

STRAHLUNGSTRANSPORT IN DISPERSEN NICHT-TRANSPARENTEN

MEDIEN

*Radiative Transfer in Disperse Non-Transparent
Media*

Strahlungstransport in dispersen nicht-transparenten

Medien

Habilitationsschrift

Harald Reiss

Zentrales Forschungslabor der Brown, Boveri & Cie AG

Heidelberg

1985

Radiative Transfer in Disperse, Non-Transparent Media

Abstract

One of the basic problems in heat transfer, how to separate experimentally the components of the total heat flow through a heat-conducting medium, can be solved only if the optical thickness of the medium is high. The radiative diffusion model delivers appropriate expressions for the radiative heat flow in optically thick, i. e. non-transparent, media. Verification of assumptions and predictions of the diffusion model for these media is an important part of this work.

Conservation of energy defines the temperature profile in the medium. The temperature profile couples all heat transfer modes to the total heat flow. For a complete understanding of radiative transfer, a knowledge of the temperature dependence also of the non-radiative heat flow components is thus indispensable. Analysis of local thermal conductivities based on the diffusion model allows determination of temperature dependent solid thermal conductivities and extinction coefficients. From extinction coefficients and the temperature profile, the radiative conductivity can be determined. This method is applied to homogeneous and inhomogeneous disperse media.

In addition to calorimetric methods, spectral measurements of extinction coefficients (using an appropriate wavelength-average) and their calculation by application of rigorous Mie-theory, allow an approach to radiative heat flow. Comparison of extinction coefficients and radiative conductivities obtained for powders and fibers from the three independent methods shows very good agreement also in the case of strong anisotropic scattering.

Application of Mie-theory for investigation of maximum extinction coefficients created by optimum particle diameters leads to a correction of the classical concept if anisotropic scattering is accounted for: Using the Rosseland mean of "effective" spectral extinction coefficients, its maximum is a far more reliable indication of optimum radiation extinction than a maximum of the extinction coefficient defined in Lambert-Beer's law.

Very high effective extinction coefficients are found for very thin, totally reflecting fibers. Optimum particle diameters are given for dielectric and absorbing, spherical and cylindrical particles.

A large guarded calorimetric apparatus recently designed and installed for precise measurement of the thermal conductivity of samples in vacuum and under external pressure load is described. Experimentally separated solid conductivity of fibers is analyzed using a thermal resistor model (this finding supports in turn the diffusion model approach to the radiative heat flow).

Measured thermal conductivities of evacuated, load-bearing disperse media are a factor of 10 to 20 lower than those of conventional thermal insulations at high temperatures. These media are thus very suitable for application, e. g. in high-temperature batteries for an optimization of thermal management.

Analysis of measured total thermal conductivities of evacuated disperse media shows that the radiative component can amount up to 50 % at $T \leq 600$ K even if the medium is highly doped with opacifiers operating at infrared wavelengths.

Inhaltsverzeichnis

Vorbemerkungen	V
Liste mehrfach benutzter Symbole	VI

T e i l I Beschreibung des Gesamtproblems

1. <u>Einführung</u>	1
1.1 Allgemeine Übersicht zum Gesamtproblem	1
1.2 Definitionen der Grundgrößen, Erläuterungen und Präzisierung des Zentralproblems	4
2. <u>Parameter, Parameterfunktionen und Lösungsmethoden der Strahlungstransportgleichung</u>	18
2.1 Übersicht	18
2.2 Zell- und Kontinuumsmodelle, Parameter und Parameterfunktionen	19
2.2.1 Restgaswärmeströme in zweiphasigen Systemen	22
2.2.2 Festkörper- und Kontaktwärmeströme	34
2.2.3 Parameterfunktionen für die Strahlungsausbreitung	44
2.2.3.1 Übersicht	44
2.2.3.2 Strenge Streutheorie nach G. Mie	46
2.2.3.3 Abhängige Streuung	56
2.2.3.4 Näherungen für Phasenfunktionen	60
2.2.3.5 Verfügbarkeit von Brechungsindizes für disperse Medien, Temperaturabhängigkeit der Brechungsindizes	62
2.3 <u>Review</u> : Näherungslösungen des Strahlungsausbreitungsproblems in dispersen Medien	66
2.4 Zusammenfassung von Teil I, Offene Probleme	94

T e i l II Arbeiten mit eigener Beteiligung

Gesamtübersicht zu Teil II	100
3. <u>Experimentelle und numerische Verifizierungen des Strahlungsdiffusionsmodells</u>	101

3.1 Übersicht: In kalorimetrischen und infraroptischen Messungen untersuchte disperse Medien	101
3.2 Aufbau und Experimente mit einer großen Zweiplattenapparatur für Wärmeleitfähigkeitsmessungen von evakuierten dispersen Medien bei hohen Temperaturen	109
3.2.1 Übersicht, vorbereitende Experimente mit pulvrigen Medien, Auswahl von infraroptischen Trübungsmitteln	109
3.2.2 Entwurf einer $700 \times 700 \text{ mm}^2$ Zweiplattenapparatur	118
3.2.3 Meßergebnisse mit evakuierten pulvrigen Medien	120
3.2.4 Experimentelle Prüfung der Temperaturunabhängigkeit von λ_{Festk} und effektivem Extinktionskoeffizient	122
3.3 Kalorimetrische Untersuchung der vermuteten $P^{1/3}$ -Abhängigkeit des Festkörperkontaktwärmeleitungsanteils in einem faserförmigen Medium	124
3.3.1 Erweiterter Versuchsstand	124
3.3.2 Meßergebnisse und Fehleranalyse	126
3.3.3 Variation von λ_{Festk} mit dem Auflagerdruck P	128
3.3.4 Versuchsstand für Wärmeleitfähigkeitsmessungen bei hohen Temperaturen, im Vakuum und unter mechanischen Drücken bis $50 \cdot 10^5 \text{ Pa}$	130
3.4 Integrale und spektrale infraroptische Untersuchungen	136
3.4.1 Integrale infraroptische Untersuchungen	136
3.4.2 Spektrale infraroptische Untersuchungen	139

3.4.3 Vergleich der Rosseland-Mittelwerte E_R^* mit den aus kalorimetrischen Messungen extrahierten Extinktionskoeffizienten	144
3.5 Numerische Untersuchungen	146
4. <u>Temperaturabhängige Extinktionskoeffizienten und Festkörperwärmeleitungsanteile</u>	149
4.1 Übersicht	149
4.2 Vorhersagen des Strahlungsdiffusionsmodells	151
4.3 Versuchsaufbau und gemessene Temperaturprofile	156
4.4 Analyse der (λ, T^{*3}) -Kurven homogener Glasfasern	158
4.5 Schichtweise inhomogenes faserförmiges Medium	164
4.6 Erweiterung der Methode auf Bestimmungen der Wärmeleitfähigkeit von Gasen	166
5. <u>Optimale Strahlungsauslöschung</u>	168
5.1 Übersicht	168
5.2 Geneigte Inzidenz auf zylindrische Teilchen	169
5.3 Optimale Teilchendurchmesser sphärischer und zylindrischer nicht-metallischer Teilchen	172
5.4 Totalreflektierende dünne Fasern	175
5.4.1 Streuphasenfunktionen und Polarisation	183
5.4.2 Metallbeschichtete dielektrische Fasern	187
5.4.3 Extinktionsmessungen an metallbeschichteten Fasern	189
5.4.4 Kalorimetrische Messungen an metallbeschichteten Fasern	192

6. <u>Strahlungstransport in nicht-transparenten dispersen Medien</u> (Zusammenfassung der wichtigsten Ergebnisse)	195
6.1 Auf Grundlagen gerichtete experimentelle Untersuchungen	195
6.2 Auf Grundlagen gerichtete numerische Untersuchungen	196
6.3 Versuchsaufbauten	197
6.4 Wichtige Einzelergebnisse	198
Ausblick	200

T e i l III Quellenverzeichnisse

7. Quellenverzeichnis der Abbildungen	202
8. Alphabetisches Literaturverzeichnis	204

Vorbemerkungen

Alle in dieser Schrift enthaltenen Ergebnisse gehen auf Arbeiten im Zentralen Forschungslabor der Brown, Boveri & Cie AG, Heidelberg, und im Physikalischen Institut der Universität Würzburg (Kooperation seit 1980, Betreuung wissenschaftlicher Arbeiten) zurück.

Um im Text zitierte und im Literaturverzeichnis aufgeführte Arbeiten mit eigener Beteiligung zu kennzeichnen, wurde der in Großbuchstaben geschriebene Name des Autors, der auf der jeweiligen Arbeit an erster Stelle erscheint, unterstrichen.

Alle 91 Einzelabbildungen stammen ausschließlich aus Arbeiten mit eigener Beteiligung (gedruckte oder vorbereitete Veröffentlichungen, Vorlesungsskripten). Sofern eine Abbildung in einer bereits gedruckten Veröffentlichung enthalten ist, wurde die Fundstelle am Ende der Bildunterschrift angegeben. Ein Quellenverzeichnis aller Abbildungen ist in Teil III aufgenommen.

Herrn Dr. F. Groß, Direktor des Zentralen Forschungslabors der Brown, Boveri & Cie AG, Heidelberg, danke ich, daß er diese Arbeit jederzeit mit Interesse verfolgt und tatkräftig unterstützt hat. Herrn Prof. Dr. J. Fricke, Universität Würzburg, danke ich für die seit 1980 währende freundliche und erfolgreiche Zusammenarbeit. Den Herren D. Büttner und R. Caps, Universität Würzburg, gebührt Dank und besondere Anerkennung für viele von Ihnen erzielte wertvolle Ergebnisse, welche diese Arbeit mitgeprägt haben. Den Herren Dr. H. Birnbreier, Dr. W. Fischer und Dr. B. Ziegenbein, Brown, Boveri & Cie AG, Heidelberg, danke ich für fruchtbare Zusammenarbeit und intensive klärende Diskussionen. Herrn Prof. Dr. R. Kümmel, Universität Würzburg, danke ich für zahlreiche Ratschläge, die mir in der Schlußphase der Anfertigung dieser Arbeit sehr geholfen haben.

Liste mehrfach benutzter Symbole

a	Teilchenradius
$a_{n(A,B)}$	Streukoeffizienten beim zylindrischen Streuproblem für die Fälle TM (A) bzw. TE (B) der Orientierung der Feldvektoren \vec{E}_i oder \vec{H}_i
\hat{a}	Durchmesser einer kreisförmigen Kontaktzone
\hat{a}_v	Durchmesser einer kreisförmigen mikroskopischen Einschnürung (Punktkontakte, a-spots)
\tilde{a}	Zweiter Entwicklungskoeffizient (Anisotropiefaktor) in der Reihenentwicklung der Phasenfunktion nach Legendre-Polynom ($\tilde{a} = \omega_1/\Omega$)
$b_{n(A,B)}$	Streukoeffizienten beim zylindrischen Streuproblem für die Fälle TM (A) bzw. TE (B) der Orientierung der Feldvektoren E_i oder H_i
\hat{b}	Rückstreufaktor (Gl.(98))
c_p, c_v	Spezifische Wärme eines Gases bei konstantem Druck bzw. Volumen
$c_{v,Trans}, c_{v,Rot}, c_{v,Osz}$	Komponenten von c_v bezüglich Translations-, Rotations- bzw. Oszillationszuständen einer Gesamtheit von Gasmolekülen
C_{Ext}	Absoluter (integraler) Extinktionsquerschnitt
d	Teilchendurchmesser
\tilde{d}/\tilde{d}_0	Relative geometrische Dicke eines Mediums
D, D_0	Gesamtdicke eines ebenen Mediums
\hat{D}	Teilchenabstand (Mittelpunktsabstand)
\hat{D}_{min}	Minimaler Teilchenabstand

$e_{\Lambda b}, e_b$	Spektrale bzw. integrale hemisphärische Strahlungsleistung des Schwarzen Körpers
E, E^*	Integraler (wellenlängengemittelter) bzw. integraler effektiver Extinktionskoeffizient
$\vec{E}, \vec{E}_i, \vec{E}_s$	Elektrische Feldstärke (Index i: einlaufende, Index s: gestreute Welle)
$E_{\ell, i}, E_{r, i}$ und $E_{\ell, s}, E_{r, s}$	Komponenten der elektrischen Feldstärke \vec{E} (1. Index ℓ : parallel, 1. Index r: senkrecht zur Streuebene, 2. Index i bzw. s: einfallende oder gestreute Welle)
E_R, E_R^* $E_{\Lambda}, E_{\Lambda}^*$	Rosselandmittelwert von E_{Λ} bzw. E_{Λ}^* Spektraler bzw. spektraler effektiver (Index *) Extinktionskoeffizient
$\overline{E_{\Lambda}^*}$	Über alle Inzidenzwinkel ϕ gemittelter Wert von E_{Λ}^*
F	Fläche
F_{ij}	($1 \leq i, j \leq 4$) Matrixelemente der Amplitudentransformationsmatrix F (Gl.(78))
\vec{H}	Magnetische Feldstärke
i	$\sqrt{-1}$
i'_{Λ}, i'	Gerichtete spektrale bzw. integrale Intensität
$i'_{\Lambda b}, i'_b$	Gerichtete spektrale bzw. integrale Intensität des Schwarzen Körpers
i'_+, i'_-	Gerichtete gegenläufige integrale Intensitäten

\bar{i}	Mittlere integrale auf eine Volumenelement einfallende Gesamtstrahlung
I'_{Λ}, I'	Spektrale bzw. integrale gerichtete Intensitäts-Quellenfunktion
k	Wellenzahl ($k = 2\pi/\Lambda$)
\tilde{k}	Imaginärteil des komplexen Brechungsindex
\hat{k}	komplexe Wellenzahl ($\hat{k}^2 = k^2 \hat{m}^2$)
\bar{k}	Wärmedurchgangszahl
$\bar{k}_{\text{Festk}}, \bar{k}_{\text{Leit}}, \bar{k}_{\text{Rad}}$	Komponenten von \bar{k} bezügl. Festkörper-, allgem. Wärmeleitungs- bzw. Strahlungswärmeströme
Kn	Knudsenzahl ($Kn = \lambda_{\text{Gas}}/\delta$)
l	Länge eines Fadens oder einer Faser
\tilde{l}	Abstand von Kontakten auf Fasern
λ_{Gas}	Mittlere freie Weglänge eines Gasmoleküls zwischen zwei aufeinanderfolgenden Stößen
$\lambda_{\text{Rad}, \Lambda}$ oder $\lambda_{\text{Rad}, \Lambda}^*$	Mittlere spektrale bzw. mittlere effektive spektrale freie Weglänge eines Photons zwischen zwei Wechselwirkungen mit absorbierenden oder streuenden Teilchen
\hat{m}	Komplexer Brechungsindex ($\hat{m} = n - i\tilde{k}$)
n	Realteil des komplexen Brechungsindex
n_c	Reeller Brechungsindex eines Kontinums
\hat{n}	Anzahl der Punktkontakte
N	Teilchenzahl
N_1	Leitungs-/Strahlungsparameter ($N_1 = \lambda_{\text{Leit}} \cdot E / (4\sigma n^2 T_1^3)$)

\hat{N}	Anzahl von Kontakten pro Teilchen zu seinen Nachbarn
p	Restgasdruck
P	Äußere Druckbelastung
P_l	Legendre-Polynom
\dot{q}	Totale Wärmestromdichte ($\dot{q} = \dot{Q}/F$)
$\dot{q}_{\text{Festk}}, \dot{q}_{\text{Gas}}, \dot{q}_{\text{Rad}}$	Komponenten von \dot{q} bezüglich Festkörper-, Gas- bzw. Strahlungswärmeströme
\dot{q}_+, \dot{q}_-	Gegenläufige totale Wärmestromdichten
\dot{Q}	Totaler Wärmestrom
\dot{Q}_{Rad}	Komponente von \dot{Q} bezüglich Strahlungswärmestrom
Q_{Ext}	Relativer (integraler) Extinktionsquerschnitt
$Q_{\text{Ext}, \lambda}$	Relativer spektraler Extinktionsquerschnitt
$\overline{Q_{\text{Ext}, \lambda}}$	über alle Inzidenzwinkel ϕ gemittelter Wert von $Q_{\text{Ext}, \lambda}$
Eff	
$Q_{\text{Ext}}^{\text{Eff}}$	Effektiver (bezügl. abhängiger Streuung korrigierter) Wert von Q_{Ext}
Q_{Sca}	Relativer (integraler) Streuquerschnitt
\hat{r}	Radialkoordinate
Re	Realteil
R_1, R_2	Wärmewiderstände bezügl. Kontakte bzw. in Faserlängsrichtung
R_∞	Reflexionskoeffizient einer optisch unendlich dicken Schicht
\hat{R}	Gaskonstante
R_{Festk}	Wärmewiderstand des Festkörpergrundmaterials eines Teilchens

R_{Kont}	Wärmewiderstand, hervorgerufen durch Einschnürung eines Teilchens
$R_{\text{Kont}}^{\text{El}}$	Elektrischer Kontaktwiderstand
$R_{\text{Kont}}^{\text{Therm}}$	Thermischer Kontaktwiderstand
$R_{\text{Kont}}^{\text{Total}}$	Gesamtwiderstand (Kontakt- plus Faser- längswiderstand)
s	Geometrische Weglänge
S	Streukoeffizient
$S_{1, \dots, 4}$	Elemente der Matrix S (Gl.60))
t	Zeit
T	Temperatur
T_0	Außentemperatur, Wandtemperatur
T_1, T_2	Temperaturen der Begrenzungswände 1 und 2 eines Mediums
$\tilde{T}_{1, \dots, 4}$	Elemente der Matrix \tilde{T} (Gl.(68))
T_r, T_{Rad}	Strahlungstemperatur ($T_r = T_{\text{Rad}} =$ $(T^*3/4)^{1/3}$)
T^*3	3. Potenz der Strahlungstemperatur T^* , $T^*3 = (T_1^2 + T_2^2)(T_1 + T_2)$
\bar{v}	Mittlere Geschwindigkeit eines Gasmole- küls
V	Volumen
x	Streuparameter ($x = \pi \cdot d/\lambda$)
x_0	Anisotropiefaktor (Gl. (122), $x_0 = \tilde{a}$)
x_i	Geometrische Position von Temperatur- meßstellen in einer Probe
Y	Elastizitätsmodul

α	Akkommodationskoeffizient (α_1, α_2 : bezogen auf Temperaturen von Wänden 1 und 2)
$\tilde{\alpha}$	Winkel zwischen Einfallrichtung eines Strahls auf ein Teilchen 1 und Verbindungsgerade Teilchen 1/Teilchen 2
$\hat{\alpha}$	Temperaturleitfähigkeit
β	Strahlrichtung gegen Flächennormale (Abb. 6)
$\hat{\beta}$	Gewichtungsfaktor (Gl. (25, 26))
δ	Mittlerer Porendurchmesser (δ_1 bzw. δ_2 : Bezüglich Mikroporen in den Teilchen bzw. von Poren, die durch Teilchenabstände in der Schüttung konstituiert werden)
ϵ	Integraler thermischer Emissionkoeffizient
$\tilde{\epsilon}$	Dielektrizitätskonstante
$\hat{\epsilon}$	Korrekturfaktor (Gl. (28))
$\hat{\epsilon}_{\text{Trans}}, \hat{\epsilon}_{\text{Rot}}, \hat{\epsilon}_{\text{Osz}}$	Komponenten von $\hat{\epsilon}$ bezüglich Translations-, Rotations- und Oszillationszuständen einer Gesamtheit von Gasmolekülen
η	Auf ein Volumenelement auftreffende (dimensionslose) mittlere Gesamtstrahlung ($\eta = \bar{i}' / (\sigma T_1^4)$)
$\tilde{\eta}$	Phasendifferenz bei anomaler Beugung ($\tilde{\eta} = 2(n-1)x$)
$\hat{\eta}$	Viskosität
θ	Dimensionslose Temperatur ($\theta = T/T_1$)
κ	Quotient aus den spezifischen Wärmen eines Gases ($\kappa = c_p/c_v$)
λ	Totale Wärmeleitfähigkeit
λ_0	Wärmeleitfähigkeit eines unendlich ausgedehnten (nicht durch Wände eingegengten) Gases

λ_{Eff}	Effektive Wärmeleitfähigkeit eines Gases einschl. Konvektion (bei laminarer Strömung)
$\lambda_{\text{Festk}}, \lambda_{\text{Gas}}, \lambda_{\text{Rad}}, \lambda_{\text{Kont}}$	Komponenten von λ bezüglich Festkörper-, Gas- bzw. Strahlungswärmeströme Auf Kontakten zwischen Teilchen beruhende Wärmeleitfähigkeit
λ_{Leit}	Summe aller den Nicht-Strahlungswärmeströmen zugeordneten Wärmeleitfähigkeitskomponenten
λ_{T}	Wärmeleitfähigkeit des Grundmaterials, aus dem die Teilchen gefertigt sind
λ_{s}	Aus Messungen von λ extrahierte Gesamt-Festkörperwärmeleitfähigkeit eines dispersen Mediums
λ_{so}	Komponente von λ_{s} , die nicht auf externer Druckbelastung beruht
Λ	Wellenlänge
μ	Kosinus des Winkels β
$\bar{\mu}$	Anisotropiefaktor bezüglich Streuung (Gl. (83))
$\hat{\mu}$	Poissonsche Querkontraktionszahl
Π	Porosität
ρ	Dichte
ρ_{O}	Dichte eines Festkörpermateriale, aus dem Teilchen gefertigt sind
ρ_{El}	Elektrischer Widerstand
σ	Stefan-Boltzmann-Konstante
σ_{s}	Flächendichte einer Probe ($\sigma_{\text{s}} = \rho \cdot D$, $E/\rho = \tau_{\text{O}}/\sigma_{\text{s}}$)
τ_{Λ}, τ	Spektrale bzw. integrale optische Dicke (Gl. (5)), bezogen auf geometrische Koordinate s

$\tau_o, \tau_{o,\lambda}$	Spektrale bzw. integrale (totale) optische Dicke einer Probe, bezogen auf geometrische Koordinate D
τ_o^*	Effektive optische Dicke unter Berücksichtigung anisotroper Streuung ($\tau_o^* = \tau_o(1 - \Omega \bar{\mu})$)
ϕ	Inzidenzwinkel bezüglich Zylinderachse
Φ	Phasenfunktion der Streuung
χ	Faktor zur Berücksichtigung von Konvektion als Wärmeleitungsvorgang
χ_1, χ_2	Von Begrenzungswänden 1 und 2 emittierte und reflektierte integrale Strahlungsleistungen (Gl. (119))
χ^2	Chi-Quadrat-Test (Beurteilungsgrundlage für optimale Anpassung beliebiger Ordnung an vorgegebene Grundgesamtheit unter Berücksichtigung der Meßfehler)
Ψ_b	Dimensionsloser integraler Strahlungsstrom (Gl. (113))
Ψ_1, Ψ_2	Temperatursprungskoeffizienten an Begrenzungswänden 1 und 2 (Gl. (131, 132a))
ω	Raumwinkel (Index i: Bezügl. der auf ein Volumenelement einfallenden Strahlung)
ω_l	Legendre-Entwicklungskoeffizient für Phasenfunktion (Gl. (81, 82))
$\hat{\omega}$	Frequenz einer Temperaturschwingung
$\Omega_{\lambda, \Omega}$	Spektrale bzw. integrale (wellenlängengemittelte) Albedo der Einzelstreuung (in Abb. 8 gleich ω)

Teil I

Beschreibung des Gesamtproblems

1. Einführung

1.1 Allgemeine Übersicht zum Gesamtproblem

Die Untersuchung der Strahlungsausbreitung in dispersen Medien ist eng mit der zentralen Frage gekoppelt, welche Wärmetransportmechanismen in diesen Medien vorherrschen und wie man überhaupt die Beiträge der verschiedenen Wärmestromkomponenten zum Gesamtwärmestrom ermitteln kann. Bevor erläutert wird, daß für die Beantwortung dieser Frage dem Verständnis der Strahlungsausbreitung sogar eine Schlüsselrolle zufällt, sei auf die Bedeutung der Bestimmung von Wärmestromkomponenten in beliebigen (gasförmigen, flüssigen oder festen) Medien anhand einiger Beispiele hingewiesen.

Da alle Gase in bestimmten Spektralbereichen transparent sind, ist eine sichere Angabe ihrer Wärmeleitfähigkeit nur möglich, wenn die dort anfallenden spektralselektiven Strahlungsbeiträge ermittelt und ebenso wie mögliche Konvektion aus dem Gesamtergebnis eliminiert werden (das gleiche Problem tritt bei teilweise transparenten Flüssigkeiten auf). Die Temperaturschichtung und ihre zeitliche Entwicklung in einem Gas oder einer Flüssigkeit unter bestimmten Randbedingungen wird erst verständlich, wenn alle Wärmetransportmechanismen zumindest näherungsweise abgeschätzt werden können (eine gemessene Temperaturverteilung ist gewissermaßen der einfachste Indikator für die relativen Anteile der Wärmestromkomponenten). Lineare Temperaturverteilungen können auf große relative Wärmeleitungsanteile und sehr hohe Strahlungsextinktion hinweisen. Stark ortsabhängige (gekrümmte) Temperaturverteilungen in homogenen Medien signalisieren meistens große Strahlungsanteile. Aus der gekrümmten Temperaturverteilung in einer Glasschmelze muß man daher auf Transparenz des Glases in gewissen Spektralbereichen schließen (dessen zeitliche Erstarrungsvorgänge sind nur mit der Annahme großer Strahlungsanteile im Gesamtwärme-

strom, der von Innern der Schmelze auf ihren Rand fließt und an die Umgebung abgegeben wird, zu erklären).

Offenkundig wird das Problem der Bestimmung von Wärmestromkomponenten besonders bei Wärmeisolationen, wo man eine Reduzierung von Gesamt-Verlustwärmeströmen anstrebt. Es liegt nahe, dieses Ziel durch eine Reduzierung aller Wärmestromkomponenten zu verfolgen. Kontinuierliche Wärmeisolationen sind eines der für die folgende Untersuchung wichtigsten dispersen Medien, da sie alle in Abschn. 1.2 vereinbarten charakteristischen Merkmale aufweisen, ihre Vielfalt bezüglich chemischer Zusammensetzung, Korngrößen, elektrischer Leitfähigkeits- und optischer Eigenschaften und ihre z. T. einzigartige mikroskopische Struktur der Teilchenverbände experimentelle und theoretische Grundlagenforschung geradezu herausfordern.

Man kann diese Beispiele ergänzen durch Hinweise auf Wärmeströme in chemischen Festbettreaktoren, Abbrand-schichten von Raumsonden, Plasmen, Kugelhaufen-Kernreaktoren, geologischen Schichtungen etc., wo die Ermittlung von Wärmestromkomponenten für physikalisches Verständnis, Prozeßführung und Optimierung jeweils geboten ist. Diesem Motivationskatalog steht die Einschränkung gegenüber, daß es kein experimentelles Verfahren für einen direkten Zugriff auf eine einzelne Wärmestromkomponente gibt. Die in der Literatur beschriebenen Versuche, einzelne Komponenten zu bestimmen, stützen sich entweder auf deren Berechnung mittels bestimmter Modellannahmen, oder alle Komponenten werden als Wärmeleitungsprozesse beschrieben, die gemessenen totalen Wärmeleitfähigkeiten nach bestimmten Variablen oder Parametern faktorisiert (z. B. Strahlungstemperatur, Dichte des Mediums, Porosität, Druckbelastung), um hieraus durch Extrapolation auf Extremalwerte dieser Größen einzelne Wärmeleitfähigkeitskomponenten zu extrahieren.

Die Begründung für das Fehlen einer direkten experimentellen Methode liegt in einer über die Temperaturverteilung des

Mediums erzwungenen Kopplung aller Wärmetransportmechanismen. Diese Kopplung folgt aus der Forderung nach Energieerhaltung. Wenn man eine Komponente des Wärmestroms ermitteln will, muß man die Temperaturabhängigkeit aller Transportmechanismen verstanden haben und hiermit die Energieerhaltungsgleichung (zur Berechnung des Temperaturprofils) und die Strahlungstransportgleichung (zur Ermittlung der nichtlokalen Transportvorgänge) lösen. Kalorimetrische Messungen ergeben immer nur Gesamtwärmeströme.

Unter bestimmten Voraussetzungen (große optische Dicke des Mediums, temperaturunabhängige Parameter) kann man allerdings zeigen, daß die Wärmetransportkomponenten schon berechnet werden können, wenn man allein mit den Randtemperaturen eine mittlere Strahlungstemperatur ansetzt.

Die schon erwähnte Schlüsselrolle der Strahlungsströme ist begründet durch einen von drei Ausgangspunkten möglichen Zugriff auf die Strahlungsextinktionskoeffizienten: Erstens geben spektrale Strahlungsextinktionsmessungen Auskunft über Betrag und relative Anteile von Absorption und Streuung. Die Ergebnisse können zweitens durch ihre Berechnung nach der Mie-Theorie überprüft werden. Unter bestimmten Voraussetzungen lassen sich drittens aus kalorimetrischen Messungen integrale Extinktionskoeffizienten extrahieren, die mit den spektralen experimentellen und theoretischen Werten über geeignete Wellenlängenmittelungen verglichen werden können.

Wir werden auf diese Weise zeigen, daß die Anwendung des Strahlungsdiffusionsmodells es erlaubt, nicht nur die Strahlungsanteile im Gesamtwärmestrom verlässlich abzuschätzen sondern daß die gegenüber der Summe verbleibenden Wärmestromkomponenten ihrerseits durch geeignete Modelle verifiziert werden können.

Der entscheidende Schritt für diese Analyse ist es, alle Wärmetransportvorgänge in differentieller Schreibweise zu formulieren, d. h. auch die Strahlungsausbreitung phänomenologisch als Wärmeleitungsvorgang aufzufassen.

Eine Überprüfung, ob dies erlaubt ist, bieten die erwähnten Methoden zur Bestimmung der Extinktionskoeffizienten des Mediums (die bei allen Wellenlängen möglichst groß sein sollten).

1.2 Definitionen der Grundgrößen, Erläuterungen und Präzisierung des Zentralproblems

Die im folgenden erläuterten und angewandten Methoden zur Ermittlung von Strahlungsströmen stammen fast ausschließlich aus der Astrophysik. Dies ist nur auf den ersten Blick überraschend: Da die Lösung des klassischen Strahlungsausbreitungsproblems (Helligkeits- und Temperaturverteilung der Sonnenatmosphäre) die Lösung eines Kontinuumsproblems ist, besteht gegen die Anwendung der gleichen mathematischen Formalismen auf die hier untersuchten dispersen Medien solange kein Einwand, wie diese Medien ebenfalls der Kontinuumsforderung hinsichtlich Strahlungswchselwirkung genügen. Historisch gesehen hat besonders das Studium der Mitte-Rand-Verdunklung der Sonnenscheibe entscheidende Impulse für die Entwicklung dieser mathematisch-physikalischen Methoden geliefert, Strahlungsausbreitungsvorgänge und Strahlungsgleichgewichte zu verstehen. Die an der Sonnenoberfläche austretende Strahlung (UNSÖLD (1968), S. 111) mit der gerichteten Intensität $i'_\Lambda(\tau_\Lambda = 0, \hat{\delta})$ [§]

$$i'_\Lambda(0, \hat{\delta}) = \int_0^\infty I'_\Lambda(\tau_\Lambda^*) \exp(-\tau_\Lambda^*/\mu) d\tau_\Lambda^*/\mu \quad (1)$$

ist ein direktes Maß für die Emissions- und Streustrahlung zusammenfassende spektrale Quellenfunktion $I'_\Lambda(\tau_\Lambda)$ und ihre Abhängigkeit von der optischen Tiefe (Dicke) τ_Λ . Hierin bezeichnen Λ die Wellenlänge, $\mu = \cos \hat{\delta}$ und $\hat{\delta}$ den Winkel zwischen der die Mittelpunkte von Sonne und Erde verbindenden Geraden und einem vom Sonnenmittelpunkt ausgehenden

[§] Mit einem Hochkomma versehene Intensitäten sollen im folgenden immer gerichtete Intensitäten bezeichnen.

Strahl an einen Punkt ihrer Oberfläche.

Je schneller $I'_\Lambda(\tau_\Lambda)$ mit τ_Λ anwächst, umso mehr Strahlung dringt aus großen Tiefen an die Sonnenoberfläche, und umso größer wird der Mitte-Rand-Kontrast, da die Intensität am Sonnenrand den konstanten Wert $i'_\Lambda(\tau_\Lambda = 0, \hat{\delta} = \pi/2) = I'_\Lambda(0)$ hat. Die "x=cos δ "-Methode von Eddington und Barbier (s. UNSÖLD (1968), S. 114) verknüpft in der Näherung sogar die gemessene Intensität $i'_\Lambda(0, \hat{\delta})$ unmittelbar mit der Quellenfunktion durch $i'_\Lambda(0, \hat{\delta}) = I'_\Lambda(\tau_\Lambda = \cos \hat{\delta})$.

Im besonderen Fall des lokalen thermischen Gleichgewichts ist $I'_\Lambda(\tau_\Lambda)$ eine genau definierte Funktion der Temperatur (nämlich die Plancksche Strahlungsfunktion), so daß die Messung von $i'_\Lambda(\tau_\Lambda = 0, \hat{\delta})$ Aufschluß über die Temperaturverteilung der oberen Schichten der Sonnenatmosphäre liefern kann.

Kehren wir zu den dispersen Medien zurück: Gl. (1) ist die Lösung der Strahlungstransportgleichung (SIEGEL (1972), S. 689)

$$\frac{di'_\Lambda(\tau_\Lambda)}{d\tau_\Lambda} = -i'_\Lambda(\tau_\Lambda) + I'_\Lambda(\tau_\Lambda) \quad (2)$$

für ein unendlich dickes Medium, das als kontinuierlich vorausgesetzt wird. Dies ist an dieser Stelle die für den inneren Aufbau des Mediums und dessen Bedeutung für die Strahlungsausbreitung einzige Voraussetzung: Es ist nichts gesagt über die möglichen Anteile von Absorption/Emission und Streuung (und deren mögliche Anisotropie) und über eventuell vorhandene andere Energietransportvorgänge, die nicht zur Strahlungsausbreitung gehören (auf die aber die Quellenfunktion $I'_\Lambda(\tau_\Lambda)$ wegen der damit verbundenen Temperaturänderung gegenüber dem Fall des reinen Strahlungsgleichgewichts reagieren müßte).

Der Strahlungstransport durch ein Gas in einem Hochtemperaturofen kann mit Gl. (2) ebenso beschrieben werden wie der in einer Glasschmelze oder in einer dispersen Tief-

temperaturisolation, sofern die Grundvoraussetzung, das Medium sei bezüglich Strahlungswechselwirkung ein Kontinuum, erfüllt ist.

Damit ein disperses Medium diese Forderung erfüllt, darf es keine Bestandteile enthalten, deren charakteristische Dimensionen groß gegen die Wellenlänge der eindringenden oder absorbierten/emittierten Strahlung sind (die Strahlungsausbreitung im Medium müßte in diesen Fällen mit der geometrischen Optik beschrieben werden)[§]. Das Medium muß eine definierte optische Dicke τ_{Λ} besitzen, mit der eine Schwächung der Intensität pro Weglängeneinheit erfolgt. Die Abnahme der Intensität wird durch das bekannte Lambert-Beersche Gesetz beschrieben,

$$i'_{\Lambda}(s) = i'_{\Lambda}(0) \cdot \exp\left(-\int_0^s E_{\Lambda}(s^*) ds^*\right) \quad (3)$$

worin sich $i'_{\Lambda}(0)$ auf die eindringende Strahlung bezieht. In differentieller Schreibweise

$$di'_{\Lambda}(s) = -i'_{\Lambda}(s) \cdot E_{\Lambda}(s) ds \quad (4)$$

ist dieses Gesetz sofort als ein Spezialfall der Strahlungstransportgleichung (Gl. (2)), nämlich für den Fall verschwindender Quellenfunktion, zu erkennen. $E_{\Lambda}(s)$ bezeichnet den spektralen Extinktionskoeffizienten am Ort s . Der Extinktionskoeffizient kann eine Funktion der Temperatur sein. Das Integral

$$\tau_{\Lambda}(s) = \int_0^s E_{\Lambda}(s^*) ds^* \quad (5)$$

definiert die spektrale optische Dicke am Ort s (gerechnet gegen den Ort "0"). Bezeichnet D die Gesamtdicke eines Mediums, wird im folgenden $\tau_{\Lambda}(D) = \tau_{0,\Lambda}$, beim grauen Medium τ_0 gesetzt (im grauen Medium sind die optischen Parameter wellenlängenunabhängig). Die Definition der optischen Dicke τ_{Λ} gibt einen

[§] Die Begrenzungswände des Mediums können spiegelnde oder diffuse Reflexionseigenschaften haben und strahlungsundurchlässig oder teilweise transparent sein.

zweiten Aspekt der Kontinuumsforderung wieder: Der Extinktionskoeffizient $E_A(s)$ muß eine integrierbare Funktion der geometrischen Weglänge s sein (es wird keineswegs Stetigkeit verlangt). Demnach darf z. B. die Teilchenzahl lokal sprunghaft variieren, die Teilchengometrie sich von einer bestimmten Koordinate s an plötzlich ändern etc[§].

Unter einem dispersen, körnigen oder fasrigen Medium^{§§} soll im folgenden ein höchstens schichtweise geordnetes, dreidimensionales Aggregat diskreter, kristalliner oder amorpher, elektrisch leitender oder nichtleitender Festkörperteilchen gleicher oder unterschiedlicher Teilchengometrie mit wenigstens in zwei Raumrichtungen mikroskopischen (den Wellenlängen der einfallenden Strahlung vergleichbaren), in der dritten Raumrichtung kleinen Abmessungen (groß im Vergleich zu den Wellenlängen) verstanden werden. Die Teilchen seien entweder völlig voneinander getrennt oder sollen Nachbarpartikel direkt über glatte oder struktuierte Berandungen oder indirekt über chemische Brücken kontaktieren. Die Teilchen können von einem Gas vollständig umgeben sein. Adsorbierte Gase oder benetzende Flüssigkeiten sollen nur bereichsweise und höchstens in sehr geringen Mengen auftreten.

Diese Vereinbarung vermeidet das Adjektiv "porös", weil hierunter auch Materialien verstanden werden, die aus einer kontinuierlichen festen Matrix bestehen, welche entweder

§ Dagegen wird bei CHAN (1974 a) ein Medium, in dem die Teilchendurchmesser klein gegen die Schichtdicke sind, bereits als homogen bezeichnet und die Homogenitätsforderung als typisch für das Kontinuum vorausgesetzt. Folglich müßten auch Medien mit unterschiedlichen Teilchenzusammensetzungen als homogen bezeichnet werden dürfen, wenn ihre Teilchen im Sinn der obigen Einschränkung nur hinreichend klein sind. Extinktionskoeffizienten (und die unten eingeführten Streuphasenfunktionen und Albedo) hängen aber nicht nur von der Teilchengometrie sondern bei beliebiger Geometrie auch vom Brechungsindex ab. Für die hier verfolgte Auffassung des Kontinuums wird Homogenität überhaupt nicht benötigt.

§§ Solche Medien können transparent oder nicht-transparent sein. Bei den in dieser Arbeit untersuchten nicht-transparenten Medien wird die von einer Begrenzungswand emittierte (und an ihr reflektierte) Strahlung schnell ausgelöscht. Ihre optische Dicke muß daher mindestens Eins sein (vergl. die Anmerkungen nach Gl. (22)).

diskrete isolierte oder zusammenhängende Hohlräume umgibt, die mit einem Gas, einer Flüssigkeit oder einem chemischen Binder gefüllt sein können (DERESIEWICZ (1958), S. 234).

Es wird nicht vorausgesetzt, daß die kontaktierenden Teilchen starr an bestimmten absoluten Raumkoordinaten fixiert sind. Sie können z. B. unter ihrer Schwere, unter mechanischen Beanspruchungen des Aggregats oder durch Bewegung des Gesamtverbandes wegen Wärmeausdehnung oder Agglomeration innerhalb einer durch ihre Nachbarpartikel bestimmten Umgebung verrücken. Durch Konvektion eines umgebenden Gases verursachte Bewegungen sollen ausgeschlossen sein.

Hinsichtlich der Temperaturverteilung im Medium wird nur vorausgesetzt, daß sie durch Randtemperaturen und Energietransportvorgänge vorgeschrieben ist. Innere Wärmequellen, z. B. aufgrund von chemischen Reaktionen oder radioaktiven Zerfällen sollen nicht existieren[§].

Die Teilchen sollen entweder temperaturbeständig und hart oder höchstens soweit elastisch oder inelastisch verformbar sein, daß ihre Geometrie und Individualität bis auf lokale Verformungen im Bereich der Kontakte beibehalten werden (damit sind beginnende Schmelzen, Sinterungen etc. ausgeschlossen).

Disperse Wärmeisolationen fallen vollständig unter diese Vereinbarungen^{§§}. An dispersen Wärmeisolationen und deren Grundmaterialien erzielte experimentelle Ergebnisse hinsichtlich Strahlungsausbreitung, Teil- und Gesamtwärmeströme sind repräsentativ für die Gesamtheit der dispersen körnig/fasrigen Medien, soweit noch festzulegende Parameter und Parameterfunktionen für die verschiedenen Medien übereinstimmen. Eine Beschränkung infrarotoptischer und kalorimetrischer

[§] Zumindest nicht bei stationären Wärmetransportvorgängen, welche hier untersucht werden. Die Teilchen dürfen z. B. nur so geringe Mengen an Dampfbildnern enthalten, daß die stationären Temperaturverteilungen nicht durch den Verbrauch von Verdampfungswärmen gestört werden.

^{§§} Vereinzelt verwendete exotherm reagierende Teilchenzusätze zur Erzeugung lokaler Schmelzen mit dem Ziel einer Erhöhung der mechanischen Festigkeit der Schüttung sollen unberücksichtigt bleiben.

Messungen auf disperse Wärmeisolationen oder deren Keramik-, Glas- oder Metall-Grundwerkstoffe (wie hier vorgenommen) bedeutet keine Beeinträchtigung der breiteren Gültigkeit der erzielten Ergebnisse.

Die folgenden Überlegungen betreffen beliebige wärmedurchlässige Medien. Die Wärmeleitfähigkeit λ , welche ein von den Versuchsbedingungen unabhängiger Materialkennwert sein sollte, wird durch das Fouriersche Erfahrungsgesetz definiert, das für eine ebene Wand der Fläche F und der Dicke D lautet[§]:

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{F} = \lambda \cdot (T_1 - T_2) / D \quad (6)$$

Hierin bezeichnet \dot{Q} den totalen Wärmestrom, der durch ein Temperaturgefälle $(T_1 - T_2)$ in einem Medium verursacht wird. Entsprechend ist λ als totale Wärmeleitfähigkeit anzusehen.

Im Fall eines eindimensionalen Wärmeausbreitungsproblems (ohne innere Wärmequellen und -senken) in einer als unendlich ausgedehnt angenommenen, sehr dicken Schicht der Dicke D pflanzt sich eine oszillierende Temperatur $T(x)$ am Rand ($x = 0$)

$$T(x=0, t) = T_0 \cdot \cos \hat{\omega} t \quad (7)$$

als eine gedämpfte Schwingung ins Innere fort. Die (streng genommen nur für unendlich dicke Schichten richtige) Lösung

$$T(x, t) = T_0 \cdot e^{-mx} \cos(\hat{\omega} t - mx) \quad (8)$$

folgt aus der Fourierschen Differentialgleichung

$$\frac{\partial T(x)}{\partial t} = \hat{\alpha} \cdot \frac{\partial^2 T(x)}{\partial x^2} \quad (9)$$

[§] Die in Gl. (6) gegebene Definition der Wärmeleitfähigkeit erfolgt zur Klarstellung des Grundbegriffs. Gelegentlich ist es bequem, mit "effektiven" Wärmeleitfähigkeiten zu rechnen, bei denen λ schichtdickenabhängig (proportional D) wird (s. u.).

Der Faktor $m = (\hat{\omega}/2\hat{\alpha})^{1/2}$ enthält die Temperaturleitfähigkeit

$$\hat{\alpha} = \frac{\lambda}{\rho \cdot c} \quad (10)$$

mit der als temperaturunabhängig angenommenen Wärmeleitfähigkeit λ , der Dichte ρ und der spezifischen Wärme c des Mediums, aus dem die Schicht besteht. Die Forderung nach Undurchlässigkeit der Schicht für die Temperaturschwingung (d. h. nach vollständiger Wärmeisolation) ist durch die Kombination kleiner Wärmeleitfähigkeitswerte mit großen Dichten und spezifischen Wärmen erfüllbar (und wird mit zunehmender Frequenz der Schwingung, d. h. wenn $(\hat{\omega}/2\hat{\alpha})^{1/2} \gg 1/D$, immer besser gewährleistet). Da Randbedingungen vieler wärmephysikalischer Probleme große Dichten und spezifische Wärmen eines Isolationsmediums nicht zulassen (z. B. bei der Wärmeisolation von Hochtemperaturbatterien für Elektrofahrzeuge), wird die Optimierung des Exponenten m allein durch eine Reduzierung der Wärmeleitfähigkeit angestrebt. Dieses Potential ist sehr groß: Mit evakuierten Glasfasern kann man z. B. die Wärmeleitfähigkeit senkrecht zur Faserrichtung gegenüber dem Festkörper Glas um den Faktor 10^3 verringern. Die entsprechenden Produkte $\rho \cdot c$ unterscheiden sich dagegen höchstens um den Faktor 10.

\dot{Q} und λ in Gl. (6) setzen sich durch Überlagerung mehrerer Wärmestrom- bzw. Wärmeleitfähigkeitskomponenten \dot{Q}_i bzw. λ_i zusammen (in einer Wärmeisolation sind dies Wärmeströme durch das Festkörpermateriale, über Gasanteile und Strahlungstransportvorgänge).

Wir werden hier von Wärmeleitungsvorgängen nur dann sprechen, wenn die Weitergabe einer thermischen Erregung in verglichen mit der Schichtdicke D kleinen lokalen Schrittweiten Δx aufgrund von kleinen lokalen Temperaturdifferenzen ΔT erfolgt. Diese Vereinbarung ermöglicht es, eine temperaturabhängige lokale Wärmeleitfähigkeit $\lambda(T)$ zu definieren:

$$\dot{q} = \lambda(T) \cdot \frac{dT(x)}{dx} \quad (11)$$

Nach den hier vereinbarten Eigenschaften der Wärmeleitfähigkeit ist λ nur definiert, wenn alle Komponenten λ_i ebenfalls als Wärmeleitfähigkeiten definiert sind. Hieraus folgt, daß man einem mit einem transparenten Gas gefüllten, aber sonst leeren Raum keine Wärmeleitfähigkeit im engeren (oben vereinbarten) Sinn zuordnen kann, weil der Strahlungstransport durch dieses Gas nicht als schrittweiser Prozeß zu erklären ist: Bei kleiner optischer Dicke sehen sich die Begrenzungswände gegenseitig. Die Existenz einer totalen Wärmeleitfähigkeit ist somit notwendig an ein in allen Wellenlängenbereichen optisch dickes Medium gekoppelt[§].

Bei transparenten Medien hängt der Strahlungswärmestrom \dot{Q}_{Rad} überwiegend von den Temperaturen der Begrenzungswände und deren thermischen Emissionsvermögen ab, ist also mit Blick auf die Schichtdicke näherungsweise eine Konstante. Dies gilt sogar für evakuierte Folienisolationen, die in ihrer Gesamtwirkung auf die Strahlung als nicht-transparent (trotz transparenter Zwischenräume) angesehen werden müssen (sonst wären die kleinsten bekannten Verlust-Wärmeströme mit ihnen nicht erzielbar; diese Folien-"Superisolationen" gehören allerdings nicht zu den dispersen Wärmeisolationen). Bei sehr kleinem Restgasdruck ist jedoch auch mit einer großen Folienzahl der Reststrahlungsstrom dominierend. Wenn $\dot{q}_{\text{Rad},0}$ die Strahlungsstromdichte ohne Folien und \tilde{N} die Anzahl der Folien bezeichnen und mit gleichen Emissionsvermögen der Folien und Begrenzungswände gilt (s. z. B. KAGANER (1969), S. 34):

$$\dot{q}_{\text{Rad}} = \dot{q}_{\text{Rad},0} / (\tilde{N} + 1) \quad (12)$$

Bei konstantem \tilde{N} hängt \dot{q}_{Rad} solange nicht vom Abstand der Seitenwände ab, wie deren laterale Ausdehnung sehr groß gegen den Abstand ist. Eine Unterscheidung in transparente und nicht-transparente Fälle liefert demnach noch keine Abgrenzung zwischen dickenabhängigen und dickenunabhängigen Wärmeleitfähigkeiten: Die definitionswidrige Anwendung von Gl. (6) auf \dot{Q}_{Rad} oder \dot{Q} muß bei den Folienisolationen zu einer schichtdickenab-

[§] Folgerichtig bezeichnet CAPS (1983 c) die für ein in schmalen Spektralbereichen infrarotdurchlässiges SiO₂-Aerogel ermittelte Größe λ als "Pseudoleitfähigkeit". Ebenso sind die von FINE (1980) für teilweise transparente Isolationen ermittelten Koeffizienten λ keine Wärmeleitfähigkeiten im Sinn der obigen Vereinbarung. Das gleiche gilt für PELANNE (1979, 1981) und trotz der gefundenen Schichtdickenunabhängigkeit auch für die von BRAUN (1983) ermittelten Leitfähigkeiten von transparenten Flüssigkeiten, weil dort eine eigentlich nur für optisch dicke Medien zulässige "additive" Näherung vorgenommen wurde.

hängigen Wärmeleitfähigkeit führen, weil \dot{Q}_{Rad} in \dot{Q} dominiert. Ebenso können in diesem Fall (wie z. B. von FINE (1980), KUNC (1984) berichtet, aber schon aus VISKANTA (1965) zu folgern) Einflüsse des Emissionskoeffizienten der Begrenzungswände in der Wärmeleitfähigkeit der Probe auftauchen. Dies entstellt die Eigenschaft der Wärmeleitfähigkeit als eines von den Versuchsbedingungen unabhängigen Kennwerts (die Änderung des Emissionsvermögens von 0.95 auf 0.05 reduziert die "Wärmeleitfähigkeit" von z. B. Borosilikatglas bei kleinen optischen Dicken und $T \geq 700$ K um etwa 20 % (KUNC (1984)!)).

Umgekehrt kann aus einer schichtdickenabhängigen Wärmeleitfähigkeit nicht notwendig auf Transparenz sondern höchstens auf beträchtliche Strahlungsanteile, und aus einer schichtdickenunabhängigen Wärmeleitfähigkeit nicht auf sehr große optische Dicke des Mediums sondern höchstens auf große "echte" Wärmeleitfähigkeitsanteile geschlossen werden.

Die Forderung nach Energieerhaltung im stationären quellenfreien Fall

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{q} = 0 \quad (13)$$

für den Gesamtwärmestromdichte-Vektor

$$\vec{q} = \vec{q}_{\text{Festk}} + \vec{q}_{\text{Gas}} + \vec{q}_{\text{Rad}} \quad (14)$$

koppelt die Komponenten miteinander über die Temperaturverteilung. Unter der Annahme, daß sich die Nicht-Strahlungskomponenten mit einer Leitfähigkeit λ_{Leit} beschreiben und zusammenfassen lassen und für den Fall eines grauen, absorbierenden, emittierenden, isotrop streuenden und durch ebene Seitenwände begrenzten homogenen Mediums lautet Gl. (13) ausgeschrieben (VISKANTA (1965))[§]:

$$N_1 \cdot \frac{d^2 \theta}{d\tau^2} = (1-\Omega) \cdot (\theta^4(\tau) - \eta(\tau)/4) \quad (15)$$

Hierin bezeichnen $N_1 = \lambda_{\text{Leit}} E / (4\sigma n^2 T_1^3)$ den Leitungs-/Strahlungsparameter (SIEGEL (1972), S. 631), $\theta = T/T_1$ die dimen-

[§] Im nicht-grauen Medium wäre τ als wellenlängengemittelter Wert anzusehen.

sionslose Temperatur, T_1 die Temperatur der (wärmeren) Begrenzungswand, σ die Stefan-Boltzmann-Konstante, \bar{n} den Realteil des effektiven Brechungsindex eines homogenen Mediums[§] (s. Abschn. 2.3), Ω die als wellenlängenunabhängig angenommene Albedo der Einzelstreuung und $\eta(\tau)$ die auf ein Volumenelement auftreffende Gesamtstrahlung.

Man sieht sofort, daß eine Änderung etwa der optischen Größe Albedo direkt in die Temperaturverteilung $\theta(\tau)$ eingeht. Die Temperaturverteilung beeinflusst nicht nur über den Term $\theta^4(\tau)$ den Strahlungswärmestrom \dot{q}_{Rad} , z. B. an der Stelle $\tau = 0$ (VISKANTA (1965)) (schwarze Begrenzungen)

$$\frac{\dot{q}_{\text{Rad}}(0)}{\sigma T_1^4} = 1 - 2 \left[\theta_2^4 E_3(\tau_0) + \int_0^{\tau_0} ((1-\Omega)\theta^4(\tau^*) + \frac{\Omega}{4}\eta(\tau^*)) E_2(\tau^*) d\tau^* \right] \quad (16)$$

sondern über $d\theta/d\tau$ auch den Wärmeleitungsstrom

$$\frac{\dot{q}_{\text{Leit}}(0)}{\sigma T_1^4} = -N_1 \frac{d\theta}{d\tau} \quad (17)$$

Entsprechendes gilt für eine Variation des Leitfähigkeitswerts λ_{Leit} , welche sich über N_1 in einer Änderung des Strahlungswärmestroms widerspiegelt.

Für das graue Medium wurde der Einfluß aller wichtigen Parametervariationen (z. B. bezügl. λ_{Leit} , Ω und E) auf Temperaturverteilung und Wärmestromkomponenten von VISKANTA (1965) (und in seinen früheren Arbeiten, s. Literaturverzeichnis) untersucht. Anisotrope Streuung wurde in diesen Untersuchungen jedoch nicht berücksichtigt. Ebenso wurde an der vereinfachenden (aber nicht haltbaren, s. Abschn. 2.2 und 4) Spezialisierung auf temperaturunabhängige Parameter festgehalten.

[§] In den Arbeiten Viskantas ist die Definition des Leitungs-/Strahlungsparameters N_1 nicht einheitlich (z. T. tritt der Kehrwert von N_1 auf). Wir werden hier Siegel folgen, aber gemäß der Schreibweise Viskantas das Quadrat des Brechungsindex beim Auge behalten (um Konsistenz mit anderen Autoren sicherzustellen, kann man, wie hier oft vorgenommen, bei den Ableitungen der Ausdrücke für die Strahlungsströme $\frac{1}{n^2} = 1$ setzen; beim Vergleich Theorie/Experiment muß man allerdings n^2 abschätzen).

In Gl. (16) bezeichnen die $E_n(\tau)$ die bekannten Exponential-Integralfunktionen, die wegen der hier vorläufig angenommenen isotropen Streuung die Raumwinkelintegration bei der Berechnung der Netto-Strahlungsströme erleichtern. Da die $E_n(\tau)$ mit größer werdendem τ sehr schnell gegen Null gehen, lassen sich die mit ihnen behafteten Terme bei großen optischen Dicken anschaulich als nur lokal wirksame Terme interpretieren (hierdurch wird der Anschluß an das lokal definierte Wärmeleitungsgesetz hergestellt). Zur Erläuterung der $E_n(\tau)$ vergl. z. B. CHANDRASEKHAR (1960), S. 373 - 374.

Aus Gl. (15) folgt, daß die über die Temperaturverteilung erzwungene Kopplung der Wärmestromkomponenten nur für den Fall reiner Streuung ($\Omega = 1$) exakt aufgehoben wird, wenn N_1 temperaturunabhängig ist. Im Fall sehr großer optischer Dicken (und beliebigem Ω -Wert) hingegen konvergieren die Lösungen für den Gesamtwärmestrom (s. Abschn. 2.3) gegen einen Ausdruck, der sich auch aus dem einfachen Diffusionsmodell mit der additiven Näherung ergibt:

$$\dot{q} = \lambda_{\text{Leit}} \cdot (T_1 - T_2) / D + \frac{4\sigma n^2 (T_1^4 - T_2^4)}{3\tau_0} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \lambda &= \lambda_{\text{Leit}} + \lambda_{\text{Rad}} \\ &= \lambda_{\text{Leit}} + \frac{4\sigma n^2}{3E} \cdot \frac{T_1^4 - T_2^4}{T_1 - T_2} \end{aligned} \quad (19)$$

Hierin geht die Voraussetzung ein, daß alle Wärmetransportprozesse voneinander unabhängige Wärmeleitungsvorgänge sind und unabhängig voneinander berechnet werden dürfen. Hierzu werden nur mittlere Werte von λ_{Leit} , n^2 und E und die Randtemperaturen benötigt.

Für eine lokale Beschreibung der Wärmestromkomponenten muß man jedoch (außer im Fall der reinen isotropen Streuung) wegen der Kopplung der Strahlungstransport- und Wärmeleitungsvorgänge durch die aus der Energieerhaltungsforderung resultierende Temperaturverteilung die Temperaturabhängigkeit der Wärmeleitungs- und optischen Parameter verstehen. Man beachte, daß reine isotrope Streuung oder völlige Nicht-Transparenz eines Mediums höchst seltene Ausnahmefälle sind.

Experimentelle Untersuchungen an dispersen Medien, über die hier berichtet wird, umfassen kalorimetrische Messungen der Wärmeleitfähigkeit und optische Bestimmungen ihrer Strahlungsextinktions-, Absorptions- und Streueigenschaften.

In den kalorimetrischen Messungen sollte man nach Möglichkeit nur eindimensionale Wärmeströme erzeugen. Zylindrische Versuchsanordnungen (s. z. B. McELROY (1969) für eine Übersicht) und sphärische Versuchsanordnungen ("Kugelsonden", s. z. B. ROHATSCHKE (1976)) lassen die wichtige Variation von mechanischen Randbedingungen (Auflagerdruck auf die Proben) nicht zu. Da viele Wärmeisolationen jedoch mechanischen Beanspruchungen (Druck- und eventuell Biegebelastungen) ausgesetzt sind, müssen Wärmeleitfähigkeitsmeßapparaturen für derartige Bedingungen ausgelegt sein. Außerdem sind zur Erzielung kleinster Wärmeströme bereichsweise gestützte Isolationen vorgeschlagen worden (NOWOBILSKI (1979), ZIEGENBEIN (1980)[§]), welche sich nur als ebene Proben fertigen lassen. Die überwiegende Anzahl der heute verwendeten Wärmeleitfähigkeitsmeßapparaturen hat daher ebene Geometrie. Unter ihnen erlaubt nur eine sehr kleine Anzahl (STRONG (1960), BÜTTNER (1983, 1984)) Messungen der Wärmeleitfähigkeit unter variablen, zu jedem Zeitpunkt der Messung genau definierten mechanischen Randbedingungen.

Das bei ebenen Plattenapparaturen zur Wärmeleitfähigkeitsmessung verwendete Schutzringprinzip, mit dem man eine unendlich ausgedehnte, isotherme Ebene (Meßfläche) simuliert, geht bereits auf Poensgen zurück (vergl. die einleitenden Anmerkungen bei BODE (1980)).

Die Genauigkeit von Wärmeleitfähigkeitsmessungen hängt neben der geforderten Gleichmäßigkeit der Temperaturverteilung auf den Seitenwänden der Probe (Meßflächen) sehr empfindlich von der Genauigkeit der Temperaturmessung selbst ab. Bei evakuierten Wärmeisolationen kann eine laterale Temperatur-Inhomogenität von nur 1 K bereits einen Meßfehler in der Wärmeleitfähigkeit von 3 - 5 % verursachen (BÜTTNER (1983)). Besonders schwierig ist die Messung von

[§] Unterstreichung einer Zitatstelle bezeichnet eine Arbeit mit eigener Beteiligung.

Wärmeströmen durch ebene evakuierte Folienisolationen (GRUNERT (1970)) wegen der großen lateralen Wärmeleitfähigkeit der Metallfolien[§].

Neben kalorimetrischen Messungen sind Untersuchungen der spektralen Extinktionskoeffizienten, der Albedo und der Phasenfunktion der gestreuten Strahlung die wichtigsten experimentellen Hilfsmittel zum Studium der Strahlungsausbreitung. Im Fall großer optischer Dicken verknüpft die aus dem Diffusionsmodell folgende Gl. (19) die kalorimetrische Größe "Wärmeleitfähigkeit" bzw. ihre Komponente λ_{Rad} mit der infrarotoptischen Größe "Strahlungsextinktionskoeffizient" $E^{\text{§§}}$.

Nimmt man die Mie-Theorie als dritten unabhängigen Zugriff auf den Extinktionskoeffizienten des dispersen Mediums hinzu, kann bei sorgfältiger Überprüfung der in die Rechnungen eingehenden Brechungsindizes die Übereinstimmung zwischen den drei voneinander unabhängigen Methoden innerhalb von $\pm 10\%$ liegen. Dies ist erstaunlich gut; denn die Anwendung der Mie-Theorie setzt ideale Teilchengometrie und unabhängige Streuung voraus. Die erste Annahme ist in Wärmeisolationen ebenso wie in Aerosolen oder Staubwolken kaum verwirklicht. Dagegen scheint in dispersen Medien unabhängige Streuung zu überwiegen (Abschn. 2.2.3.3; man spricht von unabhängiger Streuung, wenn die Verteilung der an einem Teilchen gestreuten Strahlung nicht von der

[§] Das Verhältnis der Wärmeleitfähigkeiten senkrecht und parallel zum Temperaturgradient beträgt z. B. bei Al-Folienisolationen im Vakuum mit 40 bis 50 Folien etwa 10^5 bis 10^6 ; wegen der unterschiedlichen Querschnitte der Isolation (in Richtung Temperaturgradient) bzw. der Folien (senkrecht zum Temperaturgradienten) ist das Verhältnis der Wärmeströme in diesen Richtungen geringer: Bei 50 Al-Folien, 10 μm Foliendicke, 1 m Folibreite, 30 mm Isolationsdicke, "effektiver Wärmeleitfähigkeit" der Isolation von 0.5 $\text{mW}/(\text{m}\cdot\text{K})$ und der Wärmeleitfähigkeit des Al von etwa 200 $\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ beträgt es immerhin noch etwa 200.

^{§§} In Gl. (19) ist der Extinktionskoeffizient E allerdings als wellenlängengemittelter Wert von E_{λ} anzusehen.

Anwesenheit eines Nachbarpartikels abhängt, das streuende Teilchen z. B. nicht vom Nachbarpartikel abgeschattet wird).

In nicht evakuierten Wärmeisolationen nehmen die durch Wärmeleitungsvorgänge und bei höheren Drücken durch Konvektion durch das Gas zwischen den festen Isolationsbestandteilen übertragenen Wärmeströme unter allen Komponenten den überwiegenden Anteil ein (meistens mehr als 75 % des Gesamtwärmestroms). In Vakuumisolationen können dagegen auch im Tieftemperaturbereich Strahlungsanteile weit überwiegen.

Hierfür sei auf Messungen der Wärmeleitfähigkeit von nicht mit infraroptischen Trübungsmitteln dotierten Aerogelen und Perlit (KAGANER (1969), S. 77 - 78) hingewiesen: Obwohl dort die Temperaturen der Begrenzungswände nur 290 - 300 bzw. 77 - 90 K betragen, ergibt die Methode, die gemessene Gesamtwärmeleitfähigkeit nach einer Strahlungstemperatur zu faktorisieren und aus der Extrapolation der Meßwerte auf $T = 0$ K die Festkörperwärmeleitungsanteile zu separieren, über 80 % Strahlungsanteile im Gesamtwärmestrom (wegen der starken Infrarottransparenz von SiO_2 -Aerogelen unterhalb 8 μm Wellenlänge ist dieses Verfahren bei höheren Temperaturen nicht mehr anwendbar (SCHEUER-PFLUG (1984))).

2. Parameter, Parameterfunktionen und Lösungsmethoden der Strahlungstransportgleichung

2.1 Übersicht

Im vorigen Abschnitt wurde erläutert, daß die Analyse von Strahlungswärmeströmen nicht nur von Lösungsmöglichkeiten der Strahlungstransportgleichung sondern auch von den Transportmodellen und ihren Vorhersagen für die übrigen Wärmestromkomponenten abhängig ist (es sei denn, man betrachte den Fall des rein streuenden Mediums und die additive Näherung). Alle Transportmodelle greifen auf Parameter und Parameterfunktionen zurück.

Als Variable sollen im folgenden die in einer kalorimetrischen oder infrarotoptischen Messung von außen steuerbaren Größen Temperatur, Auflagerdruck, Restgasdruck oder Wellenlänge der einfallenden Strahlung verstanden werden, während Teilchensubstanz, Festkörperwärmeleitfähigkeit, Elastizitätsmoduln etc. unter der Überschrift "Parameter" geführt sind. Die in Berechnungen nach der Mie-Theorie eingehenden Teilchendurchmesser, komplexe Brechungsindizes und gegebenenfalls Polarisationsgrad der einfallenden Strahlung werden hier als Parameter eingestuft. Die einzige Variable in diesen Berechnungen ist demnach die Wellenlänge bzw. der mit ihr formulierte "Streuparameter".

Besonders wichtige Parameterfunktionen sind Extinktionskoeffizient, Albedo und Streuphasenfunktion der Teilchen oder aus ihnen abgeleitete Größen.

Der gesamte Abschnitt 2 dieser Schrift ist auf die Zielsetzung hin konzentriert[§], die für die Lösung der Energieerhaltungsgleichung benötigte Temperaturabhängigkeit der Parameter und Parameterfunktionen festzustellen. Eine derart orientierte Untersuchung hat bisher nicht vorgelegen.

Nach einer Übersicht der traditionellen Literatur zur Wärmeausbreitung durch Gase und über Festkörperkontakte (immer im Hinblick auf obige Zielsetzung) wird die neuere Literatur zu Parametern und Parameterfunktionen der Strahlungs-

[§] Und auf die Frage, wie man anisotrope Streuung am effektivsten berücksichtigen kann

ausbreitung erläutert. Daran schließt sich eine breite Diskussion der näherungsweise Lösungen der Strahlungstransportgleichung an (Review). Besonders berücksichtigt wird das der Auswertung von kalorimetrischen Messungen an nicht-transparenten Medien nahestehende Strahlungsdiffusionsmodell und seine Erweiterung auf anisotrope Streuung.

2.2 Zell- und Kontinuumsmodelle, Parameter und Parameterfunktionen

Strahlungswärmeströme durch disperse körnig/fasrige Medien werden in dieser Schrift ausschließlich anhand der aus der Literatur bekannten Kontinuumsmodelle diskutiert (für eine Übersicht zu Kontinuums- und den ihnen entgegengesetzten Zellmodellen vergl. z. B. VORTMEYER (1979)). Rasterelektronenmikroskopische Aufnahmen an Pulver- oder Faser-Wärmeisolationen oder an den reinen körnig/fasrigen Grundsubstanzen (s. Abschn. 3.1) geben keinen Hinweis auf eine eventuell erfolgversprechende Anwendung von Zellmodellen. Die regellose Anordnung von z. B. SiO_2 -Teilchenverbänden oder die starke Variation der Primärteilchengemetrien oder der Agglomerate stehen im krassen Gegensatz zu idealisierten Annahmen über die Anordnung identischer sphärischer Teilchen einer Pulverschüttung in kubischen Gittern (z. B. bei DEISSLER (1952), WOODSIDE (1958)) oder zum hexagonalen Verband eines Festbetts (DIETZ (1979)). Obwohl es WOODSIDE (1958) gelang, mit Zusatzannahmen über die Diffusion von Wasserdampf zwischen den Teilchen die Wärmeleitfähigkeit von Schnee befriedigend zu berechnen und auch DEISSLER (1952) über gute Übereinstimmung der Rechnung mit experimentellen Daten für sphärische Teilchen aus MgO , SiO_2 , SiC oder auch Stahl- und Bleikugeln berichtet, sind die gefundenen Übereinstimmungen dennoch fraglich, weil Strahlung überhaupt nicht berücksichtigt wurde. Die Vernachlässigung von Strahlung, die durch die Lückenvolumina tiefer in das Medium eindringen kann, ist nach VORTMEYER (1979) für Zellmo-

delle sogar charakteristisch, ebenso wie die (damit bereits zumindest teilweise vorweggenommene) Forderung nach großer optischer Dicke des Systems.

Reine Zellmodelle können durch Berücksichtigung der Strahlungsausbreitung in den Lückenvolumina und des Strahlungsaustauschs zwischen gegenüberliegenden Oberflächen verbessert werden. Wegen der zugrundegelegten streng geometrischen Strukturen und der bei Schüttungen und Festbetten vorherrschenden Teilchenabmessungen wird Strahlungsausbreitung von geometrisch/optischen Oberflächeneigenschaften, d. h. durch "makroskopische" Reflexions- und Emissionskoeffizienten im Sinn des geometrischen Limits der Streuung einer ebenen elektromagnetischen Welle bestimmt.

Dies äußert sich in diesen Modellen anschaulich durch Einstrahl- und Nußeltsche Strahlungszahlen (WAKAO (1969)), z. B.

$$\text{Nu}_{\text{Rad}} = \frac{4\sigma T^3 \cdot d}{\left(\frac{2}{\epsilon} - 1\right) \lambda_{\text{Festk}}} = \frac{\alpha_{\text{Rad}} \cdot d}{\lambda_{\text{Festk}}} \quad (20)$$

worin d den Teilchendurchmesser und ϵ den thermischen Emissionskoeffizienten bezeichnen. In Gl. (20) ist α_{Rad} als ein Strahlungs-Wärmeübergangskoeffizient anzusehen, analog zu den sonst üblichen, stets auf Oberflächen bezogenen α -Werten (z. B. für freie Konvektion). Dieser Koeffizient kann nach

$$\alpha_{\text{Rad}} = \frac{2B + \epsilon(1 - B)}{(2 - \epsilon)(1 - B)} 4\sigma T^3 \quad (21)$$

berechnet werden (WAKAO (1971), VORTMEYER (1979)). Darin bezeichnet B eine geometrische Festbettkonstante.

Daß Strahlung in die Teilchen eindringt und die elektromagnetischen Wellenkomponenten im Teilcheninnern die Extinktions- und Streueigenschaften des Teilchens mitbeeinflussen (Abschn. 2.3), braucht bei den nach Oberflächeneigenschaften faktorierten Zellmodellausdrücken nicht berücksichtigt zu werden.

Tatsächlich ist die Annahme, z. B. SiO_2 -Teilchen seien völlig strahlungsundurchlässig, wegen der in dispersen körnig/fasrigen Medien, insbesondere dispersen Wärmeisolationen, vorherr-

schenden Korngrößen und ihrer geringen elektrischen Leitfähigkeit nicht haltbar. Das eigentliche Hindernis gegen die Anwendung von Zellmodellen und ihrer verbesserten Varianten liegt demnach weniger in deren idealisierenden Modellvorstellungen (für die noch statistisch erfüllte Voraussetzungen sprechen könnten) als vielmehr in Fehlanpassungen bezüglich der Wellenlänge der Strahlung (die statistisch nicht "geheilt" werden können).

Eine mittlere Stellung zwischen reinen Zell- und reinen Kontinuumsmodellen nimmt neben der bereits zitierten Arbeit von CHAN (1974 a), in der Kontinuums- und diskrete Modellansätze verknüpft werden, eine Arbeit von LAUBITZ (1959) ein. Dort wurde aus empirischen Gründen ein Strahlungsterm einem bereits von RUSSELL (1935) gefundenen, auf ein reines Zellmodell zurückgehenden Ausdruck für die Wärmeleitfähigkeit hinzugefügt. Der Strahlungsterm hat eine dem Strahlungsdiffusionsprozeß entsprechende Struktur (auf diese Arbeit kommen wir im Abschn. 2.2.1 nochmals zurück).

Die charakteristischen Größen der reinen Kontinuumsmodelle sind mittlere freie Weglängen, die für alle Wärmestromkomponenten gefunden werden können. Der entscheidende Vorteil dieser Theorien ist es, daß alle Wärmeströme durch Wärmeleitungsgesetze beschrieben werden können, wenn die mittleren freien Weglängen klein sind verglichen mit charakteristischen Dimensionen der Probe. Im Fall der Strahlungsausbreitung ist die freie Weglänge $l_{\text{Rad}, \Lambda}$ eindeutig abhängig von der Parameterfunktion Extinktionskoeffizient $E_{\Lambda}(s)$. Für beliebige $E_{\Lambda}(s)$ ist (SIEGEL (1972), S. 414)

$$l_{\text{Rad}, \Lambda} = \int_0^{\infty} E_{\Lambda}(s) \exp\left(-\int_0^s E_{\Lambda}(s^*) ds^*\right) \cdot s \cdot ds \quad (22)$$

Wenn $E_{\Lambda}(s)$ nicht von der Koordinate s abhängt, wird bekanntlich $l_{\text{Rad}, \Lambda} = 1/E_{\Lambda}$. In diesem Fall ist auch die optische Dicke $\tau_{o, \Lambda}$ gleich der Anzahl der mittleren freien Weglängen im Medium. Die Individualität eines Teilchens oder einer für die Zellmodelle typischen Teilchen-"Phalanx" geht im statistischen Charakter der Gl. (22) offensichtlich völlig verloren.

2.2.1 Restgaswärmeströme in zweiphasigen Systemen

Die Wärmeleitfähigkeit eines Gases zwischen den festen Bestandteilen eines dispersen Mediums ist aus der kinetischen Gastheorie zu berechnen. In der grundsätzlichen Beziehung

$$\lambda_{\text{Gas}} = \frac{1}{3} \cdot c_v \cdot \rho \cdot \ell_{\text{Gas}} \cdot \bar{v} = \lambda_0 \quad (23)$$

für die Wärmeleitfähigkeit eines nicht durch Seitenwände eingegengten Gases sind mit c_v seine spezifische Wärme bei konstantem Volumen, mit ρ seine Dichte, mit ℓ_{Gas} die mittlere freie Weglänge der Gasmoleküle zwischen zwei aufeinanderfolgenden Stößen und mit \bar{v} die mittlere Teilchengeschwindigkeit bezeichnet. Mittels der Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung und einer schon von SUTHERLAND (1893) vorgenommenen Berechnung von ℓ_{Gas} , in die attraktive Wechselwirkungen der Moleküle und die Temperatur eingehen

$$\ell_{\text{Gas}} = \frac{\text{const}_1}{1 + \text{const}_2/T} \quad (24)$$

werden zuerst $\bar{v}(T^{1/2})$ und ℓ_{Gas} bestimmt. Hierfür muß die Gastemperatur bekannt sein. Sie ist eindeutig definiert, solange ℓ_{Gas} klein gegen den mittleren Abstand einer möglichen Begrenzung des Gasraumes durch Seitenwände oder gegen den mittleren Durchmesser einer Pore in einem dispersen Medium ist. Daher muß die mögliche Beschränkung von ℓ_{Gas} durch den mittleren Porendurchmesser δ ermittelt werden (weiterhin ein Korrekturfaktor $\hat{\epsilon}$, in den neben translatorischen auch Rotations- und Oszillationsfreiheitsgrade mehratomiger Moleküle und deren Beiträge zur spezifischen und zur transportierten Wärme eingehen (JAKOB (1949), S. 73 - 76), und der Akkommodationskoeffizient α (KNUDSEN (1911), KENNARD (1938), Kap. 176 und 180 - 183)).

Bevor die Parameter δ , $\hat{\epsilon}$ und α diskutiert werden, sei die resultierende Wärmeleitfähigkeitskomponente λ_{Gas} angegeben, die für eine individuelle Pore in einem dispersen Medium gegen-

über Gl. (23) wegen der notwendigen Berücksichtigung eines "Temperatursprungs" (KENNARD (1938), S. 312 - 315) am Porenrand erhalten wird. In der übersichtlichsten Schreibweise (KAGANER (1969), S. 6) haben wir

$$\lambda_{\text{Gas}} = \frac{\lambda_0}{1 + 2\hat{\beta} \cdot \text{Kn}} \quad (25)$$

Hierin bezeichnet $\hat{\beta}$ einen aus dem Gang der Rechnung folgenden Gewichtungsfaktor für die Knudsenzahl $\text{Kn} = \lambda_{\text{Gas}}/\delta$, in dem die oben erwähnten Korrekturen zusammengefaßt sind,

$$\hat{\beta} = \frac{2\hat{\epsilon}}{\kappa + 1} \frac{2 - \alpha}{\alpha} \quad (26)$$

worin $\kappa = c_p/c_v$.

Diese Korrekturen sollen mit Blick auf ihre Temperaturabhängigkeit im folgenden erläutert werden.

Zuvor sei jedoch auf Abb. 1 hingewiesen, wo eine Messung des totalen Wärmestroms \dot{Q} durch eine Folienisolation dazu benutzt werden soll, die Abhängigkeit von $\lambda_{\text{Gas}} = \lambda_{\text{Gas}} (1/\text{Kn})$ zu illustrieren. Obwohl in dieser Schrift disperse Medien untersucht werden, erlaubt die strenge Geometrie der konzentrisch gewickelten Folien im Idealfall eine genauere Angabe der Begrenzung der freien Weglänge der Gasmoleküle. Wie aus Gl. (25) zu folgern nimmt der Wärmestrom \dot{Q}_{Gas} (und damit der in Abb. 1 aufgetragene Gesamtwärmestrom \dot{Q}) bei den errechneten $\text{Kn} \gtrsim 1$ zu kleineren Restgasdrücken scharf ab.

Da die Knudsenzahl umgekehrt den Korrekturfaktor $\hat{\beta}$ gewichtet, wird zuerst kurz auf die Ermittlung der Porendurchmesser δ eingegangen.

Unter der einfachsten Annahme, daß nur Mikroporen in den Teilchen selbst (Index 1) und Makroporen, die durch Teilchenabstände konstituiert werden (Index 2) vorliegen, lautet der Gl. (25) entsprechende vollständige Ausdruck (KAGANER (1969), S. 72):

$$\lambda_{\text{Gas}} = \frac{\lambda_1}{1 + 2\hat{\beta} \lambda_{\text{Gas}}/\delta_1} + \frac{\lambda_2}{1 + 2\hat{\beta} \lambda_{\text{Gas}}/\delta_2} \quad (27)$$

worin die verschiedenen Porenbeiträge als parallel geschal-

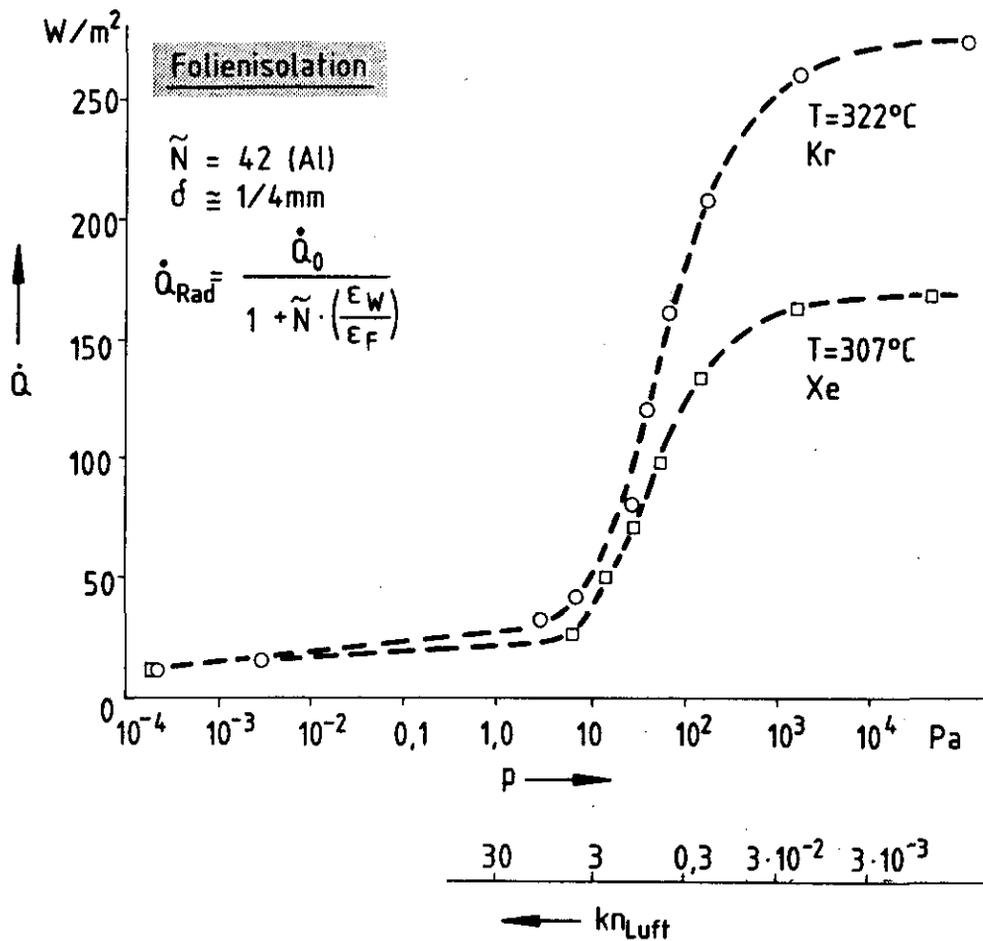


Abb. 1 Gesamtwärmestrom \dot{Q} durch 42 konzentrische hochreflektierende Al-Folien in Abhängigkeit vom Restgasdruck p zweier Edelgase bzw. von der für Luft berechneten Knudsenzahl. Begrenzung der freien Weglänge λ_{Gas} der Moleküle durch mittleren Folienabstand $\delta = 1/4$ mm. Da λ_{Gas} für Luft, Kr und Xe etwa gleich ist, setzt die Reduzierung von \dot{Q} bei beiden Edelgasfüllungen mit ungefähr gleichem Restgasdruck ein. Bei sehr kleinen p enthält \dot{Q} ausschließlich Anteile durch Festkörperkontakte und einen auf endlichen Emissionsvermögen ϵ_W und ϵ_F von Behälterwand und Folien beruhenden Reststrahlungsstrom. Bei großen p dominiert das unterschiedliche Wärmeleitvermögen der Edelgase in \dot{Q} [REISS (1981 b), BÜTTNER (1985 a)].

tete Kanäle aufgefaßt sind. In dieser Relation sind λ_1 und λ_2 empirische Konstante. Die Porendurchmesser sind mit δ_1 und δ_2 bezeichnet.

KAGANER (1969), S. 72 u. f., berichtet über sehr gute Übereinstimmung mit Meßwerten an SiO_2 -Aerogel und anderen feinkörnigen Pulvern bei tiefen Temperaturen, wenn zu Gl. (27) ein Festkörperleitungs- und ein Strahlungsterm hinzuaddiert wurden. Damit sind Gl. (27) bzw. (25) aber nicht zu verifizieren, weil die Infrarotstrahlungsdurchlässigkeit z. B. von SiO_2 -Aerogel zwischen 2 und 7 μm Wellenlänge sehr groß ist. Bei 20 mm Schichtdicke betragen die optischen Dicken dort nur etwa 1 bis 2, so daß die von Kaganer vorgenommene additive Näherung nicht zulässig ist.

Die in Gl. (27) eingehenden Porendurchmesser sind nicht geklärt. KAGANER (1969), S. 14, und DEIMLING (1984), S. 87, setzen den Porendurchmesser δ_2 als hydraulischen Durchmesser der Hohlräume zwischen den Teilchen an und faktorisieren nach der Porosität Π : $\delta_2 = (2/3)(\Pi/(1-\Pi)) \cdot d_{\text{Korn}}$. Obwohl mittels des hydraulischen Durchmessers in der Strömungslehre komplizierte Innen- und Außenquerschnitte zutreffend parametrisiert werden können, ist seine Verwendung für δ_2 bedenklich, weil die Makroporen nicht durch geschlossene Flächen begrenzt sind. Der von VERSCHOOR (1952) aus Stoßwahrscheinlichkeiten zwischen Gasmolekülen und Porenbegrenzungen in mikroporösen Medien abgeleitete mittlere Porendurchmesser $\delta_2 = \text{const} \cdot d/(1-\Pi)$ überzeugt dagegen eher (d bezeichnet den Durchmesser eines sphärischen oder faserförmigen Teilchens).

