Metakognitionen bei der Lösung mathematischer Probleme: Gestaltungsperspektiven für den Mathematikunterricht

Von Wolfgang Schneider und Marcus Hasselhorn

In neueren Untersuchungen zur Mathematikerziehung im Elementarbereich wird verstärkt auf die Bedeutung kognitiver Prozesse (Strategien) für die erfolgreiche Bewältigung von Problemlöseaufgaben hingewiesen. Im vorliegenden Beitrag wird insbesondere auf das Wissen um kognitive Prozesse und deren Steuerung, also auf Metakognitionen eingegangen. Es wird zunächst eine Einführung in traditionelle Kategorien von Metakognition gegeben und dann auf eine Weiterentwicklung eingegangen, die als „Modell des kompetenten Strategie-Anwenders" bekanntgeworden ist. Dieses Modell wird dann als Grundlage für Empfehlungen benutzt, die darauf abzielen, den Mathematikunterricht effizienter zu gestalten.

Recent studies into math instruction in elementary schools have emphasized the importance of cognitive processes (strategies) for successful problem solving. This paper focuses on the impact of metacognition, that is, knowledge about cognitive processes and their conscious regulation, on performance in mathematics. In a first step, traditional categories of metacognition are described. Next, a recent elaboration of more traditional approaches, namely the "good strategy user model", is presented in more detail.
Recommendations concerning a more efficient construction of math instruction based on this model are given in the last section of this paper.

Es steht wohl außer Frage, daß gerade innerhalb der letzten beiden Jahrzehnte eine Vielzahl von pädagogisch-psychologischen Untersuchungen durchgeführt worden sind, die unser Wissen über den Erwerb mathematischer Fertigkeiten enorm bereichert haben. So kann beispielsweise als relativ gesicherte Erkenntnis gelten, daß im Verlauf des schulischen Werdegangs die bereits erworbenen Vorkenntnisse im Fach Mathematik immer bedeutsamer für die Prognose der künftigen Mathematikleistungen werden, während gleichzeitig das allgemeine intellektuelle Fähigkeitsniveau demgegenüber an Bedeutung verliert (vgl. Helmke, Schneider & Weinert 1986; Sander 1986). Im Hinblick auf die effektive Gestaltung des Mathematikunterrichts wurden eine Reihe von Didaktikmodellen vorgelegt (vgl. Bloom 1976; Gagné 1980), die Hinweise enthalten, wie die so wichtigen Vorkenntnise von möglichst vielen Schülern erworben werden können. Diesen Modellen zufolge sollten Lehrziele sachlogisch in eine Hierarchie notwendiger Teilziele zerlegt werden und die jeweils an nicht beherrschten Teillehrzielen festgemachten Vorkenntnisdefizite von Schülern durch das Üben entsprechender Aufgaben behoben werden. Empirische Studien haben die Überlegenheit eines auf solchen Prinzipien aufbauenden Mathematikunterrichts gegenüber konventionellen Vorgehensweisen belegen können (z.B. Sander 1986; Sander, Bartels & Berger 1987).

Aber auch Entwicklungspsychologen und kognitive Psychologen haben sich in neuerer Zeit immer mehr für Veränderungen im mathematischen Denken bei Kindern interessiert (vgl. etwa Ginsburg 1983). Dabei hat sich als ein hauptsächlicher Kritikpunkt an den erwähnten pädagogisch-didaktischen Ansätzen deren oft ausschließliches Verhaftetsein mit der sachlogischen Aufgabenanalyse herausgeschält. Als nächster Schritt in der Entwicklung pädagogisch-psychologischer Theorien der Mathematikerziehung wird daher in jüngerer Zeit die direkte Betrachtung der Lernprozesse selbst gefordert (vgl. Nesher 1986). Diese Forderung hat zu vielfältigen Analysen kognitiver Prozesse bei der Bearbeitung und Lösung unterschiedlicher Mathematikaufgaben geführt. So fand z.B. Klauer (1984) selbst bei der Analyse von Routineaufgaben wie dem Multiplizieren und Dividieren von Brüchen, daß hier anspruchsvolle kognitive Prozesse erforderlich sind, die im herkömmlichen Mathematikunterricht noch viel zu wenig beachtet worden sind. Seine didaktische Empfehlung ging dahin, es nicht beim simplen Einüben von Algorithmen zu belassen, sondern auch begleitende Erkennens- und Entscheidungsleistungen gezielt zu fördern. Diese Vorstellung wird auch von einer Reihe amerikanischer Mathematikdidaktiker geteilt (z.B. Lester 1982; Schoenfeld 1983; Silver 1982). Es reicht demnach nicht aus, lediglich kognitive Operationen oder Strategien einzuüben, ohne daß den Schülern klargemacht wird, wo, wann und warum diese Strategien hilfreich sind. Die bloße Anwendung einer Strategie kann zwar als kognitive Handlung aufgefaßt werden, die Entscheidung darüber, gerade diese und keine andere Strategie zu benutzen sowie die reflexive Kontrolle und flexible Steuerung der Strategieausführung basieren jedoch im wesentlichen auf metakognitiven Aktivitäten. Wir werden im folgenden genauer darauf eingehen, warum solche metakognitiven Aktivitäten für das Bearbeiten mathematischer Probleme nützlich sind und wie sie im Mathematikunterricht sinnvoll als Lernhilfen eingesetzt werden können. Zuvor wollen wir jedoch anhand einiger Beispiele bzw. empirischer Belege aufzeigen, daß die traditionelle Unterrichtspraxis hinsichtlich solcher metakognitiver, d.h. kognitive Operationen steuernder Prozesse defizitär ist und durch den Einbezug von Ansätzen und Ergebnissen der kognitiven Psychologie (insbesondere der Metakognitions- und Problemlöseforschung) bereichert werden kann.

