

# Nichtlinearer Magnetotransport und memristive Funktionen von nanoelektronischen Bauteilen

Dissertation zur Erlangung des  
naturwissenschaftlichen Doktorgrades  
der Julius-Maximilians-Universität  
Würzburg

vorgelegt von  
**Bettina Brandenstein-Köth**  
Burkardroth-Premich



Würzburg 2010

Eingereicht am  
in der Fakultät für Physik und Astronomie

11.10.2010

1. Gutachter:  
2. Gutachter:  
der Dissertation.

Prof. Dr. Lukas Worschech  
Prof. Dr. Vladimir Dyakonov

1. mündlicher Prüfer:  
2. mündlicher Prüfer:  
3. mündlicher Prüfer:

Prof. Dr. Lukas Worschech  
Prof. Dr. Vladimir Dyakonov  
Prof. Dr. Wolfgang Kinzel

Tag der mündlichen Prüfung:

20.12.2010

*für mich*

# Inhaltsverzeichnis

<b>Zusammenfassung - Summary</b>	<b>1</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>9</b>
<b>2 Theoretische Grundlagen</b>	<b>13</b>
2.1 Mesoskopischer Transport . . . . .	14
2.1.1 Charakteristische Transporteigenschaften . . . . .	14
2.1.2 Niederdimensionale Elektronensysteme . . . . .	18
2.1.3 Zweidimensionales Elektronengas im Magnetfeld . . . . .	20
2.1.4 Eindimensionales Elektronengas im Magnetfeld . . . . .	23
2.1.5 Randstreuung in Quantendrähten . . . . .	24
2.1.6 Magnetfeldasymmetrie im nichtlinearen mesoskopischen Transport- regime . . . . .	25
2.1.7 Phononstreuung in Quantendrähten . . . . .	26
2.2 Memristoren . . . . .	30
2.2.1 Elektronische Grundlagen . . . . .	31
2.2.2 Einzelmemristor . . . . .	33
2.2.3 Frequenzabhängige I-V Charakteristik . . . . .	38
2.2.4 Memristoren in Reihen- und Parallelschaltung . . . . .	40
2.2.5 Memristor-Kondensator-Glied . . . . .	42
<b>3 Nichtlinearer Magnetotransport in asymmetrischen Quantendrähten</b>	<b>46</b>
3.1 Herstellung asymmetrischer Quantendrähte . . . . .	47
3.2 Messaufbau zur Untersuchung der Quantendrähte . . . . .	50
3.3 Transfercharakteristik von Quantendrähten . . . . .	52
3.4 Magnetfeldasymmetrie im nichtlinearen Transportbereich . . . . .	53

<b>4</b>	<b>Magnetotransport in einer Metall-Halbleiter Verbindung</b>	<b>64</b>
4.1	Herstellung der Metall-Halbleiter Verbindung . . . . .	67
4.2	Messaufbau zur Untersuchung der Metall-Halbleiter Struktur . . . . .	68
4.3	I-V Charakteristik in Abhängigkeit des Magnetfeldes und der Zeit . . . . .	69
4.4	Magnetfeldabhängigkeit der Durchbruchspannung . . . . .	72
4.5	Kapazitives Modell zur Beschreibung der Metall-Halbleiter Struktur . . . . .	74
<b>5</b>	<b>Memristoren</b>	<b>78</b>
5.1	Herstellung der Proben . . . . .	79
5.2	Charakteristik eines Memristors . . . . .	81
5.3	Frequenzabhängigkeit eines Memristors . . . . .	84
5.4	Memristorschaltung als Reihen- und Parallelschaltung . . . . .	87
5.5	Memristor-Kondensator-Schaltung (MC-Glied) . . . . .	91
5.6	Umsetzung verschiedener Logiken mittels Memristorsteuerung . . . . .	93
5.6.1	OR-Logik . . . . .	94
5.6.2	NOR-Logik . . . . .	96
5.6.3	IMP-Logik . . . . .	97
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>100</b>
	<b>Veröffentlichungen der Autorin</b>	<b>111</b>
	<b>Danksagung</b>	<b>112</b>
	<b>Lebenslauf</b>	<b>114</b>
	<b>Versicherung an Eides statt</b>	<b>115</b>

# Zusammenfassung

Gegenstand dieser Arbeit sind Transportuntersuchungen an nanoelektronischen Bauelementen, wobei der Schwerpunkt in der Analyse von nichtlinearen Transporteigenschaften hybrider Strukturen stand. Zum Einsatz kamen auf *GaAs* basierende Heterostrukturen mit zum Beispiel kleinen Metallkontakten, die zu Symmetriebrechungen führen. Die Untersuchungen wurden bei tiefen Temperaturen bis hin zu Raumtemperatur durchgeführt. Es kamen zudem magnetische Felder zum Einsatz. So wurden zum einen der asymmetrische Magnetotransport in Nanostrukturen mit asymmetrischer Gateanordnung unter besonderer Berücksichtigung der Phononstreuung analysiert, zum anderen konnte ein memristiver Effekt in *InAs* basierenden Strukturen studiert werden. Des Weiteren konnte ein beachtlicher Magnetowiderstand in miniaturisierten *CrAu-GaAs* Bauelementen beobachtet werden, der das Potential besitzt, als Basis für extrem miniaturisierte Sensoren für den Betrieb bei Raumtemperatur eingesetzt zu werden.

## Magnetfeldsensoren auf Basis von GaAs/AlGaAs Heterostrukturen

Der *GaAs/AlGaAs* Heteroübergang zwischen *GaAs* und *AlGaAs* diente als Grundlage für ein hochbewegliches, zweidimensionales Elektronengas (2DEG), das sich in etwa  $80\text{nm}$  unterhalb der Oberfläche befindet und als leitfähige Quantenschicht diente. Basierend darauf wurden Mesen unterschiedlicher Form geätzt. So fungierte diese Halbleiter-Heterostruktur als Grundlage für zwei verschiedene, in dieser Arbeit untersuchte Strukturen. Mit einem seitlichen, durch einen geätzten Graben realisiertes Gate in Kombination mit einem vertikal auf die Oberfläche aufgedampften, metallischen Top-Gate konnte eine Magnetfeldasymmetrie in Quantendrähten erreicht werden, die in einer bisher nicht beobachteten Größenordnung auftrat und selbst stärker als der Halleffekt in Strukturen gleicher Größe ist. Des Weiteren wurden diese Strukturen als

Schottky-Diode im Durchbruchregime betrieben. Es konnte ein beachtlicher magnetoresistiver Effekt beobachtet werden, wenn der Leckstrom über die Metallelektrode einsetzt. Dies konnte auf eine Abhängigkeit der Lokalisierung der injizierten Ladung von der Magnetfeldstärke zurückgeführt werden.

### **Magnetfeldasymmetrie in Quantendrähten mit asymmetrischen Gates**

Im Detail wurde die Rolle der Gatespannungsdifferenz und des angelegten Magnetfeldes in asymmetrischen Quantendrähten untersucht. Neben dem durch Ätzen eines schmalen Grabens abgetrennten Gates, welches als rauhe Randgrenze des Quantendrahtes diente, wurde des Weiteren das metallische Top-Gate eingesetzt, um je nach angelegter Spannung eine Verarmung des 2DEGs zu verursachen, was wiederum eine glatte Potentialbarriere darstellte. Durch die am Metall-Gate angelegte Spannung konnte der Quantendraht definiert sowie seine Kanalweite variiert werden, wodurch eine Steuerung des Stromflusses im Quantendraht realisiert wurde. Eine Untersuchung dieser Zwei-Terminal Drahtstruktur in Abhängigkeit des Magnetfeldes zeigt eine Leitwertasymmetrie im nichtlinearen Transportbereich. Die Untersuchungen machten deutlich, dass der Leitwert des Quantendrahtes stark von der Streuung der Elektronen an den begrenzenden Rändern des Kanals abhängt. Durch die Ablenkung der Elektronen im Magnetfeld werden diese entweder zur rauhen Randgrenze gelenkt oder zur glatten Kanalbegrenzung, wodurch die Elektronen einen Wechsel zwischen einer elastischen, spiegelnden Streuung an der elektrostatischen Begrenzung und einer inelastischen Streuung an der geätzten, rauhen Grenzfläche erfahren. Dieser Einfluss auf die Leitwertasymmetrie in Abhängigkeit der Magnetfeldumkehr konnte gemessen und ebenfalls anhand der Theorie nach S. K. Lyo et al. auf die Phononstreuung in Abhängigkeit unterschiedlicher Rauigkeiten zurückgeführt und bestätigt werden.[LH06] Des Weiteren zeigt sich auch bei kleinen Magnetfeldern eine Asymmetrie in der Magnetfeldumkehr, was den Einsatz dieser Struktur als Magnetfeldsensor mit einer Sensitivität von  $10 \frac{mV}{T}$  erlaubt.

### **Magneto-resistiver Effekt an Metall-Halbleiter Strukturen**

Für die Untersuchung des magneto-resistiven Effektes bei Raumtemperatur wurde eine auf einer *GaAs/AlGaAs* Heterostruktur aufgedampfte *CrAu* Elektrode als Metall-Kontakt des Schottky-Übergangs verwendet. Durch den Übergang zwischen Metall und Halbleiter kommt es zu einer Bandverbiegung und einer daraus resultierenden Verarmungszone. Eine am Metall-Kontakt angelegte, negative Spannung führt zu einer Vergrößerung dieser Verarmungszone bis es bei genügend großer Spannung, zu einem Durchbruch kommt. Die in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen erfolgten in diesem nichtlinearen Durchbruchbereich. Dabei wurde dieser Bereich in Abhängigkeit des Magnetfeldes näher betrachtet. Es konnte festgestellt werden, dass die Variation des Magnetfeldes zu einer Threshold-Verschiebung in Abhängigkeit der Magnetfeldrichtung führt. Diese Asymmetrie kann unter anderem auf innere Felder sowie auf eine geometrische Asymmetrie des Metall-Kontaktes durch Lithographieprozesse zurückgeführt werden. Des Weiteren konnte für kleine Änderungen des Magnetfeldes eine Spannungsverschiebung gemessen werden, die einer Sensitivität von  $4\frac{V}{T}$  entspricht. Diese Sensitivität liefert z.B. für eine Spannungsauflösung von  $1\mu V$  eine Auflösung von Änderungen im Magnetfeld von  $250nT$ . Der magneto-resistive Effekt wird im Rahmen dieser Arbeit auf die Ausbildung einer Ladungslokalisierung zurückgeführt. Während ohne Anlegen eines Magnetfeldes die Elektronen durch die Doppelbarriere zwischen Metall und Halbleiter direkt ins 2DEG abwandern können, erfahren die Elektronen für angelegte Magnetfelder, nach dem Tunneln durch die Doppelbarriere, eine Ablenkung mit subsequenter inelastischer Streuung. Diese Ablenkung führt dazu, dass die Elektronen am Heteroübergang zwischen *AlGaAs* und *GaAs* vermehrt zurückgestreut werden und wiederum an der Oberfläche eine Rückstreuung erfahren, was zu einer zunehmenden Lokalisierung führt. Mit Hilfe eines kapazitiven Modells konnte die Position dieser Ladungslokalisierung bestimmt werden.

### **Memristoren auf Basis von InAs-Verbindungen**

Die Realisierung der Memristoren basierte auf verschiedene *InAs*-Schichten mit unterschiedlichen Dotierkonzentrationen. Zwischen diesen Schichten wurden beim Wachstum mittels Molekularstrahlepitaxie ausgedehnte Wachstumspausen durchgeführt. Es konnte gezeigt werden, dass an den Stellen, an denen Wachstumspausen gemacht wur-

den, es vermehrt zur Ablagerung von Sauerstoff kommt. Der Memristoreffekt wurde daher auf die Drift von Sauerstoff und den damit verursachten Fehlstellen im elektrischen Feld assoziiert. Durch eine angelegte Spannung entsteht ein elektrisches Feld, das dazu führt, dass Sauerstoff zwischen den dotierten *InAs*-Schichten verschoben wird. Diese Verschiebung führt zu einer Veränderung des Widerstands des Systems. Dieser variable Widerstand, der sich durch das Ändern der angelegten Spannung verstellen lässt, ermöglicht es, nicht nur die Werte 0 und 1 zu speichern, sondern auch beliebige Zwischenwerte, was anhand der untersuchten Transporteigenschaften nachgewiesen werden konnte. Neben diesen charakteristischen Transportuntersuchungen wurde auch die Frequenzabhängigkeit des Memristors näher betrachtet und die theoretischen Prognosen von Leon O. Chua und Sung Mo Kang konnten experimentell bestätigt werden.[Chu71] Des Weiteren wurden, neben den Untersuchungen an einzelnen Memristoren, auch Schaltungen mit zwei Bauteilen realisiert. Dabei konnte festgestellt werden, dass Memristoren in Reihen- und Parallelschaltung das gleiche Verhalten aufweisen, wie es auch bei Widerständen der Fall ist, womit die entsprechenden Modelle von O. Kavehei et al. ebenfalls experimentell bestätigt werden konnten.[ASA10] Neben diesen Schaltungen wurde der Memristor auch in Verbindung mit einem Kondensator als MC-Glied geschaltet. Auch eine Schaltung zweier Memristoren mit jeweils unabhängigen Spannungsquellen lieferte die Grundlage für die Umsetzung verschiedener Logiken. Dabei konnten in Abhängigkeit der Spannungsrichtung unterschiedliche Logiken realisiert werden. Eine Steuerung beider Memristoren im positiven Bereich führte zu einer OR-Logik, während die Betreibung der Memristoren im Negativen eine NOR-Logik zur Folge hatte. Besonders interessant ist die Logik der Implikation, die sich ergibt, wenn ein Memristor im Positiven und der Andere im Negativen geschaltet wird. Dabei besteht die Möglichkeit der asymmetrischen Unterscheidung, d.h. für verschiedene Eingangssignale wird eine direkte Disparität der Ausgangssignale hervorgerufen, während gleiche Eingangssignale keine Unterscheidung liefern.

# Summary

In the frame of this thesis transport investigations of nanoelectronic devices were performed with an emphasis on the analysis of nonlinear transport characteristics of hybrid structures with distinct asymmetries. In particular, devices based on *GaAs/AlGaAs* heterostructures combined with small metal contacts were investigated and pronounced nonlinear transport was found. The transport investigations were conducted at temperatures from  $4.2K$  up to room temperature. Additionally, external magnetic fields were applied, too. An asymmetric magneto transport in nanostructures with asymmetric gate layouts and the role of phonon scattering was analyzed. Also a memristive effect was studied in *InAs* structures. Furthermore, a considerable magneto resistance in miniaturized structures was observed which has the potential to exploit similar devices as miniaturized sensors for application at room temperature.

## **Magnetic field sensors based on GaAs/AlGaAs heterostructures**

The *GaAs/AlGaAs* heterojunction between *GaAs* and *AlGaAs* served as basis for a highly mobile two-dimensional electron gas (2DEG) which is located about  $80nm$  below the sample's surface as a conductive quantum layer. Electron beam lithography and etching techniques were applied to etch mesas with distinct nanoelectronic functions. In this thesis, two kind of studies with these devices are reported. By etching of a narrow trench a lateral side gate was defined. Adjacent to this side gate a vertical metallic top-gate was aligned. Application of a magnetic field leads to a magnetic field asymmetry of the nonlinear conductance. The corresponding voltage value change of this asymmetry was found to be larger than the Hall Effect in structures with similar size. Furthermore, such structures were operated as Schottky diodes in the regime where the metal gate starts to leak.

It was found that the onset voltage of leakage current depends sensitively on the magnetic field strength. This is a considerable magnetoresistive effect, which is interpreted in terms of a magnetic-field dependent charge localization.

### **Magnetic field asymmetry in quantum wires with asymmetric gates**

The role of gate voltage differences and magnetic fields was investigated in asymmetric quantum wires. Beside an etched narrow trench which realized a separated gate that served as a rough edge boundary of the quantum wire, the metallic top gate was used to cause a depletion of the 2DEG according to the voltage applied, which realized a smooth potential barrier. By variation of the voltage applied at the metallic gate the width of the electrostatic potential of the quantum wire is changed. This allows an electrical control of the current in the quantum wire. The investigation of such two-terminal structures shows a conductance asymmetry in the nonlinear transport regime. It was found that the conductance is strongly dependent on the scattering of the electrons with the different boundaries of the channel. Depending on the magnetic field sign and strength the electrons can be deflected either to the rough or to the smooth channel boundary. Thereby the electrons can experience a change from an elastic specular scattering on the electrostatic constriction to an inelastic scattering on the etched rough boundary layer. As a result, the conductance asymmetry depends on the magnetic field direction. This finding was compared with a theory proposed by S. K. Lyo, which considers also the role of phonon scattering in quantum wires with different boundaries.[LH06] Furthermore, the asymmetry was investigated in terms of a sensor. A sensitivity of  $10\frac{mV}{T}$  was determined.

### **Magnetoresistive effect in metal-semiconductor structures**

A thin metal-electrode on top of a *GaAs/AlGaAs* heterostructure was used to inject electrons into the semiconductor by driving such a Schottky-junction in the weak leakage regime, i.e. the current sets in at critically large negative voltages of about  $-2V$ . This nonlinearity was found to show a pronounced magnetoresistive effect which is robust even at room temperature. Detailed transport investigations were performed in this nonlinear regime. Particularly, the dependence of the magnetic field was studied. For small changes of the magnetic field a shift of the voltage which corresponds to a

sensitivity of  $4\frac{V}{T}$  was determined. This gives a resolution of less than  $250nT$  taking a voltage accuracy of  $1\mu V$  into account. The observed magnetoresistive effect is interpreted in terms of a magnetic field dependent charge localization. For zero magnetic field it is assumed that the electrons pass through the depletion layer ballistically entering the 2DEG serving as drain. Application of a magnetic field causes a deflection of the injected electrons at the barrier built-up by the band bended conduction band in the *AlGaAs/GaAs* heterojunction. As a consequence the electrons are scattered back and are again deflected at the Schottky barrier and so on. As a result the electrons become localized in the center of the *AlGaAs* depletion layer, which in turn directly shifts the threshold voltage. By using a capacitive model the position of the localized charge was determined. This model captures the experimental findings very well.

### Memristors based on InAs junctions

The realization of a nanoelectronic memristors is demonstrated on the basis of *InAs* layers with different concentrations of *Si* dopants. By means of molecular beam epitaxy also growth stops were made. It was found that such growth interruptions lead to an increased deposition of oxygen at the site of the growth interruption. The effect of the memristor is associated with the drift of oxygen atoms in an electric field and the subsequent creation of vacancies. In an electric field controlled by a bias voltage the oxygen drifts between the *InAs* layers. This shift causes a change of the resistance as the oxygen vacancies are charged. It is demonstrated that this variable resistance allows to store not only the digital signals 0 and 1 but also intermediate states. In addition, the memristance as a function of the forcing frequency was studied. The theoretical predictions of the Chua-Kang model were confirmed by the experimental data.[Chu71] Also the combination of memristors, in particular the connection of two memristor devices was analyzed. The investigations show that memristors in series and in parallel have the similar characteristic as resistances. Consequently, the model of O. Kavehei et al. could also be confirmed by the experiments with *InAs* junctions.[ASA10] Besides these connections, the memristor was also measured in combination with a capacitor as an MC circuit. The combination of two memristors with independent voltage sources provided the basis for different logic operations. Diverse logics were implemented by exploitation of the dependence on the voltage direction. The control of both

## *Summary*

---

memristors in the positive voltage regime leads to an OR-logic while the control in the negative regime caused a NOR-logic. Especially interesting is the implication logic which could be implemented by controlling one memristor in the positive voltage regime and the other in the negative. This makes asymmetrical differentiations possible. Different input signals generated a direct disparity of the output signals while equal input signals didn't show this differentiation.

# 1 Einleitung

Die immer weiter voranschreitende Miniaturisierung von elektronischen Bauteilen ist wesentlicher Bestandteil in der Entwicklung der modernen Elektronik. Für die Nanoelektronik sind deswegen geeignete Fertigungsverfahren von zentraler Bedeutung, um diese stetige Verkleinerung der Strukturen weiterhin zu ermöglichen. Bald schon sollen solche Strukturen lediglich nur wenige Atome besitzen. Diese auf atomarer Ebene entwickelten Komponenten liefern ganz neuartige Konzepte der Informations-Speicherung und -Verarbeitung, bis hin zur Ausnutzung quantenmechanischer Phänomene bei Raumtemperatur.[Jop06] Eine Realisierung dieser Nanostrukturen kann entweder mit Methoden der Nanostrukturierung, sogenannten 'top-down' Methoden, hergestellt werden oder anhand eines selbstorganisierten Wachstums, dem 'bottom-up' Verfahren. Zu den 'top-down' Verfahren gehören lithographischen Techniken, die auf licht-, elektronen- oder ioneninduziertes Einschreiben von Strukturen in einer Oberfläche basieren und somit immer weitere Verfeinerungen und Miniaturisierungen in den Nanometerbereich ermöglichen. Am Beispiel der Computer- oder Elektronikindustrie ist die Entwicklung von der Makro- über die Mikro- zur Nanoelektronik gut zu beobachten. In Abbildung 1.1 sind für die Wissenschaften Physik, Biologie und Chemie die Entwicklungen hin zur Nanotechnologie skizziert.[VDI]

Vielversprechende Ansätze werden darin gesehen, unterschiedliche Materialien miteinander zu verbinden, um neue Funktionalitäten für eine zukünftige Elektronik ausnutzen zu können. In diesem Zusammenhang ist der Memristoreffekt zu erwähnen, der schon vor 30 Jahren vorhergesagt wurde aber erst durch Anwendung modernster Nanostrukturierungsverfahren entdeckt werden konnte. In jüngster Zeit konnten auch zahlreiche interessante Beobachtungen im nichtlinearen mesoskopischen Transport gemacht werden. So zeigten sich große Magnetowiderstandseffekte in nichtmagnetischen Strukturen, wenn künstlich ein Nichtgleichgewicht der Ladungsträger in Kombination des ballistischen Transports erzeugt werden konnte. Dies ist z.B. mit

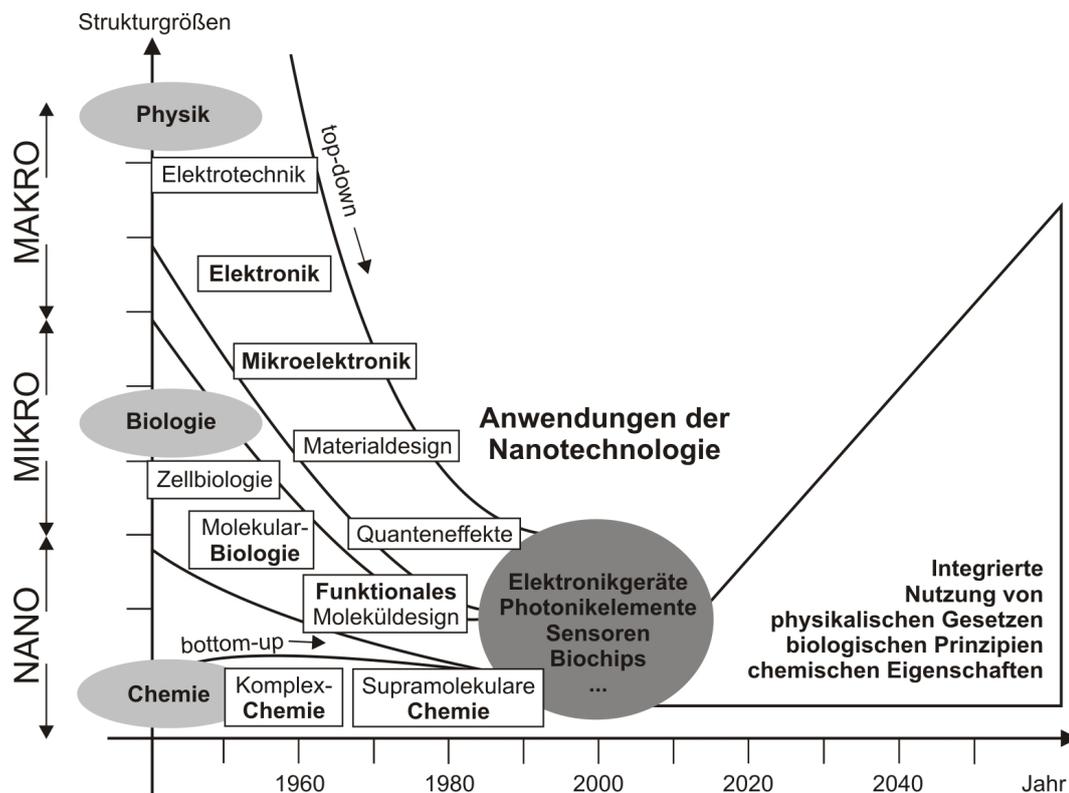


Abb. 1.1: Top-Down- und Bottom-Up-Synthese für die Forschungsbereiche Physik, Biologie und Chemie im Rahmen der Nanotechnologie.[VDI]

Schottky-Kontakten auf einer *GaAs*-Struktur möglich. Ziel dieser Arbeit war es daher bis hin zu Raumtemperatur stabile nichtlineare Transporteffekte wie den Memristor oder große Magnetowiderstände zu untersuchen. Als Basis dienten *GaAs* und *InAs* in Kombination mit Metallelektroden.

Die vorliegende Arbeit beschreibt zunächst theoretische Grundlagen, die verwendeten Technologien zur Herstellung der Proben und die hierzu durchgeführten Experimente mit analytischen Modellen im magnetoasymmetrischen, nichtlinearen mesoskopischen Transport sowie memristive Funktionen und große Magnetowiderstandseffekte in nichtmagnetischen Nanostrukturen.

In **Kapitel 2** werden zunächst die für diese Arbeit notwendigen, theoretischen Grundlagen vorgestellt. Dieses Kapitel unterteilt sich wiederum in zwei Bereiche. Im ersten Teil werden charakteristische Transporteigenschaften in mesoskopischen Systemen beschrieben. Dabei werden wichtige Größen des Ladungstransports und verschiedene Transportbereiche genauer dargestellt. Neben der Betrachtung eines zweidimensionalen Elektronengases im Magnetfeld wird zunächst der Magnetotransport in niederdimensionalen Systemen beschrieben. Detailliert wird auf die Ursachen der Phononstreuung im Quantendraht eingegangen. Der zweite Bereich umfasst die Analyse von Memristoren sowie deren Transporteigenschaften.

Das **Kapitel 3** beschäftigt sich mit der Magnetfeld-Asymmetrie im nichtlinearen Transportbereich. Die asymmetrische Strukturierung der Bauteile erlaubt es, das zweidimensionale Elektronengas anhand eines metallischen Top-Gates sowie eines geätzten Side-Gates lateral einzuschränken, sodass der Elektronentransport im Quantendraht in Abhängigkeit des Magnetfeldes untersucht werden kann. Die daraus resultierende Leitwertasymmetrie, verursacht durch die Ablenkung der Elektronen im Magnetfeld, kann auf die Phononstreuung mit einer Rauigkeit für das geätzte Side-Gate und ohne Rauigkeit für das elektrostatische Potential am metallischen Top-Gate zurückgeführt werden. Die Steuerung dieser Asymmetrie anhand der Gates erlaubt es, solche Strukturen als Magnetfeldsensoren zu realisieren.

Im darauf folgenden **Kapitel 4** werden magneto-resistive Effekte einer Metall-Halbleiter-Verbindung untersucht. Die Untersuchung im nichtlinearen Transport erfolgt im Durchbruchbereich des Schottky-Übergangs in Abhängigkeit des Magnetfelds. Die Variation des Magnetfeldes verursacht eine Threshold-Verschiebung in Abhängigkeit der Magnetfeldrichtung. Des Weiteren konnte eine Spannungsverschiebung von  $100mV$  bei einer Magnetfeldänderung von lediglich  $25mT$  bei fester Vorwärtsspannung beobachtet werden. Die Ursache dieses magneto-resistiven Effektes wird durch die Ladungslokalisierung erklärt, die bei zunehmender Magnetfeldstärke durch die Rückstreuung zwischen Oberfläche und Heteroübergang entsteht. Ein kapazitives Modell gibt die Möglichkeit, die Position der lokalisierten Ladung genau zu definieren.

Im experimentellen **Kapitel 5** liegt der Schwerpunkt in der Untersuchung von Memristoren. Die Transportuntersuchungen am Einzelmemristor zeigen dessen dynamischen Speichereffekt. Die Frequenzabhängigkeit wird genauer beschrieben und mit theoretischen Simulationen verglichen. Neben dem Memristor in einer Reihen- und Parallelschaltung wird auch die Realisierung eines MC-Glieds detailliert dargestellt. Zum Ende des Kapitels wird die Umsetzung verschiedener Logiken mittels voneinander unabhängiger Steuerung beschrieben. Dabei kann gezeigt werden, dass je nach angelegter positiver oder negativer Spannung eine OR- oder NOR-Logik sowie die logische Verknüpfung einer Implikation realisiert werden kann.

## 2 Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel werden die für das Verständnis dieser Arbeit notwendigen theoretischen Grundlagen behandelt. Der erste Teil beschreibt die charakteristischen Transporteigenschaften in mesoskopischen Systemen, welche zwischen den mikroskopischen Systemen der Quantenphysik und den klassischen makroskopischen Systemen liegen. Dabei werden wichtige Größen des Ladungstransports in nanostrukturierten Halbleitern dargestellt sowie die Unterscheidung verschiedener Transportbereiche in solchen Strukturen aufgezeigt. Daraufhin folgt die Betrachtung eines zweidimensionalen Elektronengases (2DEG) im Magnetfeld und somit die anschließende Ausführung des Magnetotransports in niederdimensionalen Systemen. Ein weiteres Unterkapitel beschreibt die Phononstreuung im Quantendraht.

In niederdimensionalen Systemen ist der nichtlineare Transport von geladenen Teilchen interessant, da schon geringe Veränderungen aufgrund kleiner geometrischer Abstände zu hohen elektrischen Feldern führen können. In jüngster Zeit konnte in derartigen Strukturen erstmals der Memristoreffekt nachgewiesen werden, der am Ende des Kapitels beschrieben wird. Es wird auf theoretische Grundlagen des Memristors näher eingegangen. Unter anderem zählen hierzu die Herleitung des Einzelmemristors, die Frequenzabhängigkeit des Memristors sowie die Betrachtung möglicher Memristor-Verschaltungen, einzeln oder mit einer Kapazität.

## 2.1 Mesoskopischer Transport

### 2.1.1 Charakteristische Transporteigenschaften

Moderne Verfahren zur Erzeugung von Strukturen auf Nanometerskala ermöglichen die Herstellung elektronischer Bauteile, in denen sich die Welleneigenschaften der Ladungsträger in den Transporteigenschaften widerspiegeln. Der Ladungstransport kann räumlich gezielt auf wenige Nanometer eingegrenzt werden. Anhand dieser Einschränkung können diese Strukturen in verschiedene Transportbereiche unterteilt und mittels definierter Längenskalen charakterisiert werden. Dazu zählen z.B. die Fermiwellenlänge, die mittlere freie Weglänge sowie die Phasenkohärenzlänge.

#### *Fermiwellenlänge*

Das Pauli-Prinzip besagt, dass Fermionen niemals den gleichen Zustand besetzen dürfen, d.h. sie müssen sich in mindestens einer Quantenzahl unterscheiden. Fermionen füllen daher sukzessive ein Reservoir mit Energiezuständen auf. So ist bei einer Temperatur von  $T = 0K$  die Energie als Fermienergie  $E_F$  definiert, bei der alle Zustände bis zur Energie  $E_F$  besetzt sind und Zustände höherer Energie unbesetzt bleiben. Damit ist die Fermienergie durch die Anzahl der Zustände und die Teilchenzahl im System festgelegt. Die Fermienergie ist mit dem Fermiimpuls verknüpft  $E_F = \frac{p_F^2}{2m}$ , welcher wiederum im Zusammenhang mit der Fermiwellenlänge  $\lambda_F = \frac{h}{p_F}$  steht. Der kleinste Abstand von zwei Punkten mit der gleichen Phase einer Welle wird als Wellenlänge  $\lambda$  bezeichnet. Dabei besitzen zwei Punkte die gleiche Phase, wenn sie im zeitlichen Ablauf die gleiche Bewegungsrichtung und die gleiche Auslenkung bzw. Amplitude aufweisen. Louis-Victor de Broglie entdeckte, dass sich allen Teilchen eine Materiewelle zuordnen lässt [TM07]. Die Wellenlänge einer solchen Materiewelle wird als de-Broglie-Wellenlänge bezeichnet und hängt vom Impuls  $p$  des Teilchens ab. Die de-Broglie-Wellenlänge für stromtragende Elektronen wird auch als Fermiwellenlänge bezeichnet, da für tiefe Temperaturen der Transport im Wesentlichen nahe der Fermikante erfolgt. Somit ist die Fermiwellenlänge definiert als

$$\lambda_F = \frac{2\pi}{k_F}. \quad (2.1)$$

Hierbei stellt  $k_F$  die Fermiwellenzahl dar, welche von der Ladungsträgerdichte  $n_e$  abhängt und mit dieser zunimmt. Für ein zweidimensionales Elektronengas gilt für die Fermiwellenzahl die Beziehung

$$k_F = \sqrt{2\pi n_e}. \quad (2.2)$$

Daraus folgt, dass die Fermiwellenlänge mit zunehmender Ladungsträgerdichte abnimmt. Dieser Zusammenhang liefert für ein 2DEG mit einer Ladungsträgerdichte von  $5 \cdot 10^{11} \text{cm}^{-2}$  eine Fermiwellenlänge von  $35 \text{nm}$ .

### *Mittlere freie Weglänge*

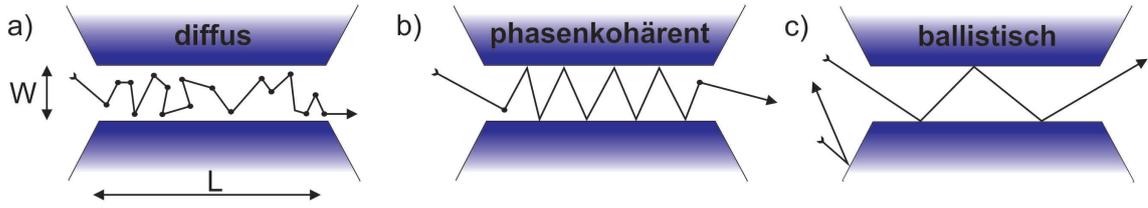
Der Transport von Elektronen und Löchern in Halbleitern kann z.B. durch Verunreinigungen, wie Fremdatomen, Fehlstellen oder Gitterdefekten gestört werden. Die Wechselwirkung mit Phononen bewirkt inelastische Streuungen. Eine wichtige Größe zur Charakterisierung des Transports ist die mittlere freie Weglänge, worunter die durchschnittliche Distanz, die ein Teilchen ohne Wechselwirkung mit anderen Teilchen zurücklegt, verstanden wird. Unsere Untersuchungen erfordern die Betrachtung der Elektronenbewegung in einem perfekten Kristall, welche wie die Bewegung eines freien Elektrons im Vakuum beschrieben werden kann. Weicht nun der Kristall von seiner perfekten Struktur ab, so wird das Teilchen von seinem momentanen Weg abgelenkt. Es erfährt somit Streuprozesse, welche wiederum in elastische und inelastische Streuprozesse unterschieden werden. Bei elastischen Streuungen, beispielsweise an Gitterdefekten, ändert sich weder Energie noch Phase des Elektrons. Der Weg, den ein Elektron zurücklegt bis es eine Impulsänderung durch einen elastischen Stoß erfährt, ist als elastische mittlere freie Weglänge definiert und steht in folgender Beziehung

$$l_m = v_F \tau_m. \quad (2.3)$$

Dabei ist  $v_F$  die Fermigeschwindigkeit und  $\tau_m$  die Impulsrelaxationszeit, respektive auch Drude-Streuzzeit genannt. Für ein 2DEG bei tiefen Temperaturen und  $\mu_e$  als Elektronenbeweglichkeit gilt weiterhin

$$l_m = \frac{\hbar}{e} \mu_e k_F. \quad (2.4)$$

Bei einer *GaAs*-HEMT Struktur ergibt sich eine mittlere freie Weglänge von  $l_e \approx 10 \mu\text{m}$  [BvH91]. Die mittlere freie Weglänge in Halbleiter-Heterostrukturen kann bei tiefen Temperaturen Rekordwerte von  $160 \mu\text{m}$  erreichen [PW99].



**Abb. 2.1:** Schematische Darstellung der verschiedenen Transportbereiche. a) Im diffusen Transportbereich erfährt das Elektron auf seinem Weg mehrere inelastische Streuungen (schwarze Punkte), wodurch es seine Phaseninformation verliert und sich seine Energie ändert. Es gilt:  $L, W \gg l_\Phi, l_m$  b) Im phasenkohärenten Bereich ist die Breite  $W$  des Kanals kleiner als die Phasenkohärenzlänge. Es gilt:  $L < l_\Phi$  c) Im ballistischen Bereich durchquert das Elektron die Struktur ohne gestreut zu werden. Es gilt:  $W \ll L < l_m, l_\Phi$

Elastische Stöße an Störstellen führen zu zufälligen, jedoch reproduzierbaren Änderungen der Transporteigenschaften. Diese hängen von der Konfiguration der Störstellen ab und sind für jede Probe spezifisch.[Czy04]

### *Phasenkohärenzlänge und inelastische mittlere freie Weglänge*

Inelastische Streuungen führen zu unkontrollierbaren Phasenverschiebungen der Elektronenwellenfunktion, was eine Zerstörung der Phaseninformation des Elektrons zur Folge hat. Die typische Längenskala, auf der die Phasenkohärenz durch einen inelastischen Stoß verloren geht, heißt Phasenkohärenzlänge  $l_\Phi$  und ist über die Fermigeschwindigkeit  $v_F$  und die Relaxationszeit  $\tau_\Phi$  definiert

$$l_\Phi = v_F \tau_\Phi. \quad (2.5)$$

Diese verschiedenen Längenskalen und erwähnten Streuereignisse sind für die Klassifizierung der Transportbereiche von Bedeutung. In mesoskopischen Systemen spielt die geometrische Ausdehnung eines elektrischen Bauteils eine entscheidende Rolle. Wird diese Bauteilabmessung mit den zuvor erwähnten charakteristischen Längen verglichen, so können diese den unterschiedlichen Transportbereichen zugeordnet werden. Die wichtigsten Bereiche sind der diffuse, der phasenkohärente und der ballistische Transport, wie in Abbildung 2.1 dargestellt.