Disperse Wärmeisolationen weisen darüberhinaus nicht nur Variationen im Teilchendurchmesser ihres Trägermaterials auf, sondern enthalten oft Zusätze (infrarotoptische Trübungsmittel), welche die Transparenz des Trägermaterials gegenüber Wärmestrahlung verringern sollen und deren Teilchendurchmesser sich gegenüber den Durchmessern der Gerüstteilchen erheblich unterscheiden können (z. B. kann der Durchmesser der Primärteilchen eines SiO_2 -Pulvergerüstmaterials 0.005 - 0.01 μm betragen, wogegen ein überwiegend streuendes Trübungsmittel einen Teilchendurchmesser von etwa 2 bis 5 μm aufweist, vergl. Abschn. 3.1). Da die Teilchensorten zudem noch agglomerieren,

ist sogar der Parameter d_{Korn} in beiden obigen Relationen für δ_2 unbestimmt.

Bei nach der Knudsenzahl parametrisierten Meßwerten von λ_{Gas} muß daher geprüft werden, wie der Porendurchmesser ermittelt wurde.

Der oben erwähnte Korrekturfaktor $\hat{\epsilon}$ gibt an, in welchem Maß die verschiedenen Bewegungszustände eines mehratomigen Gas-moleküls zum Energietransfer beitragen. Das mit den Anteilen der spezifischen Wärme $c_{v,i}$ der jeweiligen Bewegungszustände gewichtete Mittel der Komponenten $\hat{\epsilon}_i$ dieses Korrekturfaktors lautet:

$$\hat{\epsilon} = \frac{\hat{\epsilon}_{\text{Trans}} c_{v,\text{Trans}} + \hat{\epsilon}_{\text{Rot}} c_{v,\text{Rot}} + \hat{\epsilon}_{\text{Osz}} c_{v,\text{Osz}}}{c_{v,\text{Trans}} + c_{v,\text{Rot}} + c_{v,\text{Osz}}} = \frac{9\kappa - 5}{4} \quad (28)$$

Aus der Geschwindigkeitsverteilung einatomiger Gase folgt $\hat{\epsilon}_{\text{Trans}} = 5/2$. Wenn Rotations- und Oszillationsenergien mehratomiger Moleküle als unabhängig von der Translationsbewegung vorausgesetzt werden, resultiert für die Komponenten $\hat{\epsilon}_{\text{Rot}}$ und $\hat{\epsilon}_{\text{Osz}}$ der Wert 1. Bei der Orientierung der Hauptachse eines nicht-starren zweiatomigen Moleküls in Richtung des Temperaturgradienten können jedoch dessen Translations- und Oszillationszustände durch zentralen Stoß mit einem anderen Molekül angeregt werden. Diese Bewegungszustände sind also keinesfalls von der Translationsenergie unabhängig.

Durch Mittelung über die drei möglichen räumlichen Orientierungen der Hauptachse wird $\hat{\epsilon}_{\text{Osz}} = 3/2$ (EUCKEN (1913)). Bei komplizierteren Molekülen müssen Molekülbau und individuelle Oszillationszustände für eine Mittelung von $\hat{\epsilon}_{\text{Osz}}$ bekannt sein.

Für hohe Temperaturen sollte $\hat{\epsilon}_{\text{Osz}}$ gegen 1 gehen. Bei einer Variation von $1 \leq \hat{\epsilon}_{\text{Osz}} \leq 3/2$ eines NO-Moleküls würde die Gesamtkorrektur $\hat{\epsilon}$ nach Gl. (28) zwischen $1.75 \leq \hat{\epsilon} \leq 1.83$ variieren. Der obere Wert wird von JAKOB (1949), S. 75, experimentell bestätigt.

Jakob berichtet an gleicher Stelle jedoch über erhebliche Dif-

ferenzen zwischen theoretischen und experimentellen $\hat{\epsilon}$ für H_2 bei Raumtemperatur (wogegen die Übereinstimmung bei $-183^\circ C$ perfekt ist). In einer neueren Arbeit (TSEDERBERG (1965), S. 79 - 80) zitierte experimentelle Untersuchungen von Zaytseva zeigen, daß $\hat{\epsilon}$ auch für einatomige Gase temperaturabhängig sein muß (ebenso bei Wasserdampf, wo dieser Korrekturfaktor aber scheinbar bei allen Drücken mit der Temperatur zunimmt).

Der Faktor $2\hat{\epsilon}/(\kappa + 1)$ in Gl. (26) ergibt sich bei der Berechnung des Temperatursprungs $\lambda_{\text{Gas}} \cdot dT/dx$ in Richtung des Gradienten der Temperaturverteilung $T(x)$ des Gases (KENNARD (1938), S. 312 - 315). Da κ näherungsweise temperaturunabhängig ist, kann eine Temperaturabhängigkeit des Faktors $2\hat{\epsilon}/(\kappa + 1)$ nur von der zu erwartenden Temperaturabhängigkeit des Korrekturfaktors $\hat{\epsilon}$ herrühren.

Als weitere in Bezug auf ihre Temperaturabhängigkeit zu untersuchende Größe tritt in Gl. (26) der Akkommodationskoeffizient α auf. Dieser Koeffizient gibt an, in welchem Umfang sich die Geschwindigkeit eines gegen eine Wand stoßenden Gasmoleküls der Wandtemperatur anpaßt. Der Akkommodationskoeffizient hängt demgemäß stark von der Beschaffenheit der Wandoberfläche ab. Dies muß auch für eine Porenwand in einem dispersen Medium gelten.

Nach BLODGETT (1932) schwankt α für H_2 an einer reinen oder mit einem H_2 -Film oder einer Oxidschicht bedeckten Wolframoberfläche zwischen 0.54 und 0.1 - 0.2. Daneben spielt anscheinend die "Vorgeschichte" einer Oberfläche für die Größe von α eine wichtige Rolle. ROBERTS (1930) und MICHELS (1932) berichten über Tendenzen, die den Beobachtungen von BLODGETT (1932) gerade entgegengesetzt sind: Der Akkommodationskoeffizient eines zuvor geglühten Drahtes nahm mit der Zeit zu, als ob adsorbierte Gase den Energietransfer begünstigen würden.

Nach Messungen von ROBERTS (1933) scheint eine von den Massen der miteinander kollidierenden Gas- und Wandmoleküle abhängende Systematik hinsichtlich α vorzuliegen. Die bereits von BAULE (1914) (vergl. auch KENNARD (1938), S. 325) abgeleitete Beziehung

$$\alpha = \frac{2m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} \quad (29)$$

(worin m_1 und m_2 die Massen der Moleküle der äußersten Wandschicht und des Gases bezeichnen) gibt an, daß α mit m_2 zunimmt, solange $m_2 < m_1$. Dies wird durch Messungen von WAKAO (1971) gestützt.

Der Vergleich von gemessenen und mit einem Zellmodell berechneten effektiven Wärmeleitfähigkeiten von Zirkonium- und Uran-Teilchen (mit Teilchendurchmessern von 190 μm) und Stahlkugeln (3.18mm Durchmesser) in H_2 , He, N_2 , Luft, CH_4 und Ar (WAKAO (1971)) zeigt, daß über einen großen Druckbereich dieser Gase mit $\alpha_{\text{H}_2, \text{He}} = 0.3$ und $\alpha = 1$ für die schwereren Gase bei Temperaturen bis 30 $^\circ\text{C}$ gute Übereinstimmung zu erzielen ist.

Neuere Meßwerte des Akkommodationskoeffizienten, die ebenfalls die breite Streuung dieser Größe illustrieren, sind außerdem bei LLOYD (1967), SPRINGER (1971) und besonders in den Arbeiten von SAXENA (1985) verzeichnet. Letztere scheinen wegen der gefundenen Zunahme von α mit dem Gasdruck die oben erwähnten Beobachtungen von Roberts und Michels zu bestätigen.

Wegen der von WAKAO (1971) gefundenen guten Übereinstimmungen dürfte die Annahme, in Schüttungen dielektrischer Teilchen sei α nur für die leichten Gase merklich von 1 verschieden, gerechtfertigt sein, insbesondere auch im Hinblick auf die kritischen Anmerkungen, mit der KOSTYLEV (1964) die Übertragbarkeit von unter idealisierten Bedingungen gemessenen Akkommodationskoeffizienten in disperse Medien bezweifelt.

Neben empirischen Werten existiert keine gesicherte Abhängigkeit des Akkommodationskoeffizienten von der Temperatur. Man kann aber, KOSTYLEV (1964) folgend, argumentieren, daß ein disperses Material bei niedrigen Temperaturen meistens mehrere Lagen adsorbierter Moleküle trägt. Der Energieausgleich zwischen Feststoffteilchen und Gasmolekülen sollte daher bei niedrigen Temperaturen vollständiger sein als im Hochtemperaturgebiet, wo die adsorbierten Filme verschwinden. Daher müßte α mit der Temperatur abnehmen. Dies wird durch die neueren Messungen von SAXENA (1985) bestätigt.

Da der Korrekturfaktor $\hat{\epsilon}$ in Gl. (26) mit zunehmender Temperatur abnimmt (außer der von Zaytseva gefundenen Zunahme von $\hat{\epsilon}$ mit T bei Wasserdampf), der Akkommodationskoeffizient α ebenfalls mit zunehmender Temperatur abnimmt (woraus folgt, daß der

Term $(2 - \alpha)/\alpha$ in Gl. (26) mit der Temperatur zunimmt), sollte man den Gewichtungsfaktor $\hat{\beta}$ der Knudsenzahl näherungsweise als temperaturunabhängig ansehen dürfen.

Daher ergibt sich aus Gl. (23) und (24) mit $\bar{v} = \bar{v}(T^{1/2})$ für kleine Knudsenzahlen die gleiche Temperaturabhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit des unbeschränkt ausgedehnten (λ_0) und des durch Begrenzungswände eingegengten Gases (λ_{Gas})

$$\lambda_{\text{Gas}} = f(T^{1/2}) \quad (30 \text{ a})$$

Für die Lösung der Energieerhaltungsgleichung (Gl. (15)) zur Berechnung der Temperaturverteilung in evakuierten Medien oder für den Fall, daß (Abschn. 4) eine Analyse von lokalen, d. h. temperaturabhängig gemessenen Gesamtwärmeleitfähigkeiten eines dispersen Mediums zur Bestimmung von λ_{Gas} vorgenommen werden soll, muß die Temperaturabhängigkeit dieser Leitfähigkeitskomponente auch bei großen Knudsenzahlen gefunden werden.

Zuvor eine Anmerkung zum Problem hoher Gasdrücke: Bei ansteigendem Restgasdruck kann einsetzende Konvektion dazu führen, daß die als Effektivwert anzusehende Gaswärmeleitfähigkeit von einem bestimmten Druck an steil ansteigt. BETT (1965) berichtet über Experimente mit Al_2O_3 -Teilchen (1 - 3 mm Teilchendurchmesser) und zeigt mit Bezug auf die Ähnlichkeitstheorie, daß die geforderte lineare Abhängigkeit von

$$\frac{1}{\gamma} \frac{Q_{\text{Eff}}}{\lambda_{\text{Gas}} \Delta T} \sim \text{Pr} \cdot \text{Gr} \quad (31)$$

für freie Konvektion unter Ar innerhalb $\pm 10\%$ erfüllt ist. Hierin bezeichnen γ die Permeabilität des Al_2O_3 -Festbetts, λ_{Gas} die "strenge" Wärmeleitfähigkeit des Gases und Pr und Gr die Prandtl- und Grashoffzahlen. Die Extrapolation dieser Beziehung führt erst bei hohen Drücken zu größeren Abweichungen von den experimentellen Werten (damit wird Turbulenz angezeigt). Bei laminarer Strömung können konvektive Beiträge zum Wärmetransport immer als äquivalente Wärmeleitfähigkeiten formuliert werden. Indem man $\chi = \text{Pr} \cdot \text{Gr}$ setzt, wird λ_{Gas} in eine effektive Wärmeleitfähigkeit $\lambda_{\text{Eff}} = (1 + \chi) \lambda_{\text{Gas}}$ überführt. Die Temperaturabhängigkeit des effektiven Wärmeleitfähigkeitswerts wäre dann wie zuvor aus den Temperaturabhängigkeiten aller oben genannten Parameter und Pr und Gr bei hohen Drücken zu analysieren (hierauf wird an dieser Stelle verzichtet, da alle in dieser Schrift zusammengefaßten kalorimetrischen Messungen bei niedrigen Gasdrücken vorgenommen wurden).

Man beachte, daß für große Knudsenzahlen das vereinbarte Leitfähigkeitskonzept versagt. Weitere Anwendung von Gl. (25) würde zu einer unerwünschten Abhängigkeit $\lambda_{\text{Gas}} = \lambda_{\text{Gas}}(\delta)$ (δ = Porendurchmesser) führen. Der Ableitung von Gl. (25) liegt Gl. (23) zugrunde. Da in Gl. (23) die Grundvoraussetzung "Diffusionsvorgang" für den Wärmetransport eingeht und Gl. (25) ihr gegenüber nur durch die Temperatursprungsbedingung erweitert ist, müssen wir im folgenden von Gl. (25) ganz absehen.

Der rein molekulare Wärmetransport ohne Kollisionen der Gas-moleküle zwischen zwei parallelen Wänden mit den Temperaturen T_1 und T_2 und den Akkommodationskoeffizienten α_1 und α_2 wird beschrieben durch (s. z. B. KENNARD (1938), S. 315 - 318):

$$\dot{q}_{\text{Gas}} = \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_1 \alpha_2} \rho \cdot \left(\frac{\hat{R}T}{2\pi}\right)^{1/2} (c_v + \frac{\hat{R}}{2})(T_1 - T_2) \quad (32)$$

Hieraus erhält man mit der Dichte $\rho = p/(\hat{R}T)^{\S}$ und der Beziehung $c_v + \hat{R}/2 = (\kappa + 1) \cdot c_v/2$ (\hat{R} bezeichnet die Gaskonstante) eine formale Wärmeleitfähigkeit

$$\lambda_{\text{Gas}} = \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_1 \alpha_2} \frac{\kappa + 1}{2} \frac{c_v \cdot p}{(2\pi \hat{R}T)^{1/2}} \quad (33)$$

Hierin ist p der Druck eines Maxwell'schen Gases mit der gleichen Dichte wie das zwischen den Wänden befindliche Gas aber mit einer Temperatur T , die von den Akkommodationskoeffizienten beider Wände abhängt.

Wenn man den Vorfaktor $\alpha_1 \alpha_2 / (\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_1 \alpha_2)$ in Gl. (33) sowie κ und c_v als näherungsweise temperaturunabhängig ansieht, resultiert für λ_{Gas} :

[§] Diese für das ideale Gas gültige Gleichung darf hier nur verwendet werden, weil die Temperatur entsprechend modifiziert ist (s. u.).

$$\lambda_{\text{Gas}} \sim \frac{p(\hat{T})}{\hat{T}^{1/2}} \sim \hat{T}^{1/2} \quad (30 \text{ b})$$

d. h. die gleiche Temperaturabhängigkeit wie in Gl. (30 a) für λ_{Gas} bei kleinen Knudsenzahlen, hier jedoch in Bezug auf eine Temperatur \hat{T} :

$$\frac{1}{\hat{T}^{1/2}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\hat{T}_1} + \frac{1}{\hat{T}_2} \right) \quad (34 \text{ a})$$

$$\hat{T}_1 = \frac{\alpha_1 T_1 + \alpha_2 (1 - \alpha_1) T_2}{\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_1 \alpha_2} \quad (34 \text{ b})$$

$$\hat{T}_2 = \frac{\alpha_2 T_2 + \alpha_1 (1 - \alpha_2) T_1}{\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_1 \alpha_2} \quad (34 \text{ c})$$

Im Gegensatz zu Gl. (25) oder (27) kommt in Gl. (33) der Porendurchmesser nicht mehr vor. Obwohl hier von einer schrittweisen Weitergabe der thermischen Erregung nicht gesprochen werden kann, genügt dieser dickenunabhängige Ausdruck dem vereinbarten Begriff "Wärmeleitfähigkeit", weil er dessen Konsequenz (Unabhängigkeit von der Schichtdicke) erfüllt. Eine Verringerung von λ_{Gas} ist nicht mehr durch die Vorgabe immer kleinerer Porendurchmesser (d. h. feinerer Partikel und zunehmender Dichte der Schüttung) sondern nur noch über die Reduzierung des Restgasdrucks möglich.

Der Bereich der rein molekularen Wärmeleitung durch das Restgas muß bei evakuierten Wärmeisolationen immer angestrebt werden, um die vorzüglichen Isolationseigenschaften voll auszuschöpfen (vergl. Abb. 1).

Die in Gl. (30 a,b) erhaltene $\lambda_{\text{Gas}} \sim T^{1/2}$ -Relation wird in der Literatur häufig verwendet. Man beachte aber, daß sie davon abhängt, ob in Gl. (26) der Korrekturfaktor $\hat{\beta}$ wirklich temperaturunabhängig ist. Die neuen Ergebnisse von SAXENA (1985) bezüglich des Akkommodationskoeffizienten legen diese Möglichkeit nahe. Die gleichen Ergebnisse sagen für den Vorfaktor in Gl. (33) jedoch eine Abnahme mit zunehmender Temperatur voraus. Die scheinbar selbstverständliche $\lambda_{\text{Gas}} \sim T^{1/2}$ -Relation ist daher im Fall von Gl. (30 b) eher fraglich. Dies sollte hier gezeigt werden.

Mittels der aus der kinetischen Gastheorie berechneten Parameterfunktionen λ_{Gas} kann versucht werden, kombinierte, die Wärmeströme durch das Gas und die Feststoffteilchen zusammenfassende Ausdrücke abzuleiten. Die zahlreichen für zweiphasige Systeme "Gas + disperses körnig/fasriges Medium" gefundenen Relationen gehen wiederum von Zellmodellen aus.

Da wir in diesem Abschnitt von dem zuvor formulierten hauptsächlichsten Einwand gegen die Zellmodelle (Fehlanpassungen bei der Strahlungswechselwirkung) absehen können, muß man hier nur zeigen, daß die idealisierenden Grundvorstellungen dieser Modelle durch die gemessene Summe der Nicht-Strahlungswärmeströme nicht widerlegt werden (auch wenn man verlangen muß, daß die Struktur der aus solchen Modellen folgenden Terme physikalisch "vernünftig" ist, bleiben die kalorimetrischen Messungen schließlich das schärfste Kriterium). Dies gelingt in der schon erwähnten Arbeit von LAUBITZ (1959).

Dort wird zunächst auf die von RUSSELL (1935) angegebene Zellformel zurückgegriffen, in der das Gas als die kontinuierliche Phase, die festen Bestandteile als Hindernisse zur Wärmeausbreitung angesehen werden (diese Betrachtungsweise kann man auch umkehren). Gegenüber Rayleigh, der noch an der idealisierten Vorstellung von streng auf kubischen Gitterplätzen angeordneten sphärischen Teilchen festhält, führt Russell kubische Teilchen in kubischen Zellenvolumina ein. LAUBITZ (1959) erweitert diesen Ansatz, indem er eine statistische Verteilung der Teilchen in den kubischen Zellen bei identischer Orientierung der Teilchen zuläßt und hiermit einen Strahlungsterm berechnet. Nach einer numerischen Korrektur an Russells Zellmodell erhält Laubitz einschließlich seines Strahlungsterms sehr gute Übereinstimmung mit Meßwerten an MgO- und Al_2O_3 -Pulvern bei Temperaturen zwischen 100 und 1 000 °C und atmosphärischem Druck.

In diese auf Zellmodelle zurückgehenden Zweiphasenausdrücke geht die Restgaswärmeleitfähigkeit aus Gl. (25) entsprechend dem jeweiligen Restgasdruck bzw. der jeweiligen Knudsenzahl ein. Es ist wichtig, daß sich die Anzahl der Parameter durch die Hinzunahme der festen Phase in den Gesamtausdruck für die Wärmeleitfähigkeit nur um die Porosität und die Festkörperwärmeleitfähigkeit des Grundmaterials, aus dem die Teilchen geformt sind, erweitert. Diese zusätzlichen Parameter können leicht gemessen werden. Die Erweiterung von der reinen kinetischen Gastheorie auf zweiphasige Systeme vergrößert demnach nicht die Unsicherheit, die auf nicht vollständig geklärte Eingangsparameter für die λ_{Gas} zurückgeht; bei den "starrten" Modellen von DEISSLER (1952) und DIETZ (1979) tritt zwangsläufig nur die Festkörperwärmeleitfähigkeit des Grundmaterials als zusätzlicher Parameter auf.

In einer weiteren von KAGANER (1969), S. 8, zitierten Arbeit von Bogomolov wird darüberhinaus der Einfluß einer adsorbier-ten Gasschicht auf die Zweiphasen-Wärmeleitfähigkeit unter-

sucht[§]. Erfolgversprechend ist ein gegenüber LUIKOV (1968) um adsorbierte Substanzen erweitertes Modell von BJURSTRÖM (1984), mit dem die experimentell bestimmte Wärmeleitfähigkeit von SiO₂-Aerogel in Abhängigkeit vom H₂O-Gehalt gut reproduziert werden konnte (Strahlungsausbreitung wird allerdings auch in diesen Arbeiten nicht berücksichtigt).

Der Beitrag adsorbierter Gasschichten zur Wärmeleitfähigkeit disperser Medien ist grundsätzlich in zwei verschiedene Transportvorgänge zu unterteilen: a) Vergrößerung (Intensivierung) von Kontakten zwischen Teilchen eines dispersen Mediums, bei hinreichend hohen Dampfdrücken sogar Kapillarkondensation, b) zweidimensionale Konvektion in beweglichen adsorbierten Filmen (auf Punkt a wird in Abschn. 2.2.2 eingegangen). Aus Messungen der Abkühlkurven in Graphitpulver (LITTLE (1962)) ist bekannt, daß ab etwa 5 % Bedeckungsanteil der porösen Oberfläche durch adsorbierte Gasschichten (Ar) Änderungen im Wärmetransportmechanismus eindeutig nachweisbar sind. Massenströme durch poröse Materialien nehmen bekanntlich zu, wenn die Voraussetzungen für physikalische Sorption vorliegen. Die durch lokale Temperaturgradienten angetriebenen zweidimensionalen Massenströme können den Volumenstrom durch Poren sogar deutlich übertreffen. Bei niedrigen Temperaturen und besonders bei niedrigen Gasdrücken kann dieser Massen- bzw. Wärmetransport über alle anderen Transportmechanismen dominieren, wenn die Substanzen nicht durch intensives Ausheizen und Evakuieren gereinigt sind.

Da die in Teil II dieser Schrift zusammengefaßten Wärmeleitfähigkeitsmessungen stets im Vakuum und nach intensivem isothermen Ausheizen der Proben vorgenommen wurden, brauchen wir auf den Einfluß adsorbierter beweglicher Filme auf den Wärmetransport nicht einzugehen. Die Temperaturabhängigkeit der Zweiphasen-Wärmeleitfähigkeit reduziert sich dementsprechend auf die Temperaturabhängigkeit der Restgaswärmeleitfähigkeit und der Festkörperwärmeleitung (s. nächster Abschnitt), auf die adsorbierte Gase durch Vergrößerung der Kontaktbereiche zwischen den Teilchen allerdings Einfluß haben können.

[§] Wie andere von Kaganer zitierte Arbeiten war das russische Original dieser Arbeit nicht zugänglich.

2.2.2 Festkörper- und Kontaktwärmeströme

Während die in Abschn. 2.2.1 zitierten Zweiphasenmodelle die Festkörperwärmeleitungsanteile eines dispersen Mediums implizit (d. h. durch Vorgabe der Wärmeleitfähigkeit des Grundmaterials, aus dem die Teilchen stammen und die meistens idealisierte Geometrie) berücksichtigen, existieren daneben erfolgreiche Ansätze, die Wärmeleitfähigkeitskomponente λ_{Festk} explizit zu berechnen. Diesen Arbeiten liegt regelmäßig die Vorstellung zugrunde, der Gesamtwärmewiderstand eines dispersen Mediums sei durch Summation über eine Folge von thermischen Einzelwiderständen zu ermitteln. Ein thermischer Einzelwiderstand besteht wiederum aus vier, teils in Serie, teils parallel geschalteten Teilwiderständen: a) dem gewöhnlichen Wärmeleitungswiderstand R_{Festk} des Festkörper-Grundmaterials, b) einem "makroskopischen" Wärmewiderstand R_{Kont} , der durch Einschnürungen der Wärmeflußlinien durch die kleinen Kontaktflächen zwischen sich berührenden Teilchen hervorgerufen wird, c) "mikroskopischen" Einschnürungen aufgrund möglicher Oberflächenrauigkeit in der Kontaktzone und d) einem Filmwiderstand aufgrund einer möglichen Oberflächenverunreinigung. Unter den Widerstandskomponenten a und b dominiert meistens der Kontaktwiderstand b (R_{Kont}). Über den Einfluß der mikroskopischen Einschnürungen und der Oberflächenverunreinigungen (z. B. durch adsorbierte Gasschichten, s. u.) auf den Gesamtwiderstand R_{Festk} ist wenig bekannt.

Während R_{Festk} durch die Wärmeleitfähigkeit λ_T des Festkörpermaterials und die Teilchengometrie bzw. durch die Abstände von Kontaktzonen auf Fasern definiert ist, gibt es für R_{Kont} nur Näherungen.

Wie bei den ersten von Maxwell und Rayleigh formulierten Zellmodellen, die auf eine Bestimmung der elektrischen Leitfähigkeit eines Zweiphasensystems gerichtet waren und in das analog formulierte Wärmeleitfähigkeitsproblem übernommen wurden (s. LAUBITZ (1959)), kann man für die Ermittlung von R_{Kont} auf theoretische Bestimmungen des elektrischen Kontaktwiderstands zurückgreifen:

Für den elektrischen Widerstand einer Feldlinienseinschnürung der Länge b und mit dem Durchmesser \hat{a} der als kreisförmig angesehenen Kontaktzone wird von HOLM (1967), S. 16, angegeben:

$$R_{\text{Kont}}^{\text{El}} = (\rho_{\text{El}}/2\pi\hat{a}) \cdot \text{arctg}(b^{1/2}/\hat{a}) \quad (35)$$

worin ρ_{El} den elektrischen Widerstand des Leiters bezeichnet. Diese Formel geht für lange Einschnürungen ($b \rightarrow \infty$) über in

$$R_{\text{Kont}}^{\text{El}} = \rho_{\text{El}}/4\hat{a} \quad (36)$$

woraus für beide Berührflächen als Serienwiderstand

$$R_{\text{Kont}}^{\text{El}} = \rho_{\text{El}}/2\hat{a} \quad (37)$$

resultiert. Dieses Ergebnis wurde von Holm innerhalb $\pm 1.5\%$ experimentell verifiziert. Auf das thermische Problem übertragen lautet der Kontaktwiderstand entsprechend Gl. (37):

$$R_{\text{Kont}}^{\text{Therm}} = \frac{1}{2\hat{a}\lambda_T} \quad (38)$$

Im Fall einer Multikontaktzone mit mikroskopischen kreisförmigen Einschnürungen der Durchmesser \hat{a}_v würde

$$(R_{\text{Kont}}^{\text{Therm}})^{-1} \cong (R_{\text{Kont}}^{\text{El}})^{-1} = \sum_v (\rho_{\text{El}}/4\hat{a}_v)^{-1} \quad (39)$$

folgen, wenn sich die Einschnürungen gegenseitig nicht beeinflussen. Bei sehr eng liegenden Punktkontakten ist diese Voraussetzung nicht erfüllt. HOLM (1967), S. 22, erhält vielmehr

$$R_{\text{Kont}}^{\text{El}} = \frac{\rho_{\text{El}}}{2\pi\hat{n}\hat{a}} \text{arctg}\left[\frac{(\hat{\ell}^2 - \hat{a}^2)^{1/2}}{\hat{a}}\right] = R_{\text{Kont}}^{\text{El}}(\hat{n}, \hat{a}, \hat{\ell}) \quad (40)$$

worin \hat{n} die Anzahl der mikroskopischen Einschnürungen und $(\hat{\ell}^2 - \hat{a}^2)^{1/2}$ deren Höhe ist (d. h. der zu b analoge Parameter). Da die Höhe der Einschnürungen nicht gemessen werden kann, vergleicht HOLM (1967), S. 23, stattdessen gleichmäßig verteilte isolierte Punktkontakte ("a-spots") mit einer leitenden Kontaktfläche, zu der sich dieselbe Anzahl der a-spots vereinigt. Für große Abstands-/Radien-Verhältnisse der Punktkontakte und z. B. $\hat{n} = 100$ ist bei konstanten Radien $R_{\text{Kont}}^{\text{El}}(\hat{n}, \hat{a}, \hat{\ell})/(\rho_{\text{El}}/4\hat{a}) \cong 0.1$. Eine Berechnung von R_{Kont}

gemäß Gl. (38), in der eine gleichmäßige Kontaktfläche angenommen wird, liefert somit eine obere Grenze für den thermischen Widerstand. Hiermit wird die von CUNNINGTON (1972) eher beiläufig vertretene Auffassung, die makroskopischen Einschnürungen dominierten meistens, bestätigt. Die von GOLDSMID (1980) gefundene Abhängigkeit des Kontaktradius $\hat{a}/2 \sim P^x$ vom Auflagerdruck P , wo x nur 0.12 anstelle des aus der Elastizitätstheorie bekannten Exponenten $1/3$ beträgt, könnte aber darauf hinweisen, daß die Kontaktzonen nicht aus einer zusammenhängenden Fläche sondern in Wirklichkeit aus einer Vielfalt der Holmschen a -spots bestehen. Bei zunehmendem Druck würde sich dann nicht $\hat{a} \sim P^{1/3}$ vergrößern sondern zunächst die Anzahl der a -spots bei ungefähr konstantem spot-Radius zunehmen. Man hätte daher R_{Kont} über- und λ_{Kont} unterschätzt, wenn man an Gl. (38) festhält.

In der von KAGANER (1969), S. 19, zitierten Arbeit von Dul'nev und Sigalova wird für die möglichen a -spots eine Gesamt-Kontaktwärmeleitfähigkeit eines dispersen Mediums abgeleitet, in welche die elastischen Konstanten und der Auflagerdruck eingehen. Wenn \hat{n} wieder die Anzahl der a -spots, Y den Elastizitätsmodul, σ_c die Druckfestigkeit bezeichnen und keine adsorbierte Gasschicht vorhanden ist, wird mit der Porosität $\Pi = 0.4$

$$\lambda_{\text{Kont}} = 9.18 \cdot 10^{-4} \frac{\lambda_T \cdot P^{11/18} \cdot \hat{n}^{1/2} \cdot Y^{8/9}}{\sigma_c^{3/2}} \quad (41)$$

Gegenüber GOLDSMID (1980) und der Hertzschen Formel für den Kontaktradius (Gl. (42)) ist hier der Exponent von P sogar deutlich größer. Mit $\hat{n} = 1$ vergleicht KAGANER (1969), S. 22, die aus Gl. (41) und aus der Elastizitätslehre errechneten Werte für λ_{Kont} von Sand und ein Glas-Festbett und findet für atmosphärische Druckbelastung aus Gl. (41) etwa um den Faktor 2 größere Werte. Für $\hat{n} \geq 1$ wird also das von HOLM (1967) errechnete Ergebnis bezüglich der relativen Beiträge von Makro- und Mikro-Einschnürungen qualitativ bestätigt. Daher müßte man die Mikro-Kontakte doch stärker berücksichtigen, wenn man λ_{Kont} nicht unterschätzen will.

Bis einschließlich Gl. (38) beziehen sich die bisherigen Überlegungen auf den thermischen Einzelwiderstand. KAGANER (1969), S. 21, erhält für eine Schüttung sphärischer Teilchen mit dem Radius r und \hat{N} Kontakten pro Teilchen zu seinen Nachbarn mit dem Hertzschen Kontaktradius $\hat{a}/2$

$$\hat{a}/2 = 0.93 \cdot r \left(\frac{1 - \hat{\mu}^2}{Y \cdot (1 - \Pi)^2} P \right)^{1/3} \quad (42)$$

als Kontaktwärmeleitfähigkeit mit Gl. (44 a) für \hat{N}

$$\lambda_{\text{Kont}} = 3.70 \frac{(1 - \Pi)^2 \cdot \lambda_T \cdot \hat{a}}{r} \quad (43)$$

ab.

Hierin bezeichnen $\hat{\mu}$ die Poissonsche Querkontraktionszahl und Y den Elastizitätsmodul.

Für die Anzahl \hat{N} der Kontakte gibt es verschiedene Ansätze. KAGANER (1969), S. 11, faßt Messungen von Kiselev für $\Pi > 0.3$ durch

$$\hat{N} = 11.6 \cdot (1 - \Pi) \quad (44 \text{ a})$$

zusammen. Bei hohen Porositäten ergeben sich hiermit aber zu kleine Koordinationszahlen ($\hat{N} < 1$ oberhalb $\Pi = 0.914$). MEISSNER (1964) gibt die Relation

$$\hat{N} = 2 \cdot e^{2.4(1-\Pi)} \quad (44 \text{ b})$$

an, mit der experimentelle Werte offener und geschlossen gepackter sphärischer Teilchen zwischen $0.25 \leq \Pi \leq 1$ sehr gut beschrieben werden können. Zwischen $0.25 \leq \Pi \leq 0.45$ besteht gute Übereinstimmung von \hat{N} mit einer von DERESEWIECZ (1958), S. 244, nach Messungen von Smith et al. zitierten Formel

$$\hat{N} = 26.49 - 10.73/(1 - \Pi) \quad (44 \text{ c})$$

Demgemäß wäre Kaganers Formel (Gl. (43)) durch die Übernahme der von Meissner angegebenen Relation für \hat{N} zu verbessern.

Für ein ideales Netzwerk sich rechtwinklig kreuzender Fasern mit dem Radius r leitet KAGANER (1969), S. 22 - 24, den Ausdruck

$$\lambda_{\text{Kont}} = \frac{16 \cdot (1-\Pi)^2}{\pi^2} \cdot \lambda_T \cdot \left[1/(1.86 \cdot \hat{A} \cdot P^{1/3}) + 1/(4(1-\Pi)) \right]^{-1} \quad (45)$$

ab, worin der Faktor $\hat{A} = ((1 - \hat{\mu}^2)/(Y(1 - \Pi)^2))^{1/3}$ bezeichnet. Bei der Ableitung von Gl. (45) werden thermische Einzelwiderstände berechnet, die sich aus in Serie geschalteten Anteilen R_1 und R_2 zusammensetzen: R_1 enthält den üblichen durch Kontaktabstand \tilde{x} und Wärmeleitfähigkeit des Grundmaterials λ_T bestimmten Wärmewiderstand, $R_1 = \tilde{x}/(\pi r^2 \lambda_T)$. In R_2 ist der Holmsche Kontaktwiderstand für sehr lange Einschnürung berücksichtigt, $R_2 = 1/(2\hat{a}\lambda_T)$. Insgesamt ist $R_{\text{Kont}}^{\text{Total}} = R_1 + R_2$.

Wenn man für einen Vergleich zwischen Gl. (43) und (45) den Term $1/(4(1 - \Pi))$ in Gl. (45) wegläßt und in beide Gleichungen dieselben Werte für Porosität und gleiche Materialparameter einsetzt, folgt

$$\begin{aligned} \lambda_{\text{Kont}}^{\text{Sphär}} &= 3.70 \cdot \frac{(1-\Pi)^2 \cdot \lambda_T \cdot \hat{a}}{r} \cdot \frac{\hat{a}}{2} \\ &= 3.441 \cdot (1-\Pi)^{4/3} \cdot \left(\frac{1-\hat{\mu}^2}{Y}\right)^{1/3} \cdot \lambda_T \cdot P^{1/3} \end{aligned} \quad (46)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{\text{Kont}}^{\text{Zyl}'} &= \frac{16(1-\Pi)^2}{\pi^2} \cdot 1.86 \cdot \lambda_T \cdot \hat{A} \cdot P^{1/3} \\ &= 3.015 \cdot (1-\Pi)^{4/3} \cdot \left(\frac{1-\hat{\mu}^2}{Y}\right)^{1/3} \cdot \lambda_T \cdot P^{1/3} \end{aligned} \quad (47)$$

d. h. $\lambda_{\text{Kont}}^{\text{Zyl}'} < \lambda_{\text{Kont}}^{\text{Sphär}}$ (ohne daß die oben erwähnte mögliche Verbesserung in der Kontaktzahlrelation berücksichtigt wurde). Mit idealen Gittern sich kreuzender Fasern, von denen jede ihre Nachbarn in den darüber- und darunterliegenden Ebenen berührt, kann man, verglichen mit zufällig angeordneten sphärischen Teilchenschüttungen demnach kleinere Kontaktwärmefähigkeiten erzielen, da der Term $1/(4(1 - \Pi)) > 0$ ist.

KAGANER (1969), S. 20 - 21, zeigt, daß für sphärische Teilchen R_{Kont} auch bei niedriger Druckbelastung sehr groß gegen den auf endlicher Wärmeleitung beruhenden thermischen Widerstand der Kugelgeometrie ist. Mit den oben angegebenen Widerständen R_1 und R_2 läßt sich auch für Fasern sofort ablesen, daß $R_2 \gg R_1$, wenn Abstand \tilde{x} der Kontakte und Kontaktradius sehr klein sind, d. h. es wird $R_{\text{Kont}}^{\text{Total}} = R_2$. Kleine Kontaktradien werden durch hohe Elastizitätsmoduln, d. h. harte Substanzen mit symmetrischer Gitterstruktur begünstigt. Obwohl die Wärmeleitfähigkeit harter Substanzen, z. B. Quarz, höher ist als die von Substanzen niedrigerer Festigkeit, geringerer Symmetrie im Gitteraufbau (z. B. Graphit) oder gar amorpher Struktur (Glas), begrenzt der kleine Kontaktradius den Festkörperwärmestrom zu stark, als daß die höhere Festkörperwärmefähigkeit in R_2 voll wirksam werden könnte. In Abschn. 3.3.4 ergeben sich allerdings einige Hinweise auf zunehmende Bedeutung der Faserlängs-Wärmewiderstände.

Daher kann in sehr guter Näherung die Wärmeleitfähigkeitskomponente $\lambda_{\text{Festk}} = \lambda_{\text{Kont}}$ gesetzt werden. Die Temperaturabhängigkeit von λ_{Festk} ist damit festgelegt (s. u.).

Da in dispersen körnigen Medien die Kontaktwärmewiderstände sehr stark dominieren, können oben schon angedeutete Materialauswahlkriterien nicht voll wirksam werden: Es ist bekannt, daß sich eine Verringerung der Festkörperwärmeleitfähigkeit λ_T nicht nur durch hohe geometrische Anisotropie im Gitter oder mittels amorpher Substanzen sondern auch durch die Auswahl von Verbindungen mit stark unterschiedlichen Massen der Ionen (z. B. TiO_2 oder ZrO_2 anstelle MgO) oder ungleichen Atomzahlen (z. B. Al_2O_3 oder Fe_3O_4 anstelle BeO) oder unterschiedlichen richtungsabhängigen Bindungskräften erzielen läßt (vergl. z. B. KINGERY (1958)). Bei hohen Temperaturen geht die Bedeutung dieser Kriterien jedoch zurück.

Da die λ_{Festk} der sphärischen Teilchen und Fasern von den gleichen Parametern abhängen, ist ihre Temperaturabhängigkeit identisch. Die Temperaturabhängigkeit ist in der Festkörperwärmeleitfähigkeit λ_T , im Elastizitätsmodul Y und in der Poissonschen Querkontraktionszahl $\hat{\mu}$ enthalten.

Kristalline Teilchen werden in Wärmeisolationen nur als Trübungsmittel oder als Hochtemperatur-Faserwerkstoffe verwendet. Dagegen werden amorphe Stoffe wegen ihrer deutlich kleineren Wärmeleitfähigkeit als Isolationsbasismaterial (Gerüstmaterial) bevorzugt.

Die Temperaturabhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit kristalliner Stoffe folgt bei sehr niedrigen Temperaturen bekanntlich einem T^3 -Gesetz, während λ_T bei hohen Temperaturen mit $1/T$ abfällt (s. z. B. HELLWEGE (1976), S. 568 - 570).

Während über λ_T keramischer Materialien oder Gläser noch zahlreiche Tabellen und Diagramme vorliegen (ESPE (1960), GOLDSMITH (1961), LANDOLT-BÖRNSTEIN (1972)), werden für Y und $\hat{\mu}$ meistens nur bei Raumtemperatur gemessene Einzelwerte angegeben (ESPE (1960), KRUSE (1971) für einige optische Materialien, ARDENNE (1973) für Faserwerkstoffe).

Wegen der bei amorphen Substanzen starken Beschränkung der freien Weglänge der Phononen (im Glas etwa dem Durchmesser der SiO_4 -Tetraeder entsprechend) wird die Temperaturabhängigkeit ihrer Wärmeleitfähigkeit nur durch die Temperaturabhängigkeit der spezifischen Wärmen bestimmt.

Nach Messungen von COENEN (1974) ergibt sich (bis auf eine bei 10 K gelegene Si-O-Resonanzschwingung über der Debye-Kurve der spezifischen Wärme c) nach dem normalen Anstieg von c mit T bei Duran 50 und Pyrex lediglich noch ein scharfer, durch Konfigurationsänderungen verursachter Sprung auf Werte oberhalb $3\hat{R}$. Aus der in Duran 50 temperaturabhängig ermittelten Schallgeschwindigkeit und den freien Weglängen (ca. 4 nm bei $T \geq 400$ K) folgt bis 800 K ein näherungsweise exponentieller Anstieg von λ_T , ehe oberhalb dieser Temperatur nach einer Strahlungskorrektur ein negativer Temperaturkoeffizient beobachtet wird. Der scharfe Abfall der Werte an dieser Stelle wird an einer Reihe weiterer Gläser bestätigt[§].

Nach ESPE (1960), S. 105, nimmt λ_T von Quarz und Borosilikatglas bei niedrigen Temperaturen (bis etwa 200 °C) etwa mit aT^x zu ($x < 1$). Für klargeschmolzenen Quarz ergibt sich ein leicht parabelförmiger Anstieg von λ_T mit der Temperatur (ESPE (1960), S. 462).

Die Temperaturabhängigkeit des Elastizitätsmoduls von Glas kann man nach einem von ESPE (1960), S. 76, beschriebenen Fadenversuch zur Bestimmung der Viskosität mit deren Temperaturabhängigkeit koppeln. Die Viskosität $\hat{\eta}$ des Glases ist proportional zur Fadenbelastung G und umgekehrt proportional zur Verlängerungsgeschwindigkeit $\Delta l/\Delta t$ des Fadens:

$$\hat{\eta} = \frac{981 \cdot G \cdot l}{3 \pi r^2 \cdot \Delta l/\Delta t} \quad (48)$$

Mit dem Hookeschen Gesetz ergibt sich hieraus

[§] Die dort zitierte, auf Kohlrausch zurückgehende Fadenmethode, mit welcher der Strahlungsbeitrag eliminiert wurde, ist aber nur bei transparenten Medien und dann auch nur bei nicht durch Wärmeleitungsvorgänge an die Wärmequelle gekoppelten Proben anwendbar.

$$\hat{\eta} = \frac{981 \cdot \Delta t}{3} \cdot \gamma \quad (49)$$

d. h. bei konstantem Zeitintervall Δt ist $\hat{\eta}$ proportional γ .
Die Temperaturabhängigkeit der Viskosität

$$\hat{\eta} = \tilde{A} e^{b/T} \quad (50)$$

ist durch zahlreiche Versuche für den Temperaturbereich $400 \leq T \leq 800$ °C in verschiedenen Gläsern belegt (ESPE (1960), S. 82). Daher wird

$$\gamma \sim \tilde{B} e^{b/T} \quad (51)$$

Absolutwerte von γ betragen bei Raumtemperatur für verschiedene Gläser $5 \cdot 10^{10}$ bis $8 \cdot 10^{10}$ N/m².

Über die Temperaturabhängigkeit der Poissonschen Querkontraktionszahl $\hat{\mu}$ von Gläsern und Keramiken werden bei ESPE (1960) keine Angaben gemacht. Die Absolutwerte von $\hat{\mu}$ liegen bei etwa 0.22 bis 0.25. Wegen der Definition der Querkontraktionszahl

$$\hat{\mu} = \frac{\Delta l_1 / l_1}{\Delta l_2 / l_2} \sim \frac{1/Y_1}{1/Y_2} \quad (52)$$

sollte bei amorphen Substanzen die Temperaturabhängigkeit verschwinden, da $Y_1 \cong Y_2$ (die Indizes 1 und 2 sollen zueinander senkrechte Richtungen bezeichnen).

Bei keramischen Materialien erreicht der Elastizitätsmodul viel höhere Werte (für Al_2O_3 ca. $35 \cdot 10^{10}$ N/m² (ESPE (1960), S. 612), die mit hohen Brenntemperaturen erzielt werden können. Der Elastizitätsmodul von Al_2O_3 geht vom bei Raumtemperatur gemessenen Wert auf 70 % dessen bei 1250 °C zurück. Bei BeO ist die entsprechende Abnahme erheblich größer (auf ca. 1/3 des bei Raumtemperatur gemessenen Werts). Eine Gl. (51) entsprechende Beziehung ist für keramische Materialien aber nicht bekannt.

Mit den für Gläser ermittelten Temperaturabhängigkeiten von $\lambda_T(T)$ und $Y(T)$ resultiert ein flacher Anstieg von $\lambda_{\text{Festk}}(T)$, der sich zwischen $400 \leq T \leq 600$ K sogar ziemlich gut linear anpassen läßt (vergl. Abschn. 4)).

Die Temperaturabhängigkeit der reinen Festkörperkontaktwärmeleitung ist demnach soweit überschaubar, daß zumindest in definierten Temperaturbereichen Lösungen der Energieerhaltungsgleichung oder die in Abschn. 4 beschriebenen Analysen der lokalen Gesamtwärmeleitfähigkeit und der Temperaturverteilungen versucht werden können. Ungeklärt ist dagegen der Einfluß adsorbierter Gase auf die Temperaturabhängigkeit der Kontaktwärmeströme. Dies soll im folgenden erläutert werden.

Nach der zu Ende des vorigen Abschnitts zitierten Arbeit von Bogomolov könnte bei großer Porosität die Dicke einer adsorbierten Gasschicht doppelt so groß sein wie der Teilchendurchmesser (dies gilt natürlich nur für entsprechend hohe lokale Dampfdrucke). Wird Bogomolovs Formel auf Silica-Teilchen (mittlerer Primärteilchendurchmesser ca. $0.007 \mu\text{m}$) angewandt, müßte die Schicht z.B. aus mindestens 50 Monolagen H_2O bestehen, was nur möglich ist, wenn der relative Dampfdruck nahe 100% liegt.

VEALE (1972), S. 68, gibt an, daß SiO_2 -Teilchen nach Desorption von angelagertem H_2O mit etwa $8 \text{ OH-Gruppen/nm}^2$ bedeckt sind, die in diesem Material zur Bildung der bekannten Ketten- und Gerüststrukturen beitragen. Bei niedriger Temperatur (unter 400°C), wo noch keine irreversible Zerstörung von Brückenbindungen zwischen den Teilchen stattfindet, und bei niedrigem Dampfdruck ist der "Kontakt" zwischen den Teilchen ausschließlich chemischer Natur (die "mikroskopische" Gl. (41) ist hierauf natürlich nicht anwendbar). Elektrostatistische Anziehungskräfte sind bei homogen geladenen Teilchen nach RUMPF (1961), S. 394, für die Festigkeitswerte der Schüttung von untergeordneter Bedeutung, werden aber bei der Anlagerung wirksam (elektrisch geladene Teilchen bilden Ketten, neutrale Teilchen sphärische Cluster).

Es kann nicht ausgeschlossen werden, daß sich einzelne H_2O -Moleküle in freie Plätze zwischen den miteinander verzahnten Silanolgruppen im eigentlichen Kontaktbereich anlagern. Inwieweit diese einzelnen Moleküle zum Wärmestrom beitragen können, ist ungeklärt. Bei Temperaturen über 400°C werden sie irreversibel entfernt. Außerhalb der Kontaktzone können sich mehrere H_2O -Schichten aufbauen. Bei hinreichend großem Abstand der Teilchen-

oberflächen ($\geq 0.002 \mu\text{m}$) und entsprechendem Dampfdruck führt dies schließlich zur Kapillarkondensation. Bei Makrokapillaren entsprechenden Teilchenabständen kann das Wärmetransportproblem "makroskopisch" (etwa wie bei BJURSTRÖM (1984)) behandelt werden, wo der H_2O -Gehalt in den thermischen Widerstand eingeht. Hierzu muß allerdings gesichert sein, daß die freie Molekül-Weglänge sehr klein gegen den Kapillarradius ist. Außerdem müssen eventuelle Temperaturgradienten längs der Kapillare beachtet werden, die zu einer makroskopischen Bewegung der Schicht führen können. In Mikrokapillaren ($< 0.1 \mu\text{m}$) gehorcht der Wärmestrom dagegen dem $\lambda = \lambda(T^{1/2}, p)$ -Gesetz, wo für die freie Weglänge der Kapillardurchmesser anzusetzen ist (LUIKOV (1966), S. 225; der Dampfdruck p hängt aber vom Krümmungsradius der Kapillare ab).

Da der mögliche Beitrag von adsorbierten Schichten zur Wärmeleitung offensichtlich primär auf hohem Dampfdruck beruht, spielt dieses Problem in den hier experimentell untersuchten evakuierten Medien bei hohen Temperaturen keine Rolle.

Bei Glasfasern sind verglichen mit den feinsten SiO_2 -Teilchen die Teilchenabstände deutlich größer, da Teilchenkontakte nur durch Feststoffbrücken oder unter mechanischer Einwirkung (Eigen- gewicht, Druckbelastungen, Spannungen in den Fasern) d.h. insgesamt durch physikalische Brücken entstehen. Im Bereich der Kontakte hängt die effektive Dicke \hat{d} der Lücke nicht nur von der Oberflächenrauigkeit der Teilchen ab, da man den Akkommodationseffekt als eine effektive Vergrößerung der freien Weglänge λ_{Gas} durch den Temperatursprungsabstand g interpretieren kann. Im einfachsten Fall wird $\hat{d} = \hat{h} + 2g$, wo \hat{h} den Mittelwert der Höhenschwankung zwischen Spitzen und Tälern der rauhen Oberfläche bezeichnet (eine von RAPIER (1963) vorgeschlagene Korrelation zwischen Oberflächenrauigkeit und effektiver Dicke der Lücke wird, wie MADHUSUDANA (1981) zeigt, durch die vor 1963 erschienenen Literaturwerte bestätigt).

Rasterelektronenmikroskopische Aufnahmen von üblichen Glasfaseroberflächen ergeben, daß mikroskopische Rauigkeiten etwa in der Größenordnung der freien Weglänge der Luftmoleküle bei Atmosphärendruck und Raumtemperatur (ca. 60 nm) liegen können (s. Abb. 17, Abschn. 3.1).

In den zwischen den Kontakten liegenden Lückenvolumina ist die von LUIKOV (1966), S. 221, angenommene vollständige Adaption von freien Gasmolekülen an die Temperatur der Kontaktflächen wohl eher eine Idealisierung. Bei großen Rauigkeiten ist die lokale Knudsenzahl für Normaldruck sogar klein, wodurch Korrektur $\hat{\beta}$ in Gl. (25) bedeutungslos wird. In den Lückenvolumina dürfte freie molekulare Wärmeleitung bereits bei höheren Restgasdrücken einsetzen als in den größeren, durch Teilchenabstände konstituierten Poren. Der Einfluß von auf den Kontaktflächen adsorbierten Substanzen auf die Wärmeleitung eines in den Lücken befindlichen verdünnten Gases wäre also wie in den Poren durch entsprechende Akkommodationskoeffizienten in Gl. (33) zu berücksichtigen und früher als in den Poren wirksam.

2.2.3 Parameterfunktionen für die Strahlungsausbreitung

2.2.3.1 Übersicht

Die Strahlungstransportgleichung (Gl. (2)) lautet ausführlich für ein ebenes, absorbierendes, emittierendes und isotrop oder anisotrop streuendes Medium (SIEGEL (1972), S. 689, vergl. auch Abb. 6 b, mit $\mu = \cos\beta$):

$$\mu \cdot \frac{di'_{\Lambda}(\tau_{\Lambda})}{d\tau_{\Lambda}} = -i'_{\Lambda}(\tau_{\Lambda}) + (1 - \Omega_{\Lambda}) i'_{\Lambda b}(\tau_{\Lambda}) + \frac{\Omega_{\Lambda}}{4\pi} \cdot \int_{\omega_i} i'_{\Lambda}(\tau_{\Lambda}, \omega_i) \phi_{\Lambda}(\omega, \omega_i) d\omega_i \quad (53)$$

Neben den schon eingeführten spektralen Größen gerichtete Intensität $i'_{\Lambda}(\tau_{\Lambda})$ (S. 4), optische Dicke τ_{Λ} (Gl. (5)) und Albedo Ω_{Λ} der Einzelstreuung bezeichnet $\phi_{\Lambda}(\omega, \omega_i)$ die Phasenfunktion der Streuung, die von den Raumwinkeln ω und ω_i der in einem Volumenelement gestreuten bzw. auf dieses Element auftreffenden Strahlung abhängt. Ferner bezeichnet $i'_{\Lambda b}(\tau_{\Lambda})$ die spektrale Intensität der Strahlung des Schwarzen Körpers.

Die Intensität i'_{Λ} ist im allgemeinen nicht isotrop (d. h. man muß in Gl. (53) $i'_{\Lambda} = i'_{\Lambda}(\tau_{\Lambda}, \mu)$ ansetzen), es sei denn, man würde diese Eigenschaft als Näherung voraussetzen. Näherungs-

weise isotrope Intensität ergibt sich z. B. bei der Ableitung des Strahlungsdiffusionsmodells (Abschn. 2.3). Als Näherungsannahme geht sie in das Zwei-Flußmodell ein.

Für Ansatz und numerische Lösung der Strahlungstransportgleichung und der Energieerhaltungsgleichung (Gl. (15)) benötigen wir die Parameterfunktionen Extinktionskoeffizient $E_{\Lambda}(s)$, Albedo $\Omega_{\Lambda}(s)$ und die Phasenfunktion $\Phi_{\Lambda}(\omega, \omega_i)$.

Unter der vorläufigen Voraussetzung, daß jedes Teilchen unabhängig von seinen Nachbarn durch Absorption und Streuung zur totalen Extinktion beiträgt, besteht zwischen dem Extinktionskoeffizienten E und dem Extinktionsquerschnitt C_{Ext} eines Teilchens mit der Teilchenzahl N pro Volumeneinheit V der Zusammenhang

$$E_{\Lambda} = \frac{N}{V} C_{\text{Ext}, \Lambda} = \begin{cases} (3\pi/2)(\rho/\rho_0) \cdot Q_{\text{Ext}, \Lambda} / (\Lambda \cdot x) & \text{(sphär. Teilchen)} \\ 4(\rho/\rho_0) \cdot Q_{\text{Ext}, \Lambda} / (\Lambda \cdot x) & \text{(zylindr. Teilchen)} \end{cases} \quad (54)$$

wenn C_{Ext} für alle Teilchen identisch ist. Für die numerische Lösung der Strahlungstransportgleichung müssen daher $C_{\text{Ext}, \Lambda}$, Ω_{Λ} und $\Phi_{\Lambda}(\omega, \omega_i)$ gefunden werden. Für die Lösung der Energieerhaltungsgleichung benötigen wir insbesondere die Temperaturabhängigkeit dieser Funktionen.

Unabhängig davon, ob das Medium als Kontinuum beschrieben werden kann, sind die gesuchten Parameterfunktionen bereits durch die Streuung einer ebenen Welle an einem einzelnen Teilchen definiert. Es reicht also aus, die Lösung der Maxwell-Gleichungen an der Grenzfläche zwischen zwei Medien mit verschiedenen Brechungsindizes zu suchen und die Felder im Teilcheninnern und die gestreuten Felder zu berechnen. Die ersten erfolgreichen Versuche, die in kolloiden Lösungen sehr feiner sphärischer Metallteilchen zu beobachtenden Farb- und Intensitätsverteilungen quantitativ zu beschreiben, wurden von MIE (1908) vorgenommen. Lösungsansatz und -weg sind in mehreren Standardwerken beschrieben, die z. T. auch Lösungen für eine Vielzahl von Brechungsindizes, Teilchendurchmesser, Teilchengemetrien und innere Strukturen (mehrschalige Teilchen) enthalten (STRATTON (1941), BORN (1965), HOTTEL (1967) (Kurzdarstellung), KERKER (1969), VAN DE HULST (1981), BOHREN (1983)).

Als reine Kontinuumstheorie sind die Maxwell-Gleichungen bei allen (nur nicht zu kleinen) Wellenlängen elektromagnetischer Strahlung gültig. Als Spezialfall ist das Mie-Problem auf die gleiche Variablen- und Parametermenge anwendbar.

Die Entwicklung der Mie-Theorie ist abgeschlossen. Bevor die Reihenentwicklungen auch für sehr große Teilchendurchmesser durch schnelle Algorithmen und Rechner beschleunigt werden konnten, mußten die Streuamplituden oder die Phasenwinkel aus Tabellenwerken (z. B. LOWAN (1946)) entnommen werden. Eine neuere, mit mehreren Rechnerprogrammen für sphärische, zylindrische und sphärisch-zweischalige Teilchen und mit Berechnungsbeispielen versehene Darstellung gibt BÖHREN (1983).

2.2.3.2 Strenge Streutheorie nach G. Mie

Wenn ein streuendes Teilchen aus ideal elektrisch leitendem Material besteht, reduziert sich das Streuproblem auf reine Beugungserscheinungen (bezw. Totalreflexion bei größeren Teilchen), da im Innern des Teilchens keine elektromagnetischen Felder angeregt werden können. Für nicht-ideale Leiter und für Nichtleiter erfordert die vollständige Behandlung des Streuproblems dagegen die Suche nach Lösungen einer vektoriellen Wellengleichung für die einfallenden, inneren und gestreuten Wellen unter Beachtung von Randbedingungen, Endlichkeitsforderungen und Konvergenzkriterien.

Aus den Maxwell-Gleichungen folgt im quellenfreien Fall für Leiter und Nichtleiter mit der üblichen Zeitabhängigkeit $e^{-i\omega t}$, sowie $k = 2\pi/\lambda$ und den Brechungsindizes

$$\hat{m}^2 = \tilde{\mu} \cdot \left(\tilde{\epsilon} + \frac{i \cdot 4\pi\sigma \mathbf{E} \mathbf{1}}{\omega} \right) \quad (55)$$

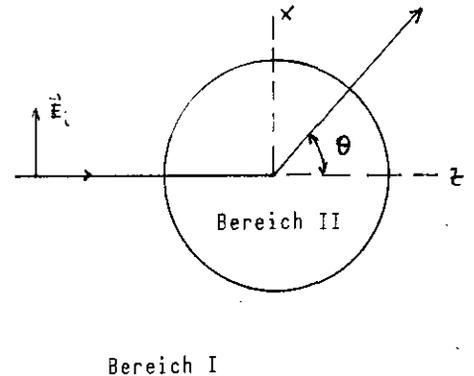
$$\hat{m}^2 = \tilde{\mu} \cdot \tilde{\epsilon} \quad (56)$$

für den elektrischen Leiter bzw. Nichtleiter eine vektorielle Wellengleichung

$$\vec{\nabla}^2 \vec{\psi} + \hat{k}^2 \vec{\psi} = 0 \quad (57)$$

worin $\hat{k}^2 = k_m^2$, mit einem Lösungsvektor $\vec{\psi}$, der eine (im Fall des elektrischen Leiters exponentiell gedämpfte) ebene Welle beschreibt (in den obigen Ausdrücken bezeichnen $\tilde{\epsilon}$ und $\tilde{\mu}$ die Dielektrizitätskonstante bzw. magnetische Permeabilität und σ_{E1} die elektrische Leitfähigkeit).

Das Mie-Problem ist mit nebenstehender Skizze verdeutlicht.



Die Randbedingungen verlangen Stetigkeit für die nicht-radialen Komponenten der elektrischen und magnetischen Feldstärke \vec{E} bzw. \vec{H} .

Der bei BORN (1965), S. 634 - 645, ausführlich beschriebene Lösungsweg sieht folgende Schritte vor: a) Setze zur Lösung zwei Felder (${}^e\vec{E}, {}^e\vec{H}$) und (${}^m\vec{E}, {}^m\vec{H}$) an, welche $\vec{\nabla} \times \vec{E} = k_2 \vec{H}$ und $\vec{\nabla} \times \vec{H} = -k_1 \vec{E}$ erfüllen ($\hat{k}^2 = -k_1 k_2$), b) Zeige, daß diese Felder von skalaren Potentialen ${}^e\Pi$ und ${}^m\Pi$ abgeleitet werden können, die ihrerseits Lösungen der skalaren Wellengleichung

$$\vec{\nabla}^2 \Pi + \hat{k}^2 \Pi = 0 \quad (58)$$

sind, c) Separiere die Lösungen nach Polarkoordinaten und konstruiere die Potentiale unter Beachtung von Endlichkeitsforderungen und Konvergenz.

Der Lösungsansatz enthält im Schritt a zwei linear unabhängige Felder, bei denen die Radialkomponenten ${}^e H_r$ und ${}^m H_r$ verschwinden. Nachdem Schritt b vollzogen ist, kann dieser umgekehrt werden: Zur Lösung des Streuproblem genügt es, zwei unabhängige Lösungen der skalaren Wellengleichung zu suchen. Dabei gehen die Randbedingungen für die \vec{E} - und \vec{H} -Komponenten in die Randbedingungen der skalaren Potentiale über. Das Mie-Problem ist damit auf die Konstruktion der ${}^e\Pi$ und ${}^m\Pi$ reduziert:

$$\Pi = R(\hat{r}) \cdot \theta(\theta) \cdot \hat{\phi}(\phi) \quad (59 \text{ a})$$

Mit den für die einfallenden, inneren und gestreuten Wellen konstruierten Potentialen ergibt sich aus Randbedingungen ein Gleichungssystem zur Bestimmung von Koeffizienten a_ℓ und b_ℓ , mit denen man die Komponenten $E_{\rho,s}$, $E_{\theta,s}$ und $E_{\phi,s}$ der gestreuten Welle (Index s) unter Verwendung von Hankelfunktionen erster Art und Legendre-Polynomen berechnen kann (die Radialkomponente geht sehr schnell gegen Null). Die verbleibenden Komponenten $E_{\theta,s}$ und $E_{\phi,s}$ werden mit den parallel auf die Streuebene (Index ℓ) und senkrecht hierzu (Index r) bezogenen Komponenten $E_{\ell,s} = E_{\theta,s}$ bzw. $E_{r,s} = -E_{\phi,s}$ identifiziert (Abb. 2).

Die Streumatrix S ist definiert als 2x2-Matrix:

$$S = \begin{pmatrix} S_2 & S_3 \\ S_4 & S_1 \end{pmatrix} \text{ für } \begin{pmatrix} E_{\ell,s} \\ E_{r,s} \end{pmatrix} = S \times \begin{pmatrix} E_{\ell,i} \\ E_{r,i} \end{pmatrix} \frac{e^{i\hat{k}r}}{i\hat{k}r} \quad (60)$$

mit komplexwertigen Elementen S_1, \dots, S_4 . Die Matrix S der Streuung an streng sphärischen Teilchen enthält nur Diagonalelemente S_1 und S_2 .

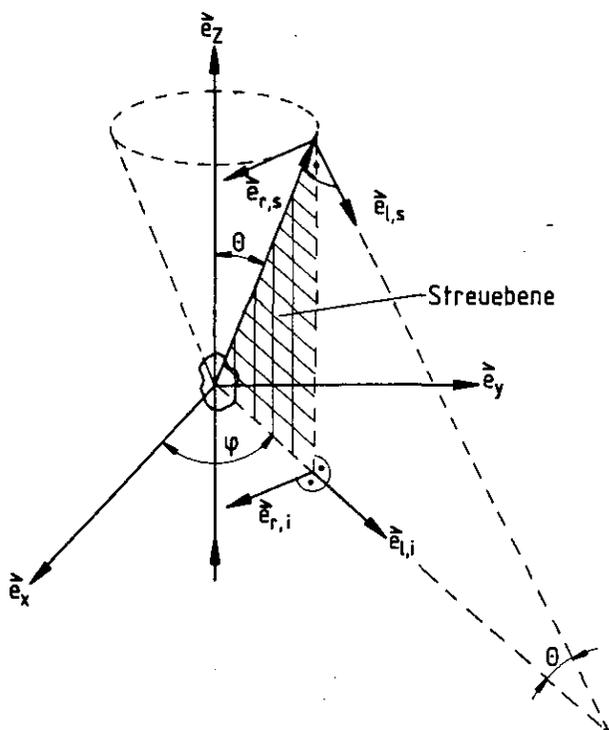


Abb. 2 Durch einfallenden und gestreuten Strahl aufgespannte Streuebene mit den hierzu parallel ($\vec{e}_{l,i}$ und $\vec{e}_{l,s}$) und senkrecht ($\vec{e}_{r,i}$ und $\vec{e}_{r,s}$) orientierten Komponenten des einfallenden (Index i) und gestreuten (Index s) E-Vektors. Die Basisvektoren \vec{e}_x , \vec{e}_y und \vec{e}_z können mit den Körperachsen des am Koordinatennullpunkt befindlichen streuenden Teilchens zusammenfallen.

Da die S_1 und S_2 komplexe Zahlen sind, ist die gestreute Strahlung elliptisch polarisiert, auch wenn die einfallende Strahlung linear polarisiert sein sollte. Die erforderliche Phasendifferenz läßt sich aus den Stokeschen Parametern berechnen. Alle Elemente der hierfür benötigten Intensitätstransformationsmatrix F (s. u. bei der Beschreibung der Streuung an zylindrischen Teilchen) sind bekannt, weil die Amplitudentransformationsmatrix S vollständig vorliegt (näheres z. B. bei VAN DE HULST (1981), S. 41 - 46, für Meßwerte der F -Matrixelemente s. z. B. LIOU (1983)).

Bezeichnet a den Teilchenradius, gibt das optische Theorem den absoluten Extinktionsquerschnitt vor

$$C_{\text{Ext}} = \frac{4\pi}{k^2} \cdot \text{Re} \left\{ S(0) \right\} = \pi a^2 \cdot Q_{\text{Ext}}, \quad (61)$$

aus dem sich der relative Extinktionsquerschnitt Q_{Ext} zu

$$Q_{\text{Ext}} = \frac{2}{x^2} \sum_{\ell=1}^{\infty} (2\ell+1) \cdot \text{Re} \left\{ a_{\ell} + b_{\ell} \right\} \quad (62)$$

errechnet, weil $S_1(0) = S_2(0) = S(0)$. Die Extinktion am sphärischen Teilchen ist daher unabhängig von der Polarisation der einfallenden Strahlung. In Gl. (62) bezeichnet

$$x = k^{(I)} a = \frac{\pi d}{\Lambda^{(I)}} \quad (63)$$

den allgemein verwendeten Streuparameter (der Index (I) bezieht sich auf den Bereich I in obiger Skizze).

Für die Phasenfunktion gilt

$$\phi(\theta) = \frac{|S_1(\theta)|^2 + |S_2(\theta)|^2}{\int_{4\pi} \left\{ |S_1(\theta)|^2 + |S_2(\theta)|^2 \right\} d\omega} \quad (64)$$

und für die Albedo

$$\Omega = \frac{Q_{\text{Sca}}}{Q_{\text{Ext}}}, \quad (65)$$

worin der relative Streuquerschnitt Q_{Sca} lautet

$$Q_{Sca} = \frac{2}{x^2} \sum_{\ell=1}^{\infty} (2\ell+1) \cdot \left\{ |a_{\ell}|^2 + |b_{\ell}|^2 \right\} \quad (66)$$

Die in Abb. 3 zu beobachtenden, für dielektrische Teilchen typischen resonanzähnlichen Spitzen in $Q_{Ext}(x)$ bei bestimmten Werten x wurden in der Literatur dazu benutzt, einen für die Erzielung hoher Extinktionskoeffizienten optimalen Teilchendurchmesser zu definieren. Für sphärische Teilchen gilt wegen Gl. (54)

$$E_{\Lambda} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\rho}{\rho_0} \cdot \frac{Q_{Ext, \Lambda}}{d} \quad (67)$$

Hierin bezeichnen ρ und ρ_0 die Dichten der Schüttung und des den Teilchen zugrundeliegenden Festkörpermateri als. Zur Erzielung optimaler E_{Λ} sucht man bei fester Wellenlänge Λ nach dem Maximum von Q_{Ext}/x . Diese Methode wurde von JAENICKE (1956) zur Erzielung großer Aufhellungsvermögen von Farbpigmenten verwendet und von KAGANER (1969), S. 41, auf die Optimierung der Strahlungsextinktion in Wärmeisolationen übernommen. Eine vollständige Optimierung muß allerdings auch die Phasenfunktion der Streuung berücksichtigen (s. Abschn. 5.3), eventuell auch abhängige Streuung (s. z. B. HOTTEL (1971) für eine Optimierung des Aufhellungsvermögens von TiO_2 -Pigmenten).

Da reale Teilchenschüttungen nie völlig monodispers sind, werden die Resonanzen in Q_{Ext}/x mit zunehmender Streuung des Teilchendurchmessers verwischt. YUREVICH (1975) untersucht spektrale (aus der Mie-Theorie für metallische sphärische Teilchen berechnete) Extinktionskoeffizienten in Abhängigkeit von der Halbwertsbreite der Gamma-Häufigkeitsverteilung der Teilchenradien.

Da bei faserförmigen Teilchen das Längen-/Durchmesserverhältnis sehr groß ist (meistens > 1000), können sie als unendlich lange Zylinder (mit kreisförmigem Querschnitt) angesehen werden. Abb. 5 unterscheidet die Fälle (A) (E parallel zur z-Achse) und (B)

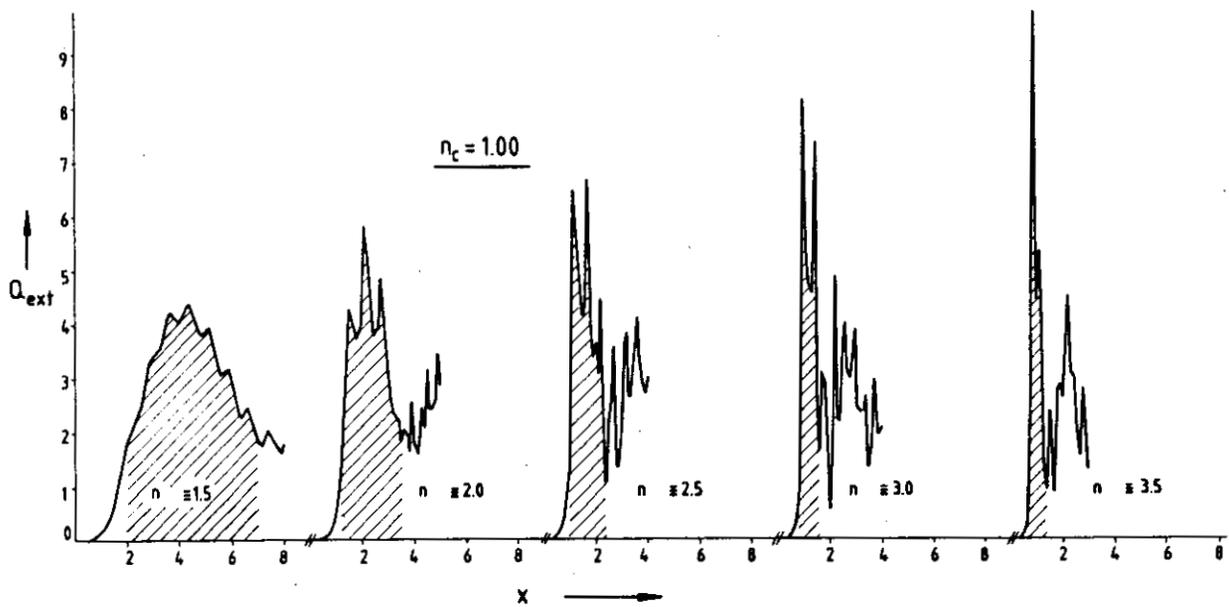


Abb. 3 Relative Extinktionsquerschnitte Q_{Ext} für dielektrische sphärische Teilchen. n_c bezeichnet den Brechungsindex des die Teilchen umgebenden Mediums.

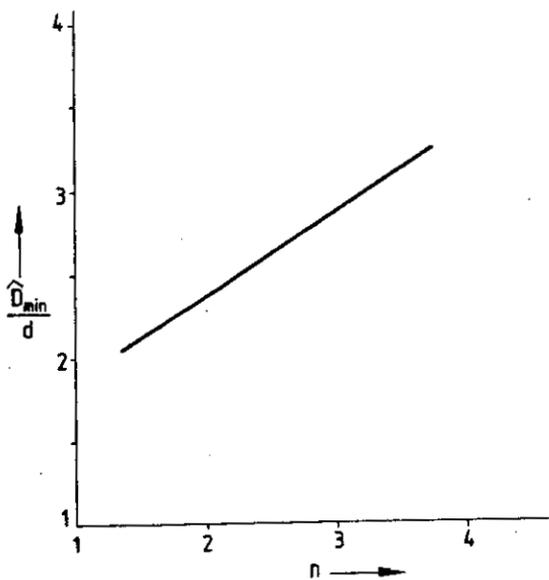


Abb. 4 Minimaler Abstand \hat{D}_{min} für unabhängige Streuung an dielektrischen sphärischen Teilchen nach dem Überdeckungskriterium der Extinktionsquerschnitte (d bezeichnet den Teilchendurchmesser).

(H parallel zur z-Achse). Für senkrechte Inzidenz ($\phi = 0$) ähnelt dieses Streuproblem sehr dem zuvor geschilderten eigentlichen Mie-Problem (Streuung an sphärischen Teilchen): Wiederum können die gesuchten Feldkomponenten von zwei unabhängigen skalaren Funktionen abgeleitet werden, die ihrerseits Lösungen der skalaren Wellengleichung, geschrieben in Zylinderkoordinaten, sind. In diesem Fall sind wie beim sphärischen Teilchen die inneren und gestreuten Wellen vom gleichen Typ wie die einlaufende Welle, d. h. einlaufende TE- oder TM-Wellen werden in TE- oder TM-Wellen gestreut. Bei geneigter Inzidenz ($\phi \neq 0$) sind die Gruppen (A) und (B) von Feldkomponenten aber nicht voneinander unabhängig; denn hier werden die einlaufenden TE- bzw. TM-Wellen teilweise in TM- bzw. TE-Wellen gestreut. Folglich muß man TE- und TM-Wellen für die inneren Wellen ($\hat{r} < a$) und die gestreuten Wellen ($\hat{r} > a$) ansetzen, um jedem möglichen Fall von TE- oder TM-Wellen bei der einlaufenden Welle zu genügen.

Der allgemeine Lösungsansatz lautet in Zylinderkoordinaten

$$\Pi = R(\hat{r}) \cdot \theta(\theta) \cdot Z(z) \quad (59 \text{ b})$$

Die Randbedingungen verlangen Stetigkeit der Tangentialkomponenten von \vec{E} und \vec{H} und ergeben insgesamt acht Sätze linearer algebraischer Gleichungen für die Streukoeffizienten

$$a_{n(A)} \text{ und } b_{n(A)} \text{ sowie } a_{n(B)} \text{ und } b_{n(B)}$$

(für Einzelheiten s. KERKER (1969), S. 259 - 260). Die Streumatrix \tilde{T} ist analog zur Matrix S der Streuung sphärischer Teilchen definiert:

$$\begin{pmatrix} E_{l,s} \\ E_{r,s} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{T}_1 & \tilde{T}_4 \\ \tilde{T}_3 & \tilde{T}_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_{l,i} \\ E_{r,i} \end{pmatrix} \cdot e^{i3\pi/4} \cdot \left(\frac{2}{\pi k \hat{r} \sin \phi} \right)^{1/2} \cdot e^{ik(\hat{r} \sin \phi - z \cos \phi)} \quad (68)$$

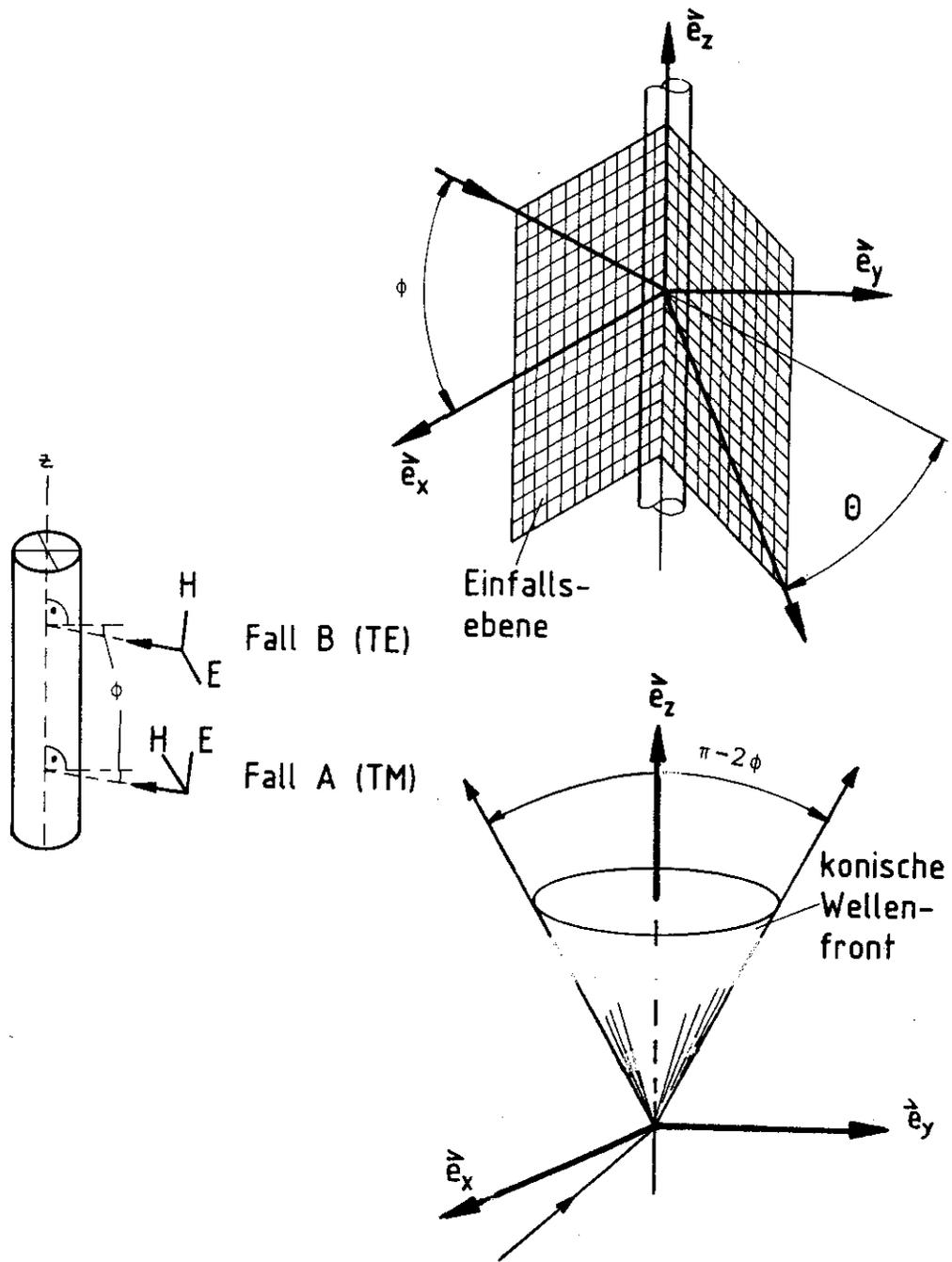


Abb. 5 Streuung an zylindrischen Teilchen; Definition des Einfallswinkels ϕ (einfallender Strahl liegt in Einfallsebene), der Fälle (A) (TM-Mode) und (B) (TE-Mode) und des Streuwinkels θ . Im Fall senkrechter Inzidenz öffnet sich der Konus in eine Ebene.

Ihre Elemente lauten

$$\tilde{T}_1 = b_{0(A)} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} b_{n(A)} \cos(n\theta) \quad (69)$$

$$\tilde{T}_2 = a_{0(B)} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} a_{n(B)} \cos(n\theta) \quad (70)$$

$$\tilde{T}_3 = -2i \sum_{n=1}^{\infty} a_{n(A)} \sin(n\theta) \quad (71)$$

$$\tilde{T}_4 = -2i \sum_{n=1}^{\infty} b_{n(B)} \sin(n\theta) = -T_3 \quad (72)$$

für große Entfernungen vom Zylinder.

Für $\phi \neq 0$ liegen die Normalen der gestreuten Wellen auf einem Konus (Abb. 5). Nur bei senkrechter Inzidenz ergeben sich Zylinderwellen. In diesem Fall und im Fall des perfekt leitenden Zylinders (weil dort wegen $\hat{m} \rightarrow \infty$ die $a_{n(A)}$ und $b_{n(B)}$ verschwinden) sind die \tilde{T}_3 und \tilde{T}_4 Null. Da die Nichtdiagonalelemente der \tilde{T} -Matrix im allgemeinen aber von Null verschieden sind, müssen bei den gestreuten Wellen entsprechend polarisierte Komponenten, die alle aus Gl. (68) folgen, beachtet werden.

Das zu Gl. (61) analoge optische Theorem lautet

$$Q_{\text{Ext},(A)} = \frac{2}{x} \operatorname{Re} \left\{ \tilde{T}_1(\theta=0) \right\} \quad (73 \text{ a})$$

$$Q_{\text{Ext},(B)} = \frac{2}{x} \operatorname{Re} \left\{ \tilde{T}_2(\theta=0) \right\} \quad (73 \text{ b})$$

Für die Berechnung der gesuchten Q_{Ext} ergeben sich daher folgende Ausdrücke[§]:

$$Q_{\text{Ext},(A)} = \frac{2}{x} \operatorname{Re} \left\{ b_{0(A)} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} b_{n(A)} \right\} \quad (74)$$

$$Q_{\text{Ext},(B)} = \frac{2}{x} \operatorname{Re} \left\{ a_{0(B)} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} a_{n(B)} \right\} \quad (75)$$

[§] Die Ergebnisse beziehen sich zwar auf die Streuung an einem unendlich langen Zylinder, werden aber pro Längeneinheit angegeben. Wenn die Streuvorgänge an den Enden eines Zylinders endlicher Länge vernachlässigt werden können (d. h. für sehr große Längen-/Querschnittsverhältnisse), sind die nachfolgenden Resultate eine sehr gute Näherung für den endlichen Zylinder.

Die relativen Streuquerschnitte lauten

$$Q_{\text{Sca}, (A)} = \frac{2}{x} \left\{ |b_{0(A)}|^2 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (|b_{n(A)}|^2 + |a_{n(A)}|^2) \right\} \quad (76)$$

$$Q_{\text{Sca}, (B)} = \frac{2}{x} \left\{ |a_{0(B)}|^2 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (|a_{n(B)}|^2 + |b_{n(B)}|^2) \right\} \quad (77)$$

Für senkrechte Inzidenz lauten die Stokeschen Parameter der gestreuten Strahlung nach Transformation mit der F-Matrix (zu deren Definition s. z. B. VAN DE HULST (1981), S. 44):

$$\begin{pmatrix} I_S \\ Q_S \\ U_S \\ V_S \end{pmatrix} = \frac{2}{\pi k r} \begin{pmatrix} F_{11} & F_{12} & 0 & 0 \\ F_{12} & F_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & F_{33} & F_{34} \\ 0 & 0 & -F_{34} & F_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_i \\ Q_i \\ U_i \\ V_i \end{pmatrix} \quad (78)$$

worin $F_{11} = (|\tilde{T}_1|^2 + |\tilde{T}_2|^2)/2$ (Winkelverteilung)

$F_{12} = (|\tilde{T}_1|^2 - |\tilde{T}_2|^2)/2$ (Polarisationsgrad)

$F_{33} = \text{Re}(\tilde{T}_1 \tilde{T}_2^*)$ §

$F_{34} = \text{Im}(\tilde{T}_1 \tilde{T}_2^*)$

Aus den mittels Gl. (78) berechneten gestreuten Intensitäten $I_S = i'(\theta)$ ist die Phasenfunktion analog zu Gl. (64) zu bestimmen. Aus Gl. (73 - 75) folgt, daß wie bei sphärischen Teilchen die Extinktionsquerschnitte nicht von der Polarisation der einfallenden Strahlung abhängen.

Bei der Berechnung der Extinktionskoeffizienten E braucht der Polarisationsgrad der einfallenden Welle demnach nicht berücksichtigt zu werden. Dies gilt nicht für die Phasenfunktion der Streuung und demzufolge auch nicht für den hiermit abgeleiteten "effektiven" Extinktionskoeffizienten, der bezüglich anisotroper Streuung korrigiert ist (genaue Definition in

§ Der Stern über \tilde{T}_2 soll den komplex konjugierten Wert bezeichnen.

