkonform (H_{B1}) unterscheiden sich die beiden Gruppen CPNK und CPK mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung hinsichtlich ihrer Fähigkeiten in den Bereichen der Ziffernkenntnis, der Zahlenfolge und des Zahlvergleichs, womit Letztere die Prädiktoren für die Regressionsanalysen darstellen.

7.3 Einfluss der Zahl-Größen-Kompetenzen auf das Kardinalverständnis

Anhand des hierarchischen Aufbaus der logistischen Regressionsanalyse konnte schrittweise der Einfluss der einzelnen domänenübergreifenden Kontrollvariablen auf das Erreichen des Kardinalverständnisses erklärt werden. Des Weiteren ließ sich durch die Hinzunahme der numerischen Prädiktoren deren Einfluss unter Kontrolle der Kovariaten berechnen. Das entstandene Prädiktorenmodell wurde zusätzlich im Zuge der Auswertung dem Vergleichsmodell gegenübergestellt, das die signifikanten Kontrollvariablen beinhaltet.

Die Ergebnisse des ersten Modells der logistischen Regressionsanalyse zeigen, dass der Grad der Intelligenzminderung bereits einen großen Teil der Varianz der abhängigen Variable

Kardinalverständnis ($R^2_{Nagelkerke} = .528$) aufklärt. Dabei ist grundsätzlich ein enger Zusammenhang zwischen dem Grad der Intelligenzminderung und dem Kardinalverständnis festzuhalten. Im zweiten Modell kann gezeigt werden, dass die Hinzunahme der Kontrollvariable Lesefähigkeit eine nochmals bessere Erklärungsgüte ($R^2_{Nagelkerke} = .736$) des Modells zur Folge hat. Gleichzeitig ist der Einfluss des Grades der Intelligenzminderung nun nicht mehr so stark, bleibt aber weiterhin signifikant. Im dritten Modell bringt die Hinzunahme der Kontrollvariable Textverstehen keine nennenswerte Veränderung oder Verbesserung des Modells, weshalb sie im Prädiktorenmodell unberücksichtigt blieb. In diesem kann der Einfluss der einzelnen Zahlraumstufen der ausgewählten Zahl-Größen-Kompetenzen auf das Erreichen des Kardinalverständnisses hypothesenkonform (H_{CI}) verifiziert werden. Die Zahlraumstufen der Kompetenzen Zahlenfolge und Zahlvergleich haben einen Effekt auf das Erreichen des Kardinalverständnisses bei Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung. Anzumerken ist hier, dass dieses Ergebnis auch für die Variable Ziffernkenntnis Gültigkeit hat. Aufgrund der gezeigten Multikollinearität der Variablen Zahlenfolge und Ziffernkenntnis sind die Erkenntnisse, die sich auf die Variable Zahlenfolge beziehen, auch auf die Variable Ziffernkenntnis übertragbar.

Durch den hierarchischen Aufbau der logistischen Regressionsanalysen kann somit gezeigt werden, dass die domänenspezifischen Zahl-Größen-Kompetenzen einen über den Grad der Intelligenzminderung und der Lesefähigkeiten hinausgehenden Beitrag zur Aufklärung der Varianz des Erreichens des Kardinalverständnisses zu leisten vermögen. Das Prädiktorenmodell mit der Lesefähigkeit und dem Grad der Intelligenzminderung als Kontrollvariablen und den Zahl-Größen-Kompetenzen als unabhängigen Variablen klärt 85.8 % der Varianz des Kardinalverständnisses auf ($R^2_{Nagelkerke} = .858$). Außerdem verlieren die Kontrollvariablen größtenteils ihren signifikanten Einfluss auf das Kardinalverständnis unter Hinzunahme der ausgewählten Zahl-Größen-Kompetenzen als unabhängige Variablen. Die Zahl-Größen-Kompetenzen sind daher innerhalb des Modells *die* entscheidenden Prädiktoren für das Erreichen des Kardinalverständnisses.

7.3.1 Gute Varianzaufklärung durch den Grad der Intelligenzminderung und die Lesefähigkeit

Anhand des hierarchischen Aufbaus der logistischen Regressionsmodelle wird deutlich, dass der Grad der Intelligenzminderung einen großen Teil der Varianz der Variable Kardinalverständnis aufklärt und damit eine bedeutende Rolle beim Erreichen des Kardinalverständnisses spielt. Die untersuchten Vergleichsstufen haben alle einen signifikanten Einfluss. Damit kann festgehalten werden, dass die Wahrscheinlichkeit, das Kardinalverständnis erreicht zu haben, steigt, wenn Schüler:innen eine mittelgradige Intelligenzminderung im Vergleich zu einer schweren oder schwersten Intelligenzminderung haben. Gleiches gilt für Schüler:innen mit einer leichten Intelligenzminderung im Vergleich zu Schüler:innen mit einer mittelgradigen Intelligenzminderung. Damit können Befunde, die bisher vor allem für den Vergleich von Schüler:innen mit einer leichten oder ohne eine Intelligenzminderung (z. B. Sella et al., 2013) mit Schüler:innen mit einer mittelgradigen Intelligenzminderung (z. B. Garotte et al., 2015) vorliegen, auf die Gesamtheit der Schülerschaft mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung ausgeweitet werden. Da die vorliegende Erhebung nicht wie viele zum Vergleich herangezogene Studien von vornherein die Schülerschaft eingrenzte, sondern anhand einer durchgeführten Lehrkräftebefragung deren Gesamtheit abbildete, lassen sich die Ergebnisse bisheriger Befunde für alle Grade der Intelligenzminderung nach ICD-10 bestätigen: Je milder die Intelligenzminderung, desto größer die Wahrscheinlichkeit, dass (nach Einschätzung der Lehrkräfte) die Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung das Kardinalverständnis erreicht haben. Festgehalten werden kann daher, dass der Grad der Intelligenzminderung bei der Betrachtung des Kardinalverständnisses bei Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung ein entscheidendes Konstrukt ist und damit bei einer Analyse von Zusammenhängen nicht unbeachtet bleiben sollte.

Auch unter Hinzunahme der Kontrollvariable Lesefähigkeit hat der Grad der Intelligenzminderung einen signifikanten Einfluss auf das Erreichen des Kardinalverständnisses, wenn auch einen etwas geringeren. Das spricht für eine gewisse wechselseitige Abhängigkeit der beiden Variablen Lesefähigkeiten und Grad der Intelligenzminderung bei Schüler:innen mit sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung und ist beispielsweise vergleichbar mit den Ergebnissen von Selmayr (im Druck). Dort wird dem Grad der Intelligenzminderung

eine große Bedeutung für die Erklärung von Unterschieden in der Leseleistung bei Schüler:innen mit dem genannten sonderpädagogischen Schwerpunkt zugesprochen. Außerdem ist dieser Befund anschlussfähig an die Ergebnisse der PISA-Studien, in denen anhand statistischer Analysen gezeigt wird, dass „ein Großteil des Einflusses kognitiver Hintergrundmerkmale über die Lesekompetenz vermittelt ist“ (Klieme et al., 2001, S. 185). Damit trifft diese Abhängigkeit auch auf Schüler:innen ohne Beeinträchtigungen zu und ist kein Alleinstellungsmerkmal von Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung.

Nicht jede Stufe der Lesefähigkeiten hat einen signifikanten Einfluss. Hier ist die Wahrscheinlichkeit, über ein Kardinalverständnis zu verfügen, deutlich größer, wenn überhaupt Lesefähigkeiten vorhanden sind; vor allem der Übergang zur Stufe des buchstabenweisen Erlesens ist entscheidend. Die Kontrollvariable Lesefähigkeit wird nochmals an späterer Stelle aufgegriffen.

7.3.2 Ausgewählte Zahl-Größen-Kompetenzen mit größter Varianzaufklärung

Im Prädiktorenmodell wird schließlich der deutliche Einfluss der domänenspezifischen Faktoren auf das Kardinalverständnis sichtbar. Mit den ausgewählten Zahl-Größen-Kompetenzen ist es gelungen, einen großen Teil der Varianz des Kardinalverständnisses aufzuklären. Diese Erkenntnis lehnt sich an Befunde an, die insgesamt eine hohe Bedeutung domänenspezifischen Vorwissens für die mathematische Entwicklung festhalten (Dornheim, 2008, S. 384; Schnepel, 2019, S. 200). Nicht zuletzt werden dadurch Studien bestätigt, die diese zentrale Bedeutung des Vorwissens in Bezug auf den Erwerb weiterer Zahl-Größen-Kompetenzen explizit für die Gruppe der Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung herausgearbeitet haben (Baroody, 1999; Schnepel, 2019, S. 200).

Eine weitere, daran anschließende Erkenntnis ergibt sich aus der gegenüberstellenden Betrachtung des Prädiktorenmodells und des Vergleichsmodells. Der Vergleich schließt an Studien an, in denen sowohl die Intelligenz als auch das mathematische Vorwissen untersucht werden und die feststellen, dass das domänenspezifische Vorwissen als Prädiktor für die mathematischen Kompetenzen bedeutender ist als die Intelligenz des Kindes (Dornheim, 2008, S. 382; Grube & Hasselhorn, 2006, S. 100; Jordan et al., 2010, S. 87; Krajewski & Schneider, 2006, S. 259; Weißhaupt et al., 2006, S. 244). So zeigt die vorliegende Untersuchung, dass die

Variable Grad der Intelligenzminderung nicht signifikant die Kompetenz Kardinalverständnis aufklärt, wenn gleichzeitig domänenspezifische Kompetenzen berücksichtigt werden. Dem entspricht, wenn Längsschnittstudien von einer besseren Voraussagekraft der domänenspezifischen Faktoren für die mathematischen Leistungen im Vergleich zur Intelligenz sprechen (Fritz et al., 2018, S. 7). Hinsichtlich der untersuchten Personengruppen kam Schnepel (2019, S. 177) zu vergleichbaren Ergebnissen: Innerhalb der Regressionsanalysen haben die Zahl-Größen-Kompetenzen einen entscheidenderen Einfluss auf die Entwicklung der Zahl-Größen-Kompetenzen als der IQ.

An dieser Stelle sei zusätzlich auf eine Studie zu Kindern mit einer leichten Intelligenzminderung und einer Vergleichsgruppe im gleichen Entwicklungsalter ohne Intelligenzminderung verwiesen (Soltani & Mirhosseini, 2020). Anhand mehrerer Regressionsmodelle konnte dort festgehalten werden, dass generelle kognitive Fähigkeiten bei beiden Gruppen keinen zusätzlichen Anteil an Varianz der mathematischen Fähigkeiten aufklären, wenn gleichzeitig spezifische numerische Kenntnisse berücksichtigt werden (Soltani & Mirhosseini, 2020, S. 556). Das Ergebnis der vorliegenden Erhebung, wonach die berücksichtigten Zahl-Größen-Kompetenzen als Prädiktoren des Modells die Varianz der abhängigen Variable Kardinalverständnis besser erklären als die berücksichtigten Kontrollvariablen Grad der Intelligenzminderung und Lesefähigkeit, schließt an die genannten Studienergebnisse an. Darüber hinaus wurden vorliegend die frühen Stufen der Zahl-Größen-Kompetenzen in den Fokus gerückt, wodurch die Basiskompetenzen Zahlenfolge, Ziffernkenntnis und Zahlvergleich als entscheidende Einflussfaktoren für das Erreichen des Kardinalverständnisses festgehalten werden können. Außerdem kann infolge der methodischen Berücksichtigung der gesamten Schülerschaft mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung von einer Übertragbarkeit der Ergebnisse auf die volle Breite der Intelligenzminderungsstufen und damit auf die gesamte heterogene Schülerschaft mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung ausgegangen werden.

Insgesamt ist damit anzumerken, dass die berücksichtigten Kontrollvariablen Grad der Intelligenzminderung und Lesefähigkeit einen geringeren Anteil der Varianz der abhängigen Variable Kardinalverständnis aufklären als die domänenspezifischen Prädiktoren. Gleichzeitig verlieren die Kontrollvariablen ihren signifikanten Einfluss auf das Kardinalverständnis, sobald die Zahl-Größen-Kompetenzen als unabhängige Variablen in das Modell

aufgenommen werden. Diese ausgewählten Zahl-Größen-Kompetenzen stellen folglich die entscheidende Basis für das Erreichen des Kardinalverständnisses dar.

7.3.3 Einfluss der einzelnen Zahlraumstufen

Die Ergebnisse der domänenspezifischen Einflussfaktoren auf das Erreichen des Kardinalverständnisses lassen sich anhand einer Analyse des Einflusses der einzelnen Zahlraumstufen der ausgewählten Zahl-Größen-Kompetenzen spezifizieren. Vor allem die niedrigeren Zahlraumstufen der Kompetenz Zahlenfolge erhöhen deutlich die Wahrscheinlichkeit, das Kardinalverständnis zu erreichen. Die Chance, ein CPK zu sein, ist achtmal so hoch, wenn die Zahlenfolge wenigstens im Zahlenraum 5 beherrscht wird, wie wenn die Kompetenz Zahlenfolge gar nicht gegeben ist. Dieser Befund lehnt sich an das theoretische Modell an, wonach zunächst die Basiskompetenzen mindestens für die gleiche Zahlraumstufe beherrscht werden müssen, bevor wiederum für diese Zahlraumstufe ein Einblick in die Kompetenzen der darauf aufbauenden Ebene (hier das Kardinalverständnis) erfolgen kann (Abbildung 2, S. 48). Die Generalisierung des Kardinalverständnisses erfolgt ab einer erfolgreichen präzisen Mengenverknüpfung der Zahl 5 (Tabelle 2, S. 91). Folglich müssen alle CPK die Zahlenfolge auch mindestens bis zur Zahl 5 aufsagen können.

Die Ergebnisse der vorliegenden Studie zeigen einen Zusammenhang der Kompetenzen in Abhängigkeit von den gezeigten Zahlraumstufen. Sobald die Zahlenfolge in einer höheren Zahlraumstufe beherrscht wird, ist die Wahrscheinlichkeit größer, ein CPK zu sein. Das spricht dafür, dass sich auch bei Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung eine Entwicklungslogik beschreiben lässt, „die im Sinne eines Entwicklungsmodells aufeinander aufbaut“ (Ratz, 2017, S. 181). Außerdem harmonisiert dieses Ergebnis mit den Ergebnissen von Schnepel (2019, S. 201), die in ihrer Studie zeigen konnte, dass die Basiskompetenzen der ersten Ebene des ZGV-Modells bei allen Schüler:innen in höheren Zahlraumstufen gegeben war als die Kompetenzen der darauffolgenden beiden Ebenen. Wird die Zahlenfolge sogar im Zahlenraum 10 erfolgreich aufgesagt, erhöht sich die Chance, das Kardinalverständnis gleichzeitig erreicht zu haben, für die vorliegende Stichprobe noch einmal um den Faktor 5 im Vergleich zur vorherigen Zahlraumstufe 5. Bis zum Erreichen der Zahlraumstufe 10 gibt es somit einen starken Zusammenhang mit dem Kardinalverständnis, während die Fähigkeit, die Zahlenfolge noch weiter aufzusagen (Zahlenraum 20

und höher), keinen signifikanten Einfluss mehr darauf hat. Die Zahlraumstufen 20 oder höher beeinflussen damit nicht mehr signifikant das Erreichen des Kardinalverständnisses. Eine Interpretation dieser Ergebnisse kann sein, dass ab der Kenntnis der Zahlenfolge in der Zahlraumstufe 10 für gewöhnlich der Einblick in die Kardinalität gegeben ist und es damit keinen Unterschied mehr macht, ob die Schüler:innen die Zahlenfolge auch noch weiter beherrschen, da das Kardinalverständnis bereits erreicht ist. Zusammenfassend begünstigt damit für die Basiskompetenz Zahlenfolge (wie auch für die Basiskompetenz Ziffernkenntnis) das Erreichen der Zahlraumstufe 10 deutlich die Tatsache, ein CPK zu sein.

Bei der Kompetenz Zahlvergleich erhöht sich die Chance, ein CPK zu sein, um das 13-fache, wenn der Zahlvergleich wenigstens für die Zahlraumstufe 10 gezeigt wird. Unter Berücksichtigung der deskriptiven Ergebnisse kann hier festgehalten werden, dass es Schüler:innen mit zugeschriebenem Kardinalverständnis gibt, die keinen Einblick in die Kompetenz des Zahlvergleichs haben. Dennoch steigt die Wahrscheinlichkeit deutlich, ein CPK zu sein, wenn der Zahlvergleich für die Zahlraumstufe 10 beherrscht wird. Die zweite Vergleichsstufe der Variable Zahlvergleich ist innerhalb dieser Stichprobe nicht signifikant ($p = .057$).