### *Diffuser Transport*

Der diffuse, auch klassischer Transport genannt, ist gültig für Bauelemente, deren geometrische Abmessungen ( $L$  entspricht der Länge und  $W$  der Breite) wesentlich größer sind als die oben genannte mittlere freie Weglänge  $l_m$  und die Phasenkohärenzlänge  $l_\Phi$ :

$$L, W \gg l_\Phi, l_m \quad (2.6)$$

Ist dies gegeben, so zeigt das Bauteil eine ohmsche Charakteristik. Der daraus resultierende elektrische Widerstand entsteht anhand der mikroskopischen Streueignisse und ist direkt proportional zu seiner Länge  $L$  und indirekt proportional zu seiner Breite  $W$  bzw. zu seiner Querschnittsfläche [Sch01]. Dieser Transportbereich kann mit Hilfe der Boltzmann-Transportgleichung beschrieben werden [AM08, Kit06].

### *Phasenkohärenter Transport*

Der phasenkohärente Transport ist dadurch gekennzeichnet, dass hier die mesoskopische Abmessung der Struktur kleiner ist als die Phasenkohärenzlänge:

$$L < l_\Phi \quad (2.7)$$

In diesem Bereich treten keine phasenzerstörenden Streuungen in Erscheinung. Leitwertfluktuationen [LW87, DA87], schwache Lokalisierung [LL80, KR96, LC96, Ber83] oder der Aharonov-Bohm-Effekt [AB59] sind z.B. charakteristische Phänomene dieses Transportbereiches.

### *Ballistischer Transport*

Sind nun die geometrischen Abmessungen kleiner als die mittlere freie Weglänge der Elektronen

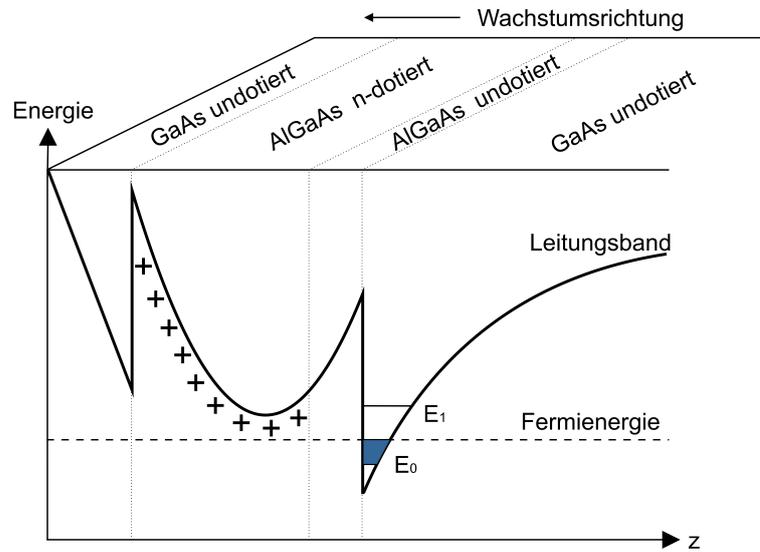
$$W \ll L < l_m, l_\Phi, \quad (2.8)$$

so herrscht ballistischer Transport vor. Das bedeutet, dass das Elektron beim Durchqueren der Struktur im Mittel weder den Verlust der Phaseninformation noch die Änderung seiner Energie erfahren muss. Somit treten Streuungen höchstens an den begrenzenden Rändern der Struktur auf. Ein wichtiges Merkmal des ballistischen Transports in Nanostrukturen ist die Quantisierung des Leitwertes [RJ88, MF88].

## 2.1.2 Niederdimensionale Elektronensysteme

Niederdimensionale Systeme schränken im Vergleich zu dreidimensionalen Systemen die Elektronenbewegung in einer oder mehreren räumlichen Dimensionen ein. Diese Einschränkung wird meist mit 2D, 1D und 0D bezeichnet und gibt an, in wie vielen Dimensionen sich die Elektronen noch frei bewegen können. Diese räumliche Begrenzung bzw. Dimensionsreduzierung in Halbleitermaterialien zeigt gegenüber der Charakteristik von quasi-freien Elektronen einige Besonderheiten bezüglich der Transporteigenschaften. Von großem Interesse ist insbesondere die Einschränkung von Elektronen auf Systeme der Dimensionen 0, 1 oder 2. Dabei entspricht ein nulldimensionales System einem Quantenpunkt (QP), ein eindimensionales System einem Quantendraht (QD) und ein zweidimensionales System einem Quantenfilm (QF). Ein Elektronensystem, welches in einer Richtung durch einen Potentialtopf eingeschränkt ist und dessen Ausdehnung im Bereich der Fermiwellenlänge der Elektronen liegt, wird als zweidimensionales Elektronengas bezeichnet. Mit Epitaxieverfahren, wie zum Beispiel der Molekularstrahlepitaxie, ist es möglich, Strukturen mit sehr kleinen räumlichen Abmessungen zu verwirklichen, die Eigenschaften aufweisen, die auf Quantenphänomenen basieren. Beispiele hierfür sind der Quanten-Hall-Effekt (QHE) in 2DEGs [vKGD80], ballistischer Transport durch einen Quantenpunktkontakt [MF88] oder Elektroneninterferenz (Aharonov-Bohm-Effekt) [AB59, UL85]. Zur Erlangung dieser Charakteristik werden häufig natürliche Rauigkeiten oder Selbstorganisation innerhalb der Grenzschichten bei Heteroepitaxie ausgenutzt. Zwei häufig verwendete Bautypen zur Realisierung zweidimensionaler Elektronengase sind zum einen die Verwendung eines Halbleiters und eines Isolators, an deren Grenzfläche zueinander ein 2DEG entsteht, was bei MOSFETs Verwendung findet [FH66], und zum anderen die Verwendung zweier Halbleiter, wie beispielsweise *GaAs* und *AlAs*, an deren Grenzfläche ebenfalls ein 2DEG entsteht. Da sich die Gitterkonstanten dieser Halbleiter nur wenig voneinander unterscheiden (*GaAs*  $5,653\text{\AA}$ ; *AlAs*  $5,661\text{\AA}$ , beide in Zinkblende-Struktur [Sze81]) wird die Ausbildung von sehr guten Grenzflächen mit einer geringeren Konzentration von Störstellen und Versetzungen ermöglicht.

Die genaue Umsetzung eines 2DEGs wird zum Beispiel realisiert, indem ein n-dotiertes Material mit großer Bandlücke, in dieser Arbeit *AlGaAs*, in Kombination mit einem undotierten Material kleinerer Bandlücke, z.B. *GaAs*, gebracht wird. Aufgrund der



**Abb. 2.2:** Schematische Darstellung einer modulationsdotierten *GaAs/AlGaAs* Heterostruktur zur Erzeugung eines zweidimensionalen Elektronengases. Dieses Elektronengas entsteht durch eine abgestimmte Dotierung, womit eine Bandverbiegung des Leitungsbandes hervorgerufen wird und somit ein Subband mit der Energie  $E_0$  unterhalb der Fermienergie liegt, wodurch ein 2DEG mit hoher Elektronenbeweglichkeit entsteht.

höheren Fermienergie in dem Material mit großer Bandlücke diffundieren Elektronen vom *n-AlGaAs* ins *GaAs* und hinterlassen positiv geladene Donatoren. Diese Raumladung erzeugt ein elektrostatisches Potential und bewirkt an der Grenzschicht dieser Materialien die Verbiegung des Leitungsbandes unter die Fermienergie und somit die Entstehung eines Potentialtopfes. In diesem sammeln sich frei bewegliche Elektronen in zwei Dimensionen an.[SM84, Eis00, VH87, Stö80, GW78b] Durch die Bildung einer ternären Verbindung  $Al_xGa_{1-x}As$  kann die Bandlücke in einem weiten Bereich variiert werden. Mit der sogenannten Modulationsdotierung besteht des Weiteren die Möglichkeit, die Ladungsträger von den Dotieratomen zu trennen, indem zwischen der Dotierung und der 2DEG-Grenzfläche eine Trennschicht, die sogenannte Spacer-Schicht, eingebracht und damit die Streuung der Ladungsträger an den ionisierten Dotieratomen weitestgehend unterdrückt wird. Diese räumliche Trennung des hochbeweglichen 2DEGs von den Atomrümpfen ermöglicht eine hohe Ladungsträgerbeweglichkeit [GW78a], wodurch leistungsstarke Bauelemente realisiert werden können (HEMT). Beispielsweise weist ein 2DEG eine hohe Elektronenbeweglichkeit auf

und es findet ballistischer Transport über mehrere  $10\mu m$  statt. Abbildung 2.2 zeigt einen schematischen Leitungsbandverlauf einer modulationsdotierten  $GaAs/AlGaAs$  Heterostruktur. Dieses 2DEG kann nun mittels Lithographie in weitere Dimensionen reduziert werden, wodurch 1D- und 0D-Systeme entstehen.

### 2.1.3 Zweidimensionales Elektronengas im Magnetfeld

Bewegte Elektronen im Magnetfeld werden in klassischer Betrachtung durch die Lorentzkraft auf Kreisbahnen gezwungen, den sogenannten Zyklotronbahnen. Der Radius dieser spiralähnlichen Bahnen ändert sich mit dem Magnetfeld. Je höher das Magnetfeld ist, desto kleiner wird der Radius. Die Lorentzkraft ist senkrecht zur Bewegung der Elektronen und zum Magnetfeld gerichtet und weist eine zeitliche Impulsänderung auf.[Dem09, FG97]

Um die zeitliche Änderung des  $k$ -Vektors zu erhalten, wird für Elektronen im Festkörper die Beziehung  $m\vec{v} = \hbar\vec{k}$  und  $\vec{v} = \frac{1}{\hbar}\vec{\nabla}_{\vec{k}}E(\vec{k})$  gesetzt. Hiernach ergibt sich für den  $k$ -Vektor:

$$\frac{d\vec{k}}{dt} = \frac{e}{\hbar^2} \left[ \vec{\nabla}_{\vec{k}}E(\vec{k}) \times \vec{B} \right] \quad (2.9)$$

Somit konnte gezeigt werden, dass sich die Elektronen im  $k$ -Raum um das Magnetfeld tangential zu den Flächen konstanter Energie bewegen. Deren Umlaufzeit ist mit

$$T = \int dt = \frac{\hbar}{eB} \oint \frac{d\vec{k}}{[\vec{\nabla}_{\vec{k}}E(\vec{k})]_{\perp}} = \frac{\hbar^2}{eB} \frac{dS}{dE} \quad (2.10)$$

definiert, wobei  $\frac{dS}{dE}$  die Energieabhängigkeit der von der Elektronenbahn eingeschlossenen Fläche ist. Die Umlauffrequenz oder auch Zyklotronfrequenz genannt, ergibt sich dann zu

$$\omega_c = \frac{2\pi}{T} = \frac{eB}{m}. \quad (2.11)$$

Die Betrachtung eines 2DEGs im Magnetfeld auf quantenmechanischer Ebene ermöglicht es, das externe Magnetfeld  $B$  durch das Vektorpotential  $A$ , die z. B. über  $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$  miteinander in Beziehung stehen, auszudrücken. Dabei ist  $B$  invariant unter Eichtransformation, sodass mit dem Elektronenimpuls  $\vec{p}$  und dem Vektorpotential  $\vec{A}$

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} = (0, 0, B_z) \quad (2.12)$$

gilt. Der Hamiltonoperator  $\hat{H}$  eines 2DEGs in einem senkrechten Magnetfeld entspricht der folgenden Beziehung:

$$\hat{H} = \frac{1}{2m^*}(\vec{p} + e\vec{A})^2 \quad (2.13)$$

Damit ergibt sich für die Lösungen der Schrödingergleichung  $\hat{H}\Psi(x, y) = E\Psi(x, y)$

$$\Psi_{n,y_k}(x, y) \sim \exp(ik_z x) \Phi_n(y - y_k), \quad (2.14)$$

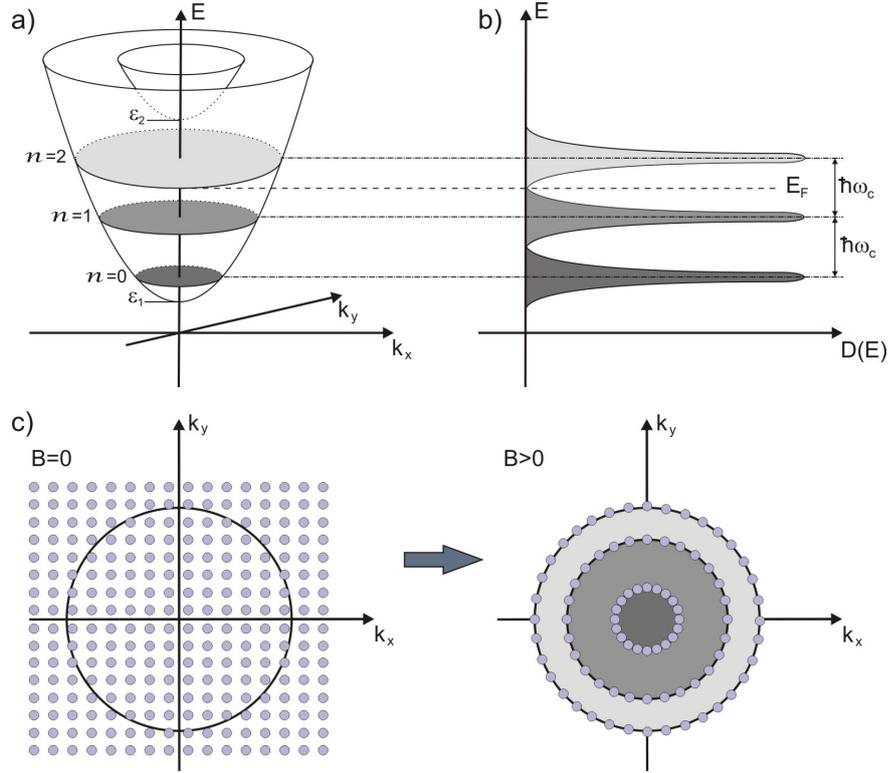
die durch eine Überlagerung einer ebenen Welle  $\exp(ik_z x)$  mit der  $n$ -ten Eigenfunktion  $\Phi_n$  des harmonischen Oszillators und dessen Verschiebung um  $y_k = -\frac{\hbar k_x}{eB}$  entlang der  $y$ -Richtung definiert sind. Somit ergeben sich daraus die Energieeigenwerte des harmonischen Oszillators zu

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_c, \text{ mit } n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.15)$$

$\omega_c$  entspricht dabei der bereits unter Gleichung 2.11 definierten Zyklotronfrequenz. Für das Energiespektrum des Gesamtsystems ergibt sich

$$E_{l,n} = \epsilon_l + E_n = \epsilon_l + \hbar\omega_c \left(n + \frac{1}{2}\right). \quad (2.16)$$

Diese Gesamtenergie enthält durch das Einschluss-Potential in  $z$ -Richtung neben der Subband-Quantisierung  $\epsilon_l$  ebenso die Landau-Quantisierung in der  $xy$ -Ebene aufgrund des homogenen Magnetfeldes. Die Subbänder spalten also im homogenen Magnetfeld in Landau-Niveaus  $E_n$  auf, wobei zwei Landau-Niveaus mit aufeinander folgenden Quantenzahlen  $n$  stets den Abstand  $\hbar\omega_c$  haben, was in Abbildung 2.3 a) zu erkennen ist.[Jac02] Die Eigenenergiewerte  $E_{l,n}$  eines 2DEGs im Magnetfeld hängen von der Quantenzahl  $n$ , nicht aber von den Wellenvektoren  $k$  ab. Elektronenzustände mit der selben Quantenzahl, aber unterschiedlichen Wellenvektoren, sind deshalb entartet. Die Zustandsdichte des Systems, die ohne angelegtes Magnetfeld konstant ist, kann durch eine Reihe von  $\delta$ -Funktionen beschrieben werden. Die Zustandsdichte  $D(E)$  nimmt somit die Form von schmalen Peaks an, deren Abstand zueinander ebenfalls im Bereich  $\hbar\omega_c$  liegt, was in Abbildung 2.3 b) zu erkennen ist. Die Peaks erfahren durch Verunreinigungen und Inhomogenitäten sowie durch Streuprozesse eine natürliche Verbreiterung. Aufgrund dieser  $\delta$ -förmigen Zustandsdichte wird das 2DEG im Magnetfeld auch als vollständig quantisiertes System betrachtet. Um nun die Anzahl der Zustände pro Landau-Niveau zu ermitteln, wird von einer rechteckigen Probe mit den Abmessungen



**Abb. 2.3:** Schematische Darstellung der Energie-Quantisierung eines zweidimensionalen Elektronengases (2DEG) in einem Magnetfeld. a) zeigt sowohl die Landau-Quantisierung im Magnetfeld als auch die Subband-Quantisierung aufgrund eines dreieckigen Einschluss-Potentials. b) zeigt die zugehörige Zustandsdichte mit Streuverbreiterung. In c) ist die gleichförmig verteilte Zustandsdichte in einem 2DEG mit einem besetzten Subband sowie die Umverteilung auf Landau-Kreise im Magnetfeld dargestellt.

$L_x \cdot L_y$  ausgegangen. Unter Berücksichtigung der periodischen Randbedingungen

$$k_y = \frac{1}{2} \frac{2\pi}{L_y} j, \quad j \in \mathbf{Z} \quad (2.17)$$

sowie der Betrachtung der Zyklotronbewegung  $x_0$  mit

$$x_0 = -\frac{\hbar k_y}{eB} = -\frac{\pi \hbar}{eBL_y} j \quad (2.18)$$

und der Voraussetzung, dass diese innerhalb der Probe liegt ( $0 \leq |x_0| \leq L_x$ ), ergibt sich daraus

$$0 \leq \frac{\pi \hbar}{eBL_y} j \leq L_x \quad \text{bzw.} \quad 0 \leq j \leq \frac{2eB}{h} L_x L_y. \quad (2.19)$$

$j$  symbolisiert dabei die Anzahl der Zustände pro Landau-Niveau.  $n_L = \frac{2eB}{h}$  wird dabei als Entartungsgrad bezeichnet und steht für die Anzahl der Zustände pro Flächenelement, welcher unabhängig von der Landau-Quantenzahl  $n$  und für jedes Landau-Niveau gleich ist. Damit ergibt sich die Zustandsdichte zu

$$D(E) = n_L \sum_n \delta(E - E_n). \quad (2.20)$$

Da die Anzahl der Zustände im System beim Einschalten des Magnetfeldes konstant bleibt, findet eine Umverteilung der ohne Magnetfeld im  $k$ -Raum gleichförmig verteilten Zustände auf Landau-Kreise statt, was in Abbildung 2.3 c) dargestellt ist.

Die bisherigen Überlegungen ließen den Elektronenspin außer acht. Mit der Betrachtung des Spins kommt für die Energien ein zusätzlicher Term hinzu, der die Zeemann-Aufspaltung einbezieht.

$$E_n = \left( n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_c + s g \mu_B B \quad (2.21)$$

Dabei ist  $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$  das Bohrsche Magneton,  $g$  der Landè-Faktor und  $s = \pm \frac{1}{2}$  die Spinquantenzahl.

### 2.1.4 Eindimensionales Elektronengas im Magnetfeld

Nachdem nun ein zweidimensionales Elektronengas im Magnetfeld betrachtet wurde, soll in diesem Kapitel auf ein eindimensionales Elektronengas im Magnetfeld näher eingegangen werden. Dazu muss die Gleichung 2.13 des 2DEGs mit einem zusätzlichen Begrenzungspotential in  $y$ -Richtung erweitert werden, wodurch sich der Hamiltonoperator mit dem parabolischen Begrenzungspotential  $V_0(y) = \frac{1}{2} m^* \omega_0^2 y^2$  zu

$$\hat{H} = \frac{1}{2m^*} (\vec{p} + e\vec{A})^2 + V_0(y) \quad (2.22)$$

ergibt. Die Lösungen der Schrödingergleichung ergeben sich somit zu

$$\Psi_{n,y_k}(x, y) \sim \exp(ik_z x) \exp\left(-\frac{c^2}{2}\right) H_n(c), \quad (2.23)$$

wobei  $H_n(c)$  wiederum als Hermit-Polynome und  $c$  als  $\sqrt{\frac{m^*}{\hbar} \sqrt{\omega_c^2 + \omega_0^2}} \cdot \left( y + \frac{\omega_0^2}{\omega_c^2 + \omega_0^2} y_k \right)$  definiert sind. Es folgen die entsprechenden Energien zu

$$E_{n,k_x} = E_s + \left( n + \frac{1}{2} \right) \hbar \sqrt{\omega_c^2 + \omega_0^2} + \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m^*} \frac{\omega_0^2}{\omega_c^2 + \omega_0^2}. \quad (2.24)$$

Die daraus entstehende Abhängigkeit von  $y_k \tilde{k}_x$  zeigt, dass Wellenfunktionen mit unterschiedlicher Stromflussrichtung immer räumlich voneinander getrennt sind. Der Ladungsträgertransport findet in Randkanälen statt. Dabei ist die gegensätzliche Transportrichtung an den Randkanälen deutlich zu erkennen, d.h. die Stromrichtung hat verschiedene Vorzeichen.[Bee89] Wie bereits beschrieben, bewegen sich Elektronen im Magnetfeld auf Zyklotronbahnen. Im Innern einer Probe kompensieren sich diese überall und die Stromdichte verschwindet. Am Rand der Probe erfolgt diese Kompensation nicht und es bleibt eine Netto-Stromdichte übrig. Weiter von Bedeutung sind nur die Zustände, deren Energie bei der Fermienergie liegen, d.h. Zustände deren am Rand nach oben gebogene Landau-Niveaus das Fermi-niveau schneiden. Für jeden der Randkanäle gilt weiter, dass das Produkt aus Zustandsdichte und Gruppengeschwindigkeit konstant ist:

$$D(E) \cdot v_k = \frac{1}{\pi} \frac{1}{\partial E / \partial k} \hbar \frac{\partial E}{\partial k} = \text{const.}, \quad (2.25)$$

d.h. der Leitwert pro Randkanal ist  $\frac{e^2}{h}$ .

### 2.1.5 Randstreuung in Quantendrähten

Ein weiterer in Betracht zu ziehender Punkt ist die Wechselwirkung der Elektronen mit den Rändern der Probe. In eindimensionalen Systemen, deren Abmessungen im Bereich der Fermiwellenlänge  $\lambda_F$  liegen, treffen Elektronen weitaus öfter mit den begrenzenden Probenrändern zusammen, als dies bei zweidimensionalen Systemen der Fall ist. Aufgrund dessen ist der Einfluss dieser Wechselwirkungen auf den Widerstand ein nicht außer acht zu lassender Faktor. Würde beispielsweise der Elektronenimpuls in Bewegungsrichtung durch die Randstreuung eine Änderung erfahren, was jeglichen Informationsverlust über den Elektroneneinfallswinkel und die gleichmäßige Streuung im Raumwinkel  $\pi$  nach sich zieht, so hätte dies einen Beitrag zum Widerstand zur Folge. Das Beibehalten der Impulsinformation wiederum ist als elastische Streuung definiert [Pip89].

Mit Hilfe der Boltzmann-Gleichung kann die stationäre Verteilungsfunktion der Elektronen mittels Relaxationszeitnäherung wie folgt bestimmt werden.

$$\vec{v} \cdot \frac{\partial f(\vec{r}, \alpha)}{\partial \vec{r}} = -\frac{f(\vec{r}, \alpha)}{\tau} + \int_0^{2\pi} \frac{f(\vec{r}, \alpha)}{2\pi} d\alpha \quad (2.26)$$

Dabei ist  $f(\vec{r}, \alpha)$  die Verteilungsfunktion mit dem Einfallswinkel  $\alpha$  und dem Ortsvektor  $\vec{r}$  sowie die Relaxationszeit  $\tau$  [LW87]. Die Relaxationszeitnäherung, die durch den Term auf der rechten Seite dargestellt wird, widerspiegelt den durch Stöße hervorgerufenen Ausgleich der Verteilung vom Nichtgleichgewicht ins Gleichgewicht. Der linke Teil der Gleichung zeigt den Driftterm. Würden die Ränder nun sehr eben und glatt sein und somit weniger Streuungen vorliegen, hätte dies auch keinen zusätzlichen Einfluss auf den Widerstand. Daraus folgt, dass die Beschaffenheit der Ränder einer Probe eine beträchtliche Wirkung auf die Randstreuung hat.

### 2.1.6 Magnetfeldasymmetrie im nichtlinearen mesoskopischen Transportregime

Liegt in einem makroskopischen System thermodynamisches Gleichgewicht vor, so können Symmetrien von Zustandsgrößen durch die Onsager-Casimir-Relation [Ons31, Cas45] beschrieben werden. Demnach ist z.B. der Leitwert  $G(\mathbf{B})$  eines Leiters eine gerade Funktion des Magnetfeldes

$$G(\mathbf{B}) = G(-\mathbf{B}), \quad (2.27)$$

wenn dieser in einer Zweipunktmessung untersucht wird und ein nichtmagnetisches System zu Grunde liegt [SZ06]. Diese Beziehung resultiert zum einen aus der Zeitumkehrsymmetrie und zum anderen aus dem positiven Vorzeichen der Entropiezunahme. Im nichtlinearen Transportregime hat diese Symmetrierelation keine Gültigkeit mehr. Mesoskopischer Transport kann durch die Streumatrix  $s_{\alpha\beta}[E, U(\vec{r})]$  beschrieben, wobei  $E$  für die Ladungsträgerenergie und  $U(\vec{r})$  für die Potentiallandschaft steht. Im thermischen Gleichgewicht wird die Streumatrix aus dem Gleichgewichtspotential  $U_{eq}(\vec{r})$  berechnet und ist eine gerade Funktion des angelegten Magnetfeldes.

$$s_{\alpha\beta}(B) = s_{\beta\alpha}(-B) \quad (2.28)$$

Herrscht kein thermisches Gleichgewicht, so müssen für die Berechnung des Potentials ebenfalls die äußeren angelegten Spannungen  $V_\alpha$  mitberücksichtigt werden. Damit ergibt sich das Potential zu

$$U(\vec{r}) = U_{eq}(\vec{r}) + \sum_{\alpha} u_{\alpha} V_{\alpha} + \theta(V^2). \quad (2.29)$$

$u_{\alpha}(\vec{r}) = \left[ \frac{\partial U(\vec{r})}{\partial V_{\alpha}} \right]_{eq}$  sind die sogenannten charakteristischen Potentiale [Büt93]. Für den Strom durch die Zuleitung  $\alpha$  ergibt sich somit bis zur zweiten Ordnung folgende Gleichung [CB96a, CB96b]

$$I_{\alpha} = \sum_{\beta} G_{\alpha\beta} V_{\beta} + \sum_{\beta\gamma} G_{\alpha\beta\gamma} V_{\beta} V_{\gamma}. \quad (2.30)$$

Dabei stellt  $G_{\alpha\beta}$  die linearen Leitfähigkeiten dar und können über die Fermifunktionen und die Streumatrix berechnet werden. Der nichtlineare Term  $G_{\alpha\beta\gamma}$  kann anhand der charakteristischen Potentiale bestimmt werden und gibt die Reaktion des Systems auf Ladungsvariationen wieder. Da unter Magnetfeldumkehr weder der Strom  $I$  noch die Energie  $E$  invariant sind, sind die charakteristischen Potentiale keine gerade Funktion des Magnetfeldes. Daraus folgt, dass im Falle eines Zwei-Terminal Systems  $G_{\alpha\beta\gamma}$  keine gerade Funktion des Magnetfeldes ist. Die Magnetfeldasymmetrie ist somit, bedingt durch die Asymmetrien im elektrischen Potential, als

$$G_{AS} = \frac{1}{2} \left[ G_{111}(B) - G_{111}(-B) \right] \quad (2.31)$$

definiert.

### 2.1.7 Phononstreuung in Quantendrähten

Für den Bereich des nichtlinearen Transports ist zudem die Rolle von Phononen wichtig. Die Beschreibung der Phononstreuung in Quantendrähten kann durch die Boltzmann-Transportgleichung für Elektronen [LH02, FJ02], die sich entlang der Quantendrahtrichtung  $y$  fortbewegen, wiedergegeben werden. Neben der Elektron-Elektron Streuung  $Q_j$  wird auch die Elektron-Phonon Streuung  $P_j$  in der Boltzmann-Gleichung

$$v_j + \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{j'} |I_{j',j}|^2 (g_{j'} - g_j) \delta(\epsilon_j - \epsilon_{j'}) + P_j + Q_j = 0 \quad (2.32)$$

berücksichtigt [LH06, LH01]. Dabei ist  $\epsilon_j$  die kinetische Energie und  $v_j = \frac{1}{\hbar} \frac{d\epsilon_j}{dk}$  die Gruppengeschwindigkeit der Elektronen im Zustand  $j = n, k$ .  $n$  stellt den Index der Zustände dar und  $k$  beschreibt die Wellenzahl der freien Elektronen in  $y$ -Richtung. Des Weiteren ist  $I_{j',j}$  die elastische Streumatrix aufgrund der Oberflächenrauigkeit. Die Menge  $g_j$  ist proportional zur Abweichung des Nichtgleichgewichts von der Fermi-Verteilung im Gleichgewicht.

Der Beitrag der inelastischen Elektron-Phonon Streuung kann mit Hilfe nachstehender Gleichung beschrieben werden.

$$P_j = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{j',s,\vec{q},\pm} |V_{j',j}^{s\vec{q}}|^2 (f_{j'}^{(\mp)} + n_{s\vec{q}})(g_{j'} - g_j) \delta(\epsilon_j - \epsilon_{j'} \pm \hbar\omega_{s\vec{q}}) \delta_{k',k\pm q_y} \quad (2.33)$$

$V_{j',j}^{s\vec{q}}$  stellt die abgeschirmte Elektron-Phonon Wechselwirkung dar, welche durch  $\langle n'k' | V_{s,\vec{q}}^{e-ph} | nk \rangle = V_{j',j}^{s\vec{q}} \delta_{k',k+q_y}$  definiert ist. Dabei entspricht das Vorzeichen  $-$  der Einzelphononen Emission und  $+$  dem Absorptionsprozess.  $f_{j'}^{(+)} \equiv 1 - f_{j'}^{(-)}$  und  $n_{s\vec{q}}$  stehen für die Verteilungsfunktion der Bosonen für Phononen mit der Mode  $s$ , dem Wellenvektor  $\vec{q} = (q_x, q_y, q_z)$  und der Phononenergie im thermischen Gleichgewicht mit  $\hbar\omega_{s\vec{q}}$ .

Für die Betrachtung der Elektron-Elektron Streuung wird angenommen, dass nur der Grundzustand  $\Psi_0(z)$  mit der Energie  $E_{1z}$  in  $z$ -Richtung aufgrund der geringen Breite des Quantendrahtes in dieser Richtung und kleinen Temperaturen relevant ist. Die Wellenfunktion entlang des Quantendrahts ist dementsprechend eine ebene Welle. Für den  $n$ ten Zustand in  $x$ -Richtung wird die Wellenfunktion mit  $\Psi_n(x)$  bezeichnet. Weiterhin wird das begrenzende Potential in  $x$ -Richtung als parabolisches Confinement angenommen. Dies hat eine harmonische Wellenfunktion von

$$\Psi_n(x) = \left( \frac{\alpha}{\sqrt{\pi} 2^n n!} \right)^{\frac{1}{2}} \exp\left( \frac{-\alpha^2 x^2}{2} \right) H_n(\alpha x) \quad (2.34)$$

und eine quantisierte Energie  $(n + \frac{1}{2})\hbar\Omega_0$  zur Folge.  $H_n(x)$  stellen dabei die Hermitpolynome  $n$ ter Ordnung dar, wobei  $\alpha$  als  $\sqrt{m^*\Omega_0/\hbar}$ , mit der effektiven Elektronenmasse  $m^*$  und der Energieaufspaltung  $\hbar\Omega_0$ , definiert ist. Durch die Coulomb-Wechselwirkung zwischen zwei Elektronen wird das eine Elektron vom Grundzustand  $j = (n, k)$  in den Endzustand  $j' = (n', k')$  gestreut, während gleichzeitig das andere Elektron von  $j_1 = (n_1, k_1)$  in den Zustand  $j'_1 = (n'_1, k'_1)$  gestreut wird. Dies kann durch die verein-

fachte Gleichung

$$K_{j,j_1}^{j',j'_1} = \delta_{k+k_1,k'+k'_1} \left( \frac{2e^2}{\epsilon_0 \epsilon_r L} \right) \int dx \int dz \int dx_1 \int dz_1 \quad (2.35)$$

$$K_0(|k' - k| R) \Phi_0^2(z) \Psi_{n'}^*(x) \Psi_n(x) \Phi_0^2(z_1) \Psi_{n'_1}^*(x_1) \Psi_{n_1}(x_1)$$

mit der Besselfunktion  $K_0(x)$  dritter Ordnung und  $R = \sqrt{(z_1 - z)^2 + (x_1 - x)^2}$  beschrieben werden. Damit kann für die Elektron-Elektron Streuung  $Q_j$  folgender Term in Gleichung 2.32 eingesetzt werden.

$$Q_j = \frac{4\pi}{\hbar k_B T} \left[ -\frac{\partial f_j^{(-)}}{\partial \epsilon_j} \right]^{-1} \sum_{j',j_1,j'_1} |\bar{K}_{j,j_1}^{j',j'_1}|^2 f_j^{(-)} f_{j_1}^{(-)} \quad (2.36)$$

$$f_{j'}^{(+)} f_{j'_1}^{(+)} (g_{j'} + g_{j'_1} - g_j - g_{j_1}) \delta(\epsilon_j + \epsilon_{j_1} - \epsilon_{j'} - \epsilon_{j'_1})$$

Der dazugehörige Leitwert  $G$  kann somit zu

$$G = \frac{2e^2}{L^2} \sum_j v_j g_j \int_0^{+\infty} d\epsilon \delta(\epsilon_j - \epsilon) \left[ -\frac{\partial}{\partial \epsilon} f^{(-)}(\epsilon) \right] \quad (2.37)$$

$$= \frac{2e^2}{hL} \int_0^{+\infty} d\epsilon \left[ -\frac{\partial}{\partial \epsilon} f^{(-)}(\epsilon) \right] S^\dagger \otimes \tilde{g},$$

ermittelt werden. Dabei steht  $L$  für die Quantendrahtlänge und das Symbol  $\otimes$  für das Skalarprodukt.  $S$  sowie  $\tilde{g}$  stellen je einen Spaltenvektor dar.

Ein wichtiger Zusammenhang zwischen der Rauigkeit  $U$ , der Elektron-Elektron Streuung  $Q$  und der Elektron-Phonon Streuung  $P$  zeigt folgende Gleichung. Dabei steht für die Elektron-Elektron Streuung die Matrix  $\tilde{Z}$  und für die Elektron-Phonon Streuung die Matrix  $\tilde{W}$  [LH06].

$$[U + \tilde{W} + \tilde{Z}] \otimes \tilde{g} = -S \quad (2.38)$$

Die Lösung dieser Gleichung ergibt sich zu

$$\tilde{g} = -[U + \tilde{W} + \tilde{Z}]^{-1} \otimes S. \quad (2.39)$$

Wird nun hier die Rauigkeit  $U$  und die Elektron-Phonon Streuung nicht berücksichtigt ( $U = \tilde{W} = 0$ ), so kann festgestellt werden, dass die Matrix  $\tilde{Z}$  der Elektron-Elektron Streuung singular ist und somit nicht invertierbar. Damit wird deutlich, dass die Elektron-Elektron Streuung nicht den einzigen Beitrag zum Transportwiderstand leisten kann. Im experimentellen Teil der Arbeit wird diese Theorie herangezogen, um die Rolle der Phononstreuung im nichtlinearen Transport für unterschiedliche Rauigkeiten beschreiben zu können.

## 2.2 Memristoren

Die drei wohlbekanntesten fundamentalen klassischen Passivbauelemente: Widerstand, Kondensator und Spule sind seit Anfang der Elektrotechnik Grundlage elektrischer Schaltungen und lieferten entscheidende Beiträge zu den bisherigen physikalischen und ingenieurwissenschaftlichen Untersuchungen. Passive Bauelemente zeigen keine Verstärkerwirkung und besitzen keine Steuerungsfunktion.[EO10, Nol04] Im Jahre 1971 beschrieb erstmals Leon O. Chua (University of California, Berkeley) anhand logischer und symmetrischer Eigenschaften ein zusätzliches, passives Bauelement, den Memristor. Der Name Memristor ist ein Kofferwort und entstand aus den zwei Begriffen *memory* (Speicher) und *resistor* (elektrischer Widerstand). In seiner Veröffentlichung, *Memristor-The Missing Circuit Element*, zeigt Leon O. Chua, dass solch ein Element viele interessante und wertvolle Eigenschaften für die Elektrotechnik bietet. Er formulierte die Memristor Theorie, extrapolierte die konzeptionelle Symmetrie zwischen dem Widerstand, der Spule und dem Kondensator und folgerte daraus, dass der Memristor in gleicher Weise eine grundlegende Komponente der Elektrotechnik ist [Chu71]. Bis zu diesem Zeitpunkt konnte kein mikroskopisches Modell vorgestellt werden, welches die Eigenschaften eines Memristors beschreibt. Erst im Jahre 2008 wiesen R. Stanley Williams und Dimitri B. Strukov et al. die Existenz des Memristors anhand einer physikalischen Anordnung von  $TiO_2$  und  $TiO_{2-x}$  nach. Sie zeigten mit Hilfe eines analytischen Modells, dass memristive Funktionen üblicherweise nur in nanometergroßen Systemen existieren [SW08]. Memristoren sind Komponenten, die über außergewöhnliche Eigenschaften verfügen. Sie besitzen einen variablen Widerstandswert, d.h. abhängig von der Größe und Richtung der angelegten Spannung kann dieser seinen Widerstand ändern. Gleichzeitig haben sie die Fähigkeit, diesen Widerstandswert unabhängig von der Stromversorgung zu behalten.