Abschn. 2.3). Eine Ausnahme bilden totalreflektierende Zylinder (die in Abschn. 5.4 untersucht werden), wenn die einfallende Strahlung unpolarisiert ist. Nach HOTTTEL (1970) sollen zuverlässige Vorhersagen der Strahlungsausbreitungsvorgänge in dispersen Medien auch ohne Berücksichtigung von Polarisierungseffekten erhalten werden, wenn Mehrfachstreuung vorliegt (d. h. bei optischen Dicken $\tau_0 > 1$). Die Berechnung der F_{12} -Matrixelemente für dünne metallische Fasern in Abb. 50 zeigt demgegenüber, daß die gestreute Strahlung unter allen Streuwinkeln vollständig polarisiert sein kann. Dies müßte für die einfallende Strahlung (bei Mehrfachstreuung) berücksichtigt werden.

2.2.3.3 Abhängige Streuung

Die in Gl. (54) vorausgesetzte "unabhängige Streuung" muß näher begründet werden.

Die Literatur enthält Hinweise auf kritische Parameter wie z. B. Überdeckung oder Nichtüberdeckung der Streuquerschnitte oder den Quotienten aus lichte Teilchenabstand und Wellenlänge, nach welchen abhängige oder unabhängige Streuung erwartet werden darf. Auf die folgenden Überlegungen und Ergebnisse, insbesondere die von Hottel und Brewster berichteten, wird in Abschn. 4.4 und 5.4 zurückgegriffen.

Ein sehr einfaches Kriterium, zu prüfen, ob die Streuvorgänge an einem einzelnen sphärischen Teilchen als unabhängig von der Präsenz von Nachbarteilchen angesehen werden dürfen, wird von WEBER (1960) angegeben: Durch Berechnung der absoluten Extinktionsquerschnitte und Vergleich ihrer Durchmesser mit dem als variabel angenommenen Teilchenabstand kann man prüfen, ob sich die C_{Ext} überdecken. Bei Überdeckung ergibt sich abhängige Streuung. Abb. 3 zeigt die für die reellen Brechungsindizes $1.5 \leq n \leq 3.5$ berechneten Q_{Ext} sphärischer Teilchen für große Werte des Streuparameters $x = \pi d/\lambda$ (d bezeichnet den Teilchendurchmesser). Damit sich die C_{Ext} nicht überdecken, müssen die Teilchenabstände \hat{D} mindestens die in Abb. 4 eingetragenen Werte annehmen (die Werte für \hat{D}_{min} in Abb. 4 sind auf die Maximumswerte von Q_{Ext} in Abb. 3 bezogen). Für große, als infrarotoptische Trübungsmittel in dispersen Isolationen verwendete dielektrische Teilchen (z. B. mit $d = 5$

μm) müßte der Teilchenabstand demnach mehr als $12 \mu\text{m}$ betragen, um abhängige Streuung zu vermeiden. JAENICKE (1956) findet, daß unterhalb einer bestimmten Teilchenkonzentration eines Weißpigments sein Aufhellungsvermögen unabhängig von der Konzentration wird und errechnet, daß die Schwerpunkte benachbarter Pigmentteilchen im Mittel einen Abstand $\hat{D} = 3.6 \cdot d$ haben müssen.

Bei sehr feinkörnigen SiO_2 -Teilchen, deren Primärteilchendurchmesser zwischen 4 und 10 nm liegt (s. Abschn. 3.1), wird der Extinktionsquerschnitt fast ausschließlich durch Absorption hervorgerufen. Q_{Ext} ist wegen der kleinen x -Werte sehr klein gegen Eins. Merkliche Streuquerschnitte sind demnach nicht zu erwarten.

Hält man das Überdeckungskriterium hinsichtlich der C_{Ext} vorläufig aufrecht, sollte in dispersen Pulverisolationen mit dielektrischen Trübungsmitteln keine abhängige Streuung auftreten, weil der Abstand der streuenden Teilchen meistens viel größer als $10 \mu\text{m}$ ist (s. u.). Da das Gerüstmaterial Silica wegen der sehr kleinen Teilchendurchmesser kaum zur Streuung beiträgt und bei sphärischen Teilchen die Extinktionsquerschnitte nicht von der Polarisation der einfallenden Strahlung abhängen (weil $S_1(0) = S_2(0)$), sind die dispersen Pulverisolationen ein sehr gut geeignetes Medium, die Vorhersagen der Mie-Theorie zu den Extinktionsquerschnitten experimentell zu überprüfen (s. Abschn. 3.4).

Die Q_{Ext} dielektrischer oder elektrisch leitender Faserteilchen liegen für Brechungsindizes mit Realteilen zwischen 1.4 und 2.5 und mit Imaginärteilen von maximal 2.0 bei Werten von höchstens acht. Unter Beibehaltung des Überdeckungskriteriums sollte demnach keine abhängige Streuung auftreten, wenn der Faserabstand mindestens gleich dem achtfachen Faserdurchmesser ist. Anders als bei den feinen Silica-Primärteilchen spielen bei Fasern jedoch die Kontaktbereiche zu den Nachbarn für das Problem der abhängigen Streuung eine Rolle, weil die berechneten C_{Ext} sich dort überschneiden.

Der Abstand der Kontakte in einem idealen Netzwerk sich rechtwinklich kreuzender Fasern beträgt (KAGANER (1969), S. 23):

$$\tilde{\lambda} = \frac{\pi d}{8(1 - \Pi)} \quad (79)$$

Für die Porosität $\Pi \geq 0.95$ ergibt sich somit einer Kontakt-abstands-/Durchmesserverhältnis $\tilde{\lambda}/d$ von mindestens etwa acht. Wir werden die Streuvorgänge an sich kreuzenden Zylindern als Störung analog zu Korrekturen betrachten, welche wegen der Zylinderenden erforderlich werden können. Das Längen-/Durchmesserverhältnis \tilde{R} gibt das aus der Beugungstheorie folgende Verhältnis der Einhüllenden $P_e(\theta)$ der Phasenfunktion in Ebenen senkrecht und parallel zur Zylinderachse wieder (BOHREN (1983), S. 211):

$$\tilde{R}^2 = \frac{P_e(\theta, \perp)}{P_e(\theta, \parallel)} \geq 64 \quad (\Pi \geq 0.95) \quad (80)$$

Für hohe Porosität sollte man daher die Kontaktbereiche ebenso wie die Zylinderenden bei langen Fasern vernachlässigen und durchweg mit unabhängiger Streuung an unendlich langen Zylindern rechnen dürfen, wenn man sich ausschließlich auf das Nicht-Überdeckungskriterium der C_{Ext} abstützt.

BREWSTER (1981) gibt eine Übersicht über kritische Porositätswerte, unterhalb derer nach Meinung verschiedener Autoren abhängige Streuung vorliegen soll. Brewster zeigt jedoch, daß dieses Kriterium keine Abgrenzung zwischen unabhängiger und abhängiger Streuung zu liefern vermag, weil es das Verhältnis Teilchenseparation/Wellenlänge der einfallenden Strahlung nicht enthält (s. u.).

In einer weiteren Untersuchung, von welchen Teilchenabständen \hat{D} an mit unabhängiger Streuung gerechnet werden darf, wurden Extinktionsquerschnitte und gestreute Strahlung zweier sphärischer Teilchen in Abhängigkeit von \hat{D} gemessen (WANG (1981)). Die Teilchen wurden entweder in Richtung der Normalen der einfallenden Welle gesehen hintereinander kontaktiert oder unter verschiedenen Winkeln $\tilde{\alpha}$ zur Einfallsrichtung separiert. Die Ergebnisse werden auf die einfache Regel gebracht, abhängige Streuung sei dann für die Extinktion wichtig, wenn das hintere-

re Teilchen innerhalb des Winkels $\tilde{\alpha} < 60^\circ$ gegen die Einfallrichtung liegt und nicht mehr als zehn Teilchendurchmesser vom vorderen Teilchen entfernt ist.

Bei hintereinander liegenden Teilchen ($n = 1.363$, $x = 4.678$ (WANG (1981))) verringert sich Q_{Ext} um den Faktor zwei, wenn der Abstand $\hat{k}\hat{D} = (2\pi/\lambda)\hat{D}$ sich um den Faktor drei verkleinert. Die experimentellen Ergebnisse für Q_{Ext} und für die unter 90° gestreute Strahlung werden durch strenge Berechnung von $i'(90^\circ)$ zweier kontaktierender sphärischer Teilchen bestätigt (KATTAWAR (1983)). Für $n = 1.54$, $x = 0.9283$ und $\tilde{\alpha} = 0^\circ$ und 90° in Abhängigkeit von $\hat{k}\hat{D}$ berechnete Q_{Ext} zeigen zu größeren $\hat{k}\hat{D}$ hin allmählich gedämpfte Oszillationen um den Q_{Ext} -Wert für zwei nicht miteinander wechselwirkende sphärische Teilchen. Für $\hat{k}\hat{D} \geq 10$, d. h. für $\hat{D} \approx 5d$ betragen die Abweichungen für r-polarisiert einfallende Strahlung (Definition in Abb. 2) höchstens 15 %, für l-polarisierte Strahlung höchstens 10 % des Werts, der für unabhängige Streuung erhalten würde, wenn die Teilchenabstände alle gleich wären. Wenn man eine Mittelung über die $\hat{k}\hat{D}$ innerhalb des von KATTAWAR (1983) untersuchten Bereichs $2x \leq \hat{k}\hat{D} \leq 18$ vornimmt und unter der Annahme, daß alle $\hat{k}\hat{D}$ gleichmäßig besetzt sind, würde man für $\tilde{\alpha} = 0^\circ$ einen Fehler von höchstens -8 % und für $\tilde{\alpha} = 90^\circ$ einen Fehler von höchstens -2% bei unpolarisiert einfallender Strahlung erhalten, falls man abhängige Streuung vernachlässigt. Daher ist die Annahme unabhängiger Streuung eine gute Näherung, solange \hat{D} nicht sehr klein ist.

Für ein regelmäßiges Gitter kann man einen mittleren Abstand \hat{D} für Teilchen des Durchmessers d als Funktion der Porosität abschätzen. Mit einem streuenden Infrarottrübungsmittel (z. B. TiO_2 mit $4 \mu\text{m}$ Primärteilchendurchmesser, 15 % Konzentration in einer dispersen Pulverisolation von 300 kg/m^3 Dichte) resultiert ein mittlerer Teilchenabstand $\hat{D} = 4d$. Für diese streuenden Teilchen wäre die Fehler bei der Berechnung von Q_{Ext} nach KATTAWAR (1983) (s. o.) etwas höher (der Brechungsindex von TiO_2 ist jedoch wesentlich größer, so daß der Vergleich mit den theoretischen Ergebnissen von KATTWAR (1983) erschwert wird).

Eine ähnliche Auffassung vertreten bereits HOTTEL (1970, 1971) sowie BREWSTER (1982): Nicht das Verhältnis \hat{D}/d sondern die Anzahl der Wellenlängen $(\hat{D}-d)/\lambda$ ist das Kriterium, nach dem sich abhängige oder unabhängige Streuung ergibt. Solange $(\hat{D}-d)/\lambda < 0.3$, liegt abhängige Streuung vor.

Mit dem bei KATTAWAR (1983) verwendeten Parameter $x = 0.9283$ folgt $d/\lambda = 0.296$ und hiermit als Kriterium $k\hat{D} < 3.74$ für abhängige Streuung. Dies wird durch die Ergebnisse für $n = 1.54$ bei KATTAWAR (1983) bestätigt: Unterhalb $k\hat{D} = 4$ sind die Abweichungen von $Q_{\text{Ext},r}$ und $Q_{\text{Ext},l}$ bei $\tilde{\alpha} = 0^\circ$ und 90° vom Q_{Ext} -Wert für unabhängige Streuung beträchtlich.

Die von BREWSTER (1981, 1982) erzielten Ergebnisse werden durch sehr gute Übereinstimmung zwischen gemessenen und berechneten Transmissions- und Reflexionskoeffizienten gestützt.

Da die drei voneinander unabhängigen Arbeiten von WANG (1981), BREWSTER (1981, 1982) und KATTAWAR (1983) in ihren Ergebnissen für die Extinktionsquerschnitte übereinstimmen, muß man davon ausgehen, daß das am Beginn dieses Abschnitts genannte Überdeckungskriterium nur einen ungefähren Anhaltspunkt bietet: Für $x = 0.9283$ folgt nämlich aus obigen Überlegungen $\hat{D}/d < 2.01$ für abhängige Streuung gegenüber $\hat{D}/d < 2.15$ für $n = 1.54$ aus Abb. 4 (die "Gefahr" für abhängige Streuung ist also größer).

2.2.3.4 Näherungen für Phasenfunktionen

Dieser Abschnitt bereitet die Definition eines effektiven Extinktionskoeffizienten vor, der bei der Erklärung eigener Messungen in Teil II benutzt wird.

Da die Phasenfunktionen für sphärische und zylindrische Teilchen in der Mie-Theorie als komplexe Reihen-Entwicklungen vorliegen, wurde zur vereinfachten Integration der Quellenfunktion mehrfach versucht, sie durch geschlossene Ausdrücke zu approximieren. Die teilweise sehr komplizierten Winkelverteilungen der gestreuten Strahlung, welche mit dem Parameter x stark fluktuieren können (s. z. B. BORN (1965), S. 655, für ein dielektrisches sphärisches Teilchen), beschränken die Güte der Näherungen jedoch darauf, wenigstens den mittleren Grad der Anisotropie richtig wiederzugeben. Eine Übersicht, welche die wichtigsten Näherungen für die Phasenfunktion enthält, gibt VAN DE HULST (1980), S. 306/307.

Für eine näherungsweise Darstellung der Phasenfunktion müssen Albedo Ω und Asymmetriefaktor $\bar{\mu} = \overline{\cos\theta}$ (s. u.) bestimmt werden. Der Asymmetriefaktor $\bar{\mu}$ folgt aus einer Reihenentwicklung der Phasenfunktion nach Legendre-Polynomen:

$$\Omega \cdot \phi(\mu) = \sum_{\ell=1}^{\infty} \omega_{\ell} \cdot P_{\ell}(\mu) \quad (81)$$

Die Legendre-Koeffizienten ω_{ℓ} erhält man aus

$$\omega_{\ell} = \frac{2\ell+1}{2} \Omega \int_{-1}^1 \phi(\mu) \cdot P_{\ell}(\mu) \cdot d\mu \quad (82)$$

Für isotrope Streuung ($\phi(\mu) = \text{const}$) bricht die Reihe bei $\ell = 0$ ab: $\omega_0 = \Omega$. Bei schwach anisotroper Streuung sollte es genügen, bis $\ell = 1$ zu entwickeln: $\omega_1 = 3\Omega\bar{\mu}$, worin

$$\bar{\mu} = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \phi(\mu) \cdot \cos \mu \cdot d\mu \quad (83)$$

Daß mit der auf $\ell = 1$ beschränkten Entwicklung des Asymmetriefaktors auch Fälle stark anisotroper Streuung im Diffusionsmodell beschrieben werden können, wird in Abschn. 3.4.3 und 4.4 anhand von Arbeiten mit eigener Beteiligung gezeigt.

Die Entwicklung der Phasenfunktion bis zum Term mit dem Index $\ell = 1$ ist die Grundlage des LAS-Modells (s. Abschn. 2.3).

Unter den bei VAN DE HULST (1980) aufgezählten Näherungen spielt die aus der Astronomie bekannte Henyey-Greenstein-Phasenfunktion

$$\phi(\mu) = \frac{1 - \bar{\mu}^2}{(1 + \bar{\mu}^2 - 2\mu\bar{\mu})^{3/2}} \quad (84)$$

mit den Entwicklungskoeffizienten $\omega_{\ell} = (2\ell + 1) \bar{\mu}^{\ell}$ eine ausgezeichnete Rolle. Wegen des einzigen Parameters μ ist diese Phasenfunktion bequem zu handhaben. Sie geht stetig von einem schmalen Vorwärtsmaximum ($\bar{\mu} = 1$) über die isotrope Intensitätsverteilung ($\bar{\mu} = 0$) in ein schmales Rückwärtsmaximum ($\bar{\mu} = -1$) über. Mit den schmalen Vorwärtsmaxima ist sie z. B. für die Untersuchung der Strahlungsausbreitung in transparenten Medien (Flüssigkeiten, BERGMAN (1983)) geeignet (vergl. aber die Einschränkungen unter Abb. 49 c).

McKELLAR (1981) berichtet, daß die Legendre-Reihenentwicklung der Phasenfunktion für Aerosole oft mehr als 100, für die Streuung an Tröpfchen in Wolken mehrere tausend Terme erfordern

kann. Es liegt daher nahe, die dort auftretenden scharfen Vorwärtsmaxima durch Delta-Funktionen anzunähern, d. h. in dieser Richtung völlige Transparenz zuzulassen. Die "Restphasenfunktionen" müssen dann normiert und optische Dicke und Albedo skaliert werden. McKELLAR (1981) schlägt z. B. Delta-Henyey-Greenstein-Phasenfunktionen vor.

Die mit den Skalierungen zusammenhängenden allgemeinen Ähnlichkeitstransformationen (VAN DE HULST (1968)), wie etwa die Transformation der optischen Dicke im grauen Medium $\tau + \tau(1-\bar{\mu})$, spielen für die vereinfachte Berechnung des Strahlungswärmestroms im Diffusionsmodell eine wichtige Rolle (s. Abschn. 2.3 und 3.4).

2.2.3.5 Verfügbarkeit von Brechungsindizes für disperse Medien, Temperaturabhängigkeit der Brechungsindizes

Auf die in optischen Messungen von Extinktion und gestreutem Licht erzielte glänzende Übereinstimmung mit den Vorhersagen der Mie-Theorie, über die viele Arbeiten berichten, braucht hier nicht näher eingegangen zu werden[§]. In den Abschn. 3.4.2 und 5.4.3 dieser Schrift wird über im Infrarotwellenlängenbereich zwischen 2 und 15 μm gefundene Übereinstimmungen zwischen experimentellen und berechneten spektralen Extinktionskoeffizienten sphärischer und zylindrischer, elektrisch leitender und nichtleitender Teilchen berichtet. In den Abschn. 3.4.3 und 4.4 wird gezeigt, daß sich in kalorimetrischen Messungen extrahierte effektive Extinktionskoeffizienten durch die mit spektralen Extinktionskoeffizienten, Albedo und Asymmetriefaktoren berechneten effektiven Rosseland-Mittelwerte reproduzieren lassen. Allen beschriebenen Rechnungen liegt die vollständige Mie-Theorie zugrunde.

Gegenüber den in optischen Experimenten typischen Unsicherheiten bezüglich einer möglichen Teilchengrößeveriation oder ungenügender Kenntnis des Brechungsindex treten bei Wärmeisolationen folgende Probleme hinzu: a) das wegen der Planckschen Strahlungskurve in den fernen Infrarotbereich ausge dehnte Wellenlängenspektrum, b) neben der Wellenlängenabhän-

[§] BORN (1965), S. 664, berichtet, daß in Messungen der Extinktionsquerschnitte von Schwefelsolen durch La Mer sogar die vorhergesagten Feinstrukturen bestätigt werden konnten.

gigkeit eine mögliche Temperaturabhängigkeit der Brechungsindizes, c) verschiedene Teilchengemetrien (Gerüstmaterialien, Infrarottrübungsmittel).

Brechungsindizes liegen für Gerüstmaterialien bis etwa 1 000 μm Wellenlänge vor (verschiedene Glassorten, SiO_2 , z. B. bei NEUROTH (1974), AMRHEIN (1974), HSIEH (1979), für Al_2O_3 und MgO bis 10 μm (PLASS (1964)). Für nichtmetallische Trübungsmittel existieren weit weniger Meßwerte (z. B. für TiO_2 bis 10 μm bei KRUSE (1971), Fe_3O_4 bis 14 μm bei BUCHENAU (1972)) bzw. für die komplexe Dielektrizitätskonstante von Fe_3O_4 bis 41 μm Wellenlänge bei SCHLEGEL (1979)). Für die weitaus überwiegende Anzahl nichtleitender Materialien wurden die Brechungsindizes oder Dielektrizitätskonstanten nur im Bereich kurzwelliger Strahlung gemessen (s. z. B. LANDOLT-BÖRNSTEIN (1962)). Dagegen kennt man bei Metallen experimentell bestimmte Brechungsindizes bis zu Wellenlängen über 100 μm (ORDAL (1983)).

Da in Wärmeisolationen wegen der spektralen Verteilung der Strahlung des Schwarzen Körpers der Bereich des fernen Infrarot wichtig ist (es sei denn, sehr hohe Temperaturen würden auch eine Berücksichtigung des nahen Infrarot erforderlich machen), kann man bezüglich der Brechungsindizes metallischer Teilchen (die als infrarotoptische streuende Trübungsmittelteilchen eingesetzt werden könnten), auf die aus den Maxwell-Gleichungen folgenden Beziehungen zurückgreifen (s. z. B. SIEGEL (1972), S. 91) §, §§:

$$n^2 = \frac{\tilde{\mu} \hat{\epsilon}^2}{2} \left\{ 1 + \left[1 + \left(\frac{\Lambda}{2\pi \tilde{\epsilon} \rho_{e1} \hat{c}} \right)^2 \right]^{1/2} \right\} \quad (85 \text{ a})$$

$$\tilde{k}^2 = \frac{\tilde{\mu} \hat{\epsilon}^2}{2} \left\{ -1 + \left[1 + \left(\frac{\Lambda}{2\pi \tilde{\epsilon} \rho_{e1} \hat{c}} \right)^2 \right]^{1/2} \right\} \quad (85 \text{ b})$$

§ Dies ist die einzige Information, welche die Maxwell-Gleichungen zu den Brechungsindizes liefern können.

§§ Hierin bezeichnen n den Realteil, \tilde{k} den Imaginärteil des komplexen Brechungsindex, sowie \hat{c} die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum.

Hieraus folgt bei großen Wellenlängen und kleinem elektrischen Widerstand, daß $n \cong \tilde{k}$.

Da Gl. (85 a,b) n und \tilde{k} überschätzen, ist es oft zweckmäßiger, n und \tilde{k} aus vorhandenen Meßwerten auf große Wellenlängen zu extrapolieren, bis der Anschluß an die Hagen-Rubens-Werte $n \cong \tilde{k} = \text{const} \cdot (\Lambda/\rho_{E1})^{1/2}$ (SIEGEL (1972), S. 111) erfolgt (s. z. B. WANG (1983)).

Neben tabellierten Brechungsindizes existieren umfangreiche Sammlungen der Transmissionskoeffizienten anorganischer Stoffe (z. B. NYQUIST (1971)), welche qualitativen Aufschluß über Strukturen im Absorptionsterm \tilde{k} des komplexen Brechungsindex geben können, ebenso wie Meßwerte der dielektrischen Konstanten und Verlustwinkel.

Für die thermischen Emissionskoeffizienten, Absorptions- und Reflexionsvermögen liegen ebenfalls umfangreiche Datensammlungen vor (TOULOUKIAN (1970)).

Das eigentliche Problem bei der Ermittlung von Brechungsindizes ist nicht das häufige Fehlen experimenteller Werte; man kann notfalls aus gemessenen Transmissions- oder Reflexionspektren, aus Messungen der elektrischen Leitfähigkeit oder der photoakustischen Absorption und anderer schon genannter Beobachtungsgrößen den in etwa richtigen Verlauf bzw. Betrag des Brechungsindex oder seiner Komponenten konstruieren, wenn man beachtet, daß die Absolutwerte von \tilde{k} bei Nichtleitern i. a. bei etwa 10^{-6} , bei absorbierenden Substanzen zwischen 10^{-3} und 1 liegen und nur für Metalle wesentlich größer als 1 werden können (vergl. z. B. die Diskussion über den Betrag von \tilde{k} bei BOHREN (1983), S. 279 - 280, und die von VAN DE HULST (1981), S. 268 - 269, vorgenommene Einteilung). Die Übertragung der an makroskopischen, ebenen Oberflächen homogener Substanzen gemessenen Brechungsindizes (d. h. wo die Fresnel'schen Beziehungen gültig sind) auf mikroskopische Teilchen (z. B. Silica) bildet die eigentliche Schwierigkeit. Nur für ideale und gleichmäßige Teilchengemetrien scheint dieses Vorgehen zulässig zu sein.

Amorphes SiO_2 bietet einen empfindlichen Test, inwieweit im Idealfall makroskopische optische Konstanten in Berechnungen der Streuquerschnitte etc. für mikroskopische Teilchen übernommen werden dürfen. Amorphe SiO_2 -Teilchen sind fast perfekt sphärisch (VEALE (1972), S. 41) und völlig isotrop. Der Brechungsindex von amorphem SiO_2 ist über einen großen

Wellenlängenbereich genau bekannt, und die Teilchendurchmesser von Silica sind mit 0.04 bis 0.1 μm so klein, daß im Rayleigh-Limit mit vom Durchmesser unabhängigen spezifischen Extinktionsquerschnitten $C_{\text{Ext}}/\text{Volumen}$ gerechnet werden darf. Die Bildung von Agglomeraten kann im Vakuum unterdrückt werden. BOHREN (1983), S. 361, berichtet über befriedigende Übereinstimmung zwischen gemessenen und berechneten $C_{\text{Ext}}/\text{Volumen}$ für eine bei 9 μm gelegene Resonanzabsorption, wenn die makroskopischen optischen Konstanten von amorphem SiO_2 in der Rechnung verwendet wurden.

Über die Temperaturabhängigkeit der Brechungsindizes im Infrarotwellenlängenbereich ist wenig bekannt.

Für LiF beobachtet man mit steigender Temperatur eine Verringerung des reellen Brechungsindex bei Wellenlängen über 20 μm (LANDOLT-BÖRNSTEIN (1962), S. 2-413/414). Soweit in dieser Datenaufstellung die Temperaturabhängigkeit dn/dT angegeben ist (loc. cit., S. 2-405 bis 2-432), nehmen die reellen Brechungsindizes von NaCl, KCl, KBr, KJ, CsJ, CaF_2 und kristallinem SiO_2 mit steigender Temperatur ab.

Die Dielektrizitätskonstante des als Infrarottrübungsmittel seit kurzem (s. Abschn. 3.1) verwendeten Fe_3O_4 reduziert sich zwischen 3 und 14 μm Wellenlänge etwa um den Faktor 1.5, wenn die Temperatur von 77 auf 293 K erhöht wird (BUCHENAU (1972)). SCHLEGEL (1979) beobachtet, daß das Reflexionsvermögen im gleichen Wellenlängenbereich abnimmt, wenn diese Temperaturerhöhung vollzogen wird (hierfür ist der Metall-Nichtmetall-Phasenübergang des Fe_3O_4 bei 119 K verantwortlich).

Es ist bekannt, daß Absorption im fernen Infrarot (ca. 100 μm) bei kristallinen Substanzen stark von der Temperatur abhängt (Zunahme der Linienbreite, Verschiebung der Linien in den langwelligen Bereich). Temperaturabhängigkeit liegt auch für einzelne Banden amorpher Substanzen vor, z. B. die Abnahme der 3.6 μm O-H-Schwingungsbande in Silikatglas, generell aber Zunahme der Absorption bei steigender Temperatur in Borosilikatglas (KUNC (1984)), Verschiebung der Nicht-Transparenzgrenze zu kürzeren Wellenlängen.

Nach BAUER (1982) nimmt das Gesamtemissionsvermögen von SiO_2 , Al_2O_3 , ZrO_2 und MgO zwischen 300 und 2 000 K stetig mit der Temperatur auf Werte von ca. 0.2 bis 0.3 ab, ist bei Cr_2O_3 und SiC im gleichen Temperaturbereich dagegen fast konstant (0.75 bis 0.9 bzw. ca. 0.97). Spektrale Abhängigkeit und Temperaturabhängigkeit der Emissionsvermögen von reinen Oxiden und Oxidgemischen wurden schon von RITZOW (1934) bei verschiedenen Korngrößen untersucht (Al_2O_3 , MgO, ThO_2 , ZrO_2 , BeO, CeO_2 im Wellenlängenbereich 1 bis 10 μm). Zwischen den Messungen von RITZOW (1934) und BAUER (1982) besteht bei verschiedenen Oxiden hinsichtlich der Temperaturabhängigkeit des Emissionsvermögens nicht immer Übereinstimmung.

2.3 Review: Näherungslösungen des Strahlungsausbreitungsproblems in dispersen Medien

Anzahl und Vielfalt allein der in den letzten beiden Jahrzehnten erschienenen Arbeiten zum allgemeinen Strahlungsausbreitungsproblem (verschiedene Medien, Geometrien, mit Berücksichtigung von Wärmeleitung und Konvektion) ist kaum überschaubar (für eine neuere Übersicht vergl. VISKANTA (1982)). Viele der Lösungsansätze sind eine Domäne theoretischer Physik und angewandter Mathematik. Wir werden uns hier vorwiegend mit Näherungsmethoden beschäftigen. Mit Blick auf die Arbeit Viskantas sei eingangs bemerkt, daß die in der Literatur vertretenen Auffassungen über die Abgrenzung von exakten und Näherungslösungen nicht einheitlich sind. Während Viskanta in der o. a. Arbeit dahin tendiert, diese Unterscheidung nach mathematischen Lösungsmethoden vorzunehmen, wird z. B. bei SIEGEL (1972) auf die Berücksichtigung physikalischer Terme in den Strahlungsbilanzen abgehoben. VISKANTA (1982) rechnet demgemäß die Diskrete Ordinaten Methode zu den Näherungslösungen während BREWSTER (1981) sie als exakte Methode benutzt, um aus dem Zwei-Flußmodell erhaltene Lösungen zu kontrollieren.

Wir werden in diesem Abschnitt einer von VISKANTA (1966) vorgenommenen Aufzählung der Näherungsmethoden folgen. Weil es hier mehr auf die Nähe zu kalorimetrischen Messungen an dispersen Medien ankommt, werden die Akzente in diesem Abschnitt aber etwas anders gesetzt.

Die auf disperse Medien am häufigsten mit dem Ziel angewandten Näherungsmethoden, das Strahlungsausbreitungsproblem zu lösen, sind

die nach Schuster und Schwarzschild benannte Zwei-Flußnäherung und die ihr sehr ähnliche Milne-Eddington-Methode

deren Verallgemeinerung durch die Auflösung des kontinuierlichen Strahlungsfeldes in eine höhere Anzahl diskreter Teilstrahlen, die Diskrete Ordinaten Methode

die formale Lösung der Strahlungstransportgleichung für ein graues, isotrop streuendes, wärmeleitendes oder nicht-wärmeleitendes Medium und ihre Erweiterungen auf anisotrope Streuung,

das den kalorimetrischen Messungen mit nicht-transparenten Medien besonders nahestehende Strahlungsdiffusionsmodell und seine Modifizierung bezüglich anisotroper Streuung.

Die von VISKANTA (1966) daneben genannte Spherical Harmonics-Methode und die Transparenznäherung sollen hier nur am Rande erwähnt werden. Auch auf die an gleicher Stelle angesprochenen Integralkern-Substitutionen gehen wir hier nicht ein.

Erste erfolgreiche Versuche, die Strahlungstransportgleichung zu formulieren und zu lösen (jedoch ohne in der Energiebilanz Wärmeleitungsvorgänge zu berücksichtigen bzw. berücksichtigen zu müssen) gehen auf SCHUSTER (1905) und SCHWARZSCHILD (1906) zurück.

Schwarzschild gelingt es mit der Annahme, die Sonnenatmosphäre sei ein graues Gas und Streuung könne vernachlässigt werden, die bekannte Randverdunklung der Sonne zu erklären und die Stabilität der Temperaturverteilung in ihren äußeren Schichten auf ein Strahlungsgleichgewicht zurückzuführen (im Fall eines adiabatischen Gleichgewichts hätte man einen schwarzen Sonnenrand zu erwarten).

Das in der Literatur bekanntgewordene Schuster-Schwarzschild-Zwei-Flußmodell enthält die Annahme, der Strahlungsfluß \dot{q}_{Rad} lasse sich durch zwei gegenläufige Komponenten \dot{q}_+ und \dot{q}_- beschreiben: $\dot{q}_{\text{Rad}} = \dot{q}_+ - \dot{q}_-$. Das Strahlungsfeld wird in die gegenläufigen mittleren Intensitäten i'_+ ($0 \leq \mu \leq 1$, worin $\mu = \cos\beta$) und i'_- ($-1 \leq \mu \leq 0$) eingeteilt. Im grauen Medium haben wir

$$i'_+(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_0^1 i'(\tau, \mu) \cdot d\mu \quad (86 \text{ a})$$

$$i'_-(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^0 i'(\tau, \mu) \cdot d\mu \quad (86 \text{ b})$$

Unter der Annahme[§], daß

$$\int_0^1 \mu \cdot i'(\tau, \mu) \cdot d\mu \cong \frac{1}{2} \int_0^1 i'(\tau, \mu) d\mu = \pi i'_+(\tau) \quad (87 \text{ a})$$

$$\int_{-1}^0 \mu \cdot i'(\tau, \mu) \cdot d\mu \cong -\frac{1}{2} \int_{-1}^0 i'(\tau, \mu) d\mu = -\pi i'_-(\tau) \quad (87 \text{ b})$$

ergibt die Integration der Strahlungstransportgleichung (Gl. (53)) bei isotroper Streuung (d. h. $\Phi(\omega, \omega_i) = 1$) über $d\mu$ zunächst

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{di'_+}{d\tau} + i'_+ = (1 - \Omega) \cdot i'_b + \Omega i' \quad (88)$$

$$-\frac{1}{2} \cdot \frac{di'_-}{d\tau} + i'_- = (1 - \Omega) \cdot i'_b + \Omega i' \quad (89)$$

Offensichtlich sind Gl. (87 a,b) genau dann erfüllt, wenn $i'(\tau, \mu) = i'(\tau)$, d. h. wenn die gerichtete Intensität isotrop ist, wie in Abb. 6 a angedeutet. Dies ist die Voraussetzung der Milne-Eddington-Näherung.

In Abschn. 3.5 wird mittels einer numerischen Untersuchung CAPS (1984 a)) gezeigt, daß diese Voraussetzung (und damit auch die für die Schuster-Schwarzschild erforderlichen Gl. (87 a,b) selbst im Fall stark anisotroper Streuung oder einer stark anisotropen Strahlungsquelle schon nach geringen optischen Dicken (d. h. einer kleinen Anzahl mittlerer freier Weglängen der Strahlung) erfüllt sind.

Multiplikation der Gl. (88,89) mit π ergibt (wegen der für isotrope Intensität erfüllten Beziehung $\dot{q}'_{\pm} = \pi i'_{\pm}$) zwei analoge Gleichungen für den Strahlungsfluß.

Hier bietet sich eine Erweiterung an: Man kann den gestreuten Strahlungsanteil durch den jeweils gegenläufigen Fluß ausdrücken. Nach Einführung eines Rückstreuoeffizienten b (Gl. (98)), mit dem man sogar versucht, anisotrope Streuung durch Gewichtung der gegenläufigen Strahlungsflüsse zu simulieren, erhält man (s. z. B. WANG (1983), TONG (1983)):

§

Für eine Übersicht über Mittelungen der Strahlungstransportgleichung vergl. AMBARZUMJAN (1957), S. 18 - 22.

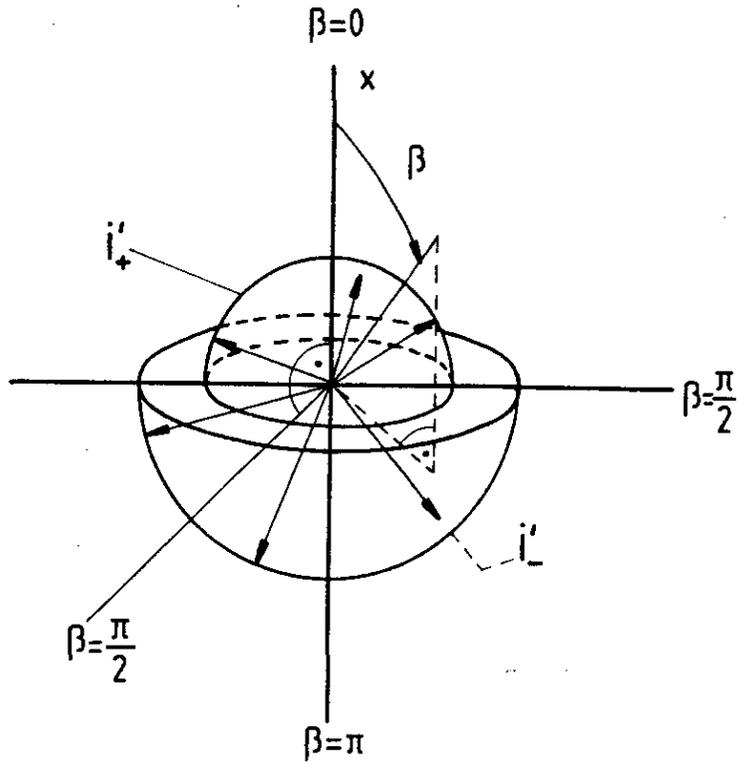


Abb. 6 a Geometrie für gegenläufige isotrope Intensitäten i_+ und i_- .

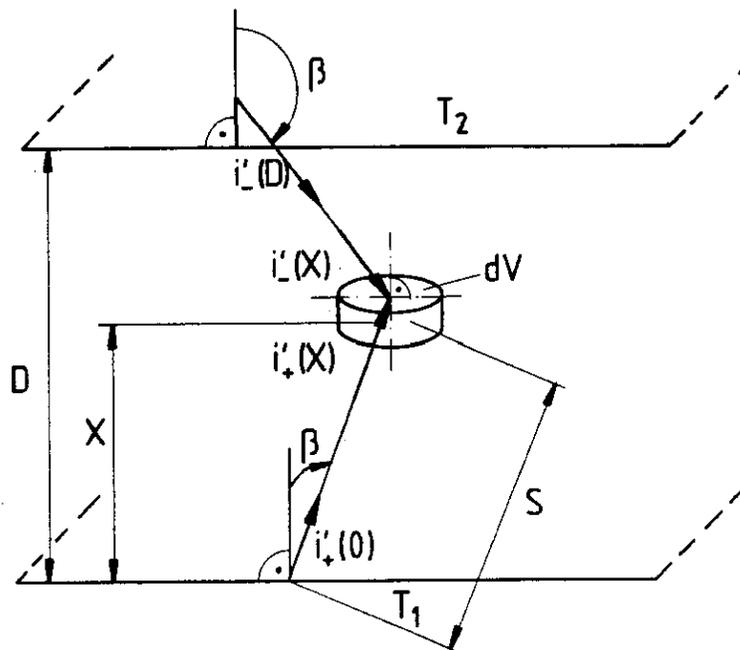


Abb. 6 b Geometrie für Strahlungsausbreitung im unendlich ausgedehnten ebenen Medium

$$\frac{d\dot{q}_+}{dx} = -2A\dot{q}_+ - \hat{2b}S\dot{q}_+ + \hat{2b}S\dot{q}_- + 2Ae_b \quad (90)$$

$$\frac{d\dot{q}_-}{dx} = 2A\dot{q}_- + \hat{2b}S\dot{q}_- - \hat{2b}S\dot{q}_+ - 2Ae_b \quad (91)$$

Hierin bezeichnen A und S die Absorptions- und Streukoeffizienten.

Im Fall sehr niedriger Temperaturen kann der Emissionsterm $2Ae_b$ (e_b = vom Schwarzen Körper hemisphärisch emittierte integrale Strahlungsleistung) vernachlässigt werden. Die Lösungen \dot{q}_+ und \dot{q}_- haben dann bei isotroper Streuung ($\hat{b} = 1/2$) und mit der Schichtdicke D eines ebenen Mediums die Form

$$\dot{q}_+ = \tilde{A}\tilde{\beta}e^{Dx} + \tilde{B}e^{-Dx} \quad (92)$$

$$\dot{q}_- = \tilde{A}e^{Dx} + \tilde{B}\tilde{\beta}e^{-Dx} \quad (93)$$

und sind leicht zu verifizieren. Ohne Wärmeleitung ergibt sich die Temperaturverteilung aus der rein algebraischen Gleichung

$$\sigma T^4(\tau) = \frac{1}{4} \int_{2\pi} i'_+ d\omega + \frac{1}{4} \int_{2\pi} i'_- d\omega = \frac{1}{2} [\dot{q}_+(\tau) + \dot{q}_-(\tau)] \quad (94)$$

Transmissionsvermögen \hat{T} und Reflexionsvermögen \hat{R} sind zu berechnen aus

$$\hat{T}(D) = \frac{\dot{q}_+(D)}{\dot{q}_-(0)} \quad \hat{R}(D) = \frac{\dot{q}_-(0)}{\dot{q}_+(0)} \quad (95, 96)$$

Aus dem gemessenen Reflexionsvermögen einer unendlich dicken Schicht ($\hat{b} = 1/2$) kann man die Albedo bestimmen:

$$\hat{R}(D \rightarrow \infty) = \hat{R}_\infty = \frac{1 - (1 - \Omega)^{1/2}}{1 + (1 - \Omega)^{1/2}} = \tilde{\beta} \quad (97)$$

Die Gültigkeit des Zwei-Flußmodells wurde zuletzt von BREWSTER (1982) im Fall anisotroper Streuung durch Vergleich mit einer exakten Rechnung (nach der Methode der Diskreten Ordinaten, s. u.) überprüft. Dieser Vergleich ist deswegen interessant, weil alle in die Flußgleichungen eingehenden Parameterfunktionen über die Mie-Theorie berechnet wurden (es gibt daher im Gegensatz zu vielen früheren Arbeiten dort keine freien Parameter). Für sphärisch-dielektrische Teilchen ($n = 1.21$, $x = 1$) ergibt sich mit dem Zwei-Flußmodell für Transmissions- und Reflexionskoeffizienten eine Abweichung von maximal 10 % von den exakten Resultaten im Bereich der optischen Dicken $0.1 \leq \tau_0 \leq 100$. Der Rückstreufaktor

$$\hat{b} = \frac{1}{2} \iint \phi(\mu, \mu') \cdot d\mu \cdot d\mu' \quad (0 \leq \hat{b} \leq 1) \quad (98)$$

liegt hier ($\hat{b} = 0.43$) allerdings in der Nähe der isotropen Streuung ($\hat{b} = 1/2$), für die sich das Zweiflußmodell bekanntlich gut bewährt. Für $x = 50$ ergeben sich dagegen bei den Trans-

missions- und Reflexionskoeffizienten Abweichungen von -30 bis -50 % bzw. + 40 %, offensichtlich weil $b = 0.14$ (d. h. weil bevorzugte Vorwärtsstreuung ($b = 0$) vorliegt). Der Grund für die Abweichungen von den exakten Resultaten ist daher in der Anisotropie der Phasenfunktion bzw. in der mangelhaften Berücksichtigung der Anisotropie der Streuung im Zwei-Flußmodell zu suchen. Zur Verbesserung schlägt TRUELOVE (1984) eine Delta-Phasenfunktion

$$\Phi(\mu, \mu') = 2\hat{\alpha}\delta(\mu - \mu') + (1 - \hat{\alpha}) \sum_{\ell=0}^N a_{\ell} P_{\ell}(\mu) \cdot P_{\ell}(\mu') \quad (99)$$

vor, in der die bei großen x -Werten wegen der starken Beugung nach vorn orientierte Phasenfunktion durch eine Summe über eine Delta-Funktion und die übliche Reihenentwicklung über Legendre-Polynome ersetzt wird. Mit $N = 0$ ergibt sich die einfachste Näherung: Ein nach vorn gerichtetes Delta-Funktionsmaximum über einer sonst isotropen Phasenfunktion. In der $N = 1$ -Näherung wird neben der Delta-Funktion eine linear anisotrope Phasenfunktion angesetzt: $\Phi(\mu, \mu') = 1 + \tilde{\alpha} \cdot \mu \cdot \mu'$ (diese Phasenfunktion gibt dem häufig zitierten LAS-Modell seinen Namen, s. u.). TRUELOVE (1984) zeigt für die gleichen von BREWSTER (1982) verwendeten Parameterfunktionen und optischen Dicken, daß mit der "δ-1-Näherung" die oben aufgezählten Abweichungen von den exakten Resultaten beseitigt werden können. Die Anwendung von δ-N-Phasenfunktionen führt daher zu einer erheblichen Aufwertung des Zwei-Flußmodells.

Die Methode der Diskreten Ordinaten ist auf eine Erweiterung der beiden Grundgleichungen (Gl. (88, 89)) in ein System von $2n$ Flußgleichungen gerichtet, in dem das Schuster-Schwarzschild-Problem als Spezialfall enthalten ist.

Bei isotroper Intensitätsverteilung genügt es, eine Richtung μ zu untersuchen. Dagegen verlangt eine nicht-isotrope Intensitätsverteilung (im mindestens teilweise transparenten Medium, s. Abschn. 3.5) die Auswahl so vieler Richtungen μ_i (s. Beispiel in Abb. 7), daß die Verteilung hinreichend genau beschrieben werden kann. Als Näherungsansatz n -ter Ordnung (mit $2n$ Orientierungen) werden demzufolge $2n$ Strahlungstransportgleichungen des Typs der Gl. (2) bzw. (53)

$$\mu_i \frac{di'(\tau, \mu_i)}{d\tau} + i'(\tau, \mu_i) = (1-\Omega) i'_b + \frac{\Omega}{2} \int_{-1}^1 i'(\tau, \mu_i) \cdot \Phi(\mu_i, \mu) \cdot d\mu \quad (100)$$

für die Richtungen μ_i ($i = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n$) mit $\mu_{-i} = -\mu_i$ er-

halten. Die Lösung dieses Gleichungssystems wird erschwert durch den Integralterm in der Quellenfunktion, da die Phasenfunktion $\phi(\mu_i, \mu')$ eine Funktion aller μ_i ist. Die entscheidende Vereinfachung besteht darin, den Integralterm durch eine Reihenentwicklung zu ersetzen

$$\int_{-1}^1 i'(\tau, \mu_i) \cdot \phi(\mu_i, \mu) \cdot d\mu = \sum_{j=1}^n a_j \cdot f(\tau, \mu_j) \quad (101)$$

Hierin sind die a_j die Gewichte, die aus einer Quadraturformel und der optimalen Unterteilung des Intervalls $[-1, 1]$ hervorgehen (CHANDRASEKHAR (1960), S. 54 - 69, oder KOURGANOFF (1952), S. 101 - 102).

Im Fall $n \geq 1$ und für reine isotrope Streuung ($\Omega = 1$) ergeben sich Lösungen der Form

$$\pi i'(\tau, \mu_i) = \frac{3}{4} \dot{q}_{\text{Rad}} \cdot \sum_{\alpha=1}^{n-1} \left\{ \frac{L_{\alpha} e^{-k_{\alpha} \tau}}{1 + \mu_i k_{\alpha}} + \tau + \mu_i + \tilde{Q} \right\} \quad (102)$$

und für reine anisotrope Streuung

$$\pi i'(\tau, \mu_i) = \frac{3}{4} \dot{q}_{\text{Rad}} \cdot \left\{ \sum_{\alpha=1}^{n-1} \frac{L_{\alpha} e^{-k_{\alpha} \tau}}{1 + \mu_i k_{\alpha}} \left[\sum_{l=0}^N \omega_l \xi_l(k_{\alpha}) \cdot P_l(\mu_i) \right] + \left(1 - \frac{\omega_1}{3}\right) \tau + \mu_i + L_n \right\} \quad (103)$$

welche in Abschn. 3.4.2 benötigt werden. In diesen Gleichungen bezeichnen die L_{α} , k_{α} , \tilde{Q} bzw. L_{α} , k_{α} und L_n sowie ω_l und ξ_l Konstanten, die aus Randbedingungen, charakteristischen Gleichungen und Reihenentwicklungen der Phasenfunktion zu bestimmen sind (Details bei CHANDRASEKHAR (1960), S. 70 - 75 und 149 - 157).

Transmissions- und Reflexionsvermögen bis einschließlich der 5-Flußnäherung werden für isotrope Streuung von KAGANER (1969 a) angegeben, wo auch die Überlegenheit der Methode der Diskreten Ordinaten über das Zwei-Flußmodell demonstriert wird. Mittels dieser Ausdrücke können aus gemessenen Transmissions- und Reflexionsvermögen optische Dicke und Albedo bestimmt werden. Die hiermit erhaltenen Extinktions- bzw. Absorptions- und Streukoeffizienten sind notwendig genauer bestimmt, als sie aus der Zwei-Flußnäherung gewonnen werden können (wie es z. B. bei JAENICKE (1956), WEBER (1957), KORTÜM (1964) und CABANNES (1979) noch vorgenommen wurde).

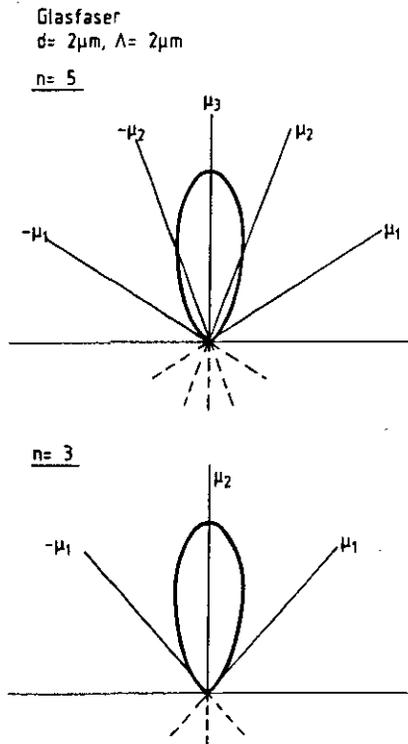


Abb. 7 Phasenfunktion für die anisotrope Streuung unpolarisierter Strahlung an einer Glasfaser und die für die 3- und 5-Flußnäherungen der Diskrete Ordinatenmethode berechneten Richtungen μ_i (CAPS (1984 a)), mit $\bar{\mu} = 0.84$.

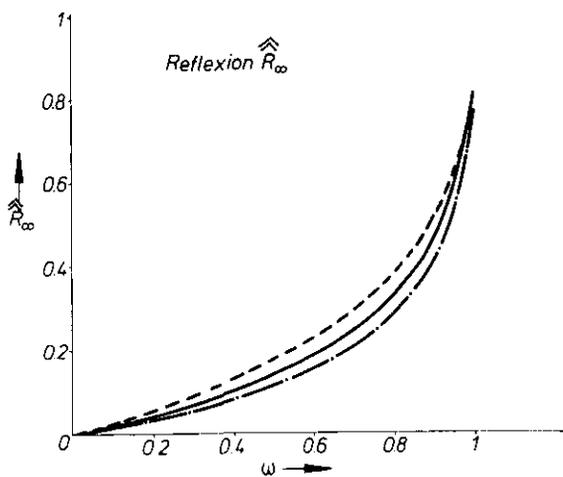


Abb. 8 Anwendung des Zwei-Flußmodells (gestrichelte Kurve) und der Diskrete Ordinaten-Methode ($n = 3$, durchgezogene Kurve: diffuser Strahlungseinfall, strichpunktierte Kurve: parallel einfallende Strahlung) zur Berechnung des Reflexionsvermögens \hat{R}_∞ an einer Schicht unendlich großer optischer Dicke, aufgetragen als Funktion der Albedo der Einzelstreuung ω (hier gleich ω). Wird \hat{R}_∞ gemessen, ist die Albedo bestimmt [REISS (1981 a)].

Abb. 8 zeigt die Abhängigkeit des Reflexionsvermögens \hat{R}_∞ an einer optisch unendlich dicken Schicht von der Albedo der Einzelstreuung Ω , zum Vergleich nach der Schuster-Schwarzschild-Lösung und der Methode der Diskreten Ordinaten in 3-Flußnäherung mit einer Markov-Integrationsformel (KAGANER (1969 a)) berechnet[§] (womit in Abschn. 3 an näherungsweise isotrop stehenden Medien Bestimmungen der Albedo vorgenommen werden konnten; wir werden die Diskrete Ordinaten-Methode in Abschn. 3.4 mehrfach benutzen).

Eine übersichtliche Lösung der Strahlungstransportgleichung einschließlich des Emissionsterms ist auch dann noch möglich, wenn das Medium grau ist. Im folgenden werde isotrope Streuung vorausgesetzt^{§§}. Im homogenen Medium zwischen zwei unendlich ausgedehnten isothermen Ebenen (Abb. 6 b) ist die optische Dicke $\tau(s) = \tau(x)/\cos\beta$. Entsprechend lautet die formale Lösung der Strahlungstransportgleichung (z. B. SIEGEL (1972), S. 444):

$$i'(\tau, \beta) = i'(0) \exp(-\tau/\mu) + \int_0^\tau i'_b(\tau^*) \cdot \exp[-(\tau - \tau^*)/\mu] \frac{d\tau^*}{\mu} \quad (104)$$

Explizit berechnete formale Lösungen der Strahlungstransportgleichung werden zur Erklärung der Experimente in Teil II zwar nicht benötigt (weil die untersuchten Medien nicht-transparent sind); aus den bekannten formalen Lösungen sind jedoch wichtige Rückschlüsse auf einige grundsätzliche Fragestellungen (Konvergenz von \dot{q}_{Rad} bei großen optischen Dicken, Gleichwertigkeit von Absorption/Emission und isotroper Streuung für die Extinktion etc.) möglich.

[§] Über Näherungen höherer Ordnung wird z. B. von BREWSTER (1981) (Gaußsche Quadratur mit bis zu 20 Stützpunkten), ROUX (1981) (24-Punkte-Gauß-Quadraturformel), MAHEUX (1984) (Hinweis auf 26-Flußnäherung) berichtet. BREWSTER (1981) enthält hierzu ein Rechenprogramm.

^{§§} Man kann sofort auf ein linear anisotrop streuendes graues Medium durch Berücksichtigung eines mit einem Anisotropiefaktor gewichteten Streuintegrals (DAYAN (1975), YUEN (1980)) in der Strahlungstransportgleichung übergehen; dies sei vorläufig zurückgestellt.

Wenn der Integrationsbereich über $d\omega$ in der Gleichung für das Strahlungsgleichgewicht

$$\sigma T^4(\tau) = \frac{1}{4} \int_0^{4\pi} i'(\tau, \omega) \cdot d\omega \quad (105)$$

in zwei Bereiche $\mu \geq 0$ und $\mu < 0$ aufgespalten wird, kann man zwei Teilintensitäten $i'_+(\tau, \beta)$ und $i'_-(\tau, \beta)$ berechnen. Da diese i' nicht gegenläufig sind sondern von μ abhängen, ist dieser Schritt mit der Einführung des Zwei-Flußmodells nicht identisch. Gl. (105) geht daher über in

$$\sigma T^4(\tau) = \frac{1}{4} \int_0^{\pi} i'_+(\tau, \omega) \cdot d\omega + \frac{1}{4} \int_{\pi}^{2\pi} i'_-(\tau, \omega) \cdot d\omega \quad (106)$$

und für i'_+ resultiert für das absorbierende, emittierende und nichtstreuende Medium

$$i'_+(\tau, \beta) = i'_+(0) \exp(-\tau/\mu) + \int_0^{\tau} i'_b(\tau^*) \exp[-(\tau - \tau^*)/\mu] \frac{d\tau^*}{\mu} \quad (107)$$

Im Fall schwarzer Begrenzungswände lautet die Randbedingung $i'_+(0) = \sigma T_1^4/\pi$, welche nicht die Temperatur $T(0)$ der äußersten Schicht des Mediums sondern die von der Begrenzungswand emittierte gerichtete Intensität als Randbedingung vorgibt. Ein Temperatursprung zwischen Wand und äußerster Schicht des Mediums wird demnach explizit zugelassen (und ist sogar zu fordern, weil sonst ein Strahlungsfluß von der Wärmequelle Wand auf die äußerste Schicht des nicht-wärmeleitenden Mediums ganz entfallen würde).

Mit dem Gl. (107) entsprechenden Ausdruck für die Intensität i'_- erhalten wir aus Gl. (105) eine Integralgleichung für $T^4(\tau)$

$$T^4(\tau) = \frac{1}{2} \int_0^1 \left\{ T_1^4 \exp(-\tau/\mu) + \int_0^{\tau} T^4(\tau^*) \exp[-(\tau - \tau^*)/\mu] \frac{d\tau^*}{\mu} + T_2^4 \exp[-(\tau_0 - \tau)/\mu] + \int_{\tau}^{\tau_0} T^4(\tau^*) \exp[-(\tau^* - \tau)/\mu] \frac{d\tau^*}{\mu} \right\} \quad (108)$$

Diese Gleichung kann mit den Exponential-Integralfunktionen

$$E_n(x) = \int_0^1 \mu^{n-2} \exp(-x/\mu) \cdot d\mu \quad (109)$$

weiter vereinfacht werden auf

$$T^4(\tau) = \frac{1}{2} [T_1^4 E_2(\tau) + \int_0^\tau T^4(\tau^*) E_1(\tau - \tau^*) d\tau^* + T_2^4 E_2(\tau_0 - \tau) + \int_0^{\tau_0} T^4(\tau^*) E_1(\tau^* - \tau) d\tau^*] \quad (110)$$

Mit der Vereinbarung $\phi_b = (T^4(\tau) - T_2^4)/(T_1^4 - T_2^4)$ erhalten wir aus Gl. (110) eine Fredholm'sche Integralgleichung 2. Art (HEASLETT (1965))

$$\phi_b = \frac{1}{2} E_2(\tau) + \int_0^{\tau_0} \phi_b(\tau^*) E_1(|\tau - \tau^*|) d\tau^* \quad (111)$$

zur Berechnung der Temperaturverteilung. Wenn diese Gleichung numerisch gelöst ist, kann \dot{q}_{Rad} leicht berechnet werden: Da wegen Energieerhaltung $\dot{q}_{\text{Rad}}(\tau) = \text{const}$ für beliebige τ , also auch für $\tau = 0$, resultiert

$$\dot{q}_{\text{Rad}} = \sigma T_1^4 - 2 \left[\sigma T_2^4 E_3(\tau_0) + \sigma \int_0^{\tau_0} T^4(\tau^*) E_2(\tau^*) d\tau^* \right] \quad (112)$$

mit der zuvor aus der Forderung nach Strahlungsgleichgewicht ermittelten Temperaturverteilung. Es gilt die leicht beweisbare Beziehung

$$\psi_b = 1 - 2 \int_0^{\tau_0} \phi_b(\tau^*) E_2(\tau^*) d\tau^*, \quad \text{wo } \psi_b = \frac{\dot{q}_{\text{Rad}}}{\sigma(T_1^4 - T_2^4)} \quad (113)$$

(bei SIEGEL (1972), S. 452, tritt ein Fehler im Index von $E_3(\tau_0)$ auf).

Im Fall grauer Begrenzungswände wird

$$\dot{q}_{\text{Rad}} = \frac{\psi_b \cdot \sigma(T_1^4 - T_2^4)}{1 + \psi_b(1/\epsilon_1 + 1/\epsilon_2 - 2)} \quad (114)$$

Für sehr große τ_0 geht $\psi_b \rightarrow (4/3)/(1.42089 + \tau_0) \approx 4/(3\tau_0)$.
Somit erhalten wir für große τ_0

$$\dot{q}_{\text{Rad}} = \frac{4}{3} \sigma \cdot \frac{T_1^4 - T_2^4}{\tau_0} \quad (115)$$

Da die $E_n(\tau)$ für $\tau \rightarrow \infty$ gegen Null gehen, erhalten die mit ihnen multiplizierten Terme in Gl. (112) einen "lokalen" Charakter. Wenn man umgekehrt Strahlungsausbreitung in einem Gesetz formuliert, in dem nur lokale Größen und deren Ableitungen vorkommen, sollten wir Gl. (115) wiederfinden (s. u.).

Die Erweiterung der bisherigen Ergebnisse auf das absorbierende, emittierende und isotrop streuende Medium ist rein formal. Die Quellenfunktion

$$\begin{aligned} I'(\tau) &= (1 - \Omega) i'_b(\tau) + \frac{\Omega}{4\pi} \int_{4\pi} i'(\tau, \beta) d\omega \\ &= (1 - \Omega) \frac{\sigma T^4(\tau)}{\pi} + \Omega \cdot \overline{i'}(\tau) \end{aligned} \quad (116)$$

reduziert sich wegen des Strahlungsgleichgewichts

$$\overline{i'}(\tau) = \frac{\sigma T^4(\tau)}{\pi} \quad \text{für } \Omega < 1 \quad (117)$$

auf

$$I'(\tau) = i'_b(\tau) \quad (118)$$

wobei $\pi \cdot \overline{i'}$ die gesamte auf ein Volumenelement auftreffende (d. h. emittierte und gestreute) Strahlung bezeichnet. Hieraus geht explizit hervor, daß im nichtwärmeleitenden Medium Absorption/Emission und isotrope Streuung bezüglich der Strahlungsextinktion gleichwertige Prozesse sind.

Daher hängen Temperaturverteilung und Strahlungsstrom \dot{q}_{Rad} in diesem Medium nicht von der Albedo ab. Die Lösungen sind somit identisch mit den vorigen für das nicht-streuende Medium: Man braucht nur $\tau = \int_{s_1}^{s_2} A(s) \cdot ds$ durch $\tau = \int_{s_1}^{s_2} E(s) \cdot ds$ zu ersetzen (d. h. man transformiert die Strahlungstransportgleichung für das absorbierende/emittierende Medium durch die Definition der optischen Dicke auf den allgemeineren Fall des absorbierenden/emittierenden und isotrop streuenden Mediums). Im Fall des wärmeleitenden oder anisotrop streuenden Mediums ist diese einfache Substitution allerdings nicht mehr möglich (s. u.).

Beim wärmeleitenden Medium wird der Lösungsweg dadurch erschwert, daß neben den vierten Potenzen der lokalen Temperatur $T(\tau)$ und eventuell temperaturabhängigen Absorptions-, Streu- und Emissionskoeffizienten weitere Terme auftreten, die von lokalen Temperaturgradienten abhängen und mit temperaturabhängigen Vorfaktoren behaftet sein können. Die Energieerhaltungsgleichung (Gl. (15)) ist aus diesen Gründen nicht linear.

Dagegen ist der Faktor $(1 - \Omega)$ in Gl. (15) nicht zu kürzen, da auf der linken Seite dieser Gleichung die totale Extinktion steht,

während auf der rechten Seite die total emittierte Strahlung (1. Term) und die von der insgesamt einfallenden Strahlung total absorbierten Anteile (2. Term) enthalten sind. Als Konsequenz folgt sofort, daß im Gegensatz zum nichtwärmeleitenden Medium die "Entartung" (d. h. Gleichwertigkeit für die Extinktion) von Absorption/Emission und isotroper Streuung aufgehoben wird: Temperaturprofil und \dot{q}_{Rad} hängen daher von der Albedo ab.

Die Funktion $n(\tau) = \bar{i}(\tau)/(\sigma T_1^4)$ lautet (VISKANTA (1965), SPARROW (1966), S. 251):

$$n(\tau) = 2 \left\{ \chi_1 E_2(\tau) + \chi_2 E_2(\tau_0 - \tau) + \int_0^{\tau_0} \left[(1-\Omega) \theta^4(\tau^*) + \frac{\Omega}{4} n(\tau^*) \right] E_1(|\tau - \tau^*|) \cdot d\tau^* \right\} \quad (119)$$

Hierin bezeichnen die $\chi_{1,2}$ die von den Begrenzungswänden ausgehenden emittierten und reflektierten Strahlungsanteile. Im Fall reiner Streuung ($\Omega = 1$) und mit temperaturunabhängigen λ_{Leit} und Extinktionskoeffizienten folgt aus Gl. (15) eine lineare Temperaturverteilung. Man sieht, daß auch für sehr große N_1 (z. B. wegen sehr großer Extinktionskoeffizienten) die Ableitung $d^2\theta/d\tau^2$ gegen Null geht (weil in Gl. (119) die E_n gegen Null gehen, wenn $\tau \rightarrow \infty$).

Bei beliebigen optischen Dicken τ lauten die Lösungen für \dot{q}_{Rad} und \dot{q}_{Leit} (VISKANTA (1965)):

$$\frac{\dot{q}_{\text{Rad}}(\tau)}{\sigma T_1^4} = 2 \left[\chi_1 E_3(\tau) + (1-\Omega) \int_0^{\tau} \theta^4(\tau^*) E_2(\tau - \tau^*) d\tau^* + \frac{\Omega}{4} \int_0^{\tau} n(\tau^*) E_2(\tau - \tau^*) d\tau^* - \chi_2 E_3(\tau_0 - \tau) - (1-\Omega) \int_0^{\tau_0} \theta^4(\tau^*) E_2(\tau^* - \tau) d\tau^* - \frac{\Omega}{4} \int_{\tau}^{\tau_0} n(\tau^*) E_2(\tau^* - \tau) d\tau^* \right] \quad (120)$$

$$\frac{\dot{q}_{\text{Leit}}(\tau)}{\sigma T_1^4} = -N_1 \frac{d\theta}{d\tau}(\tau) \quad (121)$$

Ein weiterer gewichtiger Unterschied zum nichtwärmeleitenden Medium liegt in der Vorgabe der Randbedingungen: Wegen der Wärmeleitvorgänge muß die Temperaturverteilung zwischen den begrenzenden Wandflächen in jedem Punkt differenzierbar sein. Während es beim nichtwärmeleitenden Medium genügt, Randwerte für die Intensität vorzuschreiben, muß hier für $\tau = 0$ und $\tau = \tau_0$ gefordert werden $\theta = 1$ bzw. $\theta = \theta_2$. Daher gibt es im wärmeleitenden Medium am Rand und an allen möglichen inneren Wärmeübergangsflächen keine Temperatursprünge.

Die prinzipiellen Auswirkungen der verschiedenen in Gl. (15) und (119), (120) und (121) eingehenden Parameter und Parameterfunktionen $\epsilon_{1,2}$, τ , τ_0 , N_1 und Ω wurden für absorbierende, emittierende, isotrop streuende und wärmeleitende Medien zuerst von Viskanta und Grosh in einer Reihe von Veröffentlichungen mit numerischen (iterativen) Lösungsmethoden in zunehmender Verallgemeinerung der optischen und thermischen Eigenschaften des Mediums untersucht (VISKANTA (1962 a,b), VISKANTA (1964), VISKANTA (1965)). Mit diesen Arbeiten wurde ein neuer numerisch orientierter Zweig der Behandlung des Strahlungsausbreitungsproblems eröffnet, den später viele andere Autoren beschritten haben.

Numerische Lösungsmethoden zur Berechnung der Temperaturverteilung in einem absorbierenden, emittierenden und streuenden Medium werden z. B. von MIHALAS (1967), S. 1 - 52, beschrieben.

In den Arbeiten von Viskanta und Grosh wurde eine, im vorigen Abschnitt dieser Schrift erläuterte offensichtliche Temperaturabhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit von Gasen und Festkörperbestandteilen des Mediums oder eine Temperaturabhängigkeit der optischen Konstanten oder der Emissionsvermögen nicht berücksichtigt. Dies gilt auch für neuere Arbeiten anderer Autoren, die vorwiegend anisotrope Streuung untersuchen (s. u., dies ist für die eigenen experimentellen Arbeiten sehr wichtig).

Die Arbeiten von TONG (1980), TONG (1983) und WANG (1983) gehen über die formalen Parametervariationen in den Arbeiten von Viskanta und Grosh hinaus, indem sie ihre Rechnungen durch Verwendung der Parameterfunktionen der Mie-Theorie auf realistische Medien beziehen (im Gegensatz zu Viskanta und Grosh aber nur für das Zwei-Flußmodell, jedoch mit der Annahme anisotroper Streuung, die mit der LAS-Phasenfunktion untersucht wird). Den gleichen Weg geht MAHEU (1984), wo die Mie-Parameterfunktionen in die aus einem 4-Flußmodell abgeleiteten Transmissions- und Reflexionsvermögen einfließen (aber ohne Emissionsterm, da ein kaltes Medium vorliegt, und ohne Wärmeleitung). YUEN (1980) untersucht wie die von Viskanta und Grosh vorgelegten Arbeiten mittels einer numerischen Lösung der Strahlungstransportgleichung den Einfluß der anisotropen Streuung in einem wärmeleitenden Medium.

YUEN (1980) entwickelt die dimensionslosen Temperaturen Θ und Θ^4 in Potenzreihen, wodurch analytische Integration mittels der E_n möglich wird. Der Quellenfunktion wird ein Streuintegral hinzugefügt, das mit einem Vorfaktor $\tilde{\alpha}$ versehen den Rang eines Anisotropie Terms erhält: $(\Omega/2) \cdot \tilde{\alpha} \int i'(\mu, \mu') \cdot d\mu$ (man braucht hierzu nur die LAS-Phasenfunktion in das Streuintegral $(\Omega/2) \cdot \int i'(\mu, \mu') \cdot \Phi(\mu, \mu') \cdot d\mu$ einzusetzen). Die Rechnungen zeigen, daß das Temperaturprofil und der Gesamtwärmestrom bei kleinen optischen Dicken nur geringfügig von $\tilde{\alpha}$ abhängen. Sind die Emissionskoeffizienten der Seitenwände klein, ist der Einfluß einer Änderung der Albedo auf Temperaturprofil und Gesamtwärmestrom deutlich größer.

Die von VISKANTA (1965) noch vorausgesagte generelle Abnahme des Gesamtwärmestroms bei zunehmender Streuung (Albedo) wird von YUEN (1980) genauer analysiert und nur für isotrope Streuung ($\tilde{\alpha} = \omega_1/\Omega = 0$) bestätigt. Bei großen Emissionskoeffizienten ϵ ist dagegen der Einfluß der Albedo gering. Bei kleinen Werten von ϵ und für $0.01 \leq N_1 \leq 1$ bei $\tau_0 = 1$ oder 10 kann der Wärmestrom auch im Fall reiner Vorwärtsstreuung kleiner ausfallen als bei reiner Absorption. Ferner zeigt sich, daß (wie zu erwarten) die additive Näherung empfindlich versagen kann, wenn $\tau_0 = 1$ und $\epsilon = 0.1$.

Die offensichtliche Bedeutung der Emissionsvermögen bei kleinen optischen Dicken wird verständlich, wenn man berücksichtigt, daß z. B. einem kleinen Emissionsvermögen ein großes Reflexionsvermögen einer nicht-transparenten Wand entspricht: Dies muß analoge Auswirkungen auf den Strahlungstransport haben wie ausgeprägte Vorwärtsstreuung. Bei großen Emissionsvermögen kommt dagegen die Variation des Anisotropieparameters $\tilde{\alpha}$ allein zur Wirkung. Mit zunehmender optischer Dicke geht dessen Bedeutung wiederum zurück, s. Abschn. 3.4.2).

Ähnliche Resultate, allerdings ohne die von YUEN (1980) vorgenommene scharfe Unterscheidung hinsichtlich des Betrags der Emissionskoeffizienten und ohne die Berücksichtigung von Wärmeleitung findet man bei DAYAN (1975), AZAD (1981).

Zu den formalen Parametertests gehört weiterhin eine Untersuchung des Einflusses spiegelnder Reflexion der Begrenzungswände des Mediums. Während die meisten Autoren von diffuser Emission und diffuser Reflexion ausgehen, zeigt die überwiegende Anzahl realer Oberflächen zwar diffuse Emission, aber spiegelnde Reflexion. Wenn in einem Medium spiegelnd reflektierte Intensität unter kleinen Winkeln gegen die Normale der Begrenzungswände konzentriert ist, durchläuft sie im Mittel einen kürzeren optischen Weg als im Fall diffuser Reflexion und wird folglich weniger stark gedämpft. Entsprechend steigt bei kleinen optischen Dicken die Zahl der Reflexionen. YUEN (1981) berechnet Temperaturver-

teilung und Strahlungsfluß in einem ebenen, absorbierenden, emittierenden und linear anisotrop streuenden Medium (ohne Wärmeleitung). Die berechneten Unterschiede zwischen diffus und spiegelnd reflektierenden Wänden sind jedoch entgegen obigen Überlegungen klein und hängen nicht vom Grad der Anisotropie der Streuung ab.

Weitere neue numerische Rechnungen mit vielen systematischen Parametertests betreffen Finite Element-Methoden zur Lösung stationärer und instationärer Transportprobleme in absorbierenden, emittierenden, isotrop streuenden und wärmeleitenden Medien (REDDY (1978), FERNANDES (1980), WU (1980), FERNANDES (1982)) in verschiedenen Geometrien. Von besonderem Interesse sind transiente Temperaturprofile, die besonders für hohe Ω erheblich von den stationären Lösungen abweichen. Die gestreute Strahlung wandert wie die absorbiert/emittierte schrittweise wie in einem Diffusionsprozeß, aber mit Lichtgeschwindigkeit zur gegenüberliegenden Begrenzung und wird dort teilweise oder ganz absorbiert, ohne daß für diese Anteile innerhalb des Mediums ein Strahlungsgleichgewicht entsteht. Infolgedessen bildet sich in der Nähe der Begrenzungswand, in der ein Wärmeimpuls erzeugt wird, ein scharfer Temperaturabfall, der erst mit zunehmender Zeit durch die langsameren "echten" Diffusionsprozesse abgebaut wird (KLEMENS (1984)). Instationäre Wärmeleitfähigkeitsmessungen können daher in stark streuenden (insbesondere stark vorwärtsstreuenden) Medien verfälscht sein, da gemessener Wärme- fluß und Temperaturverteilung nicht korreliert sein müssen.

Von den hier erläuterten vier Methoden, das Strahlungsausbrei- tungsproblem näherungsweise zu lösen, wurden zuerst die N-Fluß- näherungen beschrieben. Die erste Methode (Zwei-Flußmodell) wur- de vereinzelt mit Einschluß des Emissionsterms bearbeitet. Bei den höheren Diskrete Ordinaten-Näherungen (zweite Methode) wird regelmäßig nur das gestreute Strahlungsfeld in der Quellenfunk- tion berücksichtigt (durch geeignete Versuchsbedingungen kann man allerdings sicherstellen, daß die Lösungen die Strahlungs- ausbreitungsexperimente mit dispersen Medien richtig beschreiben s. Abschn. 3.4). Ebenso regelmäßig wird bei N-Flußnäherungen auf den Einschluß der Wärmeleitung in die Energieerhaltungs- forderung verzichtet (da in Sternatmosphären Wärmeleitungsvor-

gänge eine geringe Rolle spielen, ist es nicht verwunderlich, daß die Methoden zur Berechnung der Strahlungsausbreitung ohne sie auskommen wollen). Trotzdem existieren Arbeiten, in denen der strenge Lösungsweg auch mit dem Zwei-Flußmodell eingeschlagen wurde (CHAN (1974 b)).

Die dritte beschriebene Näherungsmethode enthält die formale Lösung der (Differential-/Integral-) Strahlungstransportgleichung (nicht eines Systems von Differentialgleichungen wie bei den N-Flußmethoden): Unter Vorgabe entweder isotroper Streuung (Viskanta und Grosh) oder mit Reihenentwicklung der anisotrope Streuung beschreibenden Phasenfunktion (Dayan und Yuen) werden integrierbare Quellenfunktionen konstruiert. Mit verschiedenen Integralkern-Substitutionen bezüglich der $E_n(\tau)$ (Dayan) können für n und \dot{q}_{Rad} algebraische Ausdrücke gefunden werden, die von optischer Dicke und Anisotropiefaktor explizit abhängen. Lösungen werden mit iterativ berechneten Temperaturprofilen erstellt. Alle verwendeten Parameter und Parameterfunktionen sind temperaturunabhängig.

Den bisher beschriebenen drei Näherungsmethoden ist gemeinsam, daß die Autoren fast immer von grauen Medien und grauen Begrenzungswänden ausgehen. Alle Emissionsterme vereinfachen sich daher zum Stefan-Boltzmann Gesetz. Rechnungen mit spektralen optischen Parametern oder deren Funktionen sind dagegen sehr selten (WANG (1983) im Zwei-Flußmodell, sowie einige bei der Erläuterung der Diffusionsnäherung und in Abschn. 4.4 aufgezählte Arbeiten über semitransparente Medien).

Zu einer weiteren Gruppe von näherungsweise Lösungsansätzen gehört die (nur der Vollständigkeit halber erwähnte) Momentenmethode (s. z. B. YUREVICH (1975)). Bei diesem Ansatz wird die Intensität nach Legendre-Polynomen entwickelt[§].

Beachtung verdient eine von YUEN (1980 a) entwickelte Lösungsmethode. Mit der auf reine Strahlungsausbreitung reduzierten

[§] Wenn man statt dessen eine Entwicklung nach assoziierten Legendre-Polynomen ansetzt, kommt man zu der in der Literatur bekannten "Spherical Harmonics Methode" (s. z. B. VISKANTA (1966), S. 206).

Energieerhaltungsforderung und fortgesetzte Ableitung der Strahlungstransportgleichung nach τ erhält man ein Gleichungssystem, das im grauen Medium, mit schwarzen Begrenzungswänden und mit der Beschränkung auf eine Lösung erster Ordnung auf

$$\dot{q}_{\text{Rad}} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{1 + \left(\frac{3}{4} - \frac{\omega_0 x_0}{4}\right) \tau_0}, \quad (x_0 = \tilde{a}) \quad (122)$$

führt. Gl. (122) ist ein für die Analyse gemessener Wärmeleitfähigkeiten wichtiges Ergebnis, da es eine Skalierung der optischen Dicke auf einen Effektivwert enthält (s. u.). Dieses Ergebnis ist einer unter mehreren Ausdrücken, die in der Literatur als LAS-Näherung bekannt geworden sind (die Genauigkeit der LAS-Näherung wurde mittels einer Monte Carlo-Rechnung in CAPS (1984 a) untersucht, s. Abschn. 3.5) §, §§.

Eine Sonderstellung unter den Arbeiten zum Strahlungsausbreitungsproblem nehmen HAMAKER (1947), WALTHER (1953) und eine oft zitierte Arbeit von LARKIN (1959) ein. Erstens berücksich-

§ Die allgemeine, in sukzessiver Näherung berechenbare Lösung dieses Ansatzes zeichnet sich durch schnelle Konvergenz an die exakte Lösung aus (vergl. Fig. 2 in YUEN (1980 a) und Figs. 2 und 3 in YUEN (1979)). In jeder beliebigen Näherung ist das Lösungsproblem auf die Bearbeitung einer Matrixgleichung endlicher Ordnung reduziert. Bemerkenswert ist, daß diese Methode ohne eine explizit zu berechnende oder vorausgesetzte Temperaturverteilung auskommt.

§§ Der Vorteil der LAS-Näherung für \dot{q}_{Rad} (Gl. (122)) gegenüber dem Diffusionsmodell-Ausdruck (in Gl. (140)) ist offensichtlich, daß sich \dot{q}_{Rad} bei verschwindendem τ_0 auf den Transparenz-Ausdruck (mit schwarzen Begrenzungswänden) reduziert, die LAS-Näherung also auch im Fall kleiner optischer Dicken (z. B. in Randnähe) anwendbar ist. Bei den hier untersuchten nicht-transparenten Medien spielt der Summand "1" im Nenner von Gl. (122) (und damit die Unterscheidung zwischen LAS- und Diffusions-Modell für \dot{q}_{Rad}) natürlich keine Rolle.

tigen diese Arbeiten den Emissionsterm. Zweitens wird bei LARKIN (1959) die Temperaturverteilung für ein dort untersuchtes fasriges, schwach absorbierendes Medium als nahezu linear angenommen (auch in den beiden anderen Arbeiten wird das Temperaturfeld linearisiert). Tatsächlich überwiegt bei den von Larkin untersuchten Glasfasern Streuung nur bei Wellenlängen unterhalb $6 \mu\text{m}$ (s. Abschn. 3.4). Weiterhin zeigen gemessene Temperaturverteilungen (Abschn. 4) in Glasfasern keineswegs einen linearen Verlauf. Vielmehr muß aus der gemessenen signifikanten Krümmung der Temperaturverteilung (s. Abschn. 4) auf größere Strahlungsanteile, temperaturabhängige Extinktionskoeffizienten oder temperaturabhängige Festkörperwärmeleitfähigkeit geschlossen werden.

Wieder einen anderen Weg schlägt VAN DER HELD (1952) ein, indem er für kleine Temperaturgradienten die lokale Änderung der emittierten Intensität nach der lokalen Änderung der Temperatur faktorisiert: $(\partial e_b / \partial T) (T - T_0)$, anschließend $(T - T_0)$ in eine Taylorreihe entwickelt, hiermit in die Strahlungstransportgleichung eingeht und den integrierten ersten Term der Entwicklung als "Strahlungsleitfähigkeit" identifiziert. Dieses Vorgehen ist der Entwicklung des Strahlungsdiffusionsmodells sehr ähnlich.

Wir betrachten schließlich den vierten wichtigen (ebenfalls aus der Astrophysik stammenden) Lösungsweg, der das Ziel hat, die vollständige Strahlungstransportgleichung in eine einzige reine Differentialgleichung zu überführen.

Es sei ein homogenes Medium mit sehr großem Extinktionskoeffizienten E_Λ vorgegeben. Die mittlere freie Weglänge der Strahlung $l_{\text{Rad}, \Lambda}$ beträgt $1/E_\Lambda$. Ist verglichen mit $l_{\text{Rad}, \Lambda}$ der Abstand L , über den eine merkliche Temperaturänderung erfolgt, sehr groß, kann die lokale Strahlungsintensität nur von der lokalen Temperatur abhängen. Ein Strahlungstransport ist folglich nur über eine Vielzahl von Austauschprozessen mit auf mikroskopische Reichweiten beschränkten Schrittlängen möglich. Es liegt nahe, diesen Transportvorgang als Wärmeleitungsprozeß aufzufassen. Hierfür ist es erforderlich, zu zeigen, daß sich mit den obigen Vereinbarungen die Strahlungstransportgleichung auf eine reine

Differentialgleichung reduziert, welche dem Fourierschen Wärmeleitungsgesetz entspricht und in der nur lokale Größen und deren Ableitungen auftreten dürfen.

Hierzu braucht man in einem absorbierenden, emittierenden, isotrop streuenden (und wärmeleitenden) Medium die lokale Intensität i'_Λ in der Umgebung $x - \ell_{\text{Rad}}/L \leq x \leq x + \ell_{\text{Rad}}/L$ (z. B. für $x = 0$) nur in eine Reihe zu entwickeln und die Terme in die Strahlungstransportgleichung einzusetzen (s. z. B. SIEGEL (1972), S. 469 - 474). Wird die Entwicklung nach dem ersten Glied abgebrochen, resultiert

$$i'_\Lambda = i'_{\Lambda b} - \frac{\mu}{E_\Lambda} \frac{di'_{\Lambda b}}{dx} \quad (123)$$

Demnach hängt die lokale Intensität i'_Λ nur von Betrag und Gradient der Intensität des Schwarzen Körpers ab. Weil nach Voraussetzung E_Λ bei allen Wellenlängen Λ groß, wegen der nur als sehr klein vorausgesetzten Temperaturänderung mit dem Ort x auch $di'_{\Lambda b}/dx$ klein ist und ferner $i'_{\Lambda b}$ des Schwarzen Körpers isotrop ist, muß auch i'_Λ in guter Näherung isotrop sein. Diese Folgerung ist für Medien mit großer optischer Dicke sehr wichtig.