7.3.4 Buchstabenweises Erlesen als signifikante Kontrollvariable innerhalb des Prädiktorenmodells

Unter Hinzunahme der Prädiktoren Zahlenfolge und Zahlvergleich verloren die Kontrollvariablen Grad der Intelligenzminderung und Lesefähigkeit ihren signifikanten Einfluss auf das Erreichen des Kardinalverständnisses im Prädiktorenmodell. Die domänenspezifischen Zahl-Größen-Kompetenzen stehen damit in der vorliegenden Stichprobe in einem Zusammenhang mit den domänenübergreifenden Kompetenzen Lesefähigkeit und der Variable Grad der Intelligenzminderung. Im Bereich der Lesefähigkeit zeigt sich allerdings ein überraschender Befund. Lediglich eine Stufe der Lesefähigkeiten hat im Prädiktorenmodell, also unter gleichzeitiger Berücksichtigung der Zahl-Größen-Kompetenzen, einen signifikanten Einfluss auf das Erreichen des Kardinalverständnisses. Der Vergleich der Stufe *buchstabenweises Erlesen* mit der Stufe *Benennen von Lautelementen* hat weiterhin einen nennenswerten Effekt darauf, ein CPK zu sein. Laut dem logistischen Regressionsmodell ist die Chance, über das Kardinalverständnis zu verfügen, im Vergleich zu Schüler:innen, die zunächst noch Lautelemente benennen, um ein 4-faches höher, wenn gleichzeitig die Lesefähigkeiten auf der Stufe

des buchstabenweisen Erlesens gezeigt werden. Den Ergebnissen zufolge begünstigt der Einblick in das buchstabenweise Erlesen es also, dass Schüler:innen gleichzeitig auch das Kardinalverständnis beherrschen.

Die Befunde sprechen für eine besondere Bedeutung der Lesefähigkeit (Vergleich der beiden Stufen *Benennen von Lautelementen* und *buchstabenweises Erlesen*), da diese trotz der gleichzeitigen Berücksichtigung der Zahl-Größen-Kompetenzen einen signifikanten Einfluss auf die Erklärung des Kardinalverständnisses hat. Dieses Ergebnis für Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung lehnt sich an Ergebnisse der PISA-Studie an. Für alle Lernenden ohne sonderpädagogischen Schwerpunkt konnte ein sehr enger Zusammenhang zwischen Lese- und Mathematikleistungen festgehalten werden. Die Befunde zeigen, dass die Lesekompetenz unter ansonsten gleichen Bedingungen (Geschlecht, sozioökonomischer Status, Selbstkonzept und kognitive Grundfähigkeiten) „das größte relative Gewicht für die Erklärung mathematischer Grundbildung“ (Klieme et al., 2001, S. 185) hat. Ähnliche Befunde wurden innerhalb einer Metastudie festgehalten, die ebenfalls die Bedeutung der Lesefähigkeiten als bedeutsamer Prädiktor für weiterführende mathematische Leistungen festhält (Lin & Powell, 2022, S. 315). Diese Studien beziehen sich jedoch beide auf weiterführende mathematische Kompetenzen und Schüler:innen ohne sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung, was bei dem Vergleich der Ergebnisse stets zu beachten ist.

7.4 Erkenntnisgewinn für Theorie und Praxis

Die Stichprobe der vorliegenden Arbeit wurde anhand dreier Schichtvariablen (Regierungsbezirk, Siedlungsstruktur und Schulkonzeption) ausgewählt. Aus der Berücksichtigung dieser Schichtvariablen resultiert eine Chance für die Interpretation der vorliegenden Ergebnisse, da die Stichprobe mit der bayerischen Grundgesamtheit vergleichbar ist (abgesehen von einer Einschränkung, die in Kapitel 7.5.2, S. 189 diskutiert wird). Die Geschlechterverteilung der Grundgesamtheit im sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung in Bayern wird mit einem Verhältnis von 37.2 % weiblichen zu 62.7 % männlichen Kindern und Jugendlichen für das Schuljahr 2018/19 angegeben (Bayerisches Landesamt für Statistik, 2019, S. 17, eigene Berechnung). Diese Überrepräsentation der Jungen bildet auch die vorliegende Stichprobe ab (41.0 % und 58.9 %). An den Allgemeinbildenden Schulen ist das

Geschlechterverhältnis hingegen ausgewogen (48.9 % und 51.1 %, Schuljahr 2018/19) (Destasis, 2022). Tabelle 33 zeigt, dass neben dem Geschlechterverhältnis auch die Verteilung der Schulbesuchsjahre gut mit der Grundgesamtheit der bayerischen Schulen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung in Bayern vergleichbar ist (Bayerisches Landesamt für Statistik, 2019, S. 21, eigene Berechnungen). Es sich lediglich kleine Abweichungen um maximal 2.5 Prozentpunkte (Schulbesuchsjahr 4) und damit keine systematischen Unterschiede zur Grundgesamtheit.

Tabelle 33. Verteilung der Gesamtstichprobe nach Schulbesuchsjahren (n = 1 055) im Vergleich zur Grundgesamtheit (n = 11 026) in Prozent (Bayerisches Landesamt für Statistik, 2019, S. 21, eigene Berechnungen)

Schulbesuchsjahr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	≥10
SFGE II	10.3	8.8	7.3	10.3	6.8	7.7	7.5	7.7	7.5	26.1
Grundgesamtheit	8.4	7.8	8.2	7.8	7.6	8.1	7.4	8.5	8.0	28.2

Die Erhebung der Daten anhand einer geschichteten Clusterstichprobe setzt hohe Standards für zukünftige empirische Untersuchungen. Durch die berücksichtigte Schichtvariable Siedlungsstruktur und Schulkonzeption (Kap. 5.3.1, S. 106) können die Ergebnisse für andere Bundesländer mit vergleichbarer Siedlungsstruktur und ähnlichen Schulkonzeptionen ein Stück weit generalisiert werden. Aus den Ergebnissen der Studie lassen sich dadurch über das Bundesland Bayern hinaus mehrere Implikationen für Theorie und Praxis festhalten.

Sowohl die Darstellung der deskriptiven Ergebnisse der Zahl-Größen-Kompetenzen als auch die inferenzstatistischen Analysen lassen auf verschiedene Schwierigkeitsstufen der erfragten Kompetenzen schließen. Die Basiskompetenzen Ziffernkenntnis und Zahlenfolge werden sehr vielen Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung zugeschrieben, häufig auch schon in höheren Zahlraumstufen. Das Kardinalverständnis und auch die Kompetenz Zahlvergleich werden laut Lehrkräften von weniger Schüler:innen gezeigt. Damit können die beiden ersten Stufen des ZGV-Modells in ihrem entwicklungslogischen Aufbau auf den sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung übertragen werden. Diese Studie bestätigt damit die Tendenz, sich auch für wissenschaftliche Erhebungen innerhalb dieses sonderpädagogischen Schwerpunktes vermehrt an dem

theoretischen Verständnis des genannten Entwicklungsmodells zu orientieren (Schnepel, 2019; Wullschleger, 2017). Zusätzlich wurde vorliegend das ZGV-Modell das erste Mal in seinem Aufbau für die gesamte Schülerschaft mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung angewendet und nicht nur für eine ausgewählte Schüler:innengruppe (meist Schüler:innen mit einer leichten Intelligenzminderung). Aber nicht nur für empirische Erhebungen, sondern auch als didaktische Grundlage für den Unterricht im sonderpädagogischen Schwerpunkt lässt sich das ZGV-Modell heranziehen. Damit kann ein in der allgemeinen Mathematikdidaktik bereits anerkanntes, entwicklungspsychologisches Modell auf die gesamte heterogene Schülerschaft mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung übertragen werden. Das ZGV-Modell bildet somit eine vielversprechende fachdidaktische Grundlage auch für die inklusive Beschulung.

Die Zahlraumstufen innerhalb der logistischen Regressionsanalysen haben gezeigt, dass die Kenntnis der Basiskompetenzen in Kombination mit einer gewissen Höhe der erreichten Zahlraumstufen die Wahrscheinlichkeit, die Kompetenz Kardinalverständnis gleichzeitig zu beherrschen, wesentlich erhöhen. Bis zum Erreichen der Zahlraumstufe 10 in den Basiskompetenzen ist ein deutlicher Zusammenhang mit dem gleichzeitig zugeschriebenen Kardinalverständnis festzuhalten. Die Chance, ein CPK zu sein, ist im Vergleich zu jenen Schüler:innen, die die Zahlenfolge erst im Zahlenraum 5 anwenden können, um das 5-fache höher, wenn die Kompetenz Zahlenfolge für den Zahlenraum 10 beherrscht wird. Damit scheinen Kompetenzen im ordinalen Bereich mit dem Erreichen des Kardinalverständnisses im Zusammenhang zu stehen. Das wiederum ist mit dem Forschungsbefund, dass ein gezieltes Training der Basiskompetenzen in den niedrigen Zahlraumstufen die Wahrscheinlichkeit, ein CPK zu sein, erhöht (Krajewski et al., 2009, S. 19), klar zu vereinbaren.

Dennoch sollte der Fokus nicht ausschließlich auf einer zählenden Bearbeitung von Zahlen oder dem zählenden Rechnen liegen, da sonst das konzeptuelle Verständnis nicht unbedingt garantiert ist (Garotte et al., 2015, S. 39), zumal diese Verknüpfung für den Einblick in tiefere mathematische Kompetenzen entscheidend ist. Sermier Dessemontet et al. (2020, S. 417) fanden heraus, dass ohne einen erfolgten Einblick in das Kardinalverständnis kaum signifikante Zugewinne bei der numerischen Entwicklung innerhalb eines Schuljahres stattfinden. Für eine möglichst gewinnbringende mathematische Intervention sollten laut einer aktuellen Metaanalyse bei Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige

Entwicklung möglichst systematische und explizite Instruktionen Anwendung finden (Schnepel & Aunio, 2021, S. 10). Dabei ist nach Schnepel und Aunio (2021, S. 11) eine hohe Intensität der Interventionen mit mindestens zwei Sitzungen ausschlaggebend.

Die domänenspezifischen Prädiktoren klären die Varianz der abhängigen Variable Kardinalverständnis am besten auf und haben damit für diese die beste Vorhersagekraft innerhalb der Modelle. Darüber hinaus verlieren die Kontrollvariablen Intelligenzminderung und auch in großen Teilen die Lesefähigkeiten ihren signifikanten Einfluss auf das Erreichen des Kardinalverständnisses, wenn die unabhängigen Variablen der Zahl-Größen-Kompetenzen berücksichtigt werden. Daraus kann abgeleitet werden, dass für die Schlüsselkompetenz Kardinalverständnis vor allem die gezielte Förderung der domänenspezifischen Kompetenzen entscheidend ist. Außerdem sprechen die Ergebnisse dafür, das genaue Verhältnis der Variablen Grad der Intelligenzminderung bzw. Lesefähigkeiten mit den Zahl-Größen-Kompetenzen Zahlenfolge, Ziffernkenntnis und Zahlvergleich zu untersuchen, da diese in bedeutendem Maße zusammenhängen. Gleichzeitig kann anhand der Daten erwartungskonform geschlussfolgert werden, dass das Erreichen des Kardinalverständnisses nur durch das Zusammenspiel mit allgemeinen kognitiven Fähigkeiten möglich ist, da hinter den domänenspezifischen Fähigkeiten zu einem gewissen Teil auch der Grad der Intelligenzminderung als Ausdruck der allgemeinen kognitiven Fähigkeiten stehen dürfte. Eine präzise Mengenvorstellung lässt sich nur mit einem Beitrag allgemeiner kognitiver Fähigkeiten erreichen. Eine genauere Analyse der Variablen, beispielsweise anhand einer Faktorenanalyse, könnte Aufschluss über deren genauen Zusammenhang untereinander geben und zeigen, welche Zahl-Größen-Kompetenzen für das Kardinalverständnis entscheidender sind als andere. Daraus ließe sich ableiten, auf welche Kompetenzen bei der Förderung in besonderem Maße eingegangen werden sollte, da sie von einem größeren Gewicht sind als anderer Bereiche.

Je nach Grad der Intelligenzminderung kann zwar von unterschiedlichen Zielsetzungen der mathematischen Bildung im Allgemeinen ausgegangen werden (Garotte et al., 2015, S. 38). Die Ergebnisse der vorliegenden Studie haben aber gezeigt, dass die Zahl-Größen-Kompetenzen nicht unter Verweis auf den Grad der Intelligenzminderung unterschätzt werden sollten. Es gibt einige Schüler:innen mit Einblick in ein einfaches Zahlverständnis im sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung, denen eine mittelgradige Intelligenzminderung zugesprochen wurde. Damit können bei den Zahl-Größen-Kompetenzen durchaus

auch höhere Zahlenräume realistische Ziele für Schüler:innen mit einem IQ zwischen 35 und 49 sein. Sermier Dessemontet et al. (2020, S. 420) sprechen bei Lernenden mit einem non-verbalen IQ zwischen 40 und 55 von einem realistischen Lernziel, innerhalb eines Schuljahres die Kompetenzen auf die Zahlraumstufe 100 oder sogar höher auszuweiten.

Die Befunde geben außerdem Anlass dazu, im Zusammenhang mit der Erforschung der Zahl-Größen-Kompetenzen von Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung auch die Lesefähigkeiten zu beachten. Die Fähigkeit des buchstabenweisen Erlesens erhöht im Vergleich zur vorherigen Stufe der Lesefähigkeit die Chance, ein CPK zu sein, um das 4-fache. Das Besondere ist, dass dieser Schritt innerhalb der Lesefähigkeiten, obwohl die domänenspezifischen Faktoren einen entscheidenden Einfluss haben, für das Erreichen des Kardinalverständnisses signifikant bleibt. In dieser Hinsicht sollten sich die Kulturtechniken im sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung gegenseitig ergänzen. Sowohl die Lesefähigkeiten als auch die Entwicklung der mathematischen Kompetenzen sollten unterrichtsmethodisch miteinander verbunden sein.

7.5 Limitationen

Die vorliegende Arbeit liefert wichtige Erkenntnisse zu der zentralen Kompetenz Kardinalverständnis innerhalb der Entwicklung der Zahl-Größen-Kompetenzen bei Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung. Damit entstand ein neuer Beitrag für ein bisher nicht umfassend erforschtes Themenfeld. Dennoch sind bei der Interpretation der Ergebnisse Limitationen der Studie zu beachten. Diese lassen sich vor allem auf methodische Grenzen zurückführen und werden im Folgenden diskutiert.

7.5.1 Messinstrument

Inhaltstheoretische Fokussierung

Bei der Entwicklung des Messinstruments erfolgte eine inhaltstheoretische Fokussierung, indem das anerkannte entwicklungspsychologische Modell der Zahl-Größen-Entwicklung (ZGV-Modell, Tabelle 2, S. 91) als Grundlage herangezogen wurde. Damit ging eine bewusste Einschränkung auf den beschriebenen Entwicklungsverlauf eines Modells einher, auch wenn damit gewisse Limitationen der Daten in Kauf genommen wurden. Denn mit der

Fokussierung auf ein theoretisches Modell (hier das ZGV-Modell) geht auch ein von vorneherein in gewisser Weise eingeschränktes theoretisches Verständnis einher. Damit war die Erhebung auf die inhaltlichen Definitionen der Zahl-Größen-Kompetenzen im Sinne des ZGV-Modells beschränkt. Unter dieser Prämisse müssen auch die Ergebnisse interpretiert werden, da sich die Analyse auf ein spezielles Kompetenzmodell bezog und potenziell weiterführende Zusammenhänge oder im ZGV-Modell unbeachtete Verknüpfungen nicht erhoben werden konnten. Diese theoretisch-empirische Grundlegung stellt jedoch ein in jüngster Vergangenheit vermehrt verwendetes Modell für wissenschaftliche Erhebungen und Studien innerhalb des sonderpädagogischen Schwerpunktes Geistige Entwicklung dar (Schnepel, 2019; Wullschleger, 2017). Dadurch lassen sich studienübergreifende Vergleiche ziehen, was wiederum den Wert dieser Arbeit hervorhebt.