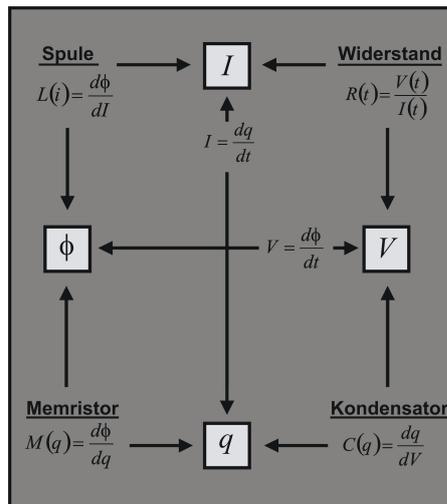
Aufgrund ihrer komplexen Funktion decken Memristoren eine Vielzahl von möglichen Einsatzgebieten ab. Beispielsweise können Transistoren in zukünftigen Computern durch Memristoren ersetzt und dadurch relativ viel Fläche eingespart werden. Weiterhin kommen Memristoren auch für die Herstellung von nicht flüchtigen Speichern in Frage, welche eine weitaus größere Datendichte enthalten würden, als aktuelle Festplatten mit einer Zugriffszeit ähnlich eines DRAMs [Kan08]. Die Stromaufnahme mit Memristoren als Speicherelement ist weit geringer als die Stromaufnahme herkömmli-

cher DRAM-Chips. Allerdings erreichen die nicht-flüchtigen Memristoren derzeit erst rund ein Zehntel der Geschwindigkeit der DRAMs [Mar08]. Die Packungsdichte von [SW08] vorgestellten Crossbar-Speichern mit  $100 \text{ Gbit cm}^{-2}$  zeigt einen weiteren entscheidenden Vorteil derer Anwendungsgebiete, die der Memristor abdecken kann. Vergleichsweise besitzen derzeit verfügbare Speicher eine Dichte von  $16 \text{ Gbit cm}^{-2}$  [Joh08]. Memristoren könnten die heute üblichen flüchtigen Speicher (DRAM) vollständig ersetzen und die Konstruktion von Rechnern mit weit höherer Energieeffizienz ermöglichen, wodurch ein mit Memristoren ausgestatteter Rechner nach dem Einschalten ohne Booten sofort betriebsbereit wäre. Eine weitere Besonderheit von Memristoren ist es, nicht nur die Binärwerte 0 und 1 speichern zu können, sondern auch beliebige Zwischenwerte. Darüber hinaus gibt es bereits einige Patente, die Anwendungen von Memristoren beinhalten, beispielsweise programmierbare Logik [Sni07], elektronische Signalverarbeitung [Mou07], Steuer- und Regelungssysteme [Mou08] sowie künstliche neuronale Netze [Sni08]. Laut [Mar08] sollen Memristoren geradezu für Anwendungen im Bereich der künstlichen Intelligenz prädestiniert sein, da die Art der Speicherung es den Memristoren ermöglicht, wie biologische Synapsen zu fungieren. Der HP-Forscher R. Stanley Williams nannte als einfaches Anwendungsbeispiel künstlicher Intelligenz einen Mikrowellenherd, gesteuert von Memristoren, der sich im Laufe der Zeit die Zubereitungszeiten verschiedener Speisen merken könnte [Sha08]. Es muss jedoch beachtet werden, dass ein Memristor nur ein einfaches Bauelement ist und derartig genannte Anwendungen nur mittels komplexer Verschaltungen von Memristoren und weiteren Bauelementen realisiert werden können.

### 2.2.1 Elektronische Grundlagen

Die klassischen drei passiven Bauelemente liefern drei Beziehungen zwischen den vier grundlegenden Komponenten der Schaltungstheorie, der Ladung  $q$ , dem Strom  $I$ , der Spannung  $V$  und dem magnetischen Fluss  $\phi$ . Zusätzlich liefert das *Lenz'sche Gesetz* [uHH05] den Zusammenhang zwischen dem magnetischen Fluss und der Spannung mit

$$V = +\frac{d\phi}{dt}. \quad (2.40)$$



**Abb. 2.4:** Die vier fundamentalen passiven Bauelemente und die Beziehungen zwischen den vier Variablen der Schaltungstheorie. Der Widerstand  $R$ , die Kapazität  $C$ , die Induktivität  $L$ , die Memristanz  $M$  und die Ladung  $q$ , der Strom  $I$ , die Spannung  $V$  und der magnetische Fluss  $\phi$

Dabei ist der magnetische Fluss so definiert, dass das Vorzeichen positiv ist. Weiterhin ist der Strom definiert als

$$I = \frac{dq}{dt}, \quad (2.41)$$

womit zwei weitere Beziehungen zwischen den vier Komponenten bestehen.[uHB07] Somit ergeben sich fünf Gleichungen, was auch Abbildung 2.4 zeigt. Ein physikalischer Zusammenhang zwischen der Ladung und dem magnetischen Fluss konnte bisher mit Hilfe der erwähnten Bauelemente und Komponenten nicht gefunden werden, d.h. im Formelraum gibt es bis dahin keine bekannte Verbindung zwischen der Ladung und dem magnetischen Fluss. Die daraus resultierende Symmetrie-Argumentation brachte Leon O. Chua 1971 auf die Idee, dass es neben dem Widerstand, der Spule und dem Kondensator ein viertes passives Bauelement geben muss [Chu71]: Den Memristor.



**Abb. 2.5:** Vorläufiges noch nicht genormtes Schaltungssymbol für einen Memristor.

### 2.2.2 Einzelmemristor

Ein Memristor weist Eigenschaften auf, die durch keine Kombination der drei beschriebenen Bauelemente erzeugt werden können. Er definiert sich als ein Bauteil, in dem der magnetische Fluss und die elektrische Ladung über eine zeitunabhängige, nichtlineare Funktion, gekoppelt sind. Ein vorläufiges noch nicht genormtes Schaltungssymbol für einen Memristor, was Leon O. Chua 1971 bereits vorgeschlagen hat, wird in Abbildung 2.5 dargestellt.[Chu71]

Der Memristor ist anhand seiner Memristanz-Funktion charakterisiert, welche als die Änderung des magnetischen Flusses  $\phi(q)$  mit der Ladung definiert wird.

$$M(q) = \frac{d\phi}{dq} \quad (2.42)$$

Aus dem Faradayschen Gesetz mit

$$V(t) = \frac{d\phi}{dt}, \quad (2.43)$$

sowie der Definition des Stromes mit

$$I = \frac{dq}{dt} \quad (2.44)$$

resultiert folgende Memristanz-Funktion

$$M(q(t)) = \frac{V(t)}{I(t)}. \quad (2.45)$$

Daraus lässt sich ableiten, dass die Memristanz  $M$  ein einfacher ladungsabhängiger Widerstand ist und sich somit wie ein konventioneller Widerstand verhält. Allerdings

hängt der Widerstand  $M(q)$  des Memristors von der Vergangenheit des Stromes ab. Für einen linearen Memristor mit konstantem  $M(q(t))$  kann das *Ohmsche Gesetz*

$$R(t) = \frac{V(t)}{I(t)} \quad (2.46)$$

in Betracht gezogen werden, wodurch er von einem elektrischen Widerstand nicht zu unterscheiden ist. Jedoch ändert sich mit der Zeit die Ladung  $q(t)$  und die Memristanz  $M(q(t))$ , was sich auf die Charakteristik des Memristors auswirkt.

Während der im Memristor vorhandene magnetische Fluss durch das Integral der elektrischen Spannung über die Zeit gegeben ist

$$\phi(t) = \int_{-\infty}^t V(t) dt = \phi(t_0) + \int_{t_0}^t V(t) dt, \quad (2.47)$$

stellt sich die gespeicherte Ladung als Integral des elektrischen Stroms über die Zeit

$$q(t) = \int_{-\infty}^t I(t) dt = q(t_0) + \int_{t_0}^t I(t) dt. \quad (2.48)$$

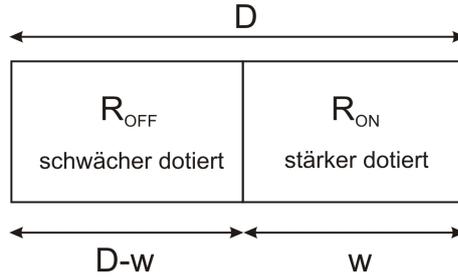
dar. Wird die umgesetzte elektrische Leistung  $P$  eines Memristors betrachtet, ergibt sich folgende Gleichung:

$$P(t) = V(t)I(t) = M(q(t))I(t)^2 = \frac{V(t)^2}{M(q(t))}. \quad (2.49)$$

Weiterhin ist zu berücksichtigen, dass wegen  $M(q(t)) \geq 0$  auch  $P(t) \geq 0$  gilt, da der Memristor ein passives Bauelement darstellt.[Chu71]

Diese bahnbrechende Hypothese bedeutete, dass das Trio von idealen Stromkreiselementen nicht ausreichte, um einen grundlegenden wirklichen Stromkreis zu modellieren. Somit erweiterten Leon O. Chua und Sung Mo Kang 1976 die Nachforschungen zu memristiven Systemen. In diesen Untersuchungen wurden die Eigenschaften eines Memristors, des vierten idealen passiven Bauelements, sowie diverse Fälle von memristiven Systemen genauer analysiert.[CK76]

Angelehnt an das im Jahre 2008 entdeckte analytische Modell von R. Stanley Williams und Dimitri B. Strukov et al. [SW08] können die nachfolgenden Gleichungen des Memristors herangezogen werden.[JW09, ASA10, SW08] Dabei wird zunächst folgende Anordnung betrachtet, die auch in Abbildung 2.6 dargestellt ist. Vorausgesetzt



**Abb. 2.6:** Schematische Darstellung eines Memristors der Länge  $D$ , als zwei in Serie geschaltene Widerstände. Der weniger dotierte Bereich hat einen Widerstand von  $R_{OFF}(1-\frac{w}{D})$  und der Widerstand des stärker dotierten Bereichs liegt bei  $R_{ON}(\frac{w}{D})$ . Die Breite der jeweiligen Bereiche ändert sich in Abhängigkeit der angelegten Spannung und somit auch der effektive Widerstand  $R_0$  des Memristors.[JW09]

wird ein Memristor mit der Länge  $D$ , wobei dieser aus zwei Widerständen besteht, die in Serie geschaltet sind. Ein Widerstand  $R_{ON}$  stellt den stärker dotierten Bereich mit der Breite  $w$  und der Widerstand  $R_{OFF}$  den weniger dotierten Bereich mit der Breite  $(D-w)$  dar. Somit ergibt sich für solch ein Bauelement ein effektiver Widerstand von

$$M(w) = R_{ON} \frac{w}{D} + R_{OFF} \left(1 - \frac{w}{D}\right). \quad (2.50)$$

Obwohl diese Gleichung für beliebige Werte von  $R_{ON}$  und  $R_{OFF}$  gilt, zeigten Experimente, dass der stärker dotierte Widerstand meist kleiner ist, als der schwächer dotierte Widerstand, was zu folgender Vereinfachung führen kann

$$\Delta R = \left(R_{OFF} - R_{ON}\right) \approx R_{OFF}. \quad (2.51)$$

Die Grenze zwischen dem schwach dotierten und stark dotierten Gebiet und somit auch der Wert des effektiven Widerstands ist abhängig von der Dotierung, welche bestimmt wird durch die Beweglichkeit  $\mu$  und dem elektrischen Feld. Die Beweglichkeit bezeichnet den Zusammenhang zwischen der Driftgeschwindigkeit von Ladungsträgern und einem angelegten elektrischen Feld und wird in der Elektrodynamik in leicht abgewandelter Form als

$$\vec{v}_D = \mu \vec{E} \quad (2.52)$$

definiert. Wird dieses als konstant angenommen

$$v_D(t) = \mu E, \quad (2.53)$$

ergibt sich für den stark dotierten Bereich ein elektrisches Feld von

$$E = \frac{R_{ON}}{D}i(t). \quad (2.54)$$

Da die zeitliche Ableitung der Breite des stärker dotierten Bereichs mit der Driftgeschwindigkeit  $v_D$  gleich gesetzt werden kann

$$v_D(t) = \frac{w(t)}{dt}, \quad (2.55)$$

resultiert daraus für den einfachsten Fall der ohmschen elektrischen Leitfähigkeit und einer linearen ionischen Drift mit einer durchschnittlichen Ionenbeweglichkeit  $\mu$

$$\frac{dw(t)}{dt} = \mu \frac{R_{ON}}{D}i(t) \quad (2.56)$$

und somit folgende Formel für  $w(t)$ :

$$w(t) = w_0 + \mu \frac{R_{ON}}{D}q(t), \quad (2.57)$$

da  $i(t)$  die zeitliche Ableitung von  $q(t)$  ist.  $w_0$  stellt die Ausgangsgröße des stärker dotierten Bereichs dar. Diese Erkenntnis und die Gleichung

$$u(t) = \left( R_{ON} \frac{w(t)}{D} + R_{OFF} \left( 1 - \frac{w(t)}{D} \right) \right) i(t) \quad (2.58)$$

führen für dieses System zu einer Memristanz von

$$M(q) = R_{OFF} \left( 1 - \frac{\mu R_{ON}}{D^2} q(t) \right), \quad (2.59)$$

welche durch die Bedingung  $R_{ON} \ll R_{OFF}$  vereinfacht werden kann.[JW09, ASA10, SW08] Diese und die Gleichung 2.56 werden zur Beschreibung der I-V-Charakteristik eines Memristors herangezogen. Die Breite des stärker dotierten Gebiets  $w(t)$  ändert sich linear mit dem Betrag der Ladung, die diese Region passiert. Dabei stellt

$$Q_0 = \frac{D^2}{\mu R_{ON}} \quad (2.60)$$

die Ladung dar, die notwendig ist, um die gesamte Länge  $D$  des Memristors zu überwinden. Folgender Zusammenhang kann daraus und aus der Gleichung 2.57 abgeleitet werden:

$$w(t) = w_0 + \frac{D}{Q_0}q(t). \quad (2.61)$$

Eingesetzt in Gleichung 2.59 und unter Berücksichtigung des effektiven Widerstands  $R_0$  bei  $t = 0$

$$R_0 = R_{ON} \left( \frac{w_0}{D} \right) + R_{OFF} \left( 1 - \frac{w_0}{D} \right) \quad (2.62)$$

lautet die Memristanz wie folgt:

$$M(q) = R_0 - \frac{\Delta R q}{Q_0}. \quad (2.63)$$

Diese Gleichung zeigt deutlich, dass die Memristanz  $M(q)$  nur von der Ladung  $q$ , welche durch das Bauelement wandert, abhängt. Aus dem bereits erläuterten Zusammenhang von Memristanz, Strom und Spannung

$$u(t) = M(q)i(t) \quad (2.64)$$

sowie zur Ladung und dem magnetischen Fluss

$$d\phi = M dq \quad (2.65)$$

resultiert schließlich für einen idealen Stromkreis mit einem Einzelmemristor und einer gegebenen Spannung aus dieser Beziehung und der Gleichung 2.63 die Formel

$$u(t) = \left( R_0 - \frac{\Delta R q(t)}{Q_0} \right) \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} \left( R_0 q - \frac{\Delta R q^2}{2Q_0} \right). \quad (2.66)$$

Lösung dieser Gleichung, mit der Bedingung  $q(0) = 0$ , ist

$$q(t) = \frac{Q_0 R_0}{\Delta R} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{2\Delta R}{Q_0 R_0^2} \phi(t)} \right], \quad (2.67)$$

$$i(t) = \frac{u(t)}{R_0} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2\Delta R \phi(t)}{Q_0 R_0^2}}} = \frac{u(t)}{M(q(t))}. \quad (2.68)$$

Diese Gleichungen liefern analytische Ergebnisse für die I-V Charakteristik einer idealen Memristor Schaltung. Gleichung 2.67 zeigt, dass die Ladung eine Umkehrfunktion des magnetischen Flusses ist, was mit der Gleichung 2.65 übereinstimmt. Aus Gleichung 2.68 lässt sich zeigen, dass  $i$  nur dann Null werden kann, wenn  $u = 0$  gilt. Daraus folgt, dass der Memristor im Gegensatz zu einem idealen Kondensator und einer idealen Spule, ein rein dynamisches System ist.[JW09, ASA10]

### 2.2.3 Frequenzabhängige I-V Charakteristik

Die Strom-Spannungs-Charakteristik beschreibt bei zweipoligen elektrischen Bauelementen den Zusammenhang zwischen dem elektrischen Strom und der Spannung. Basierend auf der Frequenz der angelegten Spannung zeigt ein einzelner Memristor eine große Vielfalt der I-V Charakteristik. Wird beispielsweise eine AC-Spannung

$$u(t) = u_0 \sin(\omega t) \quad (2.69)$$

an den Memristor angelegt, resultiert aus dem magnetischen Fluss nach Gleichung 2.43

$$\phi(t) = u_0 [1 - \cos(\omega t)] / \omega. \quad (2.70)$$

Durch Einsetzen von  $\frac{\pi}{\omega} - t$  statt  $t$  gilt sodann:

$$u\left(\frac{\pi}{\omega} - t\right) = u(t) \quad (2.71)$$

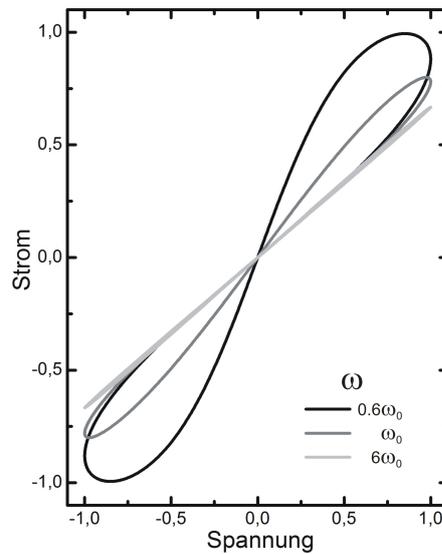
Für den magnetischen Fluss ergibt sich dadurch jedoch kein gültiger Zusammenhang. Es gilt:

$$\phi\left(\frac{\pi}{\omega} - t\right) \neq \phi(t) \quad (2.72)$$

Dementsprechend folgt aus Gleichung 2.68, dass der Strom  $i(t)$  eine mehrwertige Funktion der Spannung  $u$  ist. Bei Betrachtung der proportionalen Abhängigkeit des magnetischen Flusses  $\phi$  zur Frequenz  $\omega$  mit  $\phi \propto \frac{1}{\omega}$  zeigt sich, dass der Memristoreffekt für kleine Frequenzen dominant ist. Dies wird in Abbildung 2.7 deutlich, welche die theoretischen Analysen der I-V Charakteristik mit  $u(t) = u_0 \sin(\omega t)$  für verschiedene Frequenzen anhand der errechneten Gleichung

$$i(t) = \frac{u_0 \sin(\omega t)}{\sqrt{R_0^2 - 2u_0 \Delta R \frac{1 - \cos(\omega t)}{\omega Q_0}}} \quad (2.73)$$

aus 2.68 darstellt. Die für die Simulation eingesetzten Parameter orientieren sich nach den im Kapitel 5.3 verwendeten Größen zur Modellierung der experimentellen Daten. Die hier eingesetzten Größen entsprechen für  $R_0 = 16\Omega$ , für  $\Delta R = 11\Omega$ , für  $u_0 = 1.5V$  und für  $Q_0 = 0.22C$ . Der Wert  $Q_0$  berechnet sich wie in Gleichung 2.60 beschrieben aus  $Q_0 = \frac{D^2}{\mu R_{ON}}$  und liegt im Bereich der in der Literatur zu findenden Werte von ca.  $10^{-2}C$  [JW09, SW08].



**Abb. 2.7:** Theoretische I-V Charakteristik mit  $u(t) = u_0 \sin(\omega t)$  für verschiedene Frequenzen. Es ist zu erkennen, dass der Memristoreffekt für kleine Frequenzen dominiert. Für größer werdende Frequenzen sinkt der Memristoreffekt und die Größe der Hystereseschleife verringert sich umgekehrt zur Frequenz  $\omega$ .

Die in Abbildung 2.7 modellierten Kennlinien sind für drei verschiedene Frequenzen  $\omega = \omega_0$ ,  $\omega = 0.6\omega_0$  und  $\omega = 6\omega_0$  dargestellt. Der hohe Eingangswiderstand  $R_0$  führt anfangs zu einem kleinen Anstieg der I-V Kurven, was sich im späteren Verlauf der Kurve ändert. Dann ist der Widerstandswert niedrig und die I-V Kurve steigt stärker an. Im negativen Verlauf zeigt sich der umgekehrte Fall. Dort ist der Widerstand zu Beginn niedrig und die Steigung der I-V Kurve groß, bis mit zunehmender Spannung der Widerstand größer und die Steigung der Kurve langsam geringer wird, wodurch eine Hystereseschleife entsteht. Ein Vergleich der Frequenzabhängigkeit aus Abbildung 2.7 zeigt deutlich, dass für größer werdende Frequenzen  $\omega \geq \omega_0$  der Memristoreffekt sinkt und die Größe der Hystereseschleife sich umgekehrt zur Frequenz  $\omega$  ändert, bis die Hystereseschleife für genügend große Frequenzen zu einer linearen Kennlinie zusammenfällt und somit der Memristoreffekt vollständig unterdrückt wird.

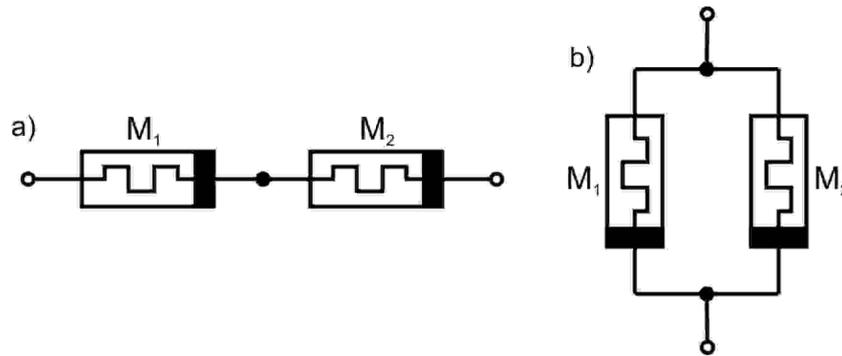


Abb. 2.8: Zwei in Reihe a) und parallel b) geschaltene Memristoren.  $M_1$  und  $M_2$  stehen jeweils für die Memristivität der zwei jeweiligen Memristoren.

## 2.2.4 Memristoren in Reihen- und Parallelschaltung

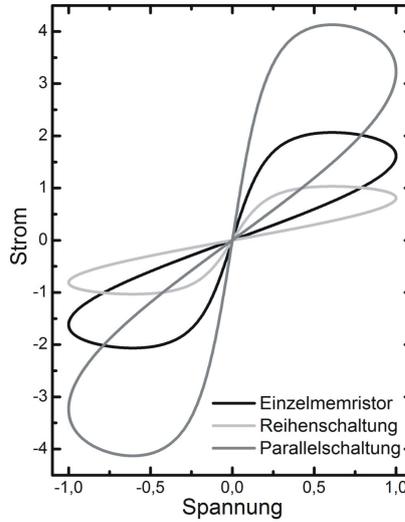
Aus den bisherigen Überlegungen und Erkenntnissen wird deutlich, dass Memristivitäten ebenfalls den *Kirchhoffschen Gesetzen* folgen und somit eine Betrachtung der Memristoren in einer Reihen- und Parallelschaltung von großem Interesse ist. Dabei bedeutet die Reihenschaltung das Hintereinanderschalten von zwei oder mehreren Bestandteilen in einem Schaltkreis. Weisen die Verbindungen zweier Schaltungselemente keine Abzweigung auf, so sind diese in Reihe geschaltet und werden vom selben Strom durchflossen. Das *Ohmsche Gesetz* beschreibt die Gesetzmässigkeiten von Reihenschaltungen bei ohmschen Widerständen.[Wei09] Mit jedem weiteren Verbraucher nimmt der Gesamtwiderstand einer Reihenschaltung zu und ist somit stets größer als der größte Einzelwiderstand.[uJG05]

$$R_{Gesamt} = \sum_{n=1}^N R_n = R_1 + R_2 + \dots + R_N \quad (2.74)$$

Bei der Parallelschaltung erfolgt die Anordnung aller Bauteile so, dass die gleichnamigen Pole jeweils miteinander verbunden sind. Mit jedem weiteren Verbraucher nimmt der Gesamtwiderstand einer Parallelschaltung ab und ist also stets kleiner, als der kleinste Einzelwiderstand.[uJG05]

$$R_{Gesamt} = \frac{1}{\sum_{n=1}^N \frac{1}{R_n}} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N}} \quad (2.75)$$

Infolgedessen liegt es nahe, ebenfalls Memristoren in Serien- und Parallelschaltung zu betrachten (siehe Abbildung 2.8). Bei Memristivitäten gilt in Reihenschaltungen



**Abb. 2.9:** Theoretische Strom-Spannungs-Kurven für eine Parallelschaltung zweier Memristoren, zwei Memristoren die in Reihe geschaltet sind und einen Einzelmemristor. Die Kurven zeigen, dass das Verhalten von Memristorschaltungen den Schaltungen von Widerständen gleicht. Genauer betrachtet besagt dies, dass sich bei zwei Memristoren mit der gleichen Charakteristik, die parallel geschaltet sind, eine Memristanz von  $M_{Gesamt} = \frac{M_1/2}{2}$  ergibt. Umgekehrt ergibt sich bei der Reihenschaltung dieser Memristoren eine Memristanz von  $M_{Gesamt} = 2M_1/2$ .

(Abb. 2.8 a)) der Zusammenhang :

$$M_{Gesamt}(Q(t)) = \sum_{n=1}^N M_n(Q_n(t)) = M_1(Q_1(t)) + M_2(Q_2(t)) + \dots + M_N(Q_N(t)) \quad (2.76)$$

und bei der Parallelschaltung (Abb. 2.8 b)) von Memristivitäten gilt analog zu den Widerständen:

$$M_{Gesamt}(Q(t)) = \frac{1}{\sum_{n=1}^N \frac{1}{M_n(Q_n(t))}} = \frac{1}{\frac{1}{M_1(Q_1(t))} + \frac{1}{M_2(Q_2(t))} + \dots + \frac{1}{M_N(Q_N(t))}} \quad (2.77)$$

Unter Berücksichtigung der Gleichung 2.63 ergibt sich somit für zwei Memristoren ( $M_1$  und  $M_2$ ) in Reihe geschaltet eine Gesamtmemristivität von

$$M_{Gesamt}(q) = (R_{01} + R_{02}) - \frac{(\Delta R_1 + \Delta R_2) q(t)}{Q_0}. \quad (2.78)$$

Werden zwei Memristoren parallel geschaltet, so ergibt sich unter Berücksichtigung

von 2.63 folgende Gleichung:

$$M_{Gesamt}(q) = \frac{1}{\frac{1}{R_{01} - \Delta R_1 \frac{q(t)}{Q_0}} + \frac{1}{R_{02} - \Delta R_2 \frac{q(t)}{Q_0}}} \quad (2.79)$$

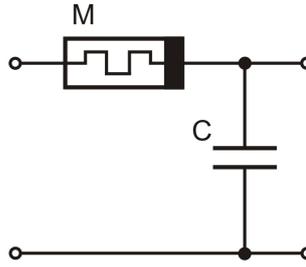
Wird diese Gleichung weiter zusammengefasst so ergibt sich

$$M_{Gesamt}(q) = \frac{R_{01}R_{02} - (R_{01}\Delta R_2 + R_{02}\Delta R_1)\frac{q(t)}{Q_0} + \Delta R_1\Delta R_2\frac{q(t)^2}{Q_0^2}}{(R_{02} + R_{01}) - (\Delta R_2 + \Delta R_1)\frac{q(t)}{Q_0}}. \quad (2.80)$$

Dass ein Memristor in Reihen- und Parallelschaltung dem Verhalten eines einfachen Widerstands folgt, zeigen die folgenden Simulationen in Abbildung 2.9. Für die theoretische Behandlung wurden die verschiedenen I-V Kennlinien zweier parallel sowie in Reihe geschaltener Memristoren anhand der Gleichung 2.68 ermittelt. Für die Reihenschaltung wurde die Gleichung 2.78 und für die Parallelschaltung die Gleichungen 2.79 bzw. 2.80 herangezogen. Ebenfalls ist als Referenz eine I-V Kennlinie eines einzelnen Memristors in Abbildung 2.9 dargestellt. Wie deutlich zu erkennen ist, liegt der Stromwert des Einzelmemristors bei einer Spannung von 1V bei ca. 2mA. Werden nun zwei dieser Memristoren zusammengeschaltet, ergibt sich für eine Reihenschaltung bei einer Spannung von 1V ein Stromwert von 1mA. Die Parallelschaltung liefert entsprechend einen Stromwert von 4mA. Zusammenfassend stellt sich heraus, dass sich die Memristanz bei einer Parallelschaltung verringert und bei einer Reihenschaltung erhöht, ebenso wie es auch Widerstände aufweisen. Auch O. Kavehei et al. konnte dieses Prinzip anhand theoretischer Simulationen bestätigen [ASA10].

## 2.2.5 Memristor-Kondensator-Glied

Es stellt sich nun die Frage, wie sich ein Memristor in einer Schaltung mit einem anderen passiven Bauelement verhält. Somit empfiehlt sich die Betrachtung eines MC-Glieds in Anlehnung an ein RC-Glied, was die Elektrotechnik als Schaltung, bestehend aus einem ohmschen Widerstand und einem Kondensator, definiert. Grundlage des MC-Glieds ist ein Tiefpass, der im einfachsten Fall aus einer Kombination von Memristor und Kondensator entsteht. Dabei wird der Kondensator parallel zum Signalausgang geschaltet, was Abbildung 2.10 zeigt. Der Kondensator hat dabei ohne angeschlossene Spannungsquelle eine anfängliche Ladung von  $q_0$  und der effektive Widerstand des Memristors wird durch die Expansion und Kontraktion des dotierten



**Abb. 2.10:** MC-Glied auf Basis eines RC-Tiefpasses, wobei der Memristor anstatt des Widerstands geschaltet ist. Abhängig von der anliegenden Spannung am Memristor variiert der effektive Memristorwiderstand, was die Ladung und Entladung des MC-Glieds beeinflusst.

Bereichs bestimmt, wodurch dieser variiert. Da die Ladung des MC-Glieds mit der Zeitkonstante abklingt und das MC-Glied in Verbindung mit dem effektiven Widerstand des Memristors steht, hängt somit auch die Entladung des Kondensators vom dynamischen Widerstand des Memristors ab.

Bei einer einfachen RC-Schaltung während eines Entladevorgangs, wenn der Kondensator anfangs auf  $V_{max}$  geladen ist und über den Widerstand  $R$  entladen wird, setzt sich die Spannung aus der Spannung  $V_R$ , die am Widerstand abfällt und der Spannung  $V_C$ , die am Kondensator abfällt, zunächst wie folgt zusammen [uDS09, Mes06]:

$$V_C + V_R = 0, \quad (2.81)$$

wobei für

$$V_R = R I(t) = R \dot{Q}(t) \quad (2.82)$$

und für

$$V_C = \frac{Q(t)}{C} \quad (2.83)$$

gilt. Eingesetzt folgt daraus

$$\frac{Q(t)}{C} + R \dot{Q}(t) = 0 \quad (2.84)$$

Für eine MC-Schaltung, die [JW09] theoretisch beschrieben hat, folgt schließlich

$$\frac{q}{C} + M_C(q(t)) \dot{q}(t) = 0, \quad (2.85)$$

wobei  $q(t)$  die Ladung des Kondensators ist. Für die Ladung, die durch den Memristor strömt, ergibt sich somit  $(q_0 - q)$ . Folglich ist die Ladungsabhängigkeit der Memristanz

durch

$$M_C(q) = R_0 - \frac{\Delta R(q_0 - q)}{Q_0} \quad (2.86)$$

gegeben. Bei Umstellung der Gleichung 2.85 nach  $q(t)$  steht nun

$$\dot{q}(t) = -\frac{q}{M_C(q(t)) C}. \quad (2.87)$$

Wird Gleichung 2.86 in diese Gleichung eingesetzt, resultiert daraus:

$$\dot{q}(t) = -\frac{q}{\left(R_0 - \frac{\Delta R(q_0 - q)}{Q_0}\right) C}. \quad (2.88)$$

Bei Substitution des Terms  $C\left(R_0 - \frac{\Delta R q_0}{Q_0}\right)$  durch  $a$  und  $C\frac{\Delta R}{Q_0}$  durch  $b$ , ergibt sich für  $q(t)$  folgende Differentialgleichung:

$$\dot{q}(t) = -\frac{q}{a + bq} \quad (2.89)$$

Aus der Umstellung dieser Gleichung und Integration

$$\int_{q(t_0)}^{q(t)} \left(\frac{a}{q} + b\right) dq = \int_{t_0}^t dt \quad (2.90)$$

resultiert sodann

$$(a \ln q(t) + bq(t)) - (a \ln q(t_0) + bq(t_0)) = -(t - t_0). \quad (2.91)$$

Mit Hilfe der Exponentialfunktion kann aus dieser Gleichung der natürliche Logarithmus extrahiert werden. Dies führt durch weitere Umformungen zu

$$q(t) \exp\left[\frac{bq(t)}{a}\right] = q(t_0) \exp\left[-\frac{t}{a}\right] \exp\left[\frac{bq(t_0)}{a}\right]. \quad (2.92)$$

Werden für  $a$  und  $b$  wieder die ursprünglichen Definitionen eingesetzt und gleichzeitig für  $R_0 - \frac{\Delta R q_0}{Q_0} = R_F$  mit  $q(t_0) = q_0$  bestimmt, folgt daraus

$$q(t) \exp\left[\frac{\Delta R q(t)}{R_F Q_0}\right] = q_0 \exp\left[-\frac{t}{R_F C}\right] \exp\left[\frac{\Delta R q_0}{R_F Q_0}\right]. \quad (2.93)$$

wie es auch [JW09] beschrieben hat. Wird nun mit der ermittelten Gleichung die Entladung mit der Zeit betrachtet, so ergibt sich für  $t \rightarrow 0$  ein anfänglicher Strom von  $i = \frac{q_0}{R_0 C}$ . Dagegen zeigt sich beim exponentiellen Abfall für  $t \rightarrow \infty$

$$q(t \rightarrow \infty) = q_0 \exp\left[-\frac{t}{R_F C}\right] \exp\left[\frac{\Delta R q_0}{R_F Q_0}\right]. \quad (2.94)$$

Sich nun ein MC-Glied vorzustellen mit einer Spannung  $u_0$  und einen ungeladenen Kondensator ist selbsterklärend. Es ist der umgekehrte Fall eines MC-Glieds mit einer Kondensatorladung  $q_0 = u_0C$  ohne Spannungsquelle. Der einzige Unterschied besteht darin, dass die Ladung, die durch den Memristor wandert, dieselbe Ladung ist, die auch auf dem Kondensator gespeichert ist. Die Gleichung für die Aufladung des MC-Glieds kann wie folgt dargestellt werden:

$$q(t) = u_0C \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{R_F C} + \frac{\Delta R q(t)}{R_F Q_0}\right) \right] \quad (2.95)$$

Dabei gilt für  $R_F = R_0 - \frac{\Delta R(u_0 C)}{Q_0}$ . [JW09]

Erwähnenswert ist auch die elektromagnetische Interpretation von Leon. O. Chua, der die Existenz des Memristors, basierend auf der elektromagnetischen Feldtheorie, bereits 1971 in seiner Veröffentlichung [Chu71] beschrieb. Er charakterisiert die Interpretation der elektromagnetischen Feldtheorie so, dass der physikalische Mechanismus des Memristors aus der unmittelbaren Wechselwirkung zwischen der ersten Ordnung des elektrischen Feldes und der ersten Ordnung des magnetischen Feldes kommen muss, so dass er diese zwei Eigenschaften besitzt. Dies bedeutet, dass ein Memristor im wesentlichen ein ac Bauelement sein muss, da sonst seine zugehörigen elektromagnetischen dc Felder nicht unwesentliche Felder Nullter Ordnung verursachen würden. Dies ist mit den schaltungstheoretischen Eigenschaften eines Memristors konsistent, da eine dc Stromquelle eine unendliche Ladung und eine dc Spannungsquelle eine unendliche magnetische Flussverkettung verursachen würde. Leon O. Chua argumentierte die Existenz eines vierten fundamentalen Bauelements mit dem Fall nicht unwesentlicher elektrischer und magnetischer Felder erster Ordnung. [Chu71, ASA10]

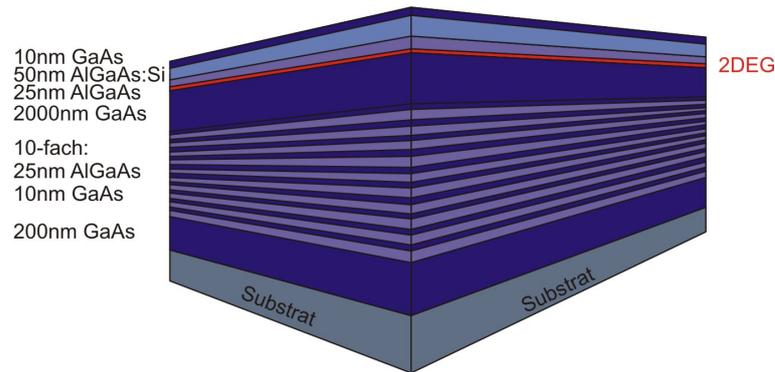
# 3 Nichtlinearer Magnetotransport in asymmetrischen Quantendrähten

Befindet sich ein stromdurchflossener, elektrischer Leiter in einem externen Magnetfeld, so erfahren die Elektronen durch die Lorentzkraft eine Ablenkung zu einer Seite des Leiters. Diese Ablenkung erfolgt senkrecht zur Elektronenbewegung und führt auf der entsprechenden Seite des Leiters zu einem Elektronenüberschuss, während auf der gegenüberliegenden Seite zum gleichen Teil ein Elektronenmangel besteht. Diese Ladungstrennung verursacht ein elektrisches Feld, welches die auf die Elektronen wirkende Lorentzkraft kompensiert. Diese durch das elektrische Feld entstehende Spannung kann abgegriffen und gemessen werden und wird als Hallspannung bezeichnet. Dieser nach Edwin Hall [Bri39] benannte Effekt kann sowohl zur Bestimmung der Ladungsträgerart und -dichte als auch zum Messen von Magnetfeldern eingesetzt werden. In ultraminiaturisierten Hallensoren erfährt die Hallspannung jedoch eine Reduzierung durch die Ladungstreuung an Randbegrenzungen. Darüber hinaus wurde herausgefunden, dass eine starke Minderung der Hallbargröße im Submikrobereich ein Auslösen des Hall-Effektes zur Folge haben kann.[BH87, KH89, CC90, Kir89] Interessanterweise führt auch im nichtlinearen Transportbereich eine Streuung in kleinen Leitern zu ausgeprägten Asymmetrien.[bSSBP09, RM09, ZM06, Sán09] Beispielsweise konnte in mesoskopischen *GaAs/AlGaAs* Aharonov-Bohm-Ringen anhand einer Zweidrahtkonfiguration eine solche Asymmetrie untersucht und erklärt werden [GB07, DG06]. Ebenfalls wurde eine Magnetfeld-Asymmetrie im nichtlinearen Transportbereich eines symmetrischen Quantendrahtes beobachtet. Die Symmetrie des Quantendrahtes wurde hier anhand eines elektrischen Feldes bestimmt, das durch zwei identische Side-Gates hervorgerufen wurde [WF08].