Fördert die herkömmliche Unterrichtspraxis das „Verständnis" für mathematische Probleme?

Diese provokative Frage wurde von Schoenfeld (1982) aufgeworfen, nachdem er die amerikanische Unterrichtspraxis beim Lehren von Textaufgaben gründlich analysiert hatte. Ein elementares Beispiel mag das Anliegen dieser kritischen Anfrage illustrieren. Man stelle sich etwa folgende typische Aufgabe vor: „John had eight apples. He gave three to Mary. How many does John have left?". Zur Lösung solcher Aufgaben wird von amerikanischen Grundschullehrern bevorzugt ein sogenannter „Schlüsselwort"-Algorithmus antrainiert. Dieser besteht darin, in der Problemformulierung nach syntaktischen und semantischen Hinweisen zu suchen, die dem Schüler bei der Entscheidung helfen, welche arithmetische Operation einzusetzen ist. Das Wort „left" im genannten Beispiel gibt etwa einen Hinweis darauf, daß die Subtraktionsregel angemessen ist. Wie Schoenfeld (1982) in eigenen Studien herausfand, führt der Drill in solchen „Schlüsselwort"-Algorithmen auch zu unerwünschten Ergebnissen. Wenn etwa das mathematische Problem so konstruiert wurde, daß Addition, Multiplikation oder Division die angemessenen Operationen darstellten, wendete ein großer Prozentsatz der Schüler spontan die Subtraktionsregel an, sobald im Aufgabentext das Wort „left" auftauchte. Dies ließ sich sogar für den Extremfall demonstrieren, bei dem die Textaufgabe mit „Mr. Left" begann.

Ein weiteres Beispiel von Schoenfeld (1982) erhärtet ebenfalls die These, daß die übliche Unterrichtspraxis beim Lehren der Bearbeitung von Textaufgaben nicht unbedingt die Denkfähigkeiten der Schüler fördert: Auf die Aufforderung hin, ein vorgegebenes Textaufgabenproblem mit eigenen Worten verständlich neu zu formulieren, waren dazu nur etwa 10% der untersuchten Schüler imstande. Ein ebenso großer Prozentsatz lieferte Informationen, die im völligen Gegensatz zum vorgegebenen Problem standen, während der überwiegende Rest verwirrende Zusatzinformationen anbot, die eine angemessene Problemlösung fast unmöglich machten. Interessanterweise zeigte sich, daß die hauptsächlichen Schwierigkeiten der Schüler nicht den Problemlöse-Anteil der Aufgabe (also etwa das Lösen von Gleichungen), sondern die Lese-Komponente betrafen. Am Rande sei hier angemerkt, daß innerhalb der kognitiven Psychologie in jüngster Zeit Prozeßmodelle entwickelt werden, die gleichzeitig Aspekte des Textverständnisses und der Problemlösung beim Bearbeiten von Textaufgaben berücksichtigen (vgl. Kintsch & Greeno 1985). Neuere Trainingsprogramme zur Lösung von Textaufgaben (Derry, Hawkes & Tsai 1987) bauen bereits auf solchen Modellen auf.