Für die beschriebene Erhebung wurde das ZGV-Modell nicht in seiner ganzen Komplexität abgebildet, sondern eine Auswahl hinsichtlich der zu erhebenden unabhängigen Variablen (Zahl-Größen-Kompetenzen) getroffen. Diese Auswahl war methodisch begründet. Neben der exakten Zahlenfolge und der Zahlwortkenntnis befinden sich die Größenunterscheidung auf der Ebene der Basisfertigkeiten und die unpräzise Größenrepräsentation auf der Ebene des einfachen Zahlverständnisses des ZGV-Modells. Damit stehen die Bereiche Größenunterscheidung und unpräzise Größenrepräsentation genauso wie die ausgewählten Zahl-Größen-Kompetenzen Zahlenfolge und Zahlwortkenntnis in einem direkten Zusammenhang mit dem Kardinalverständnis, für das innerhalb des Modells die Begrifflichkeit präzise Größenrepräsentation gewählt wird. Bei beiden Kompetenzen (Größenunterscheidung und unpräzise Größenrepräsentation) handelt es sich allerdings um schwer zu erfassende Kompetenzen, da zum einen die Zuschreibung von Größenkategorien individuell sehr unterschiedlich beurteilt werden kann (Krajewski, 2018, S. 14) und somit in Form einer Fremdeinschätzung (Lehrkräftebefragung) nicht valide hätte erfasst werden können. Zum anderen ist die Kompetenz Größenunterscheidung ohne eine computergestützte Erhebung nicht reliabel zu erfassen: Auf dieser Ebene soll eine (noch) nicht zahlengebundene Unterscheidung von Mengen bzw. Größen erfolgen, z. B. von Flächen oder geometrischen Körpern. Auch diskrete Punktmengen können erhoben werden, sofern sichergestellt ist, dass die Punktmengen nicht abgezählt werden können (kurze Präsentationszeit) und gleichzeitig die „Anzahl der Einzelpunkte in den Mengen auch exakt mit der Summe aller Punkte-Flächen

korrespondieren würde“ (Krajewski, 2018, S. 12). Nur mit der Hilfe eines Computers könnten Präsentationszeiten genau kontrolliert und damit standardisiert werden (Krajewski, 2018, S. 12–13). Somit waren diese beiden Kompetenzbereiche im Rahmen der vorliegenden Lehrkräftebefragung nicht adäquat zu erheben. Ihre Erforschung im Zusammenhang mit dem Kardinalverständnis ist aber für zukünftige Forschungsarbeiten ein sehr interessantes Themengebiet.

Gruppeneinteilung CPNK und CPK

Ein zentraler Punkt dieser Arbeit war die Einteilung der abhängigen Variable in zwei unabhängige Gruppen. Unter Anwendung des Cut-off-Wertes wurde eine dichotome Variable generiert. Dieser wurde zwischen den Werten 4 und 5 festgesetzt. Folglich galten Schüler:innen, die das Kardinalverständnis (noch) nicht zeigten bzw. die Kompetenz bis zur Zahl 4 aufwiesen, als cardinal-principle-non-knower (CPNK). All jene Schüler:innen, die laut Einschätzung der Lehrkräfte die Kardinalität mindestens für die Zahl 5 beherrschten, zählten folglich zur Gruppe der cardinal-principle-knower (CPK). Dieser Schritt der angenommenen Generalisierbarkeit der Kompetenz Kardinalverständnis auf höhere Zahlraumstufen ab der Zahl 5 lässt sich anhand empirischer Erkenntnisse bestätigen (Geary et al., 2019, S. 258; Sarnecka & Carey, 2008, S. 664). Diese Erkenntnisse stammen allerdings aus Studien im englischsprachigen Raum und wurden bei Erhebungen mit Lernenden ohne Beeinträchtigung verifiziert. Inwiefern daher die gezogene Grenze für Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung eine vielleicht zu konservative Einteilung darstellt, sich eine Art Übergangsguppe definieren lässt oder aber der Cut-off-Wert identisch auf die Schülerschaft übertragbar ist, gilt es anhand weiterer empirischer Studien zu erheben und schließlich zu diskutieren. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit war eine Analyse des gewählten Cut-off-Wertes selbst methodisch nicht umsetzbar.

Einschätzungen der Lehrkräfte

Mithilfe des Erhebungsinstruments wurden die Lehrkräfte gebeten, Auskunft über Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung zu geben und deren Kompetenzen einzuschätzen. Bei den ausgewerteten Daten handelt es sich folglich um Fremdeinschätzungen von Lehrkräften. Diese methodische Limitation muss bei der Interpretation der Ergebnisse beachtet werden. Kompetenztestungen oder Selbsteinschätzungen

der Schülerschaft wären im Rahmen dieser Studie nicht umsetzbar bzw. leistbar gewesen, da es im Zuge der angestrebten umfassenden quantitativen Erhebung zeitlich und kostentechnisch nicht möglich war, für eine solch große Zahl von Schüler:innen Einzeltestungen durchzuführen. Zusätzlich wären aufgrund eingeschränkter kognitiver und kommunikativer Fähigkeiten für einen Teil der Schülerschaft Selbsteinschätzungs- bzw. Performanzaufgaben nicht durchführbar gewesen. Damit hätte die Gefahr bestanden, je nach gewähltem methodischem Zugang entweder einen Informationsverlust hinnehmen zu müssen oder nicht alle Schüler:innen des sonderpädagogischen Schwerpunktes Geistige Entwicklung in die Stichprobe einzubeziehen. Aus diesen Gründen wurde trotz der beschriebenen methodischen Limitation die Lehrkräftebefragung als angemessenes Erhebungsinstrument angesehen, um die gesamte Schülerschaft in diesem Schwerpunkt abbilden zu können. Es gibt weitere vergleichbare Erhebungen (Bernasconi, 2017; Müller et al., 2020; Scholz et al., 2016), in denen ebenfalls auf eine Einschätzung der Lehrkräfte zurückgegriffen wurde (Ratz & Dworschak, 2021, S. 15).

Zusätzlich wurde mit den in dieser Arbeit verwendeten Erhebungsinstrumenten ein Forschungsinstrument konzipiert, das kein gesondertes Fachwissen der Lehrkräfte erforderte. Die Einschätzung der Zahl-Größen-Kompetenzen erfolgte anhand unterrichtsnaher Beispiele mit am Lehrplan orientierten Zahlraumstufen (Kap. 5.4.1, S. 112). Ein explizites Wissen der Lehrkräfte zur Entwicklung der Zahl-Größen-Kompetenzen wurde daher nicht vorausgesetzt.

Zu diskutieren ist auch die Einschätzung der Intelligenzminderung durch die Lehrkräfte. Es sollte kritisch hinterfragt werden, inwieweit diese in der Lage sind, den IQ der Schüler:innen einzuschätzen. Im Zuge der Zuweisung zum sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung wird eine Testdiagnostik für das sonderpädagogische Gutachten durchgeführt, auf die sich die Lehrkräfte beziehen konnten. Es konnte aber nicht grundsätzlich davon ausgegangen werden, dass das Gutachten beim Ausfüllen der Erhebungsunterlagen vorlag. In einigen Fällen gab es zudem kein Gutachten oder es war keine Intelligenzdiagnostik durchgeführt worden. Daher wurde nicht um die Angabe eines exakten IQ-Wertes gebeten, sondern es sollte der Grad der Intelligenzminderung im Sinne einer Klassifizierung nach der ICD-10 eingeschätzt werden. Dadurch war eine Einteilung in Intelligenzminderungsstufen möglich, ohne Genauigkeit zu simulieren, die im Zuge einer solchen Erhebung nicht

gewährleistet werden konnte. Ohnehin sind die Erfassung und Interpretation der Intelligenz anhand eines exakten IQ-Wertes innerhalb des sonderpädagogischen Schwerpunktes Geistige Entwicklung kritisch zu diskutieren (Kap. 4.1.6, S. 70).

Datenstruktur

Die unterrichtende Lehrkraft und damit verbunden die unterschiedlichen Lernangebote haben einen entscheidenden Einfluss auf die mathematischen Leistungen (Blankson & Blair, 2016, S. 37; Schneider et al., 2013, S. 239). Diese Ebene blieb in den statistischen Analysen unberücksichtigt, da sowohl die Einheit Klasse als auch die Einheit Lehrkraft in der Erhebung nicht codiert wurden und somit der Datensatz nicht unter Berücksichtigung dieser Ebenen auszuwerten war. Bei den generierten Daten handelt es sich um abhängige Daten, da sie in einer hierarchischen Struktur erhoben wurden. Es fand eine mehrstufige Stichprobenziehung statt: Die Daten wurden in ausgewählten Schulen erhoben und dort wiederum in mehreren Schulklassen, in denen die Schüler:innen von der gleichen Lehrkraft beurteilt wurden. Daher ist anzunehmen, dass die Messwerte bei einer beliebigen Variable innerhalb einer Klasse ähnlicher sind als die zwischen verschiedenen Schulklassen. Darüber hinaus gibt es innerhalb einer Schule vermutlich mehr Ähnlichkeiten als zwischen zwei Schulen (Eid, Gollwitzer & Schmitt, 2017, 727). Die Stichprobenziehung fand damit auf mehreren Ebenen statt, womit die Daten nicht unabhängig voneinander sind. Grundsätzlich wird bei einer vorliegenden Verbundenheit von Daten auf Mehrebenenanalysen zurückgegriffen, da sonst das Risiko falscher Schlüsse bei der Interpretation von Zusammenhängen besteht. So kann ein Zusammenhang zweier Variablen über alle Fälle hinweg betrachtet negativ ausfallen, während er getrennt betrachtet für die einzelne Klasse oder die unterrichtende Lehrkraft positiv ausfällt. Das liegt daran, dass sich die einzelnen Klassen hinsichtlich der durchschnittlichen Ausprägung einer Variable voneinander unterscheiden können. Die Zusammenhänge müssten somit in Abhängigkeit von der jeweiligen Ebene betrachtet werden, da sie sich innerhalb derselben anders darstellen als über alle Ebenen hinweg. Mit der sogenannten Intraklassen-Korrelation (intraclass correlation, abgekürzt ICC) kann man das Ausmaß der „Nicht-Unabhängigkeit“ (Eid et al., 2017, 730) messen (Blankson & Blair, 2016, S. 36).

Auf die dargestellten deskriptiven Daten hat deren Verbundenheit keine Auswirkung. Für die berechneten Signifikanzen ist darauf hinzuweisen, dass unter Umständen das Risiko eines

α -Fehlers nicht dem a priori festgelegten Signifikanzniveau entspricht und der Test zu liberal sein könnte (Eid et al., 2017, 731). Wie stark sich dieser statistische Fehler auf die Ergebnisse auswirkt, hängt davon ab, wie stark die Bewertungen des gleichen Lehrers zusammenhängen bzw. wie stark die Klassenzugehörigkeit ausschlaggebend ist, was auf der Grundlage dieses Datensatzes nicht zu bewerten ist. Um die Ergebnisse so verlässlich wie möglich zu gestalten, sollte für zukünftige vergleichbare Studien über eine zusätzliche Kodierung von Lehrkraft und Klasse nachgedacht werden. Diese zusätzlichen Variablen sichern die Möglichkeit einer Verwendung von Mehrebenenmodellen und damit die höchste Verlässlichkeit der Daten. Dennoch ist an dieser Stelle anzumerken, dass in vergleichbaren methodischen Studien im Bereich der Sonderpädagogik solche Daten ebenfalls als unabhängig betrachtet werden und ihre hierarchische Struktur bei der Analyse keine Beachtung findet (Müller et al., 2020). Auf eine Auswertung unter Berücksichtigung der verschiedenen Ebenen wird in diesem Forschungsbereich nur vereinzelt eingegangen (Schnepel, 2019, S. 187–189). Zudem wirft die Erhebung unter Berücksichtigung einer Klassen- bzw. Lehrkräfte-ID je nach Erhebungsmethodik auch datenschutzrechtliche Problematiken auf.

7.5.2 Stichprobe

Aktuelles Bildungssetting Förderschule

Bei der Beschreibung der Stichprobe wurde gezeigt, dass sich diese zu 98.6 % aus Schüler:innen zusammensetzt, die ein Förderzentrum mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung oder eine andere Förderschule besuchen (Kap. 5.3.2, S. 109). Dieser Anteil liegt bei einem Vergleich mit den Zahlen der bayerischen Grundgesamtheit für das Erhebungsjahr 2019/20 über dem Durchschnitt; dort ist er mit 90.6 % angegeben. Folglich werden im Durchschnitt in Bayern 9.4 % an einer Allgemeinen Schule unterrichtet (StMUK, 2020, S. 23, eigene Berechnungen). In der vorliegenden Stichprobe sind es deutlich weniger: 1.4 % der Schüler:innen waren einzelintegriert. Das macht deutlich, dass mit der zugrundeliegenden Stichprobe der Studie gute Aussagen für Schüler:innen getätigt werden können, die eine Förderschule oder eine Partnerklasse besuchen. Für Schüler:innen, die einzelintegriert unterrichtet werden, lassen sich anhand der vorliegenden Untersuchung hingegen nur schwer zuverlässige Aussagen treffen. Sie sind im sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung im Bundesland Bayern unterrepräsentiert. Trotz der inklusiven Bestrebungen wird die

große Mehrheit der Schüler:innen dieses Schwerpunkts in Förderzentren beschult. Die Schüler:innen sind nur „in vergleichsweise geringem Umfang an inklusiver Beschulung beteiligt“ (Ratz, 2017, S. 172). Aktuelle Zahlen sprechen von 13.5 % mit diesem Schwerpunkt, die bundesweit inklusiv beschult werden (KMK, 2020, S.XXI), Bayern liegt mit den bereits genannten 9.4 % an Allgemeinen Schulen etwas darunter (StMUK, 2020, S. 23, eigene Berechnungen). Daher kann davon ausgegangen werden, dass die Ergebnisse der Studie für eine deutliche Mehrheit der Schülerschaft mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung eine gute Aussagekraft haben.

Zusammenfassungen einzelner Kategorien

Bereits die deskriptive Auswertung hat teilweise sehr schwach besetzte Zahlraumstufen für die beiden Gruppen der abhängigen Variable Kardinalverständnis gezeigt. Innerhalb der logistischen Regressionsmodelle führte dies zu schwachen Zellbesetzungen. Folglich wurden Kategorien zusammengefasst (Tabelle 34, S. 224), um große Standardfehler zu vermeiden und die Komplexität des Modells abbilden zu können. Sowohl für die Gruppe CPNK als auch die Gruppe CPK mussten ausreichend absolute Zahlen in den jeweiligen Zahlraumstufen vorhanden sein, um diese vergleichen zu können. Trotz der Zusammenfassung der schwach besetzten Kategorien hatten die Odds Ratio (OR) innerhalb der Modelle teilweise hohe KI-Grenzen. Sehr hohe oder sehr niedrige Grenzen zeigen, dass die Schätzung des Effekts (OR) ungenau ist. An diesen Punkten wichen die Ergebnisse des Bootstrapping-Verfahrens deutlich von den Ergebnissen der ursprünglichen logistischen Regressionsanalyse ab und waren damit weniger zuverlässig. Es lag somit an diesen Stellen eine ungenaue Schätzung vor. Bei weiteren Untersuchungen könnte dies gegebenenfalls durch höhere absolute Zahlen in den jeweiligen Stufen umgangen werden.

8 Ausblick

Die vorliegende Arbeit gab einen Einblick in die Zusammenhänge domänenspezifischer Zahl-Größen-Kompetenzen und weiterer domänenübergreifender Faktoren mit dem Kardinalverständnis bei Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung. Der Einfluss der Zahl-Größen-Kompetenzen auf das Kardinalverständnis wurde anhand mehrerer logistischer Regressionsanalysen auch im Vergleich zu ausgewählten Kontrollvariablen ausführlich analysiert. Zudem wurden die beiden Gruppen *cardinal-principle-non-knower* (CPNK) und *cardinal-principle-knower* (CPK) im sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung anhand relevanter Kontextvariablen, domänenübergreifender Kompetenzen und domänenspezifischer numerischer Kompetenzen charakterisiert. Der quantitative Zugang zu dem Themengebiet gewährt einen umfassenden Einblick in die gesamte Schülerschaft des genannten Schwerpunktes mit ihren Kompetenzen und Gegebenheiten rund um die Schlüsselkompetenz Kardinalverständnis der Zahl-Größen-Entwicklung. An einigen Stellen der Arbeit ist aber deutlich geworden, dass die gewählte Erhebungsmethode an Grenzen stößt. Hier könnte sich eine Reihe vielversprechender Folgestudien anschließen.