In diesem Kapitel werden Magnetfeldasymmetrien an untersuchten Quantendrähten im nichtlinearen Transportbereich betrachtet. Dabei wird zuerst auf die Realisierung und Herstellung der Quantendrähte in einem zweidimensionalen Elektronengas eingegangen, die anhand einer asymmetrischen Begrenzung verwirklicht wurde. Die unterschiedlichen Randbegrenzungen wurden erreicht, indem auf der einen Seite des Quantendrahtes in der modulationsdotierten  $GaAs/AlGaAs$  Heterostruktur ein einfacher Graben bis zum 2DEG geätzt und auf der anderen Seite ein metallisches Top-Gate aufgedampft wurde, welches das unterliegende 2DEG verarmt. Im Anschluss daran wird auf den verwendeten Messaufbau näher eingegangen und die Vorgehensweise zur Untersuchung der Quantendrähte verdeutlicht. Neben der Transfercharakteristik wurde auch der Leitwert dieser Quantendrähte in Abhängigkeit eines angelegten Magnetfeldes, dessen Feldlinien senkrecht zur Probe orientiert sind, analysiert. Es konnte gezeigt werden, dass im nichtlinearen Transportbereich eine ausgeprägte Asymmetrie des Leitwertes in Abhängigkeit der Magnetfeldrichtung vorliegt. Der daraus entstehende und untersuchte asymmetrische Leitwert kann auf die unterschiedlichen Streuungen, verursacht durch die asymmetrischen Randgrenzen, zurückgeführt werden.

### 3.1 Herstellung asymmetrischer Quantendrähte

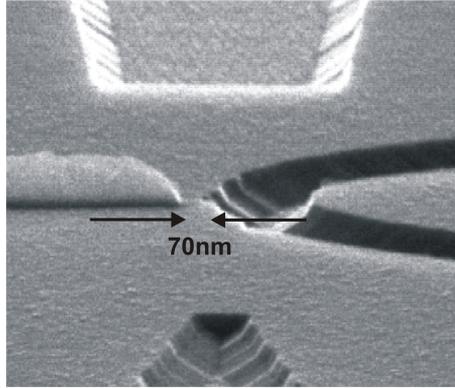
Die in diesem Kapitel durchgeführten Untersuchungen an Quantendrähten basierten alle auf einer  $GaAs/AlGaAs$  Heterostruktur, die mittels Molekularstrahlepitaxie realisiert werden konnte. Die Molekularstrahlepitaxie ermöglicht es, monoatomare Lagen verschiedener Halbleitermaterialien epitaktisch aufeinander zu wachsen [KF99]. Die Basis dieser Halbleiter-Heterostruktur war ein  $500\mu m$  dickes  $GaAs$ -Substrat, auf dem eine  $200nm$  dicke  $GaAs$ -Schicht folgte. Im Anschluss daran wurde auf diese Struktur ein 10-fach Übergitter aus abwechselndem  $25nm$   $AlGaAs$  und  $10nm$   $GaAs$  aufgebracht, auf dem nach einer  $2000nm$   $GaAs$ -Schicht eine Spacer-Schicht aus  $25nm$   $AlGaAs$  folgte. Wie bereits in Kapitel 2.1.2 beschrieben, konnte damit die nachfolgende  $50nm$  n-dotierte  $AlGaAs:Si$ -Schicht von der  $GaAs$ -Schicht räumlich getrennt werden. Somit bestand die Möglichkeit, die Ladungsträger von den Dotieratomen zu trennen und die damit verbundene Streuung weitestgehend zu unterdrücken. Durch diese Ladungsträgertrennung ist ein elektrisches Feld bedingt, das einer Bandverbiegung an der



**Abb. 3.1:** Schichtaufbau einer *GaAs/AlGaAs* Heterostruktur, die als Grundlage der untersuchten Proben diente. Am Heteroübergang zwischen *GaAs* und *AlGaAs* ist das rot eingezeichnet 2DEG zu sehen.

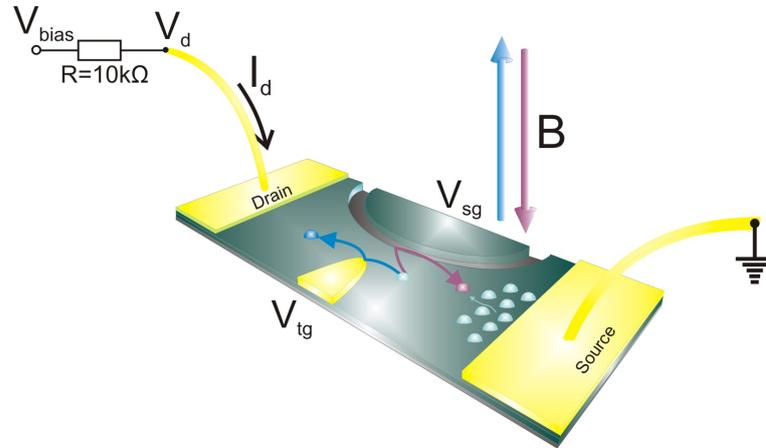
Grenze zwischen *GaAs* und *AlGaAs* entspricht. Es entsteht dabei ein Dreieckspotential mit einem zweidimensionalen Elektronengas. Die gewählte Dotierkonzentration ermöglichte die Entstehung des 2DEGs im Bereich von  $80\text{nm}$  unterhalb der Oberfläche. Als abschließende oxidationshemmende Deckschicht und zum Pinnen des Fermilevels wurden  $10\text{nm}$  dickes *GaAs* auf die Struktur gewachsen. Abbildung 3.1 zeigt den Schichtaufbau einer derartigen *GaAs/AlGaAs*-HEMT Struktur.

Um nun aus dieser Struktur und dem vorhandenen 2DEG einen Quantendraht zu definieren, wurde das 2DEG mittels naßchemisch geätztem Graben auf der einen Seite sowie eines metallischen Topgates auf der anderen Seite lateral eingegrenzt. Zur Realisierung des Side-Gates wurde auf die Heterostruktur eine elektronenstrahlempfindliche Schicht (Polymethylmethacrylate : PMMA) aufgebracht, deren Bindung infolge der Elektronenstrahlbelichtung aufgebrochen wurde, was zu einem Muster des definierten Grabens an der gewünschten Position auf dem Positivlack führte. Nach verschiedenen Prozessschritten konnte anschließend ein  $90\text{nm}$  tiefer und  $200\text{nm}$  breiter naßchemisch geätzter Graben realisiert werden, womit der leitfähige Elektronenkanal an dieser Stelle durchtrennt und vom Side-Gate isoliert wurde. Die Begrenzung des 2DEGs auf der gegenüberliegenden Seite der Struktur wurde mit einem Top-Gate erreicht. Hierfür wurde auf der Oberfläche der Struktur ein  $200\text{nm}$  breites und  $4\mu\text{m}$  langes metallisches Top-Gate aus *CrAu* aufgedampft, womit sich bei den untersuchten Strukturen eine minimale Distanz von  $70\text{nm}$  zwischen Graben und Top-Gate ergab. Während auf der einen



**Abb. 3.2:** Rasterelektronenmikroskopaufnahme eines untersuchten Quantendrahtes mit asymmetrischen Begrenzungen. Auf der rechten Seite ist das Side-Gate, das zur Steuerung der Leitfähigkeit des Kanals dient, und auf der linken Seite das Top-Gate dargestellt, das die Verarmung des 2DEGs realisiert und damit den Quantendraht begrenzt. In einem Abstand von  $70\text{nm}$  ist das Side-Gate vom Top-Gate getrennt, was prinzipiell auch der Breite des Quantendrahtes entspricht.

Seite anhand des geätzten Side-Gates eine geometrische Begrenzung des 2DEGs entstand, wurde durch Anlegen einer Spannung am Top-Gate  $V_{tg}$  eine Kanalbegrenzung auf dieser Seite mittels Verarmung durch ein elektrisches Feld der Struktur erreicht. Im Falle von  $V_{tg} = 0$  existiert somit das 2DEG überall zwischen dem geätzten Graben und unterhalb des Top-Gates. Erst durch eine negative Spannung am Top-Gate bildet sich ein elektrostatisches Potential aus, und das 2DEG wird unterhalb des Gates verarmt. Mit dem geätzten Graben auf der einen Seite und der hervorgerufenen Verarmung auf der anderen Seite bildet sich somit ein eindimensionaler Quantendraht aus, der zwei unterschiedliche Begrenzungen aufweist und daher als asymmetrischer Quantendraht bezeichnet wird. Abbildung 3.2 zeigt eine Rasterelektronenmikroskopaufnahme dieser prozessierten Struktur. Hierbei ist die Begrenzungsasymmetrie anhand der verschiedenen Gates zu sehen. Auf der rechten Seite ist das geätzte Side-Gate und auf der linken Seite das aufgedampfte Top-Gate dargestellt, die mit einem Abstand von  $70\text{nm}$  voneinander getrennt sind. Standard-Hallmessungen bei  $4.2\text{K}$  lieferten bei diesen Strukturen eine Ladungsträgerbeweglichkeit von  $\mu \approx 10^6\text{cm}^2/\text{Vs}$  und eine Ladungsträgerdichte von  $n \approx 4 \times 10^{11}\text{cm}^{-2}$ .



**Abb. 3.3:** Skizze der untersuchten Proben mit dem verwendeten externen Messaufbau. Ebenfalls ist die Elektronenbewegung für unterschiedlich angelegte Magnetfeldrichtungen eingezeichnet. Dabei ist die magnetische Ablenkung der Elektronen gegen die Begrenzung des Quantendrahtes in Abhängigkeit der angelegten Magnetfeldrichtung zu erkennen.

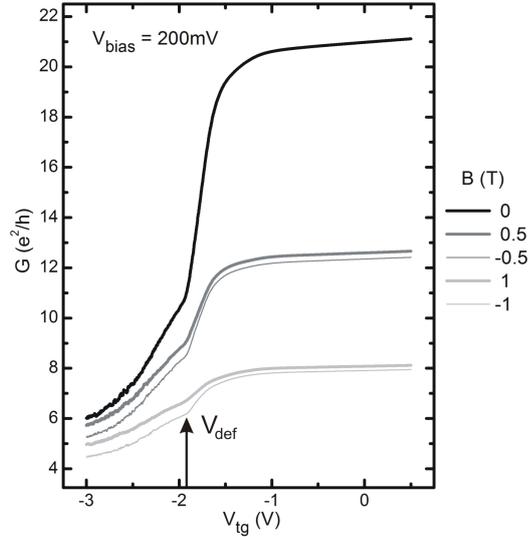
## 3.2 Messaufbau zur Untersuchung der Quantendrähte

Zur Durchführung der Messungen wurde ein Aufbau verwendet, bei dem die eine Seite des Quantendrahtes als Drainkontakt und die andere Seite als Sourcekontakt definiert worden ist. Um die Transfercharakteristik sowie den Leitwert zu bestimmen, war es notwendig, den Strom  $I_d$  zwischen dem Drain- und dem Sourcekontakt, der durch den Quantendraht fließt, zu messen. Hierfür wurde ein Widerstand von  $10k\Omega$  eingesetzt, über den anhand des Spannungsabfalls  $V_{bias} - V_d$  der Strom bestimmt werden konnte. Dafür wurde die eine Seite des Widerstands mit dem Drainkontakt verbunden und die andere Seite an eine Spannungsquelle mit der Vorwärtsspannung  $V_{bias}$  angeschlossen. Die andere Anschlussklemme der Spannungsquelle wurde mit dem Sourcekontakt des Quantendrahtes verbunden, der als Bezugserdung definiert wurde. Des Weiteren wurde zwischen dem Top-Gate und dem Drainkontakt eine Spannung  $V_{tg}$  angelegt, um die erwähnte Verarmung des 2DEGs unterhalb des Gates zu realisieren. Eine angelegte Spannung  $V_{sg}$  zwischen Side-Gate und Drain diente zur Steuerung der Kanalleitfähigkeit. Alle an den asymmetrischen Quantendrähten vorgenommenen Un-

tersuchungen wurden in einem He-Kryostaten bei Dunkelheit und einer Temperatur von  $4.2K$  durchgeführt. Für die Messungen der Magnetfeldasymmetrie im nichtlinearen Transportbereich wurde ein Magnetfeld senkrecht zur Probenstruktur angelegt. Der verwendete Messaufbau als Zwei-Terminal Konfiguration, mit dem sowohl die Transfercharakteristik als auch der Leitwert im Magnetfeld bestimmt wurde, ist in Abbildung 3.3 dargestellt.

Ebenfalls skizziert ist die Elektronenbewegung in Abhängigkeit der angelegten Magnetfeldrichtung. Die Begrenzung des Quantendrahtes auf der Top-Gate Seite wird durch die negative Spannung  $V_{tg}$ , die das darunterliegende 2DEG verarmt, realisiert, was gleichzeitig die Breite des Quantendrahtes bestimmt. Während das eine Ende des Kanals mit der angelegten Vorwärtsspannung  $V_{bias}$  als Drain-Reservoir dient, wurde das andere Ende mit der Masse verbunden und als Source-Reservoir bzw. Elektronen-Reservoir genutzt, was anhand der grünen Halbkugeln zu sehen ist. Je größer die angelegte positive Spannung  $V_{bias}$ , desto mehr Elektronen fließen von Source nach Drain. Liegt ein Magnetfeld an, dessen Feldlinien nach oben weisen (siehe blauer Pfeil), so erfährt die Bahnbewegung der Elektronen mittels Lorentzkraft eine Auslenkung nach links zur Potentialbarriere, die durch die angelegte Spannung am Top-Gate induziert wurde. Diese Potentialbarrierenbegrenzung stellt für die Elektronen eine glatte Berandung dar und führt zu einer spiegelsymmetrischen Streuung in Vorwärtsspannung, was die blaue Elektronenbahn andeutet. Damit können die Elektronen das Drain-Reservoir passieren, was zu einer Erhöhung der Leitfähigkeit führt. Durch eine Umkehr der Magnetfeldrichtung (siehe roten Pfeil) werden Elektronen auf die Seite des geätzten Side-Gates gelenkt. Diese erfahren durch die rauhe Grabenbegrenzung eine Rückstreuung und wandern somit wieder zurück ins Source-Reservoir (siehe rote Elektronenbahn), was eine Reduzierung der Leitfähigkeit zur Folge hat.

Es konnten bereits Untersuchungen an Quantenpunktkontakten im linearen und nicht-linearen Transportbereich gezeigt werden, die ebenfalls die Form des Ätzens und metallischen Gatens miteinander kombinierten, um eine Realisierung unterschiedlicher Begrenzungen zu ermöglichen [RB08]. In geätzten Quantendrähten wurde eine Verringerung der Übertragungsgeschwindigkeit um wenige Prozente beobachtet, was mit den geätzten Begrenzungen in Zusammenhang steht [BF99]. Ebenfalls konnte nachgewiesen werden, dass metallische Top-Gates vorwiegend elastische Streuungen verursachen



**Abb. 3.4:** Leitwert  $G$  als Funktion der Top-Gate Spannung  $V_{tg}$ . Der Kanal ist für Top-Gate Spannungen kleiner  $-1.9V$  als Quantendraht mit unterschiedlichen Begrenzungen definiert. In diesem Bereich ändert sich auch der Leitwert  $G$  wesentlich durch eine Umkehr der Magnetfeldrichtung.

[WF88]. Die in dieser Arbeit untersuchten Strukturen zeigen die Entstehung zweier ungleicher Randgrenzen infolge unterschiedlicher Gates und somit einer deterministischen Asymmetrie der Begrenzung. Diese wurde hervorgerufen durch den geätzten Kanal auf der einen Seite und die negativ angelegte Spannung am Top-Gate auf der anderen. Die Untersuchung dieser Strukturen und die Bildung einer Magnetfeld-Asymmetrie wird nun in den folgenden Kapiteln näher beschrieben.

### 3.3 Transfercharakteristik von Quantendrähten

Für die Messungen der Transfercharakteristik, die in Abbildung 3.4 dargestellt ist, wurde eine Vorwärtsspannung  $V_{bias}$  von  $200mV$  angelegt. Die Spannung am Side-Gate wurde konstant auf  $0V$  gehalten. Um eine Abhängigkeit des Leitwertes von der Vorwärtsspannung und des Magnetfeldes zu erhalten, wurde der Spannungsabfall am Widerstand  $R$  gemessen. Mit diesem Spannungsabfall  $V_R$ , der angelegten Vorwärts-

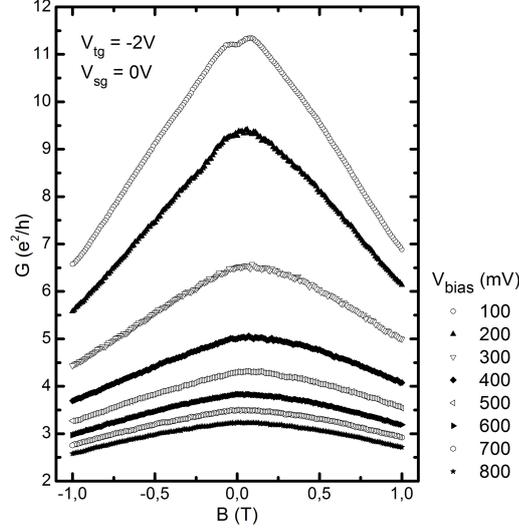
spannung  $V_{bias}$  und dem Widerstand  $R$  mit  $10k\Omega$  konnte über

$$G = \frac{V_R}{(V_{bias} - V_R) \cdot R} \quad (3.1)$$

der Leitwert berechnet werden, welcher in der Einheit des Leitwertquants  $G_0 = \frac{e^2}{h}$  als Funktion der Top-Gate Spannung  $V_{tg}$  für verschiedene Magnetfelder von  $0T$ ,  $\pm 0.5T$  und  $\pm 1T$  dargestellt ist. Die Spannung am Top-Gate wurde für alle Messungen von  $+0.5$  auf  $-3V$  variiert. Für positive Spannungen am Top-Gate und Werte von  $0$  bis  $-1.5V$  bleibt der Leitwert weitestgehend konstant. Für ein Magnetfeld von  $0T$  beträgt der Leitwert ungefähr  $20.3 \frac{e^2}{h}$ , der für eine Top-Gate Spannung von  $-1.9V$  auf einen Wert von  $11 \frac{e^2}{h}$  abnimmt. Ursache hierfür ist das auftretende elektrostatische Potential mit zunehmender negativer Top-Gate Spannung, die den Quantendraht definiert. Für Spannungswerte unter  $-1.9V$ , was in Abbildung 3.4 durch einen Pfeil markiert ist, erfolgt der Elektronentransport nur noch durch den begrenzten Kanal. Ein Vergleich dieser Leitwertkennlinien bei einem Magnetfeld von  $0T$  mit den Kurven für angelegte Magnetfelder von  $\pm 0.5T$  und  $\pm 1T$  zeigt eine Abnahme des Leitwertes von  $20.3 \frac{e^2}{h}$  auf  $12.3 \frac{e^2}{h}$  für  $\pm 0.5T$  und  $7.9 \frac{e^2}{h}$  für  $\pm 1T$ , was auf eine Entvölkerung des Kanals durch das Magnetfeld zurückgeführt wird. Weiterhin ist zu erkennen, dass für Top-Gate Spannungen unter  $-1.9V$ , der Leitwert deutlich abhängig von der Magnetfeldrichtung ist. Genauer betrachtet bedeutet dies, für ein angelegtes Magnetfeld von  $+0.5T$  beträgt der Leitwert bei einer Top-Gate Spannung von  $V_{tg} = -2V$   $8.8 \frac{e^2}{h}$ . Eine Änderung der Magnetfeldrichtung auf  $-0.5T$  führt zu einem Leitwert von  $G = 8.2 \frac{e^2}{h}$ . Für Magnetfeldwerte von  $\pm 1T$  konnte das Gleiche beobachtet werden. Während der Leitwert für  $+1T$  einen Wert von  $6.6 \frac{e^2}{h}$  zeigt, beträgt der Leitwert für ein Magnetfeld von  $-1T$   $6.1 \frac{e^2}{h}$ . Für eine Top-Gate Spannung von  $V_{tg} = 0V$  und einem Magnetfeld von  $0T$  erreicht der Leitwert eine Sättigung von  $21 \frac{e^2}{h}$ .

### 3.4 Magnetfeldasymmetrie im nichtlinearen Transportbereich

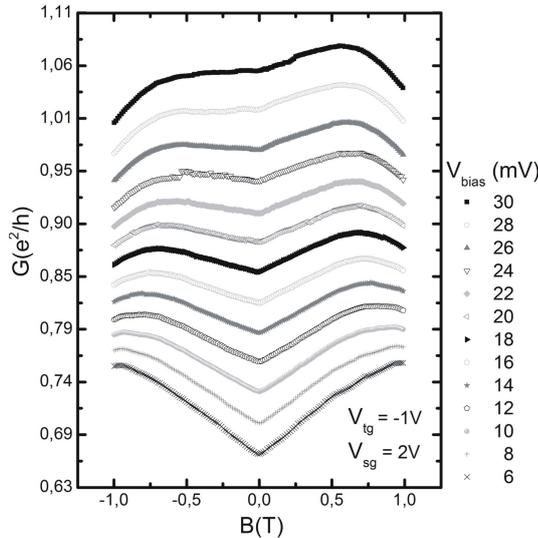
In diesem Kapitel werden die Transporteigenschaften der Struktur bei Variation eines externen Magnetfeldes betrachtet, das senkrecht zur Probe gerichtet war. Abbildung 3.5 zeigt den Leitwert  $G$  als Funktion des Magnetfeldes. Der Leitwert konnte, wie im



**Abb. 3.5:** Leitwert  $G$  als Funktion des Magnetfeldes  $B$  für angelegte Vorwärtsspannungen von 100 bis 800 mV. Die Spannung am Top-Gate  $V_{tg}$  betrug für alle dargestellten Messungen  $-2V$ . Die Side-Gate Spannung wurde auf  $0V$  konstant gehalten.

Kapitel zuvor, ebenfalls über die Gleichung 3.1 berechnet werden. Um diese Abhängigkeit untersuchen zu können, musste der Quantendraht definiert sein, was ab einer Top-Gate Spannung von  $-1.9V$  der Fall war und bereits in Abbildung 3.4 anhand des Pfeiles sowie  $V_{def}$  dargestellt ist. Für die Untersuchungen wurde die Spannung  $V_{tg}$  von  $-2V$  gewählt und das Side-Gate weiterhin auf  $0V$  gehalten. Der Leitwert wurde nun für verschiedene Vorwärtsspannungen im Bereich von 100 bis 800 mV in Abhängigkeit des Magnetfeldes bestimmt. Dabei wurde das Magnetfeld von  $-1$  auf  $+1T$  verfahren. Die Analyse dieser Messungen zeigt, dass der Quantendraht für diese Einstellungen eine Magnetfeldasymmetrie aufweist, d.h.  $G(-B) \neq G(B)$ . Für zunehmende Vorwärtsspannungen ist neben einer abnehmenden Leitwertasymmetrie ebenfalls eine Reduzierung des Leitwertes zu erkennen. Eine nähere Betrachtung des Leitwertes für den gleichen Magnetfeldbetrag, jedoch bei entgegengesetzten Richtungen, zeigt, dass für negative Magnetfelder der Leitwert kleiner ist, als für positive Magnetfelder. Es gilt somit:

$$G(-B) < G(B) \quad (3.2)$$



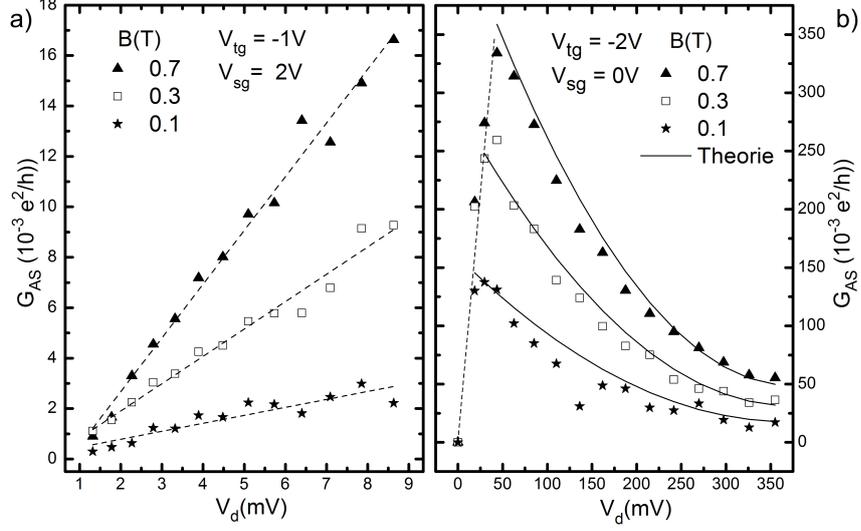
**Abb. 3.6:** Leitwert  $G$  als Funktion des Magnetfeldes  $B$  für angelegte Vorwärtsspannungen von  $6\text{mV}$  bis  $30\text{mV}$ . Die Spannung am Top-Gate  $V_{tg}$  betrug für alle dargestellten Messungen  $-1\text{V}$ . Die Side-Gate Spannung wurde auf  $2\text{V}$  konstant gehalten.

Die Kennlinie bei  $100\text{mV}$  Vorwärtsspannung zeigt im Bereich von  $-0.1$  bis  $0.1\text{T}$  ein Minimum des Leitwertes um  $0\text{T}$ . Dieser Leitwertabfall kann auf den Effekt der schwachen Lokalisierung zurückgeführt werden [BH88a]. Für Systeme treten Interferenzeffekte auf, wenn diese in der Größenordnung der Phasenkohärenzlänge  $l_\phi$  liegen. Eine erhöhte Anzahl der Streuzentren im eindimensionalen Kanal ermöglicht im Vergleich zum 2DEG eine verstärkte kohärente Rückstreuung im Elektronensystem. Daraus folgt ein negativer differentieller Magnetowiderstand. Dieser Magnetowiderstand nimmt mit zunehmender Vorwärtsspannung ab. Für eine Vorwärtsspannung von  $200\text{mV}$  ist er nur noch bedingt zu erkennen und für  $300\text{mV}$  nicht mehr zu sehen. Ein deutlich stärkerer Effekt der schwachen Lokalisierung ist in Abbildung 3.6 zu sehen, der den Leitwert  $G$  als Funktion des Magnetfeldes für kleine Vorwärtsspannungen im Bereich von  $6$  bis  $30\text{mV}$  zeigt. Die Untersuchungen hierfür wurden an einer anderen Struktur gleicher Abmessungen, jedoch veränderten Einstellungen, vorgenommen. Die angelegte Top-Gate Spannung betrug  $V_{tg} = -1\text{V}$  und die Side-Gate Spannung  $V_{sg} = 2\text{V}$ . Für zunehmende Vorwärtsspannungen ist eine zunehmende Leitwertasymmetrie zu erkennen. Während der Leitwert  $G$  bei einer Vorwärtsspannung von  $6\text{mV}$  für  $-1\text{T}$  bei  $0.76 \frac{e^2}{h}$  und sowohl für  $+1\text{T}$  ebenfalls bei  $G = 0.76 \frac{e^2}{h}$  liegt, ergibt sich bei einer Vorwärts-

spannung von  $30mV$  eine Leitwertdifferenz von  $30 \cdot 10^{-3} \frac{e^2}{h}$  anhand des Leitwertes von  $1 \frac{e^2}{h}$  für  $-1T$  und  $1.03 \frac{e^2}{h}$  bei  $+1T$ . Weiterhin erfolgt eine Erhöhung des Leitwertes für zunehmende Vorwärtsspannungen. Betrag der Leitwert bei  $0T$  und einer angelegten Spannung von  $6mV$   $0.67 \frac{e^2}{h}$ , so ergab sich ein Leitwert von  $1.05 \frac{e^2}{h}$  für  $V_{bias} = 30mV$ . Weiterhin ist für Vorwärtsspannungen bis zu  $10mV$  noch keine ausgeprägte Leitwertasymmetrie zu erkennen, die sich jedoch ab einer Spannung von  $V_{bias} = 12mV$  immer deutlicher zeigt. Des Weiteren ist ebenfalls von  $6$  bis  $18mV$  ein absolutes Minimum um  $0T$  zu erkennen, was sich mit zunehmender Spannung  $V_{bias}$  immer weiter reduziert, bis schließlich ab  $V_{bias} = 28mV$  fast kein Minimum mehr zu erkennen ist. Die Leitwertasymmetrie zeigt ebenfalls für negative Magnetfelder kleinere Werte als für positive, wodurch ebenso Gleichung  $G(-B) < G(B)$  gilt.

Ein Vergleich der beiden Transportcharakteristika zeigt, dass der Leitwert eine Wertzunahme mit Erhöhung der Vorwärtsspannung erfährt. Sobald jedoch eine Erhöhung größerer Vorwärtsspannungen anliegt, fällt der Leitwert ab. Diese Charakteristik kann mit der Theorie von Hornsey et al. [CA95] beschrieben werden. Demnach erhöht sich bei kleinen Strömen die Leitfähigkeit, da aufgrund des DIBL (Drain-Induced-Barrier-Lowering [Sze02]) die Potentialbarriere im Kanal mit zunehmender Vorwärtsspannung kleiner wird und sich somit auch die effektive Kanalweite vergrößert. Diese Potentialabnahme wird jedoch mit ansteigendem Strom durch eine erhöhte Elektronenstreuung im Kanal kompensiert, wodurch sich die Leitfähigkeit wieder reduziert. Zusätzlich ist zu erkennen, dass der Effekt der schwachen Lokalisierung für kleine Vorwärtsspannungen deutlich ausgeprägter ist, dieser jedoch für große Vorwärtsspannungen zunehmend verschwindet, was durch die Störung der Interferenzeffekte zwischen den einzelnen Störstellen im Kanal erklärt werden kann [AS97, WF88].

Die bisherigen Beschreibungen machen deutlich, dass der Leitwert stark von der Streuung der Elektronen mit den begrenzenden Rändern des eindimensionalen Quantendrahts abhängt. Die Ursache der erwähnten Asymmetrie im Leitwert, hervorgerufen durch eine Revision des Magnetfeldes, kann anhand der in Abschnitt 3.2 beschriebenen Elektronenbewegung erklärt werden. Dabei erfahren die Elektronen, wenn sie durch den Kanal wandern, durch das angelegte Magnetfeld eine Ablenkung, entweder hin an den geätzten Rand des Quantendrahtes oder an das gegenüberliegende elektrostatische Potential, induziert durch die angelegte Top-Gate Spannung. Werden die Elektronen



**Abb. 3.7:** Asymmetrischer Leitwert  $G_{AS}$  als Funktion der Probenspannung  $V_d$  für verschiedene Magnetfelder. a) zeigt den aus Abbildung 3.6 berechneten  $G_{AS}$ , der einen linearen Anstieg mit der Probenspannung  $V_d$  zeigt. Dabei ist ebenfalls zu erkennen, dass der asymmetrische Leitwert auch mit dem angelegten Magnetfeld linear ansteigt. b) zeigt den aus Abbildung 3.5 errechneten asymmetrischen Leitwert  $G_{AS}$ . Hier erfolgt ebenfalls ein linearer Anstieg bis zu einer Probenspannung von ungefähr  $30mV$ . Für größere Probenspannungen bricht der asymmetrische Leitwert ein und nimmt bis zu einem Wert von  $300mV$  ab, um danach in eine Sättigung überzugehen. Des Weiteren ist in Abbildung b) eine Theorie zur Beschreibung der Phononstreuung nach S. K. Lyo et al. eingefügt, welche die unterschiedlichen Rauigkeiten der Randgrenzen berücksichtigt.[LH06]

vermehrt zum rauhen, geätzten Rand gelenkt, so erfahren die Elektronen eine diffuse Streuung und werden zurückgestreut, was eine Minderung des Leitwerts zur Folge hat. Dies kann in Abbildung 3.3 durch die rote Elektronenbahn nachvollzogen werden. Im Unterschied dazu werden die Elektronen vermehrt elastisch gestreut, wenn sie in Richtung des elektrostatischen Potentials gelenkt werden, womit sie den Kanal passieren können und den Leitwert des Systems erhöhen. (siehe blaue Elektronenbahn in Abbildung 3.3) Hierzu soll nun der asymmetrische Leitwert  $G_{AS}$ , der sich aus dem Leitwert bei positivem Magnetfeld  $G_{+B}$  und aus dem Leitwert bei negativem Magnetfeld  $G_{-B}$  zu

$$G_{AS} = \frac{1}{2}(G(B) - G(-B)) \quad (3.3)$$

errechnet, näher betrachtet werden. Dazu wurden aus den dargestellten G-B Kennlinien der zwei untersuchten Strukturen die jeweiligen Leitwertasymmetrien  $G_{AS}$  errechnet und als Funktion von der Proben-Spannung  $V_d$  dargestellt. In Abbildung 3.7 a) ist die Leitwertasymmetrie als Funktion der Probenspannung  $V_d$  für unterschiedliche Magnetfelder ( $0.1T$ ,  $0.3T$  und  $0.7T$ ) dargestellt, die aus der Messung von Abbildung 3.6 berechnet wurde. Abbildung 3.7 b) zeigt den berechneten asymmetrischen Leitwert als Funktion der Probenspannung aus Abbildung 3.5 ebenfalls für verschiedene Magnetfelder von  $0.1T$ ,  $0.3T$  und  $0.7T$ . Für die dargestellte Leitwertasymmetrie in Abbildung a) wurde eine Top-Gate Spannung von  $-1V$  und eine Side-Gate Spannung von  $2V$  angelegt. Die Vorwärtsspannung  $V_{bias}$  wurde zwischen  $6$  und  $30mV$  variiert, was einen Spannungsabfall  $V_d$  über die Probe zwischen  $1$  und  $9mV$  verursachte. Es zeigt sich in jeder Kennlinie ein linearer Anstieg des asymmetrischen Leitwertes für eine Erhöhung der Vorwärtsspannung bzw. der Probenspannung  $V_d$ . Sowohl für  $0.1T$ , für  $0.3T$  als auch  $0.7T$ . Dabei ergibt sich für die Leitwertasymmetrie bei  $0.7T$  eine Steigung von  $2.13 \cdot 10^{-3} \frac{e^2/h}{mV}$ , für  $0.3T$  eine Steigung von  $1.08 \cdot 10^{-3} \frac{e^2/h}{mV}$  und für  $0.1T$  eine Steigung von  $0.32 \cdot 10^{-3} \frac{e^2/h}{mV}$ . Daraus kann nicht nur ein linearer Zusammenhang zwischen der Leitwertasymmetrie und der Probenspannung geschlossen werden sondern auch eine lineare Abhängigkeit der Leitwertasymmetrie zum angelegten Magnetfeld. Zusammenfassend bedeutet dies, dass solange die Probenspannung klein ist, die Leitwertasymmetrie linear sowohl mit der Probenspannung als auch mit dem angelegten Magnetfeld steigt. Anders sieht dies jedoch für größere Probenspannungen aus, wie in Abbildung 3.7 b) dargestellt. Hier wurde die Top-Gate Spannung auf  $-2V$  und die Side-Gate Spannung auf  $0V$  gesetzt. Für kleine Probenspannungen  $V_d$  von  $0$  bis ca.  $30mV$  ist ebenfalls für alle angelegten Magnetfelder ein linearer Anstieg der Leitwertasymmetrie zu sehen. Ab einer kritischen Spannung von ca.  $30mV$  bricht die Leitwertasymmetrie ein und nimmt wieder ab. Das daraus resultierende Maximum liegt somit im Bereich von ca.  $30mV$ . Bis zu einer Probenspannung von ca.  $300mV$  erfolgt diese Minderung der Leitwertasymmetrie um anschließend in eine Sättigung überzugehen. Stellvertretend für alle Magnetfelder ist hier die Leitwertasymmetrie für  $0.1T$ ,  $0.3T$  und  $0.7T$  dargestellt. Bisher konnten für die verschiedensten Bauteile solch kritische Spannungen beobachtet werden. Unter anderem in Quantendots [ZM06], in Carbon-Nanoröhrchen [DC05] und in chiralen Systemen [FW01].