Die Berechnung des lokalen Strahlungsflusses $\dot{q}_{\text{Rad}, \Lambda} = - \int i'_\Lambda \cdot \mu \cdot d\mu$ ergibt die bekannte Rosselandsche Diffusionsgleichung

$$\dot{q}_{\text{Rad}, \Lambda} = - \frac{4}{3E_\Lambda} \frac{de_{\Lambda b}}{dx} \quad (124)$$

welche den lokalen spektralen Fluß mit der lokalen Änderung der vom Schwarzen Körper abgestrahlten Leistung verknüpft (ROSSELAND (1936)). Im Fall des grauen Mediums wird die formale Ähnlichkeit von Gl. (124) mit dem Fourierschen Wärmeleitungsgesetz (Gl. (11)) noch deutlicher,

$$\begin{aligned} \dot{q}_{\text{Rad}} &= \int \dot{q}_{\text{Rad}, \Lambda} d\Lambda = - \frac{4}{3E} \frac{d}{dx} \int e_{\Lambda b} d\Lambda \\ &= - \frac{4}{3E} \frac{de_b}{dx} = - \frac{16\sigma n^2}{3E} T^3 \frac{dT}{dx} \end{aligned} \quad (125)$$

woraus eine "Strahlungsleitfähigkeit" $\lambda_{\text{Rad}} = 16\sigma n^2 T^3 / (3E)$ entnommen werden kann. Im nicht-grauen Medium ist nur eine bereichsweise Integration über ein Wellenlängenintervall $\Delta\lambda$ möglich:

$$\dot{q}_{\text{Rad}, \Delta\lambda} = - \frac{4}{3} \int_{\Delta\lambda} \frac{1}{E_\lambda} \frac{\partial e_{\lambda b}}{\partial x} d\lambda \quad (126)$$

Wenn man den Extinktionskoeffizienten als wellenlängenunabhängigen Mittelwert aus dem Integral herauszieht

$$\dot{q}_{\text{Rad}, \Delta\lambda} = - \frac{4}{3} \frac{1}{E_{R, \Delta\lambda}} \int_{\Delta\lambda} \frac{\partial e_{\lambda b}}{\partial x} d\lambda \quad (127)$$

muß das "Rosselandmittel" $E_{R, \Delta\lambda}$ von E_λ im Intervall $\Delta\lambda$ aus

$$\frac{1}{E_{R, \Delta\lambda}} = \frac{\int_{\Delta\lambda} \frac{1}{E_\lambda} \frac{\partial e_{\lambda b}}{\partial x} d\lambda}{\int_{\Delta\lambda} \frac{\partial e_{\lambda b}}{\partial x} d\lambda} = \frac{\int_{\Delta\lambda} \frac{1}{E_\lambda} \frac{\partial e_{\lambda b}}{\partial e_b} d\lambda}{\int_{\Delta\lambda} \frac{\partial e_{\lambda b}}{\partial e_b} d\lambda} = \frac{1}{E_R(T)} \quad (128)$$

berechnet werden. Der Rosseland-Mittelwert E_R wird in Abschn. 3 bis 5 zu einem sehr wichtigen Kriterium für die Beurteilung der Strahlungsanteile im Gesamtwärmestrom in verschiedenen dispersen Medien. Ohne Zweifel stellt dies die einfachste Methode dar, die Extinktionseigenschaften nicht-grauer Medien zu beschreiben. Man beachte aber, daß damit nicht etwa auch semi-transparente Medien korrekt beschrieben werden können. ANDERSON (1973) zeigt, daß in solchen Fällen Fehler bis zu 200 % in den Vorhersagen für E auftreten können.

Die in der Literatur bekannte "additive Näherung"

$$\dot{q} = \dot{q}_{\text{Leit}} + \dot{q}_{\text{Rad}} \quad (129)$$

verwendet unabhängig voneinander berechnete \dot{q}_{Leit} und \dot{q}_{Rad} . Die Wärmestromkomponenten \dot{q}_{Leit} und \dot{q}_{Rad} können unabhängig voneinander berechnet werden, wenn sie nicht über die Temperaturverteilung des Mediums (Gl. (15)) miteinander gekoppelt sind. Offensichtlich sind \dot{q}_{Leit} und \dot{q}_{Rad} dann entkoppelt, wenn die Temperaturverteilung linear ist (bei reiner isotroper Streuung ist dies immer der Fall). Die Temperaturverteilung ist linear, wenn der Extinktionskoeffizient E in N_1 sehr groß ist, λ_{Leit} nicht verschwindet und nicht von der Temperatur abhängt.

Für die additive Näherung wird demnach bezüglich des Extinktionskoeffizienten die gleiche Forderung erhoben wie zur Ableitung des Diffusionsmodells.

Der totale Wärmestrom ergibt sich immer aus

$$\dot{q} = - \left[\lambda_{\text{Leit}} + \frac{16\sigma n^2}{3E_R} T^3 \right] \cdot \frac{dT}{dx} \quad (130)$$

mit dem Strahlungsstrom des Diffusionsmodells. Errechnet man zuerst E_R aus gemessenen spektralen E_λ und hiermit λ_{Rad} , so kann mit einem Ansatz für λ_{Leit} und nach Integration von Gl. (130) über dx bzw. dT leicht der totale Wärmestrom ermittelt werden. Für temperaturunabhängige λ_{Leit} und E ist die Lösung bereits in Gl. (19) angegeben. Hier gilt folgende Einschränkung:

Analog zur Gaswärmeleitung versagt die Diffusionsnäherung am Rand des Mediums, wo die freie Weglänge λ_{Rad} anders als durch das statistische Gesetz Gl. (22) beschränkt wird. Wie im Fall der Gaswärmeleitung müssen die Randbedingungen durch die Einführung eines Temperatursprungs modifiziert werden, damit die Diffusionsnäherung bis zum Rand beibehalten werden kann (SIEGEL (1972), S. 639 - 644). Diese Temperatursprungskorrekturen müssen für große N_1 natürlich verschwinden: Im wärmeleitenden Medium darf es auch in der Nähe des Randes keine Temperatursprünge geben. Dem muß die Diffusionsnäherung genügen; in diesem Fall gilt Gl. (19).

Mit Berücksichtigung von Temperatursprungsbedingungen wird die Berechnung von \dot{q} erschwert. Für temperaturunabhängige λ_{Leit} und E ist die Lösung bei SIEGEL (1972), S. 642 angegeben:

$$\frac{\dot{q}}{\sigma T_1^4} = \frac{1 - \theta_2^4 + 3N_1(1 - \theta_2)}{3\tau_0/4 + \psi_1 + \psi_2} \quad (131)$$

Das Temperaturprofil muß aus

$$\frac{1 - \theta^4(\tau) + 3N_1(1 - \theta(\tau))}{1 - \theta_2^4 + 3N_1(1 - \theta_2)} = \frac{3\tau/4 + \psi_1}{3\tau_0/4 + \psi_1 + \psi_2} \quad (132 \text{ a})$$

berechnet werden. In beiden Beziehungen bezeichnen die $\psi_{1,2}$ die Temperatursprungskoeffizienten, die von N_1 abhängen (SIEGEL (1972), S. 640 - 641).

Die Temperatursprungskorrekturen spielen bei den hier untersuchten nicht-transparenten Medien, wo N_1 in der Größenordnung von 1 ist, gegenüber den großen optischen Dicken keine Rolle. Bei temperaturunabhängigen λ_{Leit} und E_R kann man Gl. (130) daher ohne Berücksichtigung von Temperatursprungskorrekturen leicht analytisch integrieren.

Bei temperaturabhängigen λ_{Leit} und E_R wird das Temperaturprofil innerhalb einer Probe aus der schrittweisen Berechnung des Gradienten $dT/dx(x)$ erhalten: Die Integration der Energieerhaltungsgleichung

$$\vec{\nabla}_x \cdot \vec{q} = \frac{d}{dx} \left[\frac{dT}{dx}(x) \left\{ \lambda_{\text{Leit}}(x) + \frac{16\sigma n^2}{3E(x)} T^3(x) \right\} \right] = 0 \quad (133)$$

($\vec{\nabla}_x$ bezeichnet den Anteil $\partial/\partial x$ des Operators $\vec{\nabla}$) mit der gegenüber Gl. (15) durch die Anwendung des Diffusionsmodellausdrucks für die Strahlungsleitfähigkeit stark vereinfachten Struktur (ausschließlich lokale differentielle Terme) ergibt

$$-\frac{dT}{dx}(x) = \frac{\vec{q}}{\lambda_{\text{Leit}}(x) + \frac{16\sigma n^2}{3E(x)} T^3(x)} \quad (132 \text{ b})$$

Temperaturprofile in homogenen und schichtweise inhomogenen Medien mit temperaturabhängigen λ_{Leit} und E werden in Abschn. 4.2 und 4.5 berechnet.

Ein sehr wichtiger Vorteil der Diffusionsnäherung liegt darin, daß im Fall anisotroper Streuung Gl. (130) nur durch das mit der Phasenfunktion gewichtete Mittel $\bar{\mu}$ des Streuwinkels μ modifiziert werden muß (McKELLAR (1981), WILLIAMS (1984)). Analog zu dem von YUEN (1980 a) mit einem Anisotropieterm abgeleiteten (LAS-) Ausdruck findet man

$$\vec{q}_{\text{Rad}} = - \frac{16\sigma n^2}{3E(1 - \Omega\bar{\mu})} T^3 \frac{dT}{dx} \quad (134)$$

Diese Korrektur ist auch aus der Neutronenstreuung bekannt ("Transportnäherung". GLASSTONE (1961), S. 81 - 83) oder kann

im Fall konservativer Streuung ($\omega = 1$) unmittelbar aus der üblichen Schreibweise des K-Integrals entnommen werden (REISS (1984 c)); da die einschlägigen Ableitungen dieser Korrektur stets von einer Entwicklung der Phasenfunktion ausgehen, sind die Resultate natürlich identisch. Wenn die Reihenentwicklung in Gl. (81) bei $l = 1$ abgebrochen wird, resultiert als LAS-Näherung in der Schreibweise des Diffusionsmodells

$$\dot{q}_{\text{Rad}} = - \frac{16\sigma n^2}{3E(1 - \omega_1/3)} T^3 \cdot \frac{dT}{dx} \quad (135)$$

Demnach ist der Strahlungsfluß \dot{q}_{Rad} in einem eindimensionalen Transportproblem mit linear anisotroper Streuung genau gleich dem Fluß, der bei isotroper Streuung in einem Medium mit um den Faktor $(1 - \omega_1/3)$ geringerer optischer Dicke resultieren würde. Entsprechend bezeichnet man $E^* = E(1 - \omega_1/3)$ bzw. $\tau_o^* = \tau_o(1 - \omega_1/3)$ als "effektive" Extinktionskoeffizienten und optische Dicken E_{Eff} bzw. $\tau_{o,\text{Eff}}$.

Der Vergleich mit der von YUEN (1979) vorgenommenen exakten Rechnung für \dot{q}_{Rad} zeigt für die Fälle $\omega_1 = \pm 0.7$ sehr gute Übereinstimmung, wenn man Gl. (134) anwendet (für diesen Vergleich muß man in Fig. 4 dieser Literaturstelle $\dot{q} = \dot{q}_{\text{Rad}}$ bei $L_{\text{Eff}} = \tau_{o,\text{Eff}}$ auf der Kurve $\omega_o \times \omega_o$ mit dem entsprechenden \dot{q}_{Rad} bei $L_{\text{Eff}} = \tau_o$ auf den Kurven $\omega_1 = \omega_o \times \omega_o = \pm 0.7$ überprüfen).

Dieses Resultat ist die Folge einer Invarianz der exakten Strahlungstransportgleichung unter einer Skalierung (McKELLAR (1981)), welche sich in der auf sie zurückgehenden Diffusionsnäherung zwangsläufig widerspiegeln muß:

Die Strahlungstransportgleichung ohne Emissionsterm

$$\mu \frac{di'(\tau, \mu)}{d\tau} = -i'(\tau) + \frac{1}{2} \int i'(\tau, \mu') \cdot \Phi(\mu') \cdot d\mu' \quad (136)$$

kann umgeschrieben werden in

$$\mu \frac{di'(\tau, \beta)}{d\tau} = \int G(\beta, \beta') \cdot i'(\tau, \beta') \cdot d\beta' \quad (137)$$

worin $\beta = (\mu, \phi)$ und der Kern $G(\beta, \beta') = (\Omega/(4\pi)) \cdot \Phi(\mu) - \delta(\beta - \beta')$ bezeichnen. Wenn man

$\hat{\tau} = \alpha \tau$ und $\hat{G} = (1/\alpha) G$ einführt, wird Gl. (137) offensichtlich mit den gleichen $i'(\tau, \beta)$ gelöst:

$$\mu \frac{di'(\hat{\tau}, \beta)}{d\hat{\tau}} = \int \hat{G}(\beta, \beta') \cdot i'(\hat{\tau}, \beta') \cdot d\beta' \quad (138)$$

Eine weitere Skalierung kann man dazu verwenden, bei isotroper Streuung die Differential-/Integral-Strahlungstransportgleichung in eine leicht integrierbare Differentialgleichung umzuformen, indem alle Streuterme in äquivalente Nicht-Streuterme transformiert werden (LEE (1983)). Der besondere Vorteil dieser Methode liegt in ihrer bequemen Anwendbarkeit auf Mehrschichtsysteme, für welche eine numerische Behandlung der Energieerhaltungsgleichung sehr schwierig wäre.

Wegen der rein differentiellen Schreibweise erlaubt es das Diffusionsmodell, aus gemessenen kalorimetrischen (d. h. totalen) Wärmeleitfähigkeiten die Leitfähigkeitskomponenten zu ermitteln, indem λ_{Rad} nach einer mittleren Strahlungstemperatur faktorisiert wird. Mit Gl. (130) und (135) und temperaturunabhängigen λ_{Leit} und E_R folgt durch Integration über dx bzw. dT :

$$\dot{q} = \lambda_{\text{Leit}} (T_1 - T_2)/D + \frac{4\sigma n^2}{3\tau_{0, \text{Eff}}} (T_1^4 - T_2^4) \quad (139)$$

oder

$$\lambda = \lambda_{\text{Leit}} + \frac{4\sigma n^2}{3E_{\text{Eff}}} T^*3 = \alpha + \beta \cdot T^*3 \quad (140)$$

worin $E_{\text{Eff}} = E_R(1 - \bar{\omega})$ einem Rosselandmittel $E_{R, \text{Eff}}$ von $E_{\Lambda, \text{Eff}}$ über den gesamten Spektralbereich entsprechen muß (vorausgesetzt, die Grundforderungen für die Anwendbarkeit des Diffusionsmodells sind bei allen Wellenlängen dieses Spektralbereichs überhaupt erfüllt).

Da Gl. (140) in $T^*3 = (T_1^2 + T_2^2) \cdot (T_1 + T_2)$ linear ist, kann man, wenn λ_{Leit} und E_{Eff} temperaturunabhängig sind, aus der Geradengleichung $\lambda = \alpha + \beta T^*3$ den Wärmeleitfähigkeitsanteil $\lambda_{\text{Leit}} = \lambda(T^*3 = 0)$ durch Extrapolation und aus dem Steigmaß den effektiven Extinktionskoeffizienten entnehmen. Abweichungen vom linearen Verlauf von $\lambda(T^*3)$ würden anzeigen, daß entweder λ_{Leit} und E_{Eff} temperaturabhängig sind oder das Medium in bestimmten Spektralbereichen transparent ist und man das Diffusionsmodell gar nicht anwenden dürfte. Die extrahierten λ_{Leit} und E sind als über die gesamte Schichtdicke gemittelte Werte anzusehen.

Obwohl dieses Verfahren in der Tieftemperaturphysik üblich ist (COCKETT (1960), KAGANER (1967), KAGANER (1969)), hat es bei hohen Temperaturen bisher nur in Abschn. 3 berichtete eigene Anwendungen gefunden. Eine ältere von CHEN (1963) vorgenommene Analyse der Strahlungsanteile basiert ausschließlich auf infrarotoptischen Messungen der Absorptions- und Rückstrefaktoren und hieraus berechneter Strahlungsleitfähigkeiten.

In Gl. (139) bezeichnet \bar{n} den reellen Brechungsindex (\bar{n}^2 modifiziert die vom Schwarzen Körper in ein Medium, das nicht das Vakuum ist, emittierte Strahlung (s. SIEGEL (1972), S. 31 - 32)). Nach CAREN (1969) erhöht sich die von einem Metall in ein feinkörniges Dielektrikum (anstelle des Vakuums) abgestrahlte Leistung sogar um \bar{n}^3 , wo \bar{n} den effektiven Brechungsindex des Dielektrikums bezeichnet. Der zusätzliche Faktor \bar{n} gegenüber Gl. (139) rührt von der Transformation des Emissionsvermögens des Metalls her. Übereinstimmend geht die Literatur (z. B. TIEN (1973), S. 379) davon aus, daß für \bar{n} ein Effektivwert einzusetzen ist, der den tatsächlichen Festkörperanteil des dispersen Mediums berücksichtigen muß. Vielfach wird der Brechungsindex des Festkörpermaterials, das den Teilchen zugrundeliegt, mit dem Feststoffanteil des dispersen Mediums gewichtet (und eventuell noch der Brechungsindex eines eingeschlossenen Gases nach der gleichen Methode berücksichtigt).

Dieses Vorgehen ist keineswegs gesichert. Optische Konstanten sind nicht additiv. Eine bereits auf MAXWELL-GARNETT (1904) zurückgehende Beziehung für eine mittlere Dielektrizitätskonstante ist überzeugender:

Das Dipolmoment $\vec{p} = \alpha'(\vec{E} + \vec{E}_i)$ ergibt mit dem elektrischen Feld $\vec{E}_i = (4\pi/3) \vec{P}$ im Teilcheninnern, dem makroskopischen elektrischen Feld \vec{E} und der Polarisation $\vec{P} = N \cdot \vec{p}$ (s. z. B. JACKSON (1967), S. 118 - 119) des isotropen Mediums

$$\bar{P} = N\alpha'(\vec{E} + \frac{4\pi}{3} \vec{P}) = \chi \vec{E} \quad (141)$$

woraus mit der Suszeptibilität $\hat{\chi}$, der Dielektrizitätskonstanten $\tilde{\epsilon} = 1 + 4\pi\hat{\chi}$ des Mediums und der Lorentz-Lorenz-Polarisierbarkeit α' (für sphärische Teilchen) im Vakuum

$$\alpha' = a^3 \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \quad (142)$$

(a = Teilchenradius) für die mittlere Dielektrizitätskonstante $\overline{\tilde{\epsilon}}$ folgt:

$$\overline{\tilde{\epsilon}} = 1 + \frac{4\pi Na^3 \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2}}{1 - \frac{4}{3}\pi Na^3 \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2}} \quad (143)$$

Mit dem relativen Teilchenvolumen V_p , dem $\tilde{\epsilon}_c$ des Kontinuums, in das die Teilchen eingebettet sind, und der Maxwellschen Beziehung $\tilde{\epsilon} = n^2$ ergibt sich

$$\overline{n^2} = \overline{\tilde{\epsilon}} = \tilde{\epsilon}_c \left[1 + \frac{3V_p \frac{\tilde{\epsilon} - \tilde{\epsilon}_c}{\tilde{\epsilon} + 2\tilde{\epsilon}_c}}{1 - V_p \frac{\tilde{\epsilon} - \tilde{\epsilon}_c}{\tilde{\epsilon} + 2\tilde{\epsilon}_c}} \right] \quad (144)$$

Für $\tilde{\epsilon}_c = 1$ zeigt Abb. 9, daß die mit den Volumenanteilen gewichteten n des Festkörpermateri als und des Vakuums gegenüber den Ergebnissen der Maxwell-Garnett-Theorie eindeutig zu groß ausfallen.

Von den eingangs erwähnten vier Methoden, das Strahlungsausbreitungsausbreitungsproblem näherungsweise zu lösen, haben wir viertens die Lösung der vollständigen Strahlungstransportgleichung durch die Diffusionsnäherung untersucht. Damit ist die Übersicht über die wichtigsten Näherungsmethoden, die auf disperse Medien angewandt werden, abgeschlossen. Weitere Näherungsverfahren bestehen z. B. darin, unter bestimmten Voraussetzungen einzelne Terme der Strahlungstransportgleichung zu vernachlässigen (und die Restgleichung exakt, d. h. analytisch zu lösen). Diese Verfahren können naturgemäß nur auf Probleme angewandt werden, in denen eindeutig geklärt ist, daß die Strahlungsbilanz durch diese Maßnahmen nicht (wenigstens nicht zu grob) verletzt wird. Für eine Übersicht sei auf SIEGEL (1972), S. 459 - 468, hingewiesen.

Die im LAS-Modell (Gl. (122), wo $\omega_o x_o = \omega_1$) und im Strahlungsdiffusionsmodell (Gl. (139), 2. Term) für \dot{q}_{Rad} gefundenen Ausdrücke fallen bei großen optischen Dicken zusammen. Da im nicht-transparenten Medium die thermischen Emissionskoeffizienten der Begrenzungswände auf \dot{q}_{Rad} keinen Einfluß haben können (weil die von der Wand ausgesandte Strahlung schnell ausgelöscht ist), gilt auch für graue Begrenzungswände

$$\dot{q}_{\text{Rad}}^{\text{LAS}} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{2}{\epsilon} - 1 + \left(\frac{3}{4} - \frac{\omega_o x_o}{4}\right)\tau_o} + \frac{4\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{3\left(1 - \frac{\omega_1}{3}\right)\tau_o} = \dot{q}_{\text{Rad}}^{\text{Diff.}} \quad (122 \text{ a, } 139 \text{ a})$$

für sehr große τ_o und anisotrope Streuung ($\overline{n^2} = 1$ gesetzt). Bei isotroper Streuung ($x_o = 0$) konvergiert der LAS-Ausdruck (Gl. (122 a)) ebenso wie die formale Lösung (Gl. (114)) gegen die Diffusionsmodell-Lösung (Gl. (139 a, $\omega_1 = 0$)). In isotrop oder anisotrop streuenden, nicht-transparenten Medien genügt es also, die Vorhersagen des Strahlungsdiffusionsmodells zu verifizieren. Überprüfung und Anwendung des Diffusionsmodells nehmen in Teil II dieser Schrift breiten Raum ein.

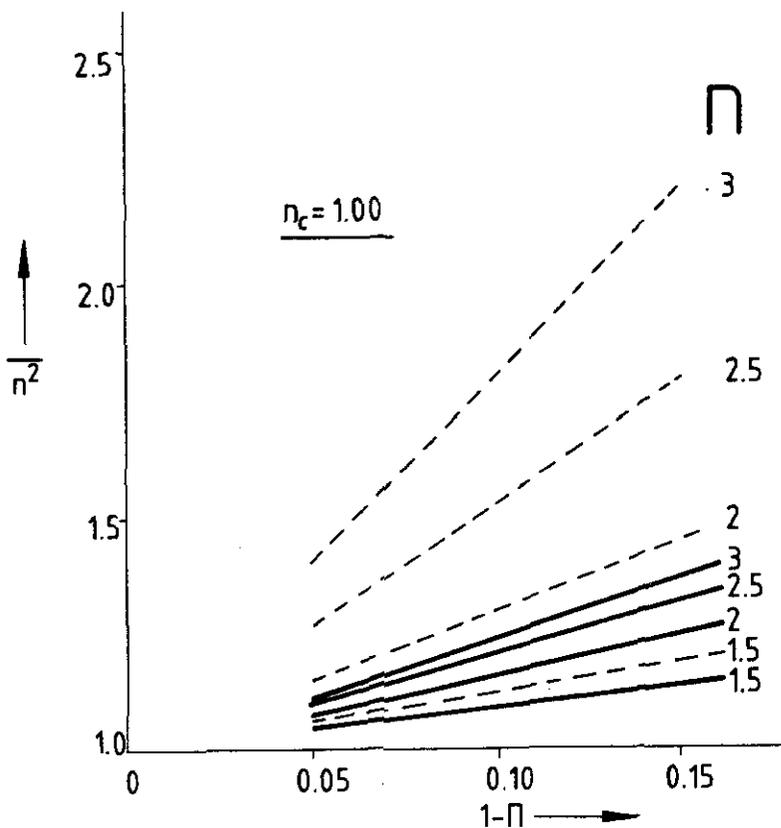


Abb. 9 Quadrat des effektiven Brechungsindex für dielektrische sphärische Teilchen (Brechungsindex n), die in einem Kontinuum (Brechungsindex n_c) eingelagert sind, als Funktion des relativen Teilchenvolumens $V_p = (1 - \Pi)$. Gestrichelt: Mit den Volumenanteilen gewichtete n^2 und n_c^2 ; durchgezogene Linien: Maxwell-Garnett-Ergebnis (Gl. (144)).

2.4 Zusammenfassung von Teil I, Offene Probleme

Die Energieerhaltungsgleichung koppelt durch die mit ihr berechenbare Temperaturverteilung lokal definierte Wärmeleitungsströme mit langreichweitigen Strahlungswärmeströmen. Zur richtigen Vorhersage von Strahlungswärmeströmen muß man daher nicht nur die Mechanismen und Parameter der Strahlungsausbreitung sondern auch diejenigen der übrigen Wärmetransportvorgänge kennen. Insbesondere ist es erforderlich, die Temperaturabhängigkeit aller Parameter zu verstehen.

Theoretische Berechnungen der Temperaturprofile und der Lösungen der Strahlungstransportgleichung wurden bisher nur für temperaturunabhängige Wärmeleitfähigkeiten und Extinktionskoeffizienten vorgelegt. Wie ändern sich Temperaturverteilung und Anteile der Wärmestromkomponenten, wenn temperaturabhängige Werte dieser Parameter zugrundeliegen?

Selbst mit temperaturunabhängigen Wärmeleitfähigkeiten und Extinktionskoeffizienten ist das Problem der experimentellen Separation der Wärmestromkomponenten nur im Fall sehr großer optischer Dicken (und bei reiner Streuung) gelöst. Ist das in der Tieftemperaturphysik angewandte Verfahren, aus (λ, T^{*3}) -Diagrammen die Anteile von echter Wärmeleitfähigkeit und Strahlungseleitfähigkeit zu extrahieren, auch auf Hochtemperaturversuche übertragbar? Ist T^{*3} in dem Sinn eine freie Variable, daß aus $T_{1,2}^{*3} = T_{3,4}^{*3}$ folgt $\lambda(T_{1,2}^{*3}) = \lambda(T_{3,4}^{*3})$ mit beliebigen Randtemperaturen T_i ($i = 1, 2, \dots$)? Sind die (λ, T^{*3}) -Diagramme demnach reproduzierbar?

Bei kleinen optischen Dicken können Wärmestromkomponenten nur rechnerisch ermittelt werden. Die bisher vorgenommenen Rechnungen beschränken sich fast ausschließlich auf graue Medien. Die meisten der theoretischen Vorhersagen müssen deswegen als unsicher angesehen werden. Sind die im nicht-transparenten, nicht-grauen Medium auf spektralen Messungen beruhenden Rosseland-Mittelwerte des Extinktionskoeffizienten durch kalorimetrische Messungen und Berechnungen nach der Mie-Theorie zu reproduzieren?

Im wärmeleitenden Medium sind Wärmeleitungs- und Strahlungswärmeströme nicht konstant sondern ortsabhängig (im stationären Zustand ist nur ihre Summe eine Konstante). Im wärmeleitenden Medium gibt es keine Temperatursprünge.

Bei großen echten Wärmeleitungsanteilen und großen Extinktionskoeffizienten sind die Temperaturverteilungen im Medium mit isotroper Streuung und temperaturunabhängigen Parametern näherungsweise linear. In diesen Fällen ist im (λ, T^{*3}) -Diagramm die Gesamtwärmeleitfähigkeit eine lineare Funktion von T^{*3} . Welche Erklärung haben in Tieftemperaturmessungen (Kaganer) beobachtete gekrümmte (λ, T^{*3}) -Diagramme?

Kann man aus Wärmeleitfähigkeitsmessungen temperaturabhängige echte Wärmeleitfähigkeitsanteile und temperaturabhängige Extinktionskoeffizienten erzielen? Welche Vorhersagen treffen theoretische Modelle bezüglich der Temperaturabhängigkeit dieser Parameter?

Klassische Zellmodelle sind wegen der Transparenz mikroskopisch kleiner dielektrischer Teilchen (und wegen der auch in homogenen Teilchenschüttungen vorherrschenden geometrischen Vielfalt) auf die hier untersuchten dispersen Medien nicht anwendbar. Strahlungsausbreitung muß hier mit Kontinuumsmodellen beschrieben werden.

Wichtigste Kontinuumsmodelle für die näherungsweise Berechnung der Strahlungsausbreitung und Analyse von infrarotoptischen und kalorimetrischen Messungen sind die Diskrete Ordinaten-Methode (Analyse nicht-isotroper Intensitätsverteilungen), bezüglich anisotroper Intensitätsverteilung und anisotroper Streuung verbesserte Zweiflußmodelle, weiterhin das besonders wichtige, bezüglich anisotroper Streuung modifizierte Strahlungsdiffusionsmodell und die LAS-Näherungen. Kaganer zeigt, daß die Diskrete Ordinaten-Methode bei isotroper Streuung mit einer Markovschen Integrationsformel die beste Näherung für experimentell bestimmte Transmissions- und Reflexionsvermögen liefert. Ist diese Näherung auch im Fall anisotroper Streuung richtig?

Gegenüber der vollständigen Integral-/Differential-Strahlungs-transportgleichung führt das Strahlungsdiffusionsmodell auf eine reine leicht integrierbare Differentialgleichung mit ausschließlich lokal definierten Termen. Sind Diffusionsmodell und LAS-Modell auch auf Fälle stark anisotroper Streuung oder stark anisotroper Strahlungsquellen übertragbar? Können mit dem Diffusionsmodell Temperaturverteilung und Wärmestrom auch in schichtweise inhomogenen Medien beschrieben werden?

Die Berechnung aller in die Energieerhaltungsgleichung eingehenden Strahlungs-Parameterfunktionen (außer eventuell zu berücksichtigender Emissionsvermögen der Seitenwände) und aller Parameterfunktionen der Strahlungstransportgleichung ist mit der Mie-Theorie vorzunehmen. Die wichtigsten Parameterfunktionen sind spektrale Extinktionskoeffizienten, Albedo, Phasenfunktionen der Streuung und Asymmetriefaktoren. Können gemessene Extinktionsspektren von sphärischen und zylindrischen, nichtleitenden und leitenden Teilchen im mittleren und fernen Infrarot mit der Mie-Theorie reproduziert werden?

Extinktionskoeffizienten sind von der Polarisierung der einfallenden Strahlung unabhängig (regelmäßige Geometrie der sphärischen und zylindrischen Teilchen vorausgesetzt). Gilt dies auch für Phasenfunktion, Streuquerschnitte, Albedo und Asymmetriefaktor? Wie ist geneigte Inzidenz auf Fasern zu berücksichtigen (kann man strenge numerische Methoden vereinfachen)? Abhängige Streuung kann bei kleinen Quotienten "lichter Teilchenabstand/Wellenlänge der Strahlung" auftreten und empfindliche Korrekturen in den Extinktionskoeffizienten hervorrufen. Das bekannte Überdeckungskriterium hinsichtlich der Extinktionsquerschnitte ist zu verschärfen.

Die charakteristischen, bei bestimmten Wellenlängen im Extinktionsquerschnitt dielektrischer sphärischer Teilchen auftretenden Resonanzen können zur Definition eines für die Erzeugung maximaler Extinktionsquerschnitte erforderlichen optimalen Teilchendurchmessers verwendet werden. Dieses auf Resultaten der Mie-Theorie beruhende Verfahren wurde von Optimierungsproblemen hinsichtlich der Rückstreuung von Farbpigmenten auf die Extinktionskoeffizienten von Wärmeisolationen übertragen.

Gibt es auch dann optimale Teilchendurchmesser, wenn anisotrope Streuung vorliegt und über ein Wellenlängenspektrum gemittelt wird?

Literaturangaben über komplexe Brechungsindizes im mittleren und fernen Infrarot sind für dielektrische Substanzen sehr lückenhaft. Für Metalle kann man notfalls auf die Hagen-Rubens-Beziehungen zurückgreifen. Die Temperaturabhängigkeit der bekannten Brechungsindizes ist zu klein, um größere Änderungen in den Entwicklungskoeffizienten a_n und b_n der Mie-Theorie (und damit in den Extinktions- und Streuquerschnitten und Phasenfunktionen) zu erzeugen als die in allen realen Teilchenschüttungen existierenden Durchmesser- und Teilchengetrie-fluktuationen. Die für die Quellenterme (Remission) in der Strahlungstransportgleichung und allen ihren Näherungen benötigten effektiven Brechungsindizes eines dispersen Mediums können nicht durch Gewichtung mit Volumenanteilen berechnet werden, weil optische Konstanten nicht additiv sind.

Zur Abschätzung der Restgaswärmeleitfähigkeit eines dispersen Mediums wird die Knudsenzahl Kn und ein Gewichtungsfaktor $\hat{\beta}$ benötigt. Die Ermittlung der Knudsenzahl wird durch erhebliche Unsicherheiten im effektiven Porendurchmesser eines dispersen (eventuell inhomogenen) Mediums erschwert. Die Abnahme des in den Gewichtungsfaktor eingehenden Akkommodationskoeffizienten mit zunehmender Temperatur erscheint neuerdings gesichert. Da gleichzeitig ein Korrekturfaktor hinsichtlich relativer Beiträge von Anregungszuständen eines Gasmoleküls zum Energietransfer mit zunehmender Temperatur ebenfalls abzunehmen scheint, ist $\hat{\beta}$ näherungsweise temperaturunabhängig. Bei kleinen Knudsenzahlen ist daher die Temperaturabhängigkeit der Restgaswärmeleitfähigkeit zu $\lambda_{\text{Gas}} = f(T^{1/2})$ festgelegt.

Für große Knudsenzahlen (freie molekulare Wärmeleitung) resultiert die gleiche qualitative Temperaturabhängigkeit der Restgaswärmeleitfähigkeit.

Die Kontaktzone zwischen sich berührenden Festkörperteilchen eines dispersen Mediums besteht möglicherweise aus isolierten Punktkontakten (Holmschen "a-spots"). In diesem Fall würde man die Kontaktwärmeleitfähigkeit deutlich unterschätzen, wenn weiterhin eine zusammenhängende Kontaktfläche angenommen wird. Wie verhält sich die Kontaktwärmeleitfähigkeit bei hohen Auflagerdrücken, welche Rolle spielen Faser-Längswärmeleitwiderstände?

Zur Bestimmung der Temperaturabhängigkeit der Kontaktwärmeleitfähigkeit muß man die Temperaturabhängigkeit des Elastizitätsmoduls, der Querkontraktionszahl und der Wärmeleitfähigkeit des dem dispersen Medium zugrundeliegenden Festkörpermateriale kennen. Der Elastizitätsmodul von Gläsern scheint exponentiell mit $1/T$ abzufallen.

Mit idealen Gittern sich rechtwinklich kreuzender Fasern sind kleinere Kontaktwärmeleitfähigkeiten erzielbar als in realen Schüttungen sphärischer Teilchen, wenn alle Materialparameter und die Porosität gleich sind.

Der Beitrag adsorbierter Gase zur Kontaktwärmeleitfähigkeit ist ungeklärt. Unterhalb eines Restgasdrucks von 100 Pa spielt er nach Madhusudana keine Rolle.

Kann man in Wärmeleitfähigkeitsmessapparaturen eine äußere Druckbelastung als mechanische Randbedingung exakt und zu jedem Zeitpunkt der Messung konstant einstellen, auch wenn sich die Temperaturen und damit die Elastizitätseigenschaften der Probe ändern? Kann man die totalen Meßfehler in der Wärmeleitfähigkeit bei Absolutwerten unter $10 \text{ mW}/(\text{m}\cdot\text{K})$ auf unter 5 % verringern? Kann man aus derart genau gemessenen Wärmeleitfähigkeiten durch Anwendung des Diffusionsmodells und der additiven Näherung Festkörperwärmeleitungsanteile extrahieren, die durch einfache thermische Widerstandsmodelle beschrieben werden?

Kann man in Zweiplatten-Wärmeleitfähigkeitsmeßapparaturen durch Verwendung von Schutzringen auch bei hohen Temperaturen sicherstellen, daß die Temperaturschwankungen in der Meßfläche (und im inneren Schutzring) kleiner als 1 K (Standardabweichung) sind?

Läßt sich in Extinktions- und Reflexionsmessungen der Anteil der absorbierten/remittierten Strahlung experimentell separieren, so daß die Diskrete Ordinaten-Lösungen für ein "kaltes" Medium anwendbar werden (woraus optische Dicke oder Albedo bestimmt werden können)?

Kann man infrarotoptische Trübungsmittelteilchen und -teilchenverbände in Mischungen mit hochdispersen Gerüstsubstanzen lokalisieren und identifizieren?

Auf diese und weitere Fragen versuchen die im Teil II zusammengefaßten Arbeiten mit eigener Beteiligung eine Antwort zu geben.

Teil II

Arbeiten mit eigener Beteiligung

Gesamtübersicht zu Teil II

In diesem Teil der vorliegenden Schrift werden die Arbeiten mit eigener Beteiligung zusammengefaßt, welche zu den in der Zusammenfassung am Schluß von Teil I genannten offenen Fragestellungen vorgenommen wurden.

Teil II gliedert sich in 3 Hauptabschnitte. Verifikation und Anwendung des Strahlungsdiffusionsmodells nehmen breiten Raum ein. In Abschn. 3 werden experimentelle und numerische Arbeiten vorgestellt, anhand derer eine Überprüfung nicht nur der Anwendungsbereiche sondern auch von Grundvoraussetzungen des Diffusionsmodells möglich wird. Diese Untersuchung wird durch ausgedehnte Anwendung der Mie-Theorie zur Berechnung von Extinktionsspektren und wellenlängengemittelten effektiven Extinktionskoeffizienten unter Berücksichtigung anisotroper Streuung begleitet. Abschn. 4 stellt eine Anwendung des Diffusionsmodells vor, mit der die Auswirkungen temperaturabhängiger Wärmeleitfähigkeiten und temperaturabhängiger Extinktionskoeffizienten auf Temperaturprofile und Wärmestromkomponenten verdeutlicht werden soll. Es wird berichtet, wie man aus temperaturabhängig gemessenen Wärmeleitfähigkeiten temperaturabhängige Festkörperwärmeleitungsanteile und temperaturabhängige Extinktionskoeffizienten extrahieren kann.

Abschn. 5 ist der maximalen Strahlungsauslöschung gewidmet. Zuerst wird das bekannte Konzept, mittels optimaler Teilchendurchmesser maximale Extinktion zu erzeugen, durch Berücksichtigung anisotroper Streuung (bei zylindrischen Teilchen auch durch Berücksichtigung geneigter Inzidenz) und Wellenlängenmittelung richtiggestellt: Nach den Ergebnissen der vorangegangenen Abschnitte kann die Optimierung nur auf die Rosseland-Mittelwerte des effektiven Extinktionskoeffizienten gerichtet sein. Totalreflektierende dünne Fasern sollten außerordentlich große Extinktionsquerschnitte haben. Dazu werden die Extinktionseigenschaften metallbeschichteter Fasern untersucht.

In Abschn. 6 werden die wichtigsten Ergebnisse zusammengefaßt.

Eine zentrale Rolle in der gesamten Untersuchung spielen Anwendungen der strengen Mie-Theorie.

3. Experimentelle und numerische Verifizierungen des Strahlungsdiffusionsmodells

Allein kalorimetrische Messungen geben die totalen Wärmetransportigenschaften und Temperaturprofile der zu untersuchenden Medien letztlich genau wieder. Wenn der Verlauf von (λ, T^{*3}) linear ist, genügt bereits die Kenntnis von Gl. (139) bzw. (140), um λ_{Leit} , λ_{Rad} und einen wellenlängengemittelten effektiven Extinktionskoeffizienten E_R^* (genauer: E_R^*/n^2) zu extrahieren. Umgekehrt können aus spektral gemessenen Extinktionskoeffizienten E_R^* und λ_{Rad} berechnet werden, aber hierfür ist im nicht auf isotrope Streuung spezialisierten Fall bereits die Kenntnis der Phasenfunktion der Streuung erforderlich. Daher werden im folgenden zuerst die kalorimetrischen Experimente zusammengefaßt.

3.1 Übersicht: In kalorimetrischen und infrarotoptischen Messungen untersuchte disperse Medien

In die experimentellen Untersuchungen wurden ausschließlich hochtemperaturbeständige, feinkörnige, trockene, amorphe oder kristalline dielektrische Substanzen (Metalloxide) sowie amorphe oder kristalline, faserförmige, dielektrische oder metallbeschichtete dielektrische Teilchen einbezogen (Tab. 1).

Ein sehr effektives Hilfsmittel zur Analyse reiner oder vermischter Substanzen, reiner oder beschichteter Teilchenoberflächen, zur näherungsweise Abschätzung der Teilchengröße und Überprüfung von Teilchenorientierungen, Feststellen von Bindemitteln und Verunreinigungen etc., ist Rasterelektronenmikroskopie (REM) in Verbindung mit einer Mikrosonde[§].

Für die hier vorgenommenen Untersuchungen wurde ein Gerät der Firma JEOL (Japan Electron Optical Laboratories), Typ JXA 733 eingesetzt. Pulverförmige Substanzen wurden mit Alkohol auf einem Träger fixiert, pulver- und faserförmige Substanzen mit Gold besputtert^{§§}.

[§] Engl. Abkürzungen "SEM" bzw. "µ-Probe" (Abb. 13 u. 14).

^{§§} Alle Untersuchungen wurden von Herrn Dr. J. Demny, Brown, Boveri & Cie AG, Heidelberg (Gerätestandort) vorgenommen.

Tab. 1 Übersicht über die wichtigsten in infrarotoptischen und kalorimetrischen Messungen untersuchten Substanzen (vollständige Auflistung bei TRUNZER (1983) §)

	Mittlerer Primärteilchendurchmesser [μm]	Kristall- oder Teilchengeometrie
<u>a) Gerüstsubstanzen</u>		
Fumed Silica	0.007	Amorph-sphärisch
Al_2O_3	0.03 - 0.05	kubisch, $\gamma\text{-Al}_2\text{O}_3$
Kieselgur	10	Bazillariophyta
Borsilikat-Glasfasern (475 Tempstran, Code 108 A u. 110, Johns Manville)	1	amorph
Keramikfasern (47% Al_2O_3 , 53% SiO_2 Cerablanket, Johns Manville)	3	α -bzw. $\gamma\text{-Al}_2\text{O}_3$
Microglass 1 000 (Manning Corp.)	1	amorph
<u>b) Absorbierende infrarotoptische Trübungsmittel</u>		
Fe_3O_4	0.2	kubisch, einzelne Nadeln
Fe_2O_3	0.01- 0.08	rhomboedrisch
Cr_2O_3	0.1 - 2	kubisch und amorph-sphärisch
$\text{SiC}^{\S\S}$	0.5 - 5	rhomboedrisch, hexagonal ($\alpha\text{-SiC}$), Splitter
TiO	0.03	Anatas
<u>c) Überwiegend streuende Trübungsmittel</u>		
Fe	2 - 4	sphärische Teilchen
FeTiO_3	4	Ilmenit, muschelrig
ZrO_2	1 - 2	monoklin, sphär. Teilchen, zusammenhängend
MoTe_2	1 - 10	kubische u. sphär. Teilchen

§ Nach dem BET-Verfahren ermittelte spezifische Teilchenoberflächen sind bei TRUNZER (1983) angegeben. Man beachte, daß die spezifischen Oberflächen nicht in die Extinktionskoeffizienten eingehen.

§§ Die von CHEN (1963) angegebenen Überwiegenden Streueigenschaften von SiC beziehen sich auf den Teilchendurchmesser von 1.7 nm.

amorphe oder kristalline faserförmige, dielektrische oder metallbeschichtete dielektrische Teilchen einbezogen (Tab. 1).

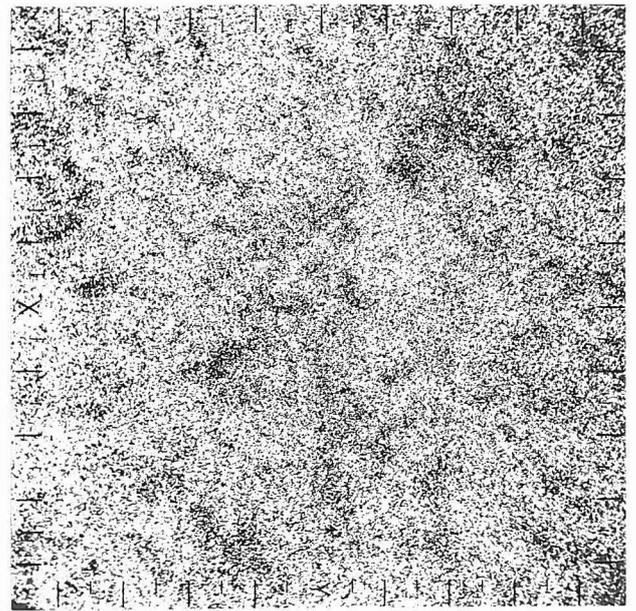
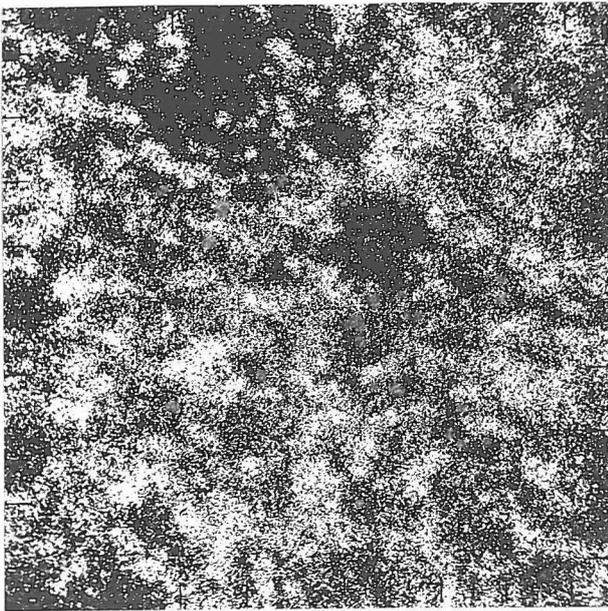
Die pulvrigen Substanzen wurden stets nach den größtmöglichen der in den Standard-Lieferprogrammen ausgewiesenen Reinheitsgrade ausgewählt und für Wärmeleitfähigkeitsmessungen ohne Vorbehandlung entweder unvermischt in Meßapparaturen gefüllt oder auf einem Rhönradmischer bis zu 6 h mit verschiedenen infrarotoptischen Trübungsmitteln angereichert. Die Mischungen wurden durch REM-Aufnahmen auf Homogenität überprüft.

Abb. 10 a - c zeigen als Beispiel Aufnahmen der Fe-K α - und Ti-K α -Linien eines TiO₂ + Fe₃O₄-Gemisches (Gewichtsanteile 4:1) nach 15 min bzw. nach mehr als 2 h Mischungsdauer. Nach 15 min sind noch bereichsweise Inhomogenitäten zu erkennen, die einen Durchmesser von ca. 5 - 20 μ m haben.

Für Extinktions- und Reflexionsmessungen wurden die Pulver in einer KBr-, SiO₂- oder Al₂O₃-Matrix dispergiert und gepreßt.

Die untersuchten faserförmigen Teilchen waren vorwiegend zu dünnen Glasfaserpapieren oder zu Glas- oder Keramikfaser-Filzen verarbeitet. Infrarot-optische Trübungsmittel wurden von den Glasfaserpapierherstellern den Fasern nach Vorschrift beige-mischt und auf den Faseroberflächen ohne chemische Bindemittel fixiert.

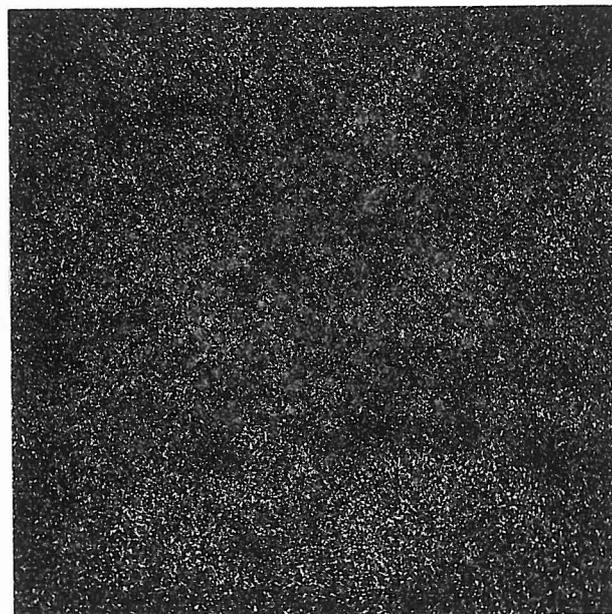
Die in Tab. 1 enthaltenen absorbierenden oder streuenden Pulver wurden nach den in NYQUIST (1971) aufgelisteten Spektren anorganischer Substanzen für eine Überprüfung ihrer Eignung als infrarotoptische Trübungsmittel ausgewählt. Ein ideales Trübungsmittel sollte im gesamten Spektralbereich einen sehr hohen Extinktionskoeffizienten haben, nur Rückstreuung verursachen und für eine Reduzierung von λ_{Festk} möglichst hart sein (Gl. (43) und (45)). Da bei großen Wellenlängen λ der Streuquerschnitt sehr klein wird, weil $x = \pi d/\lambda \rightarrow 0$, muß man vom idealen Trübungsmittel verlangen, daß es in diesem Wellenlängenbereich ($\lambda \gtrsim 10 \mu\text{m}$) stark absorbiert, während bei kürzeren Wellenlängen Streuung oder Absorption vorherrschen können.



(a)

(b)

50 μm



(c)

Abb. 10 Überprüfung der Homogenität von Mischungen $\text{TiO}_2 + \text{Fe}_3\text{O}_4$ (Mischungsverhältnis 4 : 1 Gewichtsanteile) durch Aufnahme der $\text{K}\alpha$ -Linien von Fe und Ti in der μ -Sonde (alle Vergrößerungen 1 000 : 1). (a): Fe- $\text{K}\alpha$, (b): Ti- $\text{K}\alpha$, nach 15 min Mischungsdauer auf einem Rhönradmischer, (c): Fe- $\text{K}\alpha$ nach 2 h Mischungsdauer.

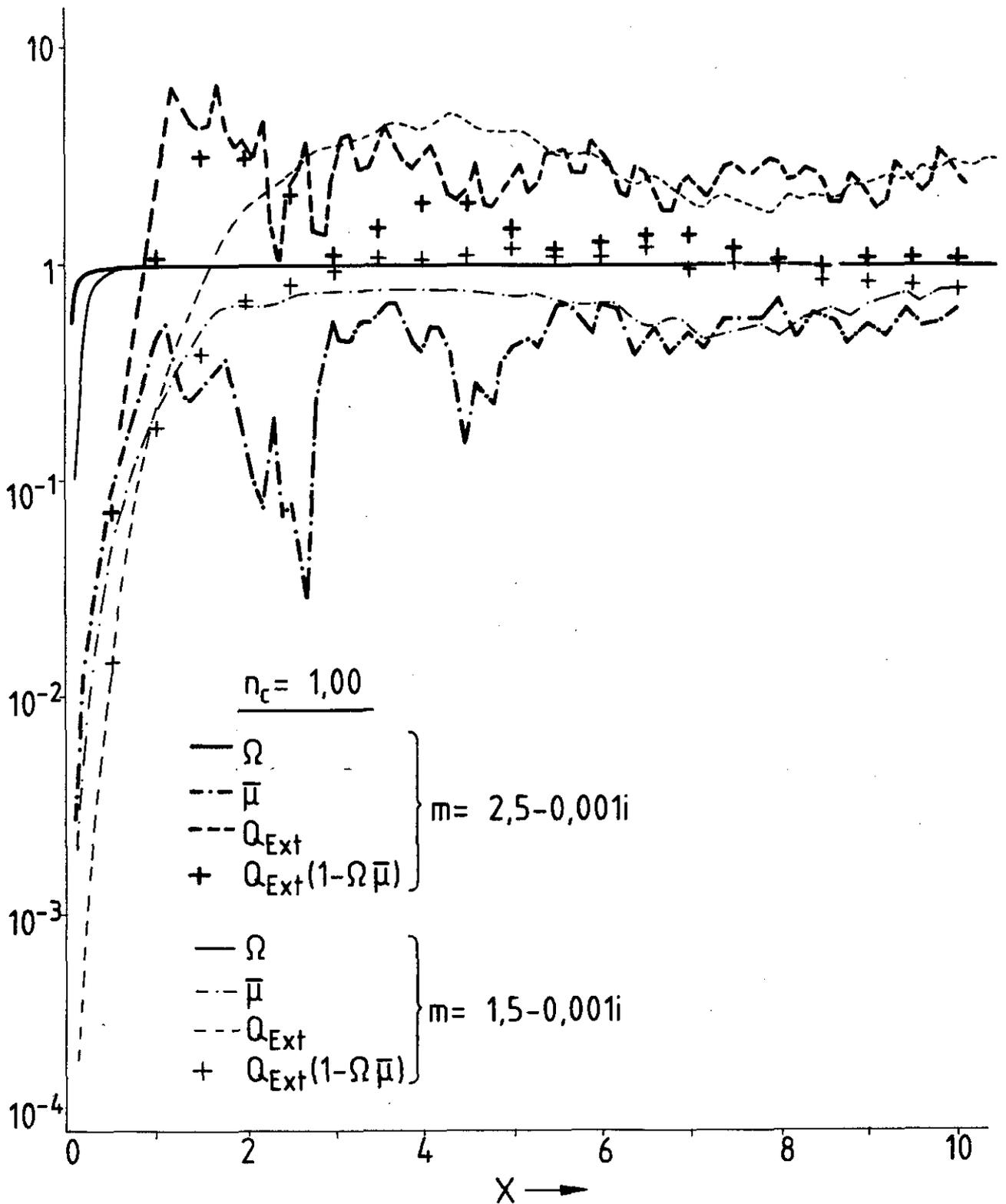


Abb. 11 Für dielektrische sphärische Teilchen nach der Mie-Theorie berechnete Albedo Ω , Asymmetriefaktoren $\bar{\mu}$, relative Extinktionsquerschnitte Q_{Ext} und Effektivwerte $Q_{Ext}(1 - \Omega \bar{\mu})$ als Funktion des Streuparameters $x = \pi d/\lambda$.

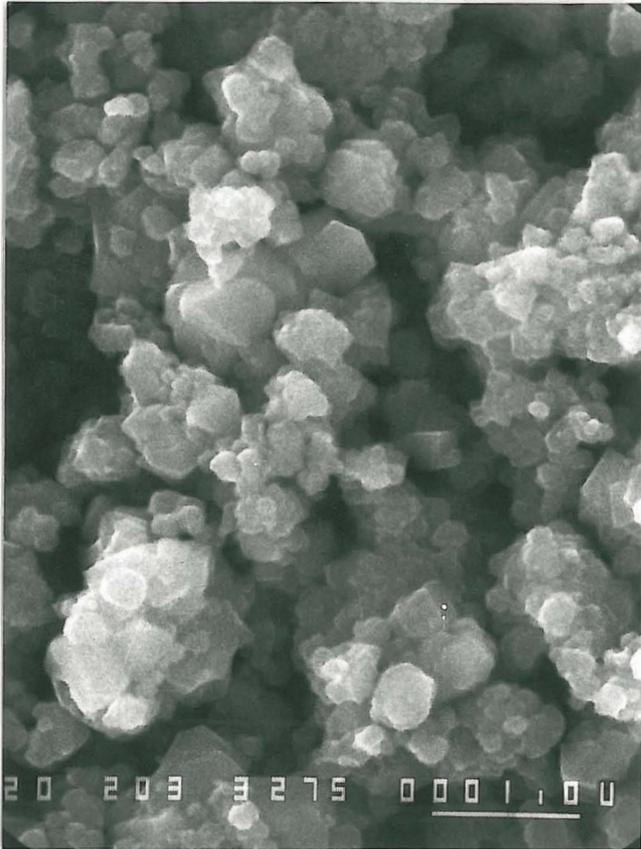
Nach dem Extinktionsverhalten im kürzerwelligen Infrarotgebiet werden die untersuchten Trübungsmittel in überwiegend absorbierende oder streuende Substanzen eingeteilt (zur ersten Gruppe zählen bei sehr kleinen Teilchendurchmessern z. B. Fe_3O_4 oder C; überwiegend streuende Teilchen sollten Durchmesser haben, die optimale effektive Extinktionsquerschnitte erzeugen).

Grundsätzlich ist aus den Beträgen von Real- und Imaginärteil des Brechungsindex allein nicht zu folgern, daß ein bestimmtes Teilchen überwiegend absorbiert oder streut. Mit zunehmendem Teilchendurchmesser wird Streuung schließlich immer überwiegen (Abb. 11 und 49 a, oder z. B. YUREVICH (1975), Fig. 2). Die Tab. 1 zugrundegelegte Einteilung spiegelt daher überwiegend die Teilchendurchmesser wieder.

Die Forderung nach großen Streuquerschnitten bei kürzeren Infrarotwellenlängen ($\lambda < 10 \mu\text{m}$) läßt sich daher nicht nur mit nichtleitenden sondern auch mit elektrisch leitenden (absorbierenden) Substanzen erfüllen, wenn die Teilchendurchmesser geeignet gewählt werden. Ein elektrisch leitendes Teilchen wie z. B. Fe_3O_4 ist auch dann als infrarotoptisches Trübungsmittel geeignet, wenn sein Durchmesser z. B. für $5 \mu\text{m}$ Wellenlänge der einfallenden Strahlung zu etwa $1 - 2 \mu\text{m}$ gewählt wird (Abb. 46 c). Sehr feinkörniges Fe_3O_4 wird nämlich bei großen Wellenlängen außerhalb der Absorptionsbanden zunehmend transparent (Abb. 35 a).

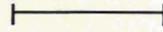
Indessen sind geeignet erscheinende Substanzen in den errechneten optimalen Teilchengrößen oft nicht verfügbar. Die Teilchenabmessungen mehrerer der bei TRUNZER (1983) oder Tab. 1 aufgelisteten Materialien müssen z. T. drastisch reduziert werden, ehe sie in die Nähe der optimalen Teilchengröße gelangen.

Abb. 12 a - d zeigen einige der hier untersuchten Substanzen.



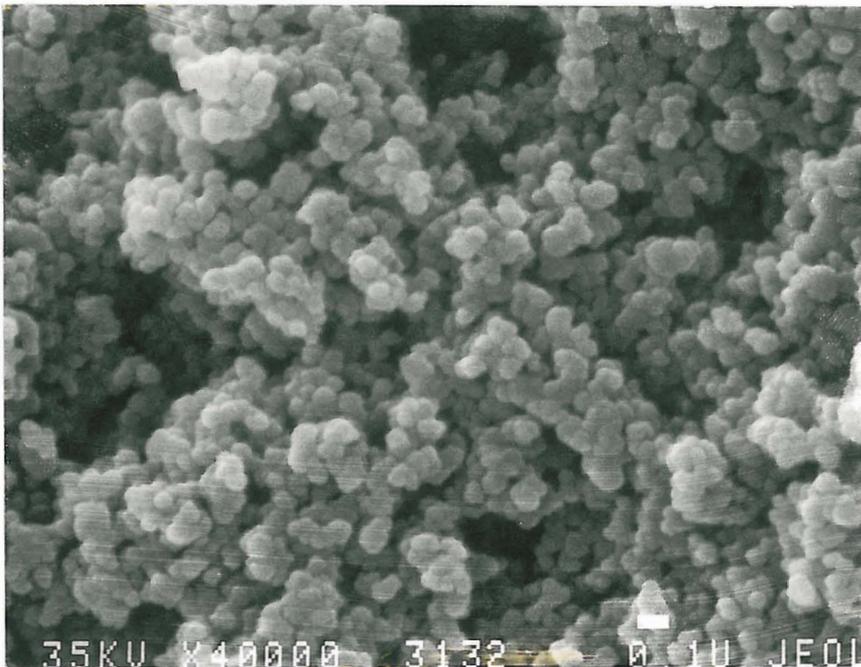
Fe₃O₄

1 μm



20 203 3275 0001,00

Abb. 12 a,b Rasterelektronenmikroskopische Aufnahmen von Fe₃O₄ und TiO₂ (die Länge der horizontalen Balken in den Aufnahmen gibt die Vergrößerung an).

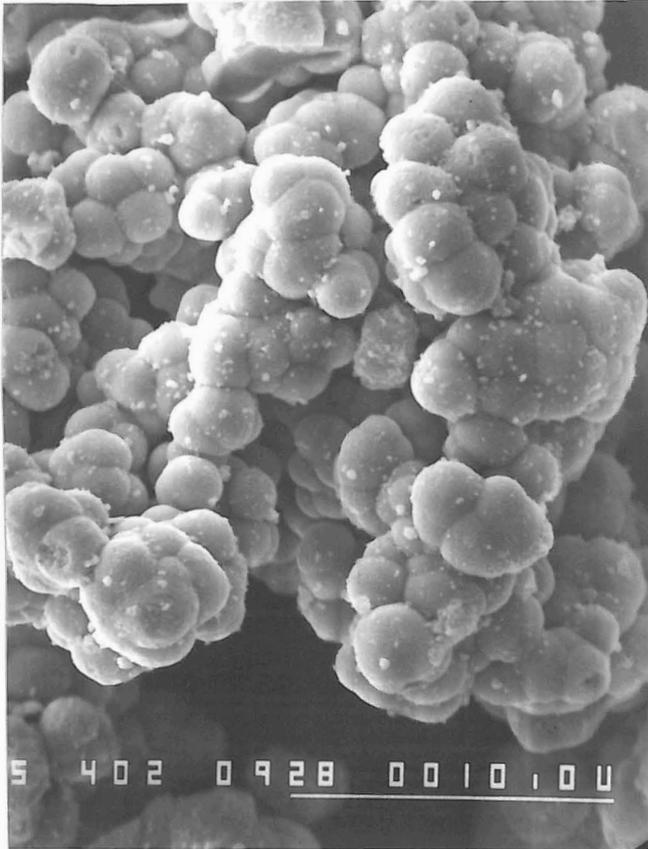


1 μm



TiO₂

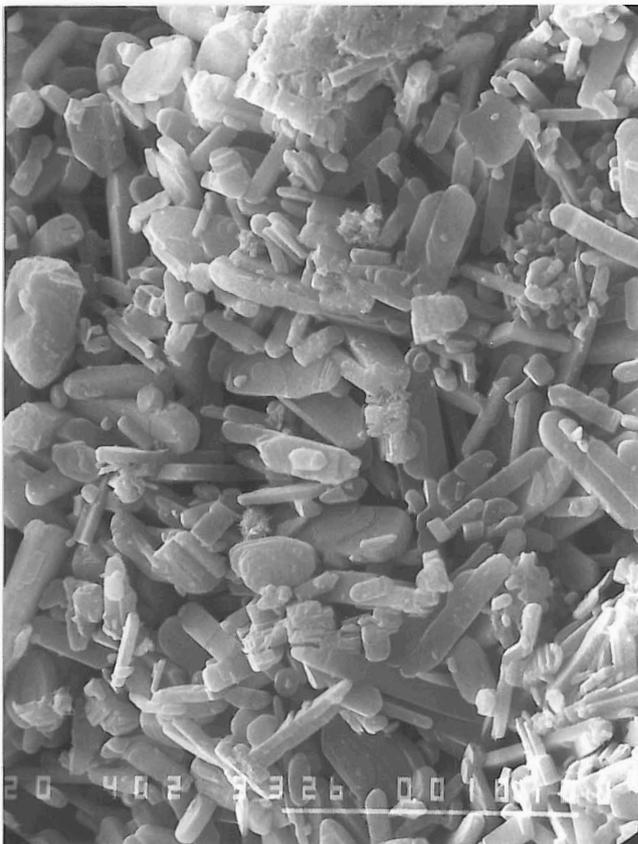
35KV X40000 3132 0 10 JEOL



ZrO₂

10 μm

Abb. 12 c,d Rasterelektronenmikroskopische Aufnahmen von ZrO₂ und V₂O₅



10 μm

V₂O₅

Abb. 13 zeigt REM-Aufnahme und in gleicher Vergrößerung die in der μ -Sonde aufgenommenen $K\alpha$ -Linien von Fe einer Mischung aus Fumed Silica (Primärteilchendurchmesser im Mittel $0.007 \mu\text{m}$) mit Fe_3O_4 ($0.2 \mu\text{m}$). Offensichtlich sind die in der oberen Bildhälfte zu erkennenden Cluster aus Fe_3O_4 -Teilchen zusammengesetzt, die nicht vollständig dispergiert werden konnten. Die Cluster haben einen Durchmesser von ca. $2 - 5 \mu\text{m}$ (daß es sich um massive Fe_3O_4 -Teilchen handeln könnte, ist nach Herstellerangaben sehr unwahrscheinlich).

Entsprechend zeigt Abb. 14 REM-Aufnahme und $K\alpha$ -Linien von Ti und Fe in einer Mischung aus Fumed Silica und FeTiO_3 (Wärmeisolierung "Minileit" der Grünzweig + Hartmann AG, Ludwigshafen). Viele der im oberen Bild aufgelösten Teilchen sind eindeutig als FeTiO_3 identifizierbar.

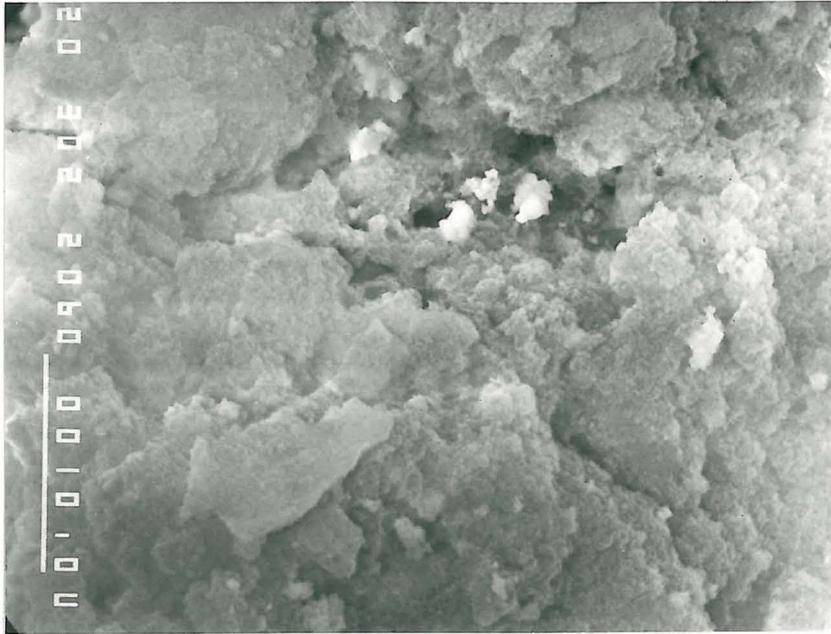
In den REM-Aufnahmen von Abb. 13 und 14 sind die SiO_2 -Teilchenverbände nicht aufzulösen. Wegen der starken Aufladung der SiO_2 -Teilchen sind erfolgreiche Versuche, infrarotoptische Trübungsmittelteilchen in diesen Medien mittels REM-Aufnahmen zu lokalisieren, sehr selten.

Abb. 15 zeigt REM-Aufnahmen verschiedener, in den hier beschriebenen Experimenten benutzter Fasern, Abb. 16 die REM-Aufnahme eines Glasfaserpapiers, womit die Fasern senkrecht zum Temperaturgradienten oder zur Strahlrichtung angeordnet werden können. Die in Abb. 17 stark vergrößerte Faseroberfläche zeigt einige Unebenheiten, die größer als $0.05 \mu\text{m}$ sein können.

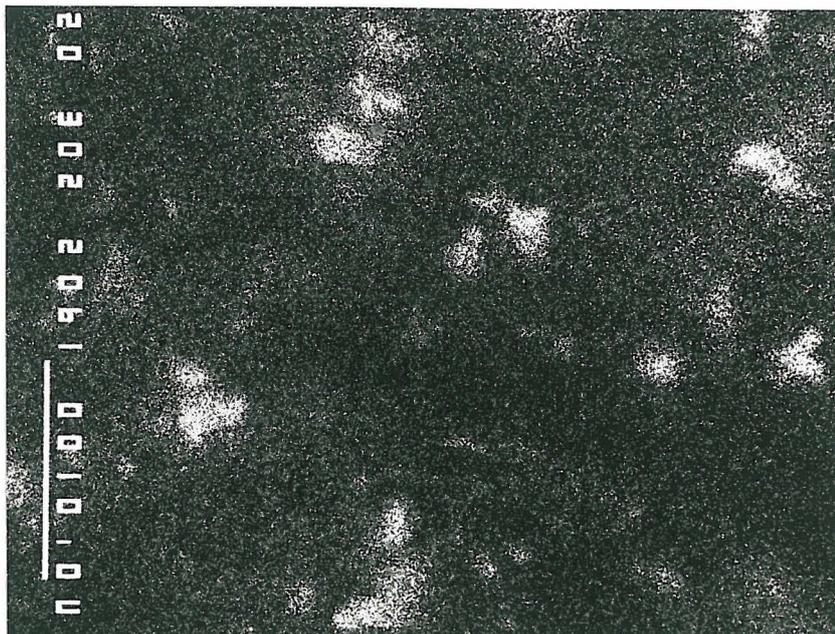
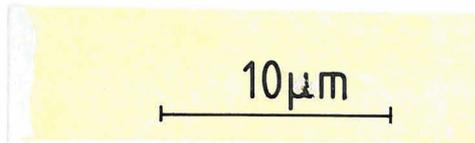
3.2 Aufbau und Experimente mit einer großen Zweiplattenapparatur zur Wärmeleitfähigkeitsmessung von evakuierten dispersen Medien bei hohen Temperaturen

3.2.1 Übersicht, vorbereitende Experimente mit pulvrigen Medien, Auswahl von infrarotoptischen Trübungsmitteln

Erste experimentelle Untersuchungen zur Auswahl geeigneter infrarotoptischer Trübungsmittel wurden mit einer zylindrischen und einer ebenen Wärmeleitfähigkeitsmeßapparatur vorgenommen.

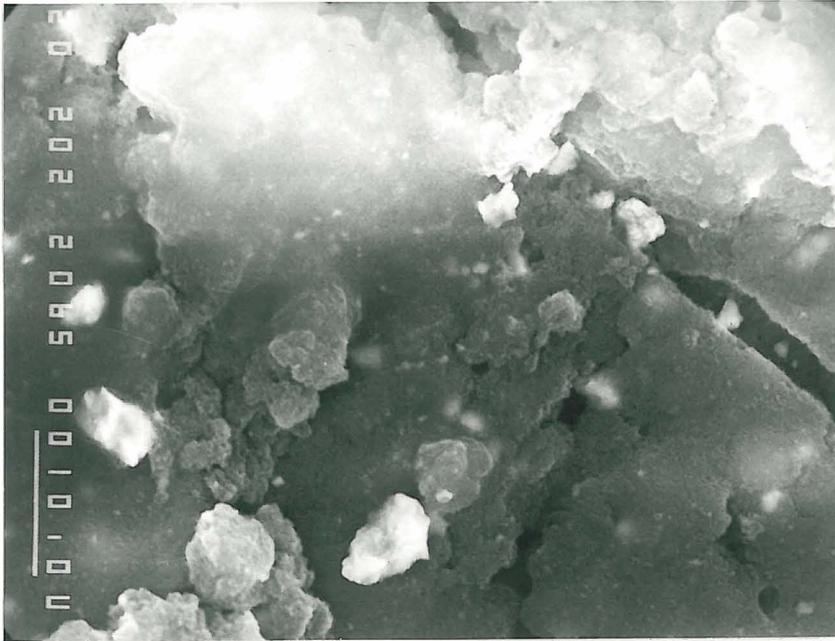


Fumed Silica + Fe₃O₄ 0,2 μm (SEM)

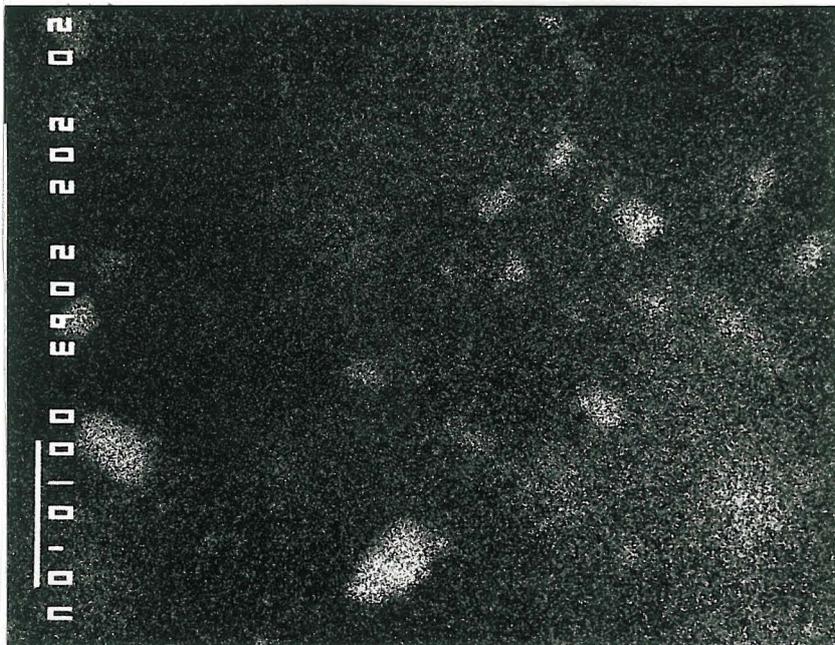
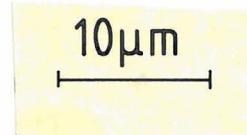


Fe - Kα (μ - Probe)

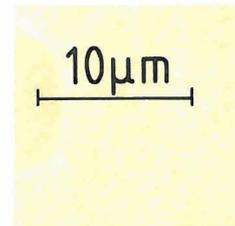
Abb. 13 a,b Rasterelektronenmikroskopische Aufnahme der Mischung SiO₂ + Fe₃O₄ (Primärteilchendurchmesser 0.2 μm) und in der μ-Sonde aufgenommene Fe-Kα-Linien (gleiche Vergrößerung) [REISS (1983 a)].



Fumed Silica+FeTiO₃
(SEM)



Ti- kα (µ-Probe)



Fe- kα (µ-Probe)

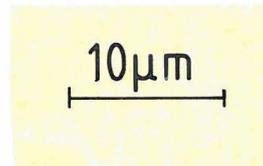


Abb. 14 a,b,c Identifizierung des infraroptischen Trübungsmittels FeTiO₃ durch Ti- und Fe-~~kα~~-Linien in der µ-Sonde, Lokalisierung und Teilchengengeometrie in der Raster-elektronenmikroskopischen Aufnahme [REISS (1983 a)].



Keramikfaser

10 μ m
|



Glasfaser

Nicht zu Glasfaserpapier
verarbeitet, mit "Shot"
(kugelförmige Glaskörper,
die bis zu 20 % der Gesamt-
dichte ausmachen können).

100 μ m
|

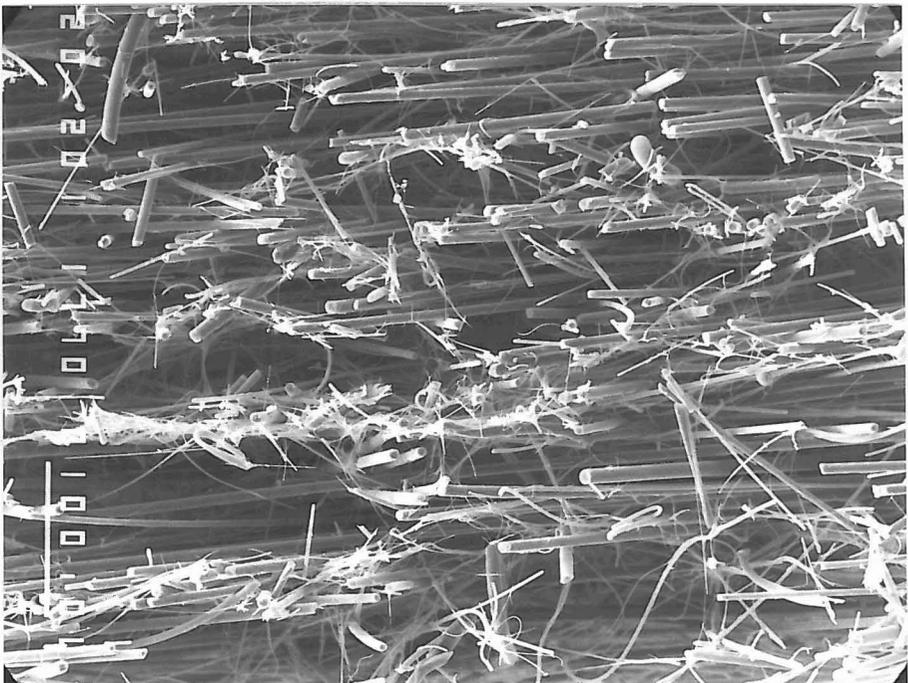
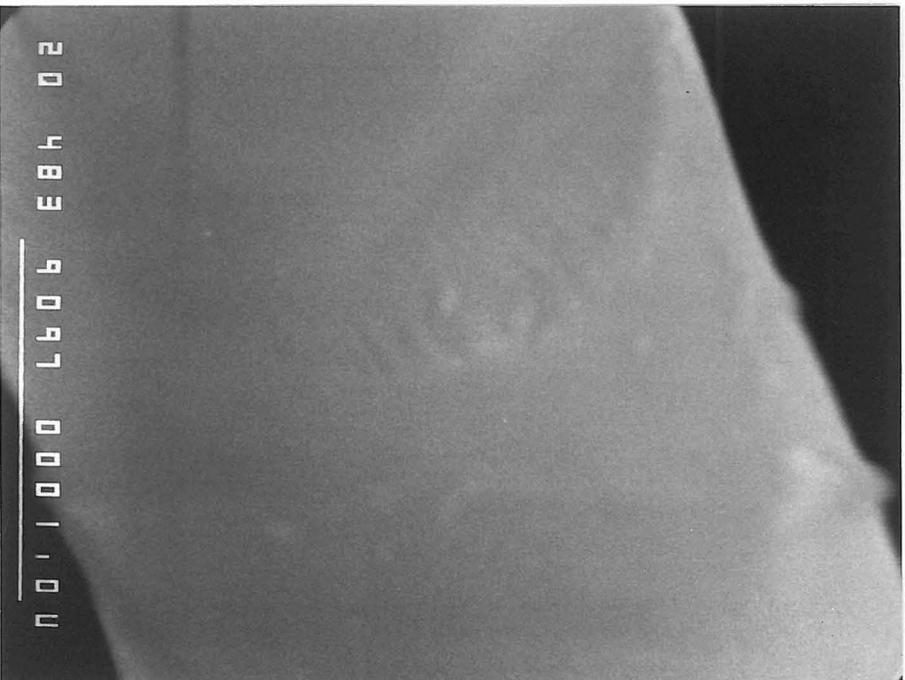


Abb. 16 Borosilikat-Glas-
Faserpapier [REISS (1983 b)].

100µm



1µm

Abb. 17 Oberflächenrauigkeit
einer Borosilikatglasfaser

Die Vorteile eines bestimmten Trübungsmittels werden in kalorimetrischen Messungen besonders bei kleinen und in etwa gleichen Dichten verschiedener Proben offenbar. Eine Druckbelastung würde dagegen das Medium verdichten und einen unnötigen Anstieg von λ_{Festk} verursachen. Die Messungen wurden daher mit der zylindrischen Versuchsanordnung begonnen. Um die Wärmeverluste in Achsenrichtung zu kompensieren, wurde die zylindrische Apparatur zuerst mit einer Vakuum-Folienisolierung geeicht (Meßwerte dazu in Abb. 1). Die Ergebnisse der Wärmeleitfähigkeitsmessungen mit evakuierten Mischungen von feinem TiO_2 mit verschiedenen absorbierenden oder streuenden Trübungsmitteln sind in Abb. 18 zusammengefaßt (REISS (1981 a,b)) und werden durch Untersuchungen der spektralen Transparenz im Wellenlängenbereich $2 \leq \lambda \leq 30 \mu\text{m}$ in Abb. 19 ergänzt (REISS (1983 a)). Hierin ist die spektrale Kurve $e^{-\tau_\lambda}$ mit der hemisphärischen Leistung $e_{\lambda b}$ des Schwarzen Körpers bei $T = 623 \text{ K}$ gefaltet. Die Messungen wurden bei etwa gleicher Konzentration der Trübungsmittel in der KBr-Matrix vorgenommen.

Feines Fe_3O_4 erweist sich nach beiden Messungen als sehr gut für eine Vakuumisolation geeignetes Trübungsmittel, weil $\text{Fe}_3\text{O}_4 \rightleftharpoons \text{FeO} \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$ bei Sauerstoffzufuhr zu $2\text{Fe}_2\text{O}_3$ oxidiert wird. Damit wird der O_2 -Restgasdruck sowie der von allen leicht reduzierbaren Sauerstoffverbindungen im Medium herrschende Restgasdruck abgebaut. Das Fe_3O_4 -Pulver wirkt somit sowohl als Trübungsmittel wie auch als Gettersubstanz (die Gettereigenschaften von Fe_3O_4 haben sich nach Lebensdauermessungen von vakuumisolierten Hochtemperatur-Batteriebehältern durch ZIEGENBEIN (1984) bestätigt).

Auf die "Auswahlregeln" a...c bzw. a...e für Trübungsmittel in REISS (1981 a,b) bezüglich des Betrages von Real- und Imaginärteil vom Brechungsindex, Teilchendurchmesser und Teilchendurchmesser-/freie Weglänge λ_{Rad} -Relation wird in Abschn. 5.3 eingegangen. Die spektralen Eigenschaften von Fe_3O_4 und anderer Trübungsmittel werden in Abschn. 3.4 näher untersucht. Der mit der Zylinderapparatur kalorimetrisch ermittelte wellenlängengemittelte spezifische Extinktionskoeffizient der $\text{TiO}_2 + \text{Fe}_3\text{O}_4$ -

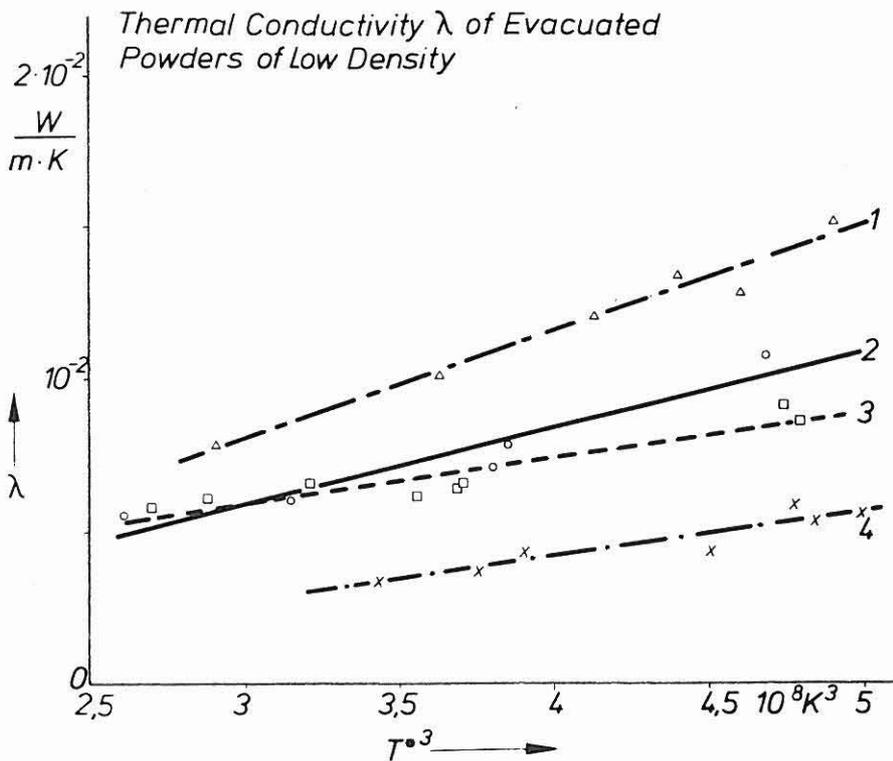


Abb. 18 Gesamtwärmeleitfähigkeit von Mischungen verschiedener infraroptischer Trübungsmittel mit TiO_2 oder Al_2O_3 im Vakuum ($p \leq 100 \text{ Pa}$). Dem Intervall $2.5 \cdot 10^8 \leq T^3 \leq 5 \cdot 10^8 \text{ K}^3$ entspricht $200 \leq T_1 \leq 380 \text{ }^\circ\text{C}$, mit $T_2 = 30 \text{ }^\circ\text{C}$. Die eingetragenen Geraden sind Anpassungen nach kleinsten Fehlerquadraten. Es bezeichnen (1): Reines TiO_2 , (2): $\text{Al}_2\text{O}_3 + \text{ZrO}_2$, (3) $\text{TiO}_2 + \text{Cr}_2\text{O}_3$, (4): $\text{TiO}_2 + \text{Fe}_3\text{O}_4$. Für Teilchendurchmesser, Mischungsverhältnisse, Dichten und Porositäten vergl. REISS (1981 b).