Aufgrund methodischer Grenzen konnten nicht alle Bereiche berücksichtigt werden, die in einem potenziell relevanten Zusammenhang mit dem Kardinalverständnis stehen. Zum einen gibt es innerhalb der mathematischen Domäne weitere Zahl-Größen-Kompetenzen wie die Größenunterscheidung und die unpräzise Größenrepräsentation, die untersucht werden könnten. Nach dem entwicklungspsychologischen Aufbau des ZGV-Modells stehen sie ebenfalls in einem direkten Zusammenhang mit der zentralen Kompetenz Kardinalverständnis. Sie lassen sich jedoch nur anhand eines computergestützten Verfahrens reliabel abbilden (Krajewski, 2018, S. 12–13).

Zum anderen könnte sich an die Schlüsselkompetenz Kardinalverständnis die Erforschung des tieferen Zahlverständnisses anschließen. Mit dem erfolgreichen Beherrschen der Kardinalität ist ein wichtiger Schritt im Zuge der numerischen Entwicklung erreicht. Das wirft die Frage auf, inwieweit es im sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung gelingen kann, diese Kompetenz auszubauen und damit einen erfolgreichen Einblick in die Zahlzerlegung oder Zahlrelation zu erlangen. Mit dem Erreichen dieser dritten Ebene des ZGV-

Modells kann sich ein tiefes Zahlverständnis herausbilden, womit beispielsweise auch die erfolgreiche Beherrschung der Grundrechenarten möglich ist. Aktuelle Zahlen zeigen, dass es viele Schüler:innen im sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung gibt, die ohne Material keinen Einblick in die Addition haben (Kroschewski, 2021, S. 147). Die hier vorliegende Studie hat gezeigt, dass zwar bei zwei Dritteln der Schülerschaft die Schlüsselkompetenz Kardinalverständnis vorhanden ist, was einen ersten wichtigen Schritt in Richtung des tieferen Zahlverständnisses bedeutet. Welche weiteren Bereiche aber schließlich noch entscheidend sind, um tatsächlich einen solchen vertieften Einblick zu erlangen und sich damit z. B. auch die Grundrechenarten erschließen zu können, bleibt bisher für den sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung ungeklärt. Vielleicht stellt das Kardinalverständnis auch für einige Schüler:innen ein persönliches Plateau dar. Diese weiterführenden Kompetenzen und Zusammenhänge des ZGV-Modells gilt es für den sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung zu erforschen.

Im Bereich der domänenübergreifenden Einflussfaktoren auf das Kardinalverständnis wäre es von großem Interesse, eine vergleichbare Studie durchzuführen, die zusätzlich situative Parameter berücksichtigt. Damit könnten beispielsweise der Einfluss des Elternhauses, die Lehrkräftepersönlichkeit und die didaktische Gestaltung des Unterrichts mit einbezogen und damit der Frage nachgegangen werden, ob die hier gezeigten niedrigeren Zahl-Größen-Kompetenzen bei Schüler:innen mit schweren Behinderungen vielleicht auch zu einem gewissen Teil mit fehlenden oder nicht adäquaten Bildungsangeboten zusammenhängen. Auch der Zusammenhang mit dem sozioökonomischen Status und der sozialen Herkunft wäre für künftige Studien von Interesse. Die Ergebnisse haben außerdem gezeigt, dass eine weiterführende Untersuchung des Schriftlesens bei der Entwicklung des Kardinalverständnisses von Bedeutung sein kann. Längsschnittliche Untersuchungen könnten Entwicklungsverläufe der Kulturtechniken für den sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung abbilden und damit einen Beitrag zum „Multiple-Pathway-Ansatz“ (Ratz, 2011, S. 19; Schuppener et al., 2021, S. 92) leisten.

Bereits beim Blick auf die methodischen Limitationen wurde deutlich, dass die gewählte Gruppeneinteilung CPNK und CPK auf einem Cut-off-Wert beruht, der bisher nicht bei Schüler:innen mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung untersucht wurde. Es wäre daher aufschlussreich, diese bei Schüler:innen ohne Beeinträchtigungen

festgestellte Generalisierbarkeit des Kardinalverständnisses auf höhere Zahlenräume ab der Zahl 5 für Schüler:innen mit dem genannten Schwerpunkt systematisch zu untersuchen. Nur so kann es zukünftigen Forschungsarbeiten gelingen, belastbare und dann auch vergleichbare Ergebnisse für das Erreichen des Kardinalverständnisses seitens dieser Gruppe zu erhalten.

Abschließend lässt sich festhalten, dass die sehr heterogenen Kompetenzen der Schülerschaft mit sonderpädagogischem Schwerpunkt Geistige Entwicklung erneut deutlich machen, welche hohen didaktischen Ansprüchen die Lehrkräfte sich hier gegenübersehen, wenn es gilt, das Bildungsrecht aller Schüler:innen adäquat zu sichern. Es ist daher weiterhin von großer Bedeutung, diesen Schwerpunkt mit intensiver Forschung zu begleiten, um möglichst viele Erkenntnisse rund um vielversprechende theoretische Grundlagen und Unterrichtsmethoden für die Zielgruppe zu erhalten. „Das macht den Unterrichtserfolg nicht sicher, aber legt ihn nahe“ (Zentel, 2018, S. 22).

Literaturverzeichnis

- Alloway, T. P. & Alloway, R. G. (2010). Investigating the predictive roles of working memory and IQ in academic attainment. *Journal of Experimental Child Psychology*, 106(1), 20–29. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2009.11.003>
- Alloway, T. P., Gathercole, S. E., Adams, A.-M. & Willis, C. (2005). Working memory abilities in children with special educational needs. *Educational & Child Psychology*, 22(4), 56–67.
- Alloway, T. P. & Passolunghi, M. C. (2011). The relationship between working memory, IQ, and mathematical skills in children. *Learning and individual differences*, 21(1), 133–137. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2010.09.013>
- American Psychiatric Association. (2015). *Diagnostisches und Statistisches Manual Psychischer Störungen - DSM-5®*. Deutsche Ausgabe. Göttingen: Hogrefe. Verfügbar unter: <http://elibrary.hogrefe.de/9783840925993/U1>
- Antell, S. E. & Keating, D. P. (1983). Perception of Numerical Invariance in Neonates. *Child Development*, 54(3), 695–701. <https://doi.org/10.2307/1130057>
- Aster, M. v. (2005). Wie kommen Zahlen in den Kopf? Ein Modell der normalen und abweichenden Entwicklung zahlenverarbeitender Hirnfunktionen. In M. v. Aster & J. H. Lorenz (Hrsg.), *Rechenstörungen bei Kindern. Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik* (S. 13–33). Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.
- Aster, M. v., Kucian, K., Schweiter, M. & Martin, E. (2005). Rechenstörungen im Kindesalter. *Monatsschrift Kinderheilkunde*, 153(7), 614–622. <https://doi.org/10.1007/s00112-005-1166-6>
- Backhaus, K. (2011). *Multivariate Analysemethoden. Eine anwendungsorientierte Einführung* (Springer-Lehrbuch, 13., überarbeitete Aufl.). Berlin, Dordrecht, London, New York: Springer.
- Backhaus, K., Erichson, B., Gensler, S., Weiber, R. & Weiber, T. (2021). *Multivariate Analysemethoden. Eine anwendungsorientierte Einführung* (16., vollständig überarbeitete und erweiterte Aufl.). Wiesbaden: Springer Gabler. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-32425-4>
- Backhaus, K., Erichson, B., Plinke, W. & Weiber, R. (2016). *Multivariate Analysemethoden. Eine anwendungsorientierte Einführung* (14., Aufl.). Berlin, Heidelberg: Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-46076-4>

- Baddeley, A. D. (1986). *Working memory*. Oxford: Clarendon Press.
- Baroody, A. J. (1986). Counting Ability of Moderately and Mildly Handicapped Children. *Education and Training of the Mentally Retarded*, 21(4), 289–300.
- Baroody, A. J. (1987). *Children's mathematical thinking. A developmental framework for preschool, primary, and special education teachers*. New York/London: Teachers College Columbia Univ.
- Baroody, A. J. (1988). Number-comparison learning by children classified as mentally retarded. *American Journal on Mental Retardation*, 92(5), 461–471.
- Baroody, A. J. (1999). The development of basic counting, number and arithmetic knowledge among children classified as mentally handicapped. *International Review of Research in Mental Retardation*, 22, 51–103. [https://doi.org/10.1016/S0074-7750\(08\)60131-7](https://doi.org/10.1016/S0074-7750(08)60131-7)
- Bashash, L., Outhred, L. & Bochner, S. (2003). Counting skills and number concepts of students with moderate intellectual disability. *International Review of Research in Mental Retardation*, 50(3), 325–345.
- Baumann, D. (2021). Kommunikative Kompetenzen. In D. Baumann, W. Dworschak, M. Kroschewski, C. Ratz, A. Selmayr & M. Wagner (Hrsg.), *Schülerschaft mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung (SFGE II)* (S. 89–116). Bielefeld: Athena bei wbv.
- Baumann, D., Dworschak, W., Kroschewski, M., Ratz, C., Selmayr, A. & Wagner, M. (Hrsg.). (2021). *Schülerschaft mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung (SFGE II)*. Bielefeld: Athena bei wbv.
- Bayerisches Landesamt für Statistik. (2019). *Förderzentren und Schulen für Kranke in Bayern. Stand: Oktober 2018*. Fürth. Verfügbar unter: https://www.statistik.bayern.de/mam/produkte/veroeffentlichungen/statistische_berichte/b1200c_201800.pdf
- Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus. (1999). *Empfehlungen zum Förderschwerpunkt geistige Entwicklung*. Az.: IV/7 - S8230 - 4/24 956. Verfügbar unter: https://www.gesetze-bayern.de/Content/Document/BayVV_2233_1_UK_154
- Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus. (2020). *Bayerns Schulen in Zahlen 2019/2020* (Reihe A, Bildungsstatistik). München. Verfügbar unter: https://www.km.bayern.de/epaper/bayerns_schule_in_zahlen_2019_2020/files/assets/common/downloads/publication.pdf
- Benoit, L. (2004). Do young children acquire number words through subitizing or counting? *Cognitive Development*, 19, 291–307. <https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2004.03.005>

- Benz, C., Peter-Koop, A. & Grüßing, M. (2015). *Frühe mathematische Bildung. Mathematiklernen der Drei- bis Achtjährigen*. Berlin, Heidelberg: Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-8274-2633-8>
- Bernasconi, T. (2017). Anteil und schulische Situation von Schülerinnen und Schülern mit schwerer und mehrfacher Behinderung an Förderschulen in Nordrhein-Westfalen. Ergebnisse einer empirischen Untersuchung in den Förderschwerpunkten körperliche und motorische Entwicklung und geistige Entwicklung. *Vierteljahresschrift für Heilpädagogik und ihre Nachbargebiete*, 86, 309–324. <https://doi.org/10.2378/vhn2017.art36d>
- Blankson, A. N. & Blair, C. (2016). Cognition and classroom quality as predictors of math achievement in the kindergarten year. *Learning and Instruction*, 41, 32–40. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2015.09.004>
- Bortz, J. & Schuster, C. (2010). *Statistik für Human- und Sozialwissenschaftler* (7., vollständig überarbeitete und erweiterte Aufl.). Berlin, Heidelberg: Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-12770-0>
- Bortz, J. & Weber, R. (2005). *Statistik für Human- und Sozialwissenschaftler. Mit 242 Tabellen* (6., vollständig überarbeitete und erweiterte Aufl.). Heidelberg: Springer. Verfügbar unter: <http://lib.myilibrary.com/detail.asp?id=62156>
- Brainerd, C. J. (1979). *The origins of the number concept*. New York: Praeger.
- Brankaer, C., Ghesquière, P. & Smedt, B. d. (2011). Numerical magnitude processing in children with mild intellectual disabilities. *Research in Developmental Disabilities*, 32(6), 2853–2859.
- Brankaer, C., Ghesquière, P. & Smedt, B. d. (2013). The development of numerical magnitude processing and its association with working memory in children with mild intellectual disabilities. *Research in Developmental Disabilities*, 34(10), 3361–3371. <https://doi.org/10.1016/j.ridd.2013.07.001>
- Bull, R. & Scerif, G. (2001). Executive functioning as a predictor of children's mathematics ability: inhibition, switching, and working memory. *Developmental Neuropsychology*, 19(3), 273–293. https://doi.org/10.1207/S15326942DN1903_3
- Bundesinstitut für Arzneimittel und Medizinprodukte. (2022). *Klassifikationen: BfArM gibt Einblick in erste Version der deutschen ICD-11-Übersetzung. Nr 3/22*. Verfügbar unter: <https://www.bfarm.de/SharedDocs/Pressemitteilungen/DE/2022/pm03-2022.html>

- Bundesinstitut für Bau-, Stadt- und Raumforschung. (2020). *Laufende Raumb Beobachtung – Raumabgrenzungen. Siedlungsstrukturelle Regionstypen*. Verfügbar unter: <https://www.bbsr.bund.de/BBSR/DE/forschung/raumb Beobachtung/Raumabgrenzungen/deutschland/regionen/siedlungsstrukturelle-regionstypen/regionstypen.html>
- Carey, S. (2009). *The origin of concepts*. New York, Oxford: Oxford University Press. Verfügbar unter: <http://www.loc.gov/catdir/enhancements/fy1007/2008029129-d.html>
- Cheong, J. M. Y., Walker, Z. M. & Rosenblatt, K. (2017). Numeracy Abilities of Children in Grades 4 to 6 with Mild Intellectual Disability in Singapore. *International Journal of Disability, Development and Education*, 64(2), 150–168. <https://doi.org/10.1080/1034912X.2016.1188891>
- Chernick, M. R. (2008). *Bootstrap methods. A guide for practitioners and researchers*. Hoboken, NJ: Wiley-Interscience. <https://doi.org/10.1002/9780470192573>
- Clearfield, M. W. & Mix, K. S. (1999). Number versus contour length in infants' discrimination of small visual sets. *Psychological Science*, 10(5), 408–411.
- Clements, D. H. (1984). Training effects on the development and generalization of Piagetian logical operations and knowledge of number. *Journal of Educational Psychology*, 76(5), 766–776. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.76.5.766>
- Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences*. Hillsdale, N.J.: Erlbaum Associates.
- Dederich, M. (2009). Behinderung als sozial- und kulturwissenschaftliche Kategorie. In M. Dederich & W. Jantzen (Hrsg.), *Behinderung und Anerkennung* (S. 15–39). Stuttgart: Kohlhammer Verlag.
- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44(1-2), 1–42.
- Dehaene, S. (1997). *The number sense: How the mind creates mathematics*. New York: Oxford University Press.
- Dehaene, S. (1999). *Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können*. Basel: Birkhäuser.
- Dennis, M., Francis, D. J., Cirino, P. T., Schachar, R., Barnes, M. A. & Fletcher, J. M. (2009). Why IQ is not a covariate in cognitive studies of neurodevelopmental disorders. *Journal of the International Neuropsychological Society : JINS*, 15, 331–343. <https://doi.org/10.1017/S1355617709090481>
- Deutsches Institut für Medizinische Dokumentation und Information. (2005). *Internationale Klassifikation der Funktionsfähigkeit, Behinderung und Gesundheit (ICF)*. Verfügbar unter:

- <https://www.dimdi.de/static/de/klassifikationen/icf/icfhtml2005/zusatz-02-vor-einfuehrung.htm>
- Dilling, H., Mombour, W. & Schmidt, M. H. (2015). *Internationale Klassifikation psychischer Störungen. ICD-10 Kapitel V (F) Klinisch-diagnostische Leitlinien* (10., Aufl., unter Berücksichtigung der Änderungen entsprechend ICD-10-GM 2015). Bern: Hogrefe Verlag.
- Dolscheid, S., Ostrowski, L. & Verlage, H. (2020). Only Approximately the Same: Approximate Number Skills in Typically Developing Children and Children with Down Syndrome. *International Journal of Disability, Development and Education*, 1–10. <https://doi.org/10.1080/1034912X.2020.1821871>
- Donaldson, M. (1982). *Wie Kinder denken. Intelligenz und Schulversagen*. Bern: Huber.
- Döring, N. & Bortz, J. (2016). *Forschungsmethoden und Evaluation in den Sozial- und Humanwissenschaften* (Springer-Lehrbuch, 5., vollständig überarbeitete, aktualisierte und erweiterte Aufl.). Berlin, Heidelberg: Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-41089-5>
- Dornheim, D. (2008). *Prädiktion von Rechenleistung und Rechenschwäche: der Beitrag von Zahlen-Vorwissen und allgemein-kognitiven Fähigkeiten*. Berlin: Logos Verlag.
- Dworschak, W., Kannevischer, S., Ratz, C. & Wagner, M. (Hrsg.). (2012). *Schülerschaft mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung. Eine empirische Studie* (2., überarbeitete Aufl.). Oberhausen: Athena.
- Dworschak, W. & Selmayr, A. (2021). Bildungsbiographische Aspekte. In D. Baumann, W. Dworschak, M. Kroschewski, C. Ratz, A. Selmayr & M. Wagner (Hrsg.), *Schülerschaft mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung (SFGE II)* (S. 57–78). Bielefeld: Athena bei wbv.
- Ehlert, A., Ricken, G. & Fritz, A. (2020). *MARKO-Screening. Mathematik- und Rechenkonzepte im Vorschulalter - Screening*. Manual. Göttingen: Hogrefe.
- Eid, M., Gollwitzer, M. & Schmitt, M. (2017). *Statistik und Forschungsmethoden. Mit Online-Materialien* (5., korrigierte Aufl.). Weinheim, Basel: Beltz.
- Ennemoser, M., Krajewski, K. & Schmidt, S. (2011). Entwicklung und Bedeutung von Mengen-Zahlen-Kompetenzen und eines basalen Konventions- und Regelwissens in den Klassen 5 bis 9. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und pädagogische Psychologie*, 43(4), 228–242.
- Ennemoser, M., Krajewski, K. & Sinner, D. (2017). *MBK 1+. Test mathematischer Basiskompetenzen ab Schuleintritt*. Manual. Göttingen: Hogrefe.