Mit den in Abbildung 3.7 b) dargestellten Ergebnissen kann der Einfluss der Phononstreuung im nichtlinearen Transport für unterschiedliche Rauigkeiten nochmals verdeutlicht werden. Hierfür wurde die Theorie von S. K. Lyo et al. verwendet, die einen Zusammenhang zwischen der Phononstreuung mit und ohne Rauigkeiten liefert. Übertragen auf die hier verwendeten Proben bedeutet dies, dass die Seite der geätzten Randgrenze die Phononstreuung mit Rauigkeit darstellt, während die Seite des Top-Gates als Phononstreuung ohne Rauigkeit definiert ist. Für die Umsetzung dieser Theorie wurde der Widerstand  $R_{Phonon+Rauhigkeit}$  sowie  $R_{Phonon}$  aus der in [LH06] veröffentlichten  $\frac{R_x - R_0}{R_0} - T$  Kennlinie mit dem angegebenen Widerstand  $R_0$  von  $1.06 \frac{h}{2e^2}$  ermittelt und jeweils als Leitwert  $G_{Phonon+Rauhigkeit}$  und  $G_{Phonon}$  umgerechnet. Die daraus resultierenden Kennlinien wurden anschließend gefittet und lieferten folgende Gleichungen:

$$G_{Phonon+Rauhigkeit} = \left( 0.967 - \frac{0.0325}{K} \cdot T + \frac{0.0017}{K^2} \cdot T^2 \right) \frac{e^2}{h} \quad (3.4)$$

$$G_{Phonon} = \left( 2.243 - \frac{0.408}{K} \cdot T + \frac{0.0328}{K^2} \cdot T^2 \right) \frac{e^2}{h} \quad (3.5)$$

Die in [LH06] betrachtete Temperaturabhängigkeit wurde für die vorliegenden Ergebnisse mit

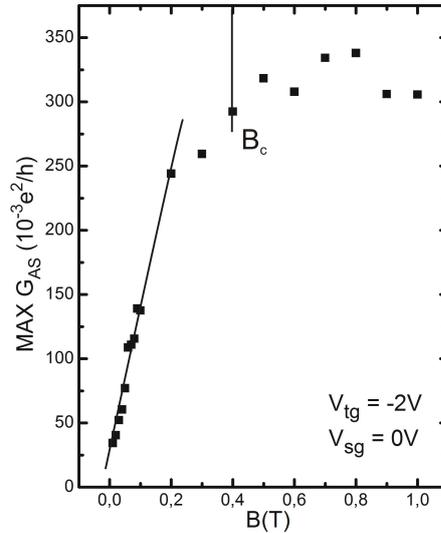
$$T = a \cdot \frac{eV}{k_B} \quad (3.6)$$

in eine Abhängigkeit der Spannung  $V$  umgerechnet. Dabei ist  $a$  ein Vorfaktor, der sich in bester Annäherung zu 0.0014 ergibt. Im Anschluss daran konnte nun anhand der ermittelten Leitwerte mit Berücksichtigung der Rauigkeit  $G_{Phonon+Rauhigkeit}$  und ohne Rauigkeit  $G_{Phonon}$  die Leitwertasymmetrie mit

$$G_{AS} = \frac{1}{2} (G_{Phonon} - G_{Phonon+Rauhigkeit}) \quad (3.7)$$

berechnet werden. Der Leitwert  $G_{Phonon}$  steht dabei für die Ablenkung der Elektronen in Richtung Top-Gate bzw. für positive Magnetfelder und  $G_{Phonon+Rauhigkeit}$  für die Ablenkung in Richtung Side-Gate, d.h. für negative Magnetfelder. Unter der Berücksichtigung der jeweiligen Magnetfelder konnten somit die Ergebnisse aus Abbildung 3.7 b) und damit der Einfluss der Phononstreuung mit und ohne Rauigkeit anhand der Theorie nach S. K. Lyo et al. bewiesen werden.

Wie bereits erwähnt, ergibt sich ein Maximum des asymmetrischen Leitwertes als Funktion der Probenspannung für jedes angelegte Magnetfeld. Wird dieses Maximum



**Abb. 3.8:** Maximum der Leitwertasymmetrie  $MAX G_{AS}$  als Funktion des Magnetfeldes. Der maximale asymmetrische Leitwert  $MAX G_{AS}$  steigt zu Beginn bis ungefähr  $0.4T$  linear an, bis er für Magnetfelder  $> 0.4T$  in eine Sättigung übergeht. Der Wert von  $0.4T$  wird als kritisches Magnetfeld  $B_c$  bezeichnet.

$MAX G_{AS}$  als Funktion des Magnetfelds aufgetragen, so ergibt sich die in Abbildung 3.8 dargestellte Kennlinie. Das Maximum des asymmetrischen Leitwertes  $MAX G_{AS}$  steigt linear mit dem Magnetfeld bis zu einem Wert von  $0.2T$  an. Für Werte von  $B$  größer als  $0.4T$  geht  $MAX G_{AS}$  in eine Sättigung über. Der Wert von  $0.4T$  wird deshalb auch als kritisches Magnetfeld  $B_c$  bezeichnet, was auch in Abbildung 3.8 eingezeichnet ist.

In der Literatur sind viele verschiedene Begründungen für die Leitwertasymmetrie zu finden, unter anderem werden für solche Streuungen und Strukturasymmetrien kapazitive Kopplungsasymmetrien und Plasmoneneffekte verantwortlich gemacht.[SL04, BS96, AS07] Die an den untersuchten Strukturen auftretende Leitwertasymmetrie kann hier anhand der ungleichen Rückstreuung der Elektronen an den verschiedenen Randgrenzen erklärt werden. Zur quantitativen Analyse dieser Leitwertasymmetrie wurde der Einfluss der Rückstreuung im Quantendraht auf den Leitwert mitberücksichtigt. Grundlage hierfür war das von Yacobi et al. entwickelte Model [BW96], das genau diesen Einfluss einkalkuliert. Dabei wird definiert, dass die Elektronenbewegung von genau zwei Arten der Streuung abhängt. Eine Art der Streuung ist die Streuung

eines aufwärts laufenden Elektrons in ein abwärts laufendes Elektron und umgekehrt. Diese Streuung wird mit  $\Gamma_{1D}$  bezeichnet. Die zweite Art der Streuung  $\Gamma_{2D}$  ist die Streuung zwischen dem 2DEG und den auf- und abwärts laufenden Elektronen. Neben diesen Streuarten kann auch ein angelegtes Magnetfeld auf die Rückstreuung erheblichen Einfluss nehmen. Dieser Effekt wird anhand eines zusätzlichen Parameters  $p$  im Model dargestellt. So wird für aufwärts laufende Elektronen und  $B > 0$  die Rückstreuung an der linken Kanalseite erniedrigt ( $\Gamma_{1D}(1 - p)$ ) und für abwärts laufende Elektronen die Rückstreuung an der rechten Kanalseite erhöht ( $\Gamma_{1D}(1 + p)$ ). Wird nun jeweils für die aufwärts und abwärts laufenden Elektronen die stationäre Boltzmann-Gleichung gelöst [WF08], ergibt sich

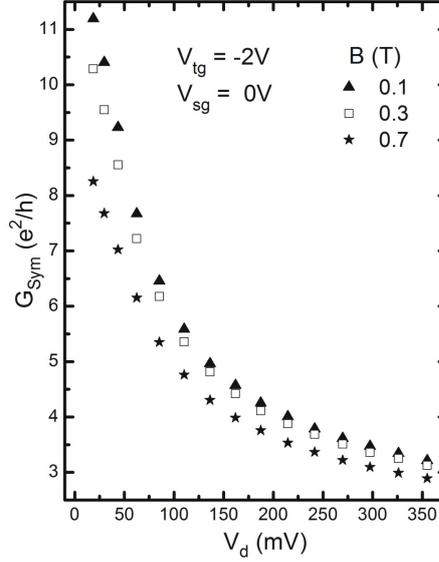
$$G_{AS} = \frac{2e^2 p}{h(1 + \Gamma_{2D}/2\Gamma_{1D})}. \quad (3.8)$$

Um nun  $p$  bestimmen zu können, sollte in Betracht gezogen werden, dass die Elektronen auf ihrem Weg von Source nach Drain für ein kritisches Magnetfeld  $B = B_c = 0.4T$  alle zu einer Seite abgelenkt werden, was anhand der Sättigung in Abbildung 3.8 zu erkennen ist. Diese Ablenkung führt zu einem linearen Anstieg der Leitwertasymmetrie. Aus diesem Grund kann  $p = 1$  gesetzt werden. Solange für die Probenspannung  $V_d \gg 2E_F/e \sim 22mV$  gilt, erfolgt dieser lineare Anstieg. Ab einer kritischen Spannung von  $V_c = 2E_{Ph}/e = 2 \cdot 37mV = 74mV$  ist jedoch die Barriere im Kanal größer, als das elektrostatische Potential der aufwärts laufenden Elektronen, wodurch das Passieren der Elektronen durch den Kanal verhindert wird. Somit nimmt die Leitwertasymmetrie für  $V_d \gg V_c$  wieder ab.

Zusätzlich wurde neben dem asymmetrischen Leitwert auch der symmetrische Leitwert  $G_{Sym}$  betrachtet, der sich ebenfalls aus den Kennlinien von Abbildung 3.5 unter

$$G_{Sym} = \frac{1}{2}(G(B) + G(-B)) \quad (3.9)$$

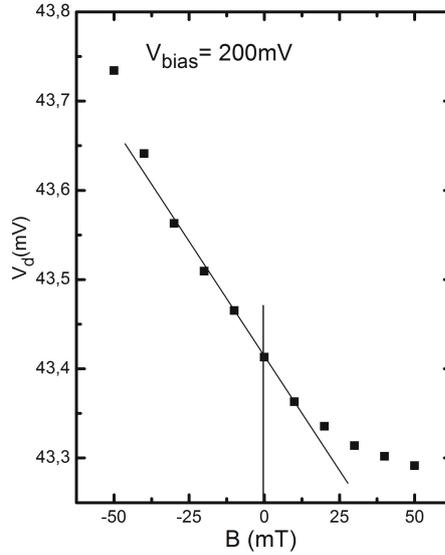
berechnen lässt. Der symmetrische Leitwert  $G_{Sym}$  ist in Abbildung 3.9 als Funktion der Probenspannung für verschiedene Magnetfelder dargestellt. Im Gegensatz zum asymmetrischen Leitwert zeigt der symmetrische Leitwert für kleine Probenspannungen keinen linearen Anstieg sondern gleich zu Beginn einen exponentiellen Abfall mit der Probenspannung  $V_d$  für Magnetfelder von  $0.1T$ ,  $0.3T$  und  $0.7T$ .



**Abb. 3.9:** Symmetrischer Leitwert  $G_{Sym}$  als Funktion der Probenspannung  $V_d$  für verschiedene Magnetfelder. Der aus Abbildung 3.5 berechnete symmetrische Leitwert  $G_{Sym}$  zeigt einen exponentiellen Abfall mit der Probenspannung  $V_d$  für verschiedene Magnetfelder.

Nun stellt sich die Frage, ob die untersuchten Strukturen auch für eine Anwendung als Magnetfeldsensoren dienen können. Für die Detektion kleiner Magnetfelder, beispielsweise im  $mT$ -Bereich, stellt die Miniaturisierung der verwendeten Bauteile ein größeres Problem dar. Beispielsweise tritt bei zunehmender Verkleinerung der Sensoren der Effekt des *Quenching* [HG93] auf. Dieses Quenching bedeutet ein Auslöchen des Hall-Effektes, was dazu führt, dass sich bei Sensoren mit einer Breite kleiner als  $200nm$  ein Plateau in der Spannung um  $B = 0T$  ausbildet und somit eine Verwendung dieser Strukturen zur Detektion kleiner Magnetfelder nicht mehr zweckmäßig ist [BH88b, BH87, Kir89]. Mit Hilfe von Änderungen im Aufbau und Design können solche Quenching-Effekte weitestgehend verhindert werden [BP99, WB99, KH89]. Die immer kleiner werdenden Bauteile gelangen also an ihre Auflösungsgrenzen, wodurch die Sensitivität  $S$  abnimmt. Die Sensitivität  $S$  stellt ein Maß für die Veränderung des Feldes bei Magnetfeldumkehr dar. Sie ergibt sich aus der Steigung der Kennlinie der Probenspannung  $V_d$  als Funktion des angelegten Magnetfeldes  $B$  mit

$$S = \frac{dV_d}{dB}. \quad (3.10)$$



**Abb. 3.10:** Probenspannung  $V_d$  als Funktion des Magnetfeldes für eine Vorwärtsspannung von  $200mV$ . Es ist zu erkennen, dass die Asymmetrie auch für sehr kleine Magnetfelder  $B$  sehr dominant ist. Die Steigung  $\frac{dV_d}{dB}$  der Kennlinie ist ein Maß für das angelegte Magnetfeld und ergibt sich zu  $S = 10\frac{mV}{T}$ .  $S$  wird als Sensitivität bezeichnet und steht bei Hall-Sensoren als Angabe für die Genauigkeit zur Messung von Magnetfeldern.

Die Betrachtung der untersuchten Proben zeigt, dass das verwendete Design die Problematik des Quenchings verhindert. In Abbildung 3.10 ist die Untersuchung der Sensitivität dargestellt. Für eine Vorwärtsspannung  $V_{bias}$  von  $200mV$  ist die Probenspannung  $V_d$  als Funktion des angelegten Magnetfeldes  $B$  im Bereich von  $-50$  bis  $50mT$  aufgetragen. Es ist deutlich zu erkennen, dass auch für kleine Magnetfelder eine Asymmetrie in der Magnetfeldumkehr herrscht, was als Indiz dafür betrachtet wird, dass kein Quenching aufgetreten ist. Während für  $-10mT$  die Probenspannung einen Wert von  $43.5mV$  aufzeigt, beträgt dieser bei  $10mT$  nur  $43.3mV$ . Damit ergibt sich eine Sensitivität von

$$S = \frac{dV_d}{dB} = 10\frac{mV}{T}, \quad (3.11)$$

d.h. für eine Auflösung von  $10nV$  können Magnetfelder mit einer Genauigkeit von  $1\mu T$  bestimmt werden.

## 4 Magnetotransport in einer Metall-Halbleiter Verbindung

Der magnetoresistive Effekt spiegelt sich in einer Änderung des elektrischen Widerstands eines Materials aufgrund eines angelegten äußeren Magnetfeldes wider. Seit Jahrzehnten gehören Untersuchungen von magnetoresistiven Effekten in magnetischen Systemen, beispielsweise in  $Fe/Cr$  Übergitterstrukturen [DFC88], in heterogenen  $Cu-Co$  Legierungen [HT92] oder auch in monokristallinen  $Fe/MgO/Fe$  Verbindungen [SA04], zu wichtigen Forschungsgebieten der Physik. [JC92, RC94, SY04] 1994 bekam Stuart Parkin den *American Physical Society International New Materials Prize* für seine Arbeiten an dünnen magnetischen Filmstrukturen und die daraus folgenden Erkenntnisse des GMR-Effekts (Giant Magnetoresistance). 2007 erhielten Albert Fert und Peter Grünberg für die Arbeiten am GMR-Effekt den Nobelpreis für Physik. Ein von Stuart Parkin geleitetes IBM-Forschungsteam lizenzierte die Technik des Riesemagnetowiderstands und schaffte die Möglichkeit, diesen Effekt als miniaturisierten Sensor für magnetische Felder einzusetzen. Somit konnte eine neue Technologie für Leseköpfe in Computerfestplatten umgesetzt und 1997 das erste kommerzielle Laufwerk von IBM hergestellt werden.

Neben den Anwendungen in Festplatten findet der GMR-Effekt auch als Magnetfeldsensor in der Automobilindustrie Verwendung. Dies zeigt, wie weitreichend der Einsatz dieses magnetoresistiven Effekts in magnetischen Materialien ist. Da verwundert es nicht, dass auch Untersuchungen des magnetoresistiven Effektes an nicht-magnetischen Materialien intensiv durchgeführt werden. Neueste Entdeckungen zeigen sogar, dass der magnetoresistive Effekt in nicht-magnetischen Materialien vergleichbare oder noch größere Werte aufweist, als der magnetoresistive Effekt in magnetischen Systemen.[EL97, PL03, RS02] Auch bei Raumtemperatur durchgeführte Untersuchungen zeigten, dass in Metall-Halbleiter Verbindungen ein großer magnetoresistiver Ef-

fekt erreicht werden konnte.[HTGS02, HS01, HH00] Der klassische magnetoresistive Effekt in dotierten Halbleitern kann oftmals auf die Rolle, die die Lorentzkraft auf die Bewegung der Ladungsträger ausübt, zurückgeführt werden [AM08].

Einen beachtlichen magnetoresistiven Effekt konnte Michael P. Delmo et al. an einer Metall-Halbleiter-Metall Verbindung nachweisen. Dabei bestand die untersuchte Probe aus einem leicht Phosphor dotierten Silizium-Substrat (n-dotiert), an dem zwei metallische Indium-Kontakte aufgebracht waren. Diese  $In/n-Si/In$  Struktur zeigt einen mehr als 1000 Prozent großen positiven magnetoresistiven Effekt bei Raumtemperatur und einen 10000 Prozent großen Effekt bei  $25K$  für Magnetfelder von bis zu  $3T$ , die senkrecht zum Substrat anlagen. Weiterhin zeigen sie anhand der I-V Charakteristik, dass für kleine Vorwärtsspannungen ( $V < 1V$ ) die I-V Kennlinie annähernd linear ist jedoch für größere Spannungen diese Linearität aufbricht und in den nichtlinearen Fall übergeht. Diesen Übergang erklären Michael P. Delmo et al. durch die Entstehung einer lokalisierten Raumladung, da eine zunehmende Vorwärtsspannung weitere Ladungsträger injiziert und sich somit die ursprüngliche Ladungsträgerdichte erhöht, der eine Anreicherung der Elektronen um den Kontakt folgt [Sze81, Lam56, Ros55]. Aufgrund der großen angelegten Vorwärtsspannungen liegt ein hohes elektrisches Feld an der Struktur, wodurch der Transport der Elektronen durch die lokalisierte Raumladung begrenzt wird. Weitere Untersuchungen an Substraten mit einer Ladungsträgerdichte kleiner als  $\sim 10^{13}cm^{-3}$  zeigten, dass der magnetoresistive Effekt eine lineare Abhängigkeit des Magnetfeldes zwischen  $3$  und  $9T$  aufweist. Diesen großen magnetoresistiven Effekt erklären sie durch das Aufbrechen der Quasi-Neutralität der lokalisierten Raumladung, da zu wenig Ladung vorhanden ist, um die injizierten Elektronen zu ersetzen. Dies führt zu einer Feldinhomogenität, was ebenfalls in anderen Halbleitern, die einen großen nichtsättigenden magnetoresistiven Effekt zeigten, beobachtet wurde.[Her60] Die Bewegungen der Elektronen in diesem Bereich stehen in Wechselwirkung miteinander, wodurch die Abhängigkeit vom Magnetfeld verursacht wird.[OK09]

Neben dem Aufbrechen der Quasi-Neutralität der lokalisierten Ladung gibt es weitere Mechanismen, die einen großen magnetoresistiven Effekt in Halbleitern verursachen können. Beispielsweise zeigen leicht dotierte Halbleiter einen ähnlichen Effekt im Hopping-Leitungsregime bei niedrigen Temperaturen infolge des Schrumpfens der Wellenfunktion im hohen magnetischen Feld. Ein weiteres Beispiel für die Ursache eines magnetoresistiven Effekts wäre eine entsprechende Kontaktgeometrie (Probenlänge  $\ll$  Probenbreite), was eine Unterdrückung der Hallspannung nach sich ziehen würde.

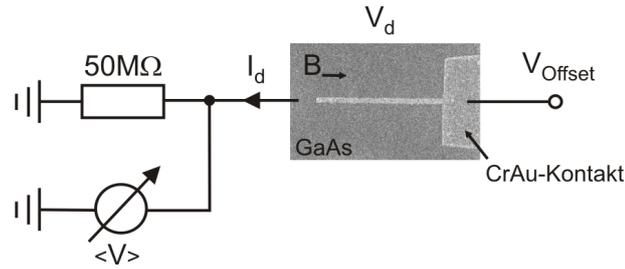
Die in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen zeigen einen magnetoresistiven Effekt an Metall-Halbleiter Strukturen, deren Ursache anhand der stetigen Ladungslokalisierung in Abhängigkeit des angelegten Magnetfelds erklärt werden kann. Die verwendete Metall-Halbleiter Struktur besteht aus einem Schottky-Kontakt. Bereits Mitte des 20. Jahrhunderts entwickelte Walter Schottky die nach ihm benannte Schottky-Diode, die sich aus einem Metall-Halbleiter Übergang zusammensetzte. Zu dieser Zeit bestand eine Schottky-Diode noch aus einem punktförmigen Kontakt. Es wurde hierzu ein spitzer Metalldraht auf eine Halbleiteroberfläche angebracht. Schon bald wurden diese Kontakte durch dünne Metallfilme ersetzt, was auch heute noch bei handelsüblichen Schottky-Dioden Verwendung findet. [Ser08]

Durch das Zusammenführen von Metall und Halbleiter kommt es zwischen diesen solange zu einem Ladungsausgleich, bis sich beide Fermienergien angleichen. Im thermodynamischen Gleichgewicht entsteht somit eine gemeinsame Fermienergie. Es sammeln sich Elektronen an der metallischen Oberfläche, welche aus der Halbleiteroberfläche abfließen und im Halbleiter positive Störstellen zurücklassen. Der daraus resultierende Potentialunterschied führt zu einer Verbiegung der Bänder des Halbleiters, so dass Elektronen den Halbleiter verlassen, wodurch eine Verarmungszone entsteht. Das Anlegen einer positiven Spannung am metallischen Kontakt führt zu einer Verdrängung der Elektronen aus dem Halbleitermaterial in die Verarmungszone. Diese wird dabei kleiner und somit auch die zu überwindende Potentialbarriere. Die Schottky-Diode wird hierbei in Durchlassrichtung betrieben. Eine negative Spannung am Metall-Kontakt führt dementsprechend zu einer Vergrößerung der Verarmungszone. Die Diode wird in Sperrrichtung betrieben. Ist die negative Spannung genügend groß, so kommt es zu einem Durchbruch und der Sperrstrom steigt rapide an. [uWR92, Gro08, Sch06]

Die hier durchgeführten Untersuchungen der Metall-Halbleiter Verbindung erfolgten genau in diesem Durchbruchbereich. Dabei wurde insbesondere die Abhängigkeit des Magnetfeldes für diesen Bereich näher beschrieben. Die Herstellung des Schottky-Kontakts, der aus einem *CrAu-GaAs* Übergang besteht, wurde mittels Molekularstrahlepitaxie einer Halbleiter-Heterostruktur und Aufdampfen von *CrAu* realisiert, was zu Beginn des Kapitels detaillierter erklärt wird. Die Untersuchungen der I-V Charakteristik sowie der Magnetfeldabhängigkeit der Metall-Halbleiter Struktur werden ebenfalls in diesem Kapitel näher erläutert. Des Weiteren wird zusätzlich die I-V Charakteristik in Abhängigkeit der Zeit sowie die größte Magnetfeldänderung in Abhängigkeit der Probenspannung  $V_d$  beschrieben. Ein kapazitives Modell bietet am Ende des Kapitels einen Einblick in die theoretische Beschreibung der Probencharakteristik.

## 4.1 Herstellung der Metall-Halbleiter Verbindung

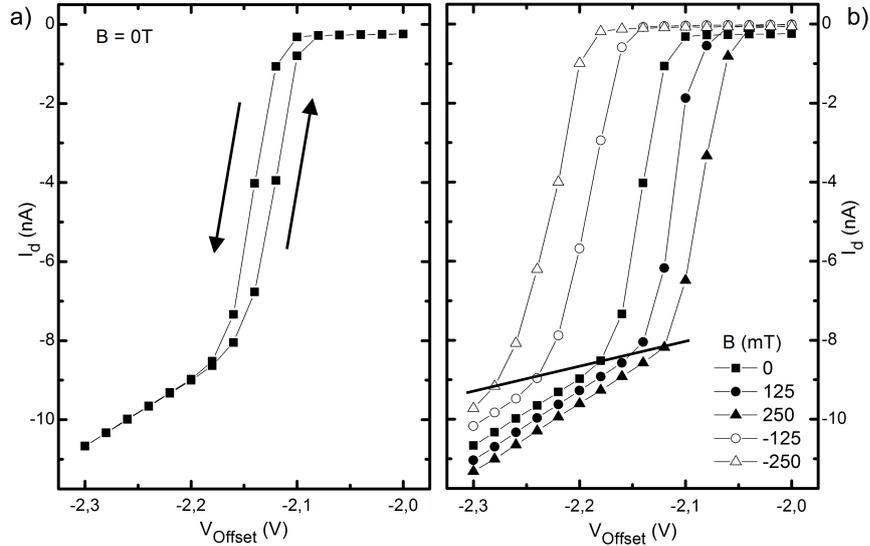
Für die Herstellung der *CrAu-GaAs* Schottky-Diode diente als Grundlage dieser Metall-Halbleiter Struktur die in Kapitel 3 verwendete *GaAs/AlGaAs*-HEMT Struktur. Wie bereits beschrieben, wurde dafür eine  $200\text{nm}$  dicke *GaAs*-Schicht auf ein  $500\mu\text{m}$  dickes *GaAs*-Substrat gebracht. Dem folgte ein 10-fach Übergitter aus abwechselndem  $25\text{nm}$  *AlGaAs* und  $10\text{nm}$  *GaAs* sowie eine  $2000\text{nm}$  dicke *GaAs*-Schicht. Durch eine Spacer-Schicht aus  $25\text{nm}$  *AlGaAs* konnte die nachfolgende  $50\text{nm}$  n-dotierte *AlGaAs:Si*-Schicht von der *GaAs*-Schicht räumlich getrennt werden. Abschließend wurde eine  $10\text{nm}$  dicke *GaAs*-Schicht als oxidationshemmende Deckschicht auf die Struktur gewachsen (siehe Abbildung 3.1). Auf diese Halbleiterschicht wurde nun ein  $200\text{nm}$  breiter und  $4\mu\text{m}$  langer metallischer Top-Kontakt aus *CrAu* aufgedampft. Die längliche, spitzzulaufende Form des Top-Kontaktes sorgt für eine Verstärkung des elektrischen Feldes am Kontaktende, was auch die Rasterelektronenmikroskopaufnahme in Abbildung 4.1 zeigt. Die Ladungsträgerbeweglichkeit von  $\mu \approx 10^6\text{cm}^2/\text{Vs}$  sowie die Ladungsträgerdichte von  $n \approx 4 \times 10^{11}\text{cm}^{-2}$  wurde mittels Standard-Hallmessungen bei  $4.2\text{K}$  gemessen.



**Abb. 4.1:** Rasterelektronenmikroskopaufnahme der untersuchten Metall-Halbleiter Verbindung sowie eine schematische Darstellung des verwendeten externen Messaufbaus. Zur Ermittlung der I-V Charakteristik der Zwei-Terminal Struktur wurde der Strom  $I_d$  mittels Spannungsabfall  $\langle V \rangle$  über einen  $50M\Omega$  Widerstand ermittelt. Durch ein angelegtes Magnetfeld parallel zur Probe konnte die Magnetfeldabhängigkeit gemessen werden. Die Probenspannung  $V_d$  berechnete sich aus der Differenz der angelegten Vorwärtsspannung  $V_{Offset}$  und der gemittelten Spannung  $\langle V \rangle$ .

## 4.2 Messaufbau zur Untersuchung der Metall-Halbleiter Struktur

Für die in diesem Kapitel durchgeführten Untersuchungen wurde der in Abbildung 4.1 skizzierte Messaufbau verwendet. Der metallische Top-Kontakt der Zwei-Terminal Probe diente dabei als Drainkontakt und wurde mit einer Spannungsquelle verbunden, mit der eine sinusförmige AC-Vorwärtsspannung angelegt werden konnte. Diese Spannung setzte sich aus der DC-Spannung  $V_{Offset}$  und einem periodischen Signal  $V_{Amplitude} \cdot \sin(\omega t)$  zusammen. Der Halbleiterbereich der Zwei-Terminal Struktur wurde als Sourcekontakt definiert und an einen Widerstand von  $50M\Omega$  angeschlossen, an dem wiederum das Massepotential lag. Mit der über diesen Widerstand abfallenden gemittelten Spannung  $\langle V \rangle$  konnte nun der Strom  $I_d$  der Probe ermittelt und damit auch die I-V Charakteristik der Metall-Halbleiter Verbindung beschrieben werden. Zur Untersuchung der Magnetfeldabhängigkeit wurde das Magnetfeld  $B$  parallel zur Metall-Halbleiter Struktur bzw. zur *GaAs* Oberfläche positioniert sowie parallel zum metallischen Top-Kontakt (siehe Abbildung 4.1). Die Probenspannung  $V_d$  in Abhängigkeit des Magnetfeldes, das von 0 bis  $\pm 300mT$  variiert wurde, konnte anhand des gemittelten Spannungsabfalls  $\langle V \rangle$  über den Widerstand und der angeleg-



**Abb. 4.2:** a) Die I-V Charakteristik der  $CrAu-GaAs$  Verbindung bei einem Magnetfeld von  $0T$  zeigt eine deutliche Hysterese. Bei einer Spannung  $V_{Offset}$  von  $-2.14V$  ergibt sich anhand der Hysterese eine Stromdifferenz von  $2.75nA$ . b) I-V Charakteristik in Abhängigkeit verschiedener Magnetfelder. Neben dem Magnetfeld von  $0T$  sind auch Magnetfelder von  $\pm 125mT$  und  $\pm 250mT$  dargestellt. Für positive Magnetfelder verschiebt sich die I-V Kennlinie zu positiveren Spannungswerten  $V_{Offset}$  während für negative Magnetfelder die I-V Kennlinie zu negativen Spannungswerten tendiert.

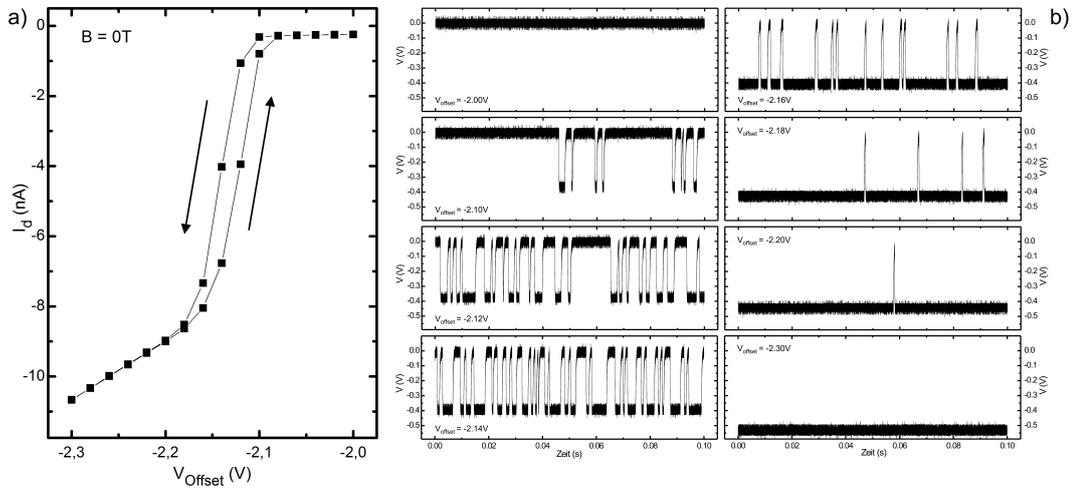
ten Vorwärtsspannung  $V_{Offset}$  berechnet werden. Alle durchgeführten Untersuchungen erfolgten bei Raumtemperatur.

### 4.3 I-V Charakteristik in Abhängigkeit des Magnetfeldes und der Zeit

Zur Realisierung eines nichtlinearen Magnetfeldsensors, basierend auf der bestehenden Metall-Halbleiter Struktur, wurden die folgenden Untersuchungen durchgeführt. Für die Messungen der in Abbildung 4.2 a) und b) dargestellten I-V Charakteristika wurde am Drainkontakt der Zwei-Terminal Struktur ein sinusförmiges AC-Signal ange-

legt. Dabei wurde der DC-Spannung  $V_{Offset}$  ein periodisches Signal der Frequenz von  $20MHz$  und der Amplitude von  $150mV$  überlagert. Zur Untersuchung der Magnetfeldabhängigkeit wurde die Probe bei unterschiedlichen Magnetfeldpositionen (senkrecht und parallel zum  $CrAu$ -Kontakt) untersucht. Die Probe zeigte die größte Magnetfeldänderung als die Oberfläche der  $GaAs$ -Schicht bzw. auch der  $CrAu$ -Kontakt parallel zum Magnetfeld lag. Somit wurde für alle nachstehenden Untersuchungen der Magnetfeldabhängigkeit die Probe bzw. der  $CrAu$ -Kontakt mit dem  $CrAu$ -Arm parallel zum Magnetfeld positioniert und das Magnetfeld zwischen  $0$  und  $\pm 300mT$  variiert. Die I-V Charakteristik für  $0T$  ist in Abbildung 4.2 a) dargestellt. Hierfür wurde die Vorwärtsspannung  $V_{Offset}$  am Drainkontakt von  $-2.00$  bis  $-2.30V$  und wieder zurück variiert und der gemittelte Spannungsabfall  $\langle V \rangle$  am  $50M\Omega$  Widerstand gemessen. Der daraus ermittelte Strom  $I_d$  lag bei einer angelegten Vorwärtsspannung von  $-2.00$  bis  $-2.10V$  bei annähernd  $0A$ . Während für negative Spannungen bis  $-2.18V$  der Strom mit einer Steigung von  $313.5 \frac{nA}{V}$  rapide abnahm, reduzierte sich dagegen der Strom für Spannungen größer  $-2.18V$  um  $33.6 \frac{nA}{V}$ . Während der Stromwert bei einer Spannung von  $-2.14V$  bei  $-4.2nA$  lag, verschiebt sich die rückläufige I-V Kurve zu kleineren negativen Spannungswerten und zeigt bei  $-2.14V$  einen Stromwert von  $-6.8nA$ .

Magnetfeldabhängige I-V Charakteristika der Metall-Halbleiter Struktur sind in Abbildung 4.2 b) für unterschiedliche Magnetfelder dargestellt. Hierfür wurden verschiedene Magnetfelder angelegt, die von  $0$  bis  $\pm 300mT$  reichten. Repräsentativ für alle gemessenen Magnetfelder wurden hier Magnetfelder von  $\pm 125mT$  sowie  $\pm 250mT$  dargestellt. Es ist deutlich zu erkennen, dass eine positive Erhöhung des Magnetfeldes eine Verschiebung der I-V Kennlinie zu kleineren negativen Spannungswerten  $V_{Offset}$  aufweist. Im Gegensatz dazu verschiebt sich die I-V Kurve für negative Magnetfelder zu größeren negativen Spannungswerten. Wie bereits erwähnt fällt bei  $0T$  zwischen  $-2.10$  und  $-2.18V$  der Strom rapide ab. Für  $+125mT$  liegt dieser Abfall zwischen  $-2.06$  und  $-2.14V$  und für  $+250mT$  zwischen  $-2.04$  und  $-2.12V$ . Die abrupte Reduzierung des Stromes für  $-125mT$  liegt zwischen  $-2.14$  und  $-2.24V$  und für  $-250mT$  zwischen  $-2.18$  und  $-2.28V$ . Daraus folgt, dass eine Magnetfeldänderung um  $125mT$  mit einer Spannungsverschiebung um ca.  $20mV$  einhergeht. Sehr interessant ist auch, dass ab einem gewissen Spannungswert für jede I-V Kennlinie der Strom in eine Sättigung übergeht bzw. der Strom weniger stark abnimmt. Wird dieser Spannungswert, ab dem



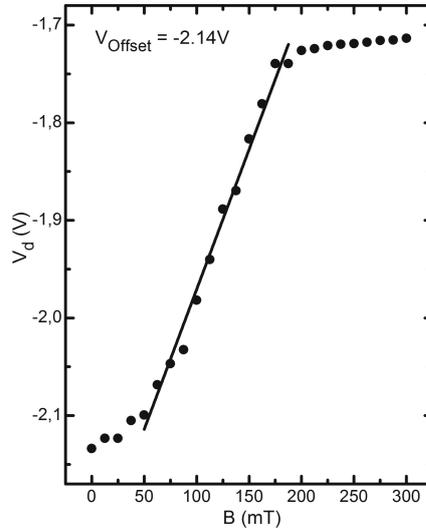
**Abb. 4.3:** a) I-V Charakteristik ohne äußeres Magnetfeld. Die zu dieser I-V Kennlinie gehörende Zeitabhängigkeit ist in Abbildung b) dargestellt. Hier ist für verschiedene Vorwärtsspannungen  $V_{Offset}$  die über den Widerstand abfallende Spannung  $V$  pro Zeit dargestellt. Es ist deutlich zu erkennen, dass die am Widerstand abfallende, gemessene Spannung  $V$  zwischen zwei Spannungszuständen wechselt. Für kleine negative Spannungen  $V_{Offset}$  von beispielsweise  $-2.00V$  liegt dieser Wert bei ca.  $0V$ , während sich für zunehmende negative Spannungen  $V_{Offset}$  (ca.  $-2.30V$ ) die gemessene Spannung  $V$  dem Zustand bei ca.  $-0.55V$  nähert. Für Spannungswerte zwischen  $-2.00$  und  $-2.30V$  ist somit ein deutlicher Wechsel zwischen diesen Spannungszuständen zu erkennen, bis schließlich für  $-2.14V$  eine gleichmäßige Verteilung zwischen diesen zwei Zuständen herrscht. Das System liegt hierbei im bistabilen Bereich.

die Stromsättigung eintritt, mit den Magnetfeldern verglichen, so ergibt sich für Magnetfelder von  $-250$  bis  $+250mT$  eine lineare Stromzunahme mit einer Steigung von  $2.3 \frac{nA}{T}$  (siehe linearen Fit in Abbildung 4.2 b) ). Die Kennlinien aus Abbildung 4.2 zeigen deutlich, dass für bestimmte Spannungswerte  $V_{Offset}$  die *CrAu-GaAs* Struktur bevorzugt in einem Zustand verweilt während wiederum für andere Spannungswerte die Struktur in einem anderen Zustand verharrt. Der Übergang zwischen diesen festen Zuständen erfolgt durch einen stetigen Wechsel zwischen diesen. Je nach angelegter Spannung tendiert somit die Struktur mehr oder weniger zu einem der definierten Zustände. Dies zeigt sich in der abrupten Stromabnahme in den I-V Kennlinien. Abbildung 4.3 a) zeigt nochmals diesen Übergang. Der Wechsel zwischen den Zuständen

in Abhängigkeit der Zeit ist auch in Abbildung 4.3 b) zu erkennen. Hier wurde für verschiedene Vorwärtsspannungen  $V_{Offset}$  die abfallende Spannung am Widerstand für eine Dauer von je  $100ms$  betrachtet. Bei einer Spannung von  $-2.00V$  ist zu erkennen, dass das System bevorzugt im Zustand um  $0V$  liegt. Steigt nun die Vorwärtsspannung auf größere negative Werte, so ist zu Beginn ein anfänglicher Wechsel zwischen oberem und unterem Zustand sichtbar, bis bei einem Wert von  $-2.14V$  ein gleichmäßiger Wechsel zwischen den beiden Zuständen vorliegt. Eine weitere Erhöhung der Spannung macht deutlich, dass der Wechsel zwischen den Zuständen allmählich den unteren Zustand bevorzugt, bis schließlich für Spannungen ab  $-2.30V$  die Struktur im unteren Zustand bei ca.  $-0.55V$  verweilt. Aus diesen zeitlichen Messungen konnten die Spannungswerte  $V$  am  $50M\Omega$  Widerstand gemessen und gemittelt ( $\langle V \rangle$ ) werden. Die Probenspannung  $V_d$  konnte somit aus der angelegten Vorwärtsspannung  $V_{Offset}$  und der gemittelten Spannung  $\langle V \rangle$  berechnet und als I-V Kennlinie dargestellt werden, wie es bereits in Abbildung 4.2 und 4.3 a) beschrieben wurde. Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass Variationen des Magnetfeldes im Wesentlichen zu einer Variation der Threshold-Spannung führen. Dies kann unter anderem auf die Existenz innerer Felder als auch auf eine durch Lithographieprozess entstehende Asymmetrie des  $CrAu$ -Kontaktes zurückgeführt werden.