Die von Schoenfeld (1982) vorgelegten Analysen lassen sich durch Befunde aus Beobachtungsstudien bzw. Interviewstudien mit Lehrern ergänzen. Wenn diese Arbeiten auch die von Shavelson (1981) geäußerte Befürchtung, daß amerikanische Grundschullehrer den Mathematikunterricht deshalb zu meiden versuchen, weil sie nicht wissen, wie sie es richtig anpacken sollen, nicht direkt belegen, zeigen sie doch auf, daß in der Regel nur wenige Strategien explizit gelehrt werden (vgl. Carr et al. 1987; Moely et al. 1986). Die dabei registrierten Diskrepanzen zwischen den Angaben der Lehrer und den tatsächlichen Beobachtungen im Klassenzimmer lassen sich zumindest teilweise darauf zurückführen, daß die Lehrer ein anderes Strategiekonzept zugrundelegen. So gaben sie oftmals die Instruktion von arithmetischen Operationen als Beispiel für Strategien an, während die psychologischen Beobachter im Klassenzimmer nur dann explizite Strategie-Instruktion notierten, wenn allgemeinere Regeln eingeführt wurden, die weniger den spezifischen Inhalt einer Unterrichtsstunde als vielmehr Verallgemeinerungsmöglichkeiten betrafen (Clift, Ghatala & Naus 1987). Angesichts einer solchen Vernachlässigung direkter Strategievermittlung verwundert es nicht, daß spontane Übertragungen (Transfer) auf andere Sachgebiete kaum beobachtbar sind. Schoenfeld (1982) bezeichnet demzufolge die Annahme, daß im herkömmlichen Elementarunterricht ein „Verständnis" für mathematische Problemlösungen erzeugt wird, als Täuschung bzw. Selbstbetrug: "In sum: all too often we focus on a narrow collection of well-defined tasks and train students to execute those tasks in a routine, if not algorithmic fashion. Then we test the students on tasks that are very close to the ones that have been taught. If they succeed on those problems, we and they congratulate each other on the fact that they have learned some powerful mathematical techniques. In fact, they may be able to use such techniques mechanically while lacking some rudimentary thinking skills" (S. 29).

Die von Schoenfeld und anderen Mathematikdidaktikern dringend empfohlene Berücksichtigung der Problemlöse-Forschung scheint insbesondere im Hinblick auf die Frage relevant, wie die für das Verständnis der Mathematik relevanten basalen Denkfertigkeiten und -fähigkeiten etabliert werden können. Für den Bereich des Bearbeitens allgemeiner Textprobleme haben Körkel & Hasselhorn (1987) zeigen können, daß unter Rückgriff auf metakognitive Modellvorstellungen vergleichsweise differenzierte und instruktionsrelevante Beschreibungen optimaler Problemlöseprozesse möglich sind. Wenn wir auch hier die Relevanz metakognitiver Aktivitäten für den Erfolg hervorheben, heißt dies nicht automatisch, daß wir einen strikt kausalen Zusammenhang zwischen Metakognitionen und Mathematikleistungen annehmen. Wir möchten lediglich betonen, daß die Stimulierung metakognitiver Aktivitäten im Unterricht ein „Verständnis" mathematischer Probleme, wie es Schoenfeld vorschwebte, nachhaltig fördern kann.

Um dies näher zu begründen, soll zunächst der Begriff „Metakognition" in seinen Komponenten erläutert und die Bedeutung metakognitiver Komponenten für kognitive Leistungen skizziert werden. In einem zweiten Schritt wird dann auf das Modell des kompetenten Strategieanwenders („Good Strategy User"-Modell) von Pressley, Borkowski & Schneider (1987) eingegangen, das eine Erweiterung des ursprünglichen Metakognitionsansatzes darstellt und gezielt auf den Mathematikunterricht bezogen werden kann (vgl. Pressley 1986). Auf der Grundlage dieses Modells werden schließlich Gestaltungsperspektiven für den Mathematikunterricht entwickelt.

Was ist Metakognition?

Seit der Einführung des Begriffs durch John Flavell hat es Probleme damit gegeben, Metakognition präzise zu definieren. Allgemein lassen sich zwei Aspekte oder Kategorien von Metakognition unterscheiden, die von Flavell (1976) so beschrieben wurde: Der Begriff bezieht sich einmal auf all das, was eine Person über ihre eigenen kognitiven Prozesse bzw. Produkte weiß, zum anderen aber auch auf aktive Überwachungsvorgänge („monitoring") und exekutive Steuerungsmaßnahmen, die im Hinblick auf diese kognitiven Prozesse ergriffen werden. Metakognition bezieht sich demnach (a) auf das Wissen und auf Annahmen bezüglich kognitiver Phänomene, und (b) auf die Regulierung und Kontrolle kognitiver Handlungen.