- Ezawa, B. (1996). *Zählen und Rechnen bei geistig behinderten Schülern. Leistungen, Konzepte und Strategien junger Erwachsener mit Hirnfunktionsstörungen*. Frankfurt am Main: Lang.
- Feigenson, L., Carey, S. & Spelke, E. (2002). Infants' Discrimination of Number vs. Continuous Extent. *Cognitive Psychology*, 44(1), 33–66.
- Feigenson, L., Dehaene, S. & Spelke, E. (2004). Core systems of number. *Trends in Cognitive Sciences*, 8(7), 307–314. <https://doi.org/10.1016/j.tics.2004.05.002>
- Feuser, G. (1996). "Geistigbehinderte gibt es nicht!". Projektionen und Artefakte in der Geistigbehindertenpädagogik. *Geistige Behinderung*, 35(1), 18–25.
- Field, A. P. (2018). *Discovering statistics using IBM SPSS statistics* (SAGE edge, 5th edition). London, Thousand Oaks, California: SAGE Publications.
- Fischer, E. & Ratz, C. (Hrsg.). (2017). *Inklusion - Chancen und Herausforderungen für Menschen mit geistiger Behinderung*. Weinheim, Basel: Beltz Juventa.
- Fornefeld, B. (2020). *Grundwissen Geistigbehindertenpädagogik* (UTB Sonderpädagogik, 6., Aufl.). München: Ernst Reinhardt Verlag.
- Francis, D. J., Fletcher, J. M., Stuebing, K. K., Lyon, G. R., Shaywitz, B. A. & Shaywitz, S. E. (2005). Psychometric approaches to the identification of LD: IQ and achievement scores are not sufficient. *Journal of learning disabilities*, 38(2), 98–108. <https://doi.org/10.1177/00222194050380020101>
- Friso-van den Bos, I., van der Ven, S. H., Kroesbergen, E. H. & van Luit, J. E. (2013). Working memory and mathematics in primary school children: A meta-analysis. *Educational Research Review*, 10, 29–44. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2013.05.003>
- Fritz, A., Ehlert, A. & Balzer, L. (2013). Development of mathematical concepts as basis for an elaborated mathematical understanding. *South African Journal of Childhood Education*, 3(1), 38–67.
- Fritz, A., Ehlert, A. & Leutner, D. (2018). Arithmetische Konzepte aus kognitiv-entwicklungspsychologischer Sicht. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 39(1), 7–41. <https://doi.org/10.1007/s13138-018-0131-6>
- Fritz, A., Ehlert, A., Ricken, G. & Balzer, L. (2017). *MARKO-D1+. Mathematik- und Rechenkonzepte bei Kindern der ersten Klassenstufe - Diagnose*. Manual. Göttingen: Hogrefe.
- Fritz, A. & Ricken, G. (2008). *Rechenschwäche*. München: Reinhardt.
- Fuson, K. C. (1988). *Children's counting and concepts of number*. New York: Springer.

- Garotte, A., Moser Opitz, E. & Ratz, C. (2015). Mathematische Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung: Eine Querschnittstudie. *Empirische Sonderpädagogik*, 7(1), 24–40.
- Gasteiger, H. (2010). *Elementare mathematische Bildung im Alltag der Kindertagesstätte. Grundlegung und Evaluation eines kompetenzorientierten Förderansatzes* (Empirische Studien zur Didaktik der Mathematik, Bd. 3). Münster, New York, NY, München, Berlin: Waxmann.
- Gasterstädt, J., Kistner, A. & Adl-Amini, K. (2020). Die Feststellung sonderpädagogischen Förderbedarfs als institutionelle Diskriminierung? Eine Analyse der schulgesetzlichen Regelungen. *Zeitschrift für Inklusion*, (4). Verfügbar unter: <https://www.inklusion-online.net/index.php/inklusion-online/article/view/551>
- Geary, D. C., vanMarle, K., Chu, F. W., Hoard, M. K. & Nugent, L. (2019). Predicting Age of Becoming a Cardinal Principle Knower. *Journal of Educational Psychology*, 111(2), 256–267. Verfügbar unter: <http://dx.doi.org/10.1037/edu0000277>
- Geary, D. C., vanMarle, K., Chu, F. W., Rouder, J., Hoard, M. K. & Nugent, L. (2018). Early Conceptual Understanding of Cardinality Predicts Superior School-Entry Number-System Knowledge. *Association for Psychological Science*, 29(2), 191–205.
- Gelman, R. & Gallistel, C. R. (1986). *The child's understanding of number*. Cambridge, Mass: Harvard University Press. Verfügbar unter: <https://ebookcentral.proquest.com/lib/ub-wuerzburg/detail.action?docID=3300437>
- Gersten, R., Jordan, N. C. & Flojo, J. R. (2005). Early identification and interventions for students with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 38(4), 293–304. <https://doi.org/10.1177/00222194050380040301>
- Greving, H. & Gröschke, D. (2000). Ein praxeologisches Fazit oder Verusch einer Zwischenbilanz. In H. Greving (Hrsg.), *Geistige Behinderung - Reflexionen zu einem Phantom. Ein interdisziplinärer Diskurs um einen Problembegriff* (S. 201–210). Bad Heilbrunn/Obb.: Klinkhardt.
- Grube, D. & Hasselhorn, M. (2006). Längsschnittliche Analysen zur Lese-, Rechtschreib- und Mathematikleistung im Grundschulalter: zur Rolle von Vorwissen, Intelligenz, phonologischem Arbeitsgedächtnis und phonologischer Bewusstheit. In I. Hosenfeld (Hrsg.), *Schulische Leistung. Grundlagen, Bedingungen, Perspektiven* (S. 87–105). Münster: Waxmann.

- Hartmann, J., Ehlert, A. & Fritz, A. (2019). Welche Rolle spielen sprachliche Parameter für die Entwicklung integrierter verbal-numerischer Konzepte im vierten Lebensjahr? *Frühe Bildung*, 8(1), 44–52.
- Hasemann, K. & Gasteiger, H. (2014). *Anfangsunterricht Mathematik* (Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II, 3., überarbeitete und erweiterte Aufl.). Berlin: Springer Spektrum. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-40774-1>
- Hasselhorn, M. & Gold, A. (2017). *Pädagogische Psychologie. Erfolgreiches Lernen und Lehren* (4., aktualisierte Aufl.). Stuttgart: Kohlhammer Verlag. Verfügbar unter: http://www.content-select.com/index.php?id=bib_view&ean=9783170319776
- Hecht, S. A., Torgesen, J. K., Wagner, R. K. & Rashotte, C. A. (2001). The relations between phonological processing abilities and emerging individual differences in mathematical computation skills: a longitudinal study from second to fifth grades. *Journal of Experimental Child Psychology*, 79(2), 192–227. <https://doi.org/10.1006/jecp.2000.2586>
- Henry, L. & Winfield, J. (2010). Working memory and educational achievement in children with intellectual disabilities. *Journal of Intellectual Disability Research : JIDR*, 54(4), 354–365. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2788.2010.01264.x>
- IBM. (2021). *IBM SPSS Statistics 26 documentation*. Verfügbar unter: <https://www.ibm.com/docs/en/spss-statistics/26.0.0?topic=regression-logistic-define-categorical-variables>
- Joél, T. (2017). Das Dilemma der Intelligenzdiagnostik in der Sonderpädagogik: Erläutert anhand der neuen KABC-II. *Zeitschrift für Heilpädagogik*, 68(1), 12–21.
- Jordan, N. C., Glutting, J. & Ramineni, C. (2010). The Importance of Number Sense to Mathematics Achievement in First and Third Grades. *Learning and individual differences*, 20(2), 82–100. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2009.07.004>
- Kabacoff, R. I. (2011). *R in action. Data analysis and graphics with R*. New York: Manning Publications Co.
- Kauermann, G. & Küchenhoff, H. (2011). *Stichproben. Methoden und praktische Umsetzung mit R*. Heidelberg: Springer.
- Kaufmann, L., Nuerk, H.-C., Graf, M., Krinzinger, H., Delazer, M. & Willmes, K. (2009). *TEDI-MATH. Test zur Erfassung numerisch-rechnerischer Fertigkeiten vom Kindergarten bis zur 3. Klasse*. Manual. Bern: Hans Huber.

- Kearns, J., Towles-Reeves, E., Kleinert, H. L., Kleinert, J. O. & Kleine-Kracht Thomas, M. (2011). Characteristics of and Implications for Students Participating in Alternate Assessments Based on Alternate Academic Achievement Standards. *The Journal of Special Education*, 45(1), 3–14. <https://doi.org/10.1177/0022466909344223>
- Kehl, S. & Scholz, M. (2021). Systematisches Literaturreview der Arbeitsgedächtnisbesonderheiten bei Personen mit sogenannter geistiger Behinderung unspezifischer Ätiologie. *Empirische Sonderpädagogik*, 13(2), 110–132. <https://doi.org/10.25656/01:23574>
- Klieme, E., Neubrand, M. & Lüdtke, O. (2001). Mathematische Grundbildung: Testkonzeption und Ergebnisse. In J. Baumert, E. Klieme, M. Neubrand, M. Prenzel, U. Schiefele, W. Schneider et al. (Hrsg.), *PISA 2000. Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich* (S. 138–190). Opladen: Leske + Budrich.
- Koglin, U., Janke, N. & Petermann, F. (2009). Werden IQ-Veränderungen vom Kindergarten- zum Schulalter durch psychosoziale Risikofaktoren beeinflusst? *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und pädagogische Psychologie*, 41(3), 132–141. <https://doi.org/10.1026/0049-8637.41.3.132>
- Kottmann, B. (2018). Macht Diagnostik Selektion? *Zeitschrift für Grundschulforschung*, 11(1), 23–38. <https://doi.org/10.1007/s42278-018-0008-2>
- Krajewski, K. (2002). *Vorhersage von Rechenschwäche in der Grundschule*. Dissertation. Dr. Kovac: Hamburg.
- Krajewski, K. (2005). Vorschulische Mengenbewusstheit von Zahlen und ihre Bedeutung für die Früherkennung von Rechenschwäche. In M. Hasselhorn, H. Marx & W. Schneider (Hrsg.), *Diagnostik von Mathematikleistungen* (Tests und Trends, N.F. 4, S. 49–70). Göttingen: Hogrefe.
- Krajewski, K. (2007). Entwicklung und Förderung der vorschulischen Mengen-Zahlen-Kompetenz und ihre Bedeutung für die mathematischen Schulleistungen. In G. Schulte-Körne (Hrsg.), *Legasthenie und Dyskalkulie: Aktuelle Entwicklungen in Wissenschaft, Schule und Gesellschaft* (S. 325–332). Bochum: Dr. Dieter Winkler.
- Krajewski, K. (2008). Prävention der Rechenschwäche. In W. Schneider & M. Hasselhorn (Hrsg.), *Handbuch der Pädagogischen Psychologie* (Handbuch der Psychologie, Bd. 10, S. 360–370). Göttingen: Hogrefe Verlag GmbH & Co. KG.
- Krajewski, K. (2013). Wie bekommen die Zahlen einen Sinn: ein entwicklungspsychologisches Modell der zunehmenden Verknüpfung von Zahlen und Größen. In M. v. Aster &

- J. H. Lorenz (Hrsg.), *Rechenstörungen bei Kindern: Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik* (2., überarbeitete und erweiterte Aufl., S. 155–180). Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.
- Krajewski, K. (2018). *MBK 0. Test mathematischer Basiskompetenzen im Kindergartenalter*. Manual. Göttingen: Hogrefe.
- Krajewski, K. & Ennemoser, M. (2013). Entwicklung und Diagnostik der Zahl-Größen-Verknüpfung zwischen 3 und 8 Jahren. In M. Hasselhorn, A. Heinze, W. Schneider & U. Trautwein (Hrsg.), *Diagnostik mathematischer Kompetenzen* (Tests und Trends, N.F. 11, S. 41–65). Göttingen: Hogrefe.
- Krajewski, K., Grüßing, M. & Peter-Koop, A. (2009). Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen bis zum Beginn der Grundschulzeit. In A. Heinze & M. Grüßing (Hrsg.), *Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium. Kontinuität und Kohärenz als Herausforderung für den Mathematikunterricht* (S. 17–34). Münster: Waxmann Verlag GmbH.
- Krajewski, K. & Schneider, W. (2006). Mathematische Vorläuferfertigkeiten im Vorschulalter und ihre Vorhersagekraft für die Mathematikleistungen bis zum Ende der Grundschulzeit. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, 53(4), 246–262.
- Krajewski, K. & Schneider, W. (2009a). Early development of quantity to number-word linkage as a precursor of mathematical school achievement and mathematical difficulties: Findings from a four-year longitudinal study. *Learning and Instruction*, 16(6), 513–526.
- Krajewski, K. & Schneider, W. (2009b). Exploring the impact of phonological awareness, visual-spatial working memory, and preschool quantity-number competencies on mathematics achievement in elementary school. Findings from a 3-year longitudinal study. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103(4), 516–531.
- Krajewski, K., Schneider, W. & Nieding, G. (2008). Zur Bedeutung von Arbeitsgedächtnis, Intelligenz, phonologischer Bewusstheit und früher Mengen-Zahlen-Kompetenz beim Übergang vom Kindergarten in die Grundschule. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, 55(2), 100–113. Verfügbar unter: <https://www.reinhardt-journals.de/index.php/peu/article/view/555/2503>
- Krauthausen, G. (2018). *Einführung in die Mathematikdidaktik - Grundschule* (4. Aufl.). Berlin: Springer.
- Kroschewski, M. (2021). Mathematische Kompetenzen. In D. Baumann, W. Dworschak, M. Kroschewski, C. Ratz, A. Selmayr & M. Wagner (Hrsg.), *Schülerschaft mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung (SFGE II)* (S. 135–159). Bielefeld: Athena bei wbv.