## 4.4 Magnetfeldabhängigkeit der Durchbruchspannung

Eine Zusammenfassung dieser gemittelten Spannungswerte  $\langle V \rangle$  und der daraus resultierenden Probenspannung  $V_d = V_{Offset} - \langle V \rangle$  in Abhängigkeit des Magnetfeldes ist in Abbildung 4.4 dargestellt. Das Magnetfeld wurde für eine feste Vorwärtsspannung  $V_{Offset} = -2.14V$  von  $0$  auf  $300mT$  variiert. Da der Wert  $-2.14V$  genau zwischen den zwei Zuständen liegt und somit eine gleichmäßige Verteilung beider Zustände herrscht, wie in Abbildung 4.3 b) dargestellt, ist es besonders interessant, diesen bistabilen Zustand näher zu untersuchen. Für angelegte Magnetfelder von  $0$  bis  $50mT$  erfolgt eine leichte Zunahme der Probenspannung  $V_d$ , wodurch die Änderung des Magnetfeldes in diesem Bereich keine große Spannungsänderung verursacht. Auch ab  $200mT$  ist eine Sättigung der Spannung im Bereich von  $-1.72V$  deutlich zu er-

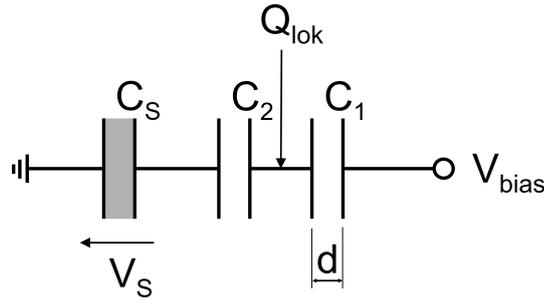


**Abb. 4.4:** Ermittelte Probenspannung  $V_d$  in Abhängigkeit des Magnetfeldes für eine Vorwärtsspannung  $V_{\text{Offset}}$  von  $-2.14\text{V}$ . Wie in Abbildung 4.3 zu erkennen ist, liegt bei einem Spannungswert von  $V_{\text{Offset}} = -2.14\text{V}$  eine gleichmäßige Verteilung zwischen den zwei Zuständen vor. Eine Betrachtung der Spannung  $V_d$  in Abhängigkeit des Magnetfeldes zeigt zwischen  $50$  und  $200\text{mT}$  eine lineare Zunahme der Spannung, bis ab ca.  $200\text{mT}$  die Magnetfeldabhängigkeit in eine Sättigung übergeht.

kennen. Dagegen nimmt zwischen  $50$  und  $200\text{mT}$  die Spannung  $V_d$  mit einer Steigung von  $2.86\frac{\text{V}}{\text{T}}$  stetig zu. In diesem Magnetfeldbereich ist das System am sensitivsten. Dies wird bei folgender Betrachtung nochmals deutlich. Während bei einem Magnetfeld von  $100\text{mT}$  eine Spannung  $V_d$  von  $-1.98\text{V}$  anliegt, herrscht bereits bei  $125\text{mT}$  eine Spannung von  $-1.88\text{V}$ . Das bedeutet, dass schon eine Magnetfeldänderung von  $25\text{mT}$  eine Spannungsverschiebung um  $100\text{mV}$  erzeugt. Wie bereits in Kapitel 3.4 beschrieben, kann daraus nun die Sensitivität  $S$  in diesem Bereich berechnet werden. Mit  $dV = 100\text{mV}$  und  $dB = 25\text{mT}$  ergibt sich eine Sensitivität von

$$S = \frac{dV_d}{dB} = \frac{100\text{mV}}{25\text{mT}} = 4\frac{\text{V}}{\text{T}}, \quad (4.1)$$

d.h. Magnetfelder können bereits bei einer Auflösung von  $1\mu\text{V}$  mit einer Genauigkeit von  $250\text{nT}$  bestimmt werden.



**Abb. 4.5:** Schematische Darstellung eines kapazitiven Modells zur Beschreibung der lokalisierten Ladung  $Q_{lok}$ .

Ein Vergleich mit der in Kapitel 3.4 ermittelten Sensitivität von

$$S = \frac{dV_d}{dB} = 10 \frac{mV}{T}, \quad (4.2)$$

welche eine Magnetfeldgenauigkeit von  $100\mu T$  für eine Auflösung von  $1\mu V$  zeigt, macht deutlich, dass die hier verwendete Metall-Halbleiter Struktur um eine Größenordnung genauer auflöst, als die in Kapitel 3.4 verwendete Quantendraht-Struktur.

## 4.5 Kapazitives Modell zur Beschreibung der Metall-Halbleiter Struktur

Zur Beschreibung der Metall-Halbleiter Struktur bietet sich das in Abbildung 4.5 dargestellte kapazitive Modell an. Hierbei wird angenommen, dass der  $CrAu$ -Kontakt kapazitiv über die Kapazität  $C_1$  an die Halbleiter-Struktur angekoppelt ist. Auch die Abschirmkapazität  $C_S$ , die proportional zur Anzahl der mobilen Ladung ist, ist im Modell berücksichtigt. Über

$$I_d = I_0 \exp\left(\eta \frac{V_{bias} - V_T}{kT}\right) \quad (4.3)$$

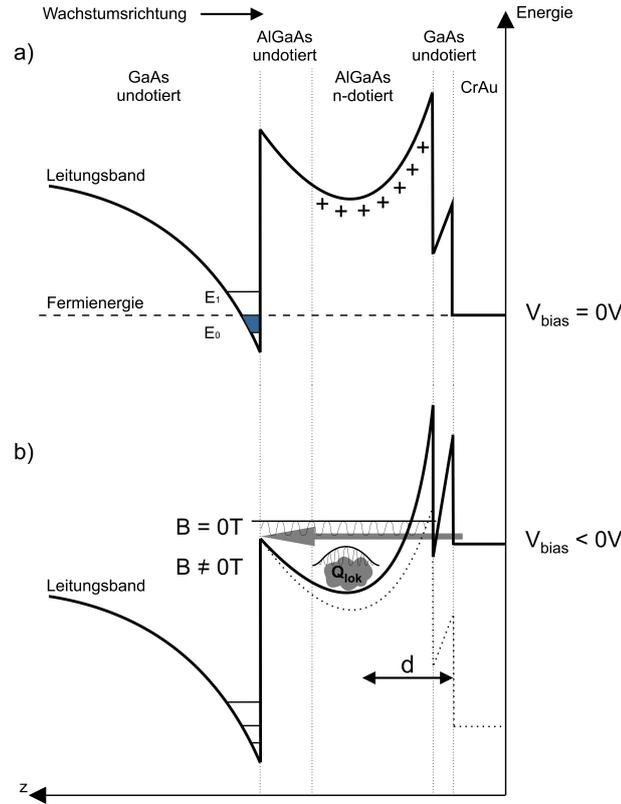
kann die in Abbildung 4.2 gemessene Threshold-Verschiebung  $V_T$  beschrieben werden, welche anhand der Gleichung

$$C_1 = \frac{Q_{lok}}{V_T} \quad (4.4)$$

zur Ermittlung der Kapazität  $C_1$  benötigt wird.[HH89]  $Q_{lok}$  stellt die lokalisierte Ladung dar, die sich aus der Anzahl der Störstellen und der Elementarladung  $e$  ermittelt. Die Anzahl der Störstellen ergibt sich für die untersuchte Probe zu 40 und lässt sich aus der Ladungsträgerdichte  $n$  und der angenommenen Fläche  $A$  von  $(100nm)^2$  berechnen. Mit der Annahme, dass die Threshold-Verschiebung  $V_T$  für große Magnetfelder in eine Sättigung übergeht, deren Maximum bei  $V_T = 250mV$  erreicht ist, kann eine Kapazität  $C_1$  von  $2.56 \cdot 10^{-17}F$  ermittelt werden. Mit Hilfe dieser Kapazität kann nun der Abstand  $d$  der lokalisierten Ladung  $Q_{lok}$  von der Oberfläche der Struktur berechnet werden. Dabei wird die klassische Beschreibung einer Kapazität über das Coulombgesetz und der Elektrodengeometrie eines Plattenkondensators verwendet.[HR92] Der Abstand der Platten des Kondensators zueinander steht für den Abstand  $d$  der Ladung  $Q_{lok}$  zur Oberfläche:

$$d = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{C_1} \quad (4.5)$$

Mit  $\epsilon_r = 12.9$  für  $GaAs$ , der elektrischen Feldkonstante  $\epsilon_0$  und der Fläche  $A = (100nm)^2$  ergibt sich ein Abstand  $d$  von  $45nm$ . Somit tritt die Ladung  $Q_{lok}$   $45nm$  unterhalb der Oberfläche auf. Dies entspricht interessanterweise genau der Position zwischen dem undotierten  $AlGaAs$  und dem dotierten  $AlGaAs$  in Bereich der Donatorstörstellen, was auch in Abbildung 4.6 b) deutlich zu erkennen ist. Des Weiteren ist neben der Halbleiter-Heterostruktur und dem Elektronengas auch die Bandverbiegung zwischen der Halbleiteroberfläche und dem Metall dargestellt. Durch das Abwandern der Elektronen vom Halbleiter in das Metall entsteht ein Potentialunterschied, der zu der Verbiegung der Bänder des Halbleiters führt. Liegt keine Vorwärtsspannung am Metall-Kontakt an, so beschreibt Abbildung 4.6 a) die Bandverbiegung der Struktur im thermodynamischen Gleichgewicht. Für negative Vorwärtsspannungen  $V_{bias} < 0V$  verschiebt sich das Leitungsband des Metalls und des Halbleiters zu höheren Energien und es entsteht eine Doppelbarriere zwischen Metall und  $GaAs$ -Schicht und zwischen  $GaAs$  und der n-dotierten  $AlGaAs$ -Schicht. Eine Betrachtung der Elektronen in Abhängigkeit es Magnetfeldes zeigt folgenden Unterschied. Während für  $B = 0T$  die Elektronen quasi-freie Zustände besetzen und mit überlappenden Wellenfunktionen beschrieben werden können, erfahren die Elektronen für größer werdende Magnetfelder eine Ladungslokalisierung, die, wie bereits erwähnt, im Abstand  $d$  von der Oberfläche liegt, was in Abbildung 4.6 b) dargestellt ist.



**Abb. 4.6:** Schematische Darstellung des Bänderschemas der Metall-Halbleiter Struktur. Die Bandverbiegung zwischen *CrAu* und *GaAs* ist für  $V_{bias} = 0V$  a) sowie für negative Vorwärtsspannungen b) dargestellt. Abbildung b) zeigt zusätzlich die lokalisierte Ladung  $Q_{lok}$  für angelegte Magnetfelder  $B$ , die in einem Abstand  $d$  von  $45nm$  von der Oberfläche liegt.

Eine detaillierte Betrachtung macht dies nochmal deutlich. Für eine DC-Spannung  $V_{Offset}$  von  $-2.14V$  verschiebt sich die Bandstruktur der *CrAu-GaAs* Verbindung, wie in Abbildung 4.6 b) dargestellt. Liegt kein äußeres Magnetfeld an, so können die Elektronen, wie anhand des grauen Pfeils skizziert, in Richtung 2DEG abwandern. Im Magnetfeld dagegen erfahren die Elektronen eine Ablenkung, die dazu führt, dass die Elektronen am Heteroübergang zwischen *AlGaAs* und *GaAs* vermehrt zurückgestreut werden. Diese werden wiederum ebenfalls an der Oberfläche zurückgestreut und so kommt es zu einer Lokalisierung. Für ein angelegtes Magnetfeld von  $120mT$  ergibt sich die dazugehörige magnetische Länge

$$l_{mag} = \sqrt{\frac{\hbar}{eB}}, \quad (4.6)$$

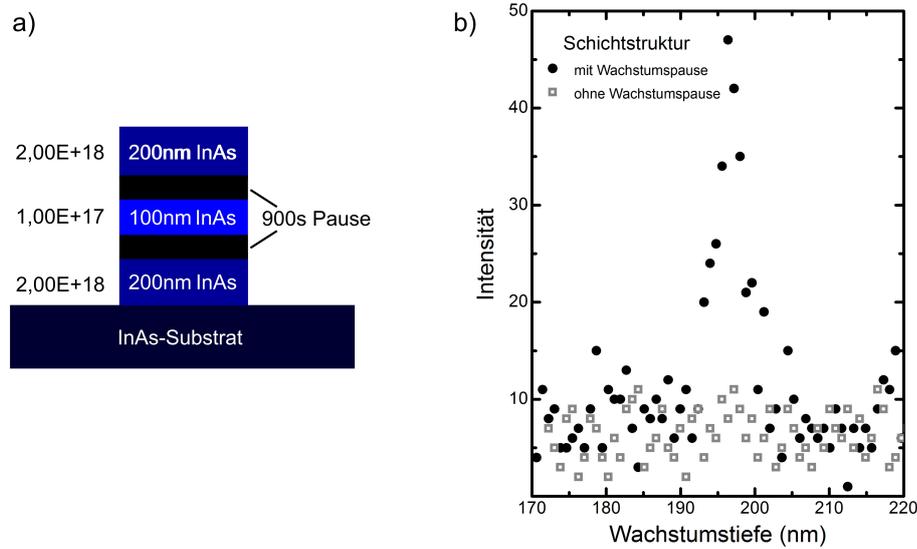
welche sich aus  $\hbar$ , dem Planckschen Wirkungsquantum geteilt durch  $2\pi$  und dem Magnetfeld  $B$  berechnet zu  $74nm$ . Dies entspricht sehr gut der Dicke der  $AlGaAs$ -Schicht von  $75nm$  und zeigt damit eine verblüffend genaue Übereinstimmung mit dem experimentellen Befund.

## 5 Memristoren

Ein Memristor ist ein elektrisches Bauteil, das Informationen speichern kann. Dies geschieht jedoch nicht in Form von freien Elektronen oder Löchern, die auf einem Kondensator verschoben werden. Bei einem Memristor werden durch das Anlegen einer Spannung vielmehr Atome verschoben. Anders als beispielsweise bei Transistoren, bleibt diese Verschiebung auch ohne Strom erhalten. Diese Verschiebung führt zu einer Änderung des Widerstands des Bauteils, der dann gemessen werden kann. Durch das Einbauen von Sauerstoff in ein Halbleitermaterial kann die Funktion eines Memristors realisiert werden.[SW08] Der mikroskopische Ursprung ist jedoch noch nicht detailliert analysiert.

Wird an solch einem Bauteil nun eine Spannung angelegt, so bewegen sich Störstellen im Material und verändern den Widerstand. Dieser variable Widerstand, der sich durch das Anlegen der Spannung verstellen lässt, ermöglicht es, nicht nur Werte von 0 und 1 zu speichern, sondern auch beliebige Zwischenwerte. Durch die größere Masse der Atome im Vergleich zu Elektronen ist es möglich, Speicherzellen zu bauen, die um ein Vielfaches kleiner sind als die bisherigen. Ein weiterer Vorteil wäre der geringe Energieverbrauch dieser Speicherzellen.[Kan08, Mar08]

Die in dieser Arbeit untersuchten Strukturen wurden auf Basis von *InAs*-Verbindungen mit eingebauten Sauerstoff-Fehlstellen realisiert. Alle daraus gewonnenen Ergebnisse und Erkenntnisse lassen sich als Memristorfunktionen erklären, welche in diesem Kapitel dargestellt und beschrieben werden. Die mittels Molekularstrahlepitaxie hergestellten *InAs*-Verbindungen werden zu Beginn des Kapitels beschrieben. Weiterhin wird die Funktionsweise und die Charakteristik eines einzelnen Memristors erklärt. Neben der Frequenzabhängigkeit eines Memristors wurden ebenfalls die Schaltungen zweier Memristoren als Reihen- und Parallelschaltung untersucht. Auch die Realisierung eines MC-Gliedes und die Umsetzung verschiedener Logiken mittels Memristor-



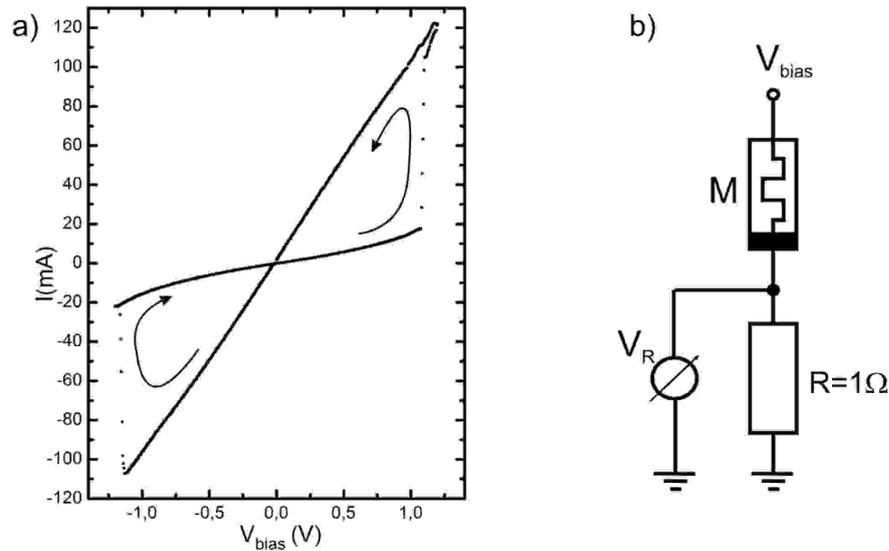
**Abb. 5.1:** a) Schematische Darstellung des Schichtaufbaus der untersuchten Proben. Neben dem eigentlichem Aufbau verschieden dotierter *InAs*-Schichten, sind auch die Positionen zweier Wachstumspausen zwischen den Schichten angezeigt. b) zeigt einen Ausschnitt aus der mittels TOF SIMS 5 erstellten Analyse des Sauerstoffsignals. Die untersuchte Struktur mit Wachstumspause weist bei ca.  $200\text{nm}$  einen Sauerstoffpeak auf, exakt an der Stelle der Wachstumsunterbrechung. Die Referenzprobe ohne Wachstumspause zeigt diesen Peak nicht. Die Analysen begannen an der Oberfläche der Strukturen und endeten im Substrat.

steuerung werden in diesem Kapitel beschrieben. Unter anderem eine OR- und NOR-Logik sowie eine Implikation. Außerdem wird in jedem Kapitel der zur Untersuchung verwendete Messaufbau dargestellt.

## 5.1 Herstellung der Proben

Die in diesem Kapitel untersuchten Proben basierten auf *InAs*-Verbindungen, die mittels Molekularstrahlepitaxie auf einem leitfähigem *InAs*-Substrat aufgebracht wurden. Die Wachstumssequenzen begannen mit einer  $200\text{nm}$  dicken dotierten *InAs*-Schicht. Die verwendeten Dotierstoffe waren entweder Te oder Si, was jedoch keinen erwähnenswerten Unterschied auf den Memristoreffekt hatte, womit also der Dotierstoff

keinen Einfluss auf den Memristoreffekt nahm. Die Dotierkonzentration im  $200\text{nm}$  dicken  $\text{InAs}$  betrug dabei  $2 \cdot 10^{18}\text{cm}^{-3}$ . Nach dieser Schicht wurde eine Wachstumspause von  $900\text{s}$  vorgenommen, um daraufhin eine  $100\text{nm}$  dicke  $\text{InAs}$ -Schicht mit einer Dotierkonzentration von  $1 \cdot 10^{17}\text{cm}^{-3}$  aufzuwachsen. Nach einer weiteren Wachstumspause von  $900\text{s}$  wurde eine finale Schicht von  $200\text{nm}$  dicken  $\text{InAs}$  aufgewachsen, die ebenfalls eine Dotierkonzentration von  $2 \cdot 10^{18}\text{cm}^{-3}$  aufweist. Eine schematische Darstellung dieses Schichtaufbaus ist in Abbildung 5.1 a) dargestellt. Die veranlassten Wachstumspausen sorgten dafür, dass sich Sauerstoff zwischen den  $\text{InAs}$ -Schichten anlagert. Dies konnte mit Hilfe eines TOF SIMS 5 bestätigt werden. Hierfür wurde der Schichtaufbau der gewachsenen Struktur und zusätzlich der einer Referenzprobe mit dem TOF SIMS 5 analysiert. Für die Referenzstruktur wurde zwar der gleiche Schichtaufbau gewachsen jedoch keine Wachstumspause eingelegt. Das TOF SIMS 5 (Time Of Flight Secondary Ion Mass Spectroscopy) ist eine Methode zur Oberflächenanalyse, bei der die Oberfläche mit einem gepulsten Ionenstrahl beschossen wird und dadurch Sekundärionen aus dem zu analysierenden Oberflächenbereich herausgelöst werden. Aus der Flugzeit der emittierten Sekundärionen lässt sich dann deren Masse und damit das Element genau bestimmen. Mit dieser Analyse konnte ein Tiefenprofil der Struktur erstellt werden, das die genaue Lage und Intensität aller eingebauten Materialien widerspiegelte. Insbesondere die zum Zeitpunkt der Wachstumspausen eingelagerten Sauerstoffatome konnten damit ermittelt werden. Wie in Abbildung 5.1 b) zu sehen ist, zeigt die Analyse zum Zeitpunkt der Wachstumspausen einen erhöhten Sauerstoffpeak. Die untersuchte Referenzprobe ohne Wachstumspausen zeigt die Erhöhung der Intensität in diesem Bereich nicht. Wodurch die Einlagerung von Sauerstoff-Fehlstellen durch vorgenommene Wachstumspausen bestätigt werden kann. Nach dem Probenwachstum wurden auf diesem Schichtaufbau mittels Elektronenstrahlolithographie- und Trockenätzprozessen Mesen mit Durchmessern von einigen  $\mu\text{m}$  bis hin zu  $600\text{nm}$  hergestellt. Oberhalb der einzelnen Mesa wurde ein Goldkontakt aufgedampft und als Drainkontakt verwendet, während das Substrat, auf dem ebenfalls ein Kontakt aufgebracht wurde, als Sourcekontakt diente.

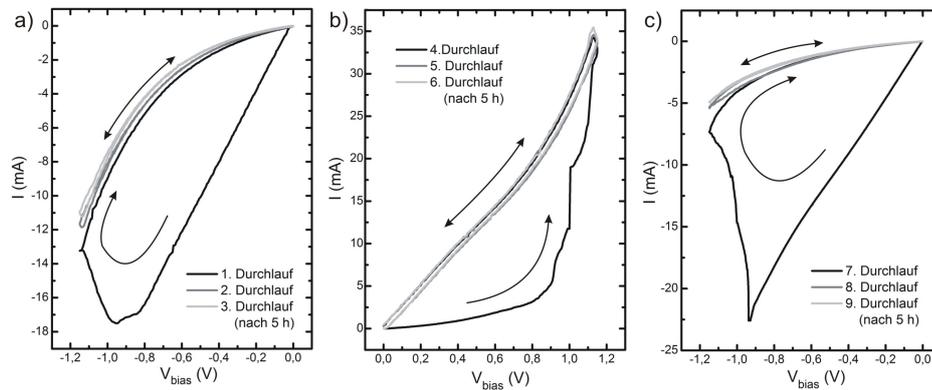


**Abb. 5.2:** a) I-V Charakteristik der untersuchten Struktur zur Beschreibung des Grundprinzips eines Memristors und dessen Funktion. Die Kennlinien zeigen deutlich den für den Memristoreffekt charakteristischen Sprung bei  $+1.1$  und  $-1.1$  V angelegter Vorwärtsspannungen  $V_{bias}$ . b) Schematische Darstellung des Messaufbaus zur Untersuchung der Memristorfunktion an der Zwei-Terminal Probe. Zur Ermittlung des Stromes wurde der Spannungsabfall über einen  $1\Omega$  Widerstand gemessen.

## 5.2 Charakteristik eines Memristors

Wie eben erwähnt, wird durch eine Wachstumspause der Einbau von Sauerstoff zwischen den einzelnen  $InAs$ -Schichten ermöglicht. Anhand dieser vermehrten Sauerstoffkonzentration wird der eigentlichen Memristoreffekt wie folgt erklärt. Am Anfang bilden sich zwei Schichten, wobei sich eine Schicht mit einer Raumladungszone mit den Sauerstoffatomen bildet. Im elektrischen Feld driften die Sauerstoffatome und es entstehen Fehlstellen. Die Sauerstoff-Fehlstellen stellen freie Ladungsträger zur Verfügung, weshalb die Schicht mit den Fehlstellen einen geringeren Widerstand aufweist. Wird ein elektrisches Feld angelegt, so driften die Sauerstoffatome und die Raumladungszone verschiebt sich. Durch diese Verschiebung erfolgt die Änderung des Widerstands. Dabei ist erwähnenswert, dass die Sauerstoff-Fehlstellen dann an Ort und Stelle verbleiben, auch wenn keine Spannung mehr anliegt. Der Widerstand der Proben bleibt daher unverändert nach Abschalten der Spannung.

Die an den Memristorproben durchgeführten Messungen wurden anhand des in Abbildung 5.2 b) dargestellten Messaufbaus untersucht. Dabei wurde der Drainkontakt der Zwei-Terminal Probe mit einer Spannungsquelle verbunden, über diese die Vorwärtsspannung  $V_{bias}$  angelegt wurde. Am Sourcekontakt der Probe wurde ein Widerstand von  $1\Omega$  angeschlossen, an dem wiederum das Massepotential anlag. Für die Beschreibung der Memristoren wurde unter anderem der Strom  $I$  der Zwei-Terminal Probe in Abhängigkeit der angelegten Vorwärtsspannung  $V_{bias}$  gemessen, was in Abbildung 5.2 a) zu sehen ist. Hierfür wurde die am Widerstand abfallende Spannung  $V_R$  gemessen, worüber dann der Strom  $I$  der Probe berechnet werden konnte. Die in dieser Arbeit dargestellten Untersuchungen fanden alle bei Raumtemperatur statt. Zur Bestimmung der I-V Charakteristik wurde eine Hysteresemessung aufgenommen, bei der die Vorwärtsspannung von 0 auf  $\pm 1.2V$  verfahren wurde. Die Betrachtung der I-V Kennlinie in positiver Richtung zeigt bei immer größer werdenden Spannungswerten einen langsamen Anstieg des Stromes, der bei einem Spannungswert von  $1.05V$  einen Wert von  $16.9mA$  erreicht. Dies entspricht einem Widerstand der Probe von ca.  $60\Omega$ . Die für diesen Bereich berechnete Steigung mit  $15.3\frac{mA}{V}$  sagt somit für eine Spannungszunahme um  $1V$  einen Stromanstieg um  $15.3mA$  aus. Eine weitere Erhöhung der Spannung zeigt im Bereich von  $1.1$  bis  $1.2V$  einen abrupten Stromanstieg auf  $121.7mA$ . Der damit verbundene Widerstand verringert sich somit auf  $10\Omega$ . Wird der Spannungswert wieder auf  $0V$  gefahren, so reduziert sich der Strom mit  $100mA$  pro  $1V$ . Das Anlegen einer negativen Spannung, ebenfalls von 0 auf  $-1.2V$ , führt gleichermaßen zu einem Stromabfall von  $100\frac{mA}{V}$ . Für eine Spannung von  $-1.05V$  liegt ein Strom von  $-101.2mA$  an der Probe an, wodurch die untersuchte Probe immer noch einen Widerstand von ca.  $10\Omega$  aufweist. Erst eine weitere Zunahme der Spannung liefert im Bereich von  $-1.1$  bis  $-1.2V$  wieder eine Stromminderung und letztlich einen Wert von  $-21.9mA$ . Damit erhöht sich der Widerstand der Probe auf ca.  $55\Omega$ . Mit einer Spannungsreduzierung auf  $0V$  erfolgt ebenfalls ein Stromabfall von  $15.3\frac{mA}{V}$ . Dieser sowohl im Positiven als auch im Negativen plötzlich auftretende Stromanstieg um mehrere  $mA$  ist ein typischer Effekt eines Memristors. Durch diese Sprünge wird es möglich, mit einem Bauteil zwei Widerstandswerte zu realisieren und, je nach Gebrauch, zwischen diesen zu wechseln.



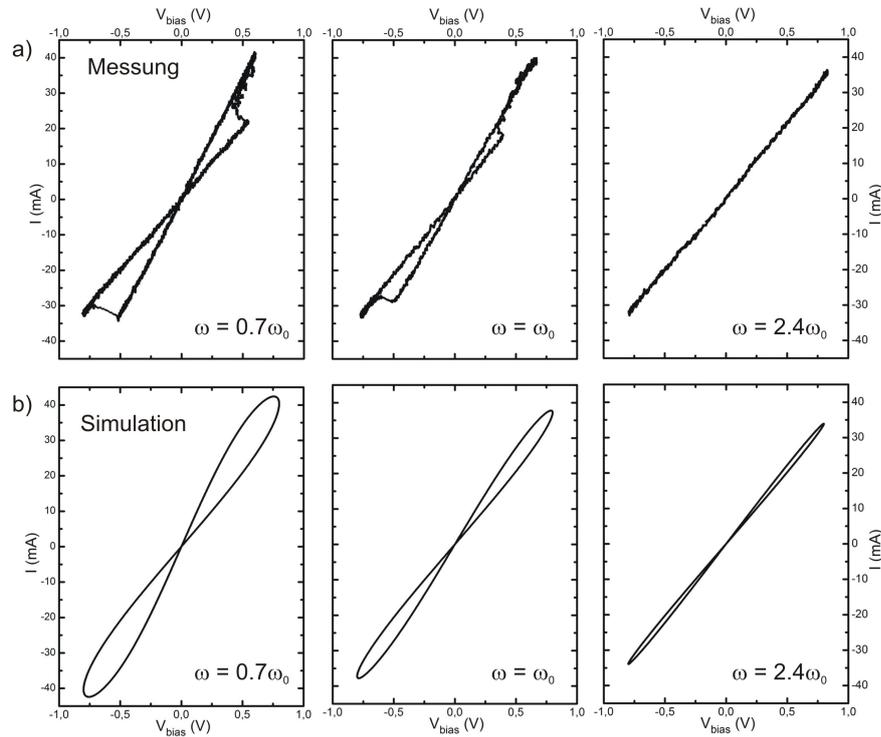
**Abb. 5.3:** Darstellung der I-V Charakteristik einer untersuchten Zwei-Terminal  $InAs$  Probe. Anhand der drei Graphen wird nochmals die Funktion des Memristors sowie dessen Speichereffekt deutlich. Für jeden Graphen wurde die Vorwärtsspannung dreimal durchfahren. In Abbildung a) ist die erste Messung an der Probe dargestellt, dabei zeigt die 1. Kennlinie den Memristoreffekt. Bei einem erneuten Verfahren der Vorwärtsspannung in die gleiche Richtung ist der Speichereffekt des Memristors zu erkennen (2. Durchlauf). Auch nach einigen Stunden und einem erneuten Anlegen der Vorwärtsspannung verlor der Memristor seinen speichernden Effekt nicht (3. Durchlauf). b) Erst durch das Anlegen der Spannung in die entgegengesetzte Richtung konnte der speichernde Effekt gelöscht werden und der Memristoreffekt wurde wieder sichtbar (4. Durchlauf). Jedoch konnte der speichernde Effekt ebenfalls erreicht und für einige Stunden gehalten werden, indem die Spannung wieder in die gleiche Richtung verfahren wurde (5. und 6. Durchlauf). c) Erst durch eine Spannungsumkehr konnte auch dieser speichernde Effekt wieder gelöscht werden (7., 8. und 9. Durchlauf).

Wie bereits zu Beginn des Kapitels erwähnt, ist ein Memristor ein Bauelement, das Informationen speichern kann und diese auch ohne angelegte Spannung behält. Dieser Speichereffekt wird anhand der in Abbildung 5.3 dargestellten I-V Kennlinien erklärt. Zur Durchführung dieser Messungen wurde zuerst eine negative Spannung von 0 auf  $-1.2V$  an der Probe angelegt. Der plötzliche Stromanstieg zeigte sich im Bereich zwischen 1 und  $1.2V$ . Danach wurde die Spannung wieder auf  $0V$  gefahren. Die daraus resultierende Kennlinie zeigt den erwarteten Memristoreffekt, was in Abbildung 5.3 a) Kennlinie 1. Durchlauf dargestellt ist. Bei einem erneuten Durchfahren der Vorwärtsspannung in die gleiche negative Richtung ist nicht etwa der gleiche Stromanstieg

wie zuvor zu sehen. Der Verlauf der 2. Kennlinie orientiert sich exakt an den zuletzt durchlaufenden Stromwerten bzw. dem im Bauteil herrschenden Widerstand. Auch nach einer Messpause von einigen Stunden kann genau diese Kennlinie wieder gemessen werden, was anhand des 3. Durchlaufs dargestellt ist. Erst durch das Anlegen einer entgegengesetzt gerichteten Spannung von  $+1.2V$  kann dieser speichernde Effekt gelöscht werden. Hier zeigt die Kennlinie (Abbildung 5.3 b) 4. Durchlauf) wieder einen abrupten Stromanstieg zwischen  $1$  und  $1.2V$ , womit der typische Memristoreffekt wieder in Erscheinung tritt. Ein erneutes Verfahren der positiven Spannungswerte zeigt wiederum eine Speicherung des letzten Verlaufs (5. Durchlauf), was auch nach einigen Stunden noch anhält (6. Durchlauf). Das Anlegen einer negativen Spannung kann auch diesen speichernden Effekt auflösen (Abbildung 5.3 c) 7. Durchlauf). Für ein erneutes Verfahren der Spannung tritt jedoch der speichernde Effekt wieder in Erscheinung (8. und 9. Durchlauf).