Im Hinblick auf den Wissensaspekt präsentierten Flavell & Wellman (1977) ein detailliertes Klassifikationsschema, das zwar ursprünglich zur Beschreibung von Wissenskategorien des Gedächtnisses (Metagedächtnis) entwickelt wurde, jedoch ohne Schwierigkeiten auf die Beschreibung von Merkmalen allgemeiner Problemlöseprozesse übertragen werden kann. Diesem Schema zufolge läßt sich Wissen über Kognition spezifischer als Wissen über den Einfluß von Person-, Aufgaben- und Strategiefaktoren auf die Leistung charakterisieren. Wissen um Personmerkmale bezieht sich auf die Angemessenheit des „kognitiven Selbstkonzeptes". Es ist anzunehmen, daß Individuen im Lauf ihrer Entwicklung immer klarere Vorstellungen darüber entwickeln, wo ihre individuellen Stärken und Schwächen bei Problemlöseaktivitäten liegen. So tendieren Kinder schon kurz nach dem Schuleintritt immer stärker zu sozialen Vergleichen und sind zusehends besser in der Lage, die gemachten Erfahrungen im Umgang mit Problemlöseaufgaben realistisch zu verarbeiten. Wissen um Aufgabenmerkmale bezieht sich im wesentlichen auf die Kenntnis außerhalb der eigenen Person liegender Faktoren, die die Problemlöseaufgaben leichter oder schwerer machen. Empirische Untersuchungen liegen vor allem für Gedächtnisaufgaben vor, für die sich zeigen ließ, daß mit zunehmendem Alter von Kindern der Einfluß der Aufgabenlänge, der Vertrautheit des Materials oder der konzeptuellen Beziehung zwischen den Wörtern einer zu lernenden Wortliste auf die Behaltensleistung zusehends korrekter eingeschätzt wird. Mit Wissen um Strategiemerkmale ist schließlich gemeint, daß sich Individuen im Lauf ihrer Entwicklung ein immer detaillierteres Wissen um allgemeine wie auch spezielle kognitive Strategien insbesondere im Hinblick darauf aufbauen, wie nützlich sie bei bestimmten Problemlöseaufgaben sind. Im Lernalltag von Schülern kommt häufig den Wechselbeziehungen zwischen diesen drei metakognitiven Wissensaspekten eine besondere Bedeutung zu, da es oft wichtig ist, daß man angeben kann, in welchen Situationen, zu welchen Zeitpunkten und in welcher Weise bestimmte Problemlösestrategien optimal „passen", also am effizientesten sind.

Der Aspekt der Regulation und Kontrolle von Kognition wird dann relevant, wenn es um die aktuelle Bearbeitung von Problemlöseaufgaben geht. Er betrifft eine Reihe von Entscheidungen bzw. strategischen Aktivitäten, die dabei notwendig werden können. Als typische Beispiele für solche Aktivitäten lassen sich Planungsprozesse anführen, über die eine Sequenz von Handlungsschritten antizipiert und definiert wird; weiterhin die Auswahl von spezifischen Strategien zur Ausführung eines Handlungsplanes sowie Überwachungsprozesse, über die der Fortschritt bei der Lösung eines Problems evaluiert wird (vgl. auch Garofalo & Lester 1985). Schließlich sind Regulations- oder Steuerungsprozesse anzuführen, die insbesondere dann erforderlich sind, wenn durchgeführte Planungs- bzw. strategische Operationen sich als unproduktiv erwiesen haben und durch alternative Vorgehensweisen ersetzt werden sollen. Wenn auch Untersuchungen zur Relevanz dieser Aktivitäten bisher im wesentlichen auf Denkaufgaben bzw. Aufgaben zum Textgedächtnis bzw. -verständnis beschränkt geblieben sind (vgl. etwa Hasselhorn & Körkel 1984; Kluwe 1982; Kluwe & Schiebler 1984), so leuchtet doch spontan ein, daß sie auch