- Kuhl, J. & Euker, N. (Hrsg.). (2016). *Evidenzbasierte Diagnostik und Förderung von Kindern und Jugendlichen mit intellektueller Beeinträchtigung*. Bern: Hogrefe (Verlag Hans Huber). Verfügbar unter: <http://elibrary.hogrefe.de/9783456954998>
- Kühn, P., Reding, P. & Valtin, R. (2009). Konzepte der Lesekompetenz. In C. Berg (Hrsg.), *LESELUX. Lesekompetenzen Luxemburger Schüler und Schülerinnen auf dem Prüfstand; PIRLS-Zusatzstudie Deutsch/Französisch* (S. 17–34). Münster: Waxmann.
- Kulig, W., Theunissen, G. & Wüllenweber, E. (2006). Geistige Behinderung. In E. Wüllenweber, G. Theunissen & H. Mühl (Hrsg.), *Pädagogik bei geistigen Behinderungen. Ein Handbuch für Studium und Praxis* (S. 116–127). Stuttgart: Kohlhammer Verlag.
- Kultusministerkonferenz. (1994). *Empfehlungen zur sonderpädagogischen Förderung in den Schulen der Bundesrepublik Deutschland. Beschluss der KMK vom 06.05.1994*. Verfügbar unter: <https://www.kmk.org/themen/allgemeinbildende-schulen/inklusion.html>
- Kultusministerkonferenz. (2005). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich. Beschluss vom 15.10.2004*. Darmstadt: Luchterhand. Verfügbar unter: https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2004/2004_10_15-Bildungsstandards-Mathe-Primar.pdf
- Kultusministerkonferenz. (2015). *Definitionenkatalog zur Schulstatistik 2015*. Verfügbar unter: <https://www.kmk.org/fileadmin/pdf/Statistik/Defkat2015.pdf>
- Kultusministerkonferenz. (2020). *Statistische Veröffentlichungen der Kultusministerkonferenz. Sonderpädagogische Förderung in Schulen 2009 bis 2018*. Dokumentation Nr. 223.
- Kultusministerkonferenz. (2021). *Empfehlungen zur schulischen Bildung, Beratung und Unterstützung von Kindern und Jugendlichen im sonderpädagogischen Schwerpunkt Geistige Entwicklung*. Verfügbar unter: https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/pdf/PresseUndAktuelles/2021/Empfehlung_Geistige_Entwicklung.pdf
- Kultusministerkonferenz. (2022). *Statistische Veröffentlichungen der Kultusministerkonferenz. Sonderpädagogische Förderung in Schulen 2011 bis 2020*. Dokumentation Nr. 231.
- Landerl, K., Kaufmann, L. & Vogel, S. (2017). *Dyskalkulie. Modelle, Diagnostik, Intervention* (utb-studi-e-book, Bd. 3066, 3., überarbeitete und erweiterte Aufl.). München, Basel: Ernst Reinhardt Verlag. <https://doi.org/10.36198/9783838548098>
- Lavatelli-Stendler, C. (1976). *Früherziehung nach Piaget*. München/Basel: Reinhardt.

- Le Corre, M. & Carey, S. (2007). One, two, three, four, nothing more: an investigation of the conceptual sources of the verbal counting principles. *Cognition*, 105, 395–438. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2006.10.005>
- Le Corre, M., van de Walle, G., Brannon, E. M. & Carey, S. (2006). Re-visiting the competence/performance debate in the acquisition of the counting principles. *Cognitive Psychology*, 52(2), 130–169. <https://doi.org/10.1016/j.cogpsych.2005.07.002>
- Lin, X. & Powell, S. R. (2022). The Roles of Initial Mathematics, Reading, and Cognitive Skills in Subsequent Mathematics Performance: A Meta-Analytic Structural Equation Modeling Approach. *Review of Educational Research*, 92(2), 288–325. <https://doi.org/10.3102/00346543211054576>
- Lind, G. (2012). *Effektstärken: Statistische, praktische und theoretische Bedeutsamkeit empirischer Studien*. Verfügbar unter: <http://kops.uni-konstanz.de/handle/123456789/21776>
- Lindmeier, B. & Lindmeier, C. (2006). Aufbau und Entwicklung der Pädagogik bei geistiger Behinderung von 1950 - 1989 in der BRD. In E. Wüllenweber, G. Theunissen & H. Mühl (Hrsg.), *Pädagogik bei geistigen Behinderungen. Ein Handbuch für Studium und Praxis* (S. 41–52). Stuttgart: Kohlhammer Verlag.
- Lindmeier, B. & Lindmeier, C. (2012). *Pädagogik bei Behinderung und Benachteiligung. Band I: Grundlagen*. Stuttgart: Verlag W. Kohlhammer. Verfügbar unter: <http://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:24-epflicht-1282998>
- Mähler, C. (2007). Arbeitsgedächtnisfunktionen bei lernbehinderten Kindern und Jugendlichen. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und pädagogische Psychologie*, 39(2), 97–106. <https://doi.org/10.1026/0049-8637.39.2.97>
- Maier, H. (1990). *Didaktik des Zahlbegriffs. Ein Arbeitsbuch zur Planung des mathematischen Erstunterrichts*. Hannover: Schroedel Schulbuchverlag.
- Marchand, E., Lovelett, J. T., Kendro, K. & Barner, D. (2022). Assessing the knower-level framework: How reliable is the Give-a-Number task? *Cognition*, 222. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2021.104998>
- Maulik, P. K., Mascarenhas, M. N., Mathers, C. D., Dua, T. & Saxena, S. (2011). Prevalence of intellectual disability: a meta-analysis of population-based studies. *Research in Developmental Disabilities*, 32(2), 419–436. <https://doi.org/10.1016/j.ridd.2010.12.018>
- McElvany, N., Kessels, U., Schwabe, F. & Kasper, D. (2017). Geschlecht und Lesekompetenz. In A. Hußmann, H. Wendt, W. Bos, A. Bremerich-Vos, D. Kasper, E.-M. Lankes

- et al. (Hrsg.), *IGLU 2016. Lesekompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich // IGLU 2016* (S. 177–194). Münster: Münster; New York: Waxmann; Waxmann.
- McKenzie, K., Milton, M., Smith, G. & Ouellette-Kuntz, H. (2016). Systematic Review of the Prevalence and Incidence of Intellectual Disabilities: Current Trends and Issues. *Current Developmental Disorders Reports*, (3), 104–115. <https://doi.org/10.1007/s40474-016-0085-7>
- Mehler, J. & Bever, T. G. (1967). Cognitive capacity of very young children. *Science*, 158(3797), 141–142. <https://doi.org/10.1126/science.158.3797.141>
- Mix, K. S., Huttenlocher, J. & Levine, S. C. (2002). *Quantitative development in infancy and early childhood*. Oxford, New York: Oxford University Press.
- Moser Opitz, E. (2008). *Zählen, Zahlbegriff, Rechnen. Theoretische Grundlagen und eine empirische Untersuchung zum mathematischen Erstunterricht in Sonderklassen* (Beiträge zur Heil- und Sonderpädagogik, Bd. 27, 3., Aufl.). Bern, Stuttgart, Wien: Haupt Verlag.
- Moser Opitz, E., Garotte, A. & Ratz, C. (2014). Mathematische Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung: Erste Ergebnisse einer Pilotstudie. *Sonderpädagogische Förderung heute*, 59(1), 19–31.
- Moser Opitz, E., Ruggiero, D. & Wüest, P. (2010). Verbale Zählkompetenzen und Mehrsprachigkeit: Eine Studie mit Kindergartenkindern. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, 57(3), 161–174. <https://doi.org/10.2378/peu2010.art12d>
- Moser Opitz, E., Schnepel, S., Ratz, C. & Iff, R. (2016). Diagnostik und Förderung mathematischer Kompetenzen. In J. Kuhl & N. Euker (Hrsg.), *Evidenzbasierte Diagnostik und Förderung von Kindern und Jugendlichen mit intellektueller Beeinträchtigung* (S. 123–151). Bern: Hogrefe (Verlag Hans Huber).
- Müller, C. M., Amstad, M., Begert, T., Egger, S., Nenniger, G., Schoop-Kasteler Noemi et al. (2020). Die Schülerschaft an Schulen für Kinder und Jugendliche mit einer geistigen Behinderung - Hintergrundmerkmale, Alltagskompetenzen und Verhaltensprobleme. *Empirische Sonderpädagogik*, (4), 347–368.
- Murphy, M. M. & Mazzocco, M. M. M. (2008). Mathematics learning disabilities in girls with fragile X or turner syndrome during late elementary school. *Journal of Learning Disabilities*, 41(1), 29–46. <https://doi.org/10.1177/0022219407311038>

- Musenberg, O., Riegert, J. & Lamers, W. (2015). Innovation und Reduktion. zum Verhältnis von Bildern und Lebenspraxis in der Pädagogik für Menschen mit geistiger Behinderung. *Teilhabe*, 54(2), 54–60. Verfügbar unter: <https://www.lebenshilfe.de/informieren/publikationen/fachzeitschrift-teilhabe/artikeluebersichten-und-katalog>
- National Reading Panel. (2000). *Teaching children to read: An evidence-based assessment of the scientific research literature on reading and its implication for reading instruction*. NIH Publication No. 00-4769. Verfügbar unter: <https://www.nichd.nih.gov/sites/default/files/publications/pubs/nrp/Documents/report.pdf>
- Neuhäuser, G. & Steinhausen, H.-C. (2013). Epidemiologie, Risikofaktoren und Prävention. In G. Neuhäuser, H.-C. Steinhausen, F. Häbeler & K. Sarimski (Hrsg.), *Geistige Behinderung. Grundlagen, Erscheinungsformen und klinische Probleme, Behandlung, Rehabilitation und rechtliche Aspekte* (4., Aufl., S. 15–29). Stuttgart: Kohlhammer Verlag.
- Neuhäuser, G., Steinhausen, H.-C., Häbeler, F. & Sarimski, K. (Hrsg.). (2013). *Geistige Behinderung. Grundlagen, Erscheinungsformen und klinische Probleme, Behandlung, Rehabilitation und rechtliche Aspekte* (4., Aufl.). Stuttgart: Kohlhammer Verlag. Verfügbar unter: <http://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:24-epflicht-1282461>
- Nolte, M. (2015). Kommentar zu Ennemoser, Sinner & Krajewski (2015). Kurz- und langfristige Effekte einer entwicklungsorientierten Mathematikförderung bei Erstklässlern mit drohender Rechenschwäche. *Lernen und Lernstörungen*, 4, 43 – 59. *Lernen und Lernstörungen*, 4(1), 61–64. <https://doi.org/10.1024/2235-0977/a000092>
- Nuerk, H.-C., Moeller, K., Klein, E., Willmes, K. & Fischer, M. H. (2011). Extending the Mental Number Line. *Zeitschrift für Psychologie*, 219(1), 3–22. <https://doi.org/10.1027/2151-2604/a000041>
- Nuerk, H.-C., Moeller, K. & Willmes, K. (2015). Multi-digit Number Processing: overview, conceptual clarifications, and language influences. In R. Cohen Kadosh & A. Dowker (Hrsg.), *The Oxford Handbook of Numerical Cognition*. Oxford University Press. <https://doi.org/10.1093/oxfordhb/9780199642342.013.021>
- Parmar, R. S. & Cawley, J. F. (1991). Challenging the Routines and Passivity That Characterize Arithmetic Instruction for Children with Mild Handicaps. *Remedial and Special Education*, 12(5), 23–32. <https://doi.org/10.1177/074193259101200505>

- Passolunghi, M. C., Lanfranchi, S., Altoè, G. & Sollazzo, N. (2015). Early numerical abilities and cognitive skills in kindergarten children. *Journal of Experimental Child Psychology*, 135, 25–42. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2015.02.001>
- Passolunghi, M. C., Vercelloni, B. & Schadee, H. (2007). The precursors of mathematics learning: Working memory, phonological ability and numerical competence. *Cognitive Development*, 22, 165–184. <https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2006.09.001>
- Paterson, S. J., Girelli, L., Butterworth, B. & Karmiloff-Smith, A. (2006). Are numerical impairments syndrome specific? Evidence from Williams syndrome and Down's syndrome. *Journal of child psychology and psychiatry*, 47(2), 190–204. <https://doi.org/10.1111/j.1469-7610.2005.01460.x>
- Piaget, J. (1967a). Die Genese der Zahl beim Kinde. In H. Abel, L. Froese, H. H. Groothoff, W. Klafki, K. Odenbach & C. Schietzel (Hrsg.), *Rechenunterricht und Zahlbegriff. Die Entwicklung des kindlichen Zahlbegriffes und ihre Bedeutung für den Rechenunterricht* (3. Aufl., S. 50–72). Braunschweig: Westermann.
- Piaget, J. (1967b). *Psychologie der Intelligenz* (3., Aufl.). Zürich und Stuttgart: Rascher Verlag.
- Piaget, J. (1972). *Die Entwicklung des Erkennens I. Das mathematische Denken*. Stuttgart: Klett.
- Piaget, J. (1976). *Die Äquilibration der kognitiven Strukturen* (Konzepte der Humanwissenschaften). Stuttgart: Klett.
- Piaget, J. (2016). *Meine Theorie der geistigen Entwicklung* (4., Aufl.). Weinheim: Beltz.
- Piaget, J. & Szeminska, A. (1972). *Die Entwicklung des Zahlbegriffs beim Kinde*. Stuttgart: Ernst Klett.
- Porter, J. (2020). Can Children with Down Syndrome Judge Relative Quantity? *International Journal of Disability, Development and Education*, 1–15. <https://doi.org/10.1080/1034912X.2020.1830952>
- Praet, M., Titeca, D., Ceulemans, A. & Desoete, A. (2013). Language in the prediction of arithmetics in kindergarten and grade 1. *Learning and individual differences*, 27, 90–96. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2013.07.003>
- Ratz, C. (2009). *Aktiv-entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht bei Schülern mit geistiger Behinderung. Eine qualitative Studie am Beispiel von mathematischen Denkspielen*. Oberhausen: Athena.
- Ratz, C. (2011). Zur Bedeutung einer Fächerorientierung. In C. Ratz (Hrsg.), *Unterricht im Förderschwerpunkt geistige Entwicklung. Fachorientierung und Inklusion als didaktische*

- Herausforderungen* (Lehren und Lernen mit behinderten Menschen, Bd. 21, S. 9–38). Oberhausen: Athena.
- Ratz, C. (2012a). Mathematische Fähigkeiten von Schülern mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung. In W. Dworschak, S. Kannevischer, C. Ratz & M. Wagner (Hrsg.), *Schülerschaft mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung. Eine empirische Studie* (2., überarbeitete Aufl., S. 133–148). Oberhausen: Athena.
- Ratz, C. (2012b). Schriftsprachliche Fähigkeiten von Schülern mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung. In W. Dworschak, S. Kannevischer, C. Ratz & M. Wagner (Hrsg.), *Schülerschaft mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung. Eine empirische Studie* (2., überarbeitete Aufl., S. 111–132). Oberhausen: Athena.
- Ratz, C. (2017). Inklusive Didaktik für den Förderschwerpunkt geistige Entwicklung. In E. Fischer & C. Ratz (Hrsg.), *Inklusion - Chancen und Herausforderungen für Menschen mit geistiger Behinderung* (S. 172–191). Weinheim: Beltz Juventa.
- Ratz, C. & Dworschak, W. (2012). Zur Anlage der Studie SFGE. In W. Dworschak, S. Kannevischer, C. Ratz & M. Wagner (Hrsg.), *Schülerschaft mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung. Eine empirische Studie* (2., überarbeitete Aufl., S. 9–26). Oberhausen: Athena.
- Ratz, C. & Dworschak, W. (2021). Studiendesign. In D. Baumann, W. Dworschak, M. Kroschewski, C. Ratz, A. Selmayr & M. Wagner (Hrsg.), *Schülerschaft mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung (SFGE II)*. Bielefeld: Athena bei wbv.
- Ratz, C. & Selmayr, A. (2021). Schriftsprachliche Kompetenzen. In D. Baumann, W. Dworschak, M. Kroschewski, C. Ratz, A. Selmayr & M. Wagner (Hrsg.), *Schülerschaft mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung (SFGE II)* (S. 117–134). Bielefeld: Athena bei wbv.
- Resnick, L. B. (1983). A Developmental Theory of Number Understanding. In H. P. Ginsburg (Hrsg.), *The development of mathematical thinking* (S. 109–151). New York: Academic Press.
- Resnick, L. B. (1989). Developing mathematical knowledge. *American Psychologist*, 44(2), 162–169.
- Ricken, G., Fritz, A. & Balzer, L. (2011). Mathematik und Rechnen - Test zur Erfassung von Konzepten im Vorschulalter (MARKO-D) - ein Beispiel für einen niveaorientierten Ansatz. *Empirische Sonderpädagogik*, 3(3), 256–271.
- Ricken, G., Fritz, A. & Balzer, L. (2013). *MARKO-D. Mathematik- und Rechenkonzepte im Vorschulalter - Diagnose*. Manual. Göttingen: Hogrefe.