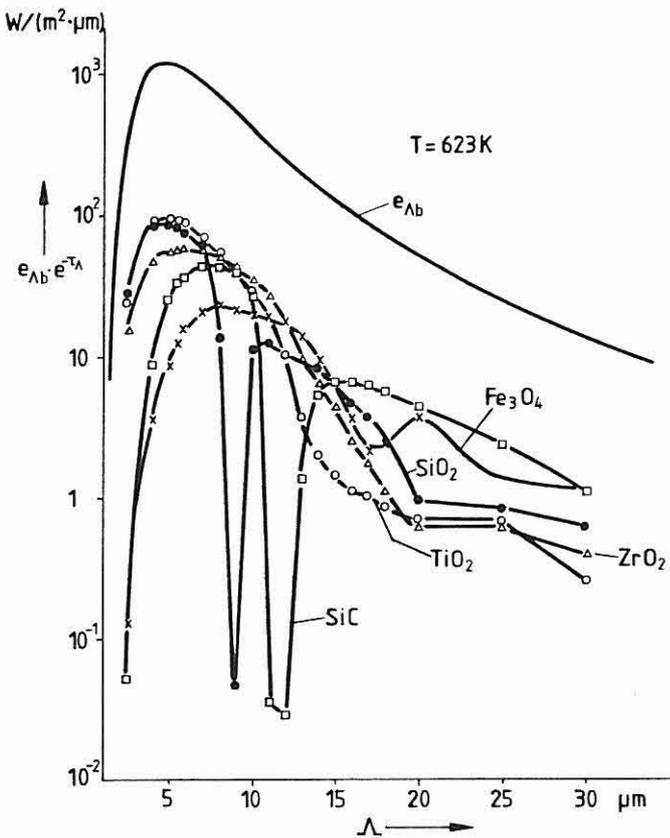


Abb. 19 Mit der hemisphärischen spektralen Strahlungsleistung des Schwarzen Körpers bei $T = 623 \text{ K}$ gefaltetes Spektrum $e^{-\tau_\Lambda}$ reiner Silica und verschiedener infraroptischer Trübungsmittel [REISS (1983 a)].

Mischung (33 % Dotierung, $\rho = 234 \text{ kg/m}^3$) kann aus REISS (1981 b), Fig. 2, zu $E_R^*/\rho = 0.032 \text{ m}^2/\text{g}$ entnommen werden (für reines TiO_2 resultiert der Wert $E_R^*/\rho = 0.020 \text{ m}^2/\text{g}$, bei $\rho = 127 \text{ kg/m}^3$ ermittelt).

Weitere Bestimmungen der totalen Wärmeleitfähigkeit mit der ebenen Wärmeleitfähigkeitsmeßapparatur (Abb. 20) betrafen die Abhängigkeit von Extinktionskoeffizient und λ_{Festk} von Dichte, Porosität und Dotierungsgrad von TiO_2 - und Fe_3O_4 -Mischungen. Andererseits wurden mit dieser Apparatur Messungen der Wärmeleitfähigkeit unter Druckbelastung angestrebt. Die totalen Wärmeströme durch die Proben wurden mit einem Heat Flow Meter aufgenommen (Details in REISS (1983 a)). Die Seitenwände der Vakuumkammer waren aus dünnem Edelstahlblech gefertigt und nur im Kontaktbereich des Heat Flow Meters durch eine für gleichmäßige Kontakttemperatur sorgende Cu-Scheibe verstärkt. Vor Befüllen und Evakuieren wurden die Seitenwände vorgespannt, während beim Evakuieren der Luftdruck die deformierbaren Seitenwände auf die Proben preßte. Laterale Wärmeströme mußten durch Zusatzkühlungen im Randbereich unterdrückt werden. Der Vergleich der Wärmeleitfähigkeitsmeßwerte an aus einer $\text{SiO}_2 + \text{Fe}_3\text{O}_4$ -Mischung gepreßten evakuierten Proben mit den Meßwerten der großen Zweiplattenapparatur (Abschn. 3.2.3) ergab Übereinstimmung innerhalb $\pm 10 \%$ Meßfehler (BÜTTNER (1983), Fig. 2). Das in dieser Meßkammer verfolgte Prinzip, durch bewegliche Referenzflächen (Seitenwände) während der Messung den atmosphärischen Druck auf die Probe zu übertragen, geht auf eine Arbeit von STRONG (1960) zurück.

Da die Wärmeleitfähigkeit von mit infrarotoptischen Trübungsmitteln hoch dotierten dispersen Medien insbesondere von Restgasdruck und Auflagerdruck abhängt, müssen kalorimetrische Meßapparaturen eine Variation dieser Versuchsbedingungen ermöglichen. Daneben können Verwendungszweck und Einsatzbedingungen des dispersen Mediums sowie seine Struktur für den Aufbau der Versuchapparatur weitere Randbedingungen vorschreiben. Die hier zusammengefaßten Arbeiten über disperse Vakuumisolierungen wurden für die Entwicklung einer Wärmeisolation der Na/S-Hochtemperaturbatterie vorgenommen. Die Arbeitstemperaturen der Batterie liegen

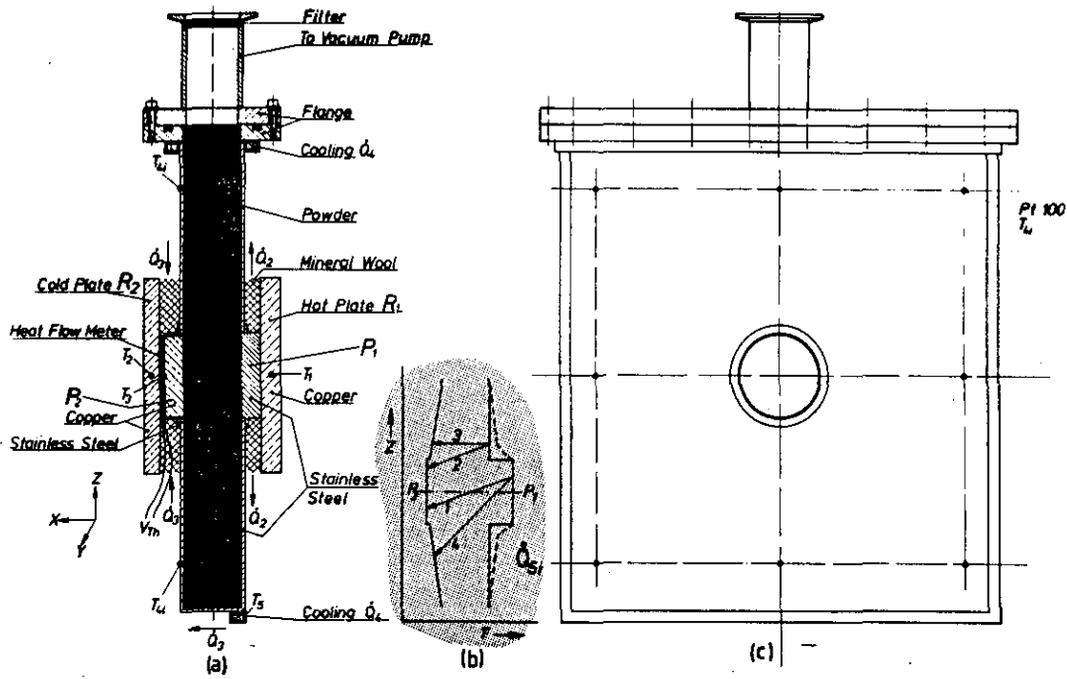


Abb. 20 Flache Meßapparatur (Heat Flow Meter) mit Kompensation lateraler Wärmeströme zur Messung der Wärmeleitfähigkeit von evakuierten druckbelasteten Pulverisolationen (Details in REISS (1983 a)).

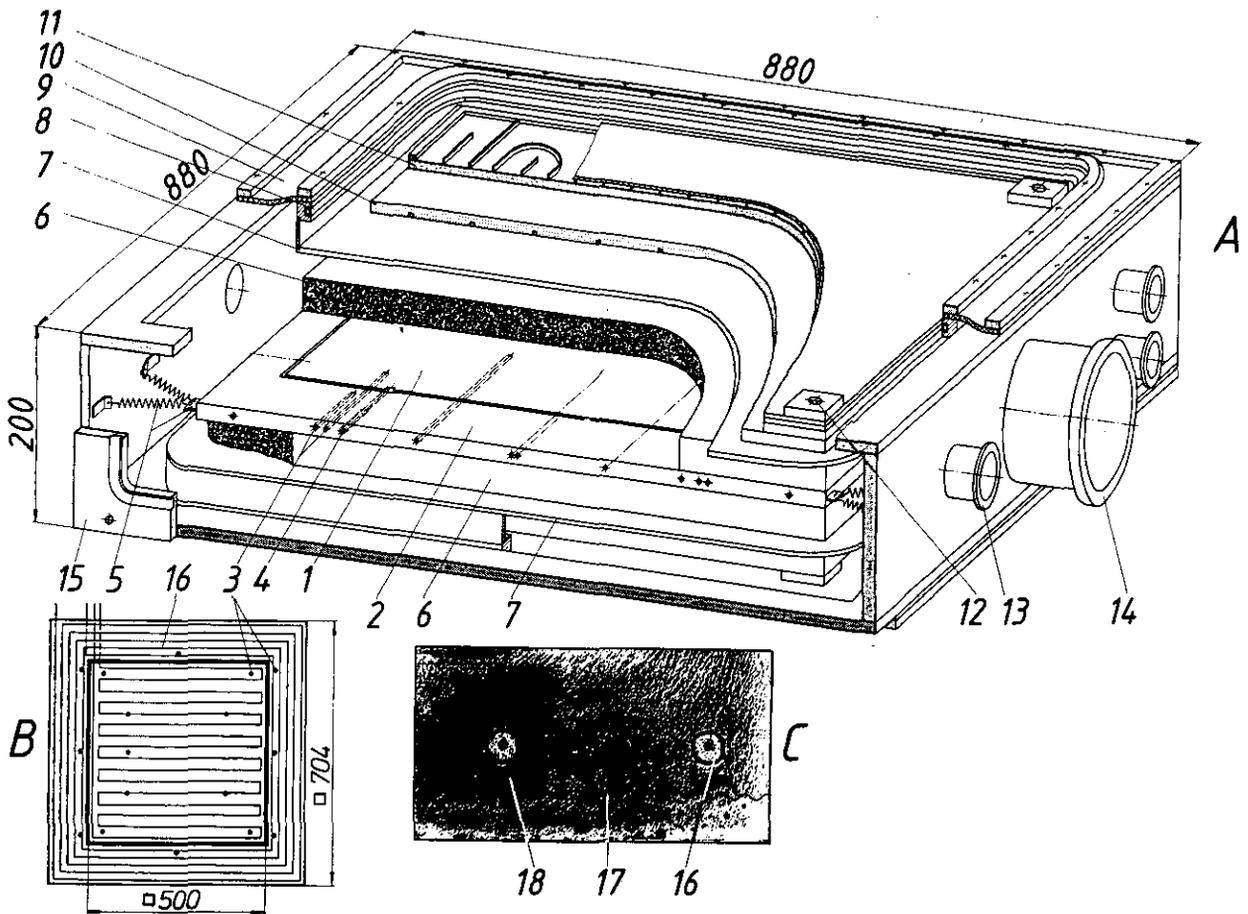


Abb. 21 Große Zweiplatten-Meßapparatur mit quadratischer Meßfläche und einem Schutzring zur Messung der Wärmeleitfähigkeit von druckbelasteten Proben im Vakuum (Details bei BÜTTNER (1982)).

zwischen 300 und 400 °C. Ihr termischer Haushalt schreibt eine maximale Wärmeleitfähigkeit der Isolation unter 5 mW/(m·K) vor. Derartig kleine Wärmeleitfähigkeiten sind bei hohen Temperaturen nur im Vakuum zu erzielen. Da auf den dünnen metallischen Seitenwänden des Vakuum-Isolationsbehälters der atmosphärische Druck lastet, muß das disperse Medium diesen Druck aufnehmen, ohne daß sich die Komponente \dot{q}_{Festk} zu stark erhöht. Für eine möglichst hohe gespeicherte elektrische Energiedichte der Batterie muß die Dichte der Isolation möglichst gering sein. Konstruktive Randbedingungen schreiben eine maximale Isolationsdicke von 3 - 4 cm vor. Die Lebensdauer der Vakuumisolation muß mindestens 5 Jahre betragen, ohne daß zwischenzeitliches Evakuieren notwendig wird.

Aus diesen an die Wärmeisolation gerichteten Forderungen resultieren für eine Wärmeleitfähigkeitsmeßapparatur die in BÜTTNER (1983) eingangs aufgezählten Konsequenzen a - f. Die wichtigsten unter ihnen betreffen die sehr scharfe Forderung hinsichtlich des maximal erlaubten Meßfehlers $\Delta\lambda/\lambda \leq 10\%$ bei λ -Werten im Bereich $1 \leq \lambda \leq 10$ mW/(m·K), die Messung von λ im Vakuum, die atmosphärische Druckbelastung der Proben und die Forderung nach isothermer Entgasung wegen der riesigen Teilchengesamtoberflächen, welche von adsorbierten Gasen befreit werden müssen (bei der unten beschriebenen großen Zweiplattenapparatur einige 10^6 m²).

3.2.2 Entwurf einer 700 x 700 mm² Zweiplattenapparatur

Der Entwurf dieser Apparatur wurde eng an die im vorigen Abschnitt erwähnten Forderungen a - f bezüglich Versuchsbedingungen, Betrag der Wärmeleitfähigkeitswerte und maximaler Fehlergrenzen angelehnt. Abb. 21 (BÜTTNER (1983))[§] zeigt den ursprünglichen Aufbau der Versuchsapparatur (in Abschn. 3.3 wird über Modifikationen berichtet, die eine Messung von λ unter variabler Druckbelastung ermöglichen). Die Plattenapparatur besteht aus einer 704 x 704 mm² Heizplatte mit einem Schutz-

[§]Die Apparatur wurde nach eigenen Entwürfen im Physikalischen Institut der Universität Würzburg gebaut und betrieben.

ring (Meßfläche $500 \times 500 \text{ mm}^2$, Schutzringbreite 100 mm) sowie zwei Referenzplatten von $704 \times 704 \text{ mm}^2$ Fläche, die beim Ausgasen als Heiz-, bei der Messung als Kühlflächen (Wärmesenken) dienen. Die Referenzplatten dienen gleichzeitig als Seitenwände einer $880 \times 880 \times 200 \text{ mm}^3$ Vakuumkammer, welche Heizplatte und zwei Proben von $700 \times 700 \text{ mm}^2$ mit maximal $30 - 35 \text{ mm}$ Stärke aufnimmt. Die Seitenwände sind über eine bewegliche Perbunan-Membran am Kammerrahmen vakuumdicht befestigt. Wird die Kammer evakuiert, preßt der atmosphärische Druck die Seitenwände auf die Proben. Die Proben unterliegen somit unabhängig von Zeitpunkt der Messung, Temperatur oder elastischem Zustand des Probenmaterials etc. immer den gleichen mechanischen Randbedingungen. Fast alle (bis auf die im vorigen Abschnitt genannten Ausnahmen) der bekannten flachen Wärmeleitfähigkeitsmeßapparaturen begnügen sich damit, den Auflagerdruck mittels Spindeln aufzuprägen, ohne daß bei sich z. B. mit der Temperatur ändernden elastischen Zustandsgrößen der Proben eine genau dosierte Druckkorrektur vorgenommen werden könnte.

Besondere Sorgfalt wurde bei der Fertigung der Heizplatte (hochreines Al) zur Erzielung einer gleichmäßigen Temperaturverteilung aufgewendet. Die Heizplatte wurde in Sandwich-Bauweise aus zwei Teilplatten gefertigt, die nach dem Verlegen des Heizleiters durch Explosionsplattieren (s. z. B. SHARPE (1980)) auf der ganzen Plattenfläche kalt verschweißt wurden. Die Plattenoberflächen erhielten abschließend einen plasmagespritzten TiO_2 -Überzug mit einem thermischen Emissionsvermögen $\epsilon \geq 0.9$, das wenigstens bis zu $T = 800 \text{ K}$ stabil ist. Die Temperaturverteilungen auf Meßfläche und Schutzring wurden mit 17 Pt-Widerstandsthermometern gemessen.

Die Plattengeometrie (Abmessungen der Meßfläche, Schutzringbreite) wurde nach der Fehlerdiskussion von BODE (1980) optimiert. Die dort beschriebenen Fehlerfunktionen F_1 und F_2 sind für die gewählte Geometrie vernachlässigbar klein. Der Fehler $\Delta\lambda_g$, welcher auf einer möglichen Temperaturdifferenz ($T_{ms} - T_{gr}$) zwischen Meßplatte (ms) und Schutzring (gr) beruht, muß experimen-

tell ermittelt werden. Mit einer Vakuum-Pulverisolierung wurde die Funktion $\lambda = f(T_{ms} - T_{gr})$ bei den Temperaturniveaus 150, 301 und 380 °C gemessen. Das Steigmaß $\Delta\lambda/\Delta(T_{ms}-T_{gr})$ von maximal 0.23 mW/(m·K²) gibt an, daß bei einer Temperaturdifferenz von nur 1 K zwischen Meßfläche und Schutzring ein Meßfehler von 3 - 5 % in der totalen Wärmeleitfähigkeit resultieren kann. Die auf Meßfläche und Schutzring gemessene Temperaturverteilung zeigte Standardabweichungen. Die Genauigkeit der Temperaturmessungen ist für die Genauigkeit der Wärmeleitfähigkeitsmessungen offensichtlich von entscheidender Bedeutung. Für eine detaillierte Beschreibung des ganzen Versuchsstands vergl. auch BÜTTNER (1982).

3.2.3 Meßergebnisse mit evakuierten pulvrigen Medien

Abb. 22 (BÜTTNER (1983)) zeigt die gemessenen kleinsten totalen Wärmeleitfähigkeitswerte, die hier an einer gepreßten druckbelasteten Probe im Vakuum bei hohen Temperaturen erzielt wurden (Fumed Silica + 17 Gewichts-% Fe₃O₄, $\rho = 270 \text{ kg/m}^3$, $\Pi = 0.9$). Die Meßpunkte können sehr genau durch eine Gerade approximiert werden (Korrelationskoeffizient $R = 0.998$). Hieraus sind im (λ, T^{*3}) -Diagramm $\lambda_{\text{Festk}} = 5.11 \text{ mW/(m}\cdot\text{K)}$ und $E_R^*/\rho = 0.0459 \text{ m}^2/\text{g}$ (mit $n^2 = 1$) abzulesen. Eine Mischung Fumed Silica + TiO₂ + Fe₃O₄, worin die Gewichtsanteile von TiO₂ + Fe₃O₄ genauso groß waren wie die des alleinigen Trübungsmittels Fe₃O₄ in obiger Messung (Abb. 22), zeigte dagegen ein λ_{Festk} von 5.96 mW/(m·K) und $E_R^*/\rho = 0.0526 \text{ m}^2/\text{g}$. Der in Übereinstimmung mit einer früheren Messung (REISS (1981 a,b)) gefundene etwas höhere E_R^*/ρ -Wert könnte mit einer Sättigung an Fe₃O₄ schon bei 8 % Dotierung erklärt werden. Der größere E_R^*/ρ -Wert bei der mit zusätzlich 8 % TiO₂ dotierten Mischung wäre dann auf die Schließung von Transmissionsfenstern in Fe₃O₄ durch das im spektralen Extinktionsverhalten unterschiedliche TiO₂ (s. Abschn. 3.4) zurückzuführen.

Man entnimmt Abb. 22, daß bei $T_1 = 400 \text{ °C}$ der Strahlungsanteil in der Gesamtwärmeleitfähigkeit ca. 38 % beträgt (zu ermitteln gemäß eingezeichneter schematischer Skizze).

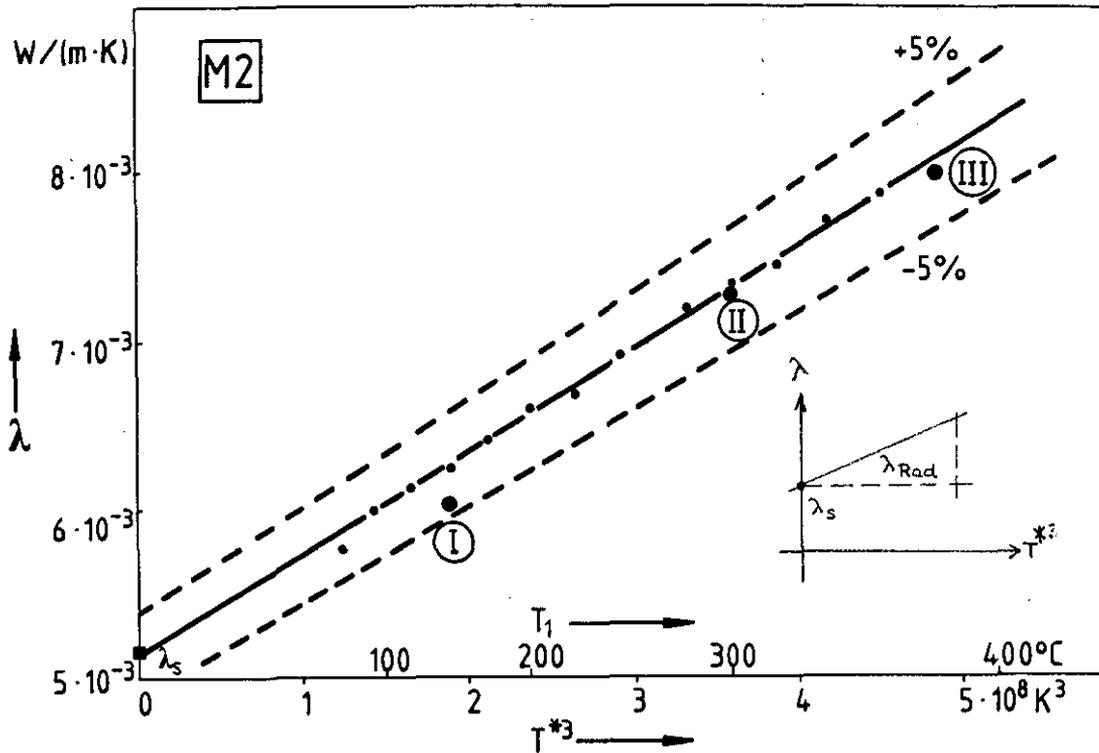


Abb. 22 Gesamtwärmeleitfähigkeit einer druckbelasteten Vakuum-Pulverisolation ($SiO_2 + Fe_3O_4$, im Mischungsverhältnis 5 : 1 Gewichtsanteile, $\rho = 270 \text{ kg/m}^3$) [BÜTTNER (1983)]. In diesem Bild mit I, II und III bezeichneten Meßpunkte bedeuten 3 Eichpunkte, bei denen $\lambda(T_{ms} - T_{gr})$ untersucht wurde. λ_s wird durch Extrapolation der (linearen) Anpassung (durchgezogene Gerade) nach $T^*{}^3 = 0$ erhalten. Damit bestimmt sich $\lambda_{Rad}(T^*{}^3) = \lambda(T^*{}^3) - \lambda_s$ bei beliebigen $T^*{}^3$.

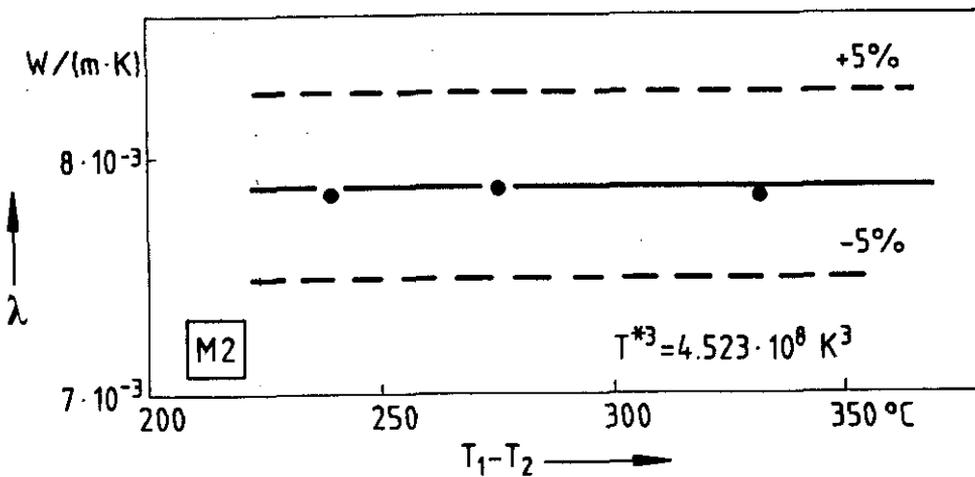


Abb. 23 Überprüfung der Gesamtwärmeleitfähigkeit (gleiche Probe wie in Abb. 22) bei konstanter Strahlungstemperatur, aber unterschiedlichen $(T_1 - T_2)$ [BÜTTNER (1983)].

3.2.4 Experimentelle Prüfung der Temperaturunabhängigkeit von λ_{Festk} und effektivem Extinktionskoeffizient

Ein sehr wichtiger experimenteller Test betrifft die Definition der über die gesamte Schichtdicke gemittelten Strahlungstemperatur

$$T^{*3} = \frac{T_1^4 - T_2^4}{T_1 - T_2} = (T_1^2 + T_2^2) \cdot (T_1 + T_2) \quad (145)$$

Wenn Gl. (140) uneingeschränkt gilt (d. h. wenn $\alpha = \lambda_{\text{Festk}}$ und $\beta = f(1/E_R)$ temperaturunabhängig sind), muß für beliebige T_{1i} , T_{2i} , welche Gl. (145) erfüllen, der gleiche totale Wärmeleitfähigkeitswert λ gemessen werden. Abb. 23 (BÜTTNER (1983)) zeigt die mit der $\text{SiO}_2 + \text{Fe}_3\text{O}_4$ -Mischung gemessenen totalen λ als Funktion von $(T_1 - T_2)$. Da die λ innerhalb weniger Fehler-% konstant sind, ist zu folgern:

In pulvrigen, mit infrarotoptischen Trübungsmitteln stark dotierten, absorbierenden evakuierten Medien sind schichtdickengemittelte λ_{Festk} und n^2/E_R temperaturunabhängig, weil sich trotz verschiedener Mitteltemperaturen $T_{m(1,2)} = (T_1 + T_2)/2$ die Gleichheit $\lambda(T_{m(i,j)}^{*3}) = \lambda(T_{m(k,l)}^{*3})$ ergab. Eine eventuelle Temperaturabhängigkeit von λ_{Festk} und des Quotienten n^2/E_R würde zu einer nichtlinearen Beziehung (λ, T^{*3}) führen (Abschn. 4), was im Widerspruch zum in Abb. 22 (und in anderen Meßreihen mit pulvrigen absorbierenden Medien) gefundenen linearen (λ, T^{*3}) -Verlauf stünde. Bezüglich E_R wird dies noch folgendermaßen gestützt: Wenn man die Infrarot-Transmissionsspektren anorganischer Substanzen (s. z. B. NYQUIST (1971)) in einer Grobeinteilung in die in Abb. 24 a skizzierten Klassen aufgliedert, ergeben sich die in Abb. 24 b gezeigten Abhängigkeiten des Rosseland-Mittelwerts $\tau_{\text{OR}}(T)$ von der Temperatur. Eine merkliche Temperaturabhängigkeit von τ_{OR} und damit von E_R ist nur mit Einzelspektren und in bestimmten Temperaturbereichen zu erwarten (z. B. bei Nr. 2 und 6 für $T \leq 1600$ K). Wird in einer Mischung mehrerer Substanzen die Struktur der Einzelspektren ausgelöscht, muß der Rosseland-Mittelwert temperaturunabhängig sein. Kombination von Fe_3O_4 und SiO_2 -Spektren (Nr. 6 (oder 2) und Nr. 3 entsprechend) bringt das Summenspektrum dem schwach temperaturabhängigen Verlauf von Nr. 3 umso näher, je größer der SiO_2 -Anteil ist.

Durch die Bestätigung $\lambda(T_{ij}^{*3}) = \lambda(T_{kl}^{*3})$, mit $T_{ij}^{*3} = (T_i^2 + T_j^2)(T_i + T_j) = (T_k^2 + T_l^2)(T_k + T_l) = T_{kl}^{*3}$, über die in BÜTTNER (1983) erstmalig berichtet wurde, ist die Reproduzierbarkeit der in der Tieftemperaturphysik zuvor ausgiebig verwendeten (λ, T^{*3}) -Diagramme überhaupt erst gesichert.

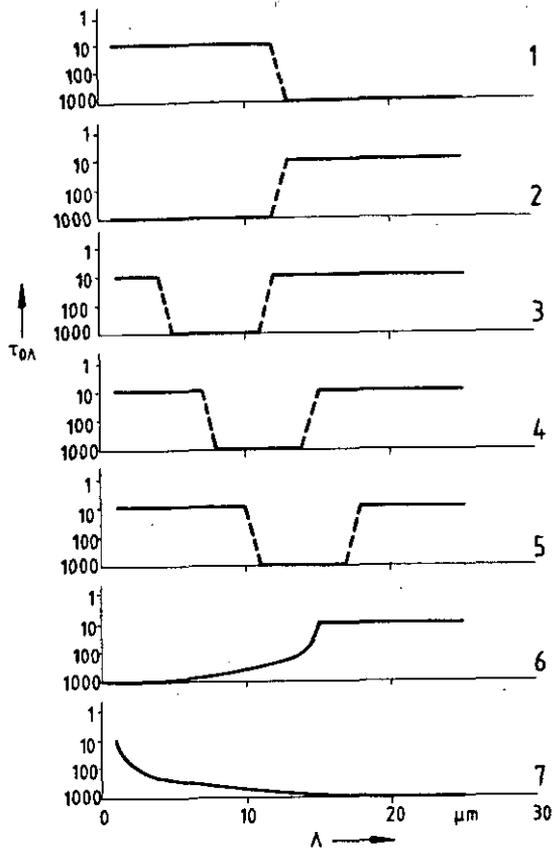


Abb. 24 a Grobeinteilung der Extinktionsspektren anorganischer Substanzen in 7 Klassen im Bereich $1 \leq \lambda \leq 25 \mu\text{m}$. Den Klassen entsprechen in etwa die Extinktionsspektren von (1): TiO_2 , (2): WB_5 , (3-5): SiO_2 , $\text{Na}_2\text{B}_4\text{O}_7$ etc., (6): Fe_3O_4 und (7): KH_2PO_4 (vergl. NYQUIST (1971)).

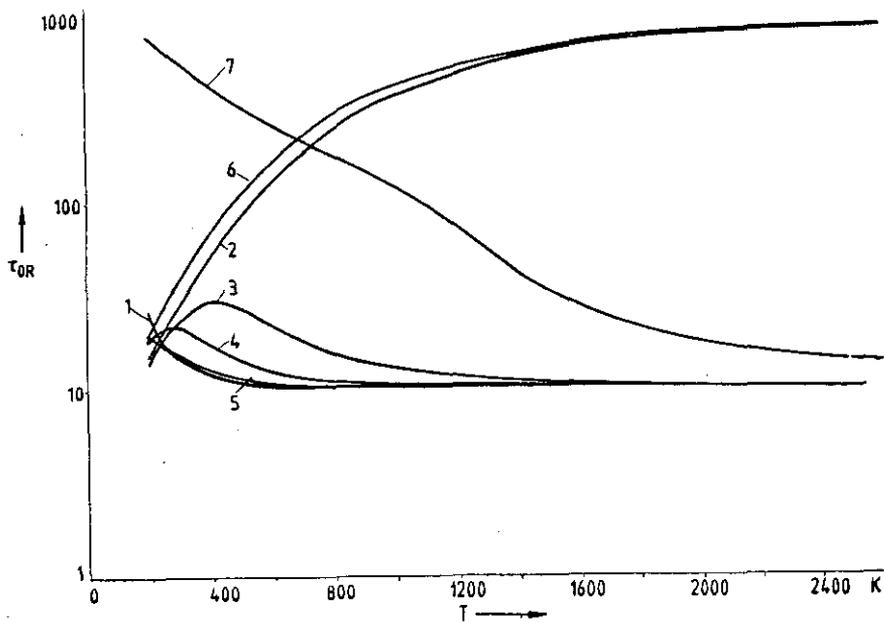


Abb. 24 b Mit den in Abb. 24 a angegebenen Extinktionsspektren im Wellenlängenbereich $1 \leq \lambda \leq 25 \mu\text{m}$ berechnete Rosselandmittel in Abhängigkeit von der Temperatur.

3.3 Kalorimetrische Untersuchung der vermuteten $P^{1/3}$ -Abhängigkeit des Festkörperkontaktwärmeleitungsanteils in einem faserförmigen Medium

3.3.1 Erweiterter Versuchsstand

Für die Messung der Gesamtwärmeleitfähigkeit von pulvrigen und faserförmigen Medien unter variabler Druckbelastung wurde die große Zweiplattenapparatur (Abschn. 3.2.2) durch Anbau zweier sekundärer äußerere Vakuummkammern modifiziert. Aufgrund von Wärmeausdehnungsproblemen mit der früheren quadratischen Meßfläche bei hohen Temperaturen war zwischenzeitlich auch die Geometrie des Meßplattensystems zugunsten einer kreisförmigen Meßfläche von 480 mm Durchmesser mit zwei Schutzringen von 84 und 15 mm Breite geändert worden (Abb. 25). Die äußeren Gesamt-abmessungen der Heiz- und Referenzplatten und Proben wurden jedoch beibehalten (BÜTTNER (1984)).

Wird die innere Vakuummkammer (6) mit den Proben (2) evakuiert, preßt der äußere Luftdruck die Kammer-Seitenwände (3) mit vollem atmosphärischem Druck auf die Probenoberflächen. Evakuiert man die äußeren Vakuummkammern (9), kann die Druckbelastung auf den Proben unabhängig vom Restgasdruck in der Hauptkammer variiert werden.

Für eine weitere Reduzierung des Meßfehlers bezüglich einer möglichen Temperaturdifferenz über den Spalt (10) zwischen Meßfläche (1) und innerem Schutzring (4) wurde versucht, die Temperaturverteilung in Meßfläche und Schutzringen durch eine nochmals erweiterte Sandwich-Bauweise des ganzen Heizplattensystems zu vergleichmäßigen. Die Heizplatte (Al) wurde in drei Schichten verschiedener Stärke unterteilt. In das innere Plattenelement (12) von 10 mm Dicke wurden der spiralförmig verlegte Heizdraht und 14 Pt-Widerstandsthermometer eingelassen. Abb. 25 b zeigt die Anordnung der Thermometer. Sie wurde so festgelegt, daß die Temperaturmeßstellen nicht von Durchführun-

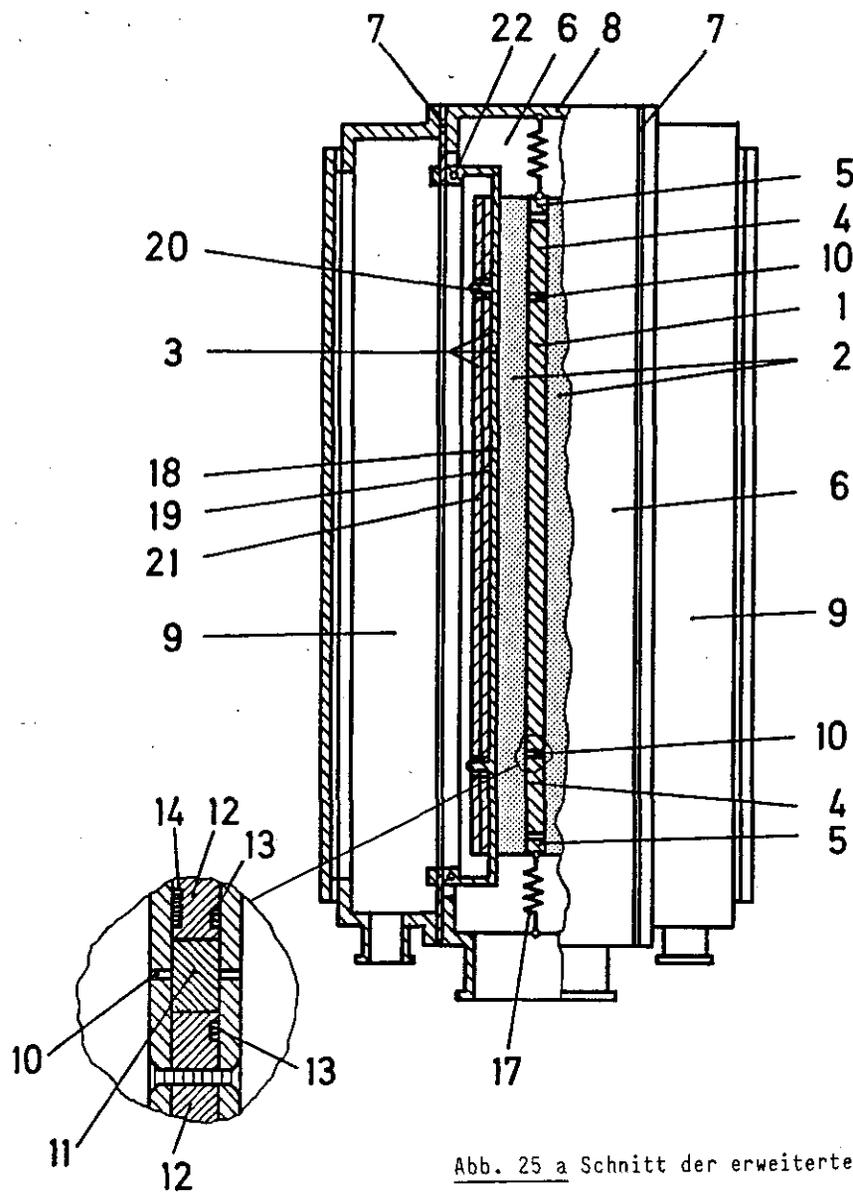


Abb. 25 a Schnitt der erweiterten Zweiplatten-Meßapparatur
(Details bei BÜTTNER (1984)).

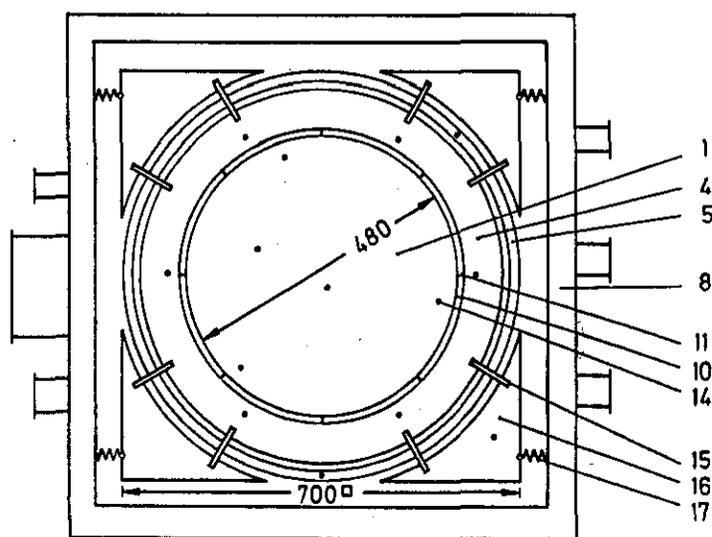


Abb. 25 b Neue Geometrie der Meßfläche und Schutzringe,
Lage der Meßstellen (Punkte) [BÜTTNER (1984)].

gen für Meß- und Heizleitungen gestört werden und die Meßstellen sich am Spalt (10) trotzdem möglichst nahe gegenüberliegen. Dagegen tragen die beiden äußeren Plattenelemente (je 5 mm Dicke) weder Meßstellen noch Kabeldurchführungen sondern dienen mit dem hohen Wärmeleitvermögen von Al ausschließlich zur Vergleichmäßigung der Temperaturverteilung in der Plattenoberfläche (den geringen Temperaturabfall in den äußeren Plattenelementen gegenüber den im inneren Element gemessenen Temperaturen kann man bei bekanntem Gesamtwärmestrom und bekannter Wärmeleitfähigkeit des Al leicht ermitteln). Die drei Plattenelemente wurden schließlich vernietet.

Weiterhin wurden alle Meßleitungen als Vierleiteranschlüsse zu den Widerstandsthermometern ausgelegt, was die frühere rechnerische Kompensation der Zuleitungswiderstände ersetzte. Die ganze Versuchsanlage wurde wie bisher mit einem Mikrocomputer gesteuert.

3.3.2 Meßergebnisse und Fehleranalyse

Wegen der großen optischen Dicken ($\tau_o > 300$, $E > 10\ 000\ 1/m$ bei allen Wellenlängen bis $30\ \mu m$) ist die additive Näherung mit dem Diffusionsmodellausdruck für \dot{q}_{Rad} anwendbar (Gl. (140)). Für eine unter atmosphärischer Druckbelastung (Kammern (9) vollständig evakuiert) gemessene reine Glasfaserwärmeisolierung (Borosilikatglas, $\rho = 300\ kg/m^3$, $\pi = 0.885$, Faserdurchmesser im Mittel $1\ \mu m$) ergibt sich aus Abb. 26, Kurve b, $\lambda_{Festk} = 1.9\ mW/(m \cdot K)$ (mit $T_{Rad}^3 = T_r^3 = T^*{}^3/4$). Für die Glasfaserisolierung ist λ_{Festk} beträchtlich niedriger als der in Abschn. 3.2.3 für die mit Fe_3O_4 dotierte Pulverisolierung gefundene Wert (Kurve a in Abb. 26). Dies kann (neben Beiträgen von Fe_3O_4 zu λ_{Festk} des pulvrigen Gerüstmaterials SiO_2) mit einer Orientierung der Fasern senkrecht zum Temperaturgradienten erklärt werden (Abschn. 4).

Kurve c in Abb. 26 zeigt die totale Wärmeleitfähigkeit für eine mit Fe_3O_4 dotierte Glasfaserisolierung (Borosilikatglas, $\rho = 330\ kg/m^3$, Dotierungsgrad 30 Gewichts-%, mittlerer Faserdurchmesser $1\ \mu m$).

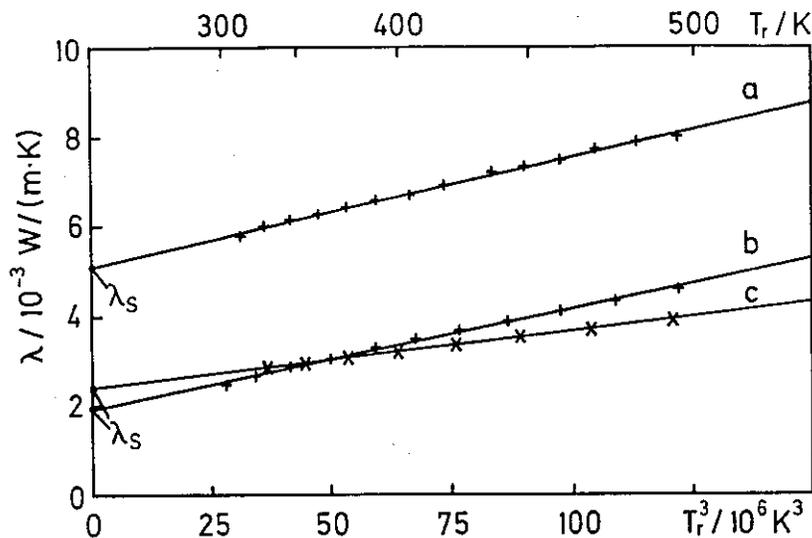


Abb. 26 Gesamtwärmeleitfähigkeit von druckbelasteten Vakuumisolationen; (a): Mit Fe_3O_4 dotierte Pulverisolation, (b): reine, (c): mit Fe_3O_4 dotierte Glasfaserisolation [BÜTTNER (1984)].

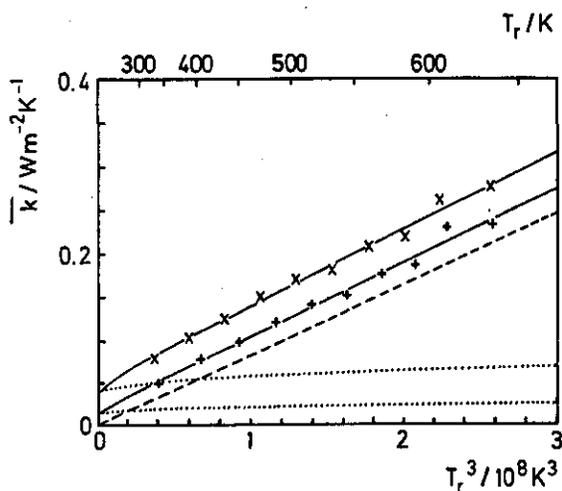


Abb. 27 a Gesamt-Wärmeverlustkoeffizient \bar{k} einer reinen Glasfaserisolation bei 2 000 Pa (+) und 99 000 Pa (x) Druckbelastung im Vakuum. Gepunktete Kurven: Bei diesen Druckbelastungen resultierende Festkörperwärmestromanteile, gestrichelte Kurve: Strahlungsanteile (für beide Druckbelastungen identisch, da $\tau_0 = \text{const.}$) [BÜTTNER (1984)].

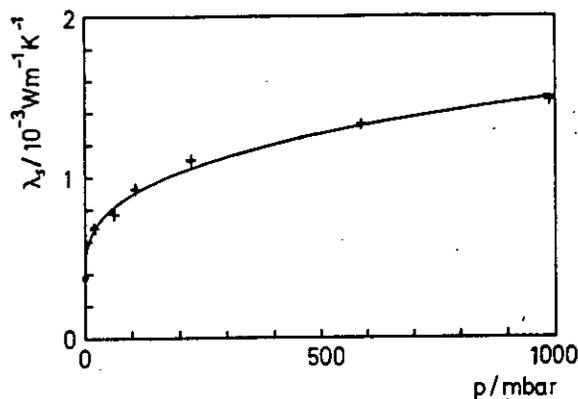


Abb. 27 b Festkörperwärmeleitungsanteil λ_s in Abhängigkeit von der Druckbelastung (durchgezogene Kurve: nach kleinsten Fehlerquadraten vorgenommene Anpassung $\lambda_s = \lambda_{s0} + a p^{1/3}$) [BÜTTNER (1984)].

Der Fehler $\Delta\lambda/\Delta(T_{ms} - T_{gr}) = 0.06 \text{ mW}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ist gegenüber den früheren Messungen noch um den Faktor vier reduziert. Die Unsicherheit in λ_{Festk} bzw. im totalen λ beträgt somit für 1 K Temperaturdifferenz nur noch ca. 3.2 bzw. 1.5 %. Die Standardabweichung der Temperaturen von Meßfläche und innerem Schutzring betrug bei 350 °C Temperaturniveau nur 0.4 K.

Für eine weitere Glasfaserisolation (99 Lagen Borosilikat-Glasfaserpapier) wurden Gesamtwärmestrom \dot{q} , Temperaturprofil $T(x)$ und Schichtdickenänderung bei variabler Druckbelastung und mit $T_1 = 380 \text{ °C}$, $T_2 = 27 \text{ °C}$, $T_r = 497.5 \text{ K}$ gemessen. Mit dem Wärmeverlustkoeffizienten $\bar{k} = \dot{q}/(T_1 - T_2) = \lambda/D$ und der additiven Näherung ist

$$\bar{k} = \bar{k}_{\text{Leit}}(T_r) + \bar{k}_{\text{Rad}}(T_r) \quad (146)$$

D bezeichnet die Schichtdicke. Da τ_o hier bei variabler Schichtdicke konstant ist (weil sich die Zahl der Absorptions-/Streuungzentren nicht ändert), muß \dot{q}_{Rad} und daher auch \bar{k}_{Rad} konstant (unabhängig vom Auflagerdruck P) sein. Mit dem Diffusionsmodellausdruck für $\lambda_{\text{Rad}}(P) = \bar{k}_{\text{Rad}} \cdot D(P)$ ergeben sich die Komponenten $\bar{k}_{\text{Rad}}(T_{\text{Rad}}, P)$ und $\bar{k}_{\text{Festk}}(T_{\text{Rad}}, P) = \bar{k}(T_{\text{Rad}}, P) - \bar{k}_{\text{Rad}}(T_{\text{Rad}}, P)$.

In Abb. 27a ist neben dem totalen Wert $\bar{k}(T_{\text{Rad}}, P)$ für $P = 2.000 \text{ Pa}$ (senkrechte Kreuze) und 99.000 Pa (schräge Kreuze) auch $\bar{k}_{\text{Rad}}(T_{\text{Rad}}, P)$ (gestrichelt) und $\bar{k}_{\text{Festk}}(T_{\text{Rad}}, P)$ (punktiert) angegeben. Für beide Druckbelastungen P fallen die experimentellen \bar{k}_{Rad} zusammen, wie es bei konstantem τ_o -Wert zu fordern ist.

3.3.3 Variation von λ_{Festk} mit dem Auflagerdruck P

Die Variation von

$$\lambda_{\text{Festk}}(T_{\text{Rad}}, P) = \bar{k}_{\text{Festk}}(T_{\text{Rad}}, P) \cdot D(P) = \lambda_s \quad (147)$$

ist in Abb. 27 b gezeigt. Offensichtlich kann man ansetzen

$$\lambda_{\text{Festk}} = \lambda_{\text{Festk},o} + \lambda_{\text{Festk}}^{(P)} \quad (148)$$

In Gl. (148) bezeichnet der erste Term die Leitfähigkeitsanteile, die auch bei Fehlen einer äußeren Druckbelastung vorhanden sind, z. B. durch Kontakte, die durch das Eigengewicht der Teilchen, Spannungen in den Fasern, "Shot" (Abb. 15) verursacht werden. Wenn man Gl. (45) verwendet, um $\lambda_{\text{Festk}}(P)$ zu berechnen, ergeben sich weitaus höhere theoretische Werte als die gemessenen. Gl. (45) ist unter der Annahme eines idealen regelmäßigen Gitters abgeleitet, wo jede Faser ihre Nachbarn in den darunter- und darüberliegenden Ebenen berührt. In realen Glasfaserpapieren dürfte die Anzahl der Kontakte von der idealisierten Vorstellung völlig verschieden sein. Daher ist es nicht verwunderlich, daß sich bei einfacher Anwendung von Gl. (45) keine Übereinstimmung mit Meßwerten an realen Proben ergibt.

Die Abhängigkeit des λ_{Festk} -Werts einer Wärmewiderstandseinheit "Kontakt + Wegstrecke auf der Faser zwischen zwei Kontakten" beruht bei kleinen Auflagerdrücken vorwiegend auf dem zweiten Term in Gl. (148), solange der Kontaktabstand nicht zu klein wird. Daher kann man erwarten, daß sich λ_s bei kleinen Druckbelastungen (d. h. wo die Anzahl der Kontakte noch klein, der Kontaktabstand noch groß ist) durch eine Funktion, in welcher der Term $a \cdot P^{1/3}$ dominiert, approximieren lassen muß, wenn die a -spots nicht eine andere Druckabhängigkeit vorschreiben sollten. Dies wird mit der durchgezogenen Kurve in Abb. 27 b sehr gut erfüllt. Die Kontaktflächen scheinen daher in diesem Fall zusammenzuhängen (bei härteren Substanzen könnte das Ergebnis anders ausfallen).

Wenn dagegen bei höheren Druckbelastungen die Kontaktabstände klein werden sollten, müßte der λ_s -Wert mit zunehmendem Auflagerdruck P immer mehr von den Faserlängswiderständen abhängen (s. nächsten Abschn.).

Eine frühere Analyse von $\lambda_{\text{Festk}} = f(P^{1/3})$ ist bisher nicht bekannt geworden. Lediglich CUNNINGTON (1972) untersucht die $\lambda(P^{1/3})$ -Abhängigkeit einer Microsphere-Schüttung, jedoch mit der totalen Wärmeleitfähigkeit λ , weil eine Komponentenseparation nicht vorgenommen worden war.

Daß die experimentelle Bestätigung für die Relation $\bar{k}_{\text{Rad}}(T_{\text{Rad}}, P) = \bar{k}_{\text{Rad}}(T_{\text{Rad}})$ bei konstantem τ_0 gefunden werden konnte, beweist sowohl die Richtigkeit der additiven Näherung wie des Diffusions-

modellansatzes für \dot{q}_{Rad} . Dieses Ergebnis wird ebenfalls durch die gute Anpassung an die unter den gleichen Voraussetzungen aus den totalen \bar{k} -Werten ermittelten $\bar{k}_{\text{Festk}}(T_{\text{Rad}}, P)$ gestützt. Nach Voraussetzung darf eine Kopplung über die Temperaturverteilung zwischen \dot{q}_{Rad} und \dot{q}_{Festk} nicht mehr vorliegen. Daß die ausschließlich aus der Energiebilanz erhaltenen λ_{Festk} -Werte durch das einfache thermische Widerstandsmodell erklärt werden können, spricht auch für die auf die Meßwerte angewandte " λ_{Rad} "-Näherung) §.

3.3.4 Versuchsstand für Wärmeleitfähigkeitsmessungen bei hohen Temperaturen, im Vakuum und unter mechanischen Drücken bis $50 \cdot 10^5$ Pa

Der in den vorigen Abschnitten beschriebene Versuchsstand zur Wärmeleitfähigkeitsmessung im Vakuum und unter variabler äußerer Druckbelastung wurde kürzlich um eine Apparatur erweitert, welche Messungen der Wärmeleitfähigkeit von evakuierten Medien bei Temperaturen bis 800°C und äußerer Druckbelastung von bis zu $50 \cdot 10^5$ Pa ermöglichen wird (SCHEUERPFUG (1984, 1985)).

Im Gegensatz zur großen Plattenapparatur wird die variable Druckbelastung nicht durch ein sekundäres Vakuumkammersystem sondern durch eine hydraulische Presse verwirklicht, deren automatische Steuerung zu jedem Meßzeitpunkt für den konstanten Auflagerdruck sorgt.

Abb. 28 a zeigt einen Schnitt durch die Zweiplattenapparatur mit zwei Schutzringen. Die zentrale Platte besteht aus einer kreisförmigen Meßfläche mit 120 mm Durchmesser, die Schutzringbreiten betragen 18 und 20 mm (die Geometrie der zentralen Platte wurde wiederum nach den von BODE (1980) angegebenen Kriterien festgelegt). Zentralplatte (4) und Kühlplatten (5) sind in einer zylindrischen Vakuumkammer (3) installiert. Der Preßstempel (10) durchdringt vakuumdicht den Kammerdeckel und überträgt die Druckbelastung durch Keramikröhrchen (7) auf die Referenzplatten.

§ Für weitere Einzelheiten bezüglich des erweiterten Versuchsstands, der auflagerdruckabhängigen Wärmeleitfähigkeitsmessungen dieses und des nächsten Abschnitts sowie der Auswertungen vergleiche man die Dissertation von Herrn D. Büttner, Universität Würzburg.

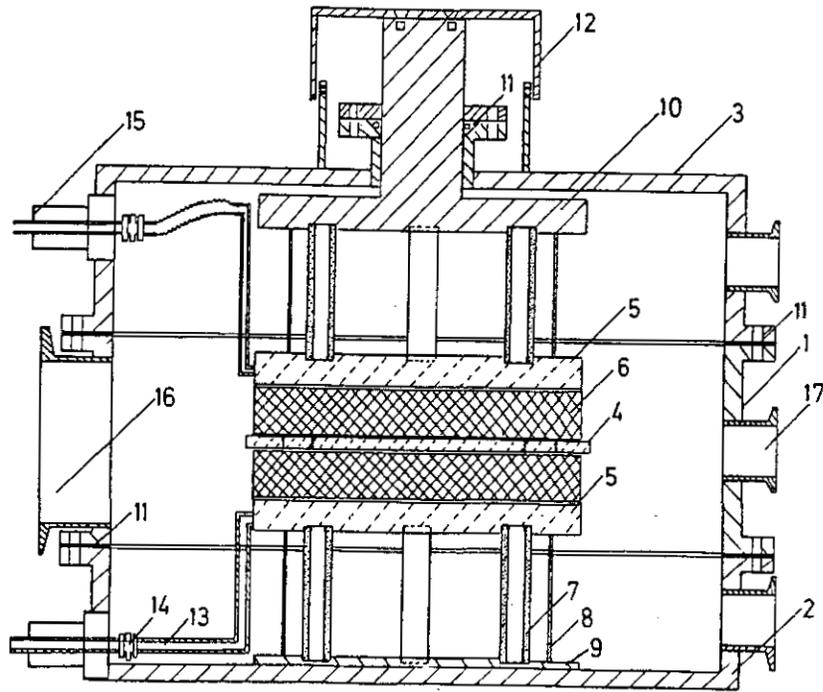


Abb. 28 a Zweiplattenapparat in Vakuumkammer zur Messung der Wärmeleitfähigkeit bei hohen Temperaturen ($T \leq 800 \text{ }^{\circ}\text{C}$) und hohen Auflagerdrücken auf den evakuierten Proben ($P \leq 50 \cdot 10^5 \text{ Pa}$); die wichtigsten Bauteile sind bezeichnet mit: (1-3) Vakuumkammerseitenwände und Deckel, (4) Heizplattensystem mit kreisförmiger Zentralplatte (120 mm Durchmesser) und zwei Schutzringen (18 und 20 mm Breite), (5) Referenzplatten, (6) Proben, (7) Keramik-Stützröhrchen (obere zur Übertragung des vom Preßstempel (10) ausgeübten Auflagerdrucks auf die Proben), (11) Vakuumdichtung für Preßstempel, (16-17) Vakuumstützen (für Einzelheiten s. SCHEUERPFUG (1985)).

Da die Apparatur bei hohen Temperaturen und mit kleinen Temperaturdifferenzen zwischen Zentralplatte und Referenzplatten betrieben werden soll, wurde es hier erforderlich, auch die Referenzplatten von der Kammerumgebung möglichst weitgehend thermisch abzukoppeln. Hierzu sind Hilfs-Folienisolationen zwischen eigentlicher Zweiplattenapparatur und Vakuumkammerwand vorgesehen.

Für eine genaue Beschreibung des gesamten Versuchsstands (Auswahl der Materialien für Zentralplatte und Referenzplatten, Oberflächenbeschichtungen, Verteilung der Temperaturmeßstellen, Steuerung des Auflagerdrucks etc.) wird auf SCHEUERPFLUG (1985) hingewiesen.

Die Messung der Abhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit einer evakuierten Glasfaserisolation von der Druckbelastung wurde an den gleichen Materialien wie zuvor vorgenommen: 30 Lagen Borosilikat-Glasfaserpapier, Faserdurchmesser im Mittel $1 \mu\text{m}$. Trotz der gegenüber den vorigen Experimenten reduzierten Flächendichte (ca. 1.9 gegenüber 6.1 kg/m^2) beträgt die optische Dicke bei allen Wellenlängen bis $30 \mu\text{m}$ noch mehr als 100 , so daß die gleiche Auswertung wie im vorigen Abschnitt vorgenommen werden kann.

Abb. 28 b (BÜTTNER (1985 b)) zeigt die gegen die Strahlungstemperatur T_r^3 aufgetragenen Meßwerte des totalen \bar{k} -Werts (Punkte und durchgezogene Kurven), des Festkörperanteils $\bar{k}_{\text{Leit}}(T_r)$ (gepunktete Fit-Kurven) und des Strahlungsanteils $\bar{k}_{\text{Rad}}(T_r)$ (gestrichelte Fit-Gerade) für Druckbelastungen zwischen $2 \cdot 10^3$ und $5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Auch in dem gegenüber den früheren Messungen erheblich ausgedehnten Intervall der Druckbelastungen ist $\bar{k}_{\text{Rad}}(T_r)$ nahezu von der Druckbelastung unabhängig (die Abweichungen vom Mittelwert betragen weniger als 10%). Die aus den \bar{k}_{Rad} -Werten extrahierte spezifische Extinktion E^*/ρ beträgt $68 \text{ m}^2/\text{kg}$. Dieser Wert ist in guter Übereinstimmung mit dem theoretischen $E^*/\rho = 76 \text{ m}^2/\text{kg}$ (CAPS (1984 a)).

In den folgenden Abb. 28 c - d sind alle Meßpunkte aus dem vorigen Abschnitt und, nach Extrapolation auf gleiche Schichtdicke, die neuen Meßwerte eingetragen (geschlossene bzw. offene Symbole).

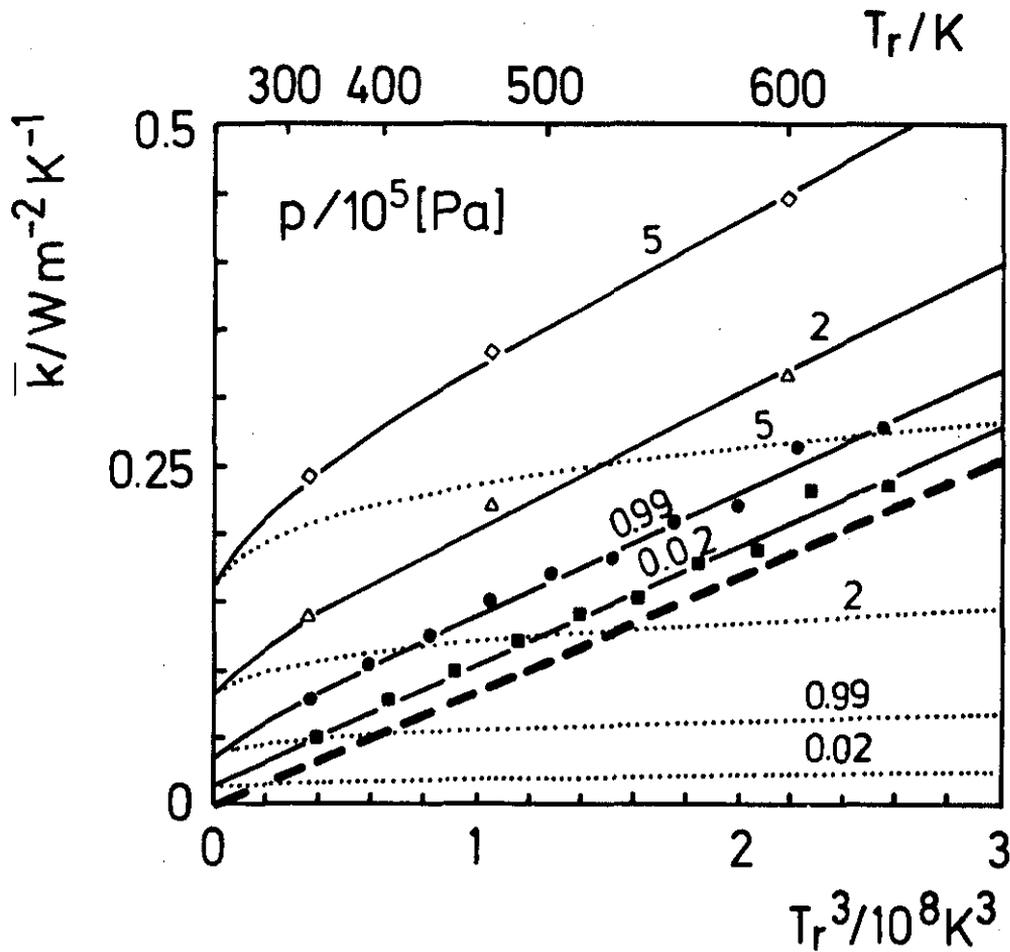


Abb. 28 b Meßergebnisse des totalen Wärmeverlustkoeffizienten $\bar{k}(T_r)$ (Punkte und durchgezogene Kurven) sowie Fit-Kurven für die Komponenten $\bar{k}_{Leit}(T_r)$ (gepunktet) und $\bar{k}_{Rad}(T_r)$ (gestrichelte Gerade), aufgetragen gegen dritte Potenz der Strahlungstemperatur T_r für Druckbelastungen zwischen $2 \cdot 10^4$ und $5 \cdot 10^5$ Pa auf 99 (volle Symbole) bzw. 30 (offene Symbole) Lagen Borosilikatglasfaserpapier (Teilchendurchmesser etwa $1 \mu m$) (Messungen mit großer Zweiplattenapparatur bis einschl. $9.9 \cdot 10^4$ Pa, alle übrigen Messungen mit neuem Versuchstand (Abb. 28 a) (BÜTTNER (1985 b))). Die \bar{k}_{Rad} -Gerade bezeichnet den Mittelwert von allen bei verschiedenen Druckbelastungen extrahierten $\bar{k}_{Rad}(T_r, P)$; Abweichungen gegen den Mittelwert unter 10 %).

Aus den bei $T_r = 498$ K gemessenen totalen $\overline{k}(P)$ und den Fit-Kurven für $\overline{k}_{\text{Leit}}$ und $\overline{k}_{\text{Rad}}$ in Abb. 28 b sowie der in Druckabhängigkeit gemessenen Schichtdicke $d(P)$ wurden totale Wärmeleitfähigkeit $\lambda(P)$ und die Komponenten λ_{Leit} und λ_{Rad} als Funktion des Auflagerdrucks P berechnet (Abb. 28 c).

Die totalen Wärmeleitfähigkeiten λ (Rauten in Abb. 28 c) sind nahezu unabhängig vom Auflagerdruck. Dies ist ein sehr wichtiges Ergebnis; denn hiermit wird es möglich, bereichsweise gestützte Vakuumisolationen zu entwickeln. Man könnte die eigentliche druckgelastete Fläche der Vakuumisolation auf 1/5 der Gesamtfläche verringern, ohne daß dies zu einem merklichen Anstieg des Gesamtwärmestroms durch die stützenden Flächenanteile führen würde. In den übrigen 4/5 der Gesamtfläche könnte eine belastungsfreie Isolation, z. B. eine Folien-Superisolation angeordnet werden. Mit diesen Maßnahmen ließe sich der ohnehin schon sehr geringe Wärmestrom durch Vakuum-Faserisolationen nochmals erheblich reduzieren.

Im vorigen Abschnitt haben wir gesehen, daß sich die λ_{Leit} -Werte bis zu Druckbelastungen von 10^5 Pa durch Gl. (148) beschreiben lassen. Dies gilt auch für die durch mehrere neue Meßwerte vergrößerte Gesamtzahl der Meßpunkte (Vollkreise und stark ausgezogene Kurve in Abb. 28 c, alle Meßpunkte mit der großen Zweiplattenapparatur aufgenommen). Die oberhalb 10^5 Pa gemessenen λ_{Leit} scheinen jedoch dem einfachen thermischen Widerstandsmodell mit dem auflagerdruckabhängigen Anteil $a \cdot P^{1/3}$ (Gl. (148)) nicht mehr zu folgen (offene Kreise in Abb. 28 c).

Abb. 28 d zeigt schließlich die bei Strahlungstemperaturen $T_r = 600, 450$ und 300 K aus den Fit-Kurven an $\overline{k}(P)$ und $d(P)$ extrahierten totalen Wärmeleitfähigkeiten $\lambda(P)$. Je höher die Strahlungstemperatur, umso geringer ist die Zunahme von λ mit steigendem Auflagerdruck P . Die bei kleinen Strahlungstemperaturen zu beobachtende Zunahme von λ mit P geht auf die Zunahme der dort dominierenden Komponente λ_{Leit} mit P zurück (vergl. Abb. 28 c). Bei höheren Strahlungstemperaturen dominiert jedoch λ_{Rad} . Nach Abb. 28 c nimmt diese Komponente mit steigender Druckbelastung ab. Daher sollte die totale Wärmeleitfähigkeit λ bei hohen Strahlungstemperaturen schließlich mit zunehmender Druckbelastung abnehmen (dies verbessert nochmals die Möglichkeit der Entwicklung bereichsweise gestützter Vakuumisolationen bei hohen Temperaturen).

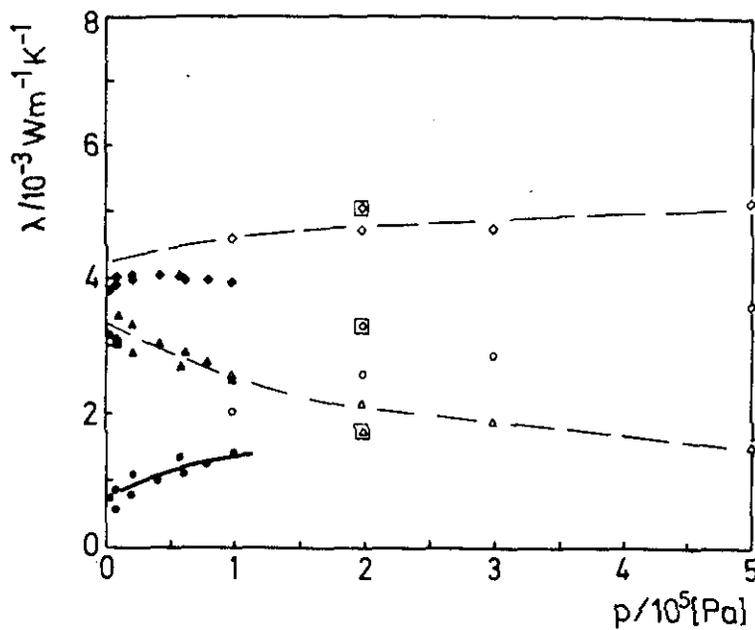


Abb. 28 c Aus den Meßergebnissen und Fit-Kurven von Abb. 28 b und gemessenen Schichtdicken $d(P)$ für feste Strahlungstemperatur $T_r = 498$ K errechnete totale Wärmeleitfähigkeit λ (Rauten), Festkörperleitfähigkeitsanteil λ_{Leit} (Kreise) und Strahlungsleitfähigkeit λ (Dreiecke) als Funktion der Druckbelastung P . Die durchgezogene Kurve bezeichnet einen Fit an die bei $P \leq 10^5$ Pa gemessenen λ_{Leit} mittels Gl. (148). In Quadraten eingeschlossene Symbole bezeichnen Meßwerte, die in Richtung abnehmenden Auflagerdrucks gemessen wurden; alle anderen Werte sind mit zunehmendem Auflagerdruck aufgenommen) [BÜTTNER (1985 b)].

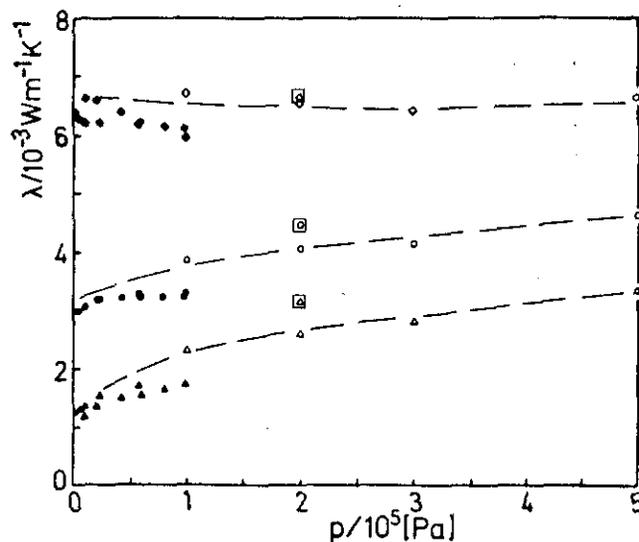


Abb. 28 d Totale Wärmeleitfähigkeit $\lambda(P)$ einer evakuierten druckbelasteten Faserisolation bei den Strahlungstemperaturen $T_r = 600, 450$ und 300 K (von oben nach unten gezählt), aufgetragen gegen Auflagerdruck P (Symbole in Quadraten wie in Abb. 28 c) [BÜTTNER (1985 b)].

3.4 Integrale und spektrale infrarotoptische Untersuchungen

Das Ergebnis der Abb. 18, 22 und 26 (beobachtete Linearität der (λ, T^{*3}) -Beziehungen) und vor allem Abschn. 3.3.2 und 3.3.3 (Bestätigung des Diffusionsmodellansatzes und Anwendbarkeit der additiven Näherung für die untersuchten Medien) wurde in ausschließlich kalorimetrischen Messungen erzielt. In diesem Abschnitt werden infrarotoptische Untersuchungen zusammengefaßt, um zu zeigen, daß mittels des Strahlungsdiffusionsmodells unter Verwendung der Parameterfunktionen Extinktionskoeffizient, Albedo und Phasenfunktion kalorimetrisch bestimmte Strahlungsströme reproduziert werden können. Die spektralen Extinktionskoeffizienten E_{Λ} verschiedener Medien werden experimentell und aus der Mie-Theorie ermittelt. Die Ergebnisse aus diesen Quellen für E_{Λ} werden untereinander verglichen, ihr Rosselandmittel berechnet und diese schließlich den kalorimetrischen E^* gegenübergestellt.

3.4.1 Integrale infrarotoptische Untersuchungen

In diesem Abschnitt werden integrale infrarotoptische Messungen zur Orientierung über erzielbare Beträge des effektiven Extinktionskoeffizienten und hauptsächliche optische Eigenschaften der verwendeten Materialien zusammengefaßt.

Zur Erzielung sehr kleiner Strahlungsströme auch bei hohen Temperaturen kann man einen Mindestbetrag des wellenlängengemittelten (integralen) effektiven Extinktionskoeffizienten E^* aus Gl. (140) abschätzen: Für das Beispiel $T_1 = 600$ K, $T_2 = 200$ K und $\lambda_{\text{Rad}} \leq 2.5$ mW/(mK) muß $E^* \geq 12\,000$ l/m sein, wenn $n^2 = 1$. Mit der Konzentration $\hat{c} = 10$ % eines aus sphärischen Teilchen bestehenden infrarotoptischen Trübungsmittels in einem sonst völlig transparenten Medium wird wegen Gl. (54)

$$E_{\Lambda}/\rho = \frac{3\pi}{\rho_0} \hat{c} \frac{Q_{\text{Ext},\Lambda}}{\Lambda \cdot x} \quad (149)$$

und mit $\rho = 250$ kg/m³, $\rho_0 = 5\,000$ kg/m³, $\Lambda = 5$ μm (Lage des Maximums der Planckschen Strahlungskurve)

$$\frac{Q_{\text{Ext},\Lambda}}{x} \geq 2.5 \quad (150)$$

Mit stark absorbierenden Trübungsmitteln erreicht man bei konstanter Wellenlänge und variablen Teilchendurchmesser im Mittel $Q_{\text{Ext}}/x = 1 \dots 3$ (vergl. CAPS (1983 a), Fig. 2). Berechnete Phasenfunktionen (CAPS (1983 a), Fig. 3) zeigen, daß bei streuenden Trübungsmitteln erst für größere Brechungsindizes $n \geq 2$ bei $x = 1.2$ näherungsweise isotrope Streuung (zumindest für die in einem bestimmten Experiment wichtigen Wellenlängen) erwartet werden kann (vergl. die $\bar{\mu}$ in Abb. 11).

Die in Abb. 29 (CAPS (1983 a)) über den Wellenlängenbereich $0.8 \leq \lambda \leq 50 \mu\text{m}$ integrierten optischen Dicken verschiedener in Silica dispergierten infrarotoptischen Trübungsmittel zeigen wie die mit $e^{-\tau\lambda}$ gefalteten Extinktionsspektren in Abb. 19, daß Fe_3O_4 bei $T = 600 \text{ K}$ verglichen mit Cr_2O_3 , Fe_2O_3 und auch SiC über bessere Extinktionseigenschaften verfügt. Zur Messung wurde ein thermischer Hohlraumstrahler und ein Strahlungsbolometer (Heimann KT4) mit Cassegrain-Optik benutzt (Abb. 30). Die thermische Remission der Targets wurde experimentell kompensiert. Strahlung aus der Umgebung wurde von der Infraroptik nicht erfaßt. In Vorwärtsrichtung gestreute Strahlung, welche die Extinktionsmessungen hätte verfälschen können, war wegen der großen Entfernung Target-Detektor vernachlässigbar klein (Details des Versuchsaufbaus, Eichung, Kompensation etc. sind bei CAPS (1982) beschrieben).

Aus den Steigmaßen $d\tau/d\sigma_s$ ($\sigma_s =$ Flächendichte der Targets, $\sigma_s = \rho \cdot D$) kann die spezifische Extinktion $E/\rho = \tau_0/\sigma_s$ erhalten werden. Unter der Annahme isotroper Streuung von mit Fe_3O_4 dotierter Silica wurden ferner aus gemessenen Reflexionskoeffizienten \hat{R}_∞ an einer optisch sehr dicken Schicht mit den Diskrete Ordinaten-Lösungen die Albedo bestimmt. Für 5- und 10-%ige Dotierungen von Fe_3O_4 in SiO_2 ergeben sich E^*/ρ -Werte von 0.0243 bzw. 0.0343 und $\Omega = 0.09$ bzw. 0.12. Die E^*/ρ -Werte von FeTiO_3 , Cu_2O und TiN sind bei etwa gleicher Konzentration deutlich kleiner. TiN und SnO ergeben auch in der Mischung mit SiO_2 größere integrale Albedowerte (0.24 bzw. 0.3) als Fe_3O_4 .

Mit einer 10-%igen Dotierung von Fe_3O_4 in SiO_2 wäre demnach der oben genannte E^*/ρ -Wert von 10 000 $1/\text{m}$ mit $\rho = 300 \text{ kg}/\text{m}^3$ sicher

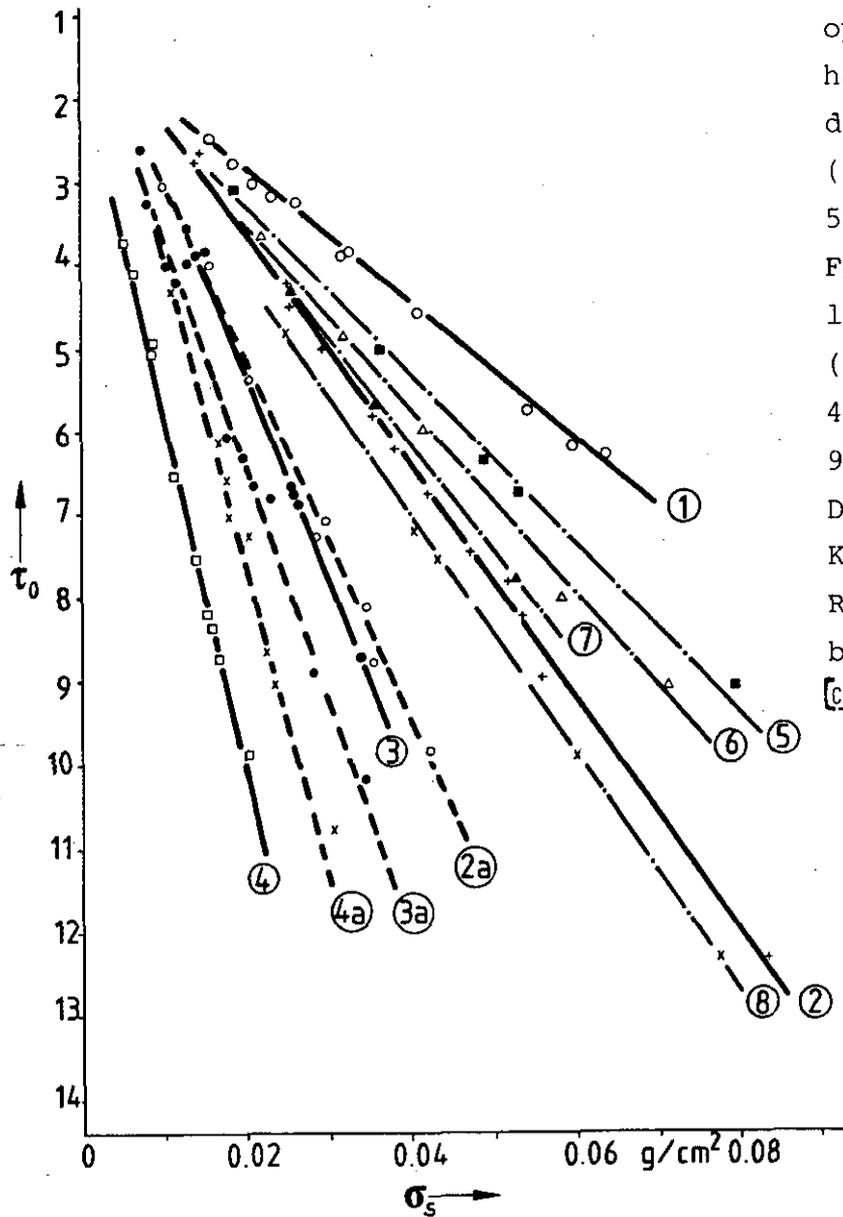


Abb. 29 Integral gemessene optische Dicken τ_0 in Abhängigkeit von der Flächen-dichte σ_s ; (1): Reines SiO_2 ; (2): Fe_3O_4 , 1 %; (3): Fe_3O_4 , 5 %; (4): Fe_3O_4 , 17 %; (5): Fe_2O_3 , 1.33 %; (6): Cr_2O_3 , 1.27 %; (7) SiC , 1.11 %; (8): MgO , 2.66 %; (2a, 3a, 4a): FeTiO_3 , 4.85 bzw. 9.38 bzw. 13.23 %; alle Dotierungen (Gewichts-%) in KBr, Messungen durch Herrn R. Caps mit der in Abb. 30 beschriebenen Apparatur. [CAPS (1983 a)].

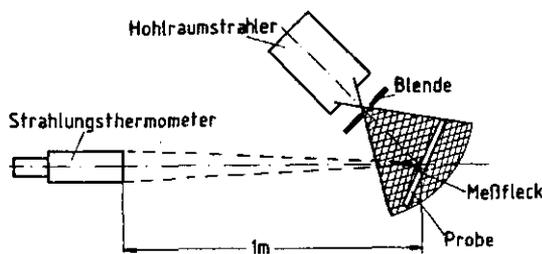
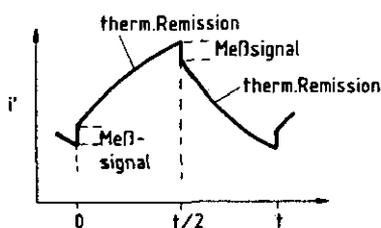


Abb. 30 Meßapparatur für die wellenlängenintegrierten Messungen des Reflexionsvermögens und schematischer Verlauf des Meßsignals am Strahlungsthermometer (bei $t = 0$: Öffnen, bei $t = 1/2$ Schließen der Blende).



zu erzielen.

Die spektralen Meßergebnisse, über die in CAPS (1983 a) berichtet wurde, werden in Abschn. 3.4.2 berücksichtigt.

3.4.2 Spektrale infrarotoptische Untersuchungen

Die in Abb. 19 gezeigten gefalteten Extinktionsspektren verschiedener infrarotoptischer Trübungsmittel wurden mit einem Perkin-Elmer-Spektrometer im Bereich $1 \leq \lambda \leq 30 \mu\text{m}$ mit einem nur sehr kleinen Anteil gestreuter Strahlung auf dem Detektor gemessen. Alle übrigen Spektren wurden mit der in Abb. 31 gezeigten Apparatur aufgenommen. Zur Erzeugung eines monochromatischen Strahls wurde die Infrarotstrahlung eines Nernst-Brenners mittels einer Ge-Linse auf ein Interferenzfilter fokussiert (variabler Transmissionsbereich $2.5 \leq \lambda \leq 14.5 \mu\text{m}$).

Für Transmissionsmessungen wurde der monochromatische Strahl mittels einer zweiten Ge-Linse auf die Proben fokussiert und die Proben direkt vor dem (pyroelektrischen) Detektor montiert, so daß der Detektor auch die gestreute Strahlung (d. h. den aus Gl. (53) folgenden Gesamtstrahlungsfluß $\dot{q}_{\text{Rad}}(D)$) registrierte. Für Extinktionsmessungen wurden die Proben dagegen vor die zweite Linse gebracht, wodurch nur ein sehr kleiner Anteil (0.03 % bei isotroper Streuung) der in den Halbraum gestreuten Strahlung auf den Detektor fallen konnte. Der Extinktionskoeffizient folgt daher ausschließlich aus dem Lambert-Beerschen Gesetz (Gl. (3)). Vor den Messungen wurden die Proben ausgeheizt.