### 5.3 Frequenzabhängigkeit eines Memristors

Bereits 1976 beschrieben Leon O. Chua und Sung Mo Kang in ihrer gemeinsamen Veröffentlichung *Memristive Devices and Systems* die Abhängigkeit des Memristoreffekts von der Frequenz. Dabei wurde deutlich, dass eine Erhöhung der Frequenz zu einer Minderung des Memristoreffekts führt, bis sie schließlich für ausreichend große Frequenzen ganz verschwindet.[CK76] Diese zeitabhängige Charakteristik wurde auch in dieser Arbeit untersucht. Für jede I-V Kennlinie wurde eine andere Frequenz bzw. eine Spannung von  $u(t) = u_0 \sin(\omega t)$  angelegt. Dabei reichten die Frequenzen von wenigen mHz bis hin zu einigen kHz. In Abbildung 5.4 a) sind drei dieser frequenzabhängigen I-V Kennlinien dargestellt. Für die erste Messung wurde eine Vorwärtsspannung von  $0$  auf  $\pm 0.8V$  gefahren. Dabei steigt der Strom zwischen  $0$  und  $0.5V$  linear mit  $39.3 \frac{mA}{V}$  an. Zum Zeitpunkt von  $0.5V$  liegt ein Probenstrom von  $20mA$  an. Für größere Vorwärtsspannungen springt der Strom auf  $41.3mA$ . Wird die Vorwärtsspannung wieder auf  $0V$  gefahren, so fällt der Strom mit  $68.8 \frac{mA}{V}$ , bis er schließlich ab  $-0.5V$  wieder mit  $39.3 \frac{mA}{V}$  steigt. Damit ergibt sich für den flacheren Verlauf ein Widerstand  $R_{OFF}$  von ca.  $25\Omega$ . Der Verlauf mit der größeren Steigung weist einen Widerstand  $R_{ON}$  von ca.  $14\Omega$  auf. Die angelegte Frequenz dieser Messung betrug  $\omega = 0.7\omega_0$  und wird in



**Abb. 5.4:** Experimentelle und theoretische I-V Charakteristik in Abhängigkeit der Frequenz. a) zeigt die Untersuchung der Charakteristik für drei verschiedene Frequenzen, für  $\omega = 0.7\omega_0$ ,  $\omega = \omega_0$  und  $\omega = 2.4\omega_0$ . Zusätzlich wurden zu diesen Ergebnissen die Simulationen anhand des in Kapitel 2.2.3 beschriebenen theoretischen Modells mit dargestellt. b) zeigt die I-V Simulation in Abhängigkeit der Frequenzen ( $0.7\omega_0$ ,  $\omega_0$  und  $2.4\omega_0$ ). Die benötigten Parameter für die Simulation wurden den experimentellen Ergebnissen entnommen.

Abbildung 5.4 a) zeigt. Für die Untersuchung der in Abbildung 5.4 a) dargestellten I-V-Charakteristik wurde die angelegte Frequenz auf  $\omega = \omega_0$  erhöht. Es ist deutlich zu erkennen, dass sich die Breite der Hystereseschleife der Kennlinie verringert hat. Die Steigung des flacheren Verlaufs der Kennlinie hat sich um knapp  $4 \frac{mA}{V}$  auf  $43.3 \frac{mA}{V}$  erhöht, während sich die Steigung des steileren Verlaufs von  $68.8 \frac{mA}{V}$  auf  $62.5 \frac{mA}{V}$  reduziert hat. Die Widerstände ergeben sich somit für den flacheren Verlauf zu  $23\Omega$  und für den steileren Verlauf zu  $15\Omega$ . Somit wird deutlich, dass die Breite der Hysteresekurve immer kleiner wird bzw. die Verläufe der Hysterese sich immer weiter einander annähern, bis sie schließlich für große Frequenzen eine lineare Kurve von  $41 \frac{mA}{V}$  ergeben, was in Abbildung 5.4 a) mit einer Frequenz von  $\omega = 2.4\omega_0$  zu sehen ist. Der

Widerstand ergibt sich hierbei wieder zu ca.  $25\Omega$ . Es zeigt sich ebenfalls, dass sich die Hysteresekurve für immer größer werdende Frequenzen am flacheren Verlauf der Kennlinien orientiert und sich schließlich diesem annähert. Ergänzend ist noch hinzuzufügen, dass sich auch der plötzliche Stromanstieg in Abhängigkeit der Frequenzen verringert und schließlich für große Frequenzen vollständig verschwindet.

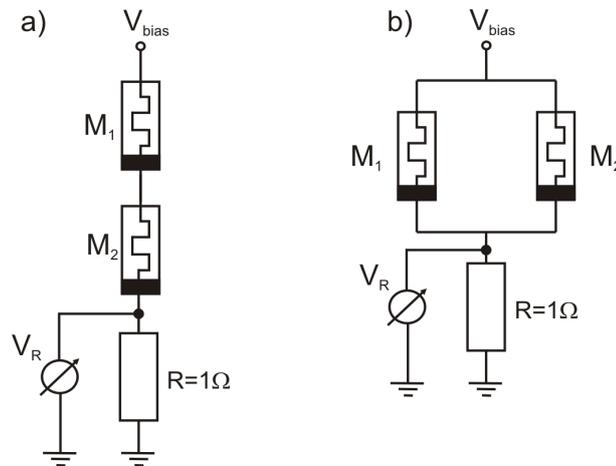
Die hier experimentell ermittelte Frequenzabhängigkeit der I-V Charakteristik soll nun anhand des im Kapitel 2.2.3 beschriebenen Modells bestätigt werden. Dafür wurde die Gleichung 2.73 als Grundlage der Simulation verwendet und die notwendigen Parameter den gemessenen Daten entnommen. Mit einer angelegten Spannung von  $u(t) = 0.8V \sin(\omega t)$ , dem Widerstand  $R_0$  mit  $16\Omega$ , der sich aus Gleichung 2.62 berechnen lässt, sowie den Widerstand  $\Delta R$ , der sich aus der Differenz der beiden Widerstände der jeweiligen Verläufe zu  $11\Omega$  berechnet, kann das Modell für die Simulation ermittelt werden.  $w$  mit  $400nm$  steht für die Länge der stärker dotierten Schicht des Bauteils und  $D$  für dessen gesamte Länge und wird mit  $500nm$  in die Gleichung eingesetzt. Weiterhin kann  $Q_0$  aus der Gleichung

$$Q_0 = \frac{D^2}{\mu R_{ON}} \quad (5.1)$$

ermittelt werden und ergibt sich zu  $0.22C$ . Dabei beträgt die Beweglichkeit  $\mu = 8.12 \cdot 10^{-10} cm^2/Vs$ , was im Bereich der in der Literatur zu findenden Werte liegt [SW08, JW09, TH08]. Werden nun alle ermittelten Parameter in die Gleichung 2.73 eingesetzt ergibt sich für  $i(t)$ :

$$i(t) = \frac{0.8V \cdot \sin(\omega t)}{\sqrt{(16\Omega)^2 - 2 \cdot 0.8V \cdot 11\Omega \frac{1 - \cos(\omega t)}{\omega \cdot 0.22C}}}. \quad (5.2)$$

Diese  $i(t)$ - $u(t)$  Charakteristik in Abhängigkeit der Frequenz  $\omega$  ist in Abbildung 5.4 b) für  $\omega = 0.7\omega_0$ ,  $\omega = \omega_0$  und  $\omega = 2.4\omega_0$  dargestellt und zeigt den genauen Verlauf und die gleiche Abhängigkeit, was bereits in den experimentell ermittelten Daten gezeigt werden konnte. Für größer werdende Frequenzen sinkt der Memristoreffekt und die Größe der Hystereseschleife verringert sich umgekehrt zur Frequenz  $\omega$ . Bis sie schließlich für ausreichend große Frequenzen ganz verschwindet und nur noch eine lineare I-V Kennlinie zurückbleibt.

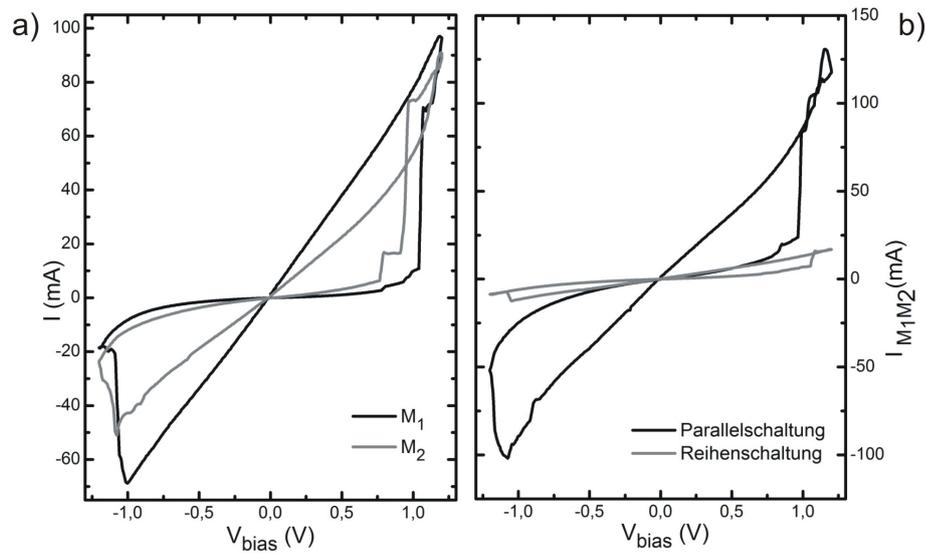


**Abb. 5.5:** Schematische Darstellung des Messaufbaus zur Untersuchung zweier in Reihe geschaltener und zweier parallel geschaltener Memristoren. Der Gesamtstrom der Proben  $M_1$  und  $M_2$  wurde ebenfalls über den Spannungsabfall an einem  $1\Omega$  Widerstand bestimmt.

Schließlich kann zusammengefasst werden, dass eine Frequenzabhängigkeit für kleine Frequenzen besteht, diese jedoch für größer werdende Werte immer stärker abnimmt, bis sie letztlich für große Frequenzen nicht mehr existiert.[CK76, JW09, SW08]

## 5.4 Memristorschaltung als Reihen- und Parallelschaltung

Nachdem nun verschiedene Eigenschaften und die prinzipielle I-V Charakteristik eines einzelnen Memristors untersucht wurden, stellt sich auch die Frage, wie sich zwei Memristoren verhalten, die entweder parallel oder in Reihe zueinander geschaltet sind. Für diese Untersuchung wurde der in Abbildung 5.5 dargestellte Messaufbau verwendet. Diese Schaltung zweier Memristoren  $M_1$  und  $M_2$  in Reihe und parallel orientierte sich dabei an einer üblichen Schaltung mit Widerständen. Für die Reihenschaltung wurden zwei Memristoren  $M_1$  und  $M_2$  hintereinander geschaltet. Dem wurde ein weiterer Widerstand  $R$  von  $1\Omega$  in Reihe dazugefügt, über diesen der Spannungsabfall  $V_R$  gemessen und somit der Strom  $I_{M_1M_2}$  der Schaltung bestimmt werden konnte, was in



**Abb. 5.6:** a) I-V Charakteristik der jeweils verwendeten Proben  $M_1$  und  $M_2$ . Für die Untersuchung einer Reihen- und Parallelschaltung wurde darauf geachtet, dass die einzelnen Memristoren in etwa im gleichen Strombereich liegen und der Memristorsprung annähernd an der gleichen Stelle auftritt. b) I-V Charakteristik einer Reihen- und einer Parallelschaltung mit den in Abbildung a) gezeigten Memristoren  $M_1$  und  $M_2$ .

Abbildung 5.5 a) dargestellt ist. Abbildung 5.5 b) zeigt eine Schaltung zweier Memristoren  $M_1$  und  $M_2$  parallel zueinander. Auch hier wurde über einen weiteren in Reihe geschalteten Widerstand  $R$  von  $1\Omega$  der Spannungsabfall  $V_R$  abgegriffen und der Strom  $I_{M_1M_2}$  errechnet. Die Vorwärtsspannung  $V_{bias}$  wurde über eine Spannungsquelle, wie im Messaufbau dargestellt, angelegt. Um ein möglichst eindeutiges Ergebnis der I-V Kennlinien zu erhalten, wurden zwei Memristoren gewählt, deren Widerstandswerte ähnlich groß und deren jeweilige Sprünge an der gleichen Stelle waren.

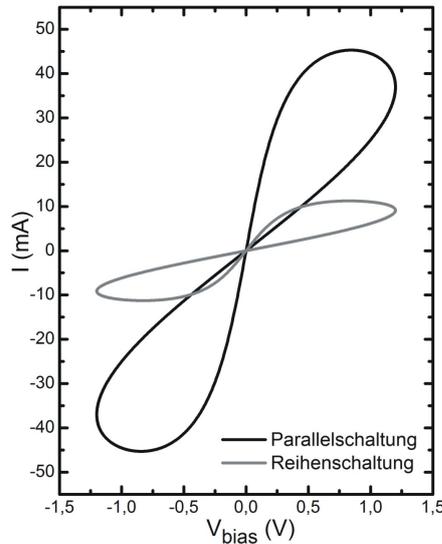
Die I-V Charakteristik dieser zwei Memristoren  $M_1$  und  $M_2$  sind in Abbildung 5.6 a) zusammen dargestellt. Für die Untersuchung der zwei Memristorproben wurde ebenfalls eine Vorwärtsspannung von 0 auf  $\pm 1.2V$  verwendet. Dabei zeigt  $M_1$  bis zum Spannungswert  $1.03V$  einen Stromanstieg von  $4.6 \frac{mA}{V}$  und der Widerstand  $R_{OFF_1}$  in diesem flachen Verlauf entsprechend ca.  $219\Omega$ . Im steileren Verlauf betrug die Steigung, mit der der Strom wieder abnahm,  $67.6 \frac{mA}{V}$ . Der Widerstand  $R_{ON_1}$  ergab sich somit zu  $15\Omega$ , während bei  $1.2V$  ein Strom von  $96.5mA$  am Memristor anlag. Der Strom im zweiten

Memristor  $M_2$  zeigte einen Anstieg von  $9.6 \frac{mA}{V}$  und einen Widerstand  $R_{OFF_2}$  von  $104\Omega$  während mit  $51.3 \frac{mA}{V}$  der Strom wieder abnahm und der Widerstand  $R_{ON_2}$  für diesen Verlauf  $20\Omega$  betrug. Der Strom bei  $1.2V$  betrug  $90.7mA$ . Die plötzlichen Stromsprünge lagen bei beiden Memristoren um die Spannungswerte von  $\pm 1V$ . Diese Widerstände wurden für die Simulation der experimentellen Ergebnisse verwendet, worauf später noch näher eingegangen wird. Das Resultat der Reihen- und Parallelschaltung dieser zwei Memristoren ist in Abbildung 5.6 b) dargestellt. Eine Betrachtung der I-V Kennlinie macht das Verhalten der jeweiligen Schaltungen deutlich. Während sich der gesamte Stromfluss bei der Reihenschaltung verringert, so verstärkt sich dieser bei der Parallelschaltung. Auch die Lage des abrupten Stromsprunges verschob sich jeweils. Die Reihenschaltung zeigte einen insgesamt kleineren Stromsprung sowie einen flacheren Verlauf der Hysteresekurve. Für eine Vorwärtsspannung von  $1.2V$  ergab sich ein Strom von  $16.8mA$ . Die Parallelschaltung hingegen weist einen insgesamt größeren Stromsprung auf und bei einer Spannung von  $1.2V$  lag der Strom bei  $118.8mA$ . Somit wird offensichtlich, dass die Parallelschaltung und die Reihenschaltung zweier Memristoren denen zweier Widerstände gleicht. Dieses Verhalten konnte auch durch eine Simulation bestätigt werden. Wie in Abbildung 5.6 a) zu sehen, zeigen die verwendeten Memristoren kein absolut identisches Verhalten. Dies spiegelt sich auch in den ermittelten Parameterwerten, beispielsweise  $Q_0$ , wider. Damit jedoch alle Parameter berücksichtigt werden konnten, wurden die in Kapitel 2.2.4 ermittelten Gleichungen sowie die Gleichung 2.63 zusammengefasst. Dies ermöglichte die Verknüpfung der einzelnen Memristoren zu einer Gleichung für Reihen- und Parallelschaltung. Für die Simulation der I-V Kennlinie wurde wiederum die Gleichung 2.68 verwendet. Somit ergab sich zur Berechnung der Reihenschaltung die Stromgleichung zu

$$i(t) = \frac{u(t)}{M_{Gesamt}(q)} = \frac{u(t)}{M_1 + M_2} = \frac{u(t)}{\sqrt{R_{0_1}^2 - 2\Delta R_1 \frac{\phi(t)}{Q_{0_1}}} + \sqrt{R_{0_2}^2 - 2\Delta R_2 \frac{\phi(t)}{Q_{0_2}}}}. \quad (5.3)$$

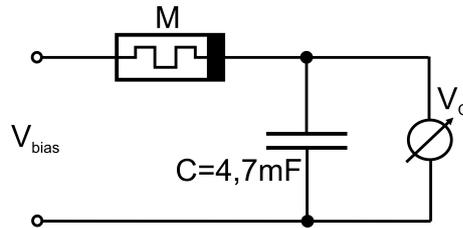
Die Parameter wie  $R_{0_1} = 56\Omega$  und  $R_{0_2} = 37\Omega$ ,  $\Delta R_1 = 204\Omega$  und  $\Delta R_2 = 84\Omega$  sowie  $Q_{0_1} = 0.21C$  und  $Q_{0_2} = 0.15C$  konnten, wie bereits in Kapitel 5.3 beschrieben, den experimentellen Kennlinien entnommen werden. Die gleichen Parameter wurden auch für die Parallelschaltung in die folgende Gleichung eingesetzt.

$$i(t) = \frac{u(t)}{M_{Gesamt}(q)} = \frac{u(t)}{\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}} = \frac{u(t)}{\frac{1}{\sqrt{R_{0_1}^2 - 2\Delta R_1 \frac{\phi(t)}{Q_{0_1}}} + \frac{1}{\sqrt{R_{0_2}^2 - 2\Delta R_2 \frac{\phi(t)}{Q_{0_2}}}}}}. \quad (5.4)$$



**Abb. 5.7:** Theoretische I-V Kennlinien für die Reihen- und Parallelschaltung der Memristoren  $M_1$  und  $M_2$ . Die notwendigen Parameter für die Simulation wurden den experimentellen Ergebnissen entnommen. Anhand der berechneten Kurven konnten die experimentellen Untersuchungen bestätigt werden. Es zeigte sich auch hier, dass das Verhalten von Memristorschaltungen den Schaltungen von Widerständen gleicht. Genauer betrachtet besagt dies, dass sich bei zwei Memristoren mit der gleichen Charakteristik, die parallel geschaltet sind, eine Memristanz von  $M_{\text{Gesamt}} = \frac{1}{\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}}$  und bei der Reihenschaltung dieser Memristoren eine Memristanz von  $M_{\text{Gesamt}} = M_1 + M_2$  ergibt.

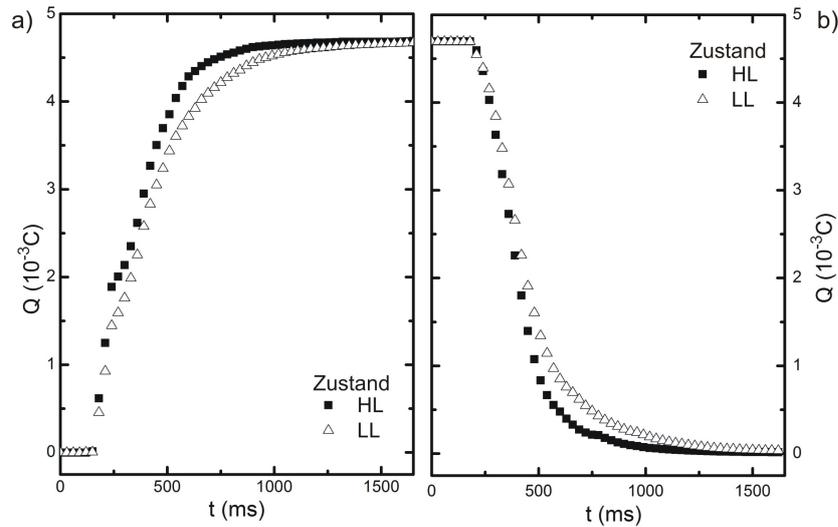
Die damit simulierte I-V Kennlinien ergaben folgende, in Abbildung 5.7 dargestellte Form. Zwar konnte mit dieser theoretischen Berechnung nicht der Stromsprung nachgebildet werden und damit auch nicht der anliegende maximale Strom, jedoch konnte die prinzipielle Charakteristik modelliert werden. Die Simulationen zeigen somit die Charakteristik der experimentell ermittelten I-V Kennlinien. Die Gesamtmemristanz einer Reihenschaltung erhöht sich, somit fällt ein geringerer Strom an der Schaltung an. Bei einer Parallelschaltung verringert sich die Gesamtmemristanz und der anfallende Strom erhöht sich. Bei Widerständen in Reihen- und Parallelschaltung ist die gleiche Charakteristik zu finden. Somit wird deutlich, dass die Verhaltensweise von Memristoren in Reihen- und Parallelschaltungen ähnlich wie die von Widerständen ist. Diese Aussagen sind auch in der Literatur zu finden [ASA10, JW09].



**Abb. 5.8:** Schematische Darstellung des Messaufbaus zur Untersuchung eines MC-Glieds. In Anlehnung an ein RC-Glied wurde hier ein Memristor mit einem Kondensator verschaltet. Um dabei das Laden und Entladen eines Kondensators in Verbindung eines Memristors zu ermitteln, wurde der Spannungsabfall über den Kondensator gemessen. Die Kapazität des verwendeten Kondensators betrug bei allen Messungen  $4.7\text{mF}$ .

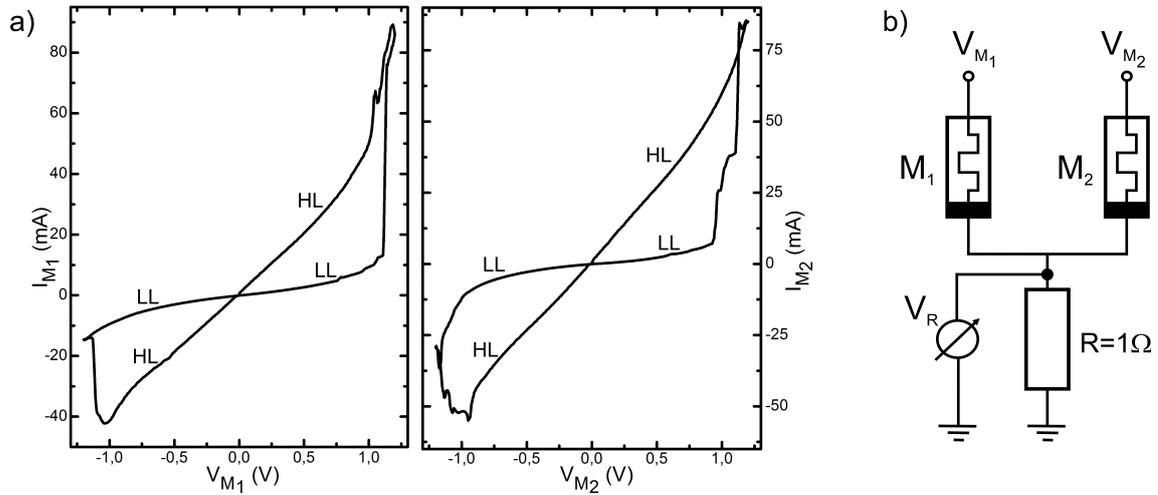
## 5.5 Memristor-Kondensator-Schaltung (MC-Glied)

Nach den bisherigen Erkenntnissen stellen sich weitere Überlegungen, wie sich ein Memristor in Schaltungen mit anderen passiven Bauelementen verhält, beispielsweise in einem MC-Glied. Die Grundlage dieser Schaltung stellt ein RC-Glied dar. Hierfür wurde statt des Widerstandes im RC-Glied ein Memristor eingebaut. Bei diesen Untersuchungen wurden insbesondere das Ladeverhalten sowie das Entladen des Kondensators dieser Schaltung betrachtet. Dazu wurde der in Abbildung 5.8 dargestellte Messaufbau verwendet. Für die Untersuchung der Ladung und Entladung wurde der Spannungsabfall  $V_C$  am Kondensator direkt gemessen. Die Kapazität  $C$  des Kondensators betrug dabei für alle Messungen  $4.7\text{mF}$ . Anhand des Spannungsabfalls  $V_C$  und der bekannten Kapazität konnte anhand von  $Q = C \cdot V_C$  das Verhalten der Ladung des Kondensators ermittelt werden. Ein Einschalten der Vorwärtsspannung verursacht ein Aufladen des Kondensators und ein Abschalten das Entladen. Dieses Laden und Entladen in Abhängigkeit der Zeit ist in Abbildung 5.9 dargestellt. Für die Messungen wurde der Memristor jeweils in zwei unterschiedliche Zustände gebracht. Der erste Zustand, der vor Eintritt des Stromsprungs herrscht, wird als Low Level (LL) Zustand bezeichnet. Der Zweite, der nach dem Stromsprung anliegt, wird als High Level (HL) Zustand definiert (siehe auch Abbildung 5.10 a)). So lädt bzw. entlädt sich der Kondensator je nach anliegendem Zustand unterschiedlich. Eine nähere Betrachtung des Ladeverhaltens zeigt einen deutlichen Unterschied zwischen diesen zwei anliegenden



**Abb. 5.9:** a) Ladeverhalten des MC-Glieds in Abhängigkeit der Zeit  $t$ . b) Entladeverhalten des MC-Glieds in Abhängigkeit der Zeit  $t$ . Die Ladung und Entladung wurde für zwei Bereiche des Memristors gemessen. Zum einen im Bereich vor dem Sprung, d.h. im hochohmischen Bereich, hier als LL (Low Level) bezeichnet, und zum anderem im Bereich nach dem Sprung, d.h. im niederohmschen Bereich, hier als HL (High Level) dargestellt. Die veranschaulichten Kennlinien wurden bei einer positiv angelegten Vorwärtsspannung gemessen.

Zuständen, was auch in Abbildung 5.9 a) zu sehen ist. Wie bereits bekannt, ist die Memristanz oder auch der Widerstand des Bauteils im LL Zustand groß, da weniger Strom fließt. Fließt weniger Strom, so lädt der Kondensator auch langsamer. Im HL Zustand dagegen besitzt das Bauteil einen kleineren Widerstand. Dementsprechend fließt mehr Strom, was zur Folge hat, dass der Kondensator schneller auflädt. Dies wird auch in Abbildung 5.9 a) widerspiegelt. Auch das Entladen kann so beschrieben werden. Im LL Zustand ist der Widerstand groß und der Kondensator kann zum Entladen nur wenig Strom über den Widerstand abfließen lassen. Somit entlädt sich der Kondensator langsam. Im HL Zustand dagegen ist der Widerstand klein und der Kondensator kann über ihn mehr Strom zum Entladen abgeben, d.h. das Entladen des Kondensators ist schneller als im LL Zustand, was in Abbildung 5.9 b) deutlich zu sehen ist.



**Abb. 5.10:** a) I-V Charakteristik zweier Memristoren ( $M_1$  und  $M_2$ ), die zur Umsetzung von Logikmessungen verwendet wurden. Dabei wurde ebenfalls darauf geachtet, dass beide verwendeten Memristoren im gleichen Strombereich liegen und der Memristorsprung annähernd an der gleichen Stelle auftritt. b) Schematische Darstellung des Messaufbaus zur Umsetzung der dargestellten Logiken mittels Memristorsteuerung. Zu diesem Zweck konnten beide Memristoren unabhängig voneinander angesteuert werden. Über einen Widerstand von  $1\Omega$  konnte der Spannungsabfall gemessen und somit der Strom ermittelt werden.

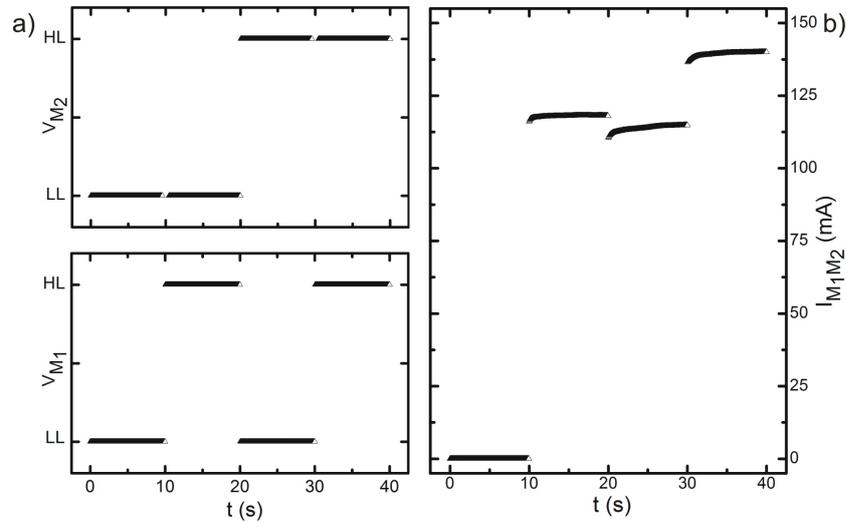
## 5.6 Umsetzung verschiedener Logiken mittels Memristorsteuerung

Im Jahre 1940 verfasste Claude Shannon in seiner Abschlussarbeit seine Forschungen zur Digitalelektronik zusammen [Sha40]. Dabei zeigte er, dass die grundlegenden Boolean Logikoperationen, wie beispielsweise OR und AND, mit Hilfe einfacher elektronischer Schaltkreise realisiert werden konnten. Innerhalb der letzten Jahre wurden entscheidende Ergebnisse im Bereich der Miniaturisierung von Strukturen unter Beibehaltung der Funktion erreicht. Ebenfalls konnten in den vergangenen Jahren Bauteile entwickelt werden, mit denen bestehende Funktionen ersetzt oder entscheidend verbessert wurden. Die heutige Zeit verlangt immer schneller nach neuen Bauteilen und Architekturen, die platz- und energiesparend vorhandene Speichereffekte und logische Funktionen umsetzen bzw. weiter verbessern.[KP07, MW05, PC05, CS07]

In diesem Kapitel wird die Schaltung zweier Memristoren zur Realisierung logischer Operationen beschrieben. Hierfür wurden zwei Memristoren  $M_1$  und  $M_2$  gewählt, deren Größe, Verhalten und Widerstandswerte zueinander ähnlich waren. In Abbildung 5.10 a) sind die I-V Kennlinien beider Memristoren dargestellt. Dabei wurde die Hysteresekurve ebenfalls in HL und LL Zustände unterteilt. Der hochohmsche Bereich wurde als Low Level (LL) Zustand und der niederohmsche Bereich als High Level (HL) Zustand definiert. Zur Umsetzung logischer Operationen wurde der in Abbildung 5.10 b) dargestellte Aufbau verwendet. Dabei wurde vorausgesetzt, dass beide Memristoren an voneinander unabhängigen Spannungsquellen angeschlossen und somit getrennt voneinander gesteuert werden konnten. Am anderen Ende der Memristorproben wurde ein  $1\Omega$  Widerstand angeschlossen, über diesen wieder der Spannungsabfall  $V_R$  gemessen und der anfallende Strom berechnet werden konnte.

### 5.6.1 OR-Logik

Für die Realisierung einer OR-Logik wurden beide Memristoren unabhängig voneinander im positiven Bereich betrieben. Der negative Memristoreffekt wurde hier nicht berücksichtigt. Der LL Zustand lag somit für Spannungen an, bevor der Stromsprung eintrat und der HL Zustand für Spannungswerte nach dem Stromsprung. In Abbildung 5.11 a) sind die Eingangslevels in Abhängigkeit der Dauer für die jeweiligen Memristoren beschrieben. Die Reihenfolge der angelegten Zustände orientierte sich dabei an der bekannten Vorgehensweise einer logischen Operation. Zu Beginn wurden beide Proben,  $M_1$  und  $M_2$ , im LL Zustand gehalten. Der zweite Schritt setzte  $M_1$  in den HL Zustand, während  $M_2$  weiterhin im LL Zustand blieb. Für die dritte Operation wurde  $M_1$  wieder zurückgesetzt und  $M_2$  in den HL Zustand gebracht. Im vierten Schritt wurde  $M_1$  wieder in den Zustand HL gesetzt, sodass sich beide Proben im HL Zustand befanden. Nach jedem Schritt wurde der Spannungsabfall über den Widerstand gemessen und der Strom daraus ermittelt. Die daraus resultierende Logik ergab eine OR-Operation.



**Abb. 5.11:** a) Darstellung der angelegten Spannung zum Zeitpunkt  $t$  am jeweiligen Memristor  $M_1$  und  $M_2$ . Dabei wird die Kennlinie des Memristors im niederohmschen Bereich als HL und im hochohmschen Bereich als LL bezeichnet (Abbildung 5.10 a)). Beide Memristoren wurden im positiven Spannungsbereich betrieben. Die Reihenfolge des angelegten Low und High Levels orientierte sich dabei an der üblichen Darstellung einer Wahrheitstabelle, siehe auch 5.12. b) stellt die gemessenen Stromwerte in Abhängigkeit der angelegten Low und High Level Werte an den Memristoren  $M_1$  und  $M_2$  dar. Dabei entsprechen die gemessenen Stromwerte den Ausgangswerten der Wahrheitstabelle einer OR-Logik, was auch in Tabelle 5.12 zu sehen ist.

Lag bei beiden Memristoren der LL Zustand an, so führte dies für die Dauer der anliegenden Signale zu keinem Einfluss auf das Ausgangssignal bzw. der Strom lag bei  $0A$ . Im zweiten und dritten Schritt, bei dem jeweils an einem Memristor der LL Zustand und am anderen der HL Zustand anlag, änderte sich das Ausgangssignal von  $0A$  auf ca.  $115mA$ . Im letzten Schritt, bei dem beide Memristoren auf den HL Zustand gesetzt wurden, lag ein Ausgangssignal von ca.  $140mA$  an. Die Darstellung dieser gemessenen OR-Logik kann auch in Abbildung 5.11 b) nochmals genauer betrachtet werden. Zum besseren Verständnis wurden die Eingangssignale der Memristoren sowie das Ausgangssignal noch einmal in Form einer Wahrheitstabelle 5.12 dargestellt.

$M_2$	$M_1$	$M_1 \vee M_2$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

**Abb. 5.12:** Wahrheitstabelle für die gemessene OR-Logik. Dabei steht 1 für HL und 0 für LL.

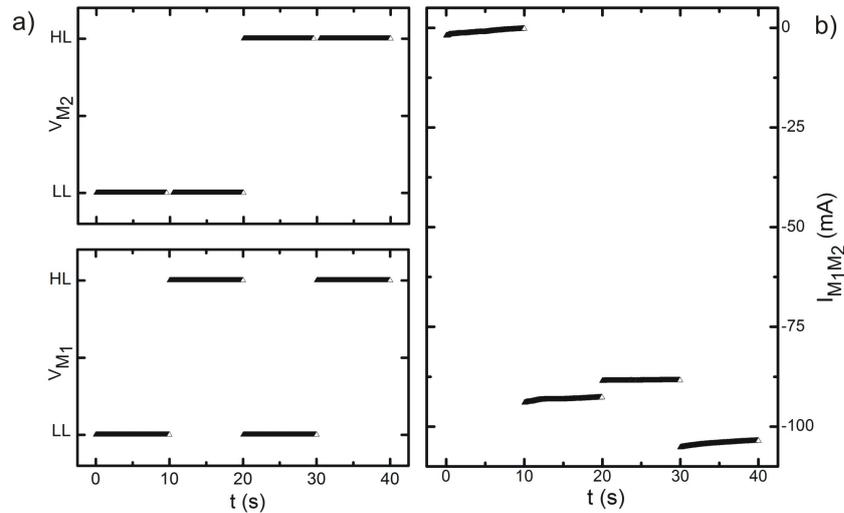
### 5.6.2 NOR-Logik

Neben der OR-Logik kann mit zwei Memristoren auch eine logische NOR-Operation realisiert werden. Während für die OR-Operation beide Memristoren im positiven Spannungsbereich betrieben wurden, kann eine NOR-Logik mit Hilfe des Schaltens der Memristoren im negativen Bereich umgesetzt werden. Anders als bei der OR-Logik liegt hier der HL Zustand bei Spannungen vor dem Stromsprung, der LL Zustand bei Spannungswerten nachdem der Stromsprung eintrat. Abbildung 5.14 a) zeigt alle Eingangssignale in Abhängigkeit der Dauer für die zwei Memristoren  $M_1$  und  $M_2$ .

$M_2$	$M_1$	$M_1 \nabla M_2$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

**Abb. 5.13:** Wahrheitstabelle für die gemessene NOR-Logik. ( $1 \hat{=} \text{HL}$ ,  $0 \hat{=} \text{LL}$ )

Die angelegten Zustände erfolgten auch hier anhand der bekannten Reihenfolge einer logischen Operation. Zuerst wurden beide Proben auf LL gelegt. Danach wurde  $M_1$  auf HL und  $M_2$  auf LL gesetzt. Im dritten Schritt wurden die Zustände vertauscht, um als nächsten Schritt beide Zustände der Memristoren auf HL zu setzen. Der gemessene Spannungsabfall nach jedem Schritt ergab eine NOR-Operation, die auch in Abbildung 5.14 b) dargestellt ist. Dabei lag der Stromwert für die im LL gesetzten Memristoren auf höherem Niveau, als für alle weiteren möglichen Schaltungen. Die Ausgangssignale

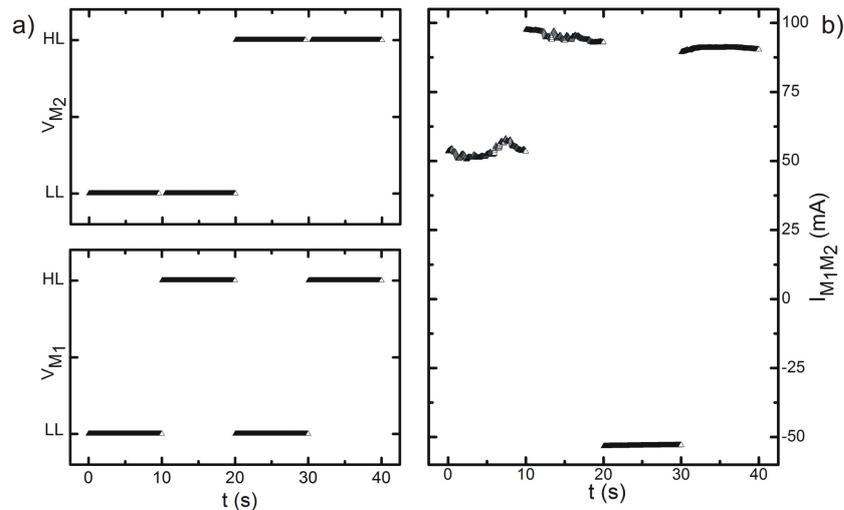


**Abb. 5.14:** a) Zum Zeitpunkt  $t$  angelegte Spannungen  $V_{M_1}$  und  $V_{M_2}$  am entsprechenden Memristor  $M_1$  und  $M_2$ . Beide Memristoren wurden im negativen Spannungsbereich betrieben. b) stellt die gemessenen Stromwerte in Abhängigkeit der angelegten Low und High Level Werte an den Memristoren  $M_1$  und  $M_2$  dar. Dabei entsprechen die gemessenen Stromwerte den Ausgangswerten der Wahrheitstabelle einer NOR-Logik, was auch in Tabelle 5.13 zu sehen ist.

für die Schaltungen, bei denen ein Memristor im LL und der andere im HL Zustand lag, ergaben Stromwerte im Bereich von ca.  $-90\text{mA}$ . Für die Schaltung der Memristoren im HL Zustand betrug das Ausgangssignal ca.  $-100\text{mA}$ . Somit stellt sich eine NOR-Logik dar, wenn die Memristoren im negativen Spannungsbereich betrieben werden. Die NOR-Operation ist nochmals in Form einer Wahrheitstabelle 5.13 dargestellt.