- Salvador-Carulla, L., Reed, G. M., Vaez-Azizi, L. M., Cooper, S.-A., Martinez-Leal, R., Bertelli, M. et al. (2011). Intellectual developmental disorders: towards a new name, definition and framework for "mental retardation/intellectual disability" in ICD-11. *World Psychiatry : Official Journal of the World Psychiatric Association (WPA)*, 10(3), 175–180. <https://doi.org/10.1002/j.2051-5545.2011.tb00045.x>
- Sarnecka, B. W. & Carey, S. (2008). How counting represents number: What children must learn and when they learn it. *Cognition*, 108(3), 662–674.
- Sarnecka, B. W. & Gelman, S. A. (2004). Six does not just mean a lot: preschoolers see number words as specific. *Cognition*, 92(3), 329–352. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2003.10.001>
- Sarnecka, B. W. & Lee, M. D. (2009). Levels of number knowledge during early childhood. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103(3), 325–337.
- Schaeffer, B., Eggleston, V. H. & Scott, J. L. (1974). Number development in young children. *Cognitive Psychology*, 6(3), 357–379. [https://doi.org/10.1016/0010-0285\(74\)90017-6](https://doi.org/10.1016/0010-0285(74)90017-6)
- Schalock, R. L., Luckasson, R. A. & Shogren, K. A. (2007). The Renaming of Mental Retardation: Understanding the Change to the Term Intellectual Disability. *Intellectual and Developmental Disabilities*, 45(2), 116–124. Verfügbar unter: <https://eric.ed.gov/?q=renaming+of+mental+retardation&id=EJ758956>
- Schendera, C. F. G. (2007). *Datenqualität in SPSS*. München: Oldenbourg Wissenschaftsverlag GmbH.
- Schneider, W., Küspert, P. & Krajewski, K. (2013). *Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen* (UTB, Bd. 3899). Paderborn, Stuttgart: Schöningh; UTB GmbH. Verfügbar unter: <http://www.utb-studi-e-book.de/9783838538990>
- Schnepel, S. (2019). *Mathematische Förderung von Kindern mit einer intellektuellen Beeinträchtigung: Eine Längsschnittstudie in inklusiven Klassen*. Münster: Waxmann Verlag.
- Schnepel, S. & Aunio, P. (2021). A systematic review of mathematics interventions for primary school students with intellectual disabilities. *European Journal of Special Needs Education*, 1–16. <https://doi.org/10.1080/08856257.2021.1943268>
- Scholz, M., Wagner, M. & Negwer, M. (2016). Auf dem Weg zur „Restschule“? Die Schülerschaft an Schulen mit dem Förderschwerpunkt motorische Entwicklung in Rheinland-

- Pfalz im Spiegel empirischer Daten. *Zeitschrift für Heilpädagogik*, 22(6), 280–292. Verfügbar unter: <https://scholar.google.com/citations?user=o8ndpdiaaaaj&hl=de&oi=sra>
- Schröder, A. (2014). Förderung mathematischen Lernens mit Kindern mit Spracherwerbsstörungen. In S. Sallat, M. Spreer & C. W. Glück (Hrsg.), *Sprache professionell fördern. Kompetent, vernetzt, innovativ* (Sprachheilpädagogik aktuell, Band 1, S. 91–97). Idstein: Schulz-Kirchner.
- Schröder, E. (1989). *Vom konkreten zum formalen Denken. Individuelle Entwicklungsverläufe von der Kindheit zum Jugendalter*. Bern: Huber.
- Schuppener, S., Schlichting, H., Goldbach, A. & Hauser, M. (2021). *Pädagogik bei zugeschriebener geistiger Behinderung*. Stuttgart: Verlag W. Kohlhammer. Verfügbar unter: http://www.content-select.com/index.php?id=bib_view&ean=9783170252523
- Sella, F., Lanfranchi, S. & Zorzi, M. (2013). Enumeration skills in Down syndrome. *Research in Developmental Disabilities*, 34(11), 3798–3806. <https://doi.org/10.1016/j.ridd.2013.07.038>
- Selmayr, A. (im Druck). *Lesekompetenz von Schülerinnen und Schülern mit geistiger Behinderung und nicht-deutscher Erstsprache*.
- Selmayr, A. & Dworschak, W. (2021). Soziobiographische Aspekte. In D. Baumann, W. Dworschak, M. Kroschewski, C. Ratz, A. Selmayr & M. Wagner (Hrsg.), *Schülerschaft mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung (SFGE II)* (S. 35–56). Bielefeld: Athena bei wbv.
- Sermier Dessemontet, R., Moser Opitz, E. & Schnepel, S. (2020). The Profiles and Patterns of Progress in Numerical Skills of Elementary School Students with Mild and Moderate Intellectual Disability. *International Journal of Disability, Development and Education*, 67(4), 409–423. <https://doi.org/10.1080/1034912X.2019.1608915>
- Siegemund, S. (2016). *Kognitive Lernvoraussetzungen und mathematische Grundbildung von Schülerinnen und Schülern mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung*. Oberhausen: ATHENA-Verlag.
- Siegler, R. S. (2005). Children's learning. *The American psychologist*, 60(8), 769–778. <https://doi.org/10.1037/0003-066X.60.8.769>
- Simon, T. J., Hespos, S. J. & Rochat, P. (1995). Do infants understand simple arithmetic? A replication of Wynn (1992). *Cognitive Development*, 10(2), 253–269. [https://doi.org/10.1016/0885-2014\(95\)90011-X](https://doi.org/10.1016/0885-2014(95)90011-X)

- Soltani, A. & Mirhosseini, S. (2020). The Contribution of General Cognitive Abilities and Specific Number Skills toward Arithmetic Performance in Students with Mild Intellectual Disability. *International Journal of Disability, Development and Education*, 67(5), 547–562. <https://doi.org/10.1080/1034912X.2019.1619673>
- Sophian, C. (1988). Limitations on preschool children's knowledge about counting: Use counting to compare two sets. *Development Psychology*, 24(5), 634–640.
- Sophian, C. (1995). Representation and reasoning in early numerical development: Counting, conservation, and comparison between sets. *Child Development*, 66, 559–577.
- Spaepen, E., Gunderson, E. A., Gibson, D., Goldin-Meadow, S. & Levine, S. C. (2018). Meaning before order: Cardinal principle knowledge predicts improvement in understanding the successor principle and exact ordering. *Cognition*, 180, 59–81.
- Speck, O. (2018). *Menschen mit geistiger Behinderung. Ein Lehrbuch zur Erziehung und Bildung* (13., aktualisierte Aufl.). München: Ernst Reinhardt Verlag. Verfügbar unter: <https://elibrary.utb.de/doi/book/10.2378/9783497610457>
- Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung München. (2019). *LehrplanPLUS Förderschule. Lehrplan für den Förderschwerpunkt geistige Entwicklung*. Verfügbar unter: http://www.isb.bayern.de/foerderschulen/lehrplan/gesamt-pdfs_lehrplanplus/fs_geistige_entwicklung/1711/
- Stanat, P. & Kunter, M. (2001). Geschlechterunterschiede in Basiskompetenzen. In J. Baumert, E. Klieme, M. Neubrand, M. Prenzel, U. Schiefele, W. Schneider et al. (Hrsg.), *PISA 2000. Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich* (S. 249–269). Opladen: Leske + Budrich.
- Starkey, G. S. & McCandliss, B. D. (2014). The emergence of "groupitizing" in children's numerical cognition. *Journal of Experimental Child Psychology*, 126, 120–137. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2014.03.006>
- Starkey, P., Spelke, E. S. & Gelman, R. (1983). Detection of intermodal numerical correspondences by human infants. *Science*, 222(4620), 179–181. <https://doi.org/10.1126/science.6623069>
- Statistisches Bundesamt. (2020). *Pressemitteilung 230 vom 24. Juni 2020*. Wiesbaden. Verfügbar unter: https://www.destatis.de/DE/Presse/Pressemitteilungen/2020/06/PD20_230_227.html

- Statistisches Bundesamt. (2022). *Allgemeinbildende Schulen - Fachserie 11 Reihe 1. Schüler, Schulanfänger, Absolventen und Abgänger: Deutschland, Schuljahr, Geschlecht*. Verfügbar unter: https://www.destatis.de/DE/Themen/Gesellschaft-Umwelt/Bildung-Forschung-Kultur/Schulen/_inhalt.html#sprg475646
- Stern, E. (1998). *Die Entwicklung des mathematischen Verständnisses im Kindesalter*. Lengerich: Pabst.
- Theunissen, G. (2008). Geistige Behinderung und Lernbehinderung: Zwei inzwischen umstrittene Begriffe in der Diskussion. *Geistige Behinderung*, 47(2), 127–136.
- Towles-Reeves, E., Kearns, J., Kleinert, H. L. & Kleinert, J. O. (2009). An Analysis of the Learning Characteristics of Students Taking Alternate Assessments Based on Alternate Achievement Standards. *The Journal of Special Education*, 42(4), 241–254. <https://doi.org/10.1177/0022466907313451>
- Universität Zürich (Universität Zürich, Hrsg.). (2018). *Methodenberatung. Datenanalyse mit SPSS*. Verfügbar unter: <https://www.methodenberatung.uzh.ch/de.html>
- Valtin, R. (2000). Ein Entwicklungsmodell des Rechtschreibenlernens. In R. Valtin (Hrsg.), *Rechtschreiben lernen in den Klassen 1 - 6. Grundlagen und didaktische Hilfen* (S. 17–22). Frankfurt am Main: Grundschulverband - Arbeitskreis Grundschule.
- Van der Molen, M. J., van Luit, J. E., Jongmans, M. J. & van der Molen, M. W. (2007). Verbal working memory in children with mild intellectual disabilities. *Journal of Intellectual Disability Research : JIDR*, 51(2), 162–169. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2788.2006.00863.x>
- Wagner, M. (2021). Intelligenzminderung. In D. Baumann, W. Dworschak, M. Kroschewski, C. Ratz, A. Selmayr & M. Wagner (Hrsg.), *Schülerschaft mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung (SFGE II)*. Bielefeld: Athena bei wbv.
- Wagner, M. & Kannevischer, S. (2012). Einschätzung der Schwere der Behinderung nach ICD-10 und des Pflegebedarfs. In W. Dworschak, S. Kannevischer, C. Ratz & M. Wagner (Hrsg.), *Schülerschaft mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung. Eine empirische Studie* (2., überarbeitete Aufl., S. 87–98). Oberhausen: Athena.
- Weis, M., Müller, K., Mang, J., Heine, J.-H., Mahler, N. & Reiss, K. (2019). Soziale Herkunft, Zuwanderungshintergrund und Lesekompetenz. In K. Reiss, M. Weis, E. Klieme & O. Köller (Hrsg.), *PISA 2018* (S. 129–162). Waxmann Verlag GmbH.

- Weißhaupt, S., Peucker, S. & Wirtz, M. (2006). Diagnose mathematischen Vorwissens im Vorschulalter und Vorhersage von Rechenleistungen und Rechenschwierigkeiten in der Grundschule. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, 53(4), 236–245.
- World Health Organization. (2019). *Eleventh revision of the International Classification of Diseases - ICD-11*. A72/29. Verfügbar unter: https://www.bfarm.de/SharedDocs/Downloads/DE/Kodiersysteme/ICD-11-Resolution-WHA72.pdf?__blob=publicationFile
- Wright, D. B., London, K. & Field, A. P. (2011). Using Bootstrap Estimation and the Plug-in Principle for Clinical Psychology Data. *Journal of Experimental Psychopathology*, 2(2), 252–270. <https://doi.org/10.5127/jep.013611>
- Wullschleger, A. (2017). *Individuell-adaptive Lernunterstützung im Kindergarten* (Empirische Studien zur Didaktik der Mathematik, Band 29). Dissertation. Münster: Waxmann Verlag GmbH.
- Wynn, K. (1990). Children's understanding of counting. *Cognition*, 36(2), 155–193.
- Wynn, K. (1992). Addition and subtraction by human infants. *Nature*, 358, 749–750. <https://doi.org/10.1038/358749a0>
- Xu, F. & Arriaga, R. I. (2007). Number discrimination in 10-month-old infants. *British Journal of Developmental Psychology*, 25, 103–108. <https://doi.org/10.1348/026151005X90704>
- Xu, F. & Spelke, E. S. (2000). Large number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition*, 74(1), B1-B11. [https://doi.org/10.1016/S0010-0277\(99\)00066-9](https://doi.org/10.1016/S0010-0277(99)00066-9)
- Zentel, P. (2018). Evidenzbasierung in der Geistigbehindertenpädagogik - eine Annäherung aus multidisziplinärer Sicht. In Deutsche Interdisziplinäre Gesellschaft zur Förderung für Menschen mit geistiger Behinderung DIFGB (Hrsg.), *Evidenzbasierung. Kontroverse im Kontext von Autismus-Spektrum-Störungen und Geistiger Behinderung* (S. 7–27). Dokumentation der Jahrestagung der DIFGB. Leipzig.
- Zentel, P. & Sarimski, K. (2017). Mathematische Fähigkeiten von Kindern mit Down-Syndrom - Eine Untersuchung mit dem MARKO-D. *Zeitschrift für Heilpädagogik*, (68), 592–601.

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1. Wechselwirkung der verschiedenen Komponenten des bio-psycho-sozialen Modells der ICF (DIMDI, 2005, S. 21).....	17
Abbildung 2. Entwicklungsmodell der Zahl-Größen-Verknüpfung nach Krajewski (2013) (leicht modifizierte Abbildung nach Krajewski 2008).....	48
Abbildung 3. Triple-Code-Modell (Schneider et al., 2013, S. 46, modifiziert nach Debaene, 1992, S. 31).....	56
Abbildung 4. Entwicklungsmodell der Zahlenverarbeitung (Schneider et al., 2013, S. 48, modifiziert nach Aster et al., 2005, S. 618).....	58
Abbildung 5. Verteilung der Gesamtstichprobe nach Schulbesuchsjahren ($n = 1\,055$).....	110
Abbildung 6. Fragebogenausschnitt zur Variable Kardinalverständnis.....	113
Abbildung 7. Fragebogenausschnitt zur Variable Ziffernkenntnis.....	120
Abbildung 8. Fragebogenausschnitt zur Variable Zahlenfolge.....	121
Abbildung 9. Fragebogenausschnitt zur Variable Zahlvergleich	122
Abbildung 10. Verteilung der Grade der Intelligenzminderung (IM) der CPNK ($n = 278$) und der CPK ($n = 677$).....	133
Abbildung 11. Verteilung der Lesefähigkeit der CPNK ($n = 345$) und der CPK ($n = 724$).....	137
Abbildung 12. Verteilung der Schreibfähigkeit der CPNK ($n = 348$) und der CPK ($n = 719$).....	139
Abbildung 13. Verteilung des Textverstehens der CPNK ($n = 326$) und der CPK ($n = 710$).....	140
Abbildung 14. Verteilung der Variable Ziffernkenntnis der CPNK ($n = 352$) und der CPK ($n = 730$).....	143
Abbildung 15. Verteilung der Variable Zahlenfolge der CPNK ($n = 352$) und der CPK ($n = 730$)	145
Abbildung 16. Verteilung der Variable Zahlvergleich der CPNK ($n = 352$) und der CPK ($n = 730$)	146
Abbildung 17. Ausschnitt aus dem elementarisierten Anschreiben für Schüler:innen ab 14 Jahre.....	219
Abbildung 18. Fragebogenausschnitt Variable Geschlecht.....	220
Abbildung 19. Fragebogenausschnitt Variable Alter.....	220
Abbildung 20. Fragebogenausschnitt Variable Schulbesuchsjahr.....	220

Abbildung 21. Fragebogenausschnitt Variable Intelligenzminderung.....	220
Abbildung 22. Fragebogenausschnitt Variable Familiensprache.....	220
Abbildung 23. Fragebogenausschnitt Variable Syndrome.....	220
Abbildung 24. Fragebogenausschnitt Variable Lesefähigkeit und Schreibfähigkeit.....	221
Abbildung 25. Fragebogenausschnitt Textverstehen.....	221
Abbildung 26. Q-Q-Diagramm für die Variable Alter der CPNK ($n = 352$).....	222
Abbildung 27. Q-Q-Diagramm für die Variable Alter der CPK ($n = 730$).....	222
Abbildung 28. Q-Q-Diagramm für die Variable Schulbesuchsjahr der CPNK ($n = 352$).....	223
Abbildung 29. Q-Q-Diagramm für die Variable Schulbesuchsjahr der CPK ($n = 730$).....	223