Daß im Fall stark anisotroper Streuung die gemessenen Extinktionskoeffizienten deutlich verfälscht werden können, wenn gestreute Strahlung auf den Detektor fällt, folgt z. B. aus gemessenen Transmissionsspektren (CAPS (1983 b)) für eine in verschiedenen Flächendichten untersuchte fasrige Probe (Microglass 1000) oder aus nach der Mie-Theorie berechneten E_{λ} / ρ bzw. E_{λ}^* / ρ , die zum Vergleich in Abb. 32 (CAPS (1983 b)) aufgetragen sind (dieser Abbildung kann man auch entnehmen, daß bei $\lambda \leq 7 \mu\text{m}$ Streuung überwiegen muß, wogegen im Bereich starker Absorption/Remission beide Kurven zusammenfallen). Bei Verdopplung von σ_s geht das

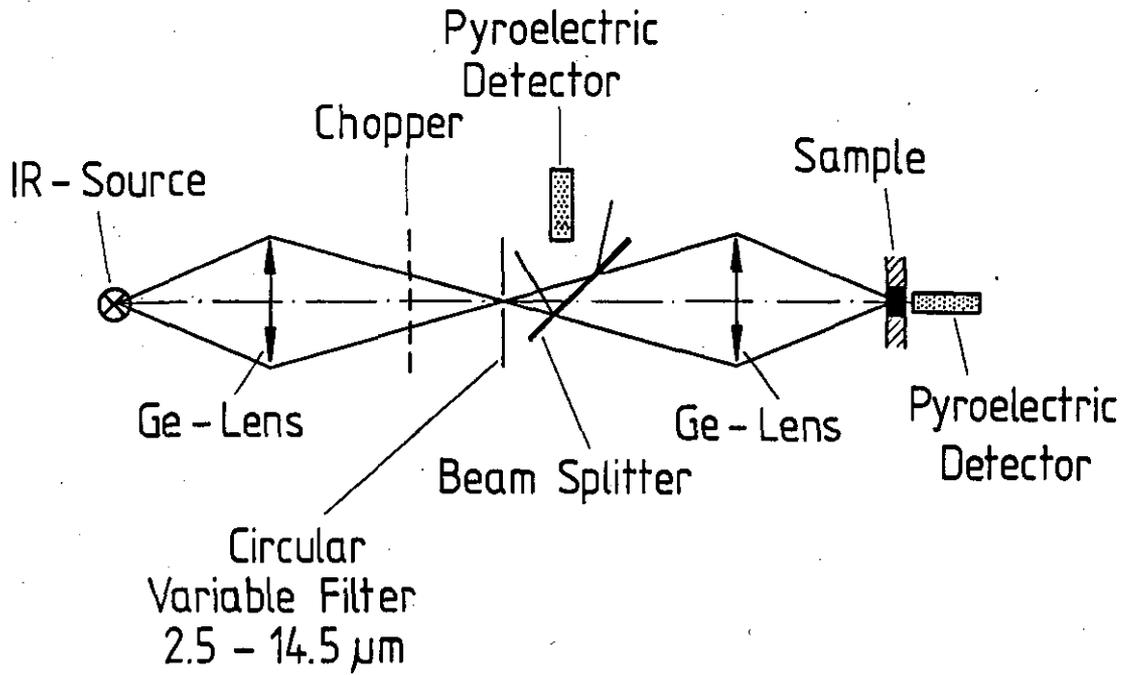


Abb. 31 Meßapparatur für spektrale Transmissions- und Extinktionsmessungen (Akzeptanzwinkel des Detektors: 120°) [CAPS (1983 b)].

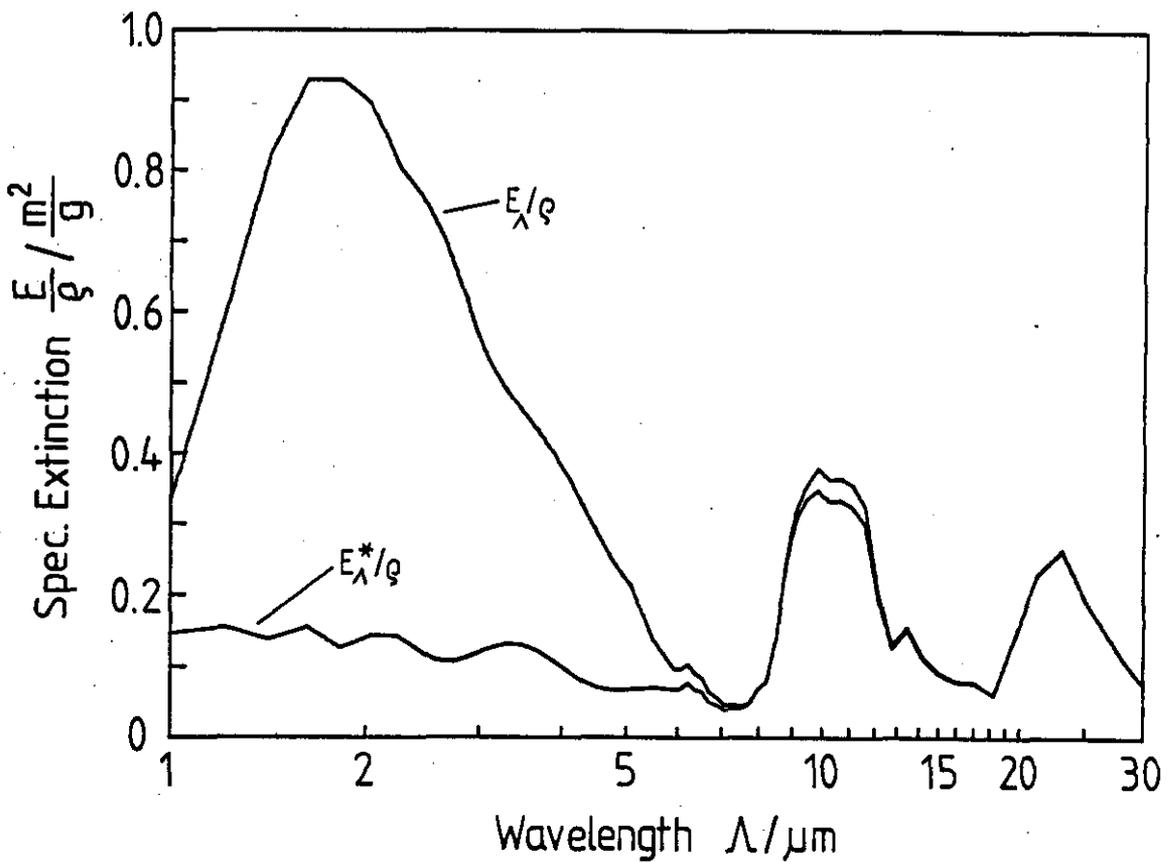


Abb. 32 Gerechnete Spektren E_λ/ρ und E_λ^*/ρ für Glasfasern zur Demonstration der Vorwärtsstreuung bei kleinen Wellenlängen ($\lambda \leq 7 \mu\text{m}$) [CAPS (1983 b)].

Transmissionsvermögen im Bereich $2.5 \leq \lambda \leq 7 \mu\text{m}$ (wo Streuung überwiegt), nicht auf den etwa halb so großen Wert zurück, den man bei (reiner) isotroper Streuung erwarten müßte.

Abb. 33 (CAPS (1983 b)) zeigt gemessene (durchgezogene Kurve) und nach der Mie-Theorie berechnete E_{λ}/ρ -Werte von Microglass 1000. Die starke Absorptionsbande bei $9.5 \mu\text{m}$ Wellenlänge ist für alle Gläser charakteristisch und rührt von Longitudinal- und Knick-schwingungen des O-Si-O-Moleküls her. Die Abnahme von E_{λ}/ρ bei $3 \leq \lambda \leq 6 \mu\text{m}$ geht auf die fortschreitende Verkleinerung des Streuparameters x zurück. Strichpunktierte, gestrichelte und punktierte Kurven wurden mit Faserdurchmessern von $d = 1.5, 1.0$ und $0.5 \mu\text{m}$ und mit den von HSIEH (1979) angegebenen spektralen komplexen Brechungsindizes von Silikatglas für senkrechte Inzidenz der Strahlung auf die Fasern berechnet. Diese Näherung kann als sehr gut erfüllt angesehen werden, da die Faserpapiere, in denen die Glasfasern vorzugsweise in einer Ebene orientiert sind (Abb. 16), senkrecht zur Strahlrichtung angeordnet wurden.

Obwohl nach Herstellerangaben der Faserdurchmesser im Mittel $0.5 \mu\text{m}$ betragen soll, scheint nach REM-Aufnahmen der Proben der mittlere Durchmesser größer zu sein. Für $d = 1 \mu\text{m}$ ergibt sich in Abb. 33 sehr gute Übereinstimmung.

Sehr gute Übereinstimmung im Bereich $2.5 \leq \lambda \leq 6 \mu\text{m}$ findet man auch für eine Borosilikatglasfaser (Johns Manville, Code 108 A, $0.7 \leq d \leq 1.1 \mu\text{m}$), wenn man für die theoretischen E_{λ}/ρ eine von VAN DE HULST (1981), S. 312 - 313, angegebene Näherung für die anomale Beugung in transparenten Medien

$$Q_{\text{Ext},\lambda}(\tilde{n}) = \frac{2}{3} \tilde{n}^2 \quad (151)$$

mit der Phasendifferenz $\tilde{n} = 2 \cdot (n - 1) \cdot x$ verwendet (Abb. 34, REISS (1983 b)), die für kleine n und n nahe 1 gültig ist. Die Übereinstimmung ist auch dann sehr gut, wenn man $n \approx 1.5$ annimmt, was von den von HSIEH (1979) angegebenen spektralen Werten des Brechungsindex in diesem Wellenlängenbereich nur sehr wenig abweicht.

Die Berechnung der Albedo und der $\bar{\mu}$ nach der Mie-Theorie zeigt ferner, daß für Glasfasern im Bereich $2.5 \leq \lambda \leq 7 \mu\text{m}$ Vorwärts-

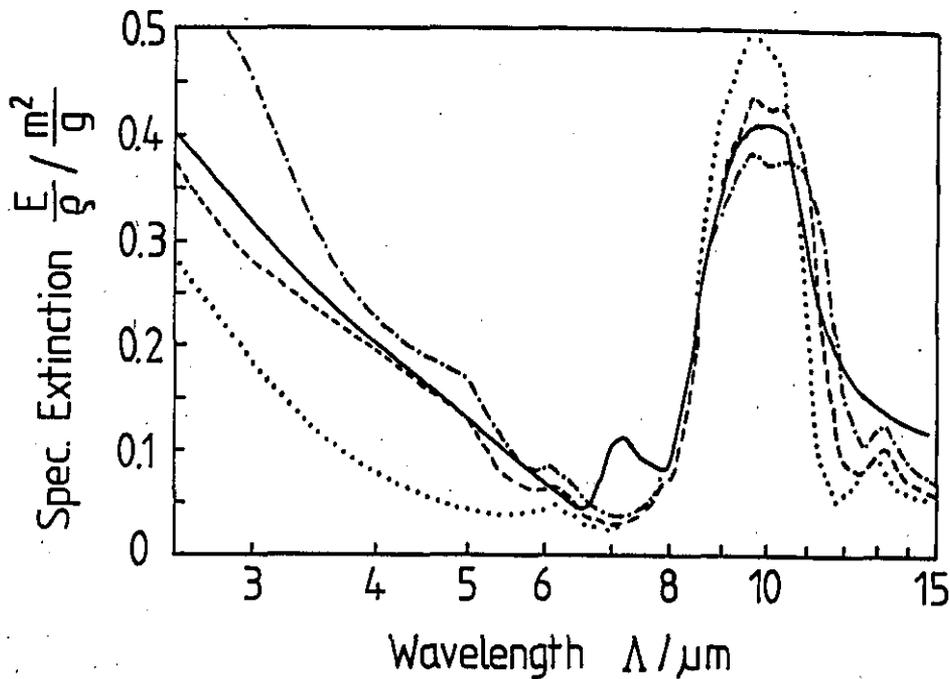


Abb. 33 Gemessenes Extinktionsspektrum (durchgezogene Kurve) von Microglass 1 000 ($\sigma_s = 14.2 \text{ g/m}^2$) und nach der Mie-Theorie berechnete E_λ/g für Faserdurchmesser $d = 0.5 \text{ } \mu\text{m}$ (punktierte Kurve), $d = 1 \text{ } \mu\text{m}$ (gestrichelte) und $d = 1.5 \text{ } \mu\text{m}$ (strichpunktierte Kurve) [CAPS (1983 b)].

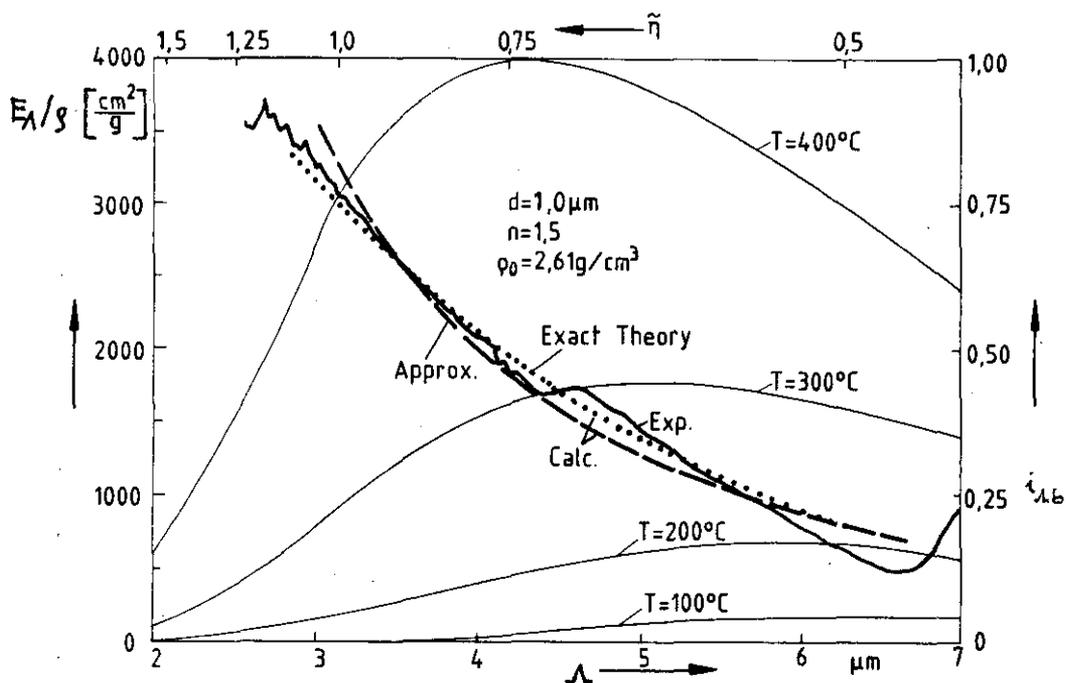


Abb. 34 Gemessenes (durchgezogene Kurve) und berechnetes Extinktionsspektrum von Borosilikatglas (punktierte Kurve: strenge Mie-theorie, gestrichelte Kurve: Gl. (151), beide für senkrechte Inzidenz und $n \equiv 1.5$). Spektrale Kurve $i_{\lambda,b}$ des Schwarzen Körpers ($100 \leq T \leq 400 \text{ } ^\circ\text{C}$) zur Orientierung. Meßwerte von Herrn R. Caps [REISS (1983 b)].

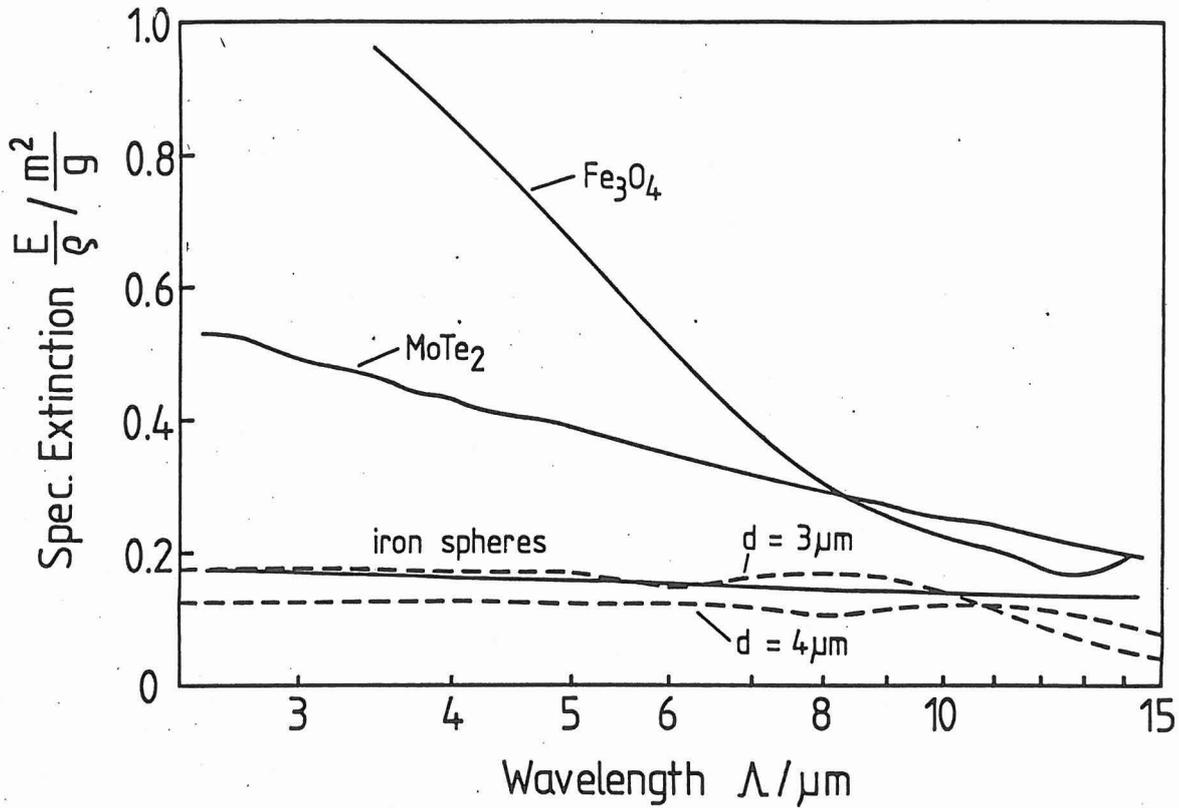
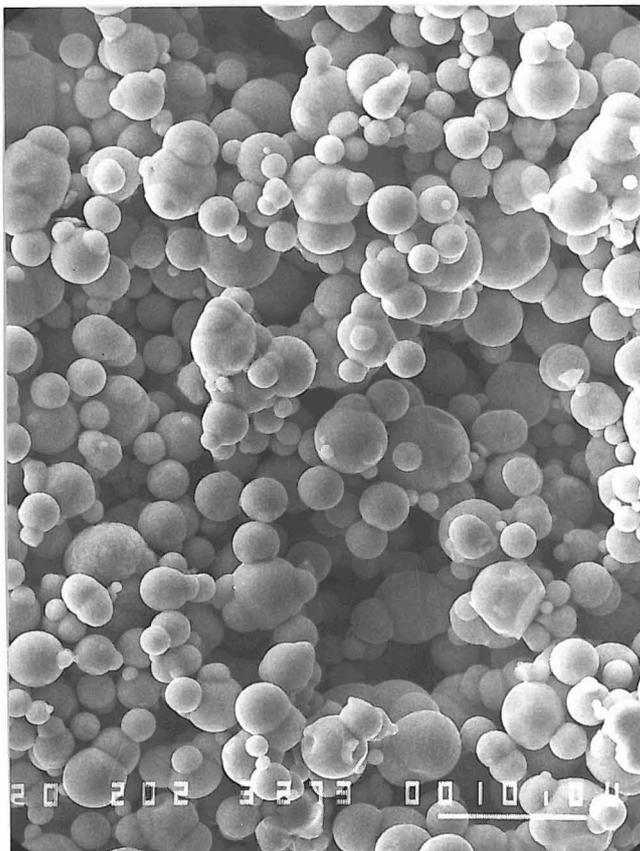


Abb. 35 a Gemessene Extinktionsspektren (durchgezogene Kurven) von Fe_3O_4 , MoTe_2 und Fe sowie für sphärische Fe-Teilchen nach der Mie-Theorie berechnete E_λ/s [CAPS (1984 a)].



10 μm

Abb. 35 b Zur Messung von E_λ/s in Abb. 35 a verwendete Fe-Teilchen.

streuung bei weitem überwiegt (s. a. Abb. 49 a,b). Zu einem gleichlautenden experimentellen Ergebnis hinsichtlich der Albedo von ZrO_2 -Fasern kommt CABANNES (1979).

Mit aus der Mie-Theorie berechneten E_A/ρ , Ω_A und Phasenfunktion ϕ_A kann ferner in der 5-Flußnäherung der Diskrete Ordinaten-Methode ein gemessenes Reflexionsspektrum \hat{R}_∞ von Microglass 1 000 für $\sigma_s \rightarrow \infty$ (d. h. sehr große optische Dicke) und mit $d = 1.4 \mu m$ reproduziert werden (CAPS (1984 a), Fig. 13), ebenso die für $d = 1.5 \mu m$ vorgenommene Berechnung der Transmission (CAPS (1984 a), Fig. 12)[§].

Abb. 35 a zeigt gemessene E_A/ρ -Spektren der aussichtsreichsten Kandidaten Fe_3O_4 und $MoTe_2$ (TRUNZER (1983)) für ein optimales infrarotoptisches Trübungsmittel. Fe_3O_4 ($d = 0.2 \mu m$) ist $MoTe_2$ ($d = 2 \mu m$) in diesem Wellenlängenbereich überlegen. Weiterhin wurden die E_A/ρ von Fe-Kugeln ($d = 4 \mu m$, Abb. 35 b) gemessen. Die gestrichelten nach der Mie-Theorie berechneten Kurven für Fe ($d = 3$ und $4 \mu m$) in Abb. 35 a zeigen für den kleineren Durchmesser bis einschließlich $10 \mu m$ Wellenlänge sehr gute Übereinstimmung.

Die Extinktionskoeffizienten der weiteren in Tab. 1 aufgelisteten infrarotoptischen Trübungsmittelprüflinge sowie weiterer Glasfaserpapiere unterschiedlicher Faserdurchmesser wurden von TRUNZER (1983) spektral gemessen und diskutiert.

3.4.3 Vergleich der Rosseland-Mittelwerte E_R^* mit den aus kalorimetrischen Messungen extrahierten Extinktionskoeffizienten

Aus den in Abb. 26 (Kurve b) gezeigten Ergebnissen für die Gesamtwärmeleitfähigkeit λ einer reinen Glasfaserisolierung folgt mit $n^2 = 1.1$ der spezifische effektive Extinktionskoeffizient $E_R^*/\rho = 0.053 m^2/g$ ($E_R^* = 14 900 l/m$) unter der Annahme, daß sowohl λ_{Festk} und Extinktionskoeffizient temperaturunabhängig sind. Nach der Mie-Theorie ergeben sich unter der Berücksichtigung anisotroper Streuung mit $E_R^*/\rho =$ Rosseland-Mittelwert der $E_A^*(1 - \Omega_A \mu_A)/\rho$ (worin $\mu_A = \omega_{1,A}/3$) die in Abb. 36 (CAPS (1983 b)) gezeigten theoretischen Werte als Funktion des Faserdurchmessers d und der Temperatur. Für die untersuchten Fasern ($0.5 \leq d \leq 0.7 \mu m$) folgt

[§]Für Einzelheiten bezüglich der Diskrete Ordinaten- und der im Abschn. 3.5 enthaltenen Monte-Carlo-Rechnung vergleiche man die Dissertation von Herrn R. Caps, Universität Würzburg.

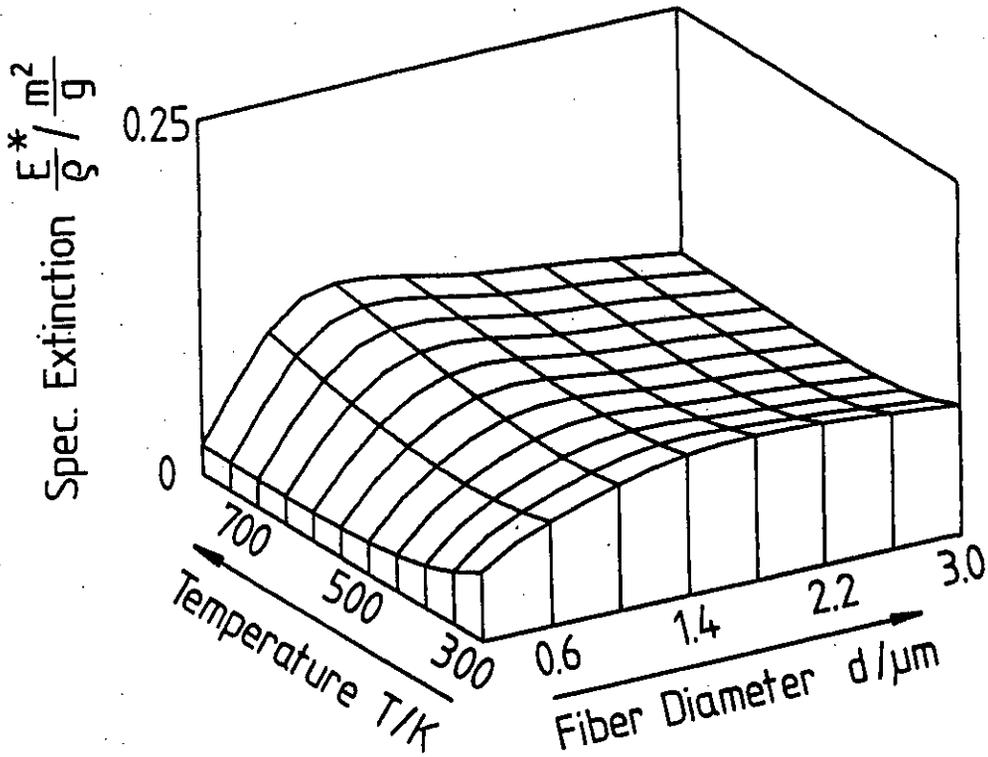


Abb. 36 Nach der Mie-Theorie berechnete E^*/ρ für Glasfasern [CAPS (1983 b)].

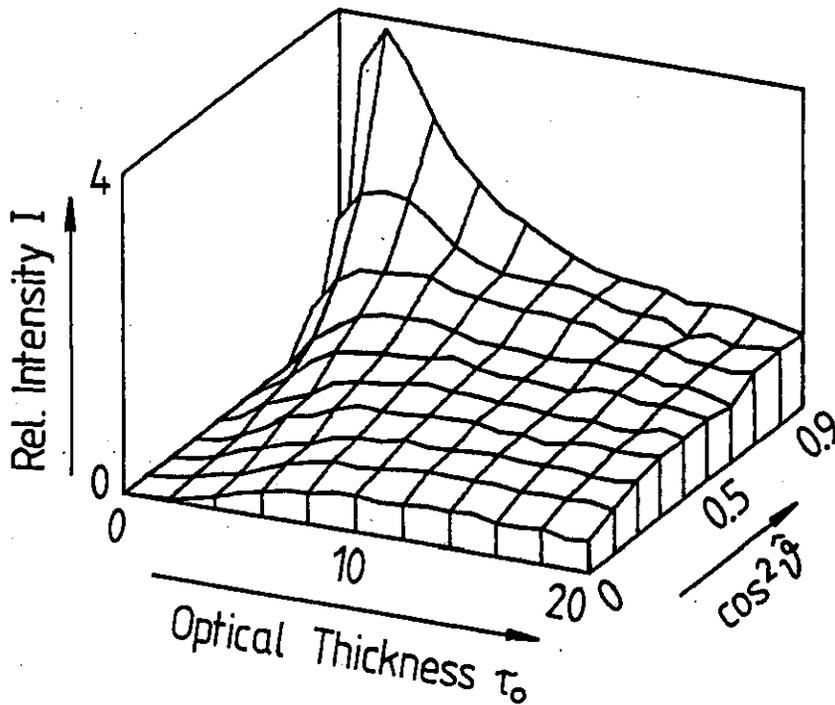


Abb. 37 Monte Carlo-Simulation der Intensitätsverteilung in einem anisotrop streuenden Medium mit bei $\tau_0 = 0$ parallel einfallender Strahlung. $\hat{\theta}$ bezeichnet den Winkel zur Flächennormalen [CAPS (1984 a)].

$E_R^*/\rho \leq 0.06 \text{ m}^2/\text{g}$, wenn eine Korrektur bezüglich des Inzidenzwinkels vorgenommen wird. Die Übereinstimmung ist gut. Über ein weiteres Beispiel der Übereinstimmung zwischen aus lokalen Wärmeleitfähigkeitsmessungen gefundenen und nach der Mie-Theorie berechneten effektiven Extinktionskoeffizienten wird in Abschn. 4 berichtet.

Aus Abb. 26 (Kurve c) resultiert (wiederum mit der Annahme, λ_{Festk} und E^*/ρ seien temperaturunabhängig) für die mit 30 Gewichts-% Fe_3O_4 dotierten Glasfasern $E^*/\rho = 0.077 \text{ m}^2/\text{g}$ ($\rho = 330 \text{ kg/m}^3$, $n^2 = 1$). Aus REISS (1984 b) ergibt sich für temperaturabhängig bestimmte E_R^*/ρ bei $T = 400 \text{ K}$ der Wert $E_R^*/\rho = 0.091 \text{ m}^2/\text{g}$ für eine gleichermaßen dotierte, aber unterschiedlich vorbehandelte Glasfaserprobe ($\rho = 330 \text{ kg/m}^3$, $n^2 = 1$). Für die dotierten Glasfaserproben liegen noch keine schlüssigen Berechnungen der E_R^*/ρ aus der Mie-Theorie vor.

3.5 Numerische Untersuchungen

Der in Abschn. 2.3 skizzierte Gang der Ableitung des Diffusionsmodells ändert sich bei der Skalierung der optischen Dicke τ_o $\tau_o(1 - \Omega \cdot \bar{\mu})$ nicht, weil die Transformation des Extinktionskoeffizienten sich nur in der Änderung der freien Weglänge $\ell_{\text{Rad}}^* = 1/[E \cdot (1 - \Omega \cdot \bar{\mu})]$ widerspiegelt und die Forderung $\ell_{\text{Rad}}^*/L \ll 1$ erhalten bleibt. Im Fall starker Vorwärtsstreuung könnte ℓ_{Rad}^* in Transmissionsfenstern stark anwachsen. Aus Abb. 11 folgt aber, daß sehr kleine Extinktionskoeffizienten und reine starke Vorwärtsstreuung bei sphärischen und zylindrischen Teilchen kaum zusammenfallen.

Daher ist die neue Bedingung $\ell_{\text{Rad}}^*/L \ll 1$ anstelle $\ell_{\text{Rad}}/L \ll 1$ nicht immer eine Verschärfung, welche die Voraussetzung für die Ableitung des Diffusionsmodells in bestimmten Spektralbereichen zu Fall bringen könnte. In den meisten solcher Fälle würde das Diffusionsmodell bereits wegen großer ℓ_{Rad} versagen.

Für $\ell_{\text{Rad}}^*/L \ll 1$ folgt die modifizierte Gleichung

$$i'_A = i'_{Ab} - \frac{\mu}{E_A^*} \cdot \frac{di'_{Ab}}{dx} \quad (152)$$

und damit wie zuvor näherungsweise isotrope Intensitätsverteilung. Diese Aussage kann z. B. mittels einer Monte Carlo-Rechnung für die Intensitätsverteilung bei Vorgabe einer bestimmten Phasenfunktion der Streuung überprüft werden. Die in CAPS (1984 a), Fig. 3, gezeigten Phasenfunktionen seien als Modellfall stark anisotroper Streuung angenommen (im Beispiel ist $\bar{\mu} = 0.955$) bzw. folgen für ein zylindrisches Teilchen aus der Mie-Theorie ($\bar{\mu} = 0.84$). Die Verwendung dieser Phasenfunktionen für die Berechnung der Transmission führt sowohl bei einem unter 0° Einfallswinkel gegen die Normale der Grenzfläche ($\tau = 0$) auftreffenden gerichteten Strahlenbündel (Abb. 37) als auch bei einem diffus auftreffenden Strahlungsfeld ($i'(0) = \text{const}$) bereits nach kleinen optischen Dicken $\tau_0 = 15 \dots 20$ auf eine leicht nach Vorwärtswinkeln ($\delta \leq 18^\circ$) konzentrierte, aber näherungsweise isotrope Intensitätsverteilung, obwohl in beiden Fällen $\bar{\mu} > 0.8$ starke Vorwärtsstreuung signalisiert. Demnach sind nach diesem optischen Weglängenintervall die Voraussetzungen für kleine \dot{q}_{Rad}^* offenbar erfüllt, selbst wenn bei $\tau = 0$ eine stark anisotrope Quelle vorgegeben sein sollte.

Dieses Ergebnis wird durch den Vergleich der Transmissionsvermögen nach Monte Carlo-Methode und LAS-Modell für beide o. a. Phasenfunktionen erhärtet (CAPS (1984 a), Fig. 5). Die Übereinstimmung ist insbesondere für große τ_0 sehr gut. Ein weiterer positiv ausfallender Vergleich ist bei CAPS (1984 b), Fig. 1, vorgenommen ($\bar{\mu} = 0.9$).

Für die vielfach offen gebliebene Frage, von welchen τ_0 -Werten an mit dem Diffusionsmodell eigentlich gerechnet werden dürfe, ist mit Abb. 37 das an sich bekannte aber selten verwendete Isotropiekriterium quantifiziert worden. Die gute Übereinstimmung zwischen der Monte Carlo-Rechnung und dem LAS-Modell für $\tau_0 \geq 10$ zeigt, daß es für eine Berechnung von \dot{q}_{Rad} auch im Fall stark anisotroper Streuung genügt, τ_0 und sogar nur $\bar{\mu} = \omega_1/3$ zu kennen. Hierdurch wird die Behandlung anisotroper Streuung wesentlich vereinfacht.

Für die Sonnenatmosphäre ergibt sich als Intensitätsverteilung (UNSÖLD (1968), S. 130) $i'(\tau, \beta) = (3/4\pi) \cdot \dot{q}_{\text{Rad}} (\cos\beta + \tau + 2/3)$. Mit wachsendem τ nimmt der Anisotropieanteil in i' immer mehr ab. Das mit den scharfen Anisotropievorgaben erzielte Ergebnis in Abb. 37 wird dadurch jedoch nicht vorweggenommen, ebensowenig durch

die von VAN DE HULST (1968) berechnete, fast isotrope "Escape"-Funktion einer dicken atmosphärischen Schichtung, wo die beobachtbare Winkelverteilung ebenfalls keinen Schluß auf den möglichen Anisotropiecharakter der Phasenfunktion zuläßt. In dieser Literaturstelle wurden jedoch nur $0 \leq \bar{\mu} \leq 0.5$ (mit $\omega = 0.9, 0.99$ und 1) berücksichtigt. Auch die von HOTTEL (1971) berichtete Unabhängigkeit der diffusen Transmissionsvermögen von den zugrundeliegenden Phasenfunktionen wird durch die hier vorgelegten Ergebnisse präzisiert.

Diese Ergebnisse haben Konsequenzen z. B. für astronomische Beobachtungen: Weil aus dem Reflexionsvermögen einer Planetenatmosphäre nicht auf den Anisotropiecharakter der Streuung geschlossen werden kann, wird die Erklärung von Absorptionslinien in diesem Spektrum erschwert (vergl. VAN DE HULST (1968), S. 52).

In Umkehrung kann man aus den vorliegenden Ergebnissen folgern: Wenn eine Intensitätsverteilung in einem Medium nicht-isotrop ist, muß das Medium mindestens teilweise transparent sein.

4. Temperaturabhängige Extinktionskoeffizienten und Festkörperwärmeleitungsanteile

4.1 Übersicht

Im vorigen Abschnitt wurde mittels experimenteller und numerischer Methoden gezeigt, daß sich Strahlungsdiffusionsmodell und additive Näherung hervorragend zur Beschreibung von Strahlungswärme-strömen bei gleichzeitigen "echten" Wärmeleitungsanteilen in optisch dicken Medien ($\tau_0 \geq 20$) eignen, wenn Extinktionskoeffizient und Phasenfunktion bekannt sind. Alle auf kalorimetrische Messungen bezogenen Analysen gingen von der Annahme temperaturunabhängiger Extinktionskoeffizienten und Festkörperwärmeleitungen aus. Dies entspricht völlig dem Stand der übrigen experimentellen Literatur, wo das Problem der Temperaturabhängigkeit dieser Größen zwar regelmäßig erkannt aber ebenso häufig vernachlässigt wird. Ebenso ist dies bei den bisherigen numerischen Untersuchungen die Regel (z. B. in den im Abschn. 2.3 erläuterten Arbeiten von Viskanta und Grosh, Yuen, Tong, Tien u. a.). Eine Ausnahme bilden Monte Carlo-Rechnungen, über die SIEGEL (1972), S. 623, berichtet und in denen lokale Temperaturverteilungen und die Änderung physikalischer Eigenschaften des Mediums mit der lokalen Temperatur berücksichtigt wurden.

Bezüglich der möglichen Temperaturabhängigkeit des effektiven Extinktionskoeffizienten E ist zu unterscheiden: Die Temperaturabhängigkeit von E_R^* kann einerseits auf die Temperaturabhängigkeit von $Q_{Ext, \lambda}$ zurückgehen, die wiederum durch eine Temperaturabhängigkeit des Brechungsindex verursacht wird (die Dichten ρ und ρ_0 könnten ebenfalls schwach temperaturabhängig sein). Diese Temperaturabhängigkeit von E geht somit nur auf Materialeigenschaften zurück. Andererseits geht in den Rosseland-Mittelwert (Gl. (128)) die lokale Strahlungstemperatur des Schwarzen Körpers ein. Die hier mögliche (von der Struktur des Spektrums abhängige) Temperaturabhängigkeit von E_R^* kommt nur aufgrund der notwendigen Mittelung über die relevanten Wellenlängen zustande. Aus kalorimetrischen Messungen ist die Quelle der Temperaturabhängigkeit von E_R^* nicht zu identifizieren. Für ein strukturiertes Spektrum dürfte die mögliche Temperaturabhängigkeit von E_R^* allerdings in

den meisten Fällen auf die Wellenlängenmittlung zurückgehen. Die meisten der Änderungen dn/dT des Brechungsindex der in Abschn. 2.2.3.5 bei LANDOLT-BÖRNSTEIN (1962) zitierten Substanzen oder auch von Silikat- und Borosilikatglas (KUNC (1984)) liegen in der Größenordnung $10^{-6} \dots 10^{-4}$ 1/K und sind damit zu klein, um größere Änderungen in Q_{Ext} (als etwa durch die in den meisten Fällen vorhandene Unsicherheit hinsichtlich des Teilchendurchmessers) hervorzurufen.

Im folgenden sind eigene experimentelle Arbeiten zusammengefaßt, in denen aus gemessenen totalen Wärmeströmen und Temperaturprofilen in reinen oder mit infrarotoptischen Trübungsmitteln dotierten, homogenen oder schichtweise inhomogenen, dispersen fasrigen Medien großer optischer Dicke lokale Gesamtwärmeleitfähigkeiten ermittelt werden. Aus den lokalen Leitfähigkeiten können durch optimale Anpassung bestimmter Modellansätze für $\lambda_{Festk} = f(T)$ und $E^* = g(T)$ die Temperaturabhängigkeiten dieser Größen extrahiert werden.

Im Fall homogener Medien kann man die Wärmeleitfähigkeiten selbstverständlich auch mit der üblichen Versuchsdurchführung (T_1 variabel, T_2 in etwa konstant) messen und durch die gleichen Näherungen anpassen. Allerdings sind die erhaltenen λ_{Festk} - und E^* -Werte immer als über die ganze Schichtdicke gemittelt anzusehen. Daher muß man bei schichtweise inhomogenen Medien stets Temperaturprofile aufnehmen.

Umgekehrt eröffnet die Messung von Temperaturprofilen eine weitere Möglichkeit, Vorhersagen des Diffusionsmodells (oder anderer Strahlungsausbreitungsmodelle) zu überprüfen.

Ein weiterer beachtlicher Vorteil dieser Methode liegt in der Verkürzung der Meßzeiten, da mit einem Satz konstanter Variablen (\dot{q} , T_1 , T_2) die lokale Wärmeleitfähigkeit $\lambda(T(x))$ durch das Profil $T(x)$ bereits festgelegt ist.

Temperaturabhängige λ_{Festk} - und E^* -Werte führen zu Abweichungen vom linearen (λ, T^3) -Profil. Dies wird im nächsten Abschnitt erläutert.

4.2 Vorhersagen des Strahlungsdiffusionsmodells

Für vorgegebene konstante Wandtemperaturen T_1 , T_2 und konstanten Gesamtwärmestrom \dot{q} werden die lokalen Wärmeleitfähigkeiten $\lambda(x_i)$ am Ort x_i erhalten aus

$$\lambda(x_i) = -\dot{q} \frac{x_i - x_{i+1}}{(T(x_i) - T(x_{i+1})))} \quad (153)$$

Hierin bezeichnen die $T(x_i)$ die Temperaturen an den geometrischen Positionen x_i innerhalb der Probe. Die lokalen $\lambda(x_i)$ können als Funktion der dritten Potenz der Strahlungstemperatur aufgetragen werden. Dabei ist die Strahlungstemperatur hier definiert durch lokale $T(x_i)$: $T_{i,j}^3 = (T^2(x_i) + T^2(x_{i+1}))(T(x_i) + T(x_{i+1}))$. Die $T(x_i)$ brauchen nicht von Meßstellen zu stammen, die nebeneinander liegen. Diese Strahlungstemperaturen erstrecken sich zu beträchtlich höheren Werten als die üblichen $T^{*3} = (T_1^2 + T_2^2)(T_1 + T_2)$. Hierin liegt ein weiterer Vorteil der Meßmethode: Eine Abweichung der λ -Werte vom linearen Verlauf im (λ, T^{*3}) -Diagramm ist in vergrößerten T^{*3} -Intervall sicherer zu erkennen (s. Beispiel, Abb. 38 d).

Abb. 38 a zeigt zur Übersicht mittels des Diffusionsmodells (Gl. (132 a)) und den Temperatursprungkoeffizienten aus SIEGEL (1972), S. 641, berechnete dimensionslose Temperaturverteilungen für verschiedene Werte des Leitungs-/Strahlungsparameters N_1 (in Abschn. 1.2 definiert als $N_1 = \lambda_{Leit} E / (4\sigma n^2 T_1^3)$) und der optischen Dicke τ_0 einer ebenen homogenen Probe. Die Parameter λ_{Leit} und E seien vorläufig als temperaturunabhängig vorausgesetzt. Bei großen λ_{Leit} und E ergeben sich (wie schon aus Gl. (15) zu folgern) näherungsweise lineare Temperaturverteilungen. Aus der Linearität des Temperaturprofils ist jedoch nicht auf verschwindende Strahlungsanteile im Gesamtwärmestrom zu schließen: Linearität des Profils bedeutet ja nur, daß wegen Gl. (15) der Parameter N_1 groß sein muß, d. h. daß λ_{Leit} und E groß sein müssen. Also werden Wärmeleitungsvorgänge überwiegen. Strahlungsausbreitung wird im Diffusionsmodell als Wärmeleitungsvorgang interpretiert. Daher widerspricht die Existenz von Diffusions-Strahlungswärmeströmen nicht einem linearen Temperaturprofil. Wegen der großen Extinktionskoeffizienten E werden die Strahlungsanteile zwar klein

Abb. 38 a Mit dem Diffusionsmodell (Gl. (132 a)) berechnete dimensionslose Temperaturverteilungen über relativer optischer Dicke einer ebenen Probe. Rechnung mit temperaturunabhängigen λ_{Leit} und E .

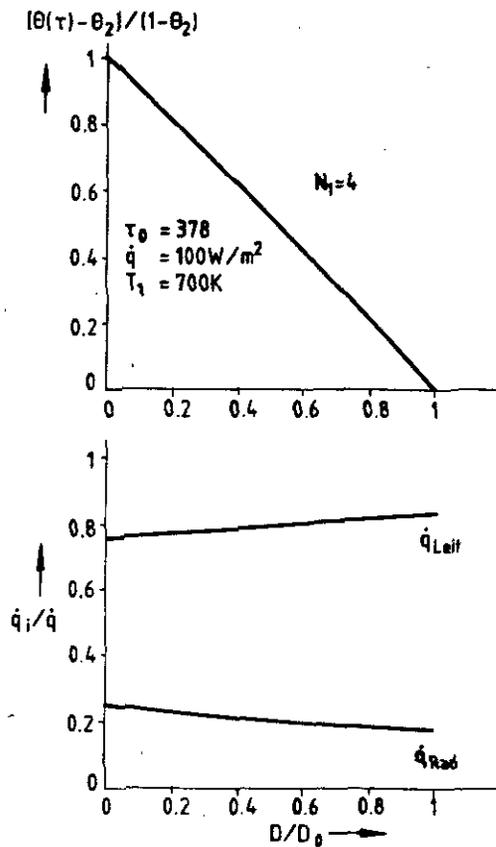
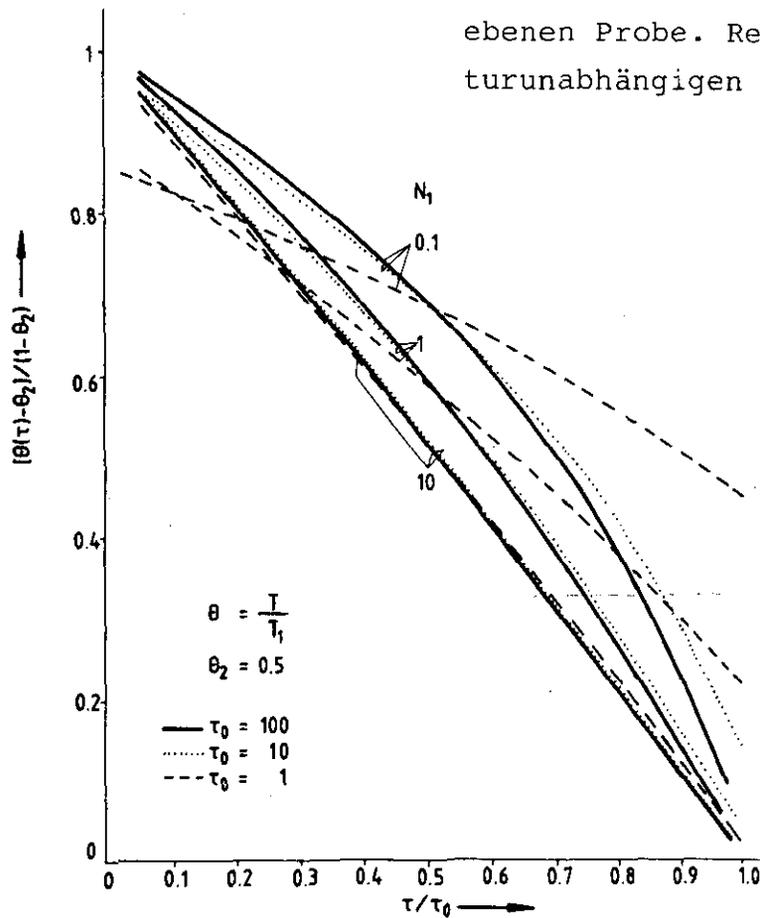


Abb. 38 b Mit dem Diffusionsmodell (Gl. (132 b)) schrittweise berechnetes dimensionsloses Temperaturprofil (oben) und Komponenten \dot{q}_{Leit} und \dot{q}_{Rad} (unten) in Abhängigkeit von der relativen geometrischen Dicke D/D_0 einer ebenen Probe ($D_0 = 30 \text{ mm}$); die optische Dicke $\tau_0 = 378$ ist gleich derjenigen in Abb. 38 c. Die Rechnung wurde mit temperaturunabhängigen Parametern $E = 12\,593 \text{ l/m}$ und $\lambda_{Leit} = 25 \text{ mW/(m}\cdot\text{K)}$ vorgenommen.

sein, aber nicht verschwinden[§]. Abb. 38 b soll dies verdeutlichen^{§§}. Als weiteres Beispiel sei die von KUNC (1984) gemessene lineare Temperaturverteilung in Silikatglas und die Analyse der temperaturabhängigen Wärmeleitfähigkeiten genannt.

Die unterschiedlichen Vorhersagen des Diffusionsmodells bezüglich des Temperaturprofils, der Anteile der Wärmestromkomponenten im Gesamtstrom und vor allem der $(\lambda, T^{\ast 3})$ -Diagramme für temperaturunabhängige oder temperaturabhängige Parameter λ_{Leit} und E sollen anhand von Abb. 38 c und d erläutert werden.

Die Berechnung der dimensionslosen Temperaturprofile $(\theta(\tau) - \theta_2) / (1 - \theta_2)$ wurde gemäß Gl. (132 b) vorgenommen. Da wir bei großen Extinktionskoeffizienten, die wir für die folgenden Rechnungen voraussetzen, von den Temperatursprungkorrekturen wegen der großen N_1 völlig absehen können (SIEGEL (1972), S. 641, Fig. 19-5), ist der Startwert $T(x)$ für die schrittweise Berechnung des Temperaturprofils $T(x)$ (wo $0 < x \ll D_0$, D_0 = Gesamtdicke der Probe) in sehr guter Näherung durch $T(x) = T_1 = T(0)$ festgelegt. Durch Vorgabe von $\lambda(T)$ und $E(T)$ wird das Temperaturprofil $T(x' > x) = T(x) + (dT/dx)(x' - x)$ schrittweise ermittelt^{§§§}.

Die im nächsten Abschnitt erläuterten Analysen gemessener lokaler Wärmeleitfähigkeiten ergeben, daß sich mit linearen Temperaturfunktionen für λ_{Leit} und E die besten Anpassungen an die Wärmeleitfähigkeitsmeßwerte erzielen lassen. Daher wurde in Abb. 38 c eine lineare Abhängigkeit dieser Parameter von der Temperatur gemäß Gl. (155 a,b) vorausgesetzt.

[§] Das Diffusionsmodell enthält zwar als Voraussetzung große Extinktionskoeffizienten, aber wenn die Strahlungsströme deswegen völlig verschwinden würden, brauchte man kein Diffusionsmodell zu ihrer Beschreibung.

^{§§} Für Einzelheiten der Berechnung von $T(x)$, \dot{q}_{Rad} und \dot{q}_{Leit} vergl. die folgenden Erläuterungen zu Abb. 38 c,d.

^{§§§} In den hier vorgenommenen Rechnungen wurde die gesamte Schichtdicke (im Beispiel: $D_0 = 30$ mm) in 1 000 Schritte unterteilt. Durch Vorgabe von $\dot{q} = \text{const}$, $T(x=0) = T_1$, $\lambda_{\text{Leit}}(T)$ und $E(T)$ (sowie $n^2 = 1$) sind $T(x)$ und T_2 vollständig festgelegt. Stabilität des Profils $T(x)$ (und von T_2 innerhalb weniger K) wurde meistens schon mit einer Unterteilung in 100 Schritte erzielt.

Abb. 38 c enthält oben die dimensionslosen Temperaturprofile für temperaturunabhängige (a) und temperaturabhängige (b) Parameter λ_{Leit} und E als Funktion der relativen geometrischen Dicke D/D_0 der Probe. Die in die Rechnung eingehenden $\lambda_{\text{Leit}}(T)$ und $E(T)$ sind im unteren Teil von Abb. 38 c angegeben. Diese Vorgaben entsprechen realistischen Werten dieser Parameter. Dabei wurde sichergestellt, daß sich in beiden Fällen a und b die gleiche optische Dicke τ_0 und der gleiche mittlere Wert von λ_{Leit} ergab.

Man erkennt, daß sich in den hier vorgegebenen Fällen a und b nur im unteren Temperaturbereich merkliche Unterschiede im Temperaturprofil $T(x)$ ergeben (dies zeigt bereits, daß $T(x)$ sehr genau gemessen werden muß, damit aus den lokalen Wärmeleitfähigkeiten temperaturabhängige Parameter λ_{Leit} und E sicher extrahiert werden können, s. n. Abschn.). Die deutliche Krümmung des Profils a spiegelt den (kleinen) Leitungs-/Strahlungsparameter $N_1 = 0.6$ wieder.

Im mittleren Teil von Abb. 38 c sind die resultierenden relativen Anteile der Wärmestromkomponenten $\dot{q}_{\text{Leit}}(x) = \lambda_{\text{Leit}}(T) \cdot dT/dx(x)$ und $\dot{q}_{\text{Rad}}(x) = (16\sigma n^2 / (3E(T)) \cdot T^3(x) \cdot dT/dx(x)$ angegeben. Die \dot{q}_{Leit} und \dot{q}_{Rad} sind keineswegs konstant sondern ortsabhängig: Im Fall a schwankt der relative Strahlungsanteil $\dot{q}_{\text{Rad}}/\dot{q}$ über der Gesamtschichtdicke zwischen 70 und 10 %, im Fall b zwischen 57 und 19 % (\dot{q}_{Rad} und \dot{q}_{Leit} müssen sich an jedem Ort x wegen der Abwesenheit von Wärmequellen zum stationären Gesamtwärmestrom summieren).

Abb. 38 d zeigt die aus Gesamtwärmestrom \dot{q} , Temperaturprofilen $T(x)$ und Gradienten $dT/dx(x)$ der Abb. 38 c (Fälle a und b) folgenden (λ, T^{*3}) -Diagramme (mit $T^{*3}(x) = 4T^3(x)$). Im Fall a (temperaturunabhängige λ_{Leit} und E) folgt eine lineare, im Fall b (temperaturabhängige Parameter) eine gekrümmte Beziehung (λ, T^{*3}) .

Mit der Temperatur $T_2 = 250$ K, die sich im Fall a für die Temperatur der kalten Seite der Probe ergibt, ist der auf der Gera-

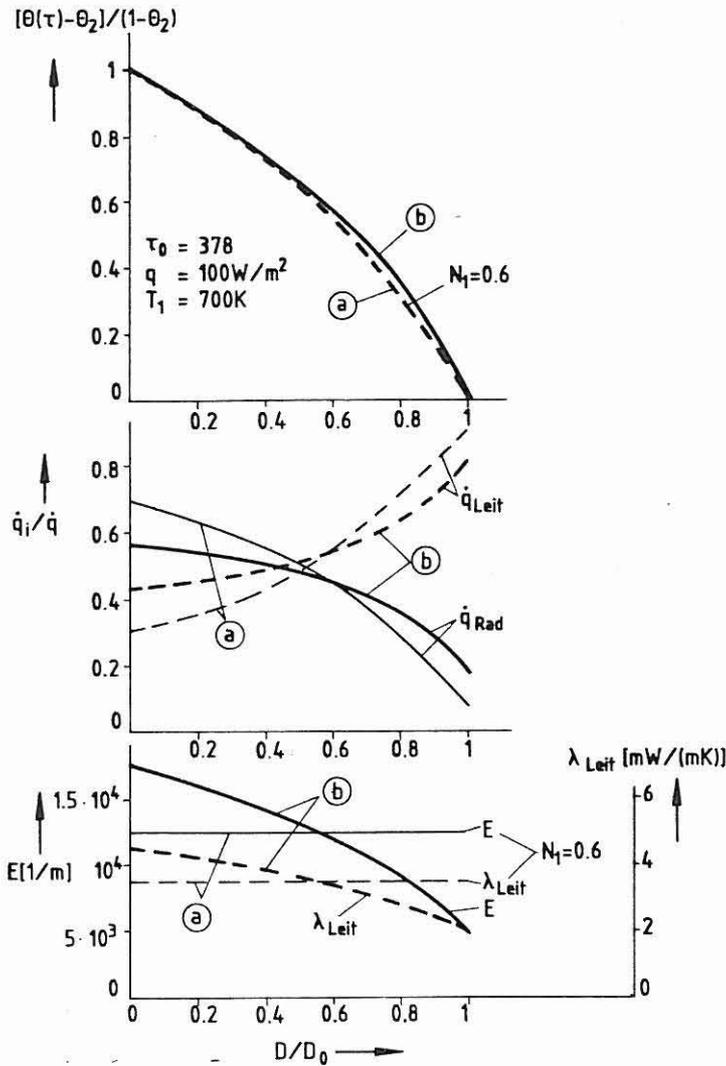


Abb. 38 c Mit dem Diffusionsmodell unter Verwendung von Gl. (132 b) schrittweise berechnete Temperaturprofile (oben) und Wärmestromkomponenten \dot{q}_{Leit} und \dot{q}_{Rad} (Mitte) für temperaturunabhängige (Fall a) und temperaturabhängige (Fall b) effektive Extinktionskoeffizienten E und "echte" Wärmeleitfähigkeiten λ_{Leit} (unten), aufgetragen gegen relative geometrische Dicke D/D_0 einer ebenen Probe ($D_0 = 30 \text{ mm}$). Mit dem temperaturabhängigen Extinktionskoeffizienten $E = b_2 T$ ergibt sich über die Schichtdicke D_0 integriert die optische Dicke zu $\tau_0 = 378$ ($b_2 = 25 \text{ 1/(m}\cdot\text{K)}$). Für λ_{Leit} wurde angesetzt: $\lambda_{Leit} = a_1 + a_2 T$ ($a_1 = 1 \text{ mW/(m}\cdot\text{K)}$, $a_2 = 0.005 \text{ mW/(m}\cdot\text{K}^2)$). Die mittleren Werte $E = 12\,593 \text{ 1/m}$ und $\lambda_{Leit} = 3.519 \text{ mW/(m}\cdot\text{K)}$ der temperaturabhängigen Extinktionskoeffizienten und Wärmeleitfähigkeiten dienen zur Berechnung von Fall a (hiermit ergibt sich der Leitungs-/Strahlungsparameter N_1 zu 0.6).

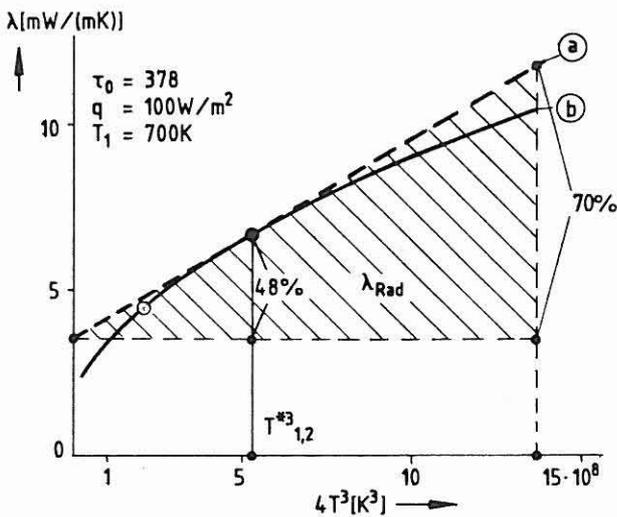


Abb. 38 d Mit den gleichen Parametern wie in Abb. 38 c berechnete Diagramme (λ, T^{*3}) für Fall a (temperaturunabhängige E und λ_{Leit}) und Fall b (gleiche Parameter temperaturabhängig, wie in Abb. 38 c vorgegeben). Der schraffierte Bereich bezeichnet den Strahlungsanteil in der totalen Wärmeleitfähigkeit. Wenn T_i sehr nahe an T_{i+1} liegt, wird $T^{*3} = 4T^3$ (Abszissenbezeichnung in dieser Abbildung). Großer offener und Vollkreis auf der gekrümmten Kurve (b) bezeichnen die Grenzen des T^{*3} -Intervalls, auf welche diese kalorimetrische Messung beschränkt ist, wenn kein Temperaturprofil aufgenommen wird. Mit der Messung des Temperaturprofils und bei sehr kleinen Thermometerabständen erstrecken sich die $T_{i,i+1}^{*3}$ dagegen bis etwa $14 \cdot 10^8 \text{ K}^3$.

den in Abb. 38 d eingetragene Punkt bei $T_{1,2}^{*3} = 5.25 \cdot 10^8 \text{ K}^3$ ermittelt. An dieser Stelle würde man mit dem üblichen Verfahren (vergl. Bildunterschrift zu Abb. 22) einen mittleren Strahlungsanteil von 48 % in der Gesamtwärmeleitfähigkeit extrahieren - eine gegenüber den lokalen Bestimmungen von $\dot{q}_{\text{Rad}}/\dot{q}$ in Abb. 38 c erheblich reduzierte Information. Der bei $T^{*3} = 2 \cdot 10^8 \text{ K}^3$ auf dem gekrümmten (λ, T^{*3}) -Diagramm eingetragene Punkt soll das Intervall der T^{*3} nach unten begrenzen: Wärmeleitfähigkeitsmessungen im Hochtemperaturbereich erstrecken sich etwa bis zu dieser Strahlungstemperatur. Das T^{*3} -Gesamtintervall liegt in diesem Beispiel daher zwischen $2 \cdot 10^8$ und $5.25 \cdot 10^8 \text{ K}^3$, wenn man T_1 auf 700 K begrenzt und die Strahlungstemperatur nur mittels der Temperaturen T_1 und T_2 der Begrenzungswände formulieren kann. Man erkennt in Abb. 38 d sofort, daß in diesem kleinen Intervall eine sichere Unterscheidung zwischen einer linearen oder gekrümmten (λ, T^{*3}) -Relation sehr schwierig wird. In der Messung lokaler Wärmeleitfähigkeiten kann das T^{*3} -Intervall in diesem Beispiel jedoch bis zu $14 \cdot 10^8 \text{ K}^3$ ausgedehnt werden, wodurch die Unterscheidung zwischen linearen oder gekrümmten (λ, T^{*3}) -Beziehungen und damit die Unterscheidung von temperaturunabhängigen bzw. temperaturabhängigen λ_{Leit} und E erheblich sicherer wird.

Auf die Vorhersagen des Diffusionsmodells im Fall schichtweise inhomogener Medien kommen wir im übernächsten Abschnitt zurück.

4.3 Versuchsaufbau und gemessene Temperaturprofile

Messungen von \dot{q} und $T(x)$ wurden entweder mit einer kleinen Zweiplattenapparatur (ZIEGENBEIN (1983), REISS (1983 b)) oder mit der in Abschn. 3.2 beschriebenen großen Zweiplattenapparatur im Vakuum und unter atmosphärischer Druckbelastung vorgenommen. Die Temperaturen T_1 der heißen Seite der Versuchsapparaturen erstreckten sich von 120 bis 475 °C. Bis zu zehn kalibrierte Platin-Widerstandsthermometer wurden versetzt zwischen die Glasfaserpapierlagen der Proben gelegt. Die gleichmäßige Temperaturverteilung in der Ebene wurde mit bis zu drei Thermometern überprüft. Für eine möglichst geringe Störung der Temperaturprofile wurden nur 0.1 mm starke Zuleitungsdrähte zu den Thermometern verwendet.

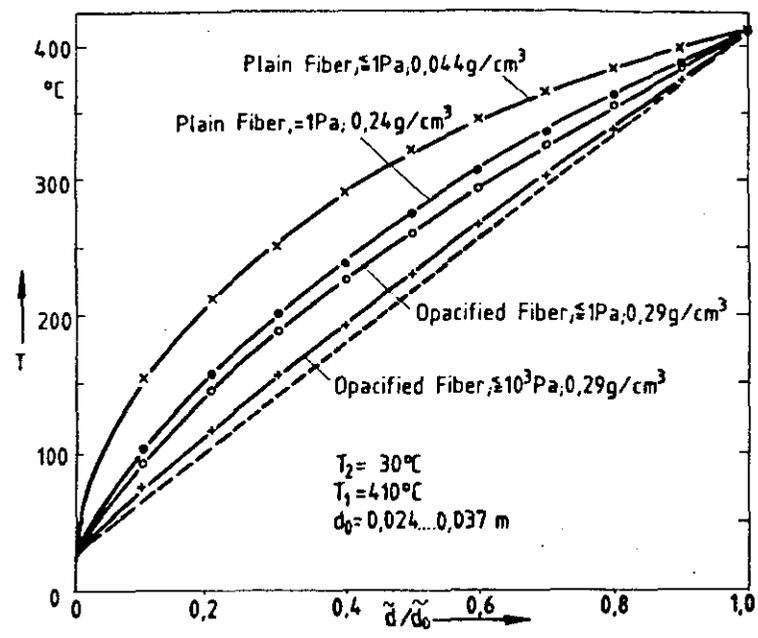


Abb. 38 e In reinen und dotierten, druckbelasteten, evakuierten und gefluteten Glasfasern gemessene Temperaturverteilungen über relativer geometrischer Dicke der homogenen, ebenen Probe (\tilde{d}_0 bezeichnet die Gesamtdicke der Probe) (REISS (1983 b)).

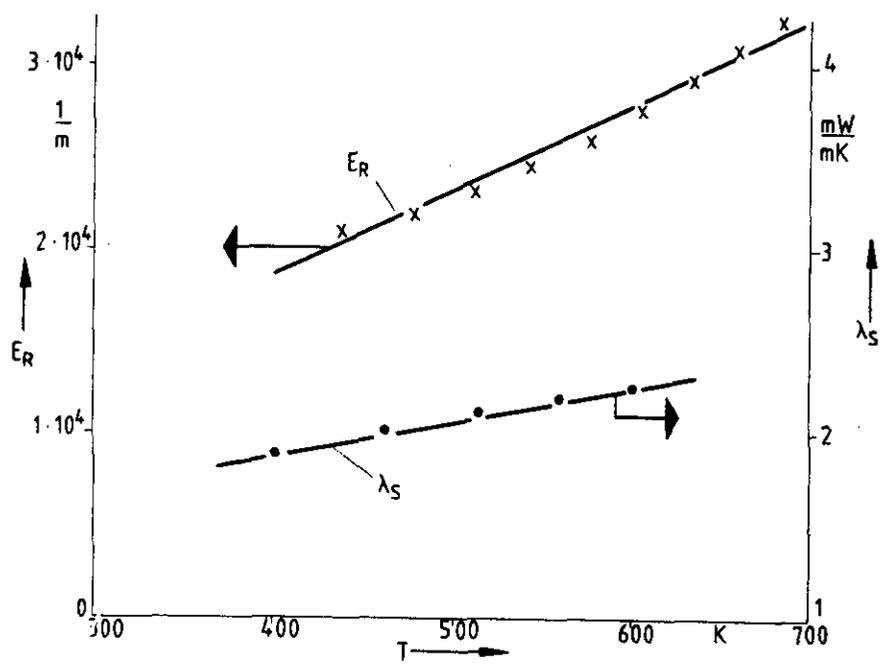


Abb. 38 f Temperaturabhängigkeit des Rosseland-Mittelwerts $E_R(T)$ der spektralen Extinktionskoeffizienten und der Festkörperkontaktwärmeleitfähigkeit $\lambda_S(T)$ in Glasfasern. $E_R(T)$ (Gl. (128) ist im Wellenlängenbereich 2 - 50 μm mit experimentell bestimmten spektralen Extinktionskoeffizienten berechnet; $\lambda_S(T)$ liegt Gl. (45) mit experimentellen Werten für $\lambda_T(T)$ (ESPE (1960), S. 105, Fig. B 10-43, Borosilikatglas), $Y(T)$ (wegen Gl. (50, 51): $\hat{\eta}(T)$ (ESPE (1960), S. 82, Fig. B 10-20)), $\hat{\mu}(T) = 0.22$ (HOLLOWAY (1973), S. 128), sowie $\Pi = 0.90$ zugrunde (REISS (1983 b)).

Abb. 38 e (REISS (1983 b)) enthält in verschiedenen reinen und mit infrarotoptischen Trübungsmitteln dotierten homogenen Borosilikatglasfasern gemessene Temperaturprofile. Die zu erwartende Tendenz zum näherungsweise linearen Temperaturprofil wird mit zunehmender Dichte (Zunahme von λ_{Festk} und E) oder mit zunehmendem Restgasdruck (Zunahme von λ_{Leit}) oder Dotierung mit Fe_3O_4 (Zunahme von E) offenbar. Die aus diesen und weiteren Messungen extrahierten lokalen Gesamtwärmeleitfähigkeiten (REISS (1983 b, 1984 a)), die sich im (λ, T^{*3}) -Diagramm bis zu $T^{*3} = 12 \cdot 10^8 \text{ K}^3$ erstrecken, zeigen in der Mehrzahl oberhalb $T^{*3} = 5 \cdot 10^8 \text{ K}^3$ einen deutlich gekrümmten Verlauf (s. als Beispiel Abb. 39. a), insbesondere bei Dichten oberhalb 100 kg/m^3 . Bei den sehr genau gemessenen (λ, T^{*3}) -Kurven a und b in Abb. 26 (BÜTTNER (1984)) ist schon für $T^{*3} = 4 \cdot T_r^3 \leq 5 \cdot 10^8 \text{ K}^3$ eine Krümmung zu erkennen.

Auch im Tieftemperaturbereich wurden gekrümmte (λ, T^{*3}) -Diagramme gemessen (KAGANER (1969), S. 78, jedoch ohne Analyse der zugrundeliegenden tatsächlichen Temperaturabhängigkeit aller Wärmestromkomponenten.

4.4 Analyse der (λ, T^{*3}) -Kurven homogener Glasfasern

Nach Gl. (140) kann λ nur dann linear in T^{*3} sein, wenn λ_{Festk} und E^* entweder konstant oder linear in T^{*3} sind, d. h.

$$\lambda_{\text{Festk}} = a_1 + a_2 \cdot T^{*3} \quad (154 \text{ a})$$

$$E^* = b_1 \text{ oder } E^* = b_2 \cdot T^{*3} \quad (154 \text{ b})$$

Dies würde einerseits bedeuten, daß temperaturabhängige λ_{Festk} und E^* proportional zu T^3 wären. Diese Folgerung wird aber weder durch eine mit bekannten Materialparametern und deren Temperaturabhängigkeit berechnete λ_{Festk} -Kurve (Gl. (45)) noch durch das mit dem Extionsspektrum ($1 \leq \lambda \leq 50 \text{ } \mu\text{m}$) berechnete Rosselandmittel E_R gestützt (Abb. 38 f, REISS (1983 b)). Andererseits verneinen

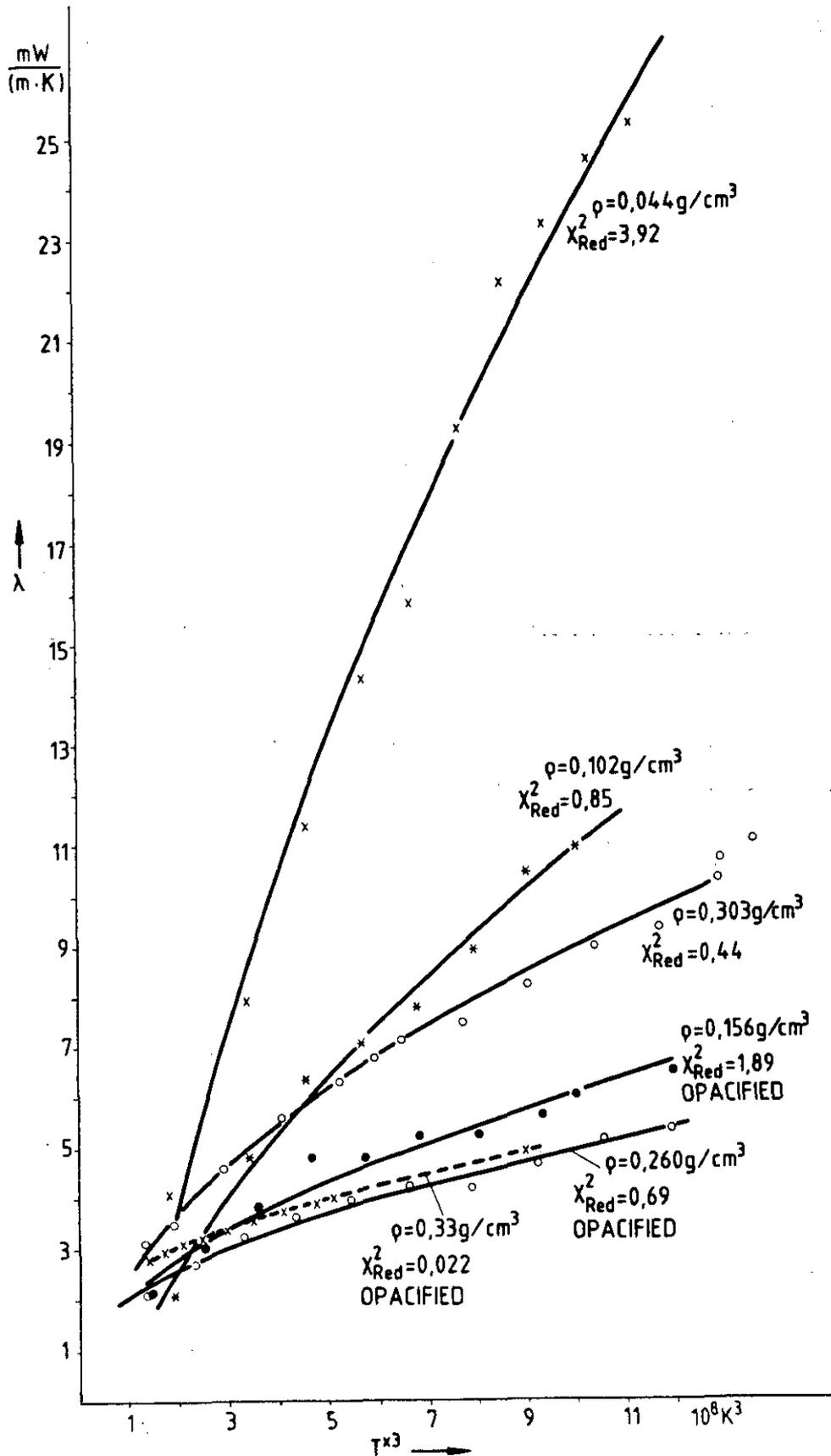


Abb. 39 a Gesamtwärmeleitfähigkeiten von reinen und dotierten Glasfasern in Abhängigkeit von der dritten Potenz der Strahlungstemperatur; die χ^2_{Red} geben die Güte der Anpassung der Meßwerte durch die Kurven an (bezogen auf 5 % Meßfehler $\Delta\lambda$). Gute Anpassungen liegen vor, wenn $\chi^2_{Red} = (1/N) \cdot \sum_i ((\lambda_{i,exp} - \lambda_{i,theor}) / \Delta\lambda_i)^2$ kleiner als Eins ist (N = Anzahl der Meßpunkte) [REISS (1984 a)].

die gleichen Kurven auch konstante λ_{Festk} und E^* -Werte. Daher können zumindest im Temperaturbereich $300 \leq T \leq 700$ K lineare (λ, T^{*3}) -Diagramme überhaupt nicht existieren. Bisher gemessene scheinbar lineare (λ, T^{*3}) -Beziehungen sind entweder wegen starke Streuung der Meßwerte nicht als gekrümmt identifizierbar, oder die untersuchten T^{*3} -Bereiche waren zu stark beschränkt.

Da die errechneten temperaturabhängigen λ_{Festk} und E im Bereich $400 \leq T \leq 600$ K durch eine Gerade angenähert werden können erhält man mit dem Ansatz

$$\lambda_{\text{Festk}} = a_1 + a_2 \cdot T \quad (155 \text{ a})$$

$$E = b_2 \cdot T \quad (155 \text{ b})$$

für die totale Wärmeleitfähigkeit

$$\lambda = a_1 + a_2 \cdot T + \frac{16\sigma n^2}{3b_2} \cdot T^2 \quad (156)$$

woraus die Konstanten a_1 , a_2 und b_2 durch Anpassung an die Meßwerte extrahiert werden können. Damit sind die λ_{Festk} und E^* festgelegt (REISS (1984 a), Fig. 4). Aus Gl. (156) folgt mit $T^{*3} = 4T^3$ bei kleinen Abständen der Thermometer sofort

$$\lambda = c_0 + c_1 \cdot (T^{*3})^{1/3} + c_2 \cdot (T^{*3})^{2/3} \quad (157)$$

womit die Krümmung der (λ, T^{*3}) -Resultate in Abb. 39 a vollständig erklärt werden kann. Bei $T = 400$ K, $\rho = 150 \text{ kg/m}^3$ (Abb. 39 b) ergibt sich für die extrahierten E^*/ρ -Werte innerhalb 10 - 15 % Übereinstimmung mit den Ergebnissen der Mie-Theorie. Die bei höheren Dichten gekrümmte (E^*, ρ) -Kurve könnte abhängige Streuung anzeigen.

Die Möglichkeit abhängiger Streuung in diesen Messungen kann durch Abschätzung des Parameters $(\hat{D}-d)/\Lambda$ überprüft werden (vergl. Abschn. 2.2.3.3). VERSCHOOR (1952) leitet aus Wahrscheinlichkeitsüberlegungen für eine Gasmolekül-Faser-Kollision einen ef-

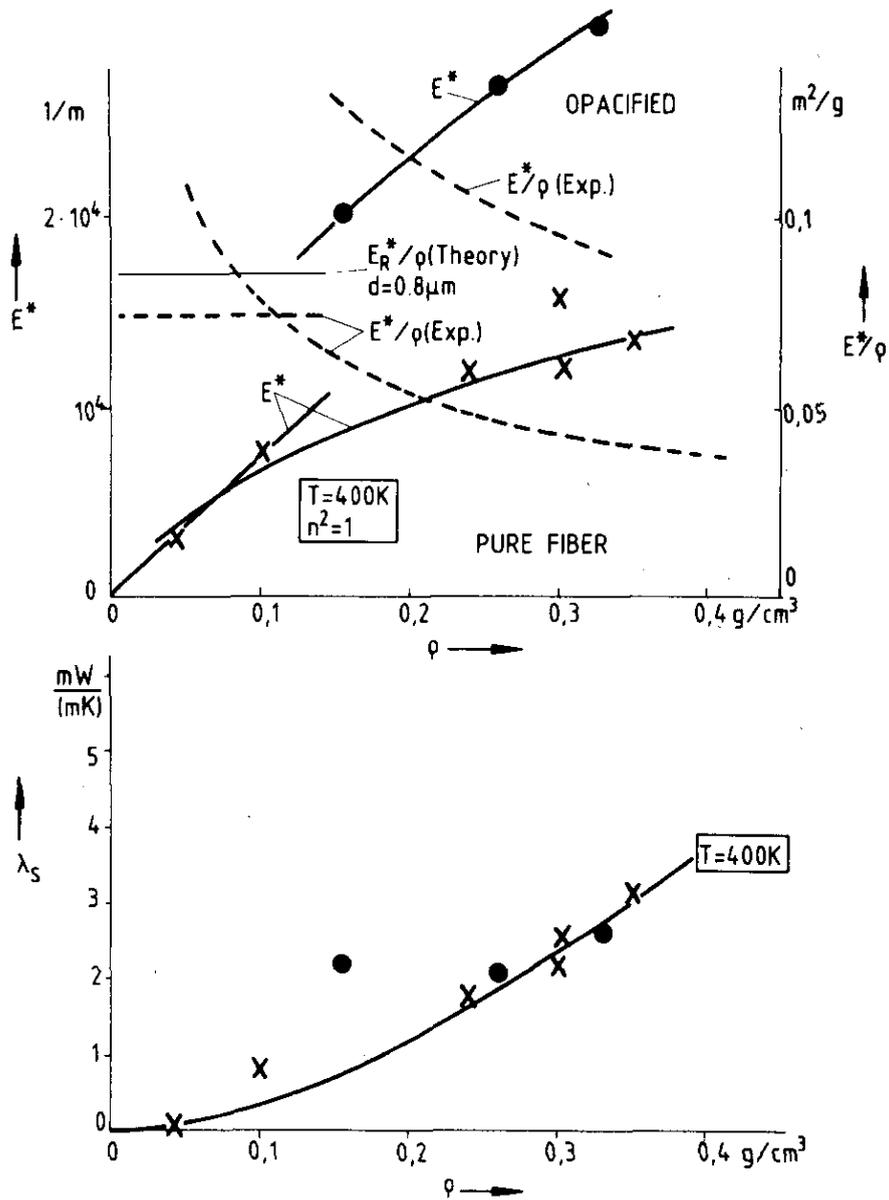


Abb. 39 b Aus den Kurven von Abb. 39 a extrahierte Extinktionskoeffizienten E^* und E^*/ρ sowie Festkörperwärmeleitfähigkeitswerte λ_s angegeben als Funktion der Dichte, ρ , bei $T = 400 \text{ K}$. Die Extinktionskoeffizienten E^* der reinen Glasfasern wurden bei kleinen Dichten ($\rho \leq 150 \text{ kg/m}^3$) durch eine Gerade, bei höheren Dichten durch eine Kurve angepaßt. Die für kleine Dichten vorgenommene Berechnung der E_R^*/ρ bezieht sich auf senkrechte Inzidenz (Faserdurchmesser $0.8 \mu\text{m}$, komplexe Brechungsindizes für Glas von HSIEH (1979)). Alle experimentellen E^* und E^*/ρ wurden mit $n^2 = 1$ extrahiert [REISS (1984 a)].

fektiven Porendurchmesser $\delta = 0.785d/(1 - \Pi)$ ab. Wenn $(\hat{D}-d) = \delta$ gesetzt wird, variiert der lichte Abstand $(\hat{D}-d)$ zwischen zwei Fasern für $50 \leq \rho \leq 350 \text{ kg/m}^3$, $\rho_0 = 2610 \text{ kg/m}^3$ und $d = 0.8 \text{ }\mu\text{m}$ Teilchendurchmesser zwischen 33 und 5 μm . Während bei $\Lambda = 10 \text{ }\mu\text{m}$ der Parameter $(\hat{D}-d)/\Lambda$ für diese ρ noch oberhalb 0.47 liegt, ergibt sich bei Wellenlängen von mindestens 30 μm nach dem von BREWSTER (1981) (für sphärische Teilchen) angegebenen Kriterium $(\hat{D}-d)/\Lambda < 0.3$ ab etwa $\rho = 175 \text{ kg/m}^3$ Faserdichte abhängige Streuung. Die von HOTTEL (1971) (ebenfalls für sphärische Teilchen) angegebene Beziehung

$$\log(\log(Q_{\text{Ext}}^{\text{Eff}}/Q_{\text{Ext}})) = 0.25 - 5.1 \tilde{c}/\Lambda \quad (158)$$

kann mit den obigen $(\hat{D}-d)/\Lambda$ -Werten benutzt werden, auch für faserförmige Teilchen näherungsweise abzuschätzen, von welchen Dichten ρ an eine deutliche Reduzierung des Extinktionskoeffizienten zu erwarten sein sollte. Abb. 39 c zeigt die nach Gl. (158) für verschiedene Wellenlängen Λ berechneten Quotienten Q_{Eff}/Q des effektiven zum theoretischen Extinktionsquerschnitt als Funktion der relativen Dichte. Für Faserdurchmesser $d = 0.8 \text{ }\mu\text{m}$ setzt im langwelligen Infrarotgebiet etwa ab $\rho/\rho_0 \geq 0.04$ entsprechend $\rho \geq 100 \text{ kg/m}^3$ eine Reduzierung von Q_{Ext} bzw. E ein. Dies könnte die Abweichung der effektiven Extinktionskoeffizienten E^* in Abb. 39 b vom linearen Verlauf (gegen die Dichte) oberhalb 100 kg/m^3 erklären, da sich bei $T = 400 \text{ K}$ das Plancksche Spektrum weit in den langwelligen Infrarotbereich erstreckt. Bezügl. der gleichfalls in Abb. 39 c eingezeichneten Kurven für $d = 0.1 \text{ }\mu\text{m}$ Teilchendurchmesser vergl. Abschn. 5.4.

Bemerkenswert ist ferner, daß für eine aus losen (ungeordneten) Fasern bestehende Probe wie zu erwarten große λ_{Festk} -Werte extrahiert werden (weil ein Teil der Fasern die heiße und kalte Seite der Meßapparatur kurzschließt). Für die gleichen Proben ordnen sich jedoch die extrahierten E^* -Werte der Dichte nach den übrigen Extinktionskoeffizienten ein, die an Glasfaserpapieren mit senkrecht zum Temperaturgradienten orientierten Fasern gemessen wurden. E^* hängt im Mittel weniger vom Einfallswinkel der Strahlung ab (vergl. Abschn. 5.2) als von der Dichte. Die Methode erlaubt daher den gezielten Zugriff auf eine bestimmte Wärmestromkomponente.

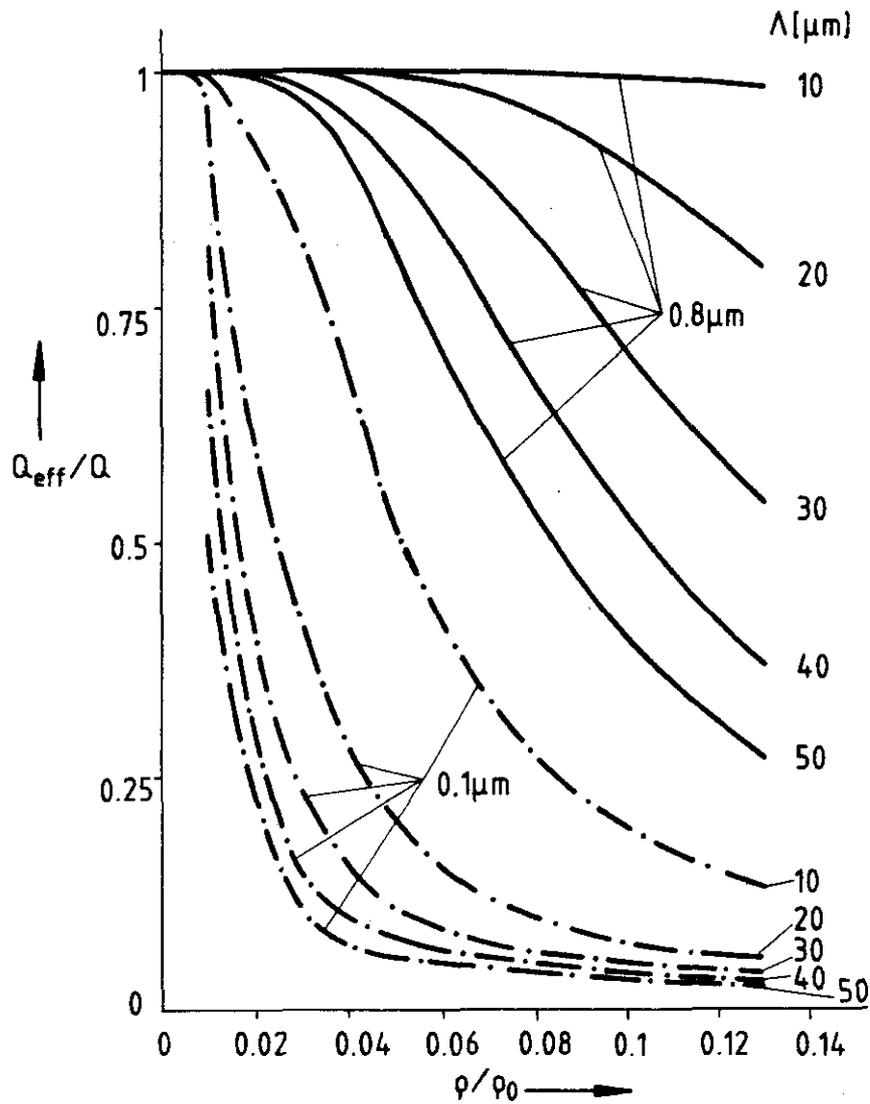


Abb. 39 c Nach Gl. (158) berechnete Quotienten der effektiven (Q_{Eff}) und theoretischen (Q) relativen Extinktionsquerschnitte in Abhängigkeit von der relativen Dichte ρ/ρ_0 von Glasfasern für Faserdurchmesser $d = 0.1$ und $0.8 \mu\text{m}$ und Wellenlängen λ zwischen 10 und $50 \mu\text{m}$ [REISS (1985 b)].