### 5.6.3 IMP-Logik

Nach diesen logischen OR- und NOR-Operationen, umgesetzt durch die einheitliche Steuerung der Memristorproben, entweder im positiven oder im negativen Spannungsbereich, stellte sich die Frage, welche Logik durch eine unterschiedliche Steuerung realisiert werden kann. Erfolgt das Umschalten des einen Memristors  $M_1$  zwischen dem LL und dem HL Zustand im positiven Bereich und die Schaltung des anderen Memristors  $M_2$  zwischen LL und HL im negativen Bereich, entspricht die daraus folgende



**Abb. 5.15:** a) Darstellung der angelegten Spannung zum Zeitpunkt  $t$  am jeweiligen Memristor  $M_1$  und  $M_2$ . An den Memristoren wurde jeweils der entgegengesetzte Spannungsbereich angelegt, d.h. am  $M_1$  wurden positive Spannungswerte angelegt und  $M_2$  wurde im negativen Spannungsbereich betrieben. b) zeigt die gemessenen Stromwerte in Abhängigkeit der angelegten Werte an  $M_1$  und  $M_2$ . Die gemessenen Stromwerte entsprechen dabei den Ausgangswerten einer IMP-Logik, was auch in Tabelle 5.16 dargestellt ist.

Logik einer IMP-Verknüpfung. IMP steht in diesem Fall für eine Implikation, was als "wenn...dann..." beschrieben wird. So ergibt die Implikation FALSE, wenn  $M_2$  TRUE, gleichzeitig jedoch  $M_1$  FALSE ist. Oft wird dies auch anhand von Bedingungssätzen definiert. Dabei gilt für den Fall das beide Eingänge auf LL gesetzt sind, *wenn das Wasser nicht kocht, dann ist es nicht heiß*, dabei steht *es kocht* als HL bzw. 1 und *Wasser heiß* ebenfalls als HL bzw. 1. Der Kern der Aussage, *wenn es nicht kocht, ist es nicht heiß*, ist somit TRUE und das Ausgangssignal wird auf HL bzw. 1 gesetzt. Für die zweite Aussage, mit den Eingängen 0 und 1, folgt, *wenn es nicht kocht, dann ist das Wasser heiß*. Dafür muss ebenfalls am Ausgang ein TRUE gestellt werden, da das Wasser auch heiß sein kann kurz bevor es kocht. Mit der dritten und entscheidenden Aussage, *wenn das Wasser kocht, dann ist es nicht heiß*, gilt als FALSE, da das Wasser auf jedenfall heiß ist, wenn es kocht. Im vierten Fall, *wenn es kocht, dann ist das Wasser heiß*, erfolgt wieder eine wahre Aussage also TRUE. Einfacher kann dies jedoch als logische Gleichung mit  $\neg M_2 \vee M_1$  beschrieben werden. Die Bedeutung

dahinter ist, dass das Eingangssignal von  $M_2$  negiert und als OR-Operation mit dem Eingangssignal  $M_1$  in Verbindung steht. Anhand einer Wahrheitstabelle 5.16 kann diese logische Operation nochmal nachvollzogen werden.[uRD00]

$M_2$	$M_1$	$M_2 \rightarrow M_1$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

**Abb. 5.16:** Wahrheitstabelle für die gemessene IMP-Logik. Dabei kann  $M_2 \rightarrow M_1$  als  $\neg M_2 \vee M_1$  interpretiert werden. (1 ist HL, 0 ist LL)

Eine Betrachtung der gemessenen Ausgangssignale in Abhängigkeit der Eingangssignale an den Memristoren, die jeweils im entgegengesetzten Spannungsbereich gesteuert werden, zeigt Abbildung 5.15. Während die eine Probe  $M_1$  im positiven LL Zustand geschaltet ist und  $M_2$  im negativen LL Zustand steht, ergibt sich für das Ausgangssignal ein Stromwert von  $51mA$  und somit liegt eine logische 1 am Ausgang an. Wird nun  $M_1$  auf den positiven HL Zustand gesetzt und  $M_2$  konstant auf den gleichen Zustand wie zuvor gehalten, so ergibt sich am Ausgangssignal ebenfalls eine logische 1 mit  $95mA$ . Mit  $M_1$  im positiven LL und  $M_2$  im negativen HL Zustand steht eine logische 0 an, da am Ausgangssignal ein Strom von  $-53mA$  herrscht. Werden nun beide Memristoren zum einen im positiven HL und zum anderen im negativen HL gesteuert, steht der Ausgang wieder auf einer logischen 1 mit einem Ausgangswert von  $90mA$ .

Die logische IMP-Operation konnte ebenfalls von Julien Borghetti et al. mit der Steuerung zweier Memristoren umgesetzt werden [SW10]. Die Realisierung dieser Logiken mit nur zwei Bauteilen bietet faszinierende Anwendungsmöglichkeiten für die Digitaltechnik. Besonders die hier dargestellte Implikation bietet die Möglichkeit der asymmetrischen Unterscheidung. Nur für verschieden angelegte Eingangssignale tritt eine direkte Disparität der Ausgangssignale auf.

# Literaturverzeichnis

- [AB59] Y. Aharonov and D. Bohm. Significance of Electromagnetic Potentials in the Quantum Theory. *Physical Review*, **115**:485–491, (1959).
- [AM08] N. W. Ashcroft and D. N. Mermin. *Festkörperphysik*, volume 3. Oldenbourg, (2008).
- [AS97] H. Linke; J. P. Bird; J. Cooper; P. Omling; Y. Aoyagi and T. Sugano. Phase breaking of nonequilibrium electrons in a ballistic quantum dot. *Physical Review B*, **56**:14937–14940, (1997).
- [AS07] A. G. Peeters; C. Angioni and D. Strintzi. Toroidal Momentum Pinch Velocity due to the Coriolis Drift Effect on Small Scale Instabilities in a Toroidal Plasma. *Physical Review Letter*, **98**:2650(03–06), (2007).
- [ASA10] O. Kavehei; A. Iqbal; Y. S. Kim; K. Eshraghian; S. F. Al-Sarawi and D. Abbott. The Fourth Element: Characteristics, Modelling and Electromagnetic Theory of the Memristor. *Proceedings of the Royal Society A*, **10.1098/rspa.2009.0553**:1–28, (2010).
- [Bee89] C. W. J. Beenakker; H. Van Houten; B. J. Bees. Skipping Orbits, Transversing Trajectories and Quantum Ballistic Transport in Nanostructures. *Superlattices and Microstructures*, **5**:127–132, (1989).
- [Ber83] G. Bergmann. Physical interpretation of weak localization: A time-of-flight experiment with conductance electrons. *Physical Review B*, **28**:2914–2920, (1983).
- [BF99] L. Worschech; F. Beuscher and A. Forchel. Quantized conductance in up to 20 $\mu$ m long shallow etched GaAs/AlGaAs quantum wires. *Applied Physics Letters*, **75**:578–580, (1999).
- [BH87] M. L. Roukes; A. Scherer; S. J. Allen Jr.; H. G. Craighead; R. M. Ruthen;

- E. D. Beebe and J. P. Harbison. Quenching of the Hall Effect in a One-Dimensional Wire. *Physical Review Letter*, **59**:3011–3014, (1987).
- [BH88a] C. W. J. Beenakker and H. Van Houten. Boundary scattering and weak localization of electrons in a magnetic field. *Physical Review B*, **38**:3232–3240, (1988).
- [BH88b] C. W. J. Beenakker and H. Van Houten. Quenching of the Hall Effect. *Physical Review Letter*, **60**:2406–2409, (1988).
- [BP99] B. J. Baelus and F. M. Peeters. Hall potentiometer in the ballistic regime. *Applied Physics Letters*, **74**:1600–1602, (1999).
- [Bri39] P. W. Bridgman. Biographical Memoir of Edwin Herbert Hall 1855-1938. *National Acedemy of Siences of the United States of America*, **XXI**:71–94, (1939).
- [BS96] M. Büttiker and C. A. Stafford. Charge Transfer Induced Persistent Current and Capacitance Oscillations. *Physical Review L*, **76**:495–498, (1996).
- [bSSBP09] R. Kalina; b. Szafran; S. Bednarek and F. M. Peteters. Magnetic-Field Asymmetry of Electron Wave Packet Transmission in Bent Channels Capacitively Coupled to a Metal Gate. *Physical Review Letter*, **102**:066807–066810, (2009).
- [Büt93] M. Büttiker. Capacitance, admittance and recitification properties of small conductors. *Journal of Physics: Condensed Matter*, **5**:9361, (1993).
- [BvH91] C. W. J. Beenakker and H. van Houten. Quantum transport in semiconductor nanostructures. *Solid States Physics*, **44**:1–228, (1991).
- [BW96] A. Yacoby; H. L. Störmer; N. S. Wingreen; L. N. Pfeifer; K. Baldwin and K. W. West. Nonuniversal Conductance Quantization in Quantum Wires. *Physical Review Letter*, **77**:4612–4615, (1996).
- [CA95] R. Hornsey; A. Marsh; J. Cleaver and H. Ahmed. High-current ballistic transport through variable-width constrictions in a high-mobility 2-dimensional electron gas. *Physical Review B*, **51**:7010–7016, (1995).
- [Cas45] H. B. G. Casimir. On Onsager’s Principle of Microscopic Reversibility. *Reviews of Modern Physics*, **17**:343–350, (1945).

- [CB96a] T. Christen and M. Büttiker. Gauge invariant nonlinear electric transport in mesoscopic conductors. *Europhysics Letter*, **35**:523, (1996).
- [CB96b] T. Christen and M. Büttiker. Low frequency admittance of a quantum point contact. *Physical Review Letter*, **77**:143–146, (1996).
- [CC90] A. M. Chang and T. Y. Chang. Quenching of the Hall effect in a novel geometry. *Surface Science*, **229**:209–211, (1990).
- [Chu71] Leon O. Chua. Memristor - The Missing Circuit Element. *IEEE Transactions on Circuit Theory*, **CT-18**(No.5):507–519, (1971).
- [CK76] Leon O. Chua and Sung Mo Kang. Memristive Devices and Systems. *Proceedings of the IEEE*, **64**(2):209–223, February (1976).
- [CS07] H. Dery; P. Dalal; L. Cywinski and L. J. Sham. Spin-based logic in semiconductors for reconfigurable large-scale circuits. *Nature*, **447**:485–487, (2007).
- [Czy04] Gerd Czycholl. *Theoretische Festkörperphysik: Von den klassischen Modellen zu modernen Forschungsthemen*. Springer Verlag Berlin Heidelberg New York, (2004).
- [DA87] T. J. Thornton; M. Pepper; H. Ahmed; G. J. Davies and D. Andrews. Universal conductance fluctuations and electron coherence lengths in a narrow two-dimensional electron gas. *Physical Review B*, **36**:4514–4517, (1987).
- [DC05] J. Wei; M. Shimogawa; T. Wang; I. Radu; R. Dormaier and D. H. Cobden. Magnetic-Field Asymmetry of Nonlinear Transport in Carbon Nanotubes. *Physical Review Letter*, **95**:2566(01–04), (2005).
- [Dem09] Wolfgang Demtröder. *Experimentalphysik 2*. Springer Verlag Berlin Heidelberg, (2009).
- [DFC88] M. N. Baibich; J. M. Broto; A. Fert; F. Nguyen Van Dau, F. Petroff; P. Eitenne; G. Creuzet; A. Friederich, and J. Chazelas. Giant Magnetoresistance of (001)Fe/(001)Cr Magnetic Superlattice. *Physical Review Letter*, **61**:2472–2475, (1988).
- [DG06] R. Leturcq; D. Sánchez; G. Götz; T. Ihn; K. Ensslin; D. C. Driscoll and A. C. Gossard. Magnetic Field Symmetry and Phase Rigidity of the

- Nonlinear Conductance in a Ring. *Physical Review Letter*, **96**:1268(01–04), (2006).
- [Eis00] J. P. Eisenstein. Proc. 25th Int. Conf. Phys. Semicond. Osaka. In *Forschungsbericht*, (2000).
- [EL97] R. Xu; A. Husmann; T. F. Rosenbaum; M.-L. Sabougi; J. E. Enderby and P. B. Littlewood. Large magnetoresistance in non-magnetic silver chalcogenides. *Nature*, **390**:57–60, (1997).
- [EO10] Erwin Böhmer; Dietmar Ehrhardt and Wolfgang Oberschelp. *Elemente der angewandten Elektronik*. Vieweg + Teubner / GWV Fachverlage GmbH, (2010).
- [FG97] D. K. Ferry and S. M. Goodnick. *Transport in Nanostructures*. Cambridge University Press, (1997).
- [FH66] F. F. Fang and W. E. Howard. Negative Field-Effect Mobility on (100) Si Surface. *Physical Review Letter*, **16**:797–799, (1966).
- [FJ02] T. Sugaya; J. P. Bird; M. Ogura; Y. Sugiyama; D. K. Ferry and K.-Y. Jang. Quantum-interference characteristics of a 25 nm trench-type InGaAs/InAlAs quantum-wire field-effect transistor. *Applied Physics Letters*, **80**:434–436, (2002).
- [FW01] G. L. J. A. Rikken; J. Fölling and P. Wyder. Electrical Magnetochiral Anisotropy. *Physical Review Letter*, **87**:2366(02–05), (2001).
- [GB07] L. Angers; E. Zakka-Bajjani; R. Deblock; S. Guéron and H. Bouchiat. Magnetic-field asymmetry of mesoscopic dc rectification in Aharonov-Bohm rings. *Physical Review B*, **75**:115309–115313, (2007).
- [Gro08] Stefan Großner. *Grundlagen der Elektronik: Halbleiter, Bauelemente und Schaltungen*. Shaker Verlag GmbH, (2008).
- [GW78a] H. L. Störmer; R. Dingle; A. C. Gossard and W. Wiegmann. Proceedings of the 14th International Conference on the Physics of Semiconductors. page 557, Edinburgh, (1978).
- [GW78b] R. Dingle; H. L. Störmer; A. C. Gossard and W. Wiegmann. Electron mobilities in modulation-doped semiconductor heterojunction superlattices. *Applied Physics Letters*, **33**:665–667, (1978).

- [Her60] C. Herring. Effect of Random Inhomogeneities on Electrical and Galvanomagnetic Measurements. *Journal of Applied Physics*, **31**:1939–1953, (1960).
- [HG93] D. Huang and G. Gumbs. Quenching of the Hall effect in strongly modulated two-dimensional electronic systems. *Physical Review B*, **48**:2835–2838, (1993).
- [HH89] Paul Horowitz and Winfield Hill. *The Art of Electronics*. Cambridge University Press, (1989).
- [HH00] S. A. Solin; T. Shio; D. R. Hines and J. J. Heremans. Enhanced Room-Temperature Geometric Magnetoresistance in Inhomogeneous Narrow-Gap Semiconductors. *Science*, **289**:1530–1532, (2000).
- [HR92] David Halliday and Robert Resnick. *Physics*. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1992.
- [HS01] J. Moussa; L. R. Ram-Mohan; J. Sullivan; T. Zhou; D. R. Hines and S. A. Solin. Finite-elemente modeling of extraordinary magnetoresistance in thin film semiconductors with metallic inclusions. *Physical Review B*, **64**:184410(1–8), (2001).
- [HT92] A. E. Berkowitz; J. R. Mitchell; M. J. Carey; A. P. Young; S. Zhang; F. E. Spada; F. T. Parker; A. Hutten and G. Thomas. Giant Magnetoresistance in Heterogeneous Cu-Co-Alloys. *Physical Review Letter*, **68**:3745–3748, (1992).
- [HTGS02] S. A. Solin; D. R. Hines, A. C. H. Rowe; J. S. Tsai, Yu. A. Pashkin; S. J. Chung; N. Goel, and M. B. Santos. Nonmagnetic semiconductors as read-head sensors for ultra-high-density magnetic recording. *Applied Physics Letters*, **80**:4012–4014, (2002).
- [Jac02] J. D. Jackson. *Klassische Elektrodynamik*. Walter de Gruyter, Berlin, New York, (2002).
- [JC92] J. Q. Xiao; J. S. Jiang and C. L. Chien. Giant Magnetoresistance in Nonmultilayer Magnetic Systems. *Physical Review Letter*, **68**:3749–3752, (1992).
- [Joh08] R. Colin Johnson. 'Missing link' memristor created: Rewrite the text-

- books? EETimes, April (2008).
- [Jop06] Klaus Jopp. *Nanotechnologie - Aufbruch ins Reich der Zwerge*. Betriebswirtschaftlicher Verlag Dr. Th. Gabler, (2006).
- [JW09] Yogesh N. Joglekar and Stephan J. Wolf. The elusive memristor: properties of basic electrical circuits. *European Journal of Physics*, **30**:661–675, (2009).
- [Kan08] Michael Kanellos. HP makes memory from a once-theoretical circuit. CNET News, April (2008).
- [KF99] M. Kamp; M. Emmerling; S. Kuhn and A. Forchel. Nanolithography using a 100kV electron beam lithography system with a schottky emitter. *Journal of Vacuum Science and Technology B: Microelectronics and Nanometer Structures*, **17**:86–89, (1999).
- [KH89] C. J. S. Ford; S. Washburn; M. Büttiker; C. M. Knoedler and J. M. Hong. Influence of geometry on the Hall effect in ballistic wires. *Physical Review Letter*, **62**:2724–2727, (1989).
- [Kir89] G. Kirczenow. Mechanism of the quenching of the Hall effect. *Physical Review Letter*, **62**:2993, (1989).
- [Kit06] C. Kittel. *Einführung in die Festkörperphysik*, volume 14. Oldenbourg, (2006).
- [KP07] A. Ney; C. Pampuch; R. Koch and K. H. Ploog. Programmable computing with a single magnetoresistive element. *Nature*, **447**:485–487, (2007).
- [KR96] S. J. Koester; B. Brar; C. R. Bolognesi; E. J. Caine; A. Patlach; E. L. Hu; H. Kroemer and M. J. Rooks. Length dependence of quantized conductance in ballistic constrictions fabricated on InAs/AlSb quantum wells. *Physical Review B*, **53**:13063–13073, (1996).
- [Lam56] M. Lampert. Simplified Theory of Space-Charge-Limited Currents in an Insulator with Traps. *Physical Review*, **103**:1648–1656, (1956).
- [LC96] S. J. Koester; K. Ismail; K. Y. Lee and J. O. Chu. Weak localization in back-gated Si/Si<sub>0.7</sub>Ge<sub>0.3</sub> quantum-well wires fabricated by reactive ion etching. *Physical Review B*, **54**:10604–10608, (1996).

- [LH01] S. K. Lyo and D. Huang. Multisublevel magnetotransport conductance in single and coupled double quantum wires. *Physical Review B*, **64**:115320(01–13), (2001).
- [LH02] S. K. Lyo and D. Huang. Magnetoquantum oscillations of thermoelectric power in multisublevel quantum wires. *Physical Review B*, **66**:155307(01–11), (2002).
- [LH06] S. K. Lyo and D. Huang. Effect of electron-electron scattering on the conductance of a quantum wire studied with the Boltzmann transport equation. *Physical Review B*, **73**:205336(01–10), (2006).
- [LL80] B. L. Altshuler; D. Khmel'nitzkii; A. I. Larkin and P. A. Lee. Magneto-resistance and Hall effect in a disordered two-dimensional electron gas. *Physical Review B*, **22**:5142–5153, (1980).
- [LW87] A. Benoit; C. P. Umbach; R. B. Laibowitz and R. A. Webb. Length-independent voltage fluctuations in small devices. *Physical Review Letter*, **58**:2343–2346, (1987).
- [Mar08] John Markoff. HP Reports Big Advance in Memory Chip Design. The New York Times, May (2008).
- [Mes06] Dieter Meschede. *Gerthsen Physik*. Springer Verlag Berlin Heidelberg, (2006).
- [MF88] B. J. Van Wees; H. Van Houten; C. W. J. Beenakker; J. G. Williamson; L. P. Kouwenhoven; D. Van Der Marel and C. T. Foxon. Quantized conductance of point contacts in a two-dimensional electron gas. *Physical Review Letter*, **60**:848–850, (1988).
- [Mou07] Blaise Laurent Mouttet. Programmable crossbar signal processor, (2007).
- [Mou08] Blaise Laurent Mouttet. Operational amplifier with resistance switch crossbar feedback, (2008).
- [MW05] J. Wang; H. Meng and J. P. Wang. Programmable spintronics logic device based on a magnetic tunnel junction element. *Journal of Applied Physics*, **97**:10D509, (2005).
- [Nol04] Wolfgang Nolting. *Grundkurs Theoretische Physik 3*. Springer Verlag Berlin Heidelberg, (2004).

- [OK09] M. P. Delmo; S. Yamamoto; S. Kasai; T. Ono and K. Kobayashi. Large positive magnetoresistive effect in silicon induced by the space-charge effect. *Nature*, **457**:1112–1115, (2009).
- [Ons31] L. Onsager. Reciprocal relations in irreversible processes II. *Physical Review*, **38**:2265–2279, 81931).
- [PC05] D. A. Allwood; G. Xiong; C. C. Faulkner; D. Atkinson; D. Petit and R. P. Cowburn. Magnetic Domain-Wall Logic. *Science*, **209**:1688–1692, (2005).
- [Pip89] A. B. Pippard. Magnetoresistance in Metals. *Cambridge University Press*, (1989).
- [PL03] M. M. Parlsch and P. B. Littlewood. Non-saturating magnetoresistance in heavily disordered semiconductors. *Nature*, **426**:162–165, (2003).
- [PW99] G. R. Facer; B. E. Kane; A. S. Dzurak; R. J. Heron; N. E. Lumpkin; R. G. Clark; L. N. Pfeiffer and K. W. West. Evidence for ballistic electron transport exceeding 160nm in an undoped GaAs/AlxGa1-xAs field-effect transistor. *Physical Review B*, **59**:4622–4625, (1999).
- [RB08] H. Kothari; A. Ramamoorthy; R. Akis; S. M. Goodnick; D. K. Ferry; J. L. Reno and J. P. Bird. Linear and nonlinear conductance of ballistic quantum wires with hybrid confinement. *Journal of Applied Physics*, **103**:0137(01–06), (2008).
- [RC94] S. Jin; T. H. Tiefel; M. McCormack; R. A. Fastnacht; R. Ramesh and L. H. Chen. Thousandfold Change in Resistivity in Magnetoresistive La-Ca-Mn-O Films. *Science*, **264**:413–415, (1994).
- [RJ88] D. A. Wharam; T. J. Thornton; R. Newbury; M. Pepper; H. Ahmed; J. E. F. Frost; D. G. Hasko; D. C. Peakcock; D. A. Ritchie and G. A. C. Jones. One-dimensional transport and the quantisation of the ballistic resistance. *Journal Physics C*, **21**:L209–L214, (1988).
- [RM09] K.-J. Friedland; A. Siddiki; R. Hey; H. Kostial; A. Riedel and D. K. Maude. Quantum Hall effect in a high-mobility two-dimensional electron gas on the surface of a cylinder. *Physical Review B*, **79**:125320–125326, (2009).
- [Ros55] A. Rose. Space-Charge-Limited Currents in Solids. *Physical Review*,

- 97**:1538–1544, (1955).
- [RS02] A. Husmann; J. B. Betts; G. S. Boebinger; A. Migliori; T. F. Rosenbaum and M.-L. Saboungi. Megagauss sensors. *Nature*, **417**:421–424, (2002).
- [SA04] S. Yuasa; T. Nagahama; A. Fukushima; Y. Suzuki and K. Ando. Giant room-temperature magnetoresistance in single-crystal Fe/MgO/Fe magnetic tunnel junction. *Nature Materials*, **3**:868–871, (2004).
- [Sch01] K. Schroeder. *Elektronen in Quantendots (Theorie)*. 29. Ferienkurs des Instituts für Festkörperforschung Jülich, (2001).
- [Sch06] Dierk Schröder. *Leistungselektronische Bauelemente*. Springer Verlag Berlin Heidelberg, (2006).
- [Ser08] Reinhard W. Serchinger. *Walter Schottky - Atomtheoretiker und Elektrotechniker: Sein Leben und Werk bis ins Jahr 1941*. GNT-Verlag, (2008).
- [Sha40] Claude Elwood Shannon. A Symbolic Analysis of Relay and Switching Circuits. Master's thesis, MIT, (1940).
- [Sha08] Aqam Shah. HP researchers build intelligent memory. Central IT, May (2008).
- [SL04] A. Löfgren; C. A. Marlow; I. Shorubalko; R. P. Taylor; P. Omling; L. Samuelson and H. Linke. Symmetry of Two-Terminal Nonlinear Electric Conduction. *Physical Review Letter*, **92**:0468(03–06), (2004).
- [SM84] P. Solomon and H. Morkoc. Modulation-doped GaAs/AlGaAs heterojunction field-effect transistors (MOSFET's), ultrahigh-speed device for supercomputers. *IEEE Transactions on Electron Devices*, **31**:1015–1027, (1984).
- [Sán09] D. Sánchez. Magnetoasymmetric current fluctuations of single-electron tunneling. *Physical Review B*, **79**:0453(05–09), (2009).
- [Sni07] Gregory Stuart Snider. Architecture and methods for computing with reconfigurable resistor crossbars, (2007).
- [Sni08] Greg Snider. Molecular-junction-nanowire-crossbar-based neural network, (2008).
- [Stö80] H. L. Störmer. Modulation doping of semiconductor superlattices and

- interfaces. *Journal of the Physical Society of Japan*, **49**, 81980).
- [SW08] Dmitri B. Strukov; Gregory S. Snider; Duncan R. Stewart and R. Stanley Williams. The missing memristor found. *Nature*, **453**:80–83, May (2008).
- [SW10] J. Borghetti; G. S. Snider; P. J. Kuekes; J. J. Yang; D. R. Stewart and R. S. Williams. Memristive switches enable stateful logic operations via material implication. *Nature*, **464**:873–876, (2010).
- [SY04] S. S. P. Parkin; C. Kaiser; A. Panchula; P. M. Rice; B. Hughes; M. Samant and S.-H. Yang. Giant tunneling magnetoresistance at room temperature with MgO (100) tunnel barriers. *Nature Materials*, **3**:862–867, (2004).
- [SZ06] E. Deyo; B. Spivak and A. Zyuzin. Signature of the electron-electron interaction in the magnetic-field dependence of nonlinear I-V characteristics in mesoscopic conductors. *Physical Review B*, **74**:104205, (2006).
- [Sze81] Simon M. Sze. *Physics of Semiconductor Devices*. New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore: A Wiley-Interscience Publication: John Wiley & Sons, (1981).
- [Sze02] Simon M. Sze. *Semiconductor Devices Physics and Technology*. New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore: A Wiley-Interscience Publication: John Wiley & Sons, (2002).
- [TH08] J. M. Tour and T. He. The fourth element. *Nature*, **453**:42–43, (2008).
- [TM07] Paul A. Tipler and Gene Mosca. *Physik für Wissenschaftler und Ingenieure*, volume 2. Springer Verlag Berlin Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, (2007).
- [uDS09] Wilfried Plakmann und Detlef Schulz. *Handbuch Elektrotechnik*. Vieweg + Teubner / GWV Fachverlage GmbH, (2009).
- [uHB07] Horst Steffen und Hansjürgen Bausch. *Elektrotechnik*. B.G. Teubner Verlag / GWV Fachverlag GmbH, (2007).
- [uHH05] Armin Wachter und Henning Hoerber. *Repetitorium der Theoretischen Physik*. Springer Verlag Berlin Heidelberg, (2005).
- [uJG05] E. Hering; K. Bressler und J. Gutekunst. *Elektrotechnik für Ingenieure und Naturwissenschaftler*. Springer Verlag Berlin Heidelberg, (2005).

- [UL85] R. A. Webb; S. Washburn; C.P. Umbach and R. B. Laibowitz. Observation of  $h/e$  Aharonov-Bohm Oscillations in Normal-Metal Rings. *Physical Review Letter*, **54**:2696–2699, (1985).
- [uRD00] Peter Jan Pahl und Rudolf Damrath. *Mathematische Grundlagen der Ingenieurinformatik*. Springer Verlag Berlin Heidelberg New York, (2000).
- [uWR92] Ludwig Bergmann; Clemens Schäfer und Wilhelm Raith. *Lehrbuch der Experimentalphysik: Festkörperphysik Band 6*. Walter de Gruyter, Berlin, New York, (1992).
- [VDI] VDI. [www.vdi.de](http://www.vdi.de), Entwicklung hin zur Nanotechnologie.
- [VH87] A. Christou; K. Varmazis and Z. Hatzopoulos. High-mobility two-dimensional electron gas structure for modulation-doped GaAs transistors. *Applied Physics Letters*, **50**:935–936, (1987).
- [vKGDP80] K. v. Klitzing; G. Dorda and M. Pepper. New Method for High-Accuracy Determination of the Fine-Structure Constant Based on Quantized Hall Resistance. *Physical Review Letter*, **45**:494–497, (1980).
- [WB99] S. De Haan; A. Lorke; R. Hennig; M. Suhrke; W. Wegscheider and M. Bichler. Magnetotransport properties of arrays of cross-shaped antidots. *Physical Review B*, **60**:8845–8848, (1999).
- [Wei09] Wilfried Weißgerber. *Elektrotechnik für Ingenieure 1*. Vieweg + Teubner / GWV Fachverlage GmbH, (2009).
- [WF88] H. Van Houten; B. J. Van Wees; J. E. Mooij; C. W. J. Beenakker; J. G. Williamson and C. T. Foxon. Coherent Electron Focussing in a Two-Dimensional Electron Gas. *Europhysics Letter*, **5**:721–725, (1988).
- [WF08] D. Hartmann; L. Worschech and A. Forchel. Tunable magnetic-field asymmetry of nonlinear mesoscopic transport: Field-effect controlled backscattering in a quantum wire. *Physical Review B*, **78**:113306–113309, (2008).
- [ZM06] D. M. Zumbühl and C. M. Marcus. Asymmetry of Nonlinear Transport and Electron Interactions in Quantum Dots. *Physical Review Letter*, **96**:2068(02–05), (2006).

# Veröffentlichungen der Autorin

B. Brandenstein-Köth, L. Worschech, A. Forchel: „*Magnetic-field asymmetry of nonlinear transport in narrow channels with asymmetric hybrid confinement*“

In: *Appl.Phys.Lett.* **95** (2009), No. 062106.

B. Brandenstein-Köth, L. Worschech, A. Forchel: „*Magnetic-field asymmetry of nonlinear mesoscopic transport in channels coupled to a single metallic gate*“

In: *Physica E* **42** (2010), Pages: 2055-2057.

# Danksagung

Zum Abschluss möchte ich mich bei all jenen bedanken, die mich in den vergangenen Jahren ein Stück meines Weges begleitet haben. Allen davon sei gedankt, dem einen mehr, dem anderen weniger...

Herrn Professor Dr. Alfred Forchel möchte ich für die Aufnahme am Lehrstuhl der Technischen Physik besonders danken, wodurch meine Promotion erst möglich wurde. Insbesondere für das von Ihm entgegengebrachte Vertrauen und für die Unterstützung zu Beginn der Promotion möchte ich mich bedanken.

Mein größter Dank gilt Herrn Professor Dr. Lukas Worschech, ohne dessen Hilfe ich diese vorliegende Arbeit so nicht hätte abschließen können. Für seine wissenschaftliche Hilfe und besonders für die stets aufmunternden Worte danke ich ihm.

Ein ganz herzlicher Dank an Monika Emmerling, die die hier untersuchten Proben prozessiert hat.

Vielen Dank an meine Kollegen Sebastian Göpfert, Fabian Hartmann und Stefan Kremling für die witzige und freundschaftliche Atmosphäre sowie die Unterstützung bei nanoelektronischen Fragen.

Ein besonders lieber Dank geht an Daniela Spanheimer, die in den letzten Jahren zu einer guten Freundin geworden ist. Für die schönen Abende und privaten Unternehmungen zu Viert danke ich ihr und natürlich Andreas Vetter.

Ein lieber Dank geht auch an Pia Weinmann. Mit ihr hab ich nicht nur eine gute Kollegin sondern auch eine liebe Freundin gewonnen.

Ganz herzlich möchte ich mich bei Angelika Berger für ihre fachliche und menschliche Unterstützung bedanken. Die witzigen Unterhaltungen werden mir fehlen.

Vielen Dank auch an die Kolleginnen der EPV, insbesondere Sabine Voll. Die spontanen Gespräche auf dem Gang und das monatlich stattfindene Frauenfrühstück werden mir in guter Erinnerung bleiben.

## *Danksagung*

---

Bei Adriana Wolf und Silke Kuhn bedanke ich mich für die Unterstützung bei Fragen rund um die Probenherstellung, insbesondere jedoch für die Freundschaft, die sie mir entgegenbrachten.

Herzlicher Dank auch an Mirjam Seufert, Julia Semmel und Caro Kistner. Ohne euch wäre die Zeit nur halb so schön gewesen.

Ein ganz lieber Dank geht an Wolfgang Kaiser, der mich besonders bei meiner Promotionseignungsarbeit sehr unterstützt hat.

Meinen Bürokollegen Steffen Münch, Theresa Steinl, Caro Böckler und Lena Gellner möchte ich für die schöne und sehr lustige Zeit zu Beginn meiner Promotion danken.

Andreas Herrmann und Anita Gebhardt möchte ich für die Materialanalysen der untersuchten Proben danken.

Ein großer Dank geht auch an Gerhard Heller für die technische Unterstützung.

Auch Adam Bauer danke ich für die unendlich vielen Proben, die er für mich gewachsen hat.

Meinen Eltern möchte ich für die bedingungslose Unterstützung in den letzten Jahren danken und, dass sie nie an meinem Vorhaben gezweifelt haben. Meinem Papa möchte ich besonders dafür danken, dass er immer alles daran gesetzt hat meinen Weg gehen zu können und mir immer die Kraft und das Vertrauen geschenkt hat alles zu erreichen. Auch meiner Mama danke ich von ganzem Herzen, dass sie immer für mich da ist und ich immer auf sie zählen kann.

Vielen Dank auch an meine Schwester Melanie, ihren Mann Detlef und besonders ihren Kinder Linus und Felix, die mich in schwierigen Zeiten auf andere Gedanken gebracht und mir gezeigt haben, was wirklich wichtig ist.

Mein wohl größter Dank geht an meinen Mann Christian. Danke für deine bedingungslose Liebe, deinen Glauben an mich und und und...einfach schön, dass es dich gibt.

Natürlich möchte ich auch Christian und Mama für das Korrekturlesen dieser Arbeit danken.

All jenen sei nochmal gedankt, die mir mit ihrer freundschaftlichen Art und menschlichen Unterstützung bei so mancher Schwierigkeit zur Seite standen.

# Lebenslauf

Name:	Bettina Brandenstein-Köth (geb. Köth)
Geburtstag:	04.12.1980
Geburtsort:	Bad Kissingen
1987 - 1993	Grund- und Hauptschule Premich
1993 - 1996	Staatl. Realschule Bad Kissingen
1997 - 1999	Staatl. Fachoberschule Bad Neustadt a. d. Saale
1999	Abschluss mit der Fachhochschulreife
1999 - 2002	Ausbildung zur Fachinformatikerin Richtung Anwendungs- entwicklung
2002 - 2006	Studium der Ingenieurinformatik an der Fachhochschule Würzburg - Schweinfurt
2006	Abschluss mit dem Diplom (FH) Titel der Diplomarbeit: „Auswerteschaltung zur Erkennung von Einklemmfällen mit- tels Oberflächenwellen“
2006 - 2010	Wissenschaftliche Mitarbeiterin am Lehrstuhl für Technische Physik der Bayerischen Julius-Maximilians-Universität Würz- burg bei Prof. Dr. Lukas Worschech mit Gelegenheit zur Pro- motion
Auszeichnungen	Okt. 2003 - Aug. 2006 Stipendium der Firma Brose Fahrzeug- teile GmbH & Co., Coburg  2. Platz der FERCHAU Engineering GmbH Förderpreis- verleihung für herausragende Studienergebnisse  Auszeichnung der Diplomarbeit durch die Siegfried und Marlene Weiß - Stiftung

# Versicherung an Eides statt

gemäß § 5 Abs. 2 Ziff. 2 der Promotionsordnung  
der Fakultät für Physik und Astronomie  
der Universität Würzburg

Hiermit versichere ich an Eides statt, dass ich die Dissertation selbständig und ohne Hilfe eines Promotionsberaters angefertigt und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Die Dissertation wurde bisher weder vollständig noch teilweise einer anderen Hochschule oder in einem anderen Prüfungsfach mit dem Ziel, einen akademischen Grad zu erwerben, vorgelegt.

Am 18.09.2006 wurde mir von der Fachhochschule Würzburg-Schweinfurt der Grad „*Diplom-Ingenieurin (FH)*“ verliehen. Weitere akademische Grade habe ich weder erworben noch versucht zu erwerben.

Würzburg, den 11.10.2010

Bettina Brandenstein-Köth

Nam vitiis nemo sine nascitur.