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1. <i>Prozessbezogene und inhaltsbezogene Kompetenzen für den Mathematikunterricht (KMK, 2005)</i>	24
Tabelle 2. <i>Eigene schematische Darstellung der stufenweisen Entwicklung des Kardinalverständnisses nach Sarnecka und Carey (2008, S. 664)</i>	91
Tabelle 3. <i>Geschlechterverteilung (n = 1 066)</i>	109
Tabelle 4. <i>Altersverteilung (n = 1 068)</i>	109
Tabelle 5. <i>Aktueller Lernort (n = 1 040)</i>	109
Tabelle 6. <i>Deskriptive Statistik Schulbesuchsjahre (n = 1 055)</i>	110
Tabelle 7. <i>Grad der Intelligenzminderung nach ICD-10 (n = 955)</i>	111
Tabelle 8. <i>Familiensprache (n = 1 049)</i>	111
Tabelle 9. <i>Syndrome (n = 1 053)</i>	112
Tabelle 10. <i>Verteilung der Variable Kardinalverständnis in Prozent (N = 1 082)</i>	130
Tabelle 11. <i>Prozentuale Verteilung der Gruppenvariable Kardinalverständnis (N = 1 082)</i>	130
Tabelle 12. <i>Geschlechterverteilung der CPNK (n = 344) und CPK (n = 721)</i>	131
Tabelle 13. <i>Verteilung der Variable Familiensprache Deutsch der CPNK (n = 337) und der CPK (n = 712)</i>	134
Tabelle 14. <i>Anteil der Schüler:innen mit Down-Syndrom innerhalb der Gruppen CPNK (n = 342) und CPK (n = 711)</i>	135
Tabelle 15. <i>Anteil der Schüler:innen mit Fragile-X-Syndrom innerhalb der Gruppen CPNK (n = 342) und CPK (n = 711)</i>	135
Tabelle 16. <i>Verteilung der Variable Lesefähigkeit in Prozent (n = 1 069)</i>	136
Tabelle 17. <i>Verteilung der Variable Schreibfähigkeit in Prozent (n = 1 067)</i>	138
Tabelle 18. <i>Verteilung der Variable Ziffernkenntnis in Prozent (N = 1 082)</i>	142
Tabelle 19. <i>Verteilung der Variable Ziffernkenntnis nach der Transformation in Prozent (N = 1 082)</i>	142
Tabelle 20. <i>Verteilung der Variable Zahlenfolge in Prozent (N = 1 082)</i>	144
Tabelle 21. <i>Verteilung der Variable Zahlenfolge nach der Transformation in Prozent (N = 1 082)</i>	144
Tabelle 22. <i>Verteilung der Variable Zahlvergleich in Prozent (N = 1 082)</i>	146

Tabelle 23. <i>Kategorien der Variable Grad der Intelligenzminderung für die logistische Regression</i>	150
Tabelle 24. <i>Kategorien der Variable Lesefähigkeit für die logistische Regression</i>	150
Tabelle 25. <i>Kategorien der Variable Textverstehen für die logistische Regression</i>	150
Tabelle 26. <i>Kategorien der Variable Zahlenfolge für die logistische Regression</i>	151
Tabelle 27. <i>Kategorien der Variable Zahlvergleich für die logistische Regression</i>	151
Tabelle 28. <i>Ergebnisse der logistischen Regression mit der Kovariate Grad der Intelligenzminderung</i> ..	153
Tabelle 29. <i>Ergebnisse der logistischen Regression mit den Kovariaten Grad der Intelligenzminderung und Lesefähigkeit (Vergleichsmodell)</i>	155
Tabelle 30. <i>Ergebnisse der logistischen Regression mit der Kovariate Grad der Intelligenzminderung, Lesefähigkeit und Textverstehen</i>	157
Tabelle 31. <i>Ergebnisse der logistischen Regression mit den Prädiktoren Zahlenfolge und Zahlvergleich sowie den Kovariaten Grad der Intelligenzminderung und Lesefähigkeit (Prädiktorenmodell)</i>	160
Tabelle 32. <i>Gegenüberstellung der Ergebnisse der logistischen Regression des Vergleichsmodells und des Prädiktorenmodells</i>	163
Tabelle 33. <i>Verteilung der Gesamtstichprobe nach Schulbesuchsjahren (n = 1 055) im Vergleich zur Grundgesamtheit (n = 11 026) in Prozent (Bayerisches Landesamt für Statistik, 2019, S. 21, eigene Berechnungen)</i>	181
Tabelle 34. <i>Übersicht über die Kategorienzusammenfassungen der unabhängigen Variablen für die logistischen Regressionsanalysen</i>	224

Anhänge

	<p>Hallo, wir sind 6 Forscher. Wir arbeiten an der Universität.</p>
	<p>Wir möchten ein Buch schreiben. Wir erforschen etwas für das Buch. Wir interessieren uns für die Kinder und Jugendlichen an deiner Schule!</p>
	<p>Wir haben einen Frage-Bogen gemacht. In dem Frage-Bogen stehen viele Fragen. Wir möchten zum Beispiel wissen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Wie lange gehst du schon in die Schule? • Was machst du gerade im Unterricht?
	<p>Deine Lehrerin oder dein Lehrer füllen diesen Frage-Bogen aus. Dein Name steht nicht auf dem Frage-Bogen.</p>
	<p>Alle Frage-Bögen werden an die Universität geschickt.</p>

Abbildung 17. Ausschnitt aus dem elementarisierten Anschreiben für Schüler:innen ab 14 Jahre

Geschlecht: männlich weiblich divers

Abbildung 18. Fragebogenausschnitt Variable Geschlecht

Wie alt ist die Schülerin/der Schüler? ____ Jahre; ____ Monate

Abbildung 19. Fragebogenausschnitt Variable Alter

Die Schülerin/der Schüler ist aktuell im ____ Schulbesuchsjahr und besucht die GS- MS- BS-Stufe

Abbildung 20. Fragebogenausschnitt Variable Schulbesuchsjahr

Welcher Grad der Intelligenzminderung liegt bei der Schülerin/dem Schüler (nach ICD 10) vor?

- schwerste Intelligenzminderung (IQ <20)
- schwere Intelligenzminderung (IQ 20-34)
- mittlere Intelligenzminderung (IQ 35-49)
- leichte Intelligenzminderung (IQ 50-69)
- keine Intelligenzminderung (IQ >70)

Abbildung 21. Fragebogenausschnitt Variable Intelligenzminderung

Familiensprache: deutsch andere: _____

Abbildung 22. Fragebogenausschnitt Variable Familiensprache

pränatal	<input type="checkbox"/> Down Syndrom	<input type="checkbox"/> Prader-Willi-Syndrom
	<input type="checkbox"/> Fragiles-X-Syndrom	<input type="checkbox"/> Stoffwechselstörung (z.B. Phenylketonurie)
	<input type="checkbox"/> Angelman-Syndrom	<input type="checkbox"/> mütterliche Infektion in der Schwangerschaft (z.B. Röteln, Toxoplasmose)
	<input type="checkbox"/> Williams-Beuren-Syndrom	<input type="checkbox"/> toxische Einwirkungen (Alkohol, Drogen, Medikamente)
	<input type="checkbox"/> Cornelia-de-Lange-Syndrom	

Abbildung 23. Fragebogenausschnitt Variable Syndrome

Lesen und Schreiben von Schrift	
Welche Stufe des Schriftspracherwerbs trifft am ehesten auf sie/ihn zu?	
Lesen	Schreiben
„liest“ (noch) überhaupt nicht <input type="checkbox"/>	„schreibt“ (noch) überhaupt nicht <input type="checkbox"/>
beherrscht „ als ob “- Vorlesen (Nachahmung) <input type="checkbox"/>	beherrscht „ kritzeln “ <input type="checkbox"/>
errät Wörter (aufgrund visueller Merkmale, z.B. McDonalds) <input type="checkbox"/>	 malt Buchstabenreihen (z.B. eigener Name) <input type="checkbox"/>
benennt Lautelemente (beginnende Einsicht in Buchstabe-Laut-Bezug) <input type="checkbox"/>	 schreibt Lautelemente (Anlaute, Wortteile, Silben, „Skelettwörter“, z.B. MS für Maus) <input type="checkbox"/>
erliest buchstabenweise (Einsicht in Buchstabe-Laut-Bezug) <input type="checkbox"/>	 nutzt phonetische Schreibung (nach dem Prinzip „schreibt wie sie/er spricht“) <input type="checkbox"/>
liest fortgeschritten (Lesen in größeren Einheiten, Lautverschmelzung) <input type="checkbox"/>	 verwendet orthographische Muster (einige Rechtschreibregeln) <input type="checkbox"/>
liest durch automatisiertes Worterkennen (ohne Anstrengung) <input type="checkbox"/>	 gute orthographische Kenntnisse <input type="checkbox"/>

Abbildung 24. Fragebogenausschnitt Variable Lesefähigkeit und Schreibfähigkeit

Texte verstehen (bitte nur eine Angabe)	
Sie/er besitzt keine Fähigkeit zum Verstehen selbst einfachster Texte. <input type="checkbox"/>	
Sie/er kann eine einzig explizit gekennzeichnete Information aus einem syntaktisch und inhaltlich einfachen Text entnehmen, wenn der Text Verstehenshinweise und keine konkurrierenden Informationen enthält. <input type="checkbox"/>	
Sie/er kann explizit angegebene Hauptgedanken in einem Text mit vertrauter Form und bekanntem Inhalt lokalisieren und Bezug zum Alltagswissen herstellen. <input type="checkbox"/>	
Sie/er verfügt über weiterentwickelte Kompetenzen beim Textverstehen (z.B. Argumentation über mehrere Abschnitte verfolgen, Interpretation). <input type="checkbox"/>	

Abbildung 25. Fragebogenausschnitt Textverstehen

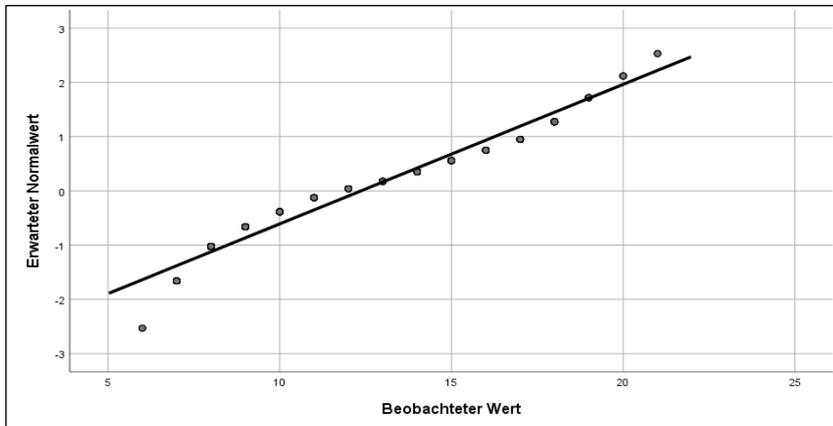


Abbildung 26. Q-Q-Diagramm für die Variable Alter der CPNK ($n = 352$)

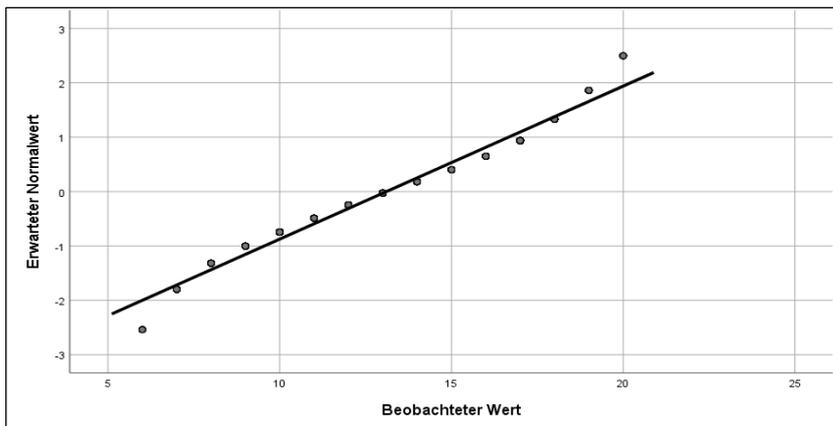


Abbildung 27. Q-Q-Diagramm für die Variable Alter der CPK ($n = 730$)

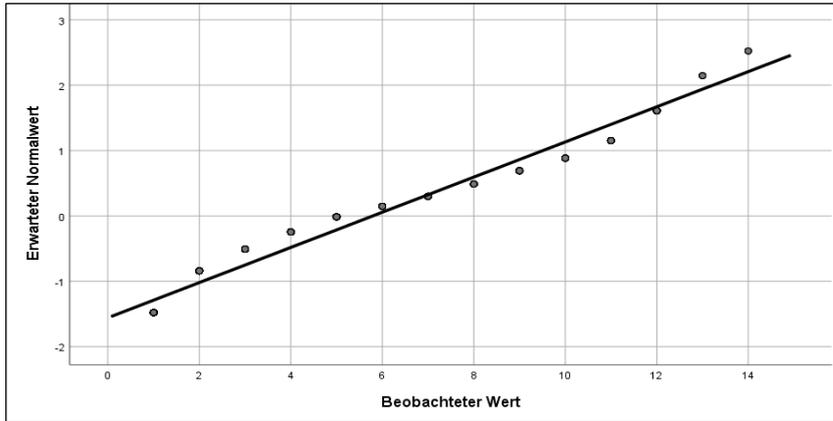


Abbildung 28. Q-Q-Diagramm für die Variable Schulbesuchsjahr der CPNK ($n = 352$)

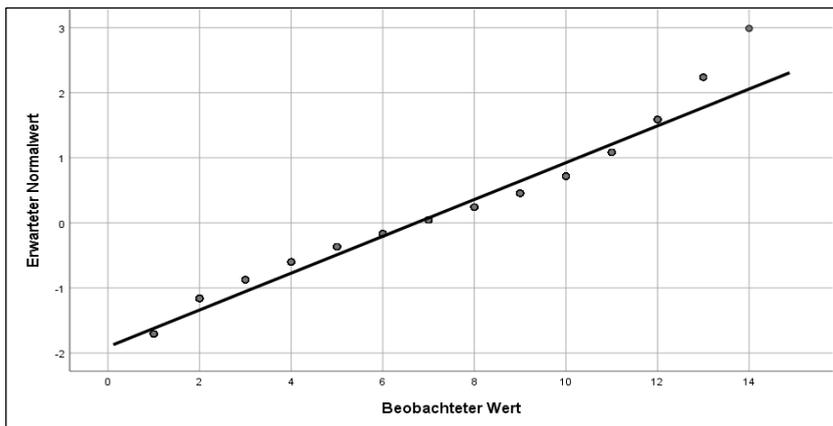


Abbildung 29. Q-Q-Diagramm für die Variable Schulbesuchsjahr der CPK ($n = 730$)

Tabelle 34. Übersicht über die Kategorienzusammenfassungen der unabhängigen Variablen für die logistischen Regressionsanalysen

Grad der Intelligenzminderung	<i>deskriptiv</i>	schwerste IM	schwere IM	mittelgradige IM	leichte IM	keine IM		
	<i>zusammengefasst</i>	schwerste und schwere IM		mittelgradige IM	leichte und keine IM			
Lesefähigkeit	<i>deskriptiv</i>	liest (noch) überhaupt nicht	Als-ob-Vorlesen	Erraten von Wörtern	Benennen von Lautelementen	buchstabenweises Erlesen	fortgeschrittenes Lesen	automatisiertes Worterkennen
	<i>zusammengefasst</i>	liest (noch) überhaupt nicht	Als-ob-Vorlesen	Erraten von Wörtern	Benennen von Lautelementen	buchstabenweises Erlesen	fortgeschrittenes und automatisiertes Lesen	
Textverstehen	<i>deskriptiv</i>	keine Fähigkeit zum Verstehen einfachster Texte		eine explizit gekennzeichnete Information	explizit angegebene Hauptgedanken	weiterentwickelte Kompetenzen		
	<i>zusammengefasst</i>	keine Fähigkeit zum Verstehen einfachster Texte		eine explizit gekennzeichnete Information	explizit angegebene Hauptgedanken oder weiterentwickelte Kompetenzen			
Zahlenfolge	<i>deskriptiv</i>	(noch) nicht	bis 5	bis 10	bis 20	bis 100	über 100	
	<i>zusammengefasst</i>	(noch) nicht	bis 5	bis 10	bis 20	bis 100		
Zahlvergleich	<i>deskriptiv</i>	(noch) nicht	bis 5	bis 10	bis 20	bis 100	über 100	
	<i>zusammengefasst</i>	(noch) nicht	bis 10		bis 20			