für Problemlösevorgänge im Mathematikunterricht von großer Bedeutung sein können.
Es gibt inzwischen eine umfangreiche Literatur darüber, daß sowohl Wissen um Kognition wie auch regulatorisch-exekutive Aspekte von Kognition relativ deutlich mit unterschiedlichen kognitiven Leistungskriterien korrelieren (vgl. Hasselhorn 1986; Schneider 1985). Die leistungsdienliche Funktion von Metakognitionen zeigt sich auch an den günstigen Effekten von Lernförderprogrammen, in denen entweder spezifische Strategien oder aber allgemeine Überwachungsfunktionen trainiert wurden (vgl. zum Überblick Hasselhorn 1987). Das Einüben von strategischem Verhalten gehört auch zu den zentralen Anliegen eines neueren Ansatzes, der die beschriebenen metakognitiven Komponenten integriert, aber auch weitere instruktionsrelevante Faktoren mit berücksichtigt. Dieses Modell des kompetenten Strategie-Anwenders („Good Strategy User"-Modell von Pressley, Borkowski & Schneider 1987) beschreibt die Voraussetzungen, die ein Schüler mitbringen muß, um ein guter Problemlöser zu werden. Wir werden im folgenden die Grundzüge dieses Modells beschreiben und skizzieren, wie es sich für den elementaren Mathematikunterricht nutzbar machen läßt.

Metakognition und Mathematikunterricht: Das „Good Strategy User"-Modell

Das Modell charakterisiert gute Strategie-Anwender durch folgende Merkmale:

a) Sie verfügen über zahlreiche spezifische wie auch generelle Problemlösestrategien und setzen diese auch flexibel ein.
b) Zusätzlich zum strategischen Wissen besitzen sie auch ein breites „Weltwissen".
c) Strategische, metakognitive und Vorwissenskomponenten wirken in der aktuellen Problemlösesituation eng zusammen: Spezifische Vorkenntnisse können die (bewußte) Strategie-Anwendung perfektionieren oder aber auch automatische Prozesse in Gang setzen, die den kognitiv aufwendigen Rückgriff auf bewußte Strategien erübrigen.
d) Schließlich gilt als wichtige Voraussetzung für den Erfolg des guten Strategie-Anwenders, daß er die persönliche Anstrengung bei der Ausführung und Steuerung von Strategien ursächlich mit dem Handlungsergebnis gekoppelt sieht (Anstrengungsattribution), und er weiterhin darum weiß, daß in der Regel strategische Operationen dann am sichersten zum Ziel führen, wenn man sich gegenüber konkurrierenden Verhaltensweisen oder ungünstigen Emotionen abschirmen kann (Handlungskontrolle im Sinne von Kuhl 1985).

Wie läßt sich nun dieses Modell auf den Mathematikunterricht übertragen? In Anlehnung an Pressley (1986) schlagen wir dazu folgende vier Instruktionsprinzipien vor:

1. Lehrer sollten Strategien explizit lehren. Es ist inzwischen hinreichend bekannt, daß Kinder bei entsprechender Instruktion viele strategische Prozesse bereits früher einsetzen als sie sie spontan produzieren. Ein wichtiges Beispiel hierfür sind sogenannte Überwachungsstrategien („self-testing"), die etwa von Schulanfängern und retardierten Kindern nicht spontan verwendet werden, aber relativ gut durch beständige Instruktion etabliert werden können. Eine effektive Methode besteht darin, mit Kindern gute und weniger günstige Strategien zu erproben und im Anschluß daran eine Bewertung durch das Kind vornehmen zu lassen. Beispielsweise wird das Additionsproblem „5 + 7 = ?" für jüngere und lernschwächere Schüler leichter zu lösen sein, wenn das Problem in „5 + 7 = (5 + 5) + 2 = ?" umformuliert wird, da „5 + 5 = 10" eine bereits früh erworbene Größe darstellt. Da sogenanntes „test monitoring" (ein Ergebnisvergleich) im Anschluß an die Aufgabe selbst von älteren Schülern nur selten durchgeführt wird, ist es angezeigt, solche Prüf- und Bewertungsprozesse frühzeitig und regelmäßig im Unterricht zu stimulieren. Ergebnisse zum Strategievergleich bei einem Gedächtnisproblem (Schneider 1986) haben jedenfalls gezeigt, daß junge Kinder an günstigeren Problemlösestrategien festhielten, nachdem sie einmal ihren Nutzen direkt erfahren hatten.
Ausgesprochen positive Resultate berichten auch Charles & Lester (1984) von einer Trainingsstudie zum systematischen Problemlösen, in der Fünft- und Siebtkläßlern neben spezifischen Strategien zur Problemlösung auch Überwachungstechniken vermittelt wurden, die jeweils am Ende einer Übung plaziert waren und über die geprüft wurde, ob alle relevanten Informationen verwendet worden waren, ob die Berechnungen richtig durchgeführt waren und ob das Ergebnis Sinn machte. Das Training wurde von den Klassenlehrern über einen Zeitraum von 23 Wochen durchgeführt. Nach dieser Periode waren die trainierten Schüler wesentlich besser als Vergleichsschüler aus regulären Klassen dazu imstande, mathematische Probleme zu verstehen und Lösungssequenzen zu entwickeln. Es verwundert daher nicht, daß auch ihre Aufgabenlösungen wesentlich häufiger richtig waren.