Insgesamt gesehen hängen die extrahierten Festkörperleitfähigkeiten und Extinktionskoeffizienten stark von der Streuung der Meßwerte (λ, T^{*3}) und damit von der Güte der Anpassung ab, die mit dem scharfen χ^2 -Kriterium kontrolliert werden muß.

Die Methode, aus gemessenen Temperaturprofilen lokale Wärmeleitfähigkeiten zu bestimmen, ist keineswegs neu. WAKAO (1969) berichtet von aus gekrümmten Temperaturprofilen ermittelten temperaturabhängigen Wärmeleitfähigkeiten eines Festbetta (die mit dem dort entwickelten Zellmodell erklärt werden können). Neu ist jedoch die hier vorgenommene Analyse der Gesamtwärmeleitfähigkeit durch temperaturabhängige Festkörperwärmeleitfähigkeit und temperaturabhängigen Extinktionskoeffizienten.

Einen interessanten Aspekt bietet eine von KUNC (1984) vorgenommene interferometrische Bestimmung von (linearen) Temperaturprofilen in Gläsern (die allerdings von der Kenntnis der Temperaturabhängigkeit des Brechungsindex dn/dT und des linearen thermischen Ausdehnungskoeffizienten abhängig ist). Es gelingt dort, die Festkörperleitungsanteile als von Schichtdicke und Emissionsvermögen unabhängige Größe zu separieren.

Während bei den hier beschriebenen Messungen der Temperaturprofile in nicht-transparenten Medien die Meßfühler durch intensive Wärmeleitungskontakte und Strahlungsaustausch ausschließlich (wegen der großen optischen Dicken) an die lokale Temperatur angekoppelt sind, registrieren Temperaturmeßstellen oder Strahlungsempfänger bei semitransparenten Medien ein von der optischen Dicke abhängiges Strahlungsfeld. Experimentelle und theoretische Untersuchungen dieses Problems wurden z. B. von ANDERSON (1973), CHUPP (1974), DOMOTO (1974) vorgelegt, die in ihren Analysen auf Multiband-Modelle, z. T. auf Störungsrechnungen zurückgreifen.

4.5 Schichtweise inhomogenes faserförmiges Medium

Daß mit dieser Methode auch Wärmestromkomponenten in inhomogenen Medien aufgelöst werden können, wurde in REISS (1984 a)

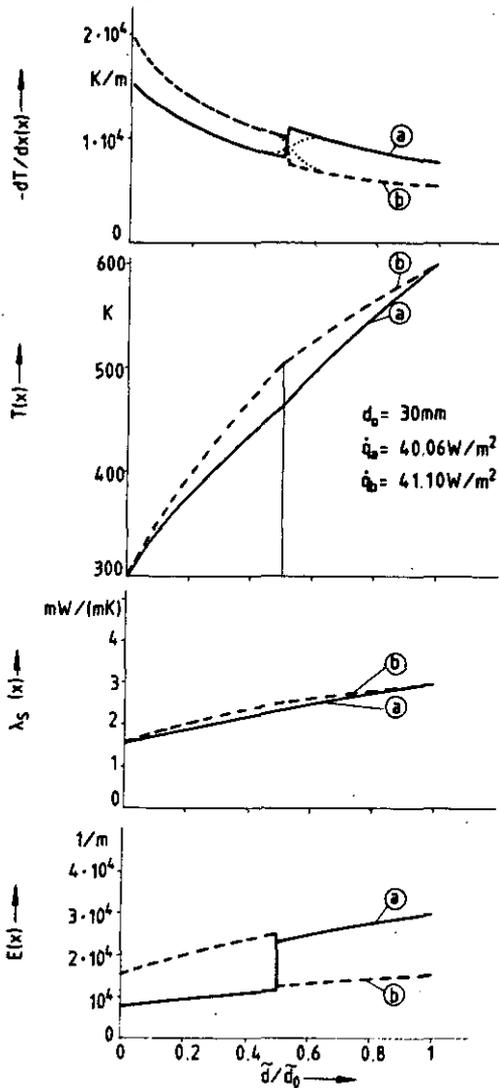
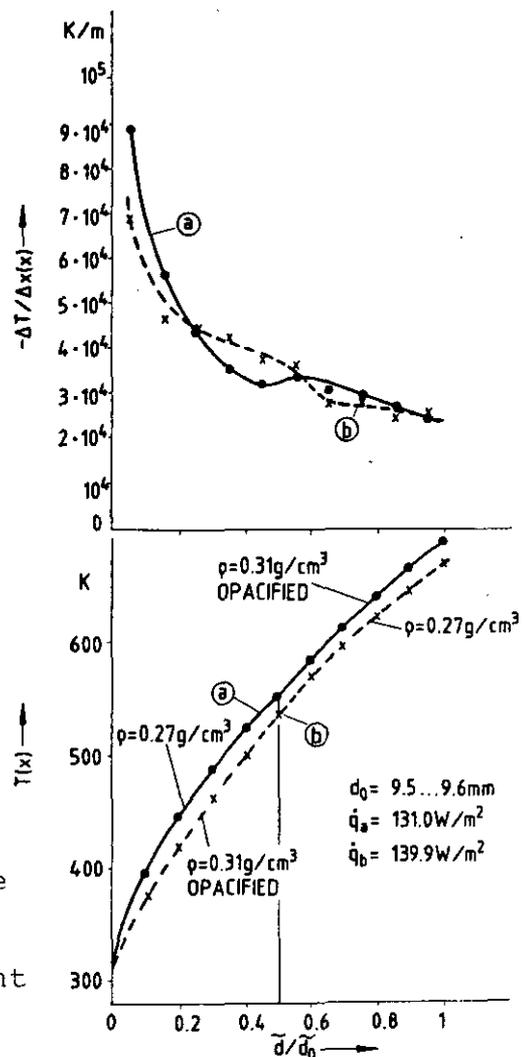


Abb. 40 a Vorhersagen des Diffusionsmodells für Temperaturverteilung $T(x)$, Temperaturgradient $-dT/dx(x)$ und Gesamtwärmeströme in einem schichtweise inhomogenen Medium (spezifiziert durch die vorgegebenen Kurven $\lambda_S = \lambda_{Festk}$ und E). Alle Werte sind aufgetragen gegen die relative geometrische Dicke des Mediums [REISS (1984 a)].

Abb. 40 b Im schichtweise inhomogenen Medium (druckbelastete, evakuierte reine oder dotierte Glasfasern) gemessene Temperaturverteilung, Temperaturgradient und Gesamtwärmeströme ($\tilde{d}/\tilde{d}_0 =$ relative geometrische Dicke) [REISS (1984 a)].



gezeigt. Die Vorhersagen des Diffusionsmodells (Abb. 40 a) für Temperaturprofil und Temperaturgradient und insbesondere den Betrag des Gesamtwärmestroms werden durch die Messungen bestätigt (Abb. 40 b), wenn in einem Fall (a) das dotierte Medium an der heißen Seite der Versuchsanordnung, im anderen Fall (b) an der kalten Seite angeordnet wird. Die für die reine und dotierte Glasfaserschicht extrahierten λ_{Festk} und E^* können sogar aus dem eigentlichen Temperaturbereich, in dem sie ermittelt wurden, in die Temperaturbereiche bei umgekehrter Schichtanordnung extrapoliert werden (s. REISS (1984 a), Fig. 8).

Daß sich \dot{q} in den Fällen a und b ändert ($\dot{q}_a < \dot{q}_b$), ist in Übereinstimmung mit einer theoretischen Untersuchung (GOGOL (1978)).

Man beachte, daß die in Abb. 40 a angegebenen Temperaturprofile und -gradienten mit temperaturabhängigen Festkörperwärmeleitfähigkeitswerten $\lambda_s(x)$ und temperaturabhängigen Extinktionskoeffizienten $E(x)$ ($x =$ relative geometrische Schichtdicke \tilde{d}/\tilde{d}_0) aus der Energieerhaltungsgleichung (Gl. (133) bzw. (132 b)) in der Schreibweise des Strahlungsdiffusionsmodells errechnet wurden. Den hier verwendeten Vorgaben der Temperaturabhängigkeit von Festkörperwärmeleitfähigkeit und Extinktionskoeffizient lagen die in REISS (1984 b) aus gemessenen lokalen Gesamtwärmeleitfähigkeiten homogener disperser Medien extrahierten linearen Temperaturfunktionen zugrunde.

4.6 Erweiterung der Methode auf Bestimmungen der Wärmeleitfähigkeit von Gasen

Nachdem wir in Abschn. 2.2.1 die Temperaturabhängigkeit von $\lambda_{\text{Gas}} = \lambda_{\text{Gas}}(T^{1/2})$ erkannt haben (vorausgesetzt, Korrektur- bzw. Vorfaktoren in Gl. (25) und (33) seien temperaturunabhängig), drängt sich naturgemäß die Frage auf, ob man Gl. (157) nicht erweitern könne, wenn im untersuchten Medium beträchtliche Wärmeströme durch ein Gas zur Gesamtleitfähigkeit beitragen:

$$\lambda = a_1 + a_2 \cdot T + a_3 \cdot T^2 + a_4 \cdot T^{1/2} \quad (157 \text{ a})$$

Da zum Zeitpunkt der Fertigstellung dieser Schrift noch keine Messungen von \dot{q} und $T(x)$ bei hohen Restgasdrücken vorlagen, wurde die Methode zunächst versuchsweise auf Meßergebnisse bei kleinen Restgasdrücken angewandt. Trotz teilweise sehr guter Anpassungen nach kleinsten Fehlerquadraten (mit $\chi^2 \ll 1$) hingen die Lösungen für die Koeffizienten a_i in Gl. (157 a) zu stark von der Anzahl der Meßwerte λ ab. Bei hohen Restgasdrücken könnte das Verfahren erfolgreicher sein. Man würde damit λ_{Gas} -Werte in Temperaturabhängigkeit bestimmen, die völlig frei von Strahlungsanteilen sind. Hierüber wird in einer späteren Veröffentlichung berichtet.

5. Optimale Strahlungsauslöschung

5.1 Übersicht

Nach den Ergebnissen von Abschn. 3 ist klar, daß es für die hier untersuchten nicht-transparenten Medien ausreicht, optimale Strahlungsauslöschung durch maximale effektive Extinktionskoeffizienten anzustreben (dieser eindeutige Zusammenhang wurde durch die Verifikation des Diffusionsmodells demonstriert; bei transparenten Medien müßte man auch die Emissionskoeffizienten der Begrenzungswände mitberücksichtigen).

In Abschn. 2.3 wurde bereits darauf hingewiesen, daß man den resonanzähnlichen Maxima von Q_{Ext}/x sphärischer Teilchen bei fester Wellenlänge einen optimalen Teilchendurchmesser zuzuordnen kann. Da für die Erzeugung von optimalen Extinktionskoeffizienten jedoch auch die gestreute Strahlung berücksichtigt werden muß, kann man i. a. nicht erwarten, daß die d_{Opt} für maximale Q_{Ext}/x mit den d_{Opt} für maximale E^* zusammenfallen. Bezogen auf kalorimetrische Experimente muß zusätzlich die Temperaturverteilung im Medium und die Wellenlängenverteilung bei jeder Strahlungstemperatur berücksichtigt werden.

Das bisher z. B. von KAGANER (1969), S. 41, verfolgte Konzept, nur den mit dem Lambert-Beerschen Gesetz definierten "klassischen" Extinktionskoeffizienten zu optimieren, muß daher richtiggestellt werden; völlig isotrope Streuung ist, obwohl in der Literatur vorzugsweise behandelt, die höchst seltene Ausnahme.

Bei zylindrischen Teilchen muß neben anisotroper Streuung, Temperaturverteilung im Medium und Wellenlängenverteilung bei jeder Temperatur die geneigte Inzidenz der Strahlung berücksichtigt werden. Im folgenden wird geneigte Inzidenz zuerst behandelt.

5.2 Geneigte Inzidenz auf zylindrische Teilchen

Die in Abschn. 3 und 4 vorgenommenen Berechnungen von Extinktionskoeffizienten, Albedo und Phasenfunktionen aus der Mie-Theorie gingen von senkrechter Inzidenz ($\phi = 0$, Abb. 5) aus. Dieser Idealisierung kommen z. B. Glasfaserpapierlagen sehr nahe (Abb. 16). Wenn dagegen die Strahlungsausbreitung in faser- oder stäbchenförmigen Medien untersucht werden soll, in denen die Teilchenachsen regellos orientiert sind, wie z. B. Eisnadeln in Zirruswolken oder Glaswolle, muß über die Inzidenzwinkel integriert werden, um die Beugungserscheinungen korrekt zu beschreiben (die hexagonale Form der Eisnadeln kann andererseits in einer ruhigen Atmosphäre eine bestimmte Orientierung einnehmen und das bekannte Halo-Phänomen hervorrufen, vergl. z. B. BOHREN (1983), S. 178 - 180).

Für lange dicke Zylinder (Länge l , Durchmesser d , wo l und $d \gg \Lambda$) wurde das Beugungsproblem mit regelloser Orientierung der Teilchen von VAN DE HULST (1981), S. 109 - 110, durch Anwendung elementarer Beugungstheorie gelöst: Die Beugungserscheinungen an großen sphärischen und zylindrischen Teilchen gleichen Durchmessers unterscheiden sich nur in der etwas verschobenen Lage der hellen und dunklen Ringe.

In allgemeinerer Behandlung dieses Problem kann die für die elementare Beugungstheorie erhobene Forderung l und $d \gg \Lambda$ nicht beibehalten werden. Strenggenommen muß daher der Extinktionskoeffizient für zylindrische Teilchen

$$E_{\Lambda}^*(\phi) = \frac{4\rho}{\pi\rho_0} \frac{Q_{\text{Ext},\Lambda}(\phi)}{d} [1 - (\Omega_{\Lambda}\bar{\mu}_{\Lambda})(\phi)] \quad (159)$$

für jeden Inzidenzwinkel ϕ aus der Mie-Theorie und anschließend

$$\overline{E_{\Lambda}^*} = \int_0^{\pi/2} E_{\Lambda}^*(\phi) \cdot \cos \phi \cdot d\phi \quad (160)$$

berechnet werden (wie z. B. von WANG (1983) vorgenommen). Zwar ist dies auch mit kleineren Rechenanlagen ohne weiteres möglich, aber da viele in der Literatur angegebene Beispiele nur auf senkrechte Inzidenz bezogen sind, wäre eine einfache Korrektur

dieser Ergebnisse ohne Rechenanlagenbenutzung auf den Fall regelloser Orientierung hilfreich. Vor allem würde das hier behandelte Optimierungsproblem vereinfacht, wenn es sich bei der Korrektur z. B. nur um die Multiplikation mit einer Konstanten handelte. In diesem Fall würden die Optimierungsprozeduren bei sphärischen und zylindrischen Teilchen übereinstimmen.

Wegen der Verknüpfung von $\bar{\mu}_\Lambda$ mit dem Inzidenzwinkel wird zunächst (CAPS (1984 b), Gl. 7)

$$\overline{E}_\Lambda^* = \frac{4(1-\Pi)}{\pi d} \int_0^{\pi/2} Q_{\text{Ext},\Lambda}(\phi) \cdot [1 - \Omega_\Lambda(\phi) \sin^2 \phi - \bar{\mu}_\Lambda(\phi) \cos^2 \phi] \cos \phi \cdot d\phi \quad (161)$$

Für reine Streuung ($\Omega_\Lambda = 1$) folgt

$$\overline{E}_\Lambda^* = \frac{4(1-\Pi)}{\pi d} \int_0^{\pi/2} Q_{\text{Ext},\Lambda}(\phi) [1 - \bar{\mu}_\Lambda(\phi)] \cos^3 \phi \cdot d\phi \quad (162)$$

für reine Absorption ($\Omega_\Lambda = 0$) dagegen wegen $\bar{\mu}_\Lambda(\phi) \equiv 0$

$$\overline{E}_\Lambda^* = \frac{4(1-\Pi)}{\pi d} \int_0^{\pi/2} Q_{\text{Ext},\Lambda}(\phi) \cos \phi \cdot d\phi \quad (163)$$

Generell gilt, daß bei reiner Streuung mit zunehmendem Teilchendurchmesser sowohl der Extinktionskoeffizient wie auch die nach vorn gebeugte Strahlung zunehmen (z. B. aus Abb. 11 zu ersehen). Für Teilchen, deren Dimensionen in jeder Raumrichtung groß gegen die Wellenlänge sind (d. h. für große x) wird $Q_{\text{Ext},\Lambda} \equiv 2$ und $\bar{\mu}_\Lambda$ ist konstant nahe 1. Zumindest für große Teilchen ist daher das Produkt $Q_{\text{Ext},\Lambda} \cdot (1 - \bar{\mu}_\Lambda)$ näherungsweise konstant (unabhängig von ϕ). Dies wird für faserförmige Teilchen durch Abb. 41 a (CAPS (1984 b)) für $x = 4$ illustriert. Im Fall $\Omega_\Lambda = 1$ resultiert daher für \overline{E}_Λ^*

$$\overline{E}_\Lambda^* = E_\Lambda^*(\phi=0) \int_0^{\pi/2} \cos^3 \phi \cdot d\phi = \frac{2}{3} E_\Lambda^*(\phi=0) \quad (164)$$

Im Fall reiner Absorption wird $Q_{\text{Ext},\Lambda}(\phi) = Q_{\text{Ext},\Lambda}(\phi=0) \cdot \cos \phi$, so daß

$$\overline{E}_\Lambda^* = E_\Lambda^*(\phi=0) \int_0^{\pi/2} \cos^2 \phi \cdot d\phi = \frac{\pi}{4} \cdot E_\Lambda^*(\phi=0) \quad (165)$$

Daß für $\Omega_\Lambda = 1$ die Näherung

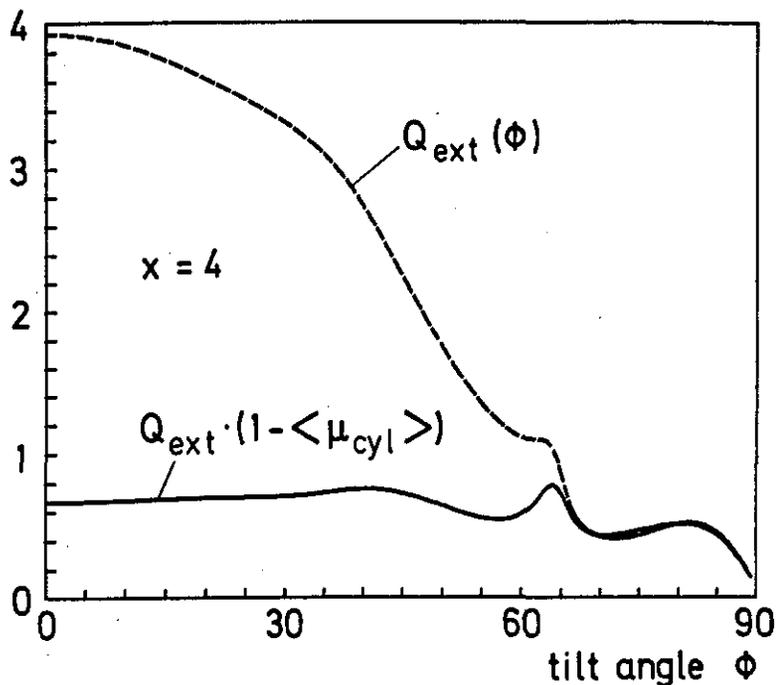


Abb. 41 a Unabhängigkeit des Produkts $Q_{\text{Ext}} \cdot (1 - \bar{\mu})$ vom Einfallswinkel ϕ (Def. in Abb. 5) unpolarisierter Strahlung [CAPS (1984 b)].

Anmerkung: In Abb. 41 a,b bezeichnet $\langle \mu_{\text{cyl}} \rangle$ den Asymmetriefaktor $\bar{\mu}$ des zylindrischen Teilchens; in Abb. 41 b steht $\langle Q_{\text{ext}} \rangle$ für $\overline{Q_{\text{Ext},\Lambda}(\phi)}$ in Gl. (166).

Für weitere Einzelheiten der Rechnung vergleiche man die Dissertation von Herrn R. Caps, Universität Würzburg.

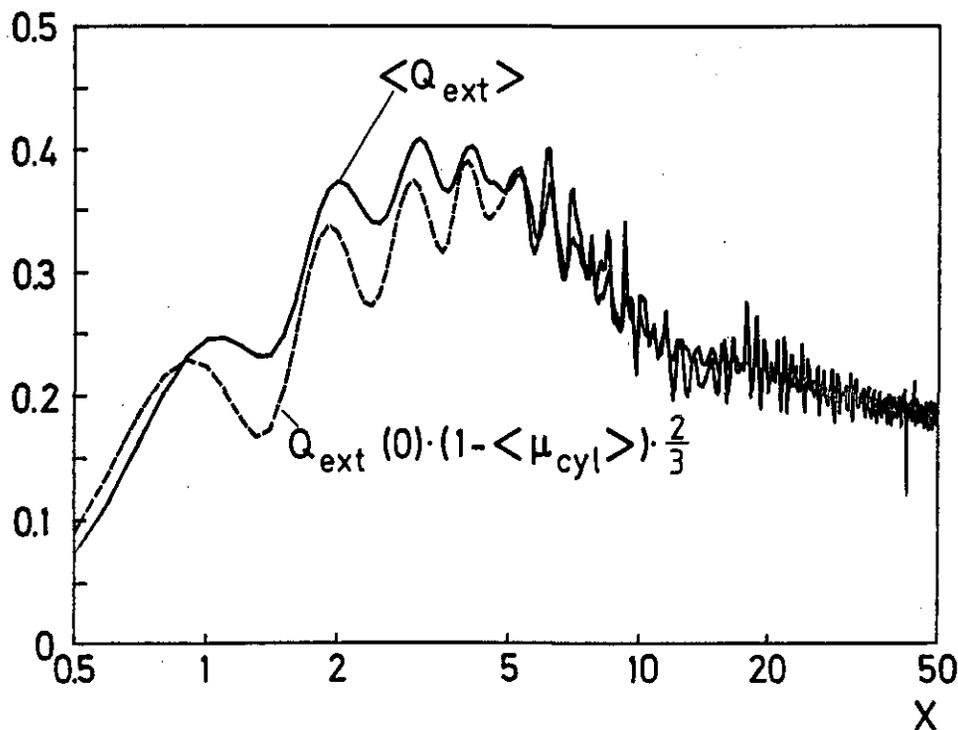


Abb. 41 b Vergleich zwischen den exakt berechneten $\overline{Q_{\text{Ext}}}$ (unter expliziter Berücksichtigung aller Einfallswinkel ϕ) und der Näherungsformel [CAPS (1984 b)].

$$\overline{Q_{\text{Ext},\Lambda}(\phi)} = \frac{2}{3} Q_{\text{Ext},\Lambda}(\phi=0) \cdot (1 - \bar{\mu}_\Lambda) \quad (166)$$

die exakt berechneten $\overline{Q_{\text{Ext}}(\phi)}$ schon bei $x \geq 5$ sehr gut reproduziert, ist in Abb. 41 b (CAPS (1984 b)) gezeigt. Der Wert $x \geq 5$ liegt klar außerhalb des x -Bereichs, von dem an elementare Beugungstheorie anwendbar ist (nach Meinung von VAN DE HULST (1981), S. 103, etwa ab $x \geq 60$).

Nach diesen Ergebnissen genügt es, den optimalen Extinktionskoeffizienten wie bei den sphärischen Teilchen durch die Variation des Teilchendurchmessers (und mit der Berücksichtigung von Anisotropie der Streuung und der Wellenlängenverteilung) bei vorgegebener Schichttemperatur zu erzeugen (bei zylindrischen Teilchen fehlen allerdings die von sphärischen Teilchen bekannten scharfen Maxima in Q_{Ext}/x).

5.3 Optimale Teilchendurchmesser sphärischer und zylindrischer nicht-metallischer Teilchen

Die Berechnung von Diagrammen E_R^*/ρ in Abhängigkeit von Teilchendurchmesser, Brechungsindex und Temperatur, womit die Optimierung hinsichtlich Q_{Ext}/x (d, \hat{m}) auf die Optimierung von $E_R(d, \hat{m}, T)$ verallgemeinert wird, ist jetzt nur noch ein Problem der Verfügbarkeit der Brechungsindizes.

Für vorgegebene, bei allen Wellenlängen konstante Brechungsindizes demonstrieren Abb. 42 bis 45 für sphärische Teilchen die Existenz eines Maximums von E_R^* bei einer bestimmten Kombination (d, T). Der Vergleich von Abb. 43 und 45 zeigt, daß bei gleichem Imaginärteil im komplexen Brechungsindex große Realteile für die Erzeugung großer E_R^* vorteilhaft sind (weil Vorwärtsstreuung mit großen n abnimmt).

Abb. 44 soll E_R^*/ρ für ein stark absorbierendes Teilchen veranschaulichen. Der große Imaginärteil vergrößert die Extinktion erheblich.

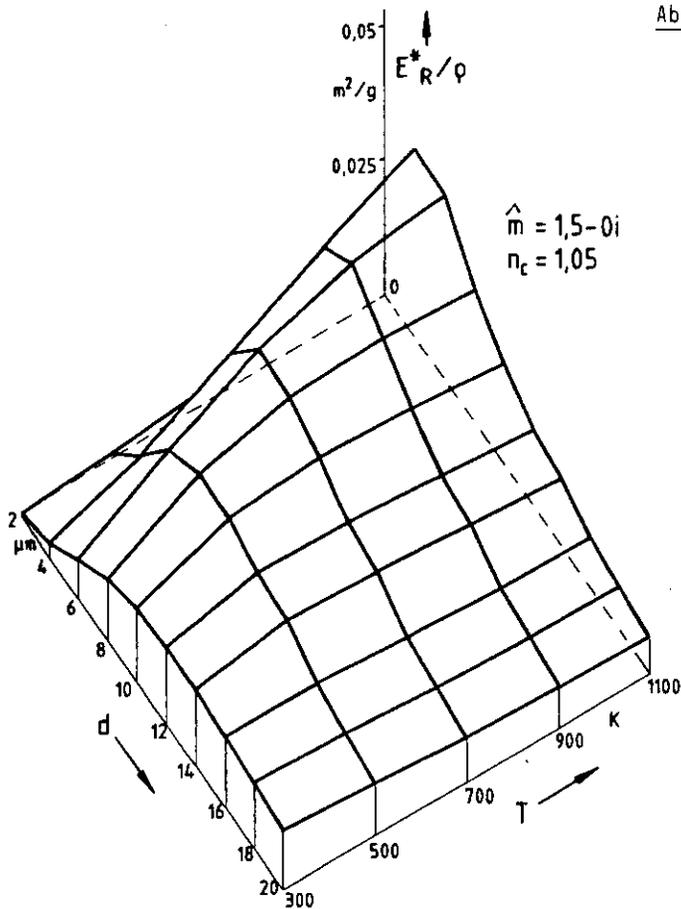


Abb. 42 Rosselandmittel des effektiven spezifischen Extinktionskoeffizienten sphärischer Teilchen, die in einer Umgebung mit dem Brechungsindex $n_c = 1.05$ eingelagert sind. Berechnung von E_R^*/ρ nach der Mie-theorie für komplexen Teilchenbrechungsindex \hat{m} in Abhängigkeit von Teilchendurchmesser d und Temperatur T ($\rho_0 = 5\ 000\ kg/m^3$).

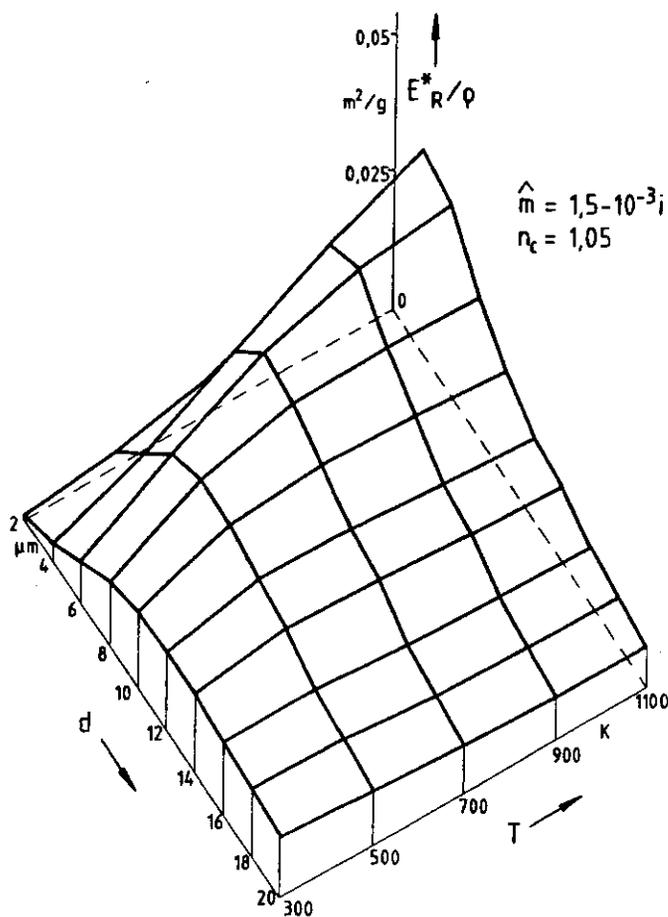


Abb. 43 Wie Abb. 42

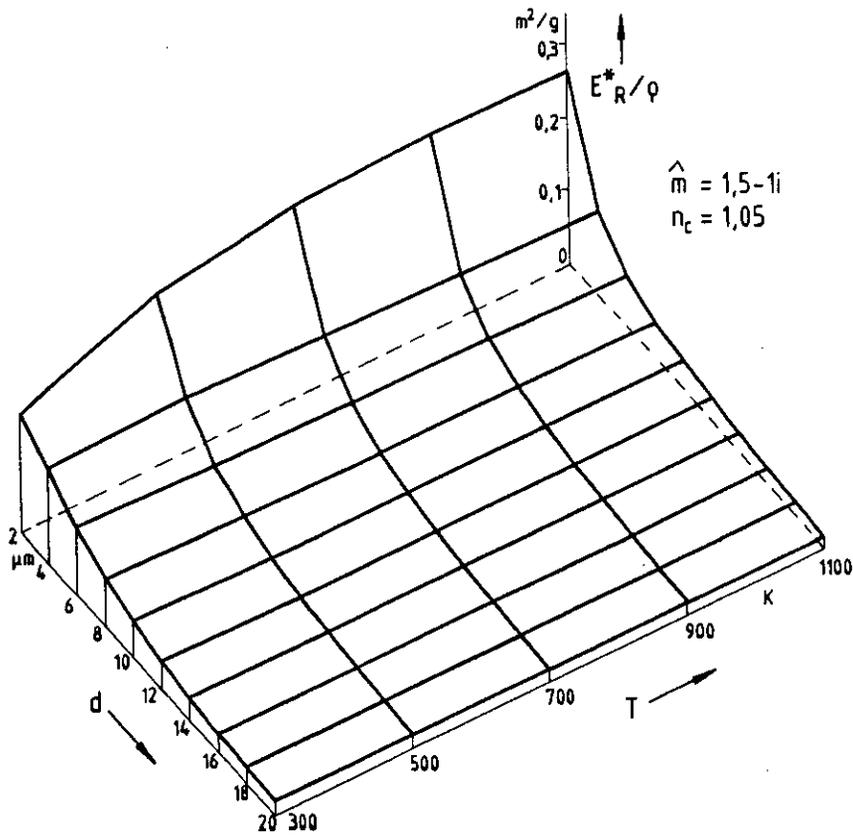


Abb. 44 Wie Abb. 42

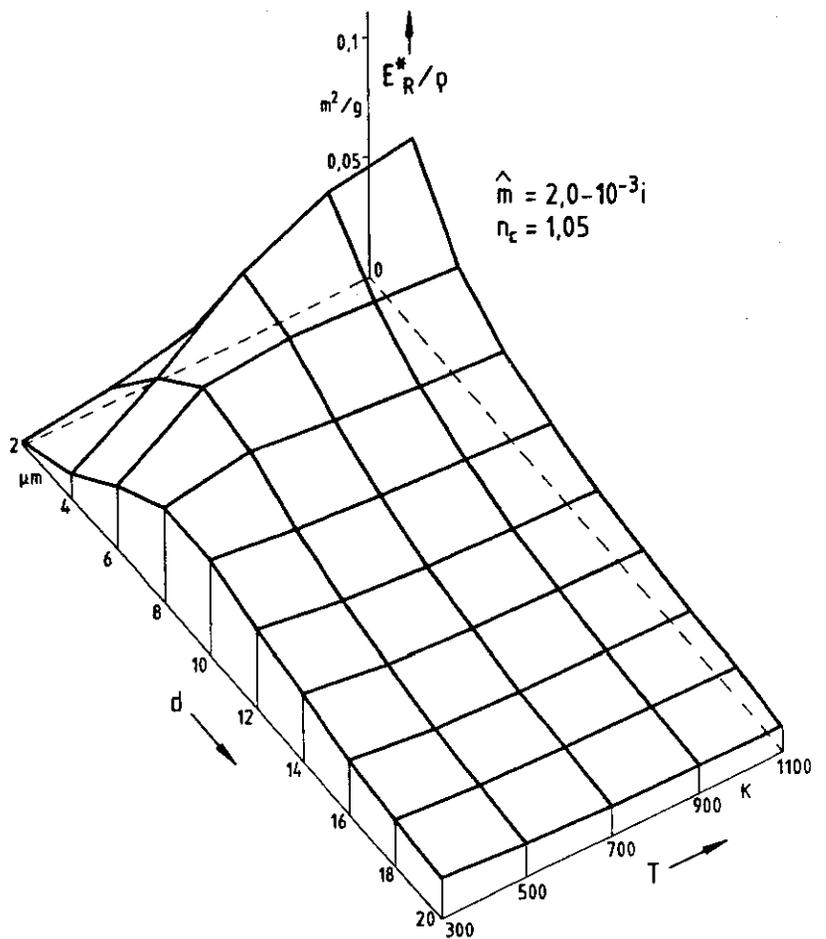


Abb. 45 Wie Abb. 42

Abb. 46 a,b zeigen für sphärische Teilchen, wie stark die d_{Opt} für die Erzeugung optimaler E_{Λ}/ρ von den d_{Opt} für die Erzeugung optimaler E_{R}^*/ρ differieren können.

Die gleiche Optimierungsprozedur ist für faserförmige dielektrische Teilchen bei senkrechter Inzidenz bereits in Abb. 36 untersucht. Ein deutliches Maximum ist dort aber nicht erkennbar. Für geneigte Inzidenz (exakte Rechnung) enthält Abb. 47 (CAPS (1984 b)) die dimensionslosen effektiven, spezifischen Extinktionskoeffizienten $E_{\text{R}}/[(1 - \Pi)/d]$ für $n = 2.5$ (man beachte die Bildunterschrift).

Die in REISS (1981 a,b) angegebene Regel (a), Teilchensubstanzen zu verwenden, die einen großen Realteil und kleinen Imaginärteil im komplexen Brechungsindex haben, wird durch die berechneten Kurven für die Phasenfunktion sphärischer Teilchen in CAPS (1983 a), Fig. 3, für $\bar{\mu}$ in Abb. 11 und die Kurven in Abb. 47 bestätigt. Für große n nimmt Vorwärtsstreuung ab. Die mit großem Imaginärteil $\tilde{k} \approx n$ erzielbaren E_{R}^*/ρ sind zwar größer als wenn nur kleine \tilde{k} in die Rechnungen eingehen (Abb. 42 - 45 für sphärische Teilchen), metallische Teilchen könnten aber die Kontaktwärmeleitungsströme stark erhöhen.

5.4 Totalreflektierende dünne Fasern

Außerordentlich hohe effektive Extinktionskoeffizienten bzw. extrem kleine Strahlungswärmeleitfähigkeiten können mit dünnen totalreflektierenden Fasern erzielt werden (WANG (1983), TRUNZER (1983) §).

Um das enorme Potential dieser Fasern hinsichtlich der erzielbaren E_{R}^*/ρ richtig einordnen zu können, sei im folgenden ein Zielwert angegeben, der aus den effektivsten bisher bekannten Wärmeisolationen (den evakuierten Folienisolationen) abgeschätzt werden kann.

§ Daß man mit totalreflektierenden Zylindern sehr kleiner Durchmesser sehr große relative Extinktionsquerschnitte erhält, wird allerdings zumindest schon von KERKER (1969), S. 289, Fig. 6.13, erkannt.

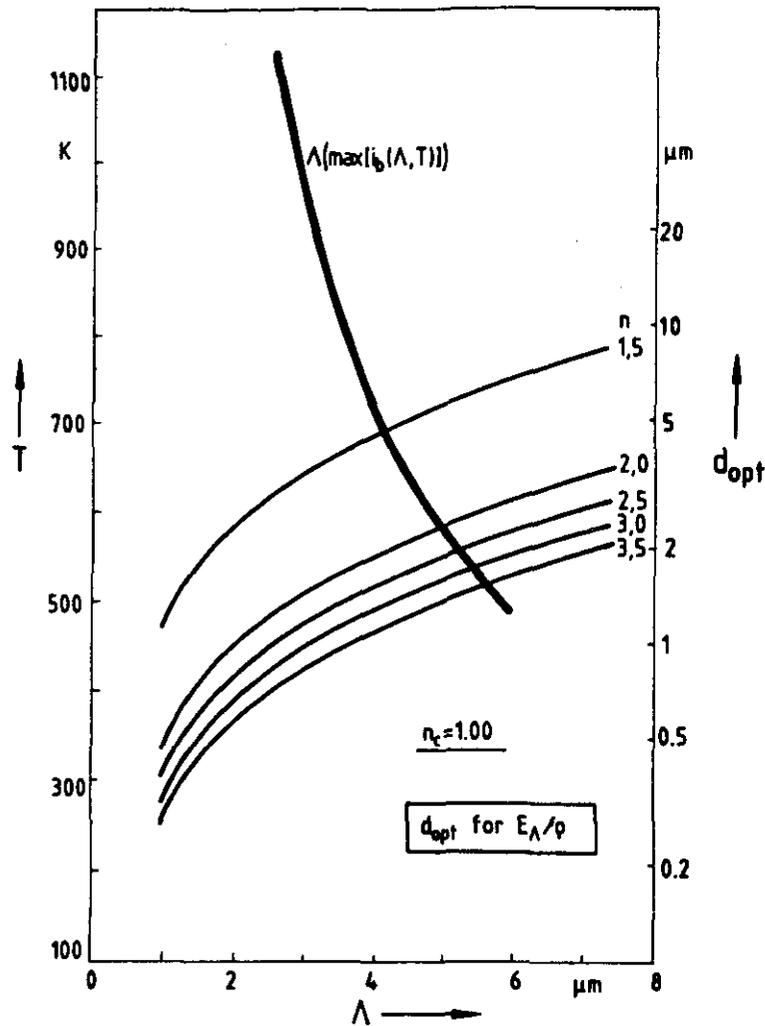
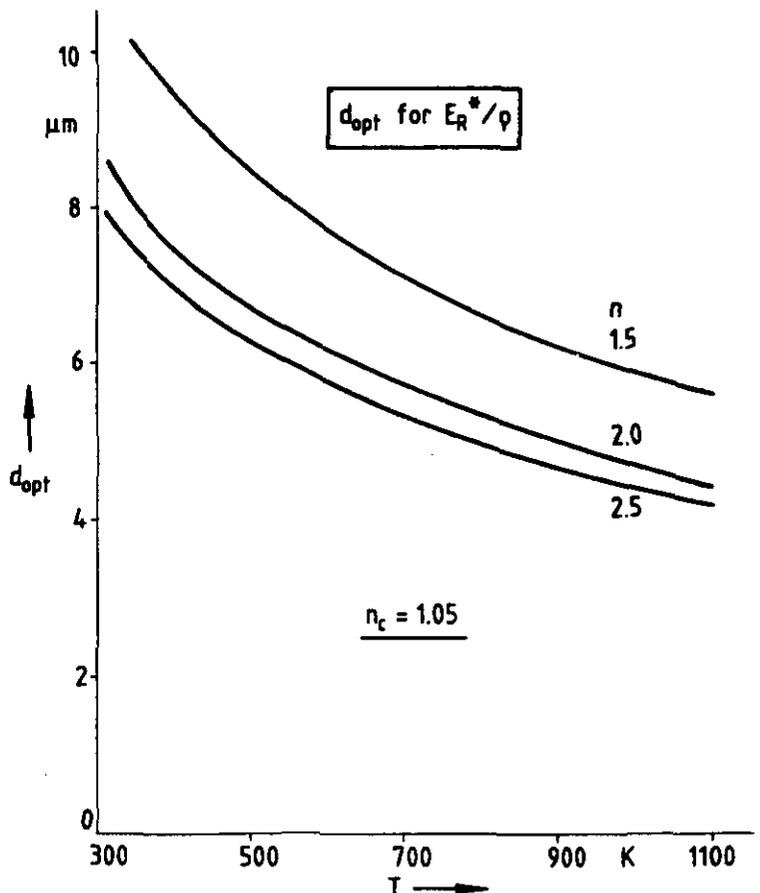


Abb. 46 a Optimale Teilchendurchmesser d_{opt} zur Erzeugung maximaler E_A/ϕ für dielektrische sphärische Teilchen in Abhängigkeit von Wellenlänge und Brechungsindex; die d_{opt} sind auf das jeweilige Maximum von Q_{Ext}/x bezogen. Die dick durchgezogene Kurve bezeichnet die Lage des Maximums der Planckschen Strahlungsverteilung nach dem Wienschen Verschiebungsgesetz.

Abb. 46 b Optimale Teilchendurchmesser d_{opt} zur Erzeugung maximaler E_R^*/ϕ für dielektrische sphärische Teilchen unter Berücksichtigung anisotroper Streuung und Wellenlängenverteilung, in Abhängigkeit von Brechungsindex und Temperatur; die d_{opt} sind hier auf die Schwerpunkte der Kurven ($E_R^*/\phi, d$) bezogen.



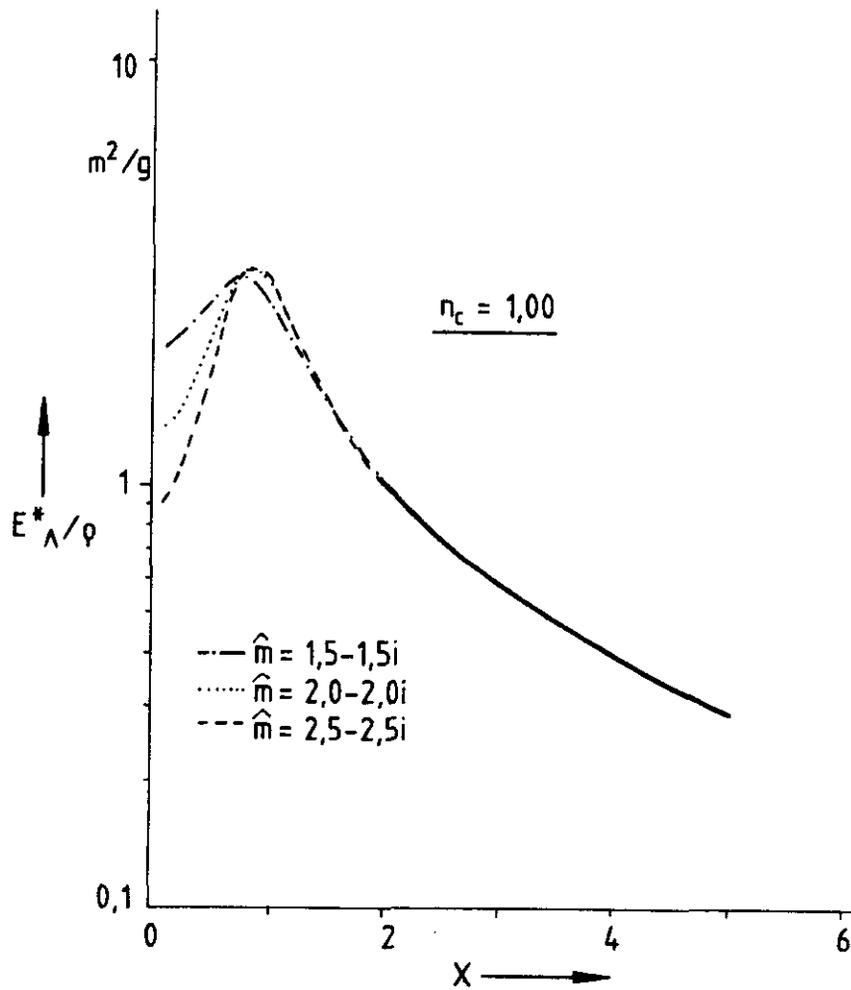


Abb. 46 c Effektive, spezifische spektrale Extinktionskoeffizienten absorbierender sphärischer Teilchen für verschiedene komplexe Brechungsindizes \hat{m} in Abhängigkeit vom Streuparameter $x = \tau d/\lambda$ bei fester Wellenlänge (berechnet mit $\rho_0 = 5\,000\text{ kg/m}^3$).

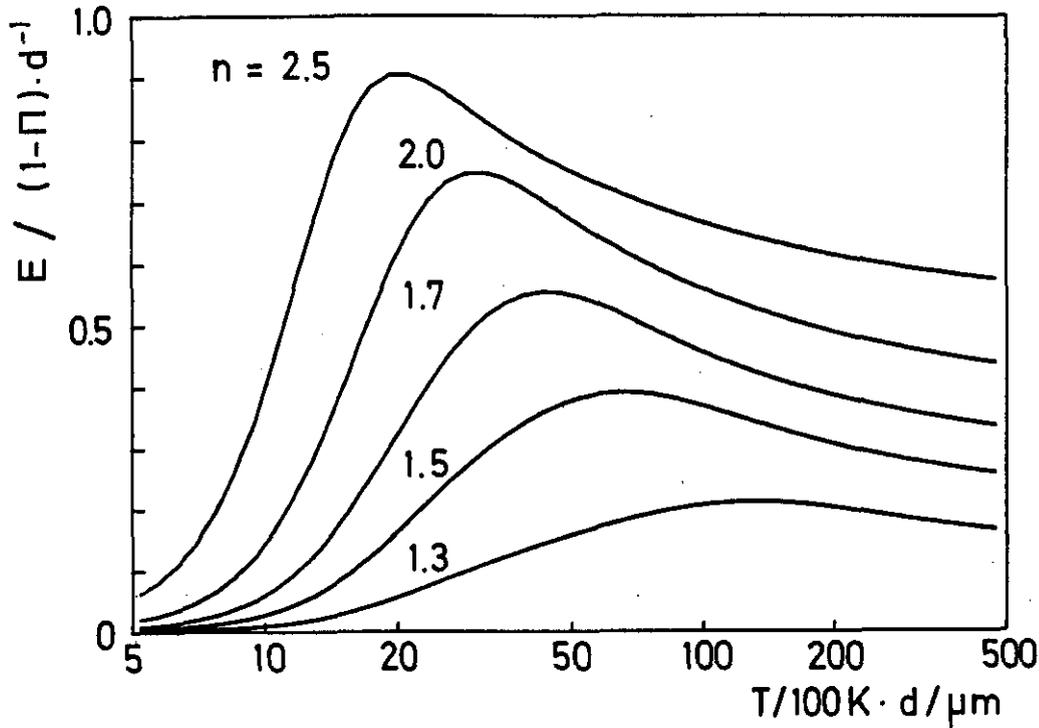


Abb. 47 Existenz optimaler Teilchendurchmesser für dielektrische Fasern zur Erzeugung maximaler spezifischer Extinktionskoeffizienten in Abhängigkeit von reellem Brechungsindex und Temperatur. Aufgetragen ist der Rosseland-Mittelwert der Quotienten $E_{\Lambda}^*/(1-n)/d$. Da gem. Gl. (54) $E_{\Lambda}^*/(1-n)/d = E_{\Lambda}^*d/(\rho/\rho_0) = \frac{4}{\pi} Q_{\text{Ext},\Lambda}^*$ und $Q_{\text{Ext},\Lambda}^* = Q_{\text{Ext},\Lambda} (1 - \alpha_{\Lambda} \bar{\mu}_{\Lambda})$ auf anisotrope Streuung korrigiert ist, zeigt die Abbildung (bis auf numerische Faktoren) die effektiven (relativen) wellenlängengemittelten Extinktionsquerschnitte Q_{Ext}^* in Abhängigkeit vom Produkt $T \cdot d$. Im Maximum der Kurven gehört zu jeder Temperatur ein optimaler Teilchendurchmesser d . Große reelle Brechungsindizes sind bevorzugt. [CAPS (1984 b)].

Es sei eine evakuierte Folienisolation mit 50 dünnen hochreflektierenden Folien (thermisches Emissionsvermögen $\epsilon = 0.05$) vorgegeben. Um den Strahlungswärmestrom wie in dieser Folienisolation auf sehr kleine Beträge zu reduzieren, müßte der effektive Extinktionskoeffizient einer evakuierten Faserisolation etwa $5 \cdot 10^4$ 1/m betragen (dem entspricht ein effektiver spezifischer Extinktionskoeffizient E^*/ρ von $0.5 \text{ m}^2/\text{g}$ bei der Dichte $\rho = 100 \text{ kg/m}^3$). Die mit pulverförmigen infrarotoptischen Trübungsmitteln in Glasfasern oder Silica bei bis zu 30 Gewichtsprozent Dotierung erzielten E^*/ρ -Werte liegen etwa um den Faktor 2 bis 3 unter diesem Zielwert.

Einer der Nachteile der evakuierten Folienisolationen ist der schnelle Anstieg der Wärmeströme, wenn die Folien einer Druckbelastung unterworfen werden. Da mit dispersen faserförmigen Medien im Vakuum auch unter hoher Druckbelastung sehr kleine Gesamtwärmeleitfähigkeiten erzielt werden können (vergl. Abschn. 3.2), liegt es nahe, zu prüfen, ob mit faserförmigen Teilchen aus einem totalreflektierenden Material auch hohe Strahlungsauslöschung zu erreichen ist. Bei Verwendung reiner Metallfasern wäre ein zu großer Festkörperwärmeleitfähigkeitsanteil zu befürchten. Daher wurde geprüft, ob im Wärmestrahlungsgebiet totalreflektierende Fasern durch metallische Beschichtungen dielektrischer Fasern hergestellt werden können (REISS 1985 b)).

Zunächst wurde der Rosseland-Mittelwert E_R^*/ρ des effektiven spezifischen Extinktionskoeffizienten für Fasern aus einem hochreflektierenden Metall (Beispiel: Ag) und Glasfasern mit den von ORDAL (1983) und HSIEH (1979) angegebenen komplexen Brechungsindizes bis in den fernen Infrarotbereich berechnet (Abb. 48 a,b). Die Berechnung der spektralen E_λ/ρ nach der Mie-Theorie konnte auf senkrechte Inzidenz (unpolarisierter) Strahlung beschränkt werden: Bei unendlich gut leitendem Fasergrundmaterial fallen geneigte Inzidenz mit senkrechter Inzidenz bis auf einen den Streuparameter (bzw. Faserdurchmesser) modifizierenden Faktor $\epsilon = \cos\phi$ (KERKER (1969), S. 261 -

Abb. 48 a Nach der Mie-Theorie berechnete E_R^*/ρ für zylindrische Ag-Teilchen [REISS (1985 b)].

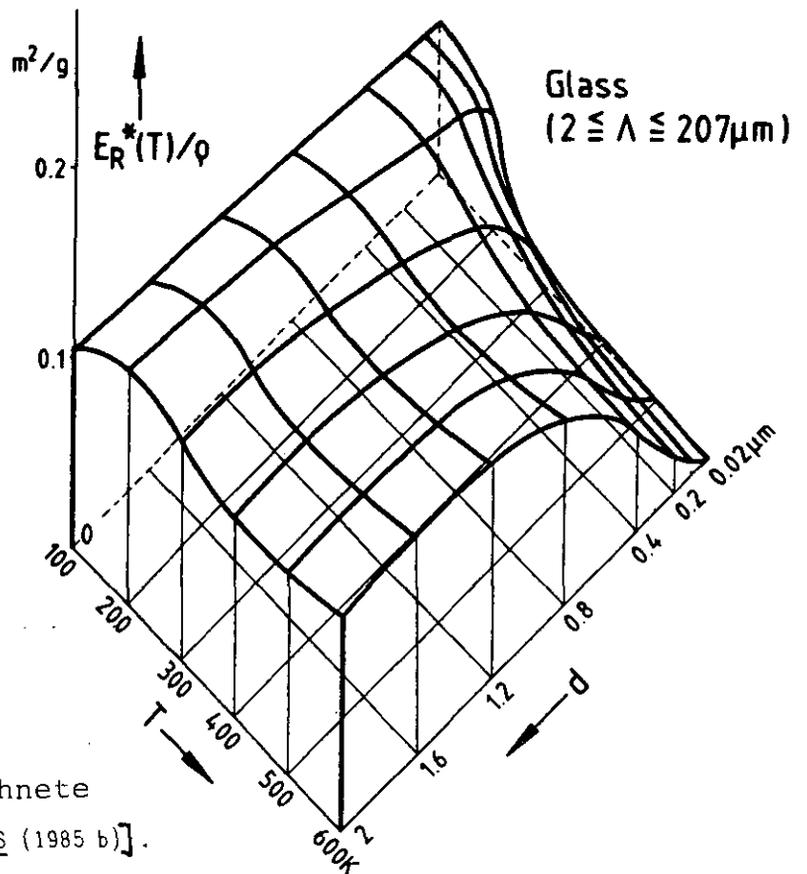
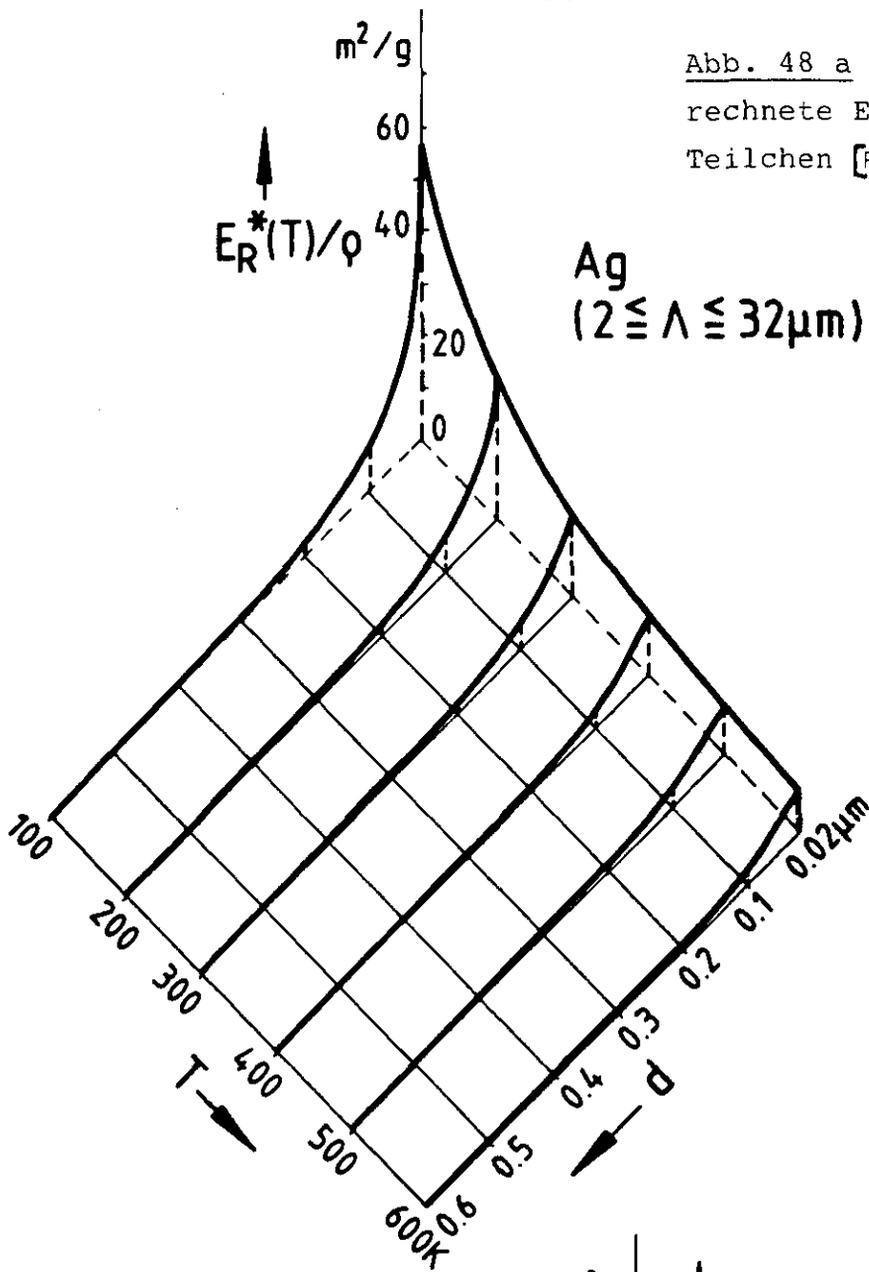


Abb. 48 b Für Glasfasern berechnete E_R^*/ρ (senkrechte Inzidenz) [REISS (1985 b)].

262) zusammen (wenn man den perfekt leitenden Zylinder um den Winkel ϕ gegen die Strahlrichtung neigt, wird seine effektive geometrische Querschnittsfläche um diesen Faktor verringert):

$$a_{n(B)} = a_{n(B)}(\ell x) \quad (167 a)$$

$$b_{n(A)} = b_{n(A)}(\ell x) \quad (167 b)$$

Bei endlicher elektrischer Leitfähigkeit müssen, wie in Abschn. 5.2 erläutert, die für senkrechte Inzidenz erhaltenen Ergebnisse für E_R^*/ρ mit dem Faktor $\pi/4$ korrigiert werden.

Um den obigen Richtwert ($0.5 \text{ m}^2/\text{g}$) zu erreichen, würden Metallfasern von etwa $0.5 \text{ }\mu\text{m}$ Durchmesser genügen. Die bei tiefen Temperaturen mit z. B. Ag-Fasern mit Durchmessern unterhalb $0.1 \text{ }\mu\text{m}$ erzielbaren E_R^*/ρ -Werte (Abb. 48 a) übertreffen auch unter Berücksichtigung der o. a. Korrekturen den Richtwert noch um Zehnerpotenzen.

Die hier unter der Annahme unabhängiger Streuung errechneten E_R^*/ρ müssen jedoch empfindlicher korrigiert werden, wenn bei großen Dichten und großen Wellenlängen abhängige Streuung einsetzen sollte (vergl. die in Abb. 39 c vorgenommene Abschätzung). Besonders bei tiefen Temperaturen wäre die relative Dichte ρ/ρ_0 der Fasern auf Werte unter 0.01 zu beschränken. Scheinbar können die totalreflektierenden dünnen Fasern ihre außerordentlich guten Extinktionseigenschaften nur in sehr großer Verdünnung voll entfalten.

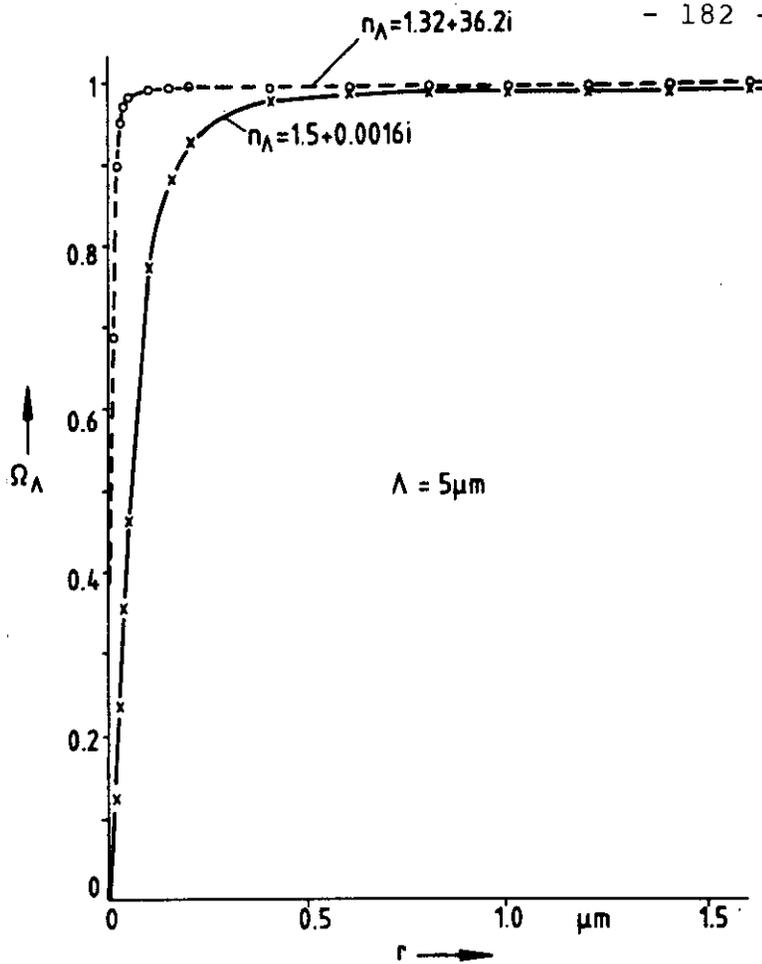
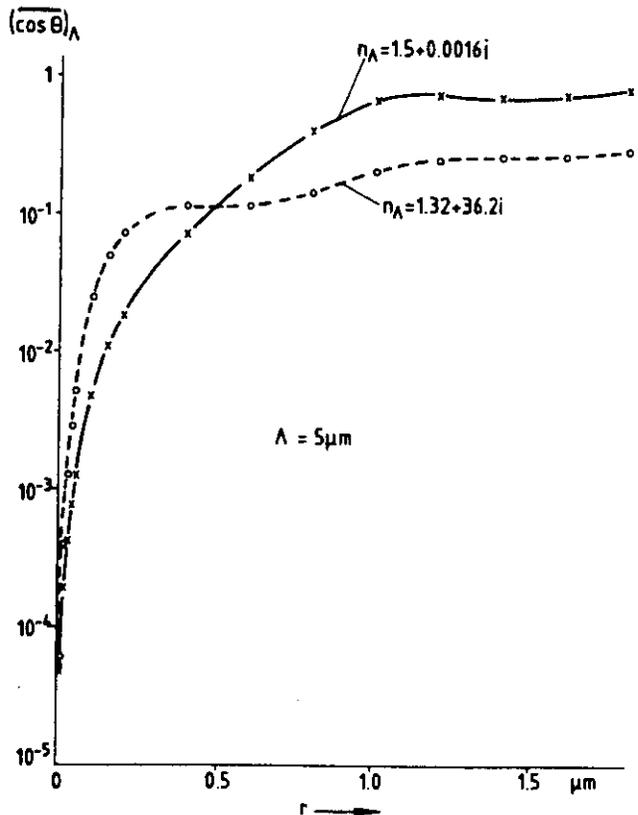


Abb. 49 a Nach der Mie-Theorie berechnete Albedo der Einzelstreuung an zylindrischem, elektrisch leitenden oder nichtleitenden Teilchen in Abhängigkeit vom Teilchenradius r (senkrechte Inzidenz unpolarisierter Strahlung).

Erläuterung: Der Brechungsindex $n_{\Lambda} = 1.5 + 0.0016i$ bezieht sich auf Glas, der Index $n_{\Lambda} = 1.32 + 36.2i$ auf Silber, in beiden Fällen bei $5 \mu\text{m}$ Wellenlänge (beide Abbildungen aus REISS (1984 b)).

Abb. 49 b Mittlere Streuwinkel $\overline{\cos \theta}$ (Asymmetriefaktoren) für zylindrische, elektrisch leitende oder nichtleitende Teilchen in Abhängigkeit vom Teilchenradius r (senkrechte Inzidenz unpolarisierter Strahlung).



Weitere Korrekturen an den errechneten E_R^*/ρ können durch Berücksichtigung der Polarisation der gestreuten Strahlung erforderlich werden (s. u.).

5.4.1 Streuphasenfunktionen und Polarisation

Abb. 49 a (REISS (1984 b)) zeigt, daß bei unpolarisiert einfallender Strahlung auf dielektrische oder leitende Fasern mit Durchmessern unterhalb $0.1 \mu\text{m}$ die Strahlungsextinktion überwiegend (im Limes immer kleinerer Faserdurchmesser ausschließlich) durch Absorption hervorgerufen wird. Die Rechnung ist für $5 \mu\text{m}$ Wellenlänge vorgenommen. Bei größeren Wellenlängen setzt überwiegende Absorption schon mit größeren Faserdurchmessern ein, weil der Streuparameter $x = \pi d/\lambda$ kleiner wird. Die Winkelverteilung der gestreuten Strahlung ist fast isotrop: In Abb. 49 b (REISS (1984 b)) sind die Asymmetriefaktoren $\bar{\mu} = \cos\theta$ für Teilchendurchmesser unterhalb $0.1 \mu\text{m}$ sehr klein. Bei größeren Faserdurchmessern würde gemäß Abb. 49 a,b dagegen fast reine, deutlich nach vorn gerichtete Streuung vorliegen. Dies wird durch die in Abb. 49 c aufgetragenen Streuphasenfunktionen, die für die gleichen Brechungsindizes und bei gleicher Wellenlänge der unpolarisiert einfallenden Strahlung berechnet wurden, illustriert (aufgetragen sind die Matrixelemente F_{11} (Gl. (78)), die in Vorwärtsrichtung ($\theta = 0$) auf Eins normiert wurden)[§].

[§] Abb. 49 c enthält zum Vergleich auch die mit den entsprechenden Asymmetriefaktoren $\bar{\mu}$ berechneten Henyey-Greenstein-Phasenfunktionen (Gl. (84)). Der Vergleich der Henyey-Greenstein-Näherung mit den exakten Phasenfunktionen zeigt: Die Henyey-Greenstein-Näherung gibt auch bei kleinen $\bar{\mu}$ die Anisotropie der gestreuten Strahlung nur mäßig wieder (Abb. 49 c oben, Ag-Zylinder). Während die exakte Rechnung für Glaszylinder mit $0.1 \mu\text{m}$ Radius das typische (auf isotrop gestreutem r-polarisiertem und bei 90° verschwindendem l-polarisiertem Licht beruhende) Rayleighsche Streudiagramm liefert, zeigt die Henyey-Greenstein-Näherung eine nur im Mittel richtige Isotropie. Sie muß natürlich bezüglich der Wiedergabe des bekannten, bei $\theta = 90^\circ$ gelegenen Minimums versagen, weil Polarisation durch Gl. (84) nicht erfaßt wird, es sei denn, man würde die Henyey-Greenstein-Näherung für jede Polarisationskomponente der Phasenfunktion berechnen. Aber dann müßte auch die vollständige Strahlungstransportgleichung für jede Polarisationskomponente separat formuliert und gelöst werden - ein kaum zu bewältigendes Problem. Ohne Berücksichtigung von Polarisation würde die analytische Integration des Streuintegrals in der Strahlungstransportgleichung mit der Henyey-Greenstein-Phasenfunktion mit Blick auf Abb. 49 c kaum bessere Resultate bringen können als die hier gewählten (und verifizierten) Skalierungen der optischen Dicke mit dem Asymmetriefaktor $\bar{\mu}$.

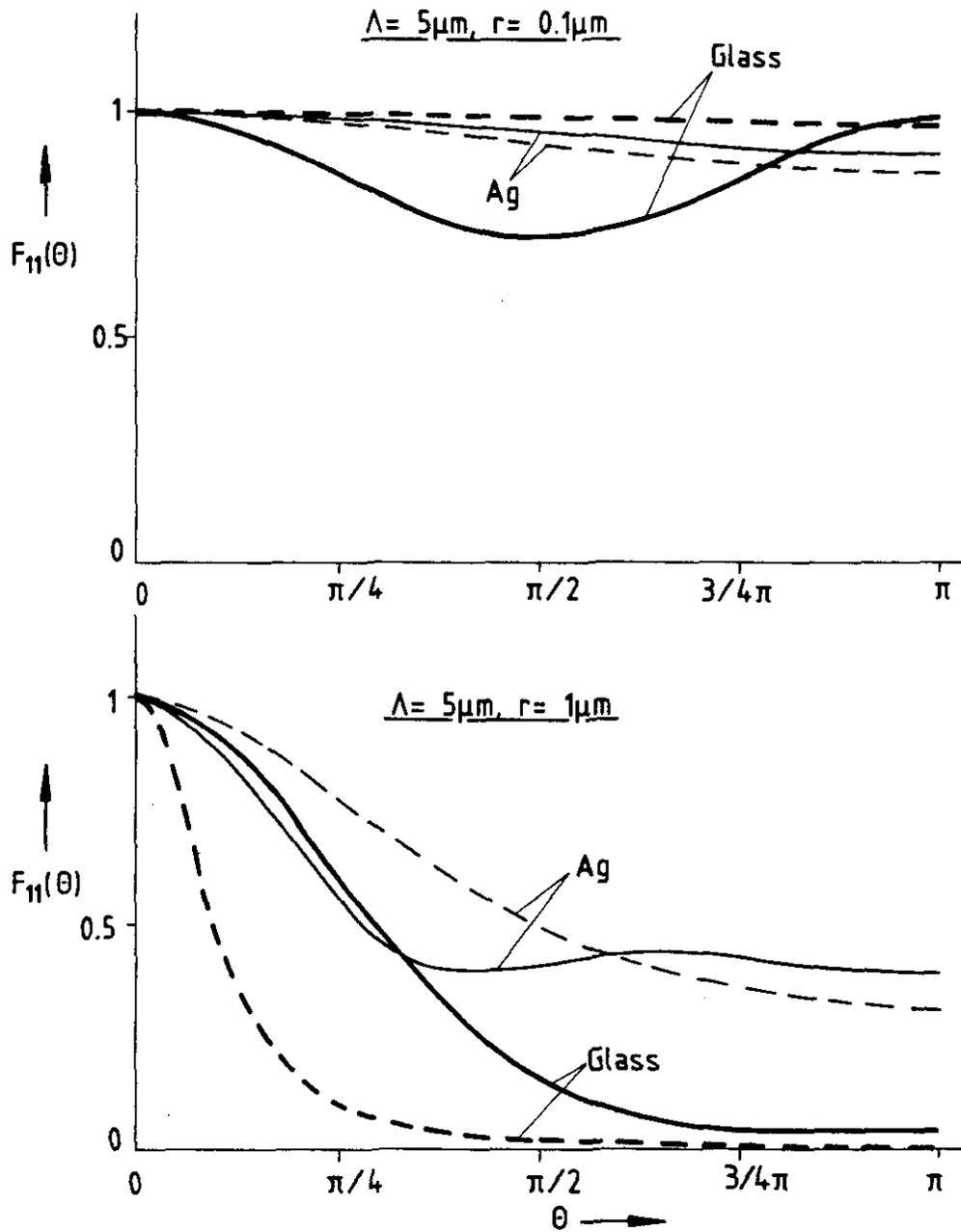


Abb. 49 c Streuphasenfunktionen (Matrixelemente F_{11} , in Vorwärtsrichtung ($\theta = 0$) normiert auf Eins) für unpolarisiert einfallende Strahlung von $5 \mu\text{m}$ Wellenlänge auf Fasern aus Silber bzw. Glasfasern (gleiche Brechungsindizes wie in Abb. 49 a,b); Faserradien $r = 0.1$ und $1 \mu\text{m}$. Die durchgezogenen Kurven bezeichnen die exakte Rechnung, die gestrichelten Kurven die mit den $\bar{\mu}$ der vollständigen (nicht in Polarisationskomponenten aufgespaltenen) Phasenfunktion berechneten Henyey-Greenstein-Näherungen ($r = 0.1 \mu\text{m}$: $\bar{\mu} = 0.024$ (Ag) und 0.0046 (Glasfaser), $r = 1 \mu\text{m}$: $\bar{\mu} = 0.19$ (Ag) und 0.67 (Glasfaser)). Alle Kurven aufgetragen gegen Streuwinkel θ .

Die in Abb. 48 a,b und 49 a-c gezeigten Ergebnisse sind mit (senkrecht) einfallender unpolarisierter Strahlung erhalten. In Abschn. 2.2.3.2 haben wir anhand der Gl. (62) und (74,75) schon gesehen, daß die Extinktionsquerschnitte nicht von der Polarisation der einfallenden Strahlung abhängen. Dies gilt nicht für die gestreute Strahlung: Das bekannte Rayleighsche Streuphasendiagramm ergibt sich z. B. nur für unpolarisiert einfallendes Licht und bei isotroper (skalärer) Polarisierbarkeit der Teilchen.

Abb. 50 zeigt die auf F_{11} normierten Matrixelemente F_{12} der F-Matrix (Gl. (78)), welche den Grad der linearen Polarisation der gestreuten unpolarisiert auf Ag- und Glaszylinder einfallenden Strahlung angeben. Für sehr dünne Ag-Zylinder (Abb. 50 oben) resultiert unter allen Streuwinkeln θ vollständige lineare Polarisation. Bei sehr dünnen dielektrischen Zylindern (Glas) ergibt sich dagegen das bekannte Resultat der Rayleighschen Streuung: Nur bei $\theta = 90^\circ$ liegt vollständige lineare Polarisation vor. Bei größeren Teilchenradien verschiebt sich das Polarisationsmaximum, wie Abb. 50 zeigt, zu größeren Winkeln[§].

Da vollständige lineare Polarisation der an dünnen Zylindern gestreuten Strahlung nur bei bestimmten Winkeln vorliegt (mit Ausnahme der totalreflektierenden dünnen Zylinder), kann man mit HOTTEL (1970) annehmen, daß Mehrfachstreuung die hier errechneten Teilpolarisationen auslöscht. Demnach ist es zulässig, bei der Berechnung der Phasenfunktionen (und damit der $\bar{\mu}$) stets unpolarisiert einfallende Strahlung anzunehmen (dies ist hier bei allen in den vorangehenden Abbildungen benötigten Phasenfunktionen geschehen). Wie aber ist Vielfachstreuung zu beschreiben, wenn jeder Einzelstreuungsvorgang vollständig linear polarisierte Strahlung liefert und die streuenden zylindrischen Teilchen nicht zufällig orientiert sind?

§ Wie bei sphärischen Teilchen könnte man hieraus durch Messung der linearen Polarisation in Winkelabhängigkeit die Faser-Teilchendurchmesser bestimmen. Hierzu muß natürlich der Brechungsindex bekannt sein.

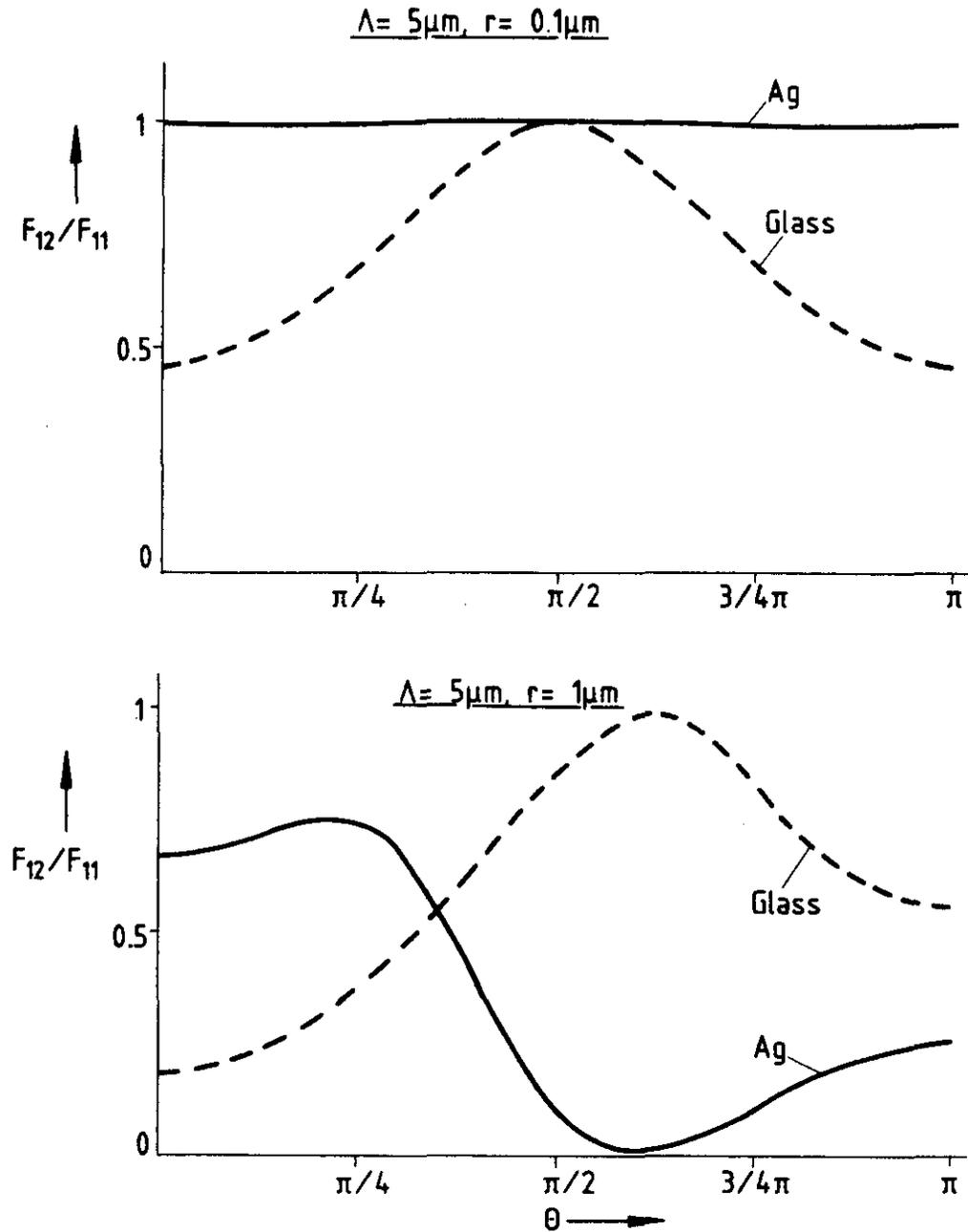


Abb. 50 Elemente F_{12} der F-Matrix (Gl. (78)) für unpolarisiert einfallende Strahlung der Wellenlänge $5\mu\text{m}$ auf Fasern aus Silber bzw. Glasfasern (gleiche Brechungsindizes wie in Abb. 49 a-c); Faserradien $r = 0.1$ und $1\mu\text{m}$. Alle Kurven aufgetragen als Funktion des Streuwinkels θ und normiert auf F_{11} .

Die Matrixelemente F_{12} geben den Grad der linearen Polarisation der gestreuten Strahlung an.

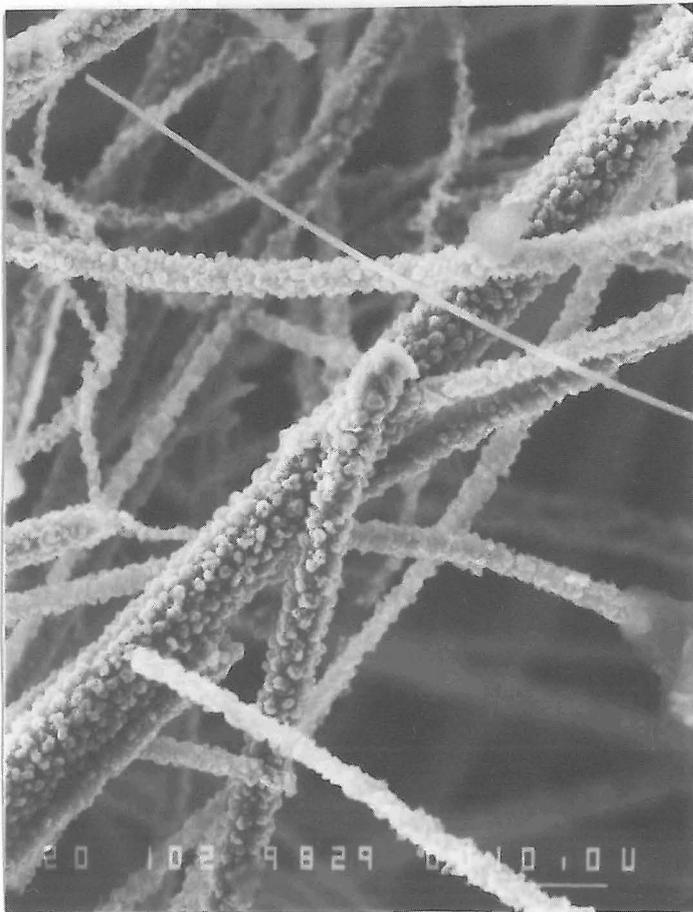
Die an einem sehr dünnen totalreflektierenden Zylinder gestreute Strahlung enthält ausschließlich den TM-Mode (Definition dessen in Abb. 5), da der Streuquerschnitt dieses Teilchens mit verschwindendem Streuparameter gegen Null geht (KERKER (1969), S. 285 u. f., Figs. 6.10 und 6.13). Da die Matrixelemente \tilde{T}_3 und \tilde{T}_4 (Gl. (71, 72)) wegen (senkrechter Inzidenz und) Totalreflektion verschwinden, enthält auch die in mehrfachen identischen Streuprozessen (identische Teilchen mit gleichen Orientierungen, gleiche Wellenlängen) gestreute Strahlung nur den TM-Mode. Die in Abb. 48 a für sehr kleine Teilchendurchmesser enthaltenen E_R^*/ρ brauchen daher bezüglich Polarisation (und deren Auswirkung auf die Effektivwerte von E_A , d. h. auf $\bar{\mu}_A$) nicht korrigiert zu werden.

5.4.2 Metallbeschichtete dielektrische Fasern

Damit die einfallende Strahlung nur den metallischen Mantel, nicht aber den dielektrischen (transparenten) Kern der Fasern sieht, muß die Metallschicht für Wellenlängen oberhalb 5 μm mindestens 0.02 μm dick sein. Dies ist mit jeder Standard-Beschichtungstechnik erfüllbar.

Um CVD-Prozesse (Chemical Vapor Deposition) auf ihre Eignung für die Beschichtung von feinen, in Filzen verarbeiteten Glas- oder Keramikfasern zu überprüfen, wurden erste Beschichtungsversuche mit Al an "unkritischen" dicken Fasern (3 - 5 μm Durchmesser) vorgenommen; dabei sollten die Abscheideparameter optimiert werden.

Abb. 51 zeigt, daß die Al-beschichteten Glasfasern nach dem CVD-Arbeitsgang (Kurzbeschreibung in REISS (1985 b)) vollständig mit kleinen Al-Kristallen bedeckt sind. Auch derart körnige Metallbeschichtungen können eine hohe elektrische Leitfähigkeit besitzen. Trotzdem widerspricht die Oberflächenstruktur den in die Rechnungen eingehenden idealisierten Annahmen. Ehe erste Extinkmessungen an diesen Fasern analysiert werden, sei darauf hingewiesen, daß die auch in der Tiefe des etwa 15 mm dicken Filzes erzielten Beschichtungen ein wichtiges Zwischenergebnis darstel-



10 μm

Abb. 51 In einem CVD-Prozeß mit Al beschichtete Glasfaser (Code 110, mittlerer Faserdurchmesser 3 - 5 μm).