2. Lehrer sollten spezifisches Strategiewissen vermitteln. Hier geht es im wesentlichen darum, bei Kindern ein explizites Wissen dazu aufzubauen, wann und wie welche spezifischen Problemlösestrategien einzusetzen sind. Dies führt zu der Frage, wie sich spezifisches Strategiewissen verbessern läßt. Pressley (1986) gibt hierzu verschiedene Empfehlungen. Die schon oben beschriebene Einführung von Überwachungs- und Bewertungsstrategien am Beispiel von Strategievergleichen stellt eine von vielen Möglichkeiten dar, spezifisches Strategiewissen zu verankern. Günstig scheint weiterhin, eine bestimmte Strategie bei unterschiedlichen Problemvarianten einsetzen zu lassen, was bei älteren Schülern oft schon allein ausreicht, um sich ein Bild von den relativen Vorzügen und Nachteilen der Strategie zu machen (vgl. Aebli & Ruthemann 1987). Solche spontanen und expliziten Abstraktionsprozesse sind bei jüngeren und retardierten Kindern in der Regel nicht zu erwarten. Hier kommt es darauf an, deutlich zu machen, wann eine bestimmte Strategie funktioniert und wann nicht. Die Schüler sollten also eindeutig zwischen geeigneten und ungeeigneten Aufgabenstellungen für eine spezifische Strategie diskriminieren können. Explizites Strategiewissen läßt sich relativ dauerhaft auch dadurch erwerben, daß neu eingeführte Algorithmen systematisch mit einfacheren Prozeduren in Beziehung gesetzt werden, die den Kindern bereits vertraut sind.

3. **Lehrer sollten allgemeines Strategiewissen vermitteln.** Hierbei beziehen wir uns auf einen Aspekt, der im herkömmlichen Mathematikunterricht normalerweise kein Thema zu sein scheint. Es geht zum einen darum, eine grundsätzlich erfolgversprechende Arbeitshaltung dadurch zu erreichen, daß die Kinder darüber aufgeklärt werden, wie wichtig ihre Anstrengung für den Problemlöse-Erfolg sein kann. Nach Pressley (1986) ist davon auszugehen, daß Schüler, die über solches Wissen verfügen, mehr dazu neigen, den Aufgabenkontext intensiv nach Hinweisen dafür abzusuchen, wie verfügbare Strategien zur Problemlösesituation passen, und diese Suche nach einem ersten Fehlversuch um so motivierter fortsetzen. Den Kindern sollte gezeigt werden, daß Fehlschläge bei Mathematikaufgaben oft das Resultat falscher Taktiken darstellen und nicht unbedingt Indiz für mangelnde mathematische Begabung sind. Eine solche Maßnahme kann auch dazu beitragen, die bei vielen Schülern anzutreffende Angst von Mathematikaufgaben abzubauen. Da eine solche Angstreduzierung nicht automatisch zu verbesserten Mathematikleistungen führt, ist gleichzeitig darauf zu achten, daß intensiv Problemlöse-Algorithmen geübt werden.

4. **Lehrer sollten sich um einen systematischen Aufbau mathematischer Grundkenntnisse bemühen.** Neben dem Einbezug von unterschiedlich komplexen Strategien sollten grundlegende mathematische Routinen (Subtraktion, Addition, Multiplikation, Division) nicht vernachlässigt werden. Während Schulanfänger und lernbehinderte Kinder bei elementaren Additionsaufgaben Zwischenrechnungen (z.B. Zuhilfenahme der Finger) anstellen müssen, sind ältere Schüler dazu imstande, die geforderten Ergebnisse direkt aus dem Langzeitgedächtnis abzurufen. Das Faktenwissen dieser Kinder reduziert bei komplexen Problemstellungen den kognitiven Aufwand mitunter sehr entscheidend und beschleunigt somit die Lösungsfindung. Während dies sicherlich keine neue Erkenntnis ist, hat das Üben von basalen arithmetischen Fertigkeiten in vielen Fällen auch den Vorzug, daß weniger Aufmerksamkeit auf die Durchführung spezifischer Strategien verwendet werden muß, sie in bestimmten Situationen sogar völlig umgangen werden können.

Schlußbemerkung

Wir haben zu zeigen versucht, in welcher Weise unser gegenwärtiger Kenntnisstand über metakognitive Aktivitäten und Kompetenzen zu einer Gestaltung des Mathematikunterrichts genutzt werden kann, bei der direkt das mathematische Problemverständnis bzw. mathematische Denkfähigkeiten der Schüler gefördert werden. Die hier entwickelten Gestaltungsperspektiven für den Mathematikunterricht sollten besonders auch im heilpädagogischen Bereich bedacht werden, denn die in den vorgeschlagenen Instruktionsprinzipien fokussierten metakognitiven Aktivitäten haben sich als eine Hauptquelle der Defizite lernbehinderter Kinder gegenüber Normalschülern beim Lösen mathematischer Aufgaben erwiesen (vgl. Geary, Widaman, Little & Gormier 1987). Bei unseren Vorschlägen sind wir davon ausgegangen, daß im herkömmlichen elementaren Mathematikunterricht relativ wenig Nachdruck auf die Vermittlung von spezifischen wie allgemeinen strategischen Kompetenzen gelegt wird. Erfahrungen aus empirischen Untersuchungen zu anderen Problemlösebereichen haben gezeigt, daß solche metakognitiven Kompetenzen eine wichtige Voraussetzung dafür darstellen, daß Lernübertragungen (Transfer) auf benachbarte Aufgabenbereiche stattfinden bzw. einmal verfügbare Lösungsalgorithmen langfristig angewendet werden. Entsprechende Untersuchungen zu mathematischen Problemlösebereichen sind derzeit noch relativ spärlich vorhanden; die verfügbaren Ergebnisse deuten allerdings darauf hin, daß sich metakognitive Aktivitäten auch in diesem Bereich gewinnbringend einsetzen lassen. Diese Einschätzung scheinen im übrigen auch einige international führende Mathematik-Pädagogen zu teilen, wie aus den Ausführungen und Forderungen von Brophy (1986) zur zukünftigen Schwerpunktgestaltung in der mathematik-pädagogischen Forschung ersichtlich wird.

Literaturverzeichnis

Aebli, H. & Ruthemann, U. (1987). Angewandte Metakognition: Schüler vom Nutzen der Problemlösestrategien überzeugen. Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie 19, 46–64.

Bloom, B.S. (1976). Human characteristics and school learning. New York; McGraw-Hill.

Brophy, J. (1986). Teaching and learning mathematics: Where research should be going. Journal for Research in Mathematics Education 17, 323–346.

Carr, M., Kurzt, B., Schneider, W., Turner, L. & Borkowski, J. (1987). Strategy acquisition and transfer: Culture and other environmental influences. Unpublished manuscript, Max Planck Institute for Psychological Research, Munich.

Charles, R.J. & Lester, F.K. (1984). An evaluation of a process-oriented instructional program in mathematical problem solving in grades 5 and 7. Journal for Research in Mathematics Education 15, 15–34.

Clift, R., Ghatala, E. & Naus, M. (1987). Exploring teachers' knowledge of strategic study activity. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, Washington, D.C.

Derry, S.J., Hawkes, L.W. & Tsai, C. (1987). A theory for remediating problem-solving skills of older children and adults. Educational Psychologist 22, 55–87.