[REISS (1985 b)].

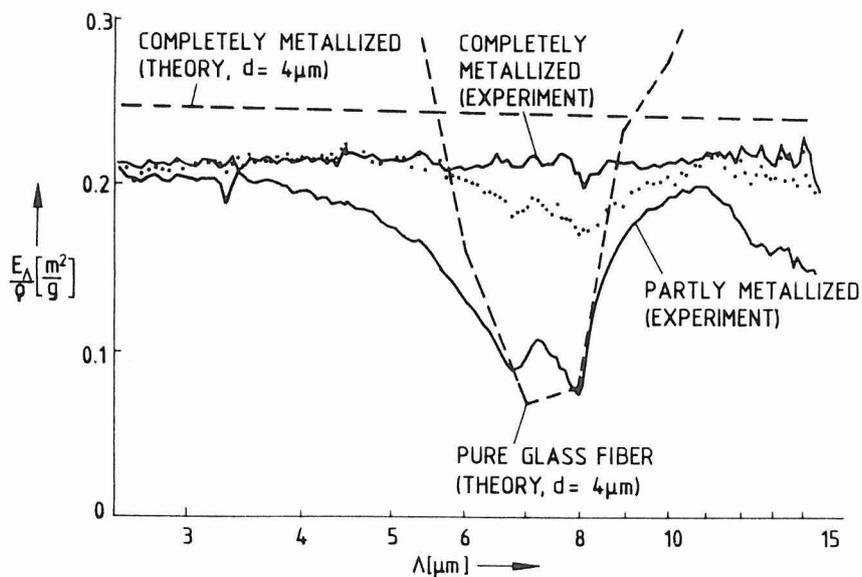


Abb. 52 Experimentelle (durchgezogene und gepunktete Kurven) und nach der Mie-Theorie berechnete (gestrichelte Kurven) spektrale Werte des spezifischen Extinktionskoeffizienten E_A/ρ , aufgetragen gegen Wellenlänge λ (Messungen durch Herrn R. Caps; die gepunktete Kurve bezieht sich auf eine Probe aus dem Innern des Glasfaserfilzes). Für die experimentellen E_A/ρ reiner Glasfasern vergl. Abb. 33 und 34 [REISS (1985 b)].

len: Physikalische Aufdampftechniken führen in der Regel zu auf der Oberfläche einer porösen Probe abgeschiedenen Schichten, ohne daß das Metall in die Tiefe der Probe eindringt.

Sichtbares in den Filz eindringendes Licht unterliegt Vielfachreflexionen an den metallbeschichteten Fasern. Das Licht wird wie in Oberflächenstrukturfiltern (z. B. W-Dendriten) sukzessive ausgelöscht. Daher erscheinen die metallbeschichteten Fasern dem Auge des Betrachters grau, bei intensiver Beschichtung schwarz.

5.4.3 Extinktionsmessungen an metallbeschichteten Fasern

Abb. 52 zeigt gemessene und berechnete spektrale Extinktionskoeffizienten E_{Λ}/ρ für vollständig und teilweise beschichtete Glasfasern (Faserdurchmesser 3 - 5 μm). Mit den großen Faserdurchmessern ist der Zielwert von 0.5 m^2/g natürlich nicht erreichbar. Die Meßwerte zeigen aber, daß das bekannte Transmissionsfenster in reinen Glasfasern zwischen 6 und 8 μm Wellenlänge durch die Metallbeschichtung vollständig geschlossen wurde[§]. Da Metallfasern außerdem weniger vorwärts streuen als reine Glasfasern, ergibt sich im (aus den Meßwerten von Abb. 52 mit theoretischen Werten für Ω_{Λ} und $\overline{\mu_{\Lambda}}$ berechneten) Roseland-Mittelwert E_{R}^*/ρ (Abb. 53) selbst hier eine deutliche Verbesserung gegenüber reinen Glasfasern.

Auffällig ist ferner, daß die theoretischen (unter idealisierenden Annahmen berechneten) E_{Λ}/ρ die in Abb. 52 gezeigten gemessenen spezifischen Extinktionskoeffizienten der rauhen Probe nur um etwa 15 % überschätzen und die nahezu glatte Struktur des experimentellen Spektrums bestätigen. Die rauhe metallbeschichtete Oberfläche scheint daher den idealisierenden Annahmen (bezüglich Totalreflexion) nicht ernsthaft zu widersprechen.

Würde man annehmen, daß das Extinktionsvermögen der rauhen Oberfläche auf Wechselwirkungen der Strahlung mit kleinen, näherungs-

[§] Messungen der Extinktionsspektren von mit 30 Gewichtsprozent Ruß oder Fe_3O_4 dotierten Glasfasern (Abb. 55 a,b) durch Herrn R. Caps zeigten dagegen noch deutlich die Struktur des reinen Glasfaser-Extinktionsspektrums (Abb. 33) (bei insgesamt erhöhten E_{Λ}/ρ).

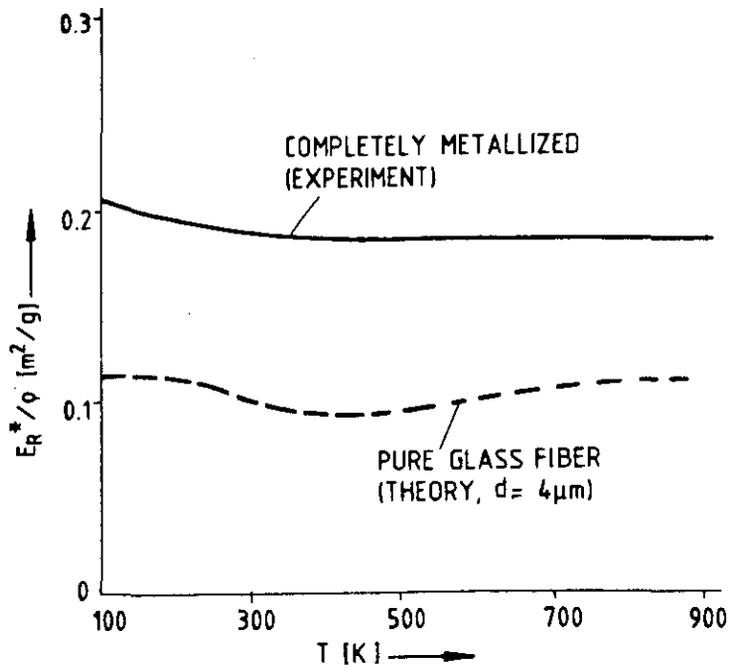


Abb. 53 Aus den spektralen E_Λ^*/ρ von Abb. 52 und mit den theoretischen Werten von Ω_Λ und $\bar{\mu}_\Lambda$ für totalreflektierende Fasern ($d = 4 \mu\text{m}$ Durchmesser, Ag) berechnete Rosselandmittel des effektiven spezifischen Extinktionskoeffizienten $E_R^*(T)$ [REISS (1985 b)].

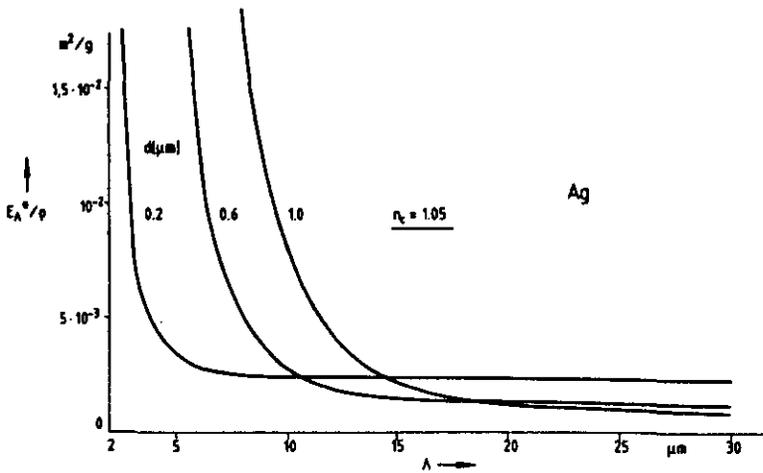
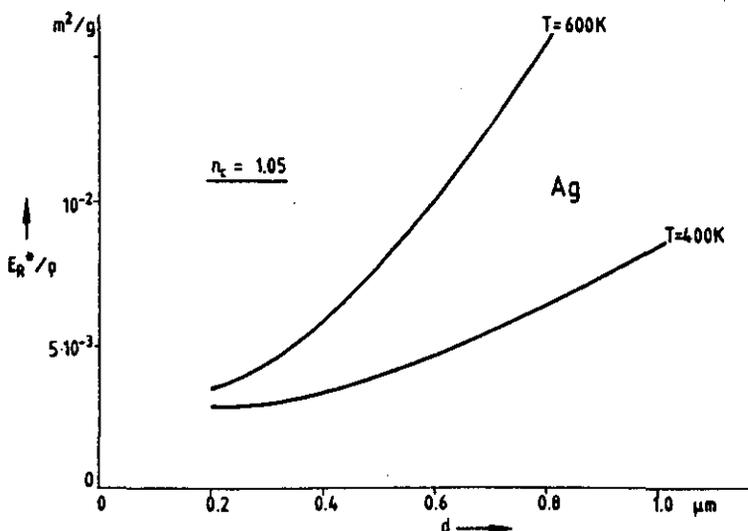


Abb. 54 a,b Spektrale E_Λ^*/ρ und Rosseland-Mittelwert E_R^*/ρ von sphärischen Ag-Teilchen in einem Medium mit dem Brechungsindex $n_c = 1.05$ (effektiver Wert eines dispersen Kontinuums).



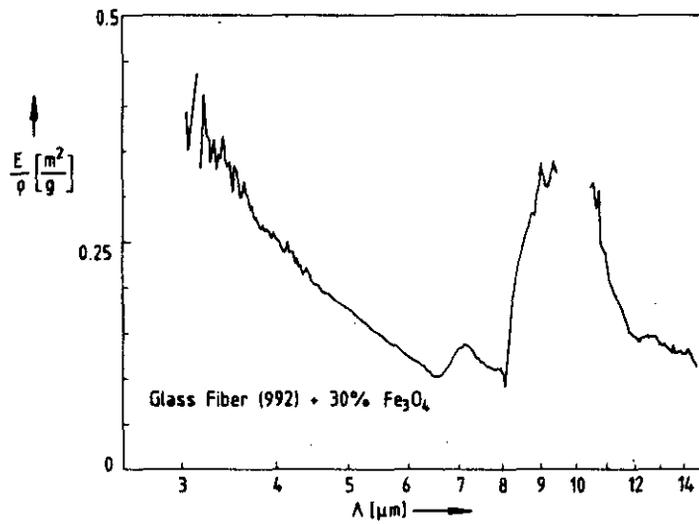
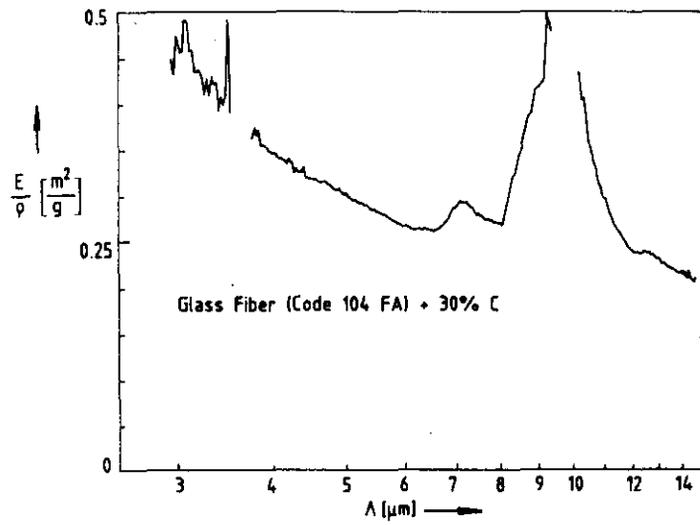


Abb. 55 a,b Experimentelle Extinktionsspektren (Messungen von Herrn R. Caps) von mit 30 Gewichtsprozenten infrarotoptischen Trübungsmitteln (Ruß, oberes Bild, oder Fe_3O_4 , unteres Bild) dotierten Glasfasern. Faserdurchmesser: Oberes Bild ca. 3 - 5 μm , unteres Bild ca. 2 - 3 μm .

weise sphärischen Metallteilchen beruht, müßte eine entsprechende Berechnung die gemessenen Extinktionskoeffizienten wenigstens grob reproduzieren. Abb. 54 a,b zeigt jedoch, daß weder Betrag von E_R^*/ρ noch Struktur des Spektrums E_A/ρ durch eine derartige Berechnung wiedergegeben werden können.

5.4.4 Kalorimetrische Messungen mit metallbeschichteten dielektrischen Fasern

Für Wärmeleitfähigkeitsmessungen bei tiefen Temperaturen an metallischen oder metallbeschichteten Fasern wurde ein neuer Meßstand mit einer Zweiplattenapparatur aufgebaut.

Die geheizte Zentralplatte (Abb. 56) besteht aus einer kreisförmigen Meßfläche (a) von 105 mm Durchmesser, einem inneren Schutzring (b) von 51 mm und einem äußeren Schutzring (c) von 18 mm Breite. Das an den im Abschn. 3 beschriebenen Hochtemperatur-Zweiplattenapparaturen bewährte Sandwich-Prinzip für den inneren Aufbau der Zentralplatte wurde hier übernommen (diesem Bauprinzip liegt zugrunde, Heizleiter und Meßstellen durch schichtweise angeordnete Plattenelemente zu separieren, um zu vermeiden, daß Temperaturmeßstellen in der Nähe des Heizleiters liegen, Kabeldurchführungen und Abstandshalter die geometrisch optimale Anordnung der Temperaturmeßstellen und das Temperaturfeld selbst beeinträchtigen und bei eventuell notwendigem Wechsel von Temperaturfühlern oder des Heizleiters nicht die ganze Zentralplatte demontiert werden muß). Eine zweischichtige innere Trägerplatte (d) nimmt demgemäß Heizleiter (e) mit Anschlüssen und Abstands- bzw. Haltestifte (f) zwischen Meßfläche und Schutzringen bzw. zwischen äußerem Schutzring und Ständern (g) auf. Zwei äußere Meßplatten (h) tragen die Temperaturmeßstellen mit Vierleiteranschlüssen. Zentralplatte, Meßplatten und Referenzplatten (i) sind aus Kupfer gefertigt. Mit der besonders dicken Trägerplatte (30 mm) soll die laterale Gleichmäßigkeit der Temperaturverteilung noch verbessert werden.

Abb. 56 zeigt oben in der Draufsicht die Lage der nummerierten 16 Temperaturmeßstellen (Platin-Widerstandsthermometer) in der geheizten Zentralplatte (angedeutet durch Punkte). Die Lage der Abstands- und Haltestifte (Elektroporzellan) ist durch gestrichelte Linien bezeichnet. Die Bildunterschrift zu Abb. 56 enthält die bei zwei Temperaturniveaus gemessene Temperaturverteilung. Laterale Wärmeströme wurden durch die sehr kleinen Temperaturdifferenzen zwischen Meßfläche und Schutzringen unterdrückt.

Die Kühlung der Referenzplatten (i) wurde mit flüssigem Stickstoff unter statischem Druck vorgenommen. Ihre Temperaturen wurden mit jeweils drei Meßstellen (Platin-Widerstands-

thermometern) mit Vierleiteranschlüssen gemessen und betragen -190 bis -195 °C.

Drei für die Versorgung der Meßfläche und der Schutzringe mit sehr kleinen Heizleistungen (für die Meßfläche etwa 0.1 Watt) kalibrierte Netzgeräte wurden von einem DEC 16-bit On Line-Laborrechner gesteuert. Temperatur-, Strom- und Spannungsmeßwerte wurden vom Rechner über ein Schlumberger Solartron-Digitalmultimeter mit Scannern über den IEC-Bus eingelesen.

Wärmeleitfähigkeitsmessungen wurden bei einem Restgasdruck unter 0.1 Pa und mit 5 mm Probendicke vorgenommen. Abb. 57 zeigt die an den in Abschn. 5.4.3 beschriebenen, mit Al beschichteten Glasfasern von 3 bis 5 μm Durchmesser erzielten Meßwerte in Abhängigkeit von der Strahlungstemperatur T^*3 . Dichte und Porosität dieser Probe betragen 57 kg/m^3 bzw. 0.98. Die Wärmeleitfähigkeit ist im Bereich $9 \cdot 10^6 \leq T^*3 \leq 5 \cdot 10^7 \text{ K}^3$ in sehr guter Näherung linear von T^*3 abhängig.

Der auf die Gesamtschichtdicke bezogene effektive Extinktionskoeffizient $E^*/\rho = 0.11 \text{ m}^2/\text{g}$ wurde mit $\bar{n}^2 = 1$ extrahiert. Obwohl man wegen der hohen n und $\tilde{\kappa}$ der Metallbeschichtung annehmen könnte, der effektive Brechungsindex sei merklich von Eins verschieden, zeigt Abb. 9, daß für $1 - \Pi = 0.02$ der Effektivwert \bar{n}^2 auch nach der Gewichtungsmethode kaum 1.5 übersteigen kann. Der Unterschied zwischen dem obigen und dem aus Abb. 53 folgenden E_R^*/ρ -Wert von ca. $0.2 \text{ m}^2/\text{g}$ ist hiermit nicht zu erklären. Wegen der geringen Dichte sollte nach Abb. 39 c keine merkliche Korrektur wegen eventuell vorhandener abhängiger Streuung erforderlich werden.

Der (linear extrapolierte) Festkörper-Wärmeleitfähigkeitswert beträgt $0.54 \text{ mW}/(\text{m} \cdot \text{K})$. Ein Vergleich mit der an reinen Glasfasern vorgenommenen Messung (Kreuze in Abb. 57) zeigt, daß die Metallbeschichtung die Festkörperwärmeleitfähigkeit anscheinend kaum erhöht hat. Der Reduzierung der Gesamtwärmeleitfähigkeit steht somit das enorme Potential der Extinktionskoeffizienten sehr dünner totalreflektierender Fasern scheinbar uneingeschränkt offen.

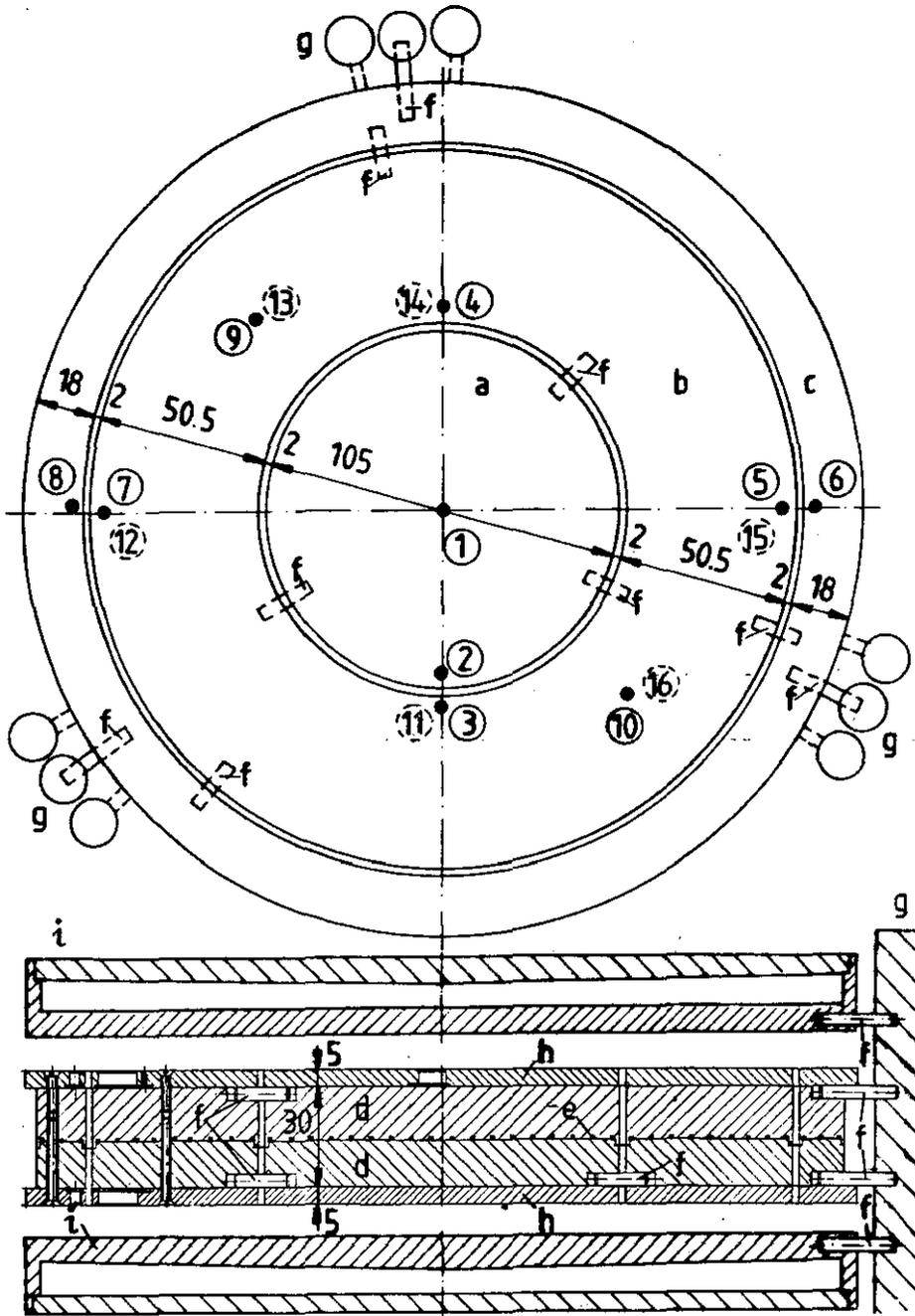


Abb. 56 Draufsicht und Querschnitt der Zweiplattenapparat für Wärmeleitfähigkeitsmessungen bei tiefen Temperaturen; die Lage der Temperaturmeßstellen ist durch Punkte, die der Abstands- und Haltestifte gestrichelt gekennzeichnet; die in gestrichelten Kreisen angegebenen Nummern sind diejenigen der auf der unteren Meßplatte (h) angeordneten Temperaturmeßstellen; alle Maße in mm. Die Temperaturverteilungen auf Meßfläche (a) und innerem Schutzring (b) bei $T = 10$ (-100) °C Mitteltemperatur lauten: (1): 10.01 (-99.84), (2): 9.93 (-100.02), (3): 9.70 (-99.23), (4): 9.84 (-99.54), (5): 9.76 (-100.34), (7): 10.11 (-99.95), (9): 9.90 (-99.55), (10): 9.72 (-99.51), (11): 10.03 (-100.33), (12): 9.94 (-100.46), (13): 9.90 (-99.90), (14): 10.04 (-100.29), (15): 10.20 (-100.51), (16): 10.16 (-99.46) °C; Mittelwert und Standardabweichung Meßfläche: 9.974 (-99.932) und 0.056 (0.127) °C; Mittelwert und Standardabweichung innerer Schutzring: 9.942 (-99.922) und 0.171 (0.455) °C; Kühlung der Referenzplatten (i) mit LN_2 (Temperaturen zwischen -190 und -195 °C).

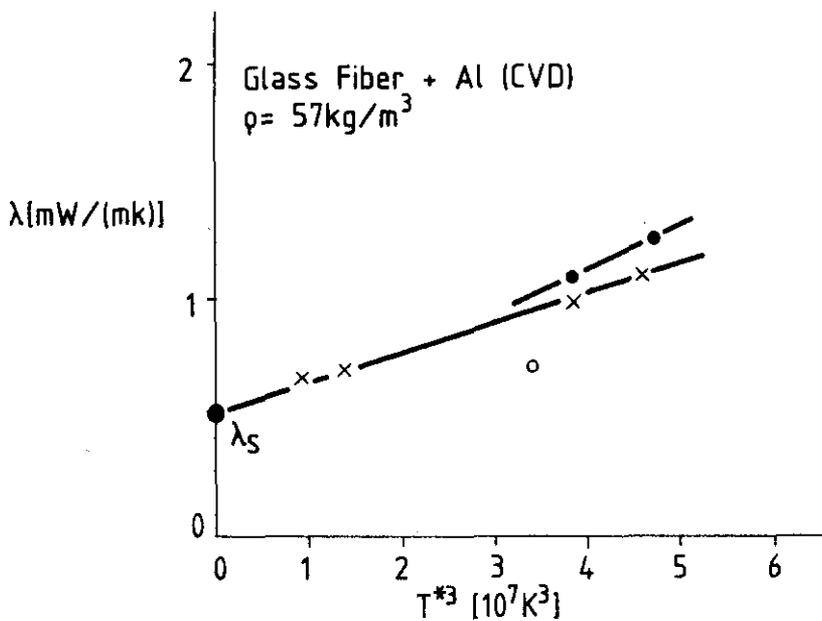


Abb. 57 Totale Wärmeleitfähigkeit λ der mit Al beschichteten Glasfasern (Kreuze) (Restgasdruck 0.1 Pa, Dichte 57 kg/m³, Porosität 0.98). Die eingezeichnete Gerade bezeichnet eine Anpassung nach kleinsten Fehlerquadraten; Meßfehler ca. 10 %. Geschlossene und offene Kreise bezeichnen λ der unbeschichteten Fasern (Restgasdruck 0.8 bzw. 0.1 Pa). Alles aufgetragen gegen T^{*3} bei tiefen Temperaturen T_1 und T_2 .

6. Strahlungstransport in nicht-transparenten dispersen Medien (Zusammenfassung der wichtigsten Ergebnisse)

6.1 Auf Grundlagen gerichtete experimentelle Untersuchungen

In Abschn. 3 haben wir das bezüglich anisotroper Streuung modifizierte Strahlungsdiffusionsmodell als Limes sowohl des LAS-Modells wie (bei isotroper Streuung) der formalen Lösung der Strahlungstransportgleichung im grauen Medium bei großen optischen Dicken zuerst in kalorimetrischen Messungen unter Verwendung der additiven Näherung verifiziert:

a) Viele der in $(\lambda, T^*{}^3)$ -Diagrammen aufgetragenen Meßwerte der Gesamtwärmeleitfähigkeit (insbesondere die der pulverförmigen Medien) im Vakuum sind bei Strahlungstemperaturen unterhalb 500 K in guter Näherung lineare Funktionen der Strahlungstemperatur. Dies wird vom Diffusionsmodell vorausgesagt, wenn λ_{Leit} und Extinktionskoeffizient nicht von der Temperatur abhängen. Die aus der Tieftemperaturphysik bekannte Methode, aus den linearen $(\lambda, T^*{}^3)$ -Diagrammen λ_{Leit} und Extinktionskoeffizient zu extrahieren, wurde hier erfolgreich auf den Hochtemperaturbereich übertragen. Die extrahierten (kalorimetrischen) Extinktionskoeffizienten werden durch wellenlängengemittelte spektrale Extinktionskoeffizienten aus infrarot-optischen Messungen und nach der Mie-Theorie berechnete Extinktionskoeffizienten bestätigt. Damit ist gezeigt, daß ein Zugriff auf den Extinktionskoeffizienten mittels drei voneinander unabhängigen Methoden möglich ist.

Die mit temperaturunabhängigen Extinktionskoeffizienten aus kalorimetrischen Messungen extrahierten $\overline{k_{\text{Rad}}}$ -Werte von Glasfasern sind bis zu einer Druckbelastung von $5 \cdot 10^5$ Pa vom Auflagerdruck auf der Probe unabhängig.

Die Festkörperwärmeleitfähigkeit der Glasfasern kann bei Auf-

lagerdrücken unterhalb 10^5 Pa mit einem einfachen thermischen Widerstandsmodell ($P^{1/3}$ -Abhängigkeit des Kontakt-Wärmeleitungsanteils) erklärt werden. Demnach sind die Kontaktzonen zwischen den Fasern zusammenhängende Flächen. Weiterhin ist zu folgern, daß der Diffusionsmodellansatz für $\overline{k}_{\text{Rad}}$ bestätigt wird. Dies ist die erste Analyse der separierten Festkörperwärmeleitfähigkeit durch ein Widerstandsmodell.

Die Strahlungstemperatur T^*3 wurde in einem evakuierten pulverförmigen Medium kalorimetrisch als echte freie Variable identifiziert: Andernfalls hätte sich für $T_{ij}^*3 = T_{kl}^*3$ mit variablen Temperaturen $T_{i,j,k,l}$ der Begrenzungswände der Probe nicht $\lambda(T_{ij}^*3) = \lambda(T_{kl}^*3)$ ergeben können. Damit ist die Reproduzierbarkeit von (λ, T^*3) -Diagrammen überhaupt erst gesichert. Dieser Test fehlt in der bisherigen Literatur.

b) Theoretische Modelle sagen für λ_{Leit} und Extinktionskoeffizient von reinen Glasfasern eine näherungsweise lineare Temperaturabhängigkeit voraus. Wenn beide Größen linear temperaturabhängig sind, müssen gekrümmte (λ, T^*3) -Diagramme gemessen werden können. Dies wird experimentell bestätigt, indem der T^*3 -Wertebereich durch die Messung von Temperaturprofilen in der Probe erheblich erweitert wird. Linear temperaturabhängig angesetzte λ_{Leit} und Extinktionskoeffizienten können aus zahlreichen gemessenen lokalen Wärmeleitfähigkeiten von reinen und dotierten Glasfasern unterschiedlicher Dichte und Orientierung der Fasern extrahiert werden. Die temperaturabhängig bestimmten effektiven Extinktionskoeffizienten stimmen mit Vorhersagen der Mie-Theorie überein. Eine Vergrößerung der Faserdichte etwa um den Faktor 7 ergibt Hinweise auf den Übergang von unabhängiger zu abhängiger Streuung bei Dichten um 100 kg/m^3 .

6.2 Auf Grundlagen gerichtete numerische Untersuchungen

Durch eine Monte Carlo-Rechnung wurde verifiziert, daß die schon in einer Schicht geringer optischer Dicke ($\tau_0 \geq 15$) zu erwartende Intensitätsverteilung in guter Näherung isotrop ist, auch wenn stark anisotrope Streuung oder stark anisotrope Strahlungsquellen vorliegen. Damit ist eine der

Grundlagen des Diffusionsmodells selbst bei Anwendung auf stark anisotrop steuende Medien überhaupt erstmalig gesichert.

Gemessene Extinktionsspektren sphärischer und zylindrischer, elektrisch leitender oder nichtleitender Teilchen können durch Berechnungen nach der Mie-Theorie über einen weiten Infrarot-Wellenlängenbereich bestätigt und erklärt werden.

Vorhersagen der Mie-Theorie bezüglich Extinktionskoeffizienten, Albedo und Asymmetriefaktoren der anisotropen Streuung wurden dazu benutzt, das in der Literatur bisher auf die Extinktionskoeffizienten sphärischer Teilchen beschränkte Konzept optimaler Teilchendurchmesser (in dem anisotrope Streuung völlig vernachlässigt wurde) richtigzustellen. Verlässliche Angaben eines optimalen Teilchendurchmessers zur Erzeugung größtmöglicher (effektiver) Strahlungsauslöschung sind mittels berechneter Rosseland-Mittelwerte der effektiven spektralen Extinktionskoeffizienten möglich. Zu jeder Temperatur existiert ein optimaler Teilchendurchmesser. Möglichst große Realteile des komplexen Brechungsindex sphärischer und zylindrischer Teilchen sind bevorzugt.

Die Berücksichtigung geneigter Strahlungsinzidenz auf zylindrische Teilchen wird auch im Bereich der Rayleigh- und Mie-Streuung durch einfache numerische Korrekturen an für senkrechte Inzidenz berechneten Extinktionsquerschnitten stark vereinfacht.

Maximale Strahlungsauslöschung kann erzielt werden, wenn es gelingt, dünne totalreflektierende Fasern herzustellen.

6.3 Versuchsaufbauten

Es wurden neu entworfene Zweiplatten-Apparaturen vorgestellt, mit denen die Wärmeleitfähigkeit von evakuierten Proben bei hohen Temperaturen und unter variabler äußerer Druckbelastung sehr genau gemessen werden kann. Die große Zweiplatten-Apparatur ($700 \times 700 \text{ mm}^2$) erlaubt eine Variation des Auflager-

drucks bis 10^5 Pa ($T \leq 400$ °C). Eine zweite Apparatur ist für Auflagerdrücke bis $50 \cdot 10^5$ Pa und Temperaturen bis 800 °C ausgelegt. Durch Sandwich-Bauweise der Heizplatten konnten sehr gleichmäßige Temperaturverteilungen (Standardabweichungen unter 0.5 K) auch bei hohen Temperaturniveaus erzielt werden. Mit diesen Apparaturen sind Meßfehler unter 5 % in der totalen Wärmeleitfähigkeit erreichbar.

Eine dritte Apparatur wurde für Wärmeleitfähigkeitsmessungen mit metallischen oder metallbeschichteten Fasern bei tiefen Temperaturen gebaut. Durch verbesserte Sandwich-Bauweise wurde die Gleichmäßigkeit der Temperaturverteilungen in Meßfläche und innerem Schutzring nochmals erhöht, um damit mögliche laterale Wärmeströme durch die Längsrichtung der Fasern auszuschließen.

6.4 Wichtige Einzelergebnisse

Die an druckbelasteten evakuierten Glasfasern gemessenen Gesamtwärmeleitfähigkeiten gehören zu den kleinsten, über die bisher in der Literatur berichtet wurde (die hier angegebenen Meßwerte sind allerdings verlässlicher, da mit den oben beschriebenen Apparaturen die mechanischen Randbedingungen zu jedem Zeitpunkt der Messung exakt eingehalten waren).

Da die Gesamtwärmeleitfähigkeit von evakuierten Glasfasern bis zu $5 \cdot 10^5$ Pa Auflagerdruck von der Druckbelastung unabhängig ist, können sie zur Entwicklung von bereichsweise gestützten Wärmeisolationen verwendet werden.

Die in kalorimetrischen Messungen ermittelten relativen Strahlungsanteile von pulvrigen und faserförmigen evakuierten Medien sind in Abb. 58 zusammengestellt. Wenn λ_{Leit} und Ex-tinktionskoeffizient als linear temperaturabhängig angesetzt werden, resultieren mit zunehmender Temperatur kleinere relative Anteile von λ_{Rad} als unter der Annahme temperaturunabhängiger Parameter. In jedem Fall zeigt sich, daß auch in den hier untersuchten, z. T. mit Trübungsmitteln hochdotier-

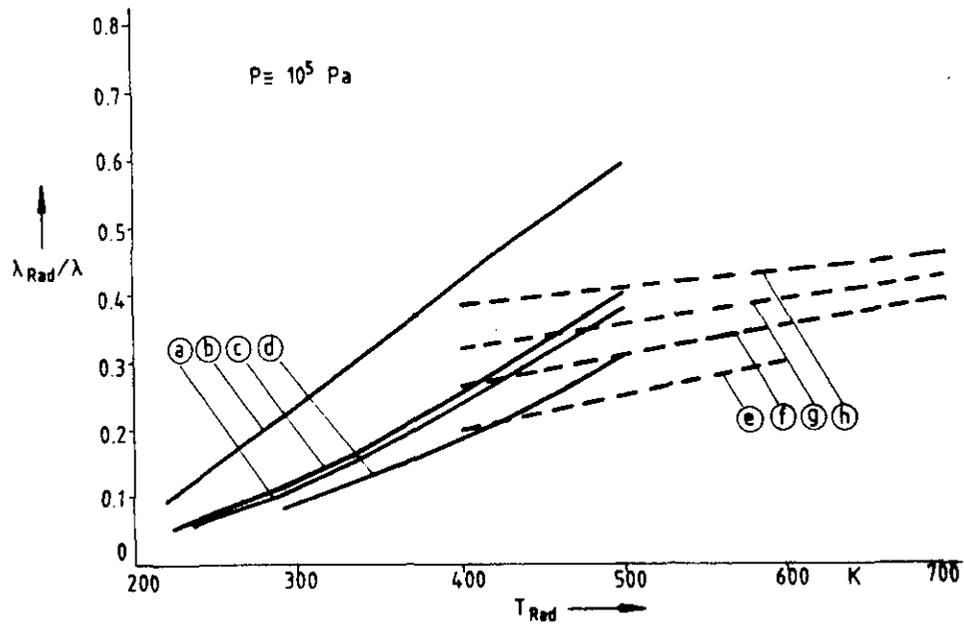


Abb. 58 Relative Strahlungsanteile in der Gesamtwärmeleitfähigkeit von evakuierten pulvrigen oder faserförmigen druckbelasteten Medien als Funktion der Strahlungstemperatur $T_{Rad} = (T^*3/4)^{1/3}$; durchgezogene und gestrichelte Kurven bezeichnen die mit temperaturunabhängigen bzw. linear temperaturabhängigen (aus lokalen Wärmeleitfähigkeiten extrahierten) λ_{Leit} und E ermittelten λ_{Rad}/λ . Kurvenbezeichnungen: (a) Fumed Silica + 16 Gew.-Prozent Fe_3O_4 , Dichte 270 kg/m^3 ; (b) reine Borosilikatglasfasern, Faserdurchmesser ca. $1 \mu\text{m}$, Dichte 300 kg/m^3 ; (c) Borosilikatglasfasern + 30 Gew.-Prozent Fe_3O_4 , Dichte 330 kg/m^3 (Kurven a - c entsprechen den in Abb. 26 enthaltenen Proben); (d) Fumed Silica + 8 Gew.-Prozent Fe_3O_4 + 8 Gew.-Prozent TiO_2 , Dichte 270 kg/m^3 (aus BÜTNER (1983), Fig. 2); (e) wie (c); (f) - (h) reine Borosilikatglasfasern mit Dichten von 490, 350 bzw. 303 kg/m^3 (z. T. aus Abb. 39 a).

Tab. 2 Festkörperwärmeleitfähigkeitswerte λ_s von pulvrigen und faserförmigen Medien bei $P = 10^5 \text{ Pa}$ Druckbelastung (extrahiert mit temperaturunabhängigen λ_{Leit} und E)

Bezeichnung der Probe in Abb. 58	Dichte kg/m^3	Zusammensetzung	$\lambda_s \text{ mW}/(\text{m}\cdot\text{K})$
(a)	270	Fumed Silica + 16 % Fe_3O_4	5.1
(d)	270	Fumed Silica + 8 % Fe_3O_4 + 8 % TiO_2	5.9
(b)	300	Reine Borosilikatglasfasern	1.9
(c)	330	Borosilikatglasfasern + 30 % Fe_3O_4	2.4

ten nicht-transparenten Medien die Strahlungsanteile noch bis zur Hälfte der Gesamtwärmeleitfähigkeit anwachsen können.

Mit temperaturunabhängigen (und auch mit linear temperaturabhängigen) λ_{Leit} und Extinktionskoeffizienten ergeben sich mit faserförmigen Medien erheblich kleinere Festkörperwärmeleitungsanteile (Tab. 2).

Berechnungen der spektralen Albedo z. B. bei 5 μm Wellenlänge für sphärische und zylindrische Teilchen zeigen, daß bei Teilchendurchmessern oberhalb 0.5 μm Streuung gegenüber Absorption stark überwiegt. Dies wurde durch Messungen der wellenlängenintegrierten Albedo in den hier zusammengefaßten Arbeiten bestätigt und gilt auch für stark absorbierende Grundsubstanzen außerhalb der Absorptionsbanden.

Wärmeleitfähigkeitsmessungen an metallbeschichteten dielektrischen Fasern zeigen, daß durch die Beschichtung keine entscheidende Erhöhung der Festkörperwärmeleitungsanteile eintritt. Daher kann das enorme Potential hinsichtlich der Reduzierung der Strahlungswärmeleitfähigkeit durch diese Beschichtungen voll genutzt werden.

Ausblick

In dieser Schrift wurde u. a. versucht, zu zeigen, welche erhebliche Bedeutung der Kenntnis der Temperaturabhängigkeit aller Parameter und Parameterfunktionen zukommt, die in die Energieerhaltungs- und Strahlungstransportgleichung eingehen. Ebenso wie bei den hier untersuchten nicht-transparenten Medien ist diese Kenntnis für das Verständnis von Strahlungsausbreitungsvorgängen in transparenten Medien unerlässlich. Hierüber liegen in der Literatur außer einiger Monte Carlo-Simulationen keine Arbeiten vor. Ohne Zweifel würde eine derartige Untersuchung empfindliche Korrekturen an vorliegenden Kenntnissen über den Betrag der Strahlungsströme erfordern.

Obwohl in den zitierten Veröffentlichungen mit eigener Beteiligung bereits einige numerische Untersuchungen zur Diskrete Ordinaten Methode enthalten sind, sollte doch geprüft werden, mit welchen Integrationsformeln bei kleinen optischen Dicken und starker Anisotropie der Streuung die besten Übereinstimmungen mit Monte Carlo-Rechnungen erzielbar sind.

Das unbestritten größte Potential zur optimalen Strahlungsauslöschung bieten totalreflektierende dünne zylindrische Teilchen. Selten ist es möglich, eine in Energiebilanzen eingehende Größe (hier Strahlungsleitfähigkeit) mit ausschließlich physikalischen Mitteln (Verringerung der Teilchendurchmesser) um mehrere Zehnerpotenzen in der gewünschten Richtung zu verbessern. Ein entscheidender Schritt in diese Richtung könnte erfolgen, wenn es gelingt, konventionelle Beschichtungstechniken soweit zu optimieren, daß sie problemlos auf schon jetzt in sehr kleinen Durchmessern herstellbare Glasfasern angewandt werden können.

Teil III

Quellenverzeichnisse

7. Quellenverzeichnis der Abbildungen

<u>Abbildung</u>	<u>Quelle</u>
T e i l I	
1	<u>BÜTTNER</u> (1985 a), Fig. 1
2	nach Vorlagen in Standardliteratur
3	H. Reiss, unveröffentlicht
4	H. Reiss, unveröffentlicht
5	nach Vorlagen in Standardliteratur
6 a,b	nach Vorlagen in Standardliteratur
7	H. Reiss, unveröffentlicht
8	<u>REISS</u> (1981 a), Fig. 3
9	H. Reiss, unveröffentlicht
T e i l II	
10 a-c	H. Reiss, unveröffentlicht (Aufnahmen J. Demny)
11	H. Reiss, unveröffentlicht
12 a-d	H. Reiss, unveröffentlicht (Aufnahmen J. Demny) (ähnliche Aufnahmen in <u>REISS</u> (1981 a), Figs. 8 a,b)
13 a,b	<u>REISS</u> (1983 a), Figs. 3 a,b (Aufnahmen J. Demny)
14 a-c	<u>REISS</u> (1983 a), Figs. 3 c,d (Abb. 14 c unveröffentl.) (Aufnahmen J. Demny)
15 a,b	B. Ziegenbein, unveröffentlicht (Aufnahmen J. Demny)
16	<u>REISS</u> (1983 b), Fig. 8 (Aufnahme J. Demny)
17	H. Reiss, unveröffentlicht (Aufnahme J. Demny)
18	<u>REISS</u> (1981 a), Fig. 1
19	<u>REISS</u> (1983 a), Fig. 1
20	<u>REISS</u> (1983 a), Fig. 7
21	<u>BÜTTNER</u> (1983), Fig. 1
22	<u>BÜTTNER</u> (1983), Fig. 3
23	<u>BÜTTNER</u> (1983), Fig. 6
24 a,b	H. Reiss, unveröffentlicht
25 a,b	<u>BÜTTNER</u> (1984), Figs. 1 a,b
26	<u>BÜTTNER</u> (1984), Fig. 2
27 a,b	<u>BÜTTNER</u> (1984), Figs. 8 und 10

- 28 a-d BÜTTNER (1985 b), Figs. 2,4,6 und 7
- 29 CAPS (1983 a), Fig. 5 (und von R. Caps gemessene optische Dicken weiterer Proben)
- 30 nach Vorlagen in CAPS (1982)
- 31 CAPS (1983 b), Fig. 6
- 32 CAPS (1983 b), Fig. 3
- 33 CAPS (1983 b), Fig. 7
- 34 REISS (1983 b), Fig. 7, ergänzt durch theoretische (exakte) Kurve, unveröffentlicht
- 35 a CAPS (1984 a), Fig. 14
- 35 b H. Reiss, unveröffentlicht (Aufnahme J. Demny)
- 36 CAPS (1983 b), Fig. 4
- 37 CAPS (1984 a), Fig. 2
- 38 a-d H. Reiss, unveröffentlicht
- 38 e,f REISS (1983 b), Figs. 3 und 5
- 39 a,b REISS (1984 a), Figs. 2 und 5
- 39 c REISS (1985 b), Fig. 6
- 40 a,b REISS (1984 a), Figs. 6,7
- 41 a,b CAPS (1984 b), Figs. 4 und 3
- 42-45 H. Reiss, unveröffentlicht
- 46 a H. Reiss, unveröffentlicht (exakte Rechnung; die in REISS (1983 a) gezeigte ähnliche Fig. 4 ist mit einer Näherungsformel berechnet)
- 46 b,c H. Reiss, unveröffentlicht
- 47 CAPS (1984 b), Fig. 5
- 48 a,b REISS (1985 b), Figs. 4 und 5
- 49 a,b REISS (1984 b), Figs. 3 und 4
- 49 c H. Reiss, unveröffentlicht
- 50 H. Reiss, unveröffentlicht
- 51-53 REISS (1985 b), Figs. 7 - 9
- 54 a,b H. Reiss, unveröffentlicht
- 55 a,b R. Caps, unveröffentlicht
- 56 H. Reiss, unveröffentlicht
- 57 H. Reiss, unveröffentlicht
- 58 H. Reiss, unveröffentlicht

8. Alphabetisches Literaturverzeichnis[§]

- AMBARZUMJAN (1957) V. A. Ambarzumjan, E. R. Mustel u. a., Theoretische Astropysik, Übers. v. I. Heller u. E. A. Gußmann, in: F. X. Eder, R. Rompe (Hrsg.), Hochschulbücher für die Physik, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin (1957).
- AMRHEIN (1974) E. Amrhein, Absorption der Gläser im fernen IR ($10 - 500 \text{ cm}^{-1}$ bzw. $1\ 000 - 20 \text{ }\mu\text{m}$), Fachausschußbericht Nr. 70 der Deutschen Glas-technischen Gesellschaft e. V., "Nahordnungsfelder in Gläsern" (Juli 1974) 127 - 140.
- ANDERSON (1973) E. E. Anderson, R. Viskanta, Spectral and boundary effects on coupled conduction-radiation heat transfer through semitransparent solids, Wärme- und Stoffübertragung 1 (1973) 14 - 24, und
E. E. Anderson, R. Viskanta, W. H. Stevenson, Heat transfer through semitransparent solids, (May 1973) 179 - 186.
- ARDENNE (1973) M. v. Ardenne, Tabellen zur Angewandten Physik, III. Band, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin (1973).
- AZAD (1981) F. H. Azad, M. F. Modest, Evaluation of the radiative heat flux in absorbing, emitting and linear-anisotropically scattering cylindrical media, Journal of Heat Transfer 103 (May 1981) 350 - 356.

[§] Unterstreichung einer Zitatstelle bezeichnet eine Arbeit mit eigener Beteiligung.

- BAUER (1982) W. Bauer, R. Steinhardt, Spektrale und Gesamtemissionsgrade von ausgewählten feuerfesten Oxiden und Siliziumkarbid, Silikattechnik 33 (1982) 212 - 213.
- BAULE (1914) B. Baule, Theoretische Behandlung der Erscheinungen in verdünnten Gasen, Annalen der Physik 44 (1914) 145 - 176.
- BERGMANN (1983) T. L. Bergmann, W. G. Houf, F. P. Incropera, Effect of single scatter phase function distribution on radiative transfer in absorbing-scattering liquids, Int. Journal of Heat and Mass Transfer 26 (1983) 101 - 107.
- BETT (1965) K. E. Bett, G. Saville, The effective thermal conductivity of powdered insulating materials at high gas pressures and temperatures, A. I. Ch. - I. Chem. E. Symposium, Series 2 (1965) 71 - 76.
- BJURSTRÖM (1984) H. Bjurström, E. Karawacki, Bo Carlsson, Thermal conductivity of a microporous particulate medium: moist silica gel, Int. Journal of Heat and Mass Transfer 27 (1984) 2025 - 2036.
- BLODGETT (1932) K. B. Blodgett, I. Langmuir, Accommodation coefficient of Hydrogen; a sensitive detector of surface films, Phys. Rev. 40 (1932) 78 - 104.

- BODE (1980) K.-H. Bode, Wärmeleitfähigkeitsmessung mit dem Plattengerät: Einfluß der Schutzringbreite auf die Meßunsicherheit, Int. Journal of Heat and Mass Transfer 23 (1980) 961 - 970.
- BOHREN (1983) C. F. Bohren, D. R. Huffmann, Absorption and Scattering of Light by Small Particles, John Wiley + Sons, New York (1983).
- BORN (1965) M. Born, E. Wolf, Principles of Optics, 3. Aufl., Pergamon Press, Oxford (1965).
- BRAUN (1983) R. Braun, S. Fischer, A. Schaber, Elimination of the radiant component of measured liquid thermal conductivities, Wärme- und Stoffübertragung 17 (1983) 121 - 124.
- BREWSTER (1981) M. Q. Brewster, Radiative Transfer in Packed and Fluidized Beds, Dissertation, University of California, Berkeley (1981).
- BREWSTER (1982 a) M. Q. Brewster, C. L. Tien, Examination of the two-flux model for radiative transfer in particular systems (Shorter Communication), Int. Journal of Heat and Mass Transfer 25 (1982) 1905 - 1907.
- BREWSTER (1982 b) M. Q. Brewster, C. L. Tien, Radiative Transfer in packed fluidized beds: Dependent versus independent scattering, Journal of Heat Transfer 104 (Nov. 1982) 573 - 579.

- BUCHENAU (1972) U. Buchenau, I. Müller, Optical properties of magnetite, Solid State Commun. 11 (1972) 1291 - 1293.
- BÜTTNER (1982) D. Büttner, Aufbau einer Apparatur zur Messung der Gesamtwärmeleitfähigkeit von evakuierten mikroporösen Isolationen unter atmosphärischer Druckbelastung bei hohen Temperaturen, Diplomarbeit, Physikalisches Institut der Universität Würzburg (September 1982).
- BÜTTNER (1983) D. Büttner, J. Fricke, R. Krapf, H. Reiss, Measurement of the thermal conductivity of evacuated load-bearing, high-temperature powder and glass board insulations with a 700 x 700 mm² guarded hot plate device, Proc. 8th Europ. Conf. Thermophys. Prop., Baden-Baden (1982), High Temperatures - High Pressures 15 (1983) 233 - 240.
- BÜTTNER (1984) D. Büttner, J. Fricke, H. Reiss, Thermal conductivity of evacuated load bearing powder and fiber insulations - Measurements with the improved 700 x 700 mm² variable load guarded hot plate device, Proc. 9th Europ. Conf. Thermophys. Prop., Manchester (1984), High Temperatures - High Pressures, in print.
- BÜTTNER (1985 a) D. Büttner, J. Fricke, H. Reiss, Wärmeleitfähigkeit von evakuierten Hochtemperatur-Superisolationen unter variabler Druckbelastung - Einsatz der großen Zweiplattenapparatur LOLA I mit Schutzringen, Vakuum-Technik 34. Jahrg. (1985) 3 - 9.
- BÜTTNER (1985 b) D. Büttner, J. Fricke, H. Reiss, Analysis of radiative and solid conduction components of the total thermal conductivity of an evacuated glass fiber insulation - Measurements with a 700 x 700 mm² variable load guarded hot plate device, AIAA 20th Thermophys. Conf., Williamsburg (1985), AIAA Conf. Paper No. 85 - 1019.

- CABANNES (1979) F. Cabannes, J.-C. Maurau, H. Hyrien, S. M. Klarsfeld, Radiative heat transfer in fibre-glass insulating materials as related to their optical properties, High Temperatures - High Pressures 11 (1979) 429 - 434.
- CAPS (1982) R. Caps, Methoden zur Untersuchung und Verringerung des Strahlungstransports in mikroporösen Isolationen, Diplomarbeit, Physikalisches Institut der Universität Würzburg (April 1982).
- CAPS (1983 a) R. Caps, Improving the extinction properties of an evacuated high-temperature powder insulation, Proc. 8th Europ. Conf. Thermophys. Prop., Baden-Baden (1982), High Temperatures - High Pressures 15 (1983) 225 - 232.
- CAPS (1983 b) R. Caps, A. Trunzer, D. Büttner, J. Fricke, H. Reiss, Spectral transmission and reflection properties of high temperature insulation materials and their relation to radiative heat flow, Proc. 18th Int. Thermal Conductivity Conf., Rapid City (1983), Plenum Press, New York, in print.
- CAPS (1983 c) R. Caps, J. Fricke, Radiative heat transfer in highly transparent Silica Aerogel, Phys. Inst. Universität Würzburg, Rep. E12-1283-1(1983)
- CAPS (1984 a) R. Caps, A. Trunzer, D. Büttner, J. Fricke, H. Reiss, Spectral transmission and reflection properties of high temperature insulation materials, Int. Journal of Heat and Mass Transfer 27 (1984) 1865 - 1872.

- CAPS (1984 b) R. Caps, J. Fricke, H. Reiss, Radiative heat transfer in anisotropically scattering fiber insulations, Proc. 9th Europ. Conf. Thermo-phys. Prop., Manchester (1984), High Temperatures - High Pressures, in print.
- CAREN (1969) R. P. Caren, Radiation transfer from a metal to a finely divided particulate medium, Journal of Heat Transfer (Febr. 1969) 154 - 156.
- CHAN (1974 a) C. K. Chan, C. L. Tien, Radiative transfer in packed spheres, Journal of Heat Transfer (Febr. 1974) 52 - 58.
- CHAN (1974 b) C. K. Chan, C. L. Tien, Combined radiation and conduction in packed spheres, Proc. 5th Int. Heat Transfer Conf., Vol. 1 (1974).
- CHANDRASEKHAR (1960) S. Chandrasekhar, Radiative Transfer, Dover Publications, Inc., New York (1960)
- CHEN (1963) J. C. Chen, St. W. Churchill, Radiant heat transfer in packed beds, A. I. Ch. E. Journal 9 (Jan. 1963) 35 - 41.
- CHUPP (1974) R. E. Chupp, R. Viskanta, Development and evaluation of a remote sensing technique for determining the temperature distribution in semitransparent solids, Journal of Heat Transfer (Aug. 1974) 391 - 397.

- COCKETT (1960) A. H. Cockett, W. Molnar, Recent improvements in insulants, Cryogenics (September 1960) 21 - 26.
- COENEN (1974) M. Coenen, Wärmeleitung in Gläsern, Fachauschußbericht Nr. 70 der Deutschen Glastechnischen Gesellschaft e. V., "Nahordnungsfelder in Gläsern (Juli 1974) 43 - 60.
- CUNNINGTON (1972) G. R. Cunnington, C. L. Tien, Heat transfer in microsphere cryogenic insulation, Proc. Cryog. Eng. Conf., Boulder (1972), Paper No. C-1, Adv. Cryog. Eng. 18 (1972) 103 - 111.
- DAYAN (1975) A. Dayan, C. L. Tien, Heat transfer in a gray planar medium with linear anisotropic scattering, Journal of Heat Transfer (Aug. 1975) 391 - 396.
- DEIMLING (1984) A. Deimling, Berichtsanteil Wärmedämmung im Vakuum-Stahlmantelrohrsystem, BMFT-Forschungsbericht T 84 - 167 (August 1984) 87 - 91,
- DEISSLER (1952) R. G. Deissler, C. S. Eian, Investigation of effective thermal conductivities of powders, NACA Research Memorandum, NACA-RM-E-52-C05 (1952).

- DERESIEWICZ (1958) H. Deresiewicz, Mechanics of granular matter, in: H. L. Dryden, Th. von Karman, G. Kuerti (Eds.), Adv. Appl. Mech. 5 (1958), Academic Press, Inc., Publishers, New York.
- DIETZ (1979) P. W. Dietz, Effective thermal conductivity of packed beds, Ind. Eng. Chem. Fundam. 18 (1979) 283 - 286.
- DOMOTO (1974) G. A. Domoto, W. C. Wang, Radiative transfer in homogeneous nongray gases with nonisotropic particle scattering, Journal of Heat Transfer (Aug. 1974) 385 - 390.
- ESPE (1960) W. Espe, Werkstoffkunde der Hochvakuumtechnik, Band II, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin (1960).
- EUCKEN (1913) A. Eucken, Über das Wärmeleitvermögen, die spezifische Wärme und die innere Reibung der Gase, Physik. Zeitschrift XIV (1913) 324 - 332.
- FERNANDES (1980) R. Fernandes, J. Francis, J. N. Reddy, A Finite Element approach to combined conductive and radiative heat transfer in a planar medium, AIAA 15th Thermophys. Conf., Snowmass, (1980), AIAA Conf. Paper No. 80 - 1487.

- FERNANDES (1982) R. Fernandes, J. Francis, Combined conductive and radiative heat transfer in an absorbing, emitting and scattering cylindrical medium, Journal of Heat Transfer 104 (1982) 594 - 601.
- FINE (1980) H. A. Fine, S. H. Jury, D. W. Yarbrough, D. L. McElroy, Analysis of heat transfer in building insulation, Oak Ridge Nat. Lab., Oak Ridge, Rep. ORNL/TM-7481 (December 1980).
- GLASSTONE (1961) S. Glasstone, M. C. Edlund, Kernreaktortheorie, Übers. v. W. Glaser, H. Grümmer, Springer Verlag, Wien (1961)
- GOGOL (1978) W. Gogol, An effect of asymmetry of the rate of the heat flow and of the effective thermal conductivity, Proc. 6th Europ. Conf. Thermophys. Prop., Dubrovnik (1978), High Temperatures - High Pressures 11 (1979) 491 - 498.
- GOLDSMID (1980) H. J. Goldsmid, M. M. Kaila, Heat flow at pressed contacts, Aust. Journal of Phys. 33 (1980) 745 - 752.
- GOLDSMITH (1961) A. Goldsmith, Th. E. Waterman, H. J. Hirschhorn, Handbook of Thermophysical Properties of Solid Materials, Vol. III - Ceramics, Pergamon Press, Oxford (1961)

- GRUNERT (1969) W. E. Grunert, H. Mohihara, R. L. Reid, P. N. Massing, Guarded flat plate thermal conductivity apparatus for testing multi-foil insulations in the 20°C - 1000°C range, Proc. 9th Intern. Thermal Conductivity Conf., Iowa State Univ., Ames (1969), USAEC, CONF - 691002, Physics (TID - 4500) (1970).
- HAMAKER (1947) H. C. Hamaker, Radiation and heat conduction in light-scattering material, II. General equations including heat conduction, Philips Res. Rep. 2 (1947) 103 - 111.
- HEASLETT (1965) M. A. Heaslett, R. F. Warning, Radiative Transport and wall temperature slip in an absorbing planar medium, Int. Journal of Heat and Mass Transfer 8 (1965) 979 - 994.
- HELLWEGE (1976) K. H. Hellwege, Einführung in die Festkörperphysik, Springer Verlag, Berlin (1976)
- HOLLOWAY (1973) D. G. Holloway, The Physical Properties of Glass, Wykeham Publications Ltd., London and Winchester (1973).
- HOLM (1967) R. Holm, Electric Contacts, Springer Verlag, New York (1967).
- HOTTEL (1967) H. C. Hottel, A. F. Sarofim, Radiative Transfer, McGraw-Hill Book Comp., New York (1967)

- HOTTEL (1970) H. C. Hottel, A. F. Sarofim, I. A. Vasalos, W. H. Dalzell, Multiple scatter: Comparison of theory with experiment, Journal of Heat Transfer (May 1970) 285 - 291.
- HOTTEL (1971) H. C. Hottel, A. F. Sarofim, W. H. Dalzell, I. A. Vasalos, Optical properties of coatings. Effect of pigment concentration, AIAA Journal 9 (Oct. 1971) 1895 - 1898.
- HSIEH (1979) C. K. Hsieh, K. C. Su, Thermal radiative properties of glass from 0.32 to 206 μm , Solar Energy 22 (1979) 37 - 43.
- JACKSON (1967) J. D. Jackson, Classical Electrodynamics, John Wiley + Sons, Inc., New York, 6. Aufl. (1967)
- JAENICKE (1956) W. Jaenicke, Lichtstreuung und Aufhellungsvermögen weißer Pigmente, Zeitschrift für Elektrochemie 60 (1956) 163 - 174.
- JAKOB (1949) M. Jakob, Heat Transfer, Vol. I, John Wiley + Sons, Inc., London, 9. Aufl. (1949).
- KAGANER (1967) M. G. Kaganer, R. S. Semenova, An investigation of the thermal diffusivity and thermal conductivity of insulating powders at atmospheric pressure and in vacuum by various methods, Journal of Eng. Phys. (Dec. 1979) 15 - 18, Transl. of Inzh. Fiz. Zhurnal 13 (1967) 24 - 30.

- KAGANER (1969) M. G. Kaganer, Thermal Insulation in Cryogenic Engineering, Transl. by A. Moscona, Israel Progr. Sci. Transl., Jerusalem (1969), Transl. of Teplovaya Izolyatsiya v Tekhnike Nizkikh Temperatur, Izdatel'stvo "Mashinostroenie", Moskva (1966).
- KAGANER (1969 a) M. G. Kaganer, Untersuchung der Ausbreitung von Licht im streuenden Medium durch die Methode der Diskreten Ordinaten, Optika i Spectroskopika XXVI (1969) 443 - 449, Dt. Übersetzg. von G. Wahl, Heidelberg (1981).
- KATTAWAR (1983) G. W. Kattawar, Cl. E. Dean, Electromagnetic scattering from two dielectric spheres: comparison between theory and experiment, Optics Lett. 8 (1983) 48 - 50.
- KENNARD (1938) E. H. Kennard, Kinetic Theory of Gases, McGraw Hill Book Comp., Inc., New York and London (1938).
- KERKER (1969) M. Kerker, The Scattering of Light, Academic Press, New York and London (1969).
- KINGERY (1958) W. D. Kingery, J. D. Klein, M. C. McQuarrie, Development of ceramic insulating materials for high temperature use, Transact. of the ASME 80 (1958) 705 - 710.
- KLEMENS (1984) P. G. Klemens, Radiative transfer in composites, Proc. 9th Europ. Conf. Thermophys. Prop., Manchester (1984), High Temperatures - High Pressures, in print.

- KNUDSEN (1911) M. Knudsen, Die molekulare Wärmeleitung der Gase und der Akkomodationskoeffizient, Annalen der Physik 34 (1911) 594 - 656.
- KORTÜM (1964) G. Kortüm, D. Oelkrug, Über den Streukoeffizienten der Kubelka-Munk-Theorie, Z. Naturforsch. 19 a (1964) 28 - 37.
- KOURGANOFF (1952) V. Kourganoff, Basic Methods in Transfer Problems, Oxford at the Clarendon Press (1952).
- KOSTYLEV (1964) V. M. Kostylev, The thermal conductivity of dispersed materials at different atmospheric pressures, High Temp. 2 (1964) 15 - 21.
- KRUSE (1971) P. W. Kruse, L. D. McGlauchlin, R. B. McQuistan, Grundlagen der Infrarottechnik, Übers. v. P. Becker, Verlag Berliner Union GmbH, Stuttgart (1971).
- KUNC (1984) T. Kunc, M. Lallemand, J. B. Saulnier, Some new developments on coupled radiative-conductive heat transfer in glasses - Experiments and modelling, Int. Journal of Heat and Mass Transfer 27 (1984) 2307 - 2319.
- LANDOLT-BÖRNSTEIN (1962) Landolt-Börnstein, Zahlenwerte und Funktionen, 6. Aufl., II. Band, Eigenschaften der Materie in ihren Aggregatzuständen, 8. Teil, Optische Konstanten, Springer Verlag, Berlin - Göttingen - Heidelberg (1962).

- LANDOLT-BÖRNSTEIN (1972) Landolt-Börnstein, Zahlenwerte und Funktionen, 6. Aufl., IV. Band, Eigenschaften der Materie in ihren Aggregatzuständen, 4. Teil, Wärmetechnik, Springer Verlag, Berlin - Heidelberg - New York (1972).
- LARKIN (1959) B. K. Larkin, St. W. Churchill, Heat transfer by radiation through porous insulations, A. I. Ch. E. Journal 5 (1959) 467 - 474.
- LAUBITZ (1959) M. J. Laubitz, Thermal conductivity of powders, Can. Journal of Phys. 37 (1959) 798 - 808.
- LEE (1983) H. Lee, R. O. Buckius, Reducing scattering to nonscattering problems in radiation heat transfer, Int. Journal of Heat and Mass Transfer 26 (1983) 1055 - 1062.
- LIOU (1983) K. N. Liou, Q. Cai, P. W. Barber, S. C. Hill, Scattering phase matrix comparison for randomly hexagonal cylinders and spheroids, Appl. Optics 22 (1983) 1684 - 1687.
- LITTLE (1962) R. C. Little, F. G. Carpenter, V. R. Deitz, Heat transfer in intensively outgasses powders (Letters to the Editor), J. Chem. Phys. 37 (1962) 1896 - 1898.
- LLOYD (1967) B. Th. Lloyd, Thermal accomodation of gases on solids, in: H. Saltsburg, J. N. Smith, Jr., M. Rogers (Eds.), Fundamentals of Gas-Surface Interactions, Academic Press, New York - London (1967) 346 - 391.

- LOWAN (1946) A. N. Lowan, P. M. Morse, H. Feshbach, M. Lax, Scattering and Radiation from Circular Cylinders and Spheres, Tables of Amplitudes and Phase Angles, Washington, U. S. Navy (1946).
- LUIKOV (1966) A.V. Luikov, Heat and Mass Transfer in Capillary-porous Bodies, Transl. by P.W.B. Harrison, Ed. by W.M. Pun, Pergamon Press, Oxford (1966)
- LUIKOV (1968) A.V. Luikov, A. G. Shashkov, L. L. Vasiliev, Yu. E. Fraiman, Thermal conductivity of porous systems, Int. Journal of Heat and Mass Transfer 11 (1968) 117 - 140.
- MADHUSUDANA (1981) C. V. Madhusudana, L. S. Fletcher, Gas conductance contribution to contact heat transfer, AIAA 16th Thermophys. Conf., Palo Alto (1981), AIAA Conf. Paper No. 81 - 1163.
- MAHEU (1984) B. Maheu, J. N. Letoulouzan, G. Gousbet, Four-flux models to solve the scattering transfer equation in terms of Lorentz-Mie parameters, Appl. Optics 23 (1984) 3353 - 3362.
- MAXWELL-GARNETT (1904) J.C. Maxwell-Garnett, Colours in metal glasses and in metallic films, Phil. Trans. Royal Soc., Series A, Vol. CCIII (1904) 385 - 420.
- McELROY (1969) D. L. McElroy, J. P. Moore, Radial heat flow methods for the measurement of the thermal conductivity of solids, in: R. P. Tye (Ed.), Thermal Conductivity, Vol. 1, Academic Press, London (1969) 186 - 239.

- McKELLAR (1981) B. H. J. McKellar, M. A. Box, The scaling group of the radiative transfer equation, Journal of the Atmosph. Sci. 38 (1981) 1063 - 1068.
- MEISSNER (1964) H. P. Meissner, A. S. Michaels, R. Kaiser, Crushing strength of Zinc oxide agglomerates, I & EC Process Design and Development 3 (July 1964) 202 - 205.
- MICHELS (1932) W. C. Michels, Accommodation coefficients of Helium and Argon against Tungsten, Phys. Rev. 40 (1932) 472 - 473 (Letters to the Editor).
- MIHALAS (1967) D. Mihalas, The calculation of model stellar atmospheres, in: B. Alder, S. Fernbach, M. Rotenberg (Eds.), Methods in Computational Physics, Vol. 7, Astrophysics, Academic Press, New York and London (1967).
- NEUROTH (1974) N. Neuroth, Aussagen der Spektroskopie im nahen und mittleren Infrarot zur Glasstruktur, Fachausschußbericht Nr. 70 der Deutschen Glastechnischen Gesellschaft e. V., "Nahordnungsfelder in Gläsern (Juli 1974) 141 - 187.
- NOWOBILSKI (1979) J. J. Nowobilski, Insulation development for high temperature batteries for electric vehicle application, Final Report, Union Carbide, Linde Division, Tonawanda, Contr. No. EM - 78 - C - 01 - 5160, prepared for DOE (1979).

- NYQUIST (1971) R. A. Nyquist, R. O. Kagel, Infrared Spectra of Inorganic Compounds (3 800 - 45 cm^{-1}), Academic Press, New York and London (1971).
- ORDAL (1983) M. A. Ordal, L. L. Long, R. J. Bell, S. E. Bell, R. R. Bell, R. W. Alexander, Jr., C. A. Ward, Optical properties of the metals Al, Co, Cu, Au, Fe, Pb, Ni, Pd, Pt, Ag and W in the infrared and far infrared, Appl. Optics 22 (1983) 1099 - 1119.
- PELANNE (1979) C. M. Pelanne, Does the insulation have a thermal conductivity? The revised ASTM Test Standards require an answer, Authorized Repr. from Special Techn. Publ. 660, ASTM, Philadelphia (1979).
- PELANNE (1981) C. M. Pelanne, Discussion on experiments to separate the "Effect of thickness" from systematic equipment errors in thermal transmission measurements, Authorized Repr. from Journal of Special Techn. Publ. 718, ASTM, Philadelphia (1981).
- PLASS (1964) G. N. Plass, Mie scattering and absorption cross sections for Aluminum Oxide and Magnesium Oxide, Appl. Optics 3 (1964) 867 - 872.
- RAPIER (1963) A. C. Rapier, T. M. Jones, J. E. McIntosh, The thermal conductance of Uranium Dioxide/Stainless Steel interfaces, Int. Journal of Heat and Mass Transfer 6 (1963) 397 - 416.

- REDDY (1978) J. N. Reddy, V. D. Murty, Finite element solution of integral equations arising in radiative heat transfer and laminar boundary-layer theory, Numerical Heat Transfer 1 (1978) 389 - 401.
- REISS (1981 a) H. Reiss, An evacuated, load-bearing powder insulation for a high temperature Na/S battery, Proc. 17th Intern. Thermal Conductivity Conf., Gaithersburg (1981), Plenum Press, New York (1983) 569 - 586.
- REISS (1981 b) H. Reiss, An evacuated powder insulation for a high temperature Na/S-battery, AIAA 16th Thermophys. Conf., Palo Alto (1981), AIAA Conf. Paper No. 81 - 1107.
- REISS (1983 a) H. Reiss, Evacuated, load-bearing powder insulation for high temperature applications, Journal of Energy 7 (1983) 152 - 159.
- REISS (1983 b) H. Reiss, B. Ziegenbein, Temperature dependent extinction coefficients and solid thermal conductivities of glass fiber insulations, Proc. 18th Intern. Thermal Conductivity Conf., Rapid City (1983), Plenum Press, New York, in print.

- REISS (1984 a) H. Reiss, B. Ziegenbein, Analysis of the local thermal conductivity in homogeneous and inhomogeneous glass fiber insulations for determination of temperature dependent solid thermal conductivities and extinction coefficients, Proc. 9th Europ. Conf. Thermophys. Prop., Manchester (1984), High Temperatures - High Pressures, in print.
- REISS (1984 b) H. Reiss, B. Ziegenbein, Can thermal conductivity, λ , and extinction coefficient, E , be measured simultaneously (Technical Note), Int. Journal of Heat and Mass Transfer, subm. Oct. 1984, in print.
- REISS (1985 a) H. Reiss, B. Ziegenbein, An experimental method to determine temperature-dependent extinction coefficients and solid thermal conductivities of glass fibre insulations in calorimetric measurements, Int. Journal of Heat and Mass Transfer 28 (1985) 459 - 466
- REISS (1985 b) H. Reiss, F. Schmaderer, G. Wahl, B. Ziegenbein, R. Caps, Experimental investigation of extinction properties and thermal conductivity of metal-coated dielectric fibers in vacuum AIAA 20th Thermophys. Conf., Williamsburg (1985), AIAA Conf. Paper No. 85 - 1020.

- RITZOW (1934) G. Ritzow, Die Temperaturstrahlung glühender Oxyde und Oxydgemische im ultraroten Spektralgebiet, Annalen der Physik 19 (1934) 769 - 799.
- ROBERTS (1930) J. K. Roberts, The exchange of energy between gas atoms and solid surfaces, Proc. Roy. Soc. 129 (1930) 146 - 161.
- ROBERTS (1933) J. K. Roberts, The exchange of energy between gas atoms and solid surfaces, III. - The Accommodation coefficient of Neon, Proc. Roy. Soc. 142 (1933) 518 - 524.
- ROHATSCHEK (1976) H. Rohatschek, Zur praktischen Durchführung der Wärmeleitfähigkeitsmessung mit der Kugel-sonde, Int. Journal of Heat and Mass Transfer 19 (1976) 1433 - 1439.
- ROSSELAND (1931) S. Rosseland, Astrophysik auf atomtheoretischer Grundlage, in: M. Born, J. Franck (Hrsg.), Struktur der Materie in Einzeldarstellungen, Verlag von Julius Springer, Berlin (1931).
- ROUX (1981) J. A. Roux, A. M. Smith, Determination of radiative properties from transport theory and experimental data, AIAA 16th Thermophys. Conf., Palo Alto (1981), AIAA Conf. Paper No. 81 - 1168.

- RUMPF (1961) H. Rumpf, The strength of granules and agglomerates, in: W. A. Knepper (Ed.), Agglomeration, Intern. Symp., Philadelphia (1961), Intersci. Publ., New York, London (1961), 379 - 418.
- RUSSELL (1935) H. W. Russell, Principles of heat flow in porous insulations, Journal Amer. Ceram. Soc. 18 (1935) 1 - 5.
- SAXENA (1985) S. C. Saxena, R. Afshar, Thermal accommodation coefficient of gases on controlled solid surfaces: Argon-Tungsten system, Int. Journal of Thermophys. 6 (1985) 143 - 163.
- SCHEUERPFUG (1984) P. Scheuerpflug, R. Caps, D. Büttner, J. Fricke, Apparent thermal conductivity of evacuated SiO₂-Aerogel tiles under variation of radiative boundary conditions, Physik. Institut d. Universität Würzburg (1984) Rep. No. E12-1284-1.
- SCHEUERPFUG (1985) P. Scheuerpflug, Messung der Wärmeleitfähigkeit von Aerogel, Diplomarbeit, Physik. Institut der Universität Würzburg (1985).
- SCHLEGEL (1979) A. Schlegel, S. F. Alvarado, P. Wachter, Optical properties of Magnetite (Fe₃O₄), Journal of Phys. C: Solid State Phys. 12 (1979) 1157 - 1164.
- SCHUSTER (1905) A. Schuster, Radiation through a foggy atmosphere, The Astrophysical Journal XXI (1905) 1 - 22.

- SCHWARZSCHILD (1906) K. Schwarzschild, Über das Gleichgewicht der Sonnenatmosphäre, Gött. Nachrichten (1906) 41 - 53.
- SHARPE (1980) W. Sharpe, The explosion cladding process, Anti-Corrosion, Meth. a. Mater. 27 (Febr. 1980) 14 - 16.
- SIEGEL (1972) R. Siegel, J. R. Howell, Thermal Radiation Heat Transfer, McGraw Hill Kogakusha Ltd., Tokyo (1972).
- SPARROW (1966) E. M. Sparrow, R. D. Cess, Radiation Heat Transfer, Brooks/Cole Publ. Comp., Belmont (1966).
- SPRINGER (1971) G. S. Springer, Heat Transfer in Rarefied Gases, in: Th. F. Irvine, Jr., J. P. Hartnett (Eds.), Advances in Heat Transfer. Vol. 7, Academic Press, New York (1971) 163 - 218.
- STRATTON (1941) J. A. Stratton, Electromagnetic Theory, McGraw Hill, New York (1941).
- STRONG (1960) H. M. Strong, F. P. Bundy, H. P. Bovenkerk, Flat panel vacuum thermal insulation, Journal of Appl. Phys. 31 (1960) 39 - 50.
- SUTHERLAND (1893) W. Sutherland, The viscosity of gases and molecular force, Phil. Mag. 36 (1893) 507 - 531.

- TIEN (1973) C. L. Tien, G. R. Cunnington, Cryogenic insulation heat transfer, in: Th. F. Irving, J. P. Hartnett (Eds.), *Advances in Heat Transfer*, Vol. 9, Academic Press, New York (1973) 349 - 417.
- TONG (1980) T. W. Tong, C. L. Tien, Analytical models for thermal radiation in fibrous materials, *Journal of Thermal Insulation* 4 (1980) 27 - 44.
- TONG (1983) T. W. Tong, C. L. Tien, Radiative heat transfer in fibrous insulations - Part I: Analytical study, *Journal of Heat Transfer* 105 (Febr. 1983) 70 - 75.
- TOULOUKIAN (1970) Y. S. Touloukian (Ed.), *Thermophysical Properties of Matter*, Vol. 7: Thermal Radiative Properties - Metallic Elements and Alloys; Vol. 8: Thermal Radiative Properties - Non-metallic Solids, IFI/Plenum Data Corporation, New York - Washington (1970).
- TRUELOVE (1984) J. S. Truelove, The two-flux model for radiative transfer with strong anisotropic scattering, *Int. Journal of Heat and Mass Transfer* 27 (1984) 464 - 466.
- TRUNZER (1983) A. Trunzer, Untersuchung der spektralen Extinktion im Infrarotbereich von Glasfasern und Trübungsmitteln zur Minimierung der thermischen Strahlungsleitfähigkeit in Hochtemperaturisolationen, Zulassungsarbeit zur Wissenschaftlichen Prüfung für das Lehramt an Gymnasien in Bayern (September 1983).

- TSEDERBERG (1965) N. V. Tsederberg, Thermal Conductivity of Gases and Liquids, Transl. by Scripta Technica, ed. by R. D. Cess, The M. I. T. Press, Cambridge (1965).
- UNSÖLD (1968) A. Unsöld, Physik der Sternatmosphären, Ber. Nachdruck der 2. Aufl., Springer Verlag, Berlin (1968).
- VAN DER HELD (1952) E. F. M. Van der Held, The contribution of radiation to the conduction of heat, Appl. Sci. Res., Section A, Vol. 3 (1952) 237 - 249.
- VAN DE HULST (1968) H. C. van de Hulst, K. Grossmann, Multiple light scattering in planetary atmospheres, in: J. C. Brandt, M. B. McElroy (Eds.), The Atmospheres of Venus and Mars, Gordon and Breach, New York (1968) 35 - 55.
- VAN DE HULST (1980) H. C. van de Hulst, Multiple Light Scattering, Tables, Formulas and Applications, Academic Press, New York (1980).
- VAN DE HULST (1981) H. C. van de Hulst, Light Scattering by Small Particles, Dover Publ., Inc., New York (1981), Neuauflage des 1957 bei John Wiley + Sons, Inc., New York, erschienenen Buches.
- VEALE (1972) C. R. Veale, Fine Powders, Preparation, Properties and Uses, Appl. Science Publ., Ltd., London (1972).

- VERSCHOOR (1952) J. D. Verschoor, P. Greebler, Heat transfer by gas conduction and radiation in fibrous insulations, Journal of Heat Transfer 74 (Aug. 1952) 961 - 968.
- VISKANTA (1962 a) R. Viskanta, R. J. Grosh, Effect of surface emissivity on heat transfer by simultaneous conduction and radiation, Int. Journal of Heat and Mass Transfer 5 (1962) 729 - 734.
- VISKANTA (1962 b) R. Viskanta, R. J. Grosh, Heat transfer by simultaneous conduction and radiation in an absorbing medium, Journal of Heat Transfer (Febr. 1962) 63 - 72.
- VISKANTA (1964) R. Viskanta, R. J. Grosh, Heat transfer in a thermal radiation absorbing and scattering medium, Int. Developments in Heat Transfer, Part IV, ASME, New York (1964) 820 - 828.
- VISKANTA (1965) R. Viskanta, Heat transfer by conduction and radiation in absorbing and scattering materials, Journal of Heat Transfer (Febr. 1965) 143 - 150.
- VISKANTA (1966) R. Viskanta, Radiation transfer and interaction of convection with radiation heat transfer, in: Th. F. Irvine, Jr., J. P. Hartnett, Advances in Heat Transfer, Vol 3, Academic Press, New York (1966) 175 - 251.
- VISKANTA (1982) R. Viskanta, Radiation heat transfer: Interaction with conduction and convection and approximate methods in radiation, Proc. 7th Intern. Heat Transfer Conf., München (1982) 103 - 121.

- VORTMEYER (1979) D. Vortmeyer, Wärmestrahlung in dispersen Feststoffsystemen, Chem. - Ing. - Tech. 51 (1979) 839 - 851.
- WAKAO (1969) N. Wakao, K. Kato, Effective thermal conductivity of packed beds, Journal of Chem. Eng. of Japan 2 (1969) 24 - 33.
- WAKAO (1971) N. Wakao, D. Vortmeyer, Pressure dependency of effective thermal conductivity of packed beds, Chem. Eng. Science 26 (1971) 1753 - 1765.
- WALTHER (1953) A. Walther, J. Dörr, E. Eller, Mathematische Berechnung der Temperaturverteilung in der Glasschmelze mit Berücksichtigung von Wärmeleitung und Wärmestrahlung, Glastechnische Berichte, 26. Jahrg. (Mai 1953) 133 - 140.
- WANG (1981) R. T. Wang, J. M. Greenberg, D. W. Schuermann, Experimental results of dependent light scattering by two spheres, Optics Lett. 6 (Nov. 1981) 543 - 545.
- WANG (1983) K. Y. Wang, C. L. Tien, Radiative heat transfer through opacified fibers and powders, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer 30 (1983) 213 - 223.
- WEBER (1957) H. H. Weber, Deckfähigkeitsmessungen an Weißpigmenten, Farbe und Lack, 63. Jahrg., 12 (1957) 586 - 594.
- WEBER (1960) H. H. Weber, Über das optische Verhalten von kugeligen, isotropen Teilchen in verschiedenen Medien, Kolloid-Zeitschrift 174 (1960) 66 - 72.

- WILLIAMS (1984) M. M. R. Williams, The effect of anisotropic scattering on the radiant heat flux through an aerosol, Journal of Phys. D: Appl. Phys. 17 (1984) 1617 - 1630.
- WOODSIDE (1958) W. Woodside, Calculation of the thermal conductivity of porous media, Can. Journal of Phys. 36 (1958) 815 - 823.
- WU (1980) S. T. Wu, R. E. Ferguson, L. L. Altgilbers, Application of Finite-Element Techniques to the interaction of conduction and radiation in a participating medium, AIAA 15th Thermophys. Conf., Snowmass (1980), AIAA Conf. Paper No. 80 - 1486.
- YUEN (1979) W. W. Yuen, L. W. Wong, A parametric study of radiative transfer with anisotropic scattering in a one-dimensional system, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer 22 (1979) 231 - 238.
- YUEN (1980 a) W. W. Yuen, C. L. Tien, A successive approximation approach to problems in radiative transfer with a differential formulation, Journal of Heat Transfer 102 (Febr. 1980) 86 - 91.
- YUEN (1980 b) W. W. Yuen, L. W. Wong, Heat transfer by conduction and radiation in a one-dimensional absorbing, emitting and anisotropically-scattering medium, Journal of Heat Transfer 102 (May 1980) 303 - 307.
- YUEN (1981) W. W. Yuen, L. W. Wong, Effects of specular reflection on radiative transfer in an absorbing, emitting and anisotropically-scattering medium, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer 25 (1981) 427 - 434.

- YUREVICH (1975) F. B. Yurevich, L. A. Konyukh, Radiation attenuation by disperse media, Int. Journal of Heat and Mass Transfer 18 (1975) 819 - 829.
- ZIEGENBEIN (1980) B. Ziegenbein, H. Reiss, Thermische Isolierung, Offenlegungsschrift DE 30 46 032 A1 (Anmeldetag 6. Dez. 1980), US-Patent 4 425 413 (10. Jan. 1984), Japanese Appl. for Pat. 81 P 480 (4. Dez. 1981), Brevet d'Invention 81 22728 (Rep. Francaise, 4. Dez. 1981).
- ZIEGENBEIN (1983) B. Ziegenbein, Evacuated high-temperature insulations for electrochemical batteries, Proc. 8th Europ. Conf. Thermophys. Prop., Baden-Baden (1982), High Temperatures - High Pressures 15 (1983) 329 - 334.
- ZIEGENBEIN (1984) B. Ziegenbein, Int. Versuchsberichte, Brown, Boveri & Cie AG, Zentrales Forschungslabor, Heidelberg.