Flavell, J.H. (1976). Metacognitive aspects of problem solving. In: L.B. Resnick (Ed.), The nature of intelligence. Hillsdale, N.J. Erlbaum.
Flavell, J.H. & Wellman H.M. (1977). Metamemory. In: R.V. Kail & J.W. Hagen (Eds.), Perspectives on the development of memory and cognition. Hillsdale, N.J.: Erlbaum.
Gagné R.M. (1980). Die Bedingungen des menschlichen Lernens. Hannover, Schroedel.
Garofalo, J. & Lester, F.K. (1985). Metacognition, cognitive monitoring, and mathematical performance. Journal for Research in Mathematics Education 16, 163–176.
Geary, D.C., Widaman, K.F., Little, T.D. & Cornier, P. (1987). Cognitive addition: Comparison of learning disabled and academically normal elementary school children. Cognitive Development 2, 249–269.
Ginsburg, H.P. (Ed.) (1983). The development of mathematical thinking. New York: Academic Press.
Hasselhorn, M. (1986). Differentielle Bedingungsanalyse verbaler Gedächtnisleistungen bei Schulkindern, Frankfurt a.M.: Lang.
Hasselhorn, M. (1987). Lern- und Gedächtnisförderung bei Kindern: Ein systematischer Überblick über die experimentelle Trainingsforschung. Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie 19, 116–142.
Hasselhorn, M. & Körkel, J. (1984). Zur differentiellen Bedeutung metakognitiver Komponenten für das Verstehen und Behalten von Texten. Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie 16, 283–296.
Helmke, A., Schneider, W. & Weinert, F.E. (1986). Quality of instruction and classroom learning outcomes: The German contribution to the IEA Classroom Environment Study. Teaching and Teacher Education 2, 1–18.
Kintsch, W. & Greeno, J.G. (1985). Understanding and solving word arithmetic problems. Psychological Review 92, 109–129.
Klauer, K.J. (1984). Kognitive Prozesse bei der Multiplikation und Division von Brüchen – Eine Lehrzielanalyse. Zeitschrift für Empirische Pädagogik und Pädagogische Psychologie 8, 77–90.
Kluwe, R.H. (1982). Cognitive knowledge and executive control: Metacognition. In: D. Griffin (Ed.), Animal mind – human mind. New York: Springer.
Kluwe, R.H. & Schiebler, K. (1984). Entwicklung exekutiver Prozesse und kognitiver Leistungen. In: F.E. Weinert & R.H. Kluwe (Hrsg.), Metakognition, Motivation und Lernen. Stuttgart: Kohlhammer.
Körkel, J. & Hasselhorn, M. (1987). Textlernen als Problemlösen: Differentielle Aspekte und Förderperspektiven im Schulalter. In: H. Neber (Hrsg.), Angewandte Problemlösepsychologie (S. 193–214). Münster: Aschendorff.
Kuhl, J. (1985). Volitional mediators of cognition-behaviour consistency: Self-regulatory processes and action versus state orientation. In: J. Kuhl & J. Beckmann (Eds.), Action control: From cognition to behaviour. New York: Springer.
Lester, F.K. (1982). Building bridges between psychological and mathematics education research on problem solving. In: F.K. Lester & J. Garofalo (Eds.) Mathematical problem solving: Issues in research. Philadelphia: The Franklin Institute Press.
Moely, B., Hart, S., Leal, L., Johnson, T., Rao, N. & Burney, L. (1986). How do teachers teach memory skills? Educational Psychologist 21, 55–71.
Nesher, P. (1986). Learning mathematics. A cognitive Perspective. American Psychologist 41, 1114–1122.
Pressley, M. (1986). The relevance of the Good Strategy User Model to the teaching of mathematics. Educational Psychologist 21, 139–161.
Pressley, M., Borkowski, J.G. & Schneider, W. (1987). Cognitive strategies: Good strategy users coordinate metacognition and knowledge. In: R. Vasta (Ed.). Annals of Child Development, Vol. 4. Greenwich, CT: JAI Press.
Sander, E. (1986). Lernhierarchie und kognitive Lernförderung. Göttingen: Hogrefe.
Sander, E., Bartels, M. & Berger, M. (1987). Experimentelle Hierarchievalidierungsstudie: Ein Vergleich zweier remedialer Strategien im Fach Mathematik. Zeitschrift für Pädagogische Psychologie 1, 61–66.
Schneider, W. (1985). Developmental trends in the metamemory-memory behaviour relationship: An integrative review. In: D.L. Forrest-Pressley, G.E. MacKinnon & T.G. Waller (Eds.). Cognition, metacognition, and human performance, Vol. 1. New York: Academic Press.
Schneider, W. (1986). The role of conceptual knowledge and metamemory in the development of organizational processes in memory. Journal of Experimental Child Psychology 42, 318–336.
Schoenfeld, A.H. (1982). Some thoughts on problem-solving research and mathematics education. In: F.K. Lester & J. Garofalo (Eds.), Mathematical problem solving: Issues in research. Philadelphia: The Franklin Institute Press.
Schoenfeld, A.H. (1983). Episodes and executive decisions in mathematical problem solving. In: R. Lester & M. Landau (Eds.), Acquisition of mathematics concepts and processes. New York: Academic Press.
Shavelson, R.J. (1981). Teaching mathematics: Contributions of cognitive research. Educational Psychologist 16, 23–44.
Silver, E.A. (1982). Knowledge organization and mathematical problem solving. In: F.K. Lester & J. Garofalo (eds.), Mathematical problem solving: Issues in research. Philadelphia: The Franklin Institute Press.

Anschriften der Autoren:
Dr. Wolfgang Schneider
Max-Planck-Institut für psychologische Forschung
Leopoldstr. 24
D-8000 München 40

Dr. Marcus Hasselhorn
Institut für Psychologie der Universität Göttingen
Goßlerstr. 14
D-3400 Göttingen